Muallif:

M.B.Dusmuratov

F I Z I K A

(oliy ta'lim muassasalariga kiruvchilar uchun qo'llanma)

Taqrizchilar:

X.Maxmudova	-	pedagogika fanlari nomzodi, dotsent
B.Nurillaev	-	pedagogika fanlari nomzodi, katta o'qituvchi
A.Xudoyberganov	-	ToshTYMI qoshidagi "Mirodobod" akademik litseyi bosh o'qituvchisi, pedagogika fanlari nomzodi, dotsent

Nizomiy nomidagi TDPU O'quv-uslubiy kengashining 2016-yil 23-iyundagi 12-sonli qaroriga asosan nashrga tavsiya etilgan

Adadi 100 nusxa. Hajmi 32,5 b/t. Bichimi 60x84 $^{1}/_{16}$
«Times New Roman» garniturasi. Ofset usulida bosildi.
Nizomiy nomidagi TDPU bosmaxonasida nashr qilindi.
Toshkent, Yusuf Xos Hojib 103.

KIRISH

F i z i k a deb, tabiat hodisalarini, modda va maydon xossalari va ularning sabab va qonuniyatlarini o'rganuvchi fanga aytiladi.

Fizika yunoncha "phusis" – tabiat degan so'zdan olingan bo'lib, tabiatshunoslik degan ma'noni anglatadi. Fizika fanini birinchi bo'lib qadimgi yunon mutafakkiri Aristotel (e.a. 384–322y.) o'zining 8 tomlik kitobida bayon etgan.

Texnika va tabiatdagi yangi-yangi hodisalarning kashf qilinishi va ularning amalda qo'llanilishi natijasida fizikadan fizik-ximiya, astrofizika, geofizika, biofizika va boshqa mustaqil fanlar ajralib chiqdi.

Tabiat haqidagi fanlar orasida fizika alohida o'rin egallab, u materiya harakatining barcha shakllarini o'rganadi. Materiyaning turli ko'rinishlari va xususiyatlari bizning sezgi organlarimizga ta'sir etish natijasida ongimizda bu ta'sirlar ob'ektiv borliq haqidagi tasavvurni hosil qiladi. Shuning uchun tabiatni o'rganish kuzatishdan boshlanadi. Ba'zan fizik hodisalarni kuzatish uchun sezgi organlari etarli bo'lmaydi. Bu holda inson o'zi ixtiro qilgan o'lchash asboblari, ya'ni turli xil nihoyatda aniq asboblar yordamida kuzatishlar olib boradi. Kuzatish natijalari – faktlarni sistemalashtirish, ba'zan maxsus tajribalar amalga oshirish yo'li bilan materiyaning u yoki bu xususiyatlari orasida mavjud bo'lgan umumiylik va o'zaro bog'liqlik aniqlanadi. Biror alohida hodisaga taalluqli bo'lgan faktlar orasida bog'lanish formula yoki qonun ko'rinishida aniqlanadi. Lekin fizika qonun va faktlardan iborat, deyish mumkin emas. Haqiqatan, faktlar va qonunlar orasida bog'lanish mavjudligini va bu bog'lanish sabablarini qidirish yo'lida turli farazlar yoki gipotezalar ilgari suriladi. Mazkur gipotezalarni tekshirish uchun yangi yangi tajribalar amalga oshiriladi. Tajribada tasdiqlangan gipoteza fizik nazariyaga aylanadi.

Zamonaviy fizika insonning tabiiy sezgi organlari umuman qayd qilmaydigan yoki qayd qila olmaydigan sohalarga (atomlar, yadrolar, elementar zarralar, turli maydonlar) kirib boryapti. Bu yo'nalishdagi ba'zi tushunchalarni idrok qilish juda qiyin, chunki ular bizning ongimizda shakllangan klassik tasavvulrlardan farq qiladi. Bunday hollarda tabiat hodisalarini soddalashtirishga imkon beradigan modellardan foydalaniladi. Masalan, "ideal gaz", "absalyut qora jism", "atomning planetar modeli" kabi modellar bunga misol bo'ladi. Har qanday model ob'ektiv tabiatning birinchi yaqinlashuvdagi ifodasi bo'lsa-da, modellardan fizikani o'rganish jarayonida keng foydalaniladi, chunki ular fizik hodisani tushunish va tasavvur qilishda bizga ko'maklashadi.

Ushbu qo'llanma 6ta bo'lim, 16ta bob va 169ta mavzu hamda ilovalardan iborat bo'lib, mavzularni yoritishda esa 1200dan ortiq formulalar isbotlari bilan, 900dan ortiq rangli grafik va tasvirlar hamda 20dan ortiq jadvallar keltirilgan. Ushbu qo'llanmani tayyorlashda 30ga yaqin fizikaga oid adabiyotlar, test savollari va variantlar ishlanmalari, turli spravochniklar hamda chet el adabiyotlaridan foydalanilgan.

Ushbu qo'llanma asosan oily ta'lim muassasalariga kiruvchilar uchun mo'ljallangan bo'lib, undan tashqari bu kitobdan litsey, kasb-hunar kollejlari o'quvchilari va o'qituvchilari hamda fizikaga qiziquvchilar foydalanishlari mumkin. Ko'pchilik test savollari birnchi yaqinlashishda juda murakkabdek, ko'p vaqt talab qiladigandek ko'ringani bois berilgan vaqt kamliq qiladigandek tuyuladi. Ushbu holat abiturientda ikkilanish va ishionchsizlik uyg'otadi. Aslida to'g'ri fahmlay oladigan, sermulohaza hamda sinchkov abiturientdan esa juda kam vaqt talab etiladi. Yaxshi tayyorgarlikka ega bo'lgan abiturientlarda hatto berilgan vaqt ortib qolgan holatlar ham bo'lgan. Mazkur qo'llanmani yaxshi o'zlashtirgan abiturientlarning Oliy o'quv yurtlariga kirishlari birmuncha oson kechadi hamda oliy o'quv yurtlarida fizika fanini yaxshi o'zlashtirishlari uchun mustahkam zamin vazifasini o'taydi. Qo'llanma mavzularining 15-20% qismi oily ta'lim muassasalari materiallari bo'lib, ushbu ma'lumotlar o'rganuvchilarda atroflicha, to'laqonli bilim shakllanishiga, tabiat qonunlarini puxta va oson o'zlashtirishga hamda tabiat va olam haqida tasavvurlarni kengayishiga xizmat qiladi.

FIZIK TUSHUNCHALAR VA FIZIK KATTALIKLAR

Fizika taraqqiyoti davrida bir qancha tushunchalar sistemasi vujudga kelib, ularning yig'indisi o'ziga xos fizika tilini tashkil qiladi. Fizik tushunchalar orqali barcha fizik hodisalar, fikrlar, qonunlar va boshqalarni ta'riflash mumkin bo'ladi. Ana shunday tushunchalardan ***fizik jismlar, fizik sitema, fizik hodisa*** va ***fizik muhit*** deb ataluvchi tushunchalaridir.

Fizik jismlar deb, tabiatda uchraydigan turli moddalardan tashkil topgan barcha jismlarga aytiladi. Masalan, Quyosh, Yer, sayyoralar, yulduzlar, bino, daraxt, havo molekulalari, dengizdagi suv va hokozalar.

Fizik sistema yoki ***jismlar sistemasi*** deb, ayrim fizik hodisalar xuddi bitta jismdagidek namoyon bo'ladigan jismlar to'plamiga aytiladi. Fizik sistema tarkibiga kiradigan jismlar ***ichki jismlar***, sistemaga kirmagan jismlar esa ***tashqi jismlar*** deyiladi.

Fizik hodislar deb, modda zarrachalari, atom yoki zarrachalari o'zgarmas qolgan holda sodir bo'ladigan hodisalarga aytiladi. Masalan, toshning ko'chishi, suvning qaynashi yoki muzlashi, poyezd va samolyotning harakati va hokoza hodisalardir.

Modda molekulalari o'zgaradigan hodisalar ***ximiyaviy hodisalar*** deyiladi. Masalan, yoqilg'ining yonishi, plastmassalar tayyorlash, rudalardan metallar olish va hokozalar.

Fizik muhit deb, fizik hodisa va protsesslar sodir bo'ladigan moddiy fazo yoki muhitga aytiladi. Hamma joyda moddaning tarkibi va xossalari bir xil bo'lgan muhit *bir jinsli muhit* deyladi, va aksincha bo'lsa ***bir jinsli bo'lmagan muhit*** deyiladi.

Fizikaning falsafiy tushunchalaridan biri ***materiya*** va ***harakat***dir. Tabiatni bilish jarayonida kishilarda materiya va uning harakati to'g'risida tasavvurlar hosil bo'ladi. Tabiatda sodir bo'ladigan har qanday o'zgarishi materiyaning harakati tufaylidir. Harakat materiyaning yashash formasidir. Materiya o'z ko'rinishini o'zgartirishi mumkin, lekin u hech qachon yo'qolmaydi va yo'qdan bor bo'lmaydi va har doim mavjudligicha qoladi. Materiya modda va maydon ko'rinishlarida namoyon bo'lib, ular o'zaro bir-biriga o'tib, aylanib turadi. Lekin so'nggi o'n yilliklarda astronomiyada kosmologik izlanishlar Shuni ko'rsatdiki, olam paydo bo'lgandan keyingi butun massaning faqat 4%igina modda va maydon ko'rinishida saqlanib qolgan ekan. Qolgan 96% massa esa materiyaning hali insoniyatga noma'lum ko'rinishida bo'lib, hech bir o'lchov asboblariga sezilmas, o'zini namoyon qilmas ekan. Shuning uchun ham ushbu materiyani hozircha ***qorong'u materiya*** deb nomlashmoqda. Zamonaviy fizika materiya harakatining turli fizik shakllarini, ularning o'zaro bir-biriga aylanishini, shuningdek modda va maydon hamda ularning xossalarini o'rgatadi.

Texnikada va tabiatda hamda atrofimizda sodir bo'layotgan hodisalar va ob'ektlarning holati miqdor jihatdan fizik kattaliklar bilan xarakterlanadi.

Fizik kattaliklar deb, fizik hodisalarni, materiyaning harakat shakllari va xususiyatlarini miqdoriy xarakterlovchi kattaliklarga aytiladi.

Fizik qonun deb, hodisalarni xarakterlovchi kattaliklar orasidagi aniq miqdoriy bog'lanishdan iborat bo'lgan ifodaga aytiladi. Fizikada kuzatish, o'lchash va tajribalar yordamida turli hodisalar bo'ysunadigan qonunlarni yaratish mumkin.

Fizikada 7 ta (*uzunlik, vaqt, massa, temperatura, modda miqdori, tok kuchi va yorug'lik kuchi*) fizik kattalik asosiy birlik sifatida, 2ta (*yassi burchak* va *fazoviy burchak*) fizik kattalikl esa qo'shimcha birlik sifatida ishlatiladi. Qolgan barcha kattaliklar hosilaviy birliklardir.

"Xalqaro birliklar sistemasi" – SI (Sisteme Internationale) fan va texnikaning barcha sohalari uchun fizik kattaliklarning universal sistemasi bo'lib, u 1960 yilning oktyabr oyida o'lchov va tarozilar XI bosh konferensiyasida qa'bul qilingan. Bu konferensiyaning qaroriga binoan Xalqaro birliklar sistemasida *ettita asosiy, ikkita qo'shimcha kattalik* hamda Shularga mos *ettita asosiy, ikkita qo'shimcha birlik* hamda juda ko'p hosilaviy birliklar qabul qilingan. Yassi va fazoviy burchaklar o'z o'lchamligiga ega bo'lmagani uchun, ular Xalqaro birliklar sitemasining qo'shimcha kattaliklar qatoriga kiradi.

1 – BO‘LIM. MEXANIKA

Mexanika – nuqta yoki jismning (nuqtalar sistemasining) harakati bilan bog‘liq bo‘lgan har qanday tabiat hodisalari va ularning sabablarini o‘rganadigan fizikaning dastlabki qismidir.

Mexanika fizikaning boshqa bo‘limlaridan oldin rivojlangan. Mexanika jismlarning harakati va muvozonati haqidagi fan. Keng ma’noda materiya harakati deb, uning har qanday o`zgarishi tushuniladi. Lekin mexanikada harakat deb, uning faqat eng oddiy shakli, ya’ni jismlarning boshqa jismlarga nisbatan ko‘chishi tushuniladi. Mexanika prinsiplarini birinchi bo‘lib Nyuton o‘zining 1687 yilda nashrdan chiqqan “*Natural filosofiyaning matematik asoslari*” deb atalgan asosiy asarida ta’riflagan. To‘g‘ri, Nyutongacha Arximed (er.av. 287–212y.), Kepler (1571–1630 y.), Galiley (1564–1642 y.), Gyugens (1564–1642 y.) va boshq ko‘p yirik olimlar statika va qisman dinamikaning xususiy masalalarini hal qilishgan. Biroq, Nyuton mexanika prinsiplarining to‘liq sistemasini birinchi bo‘lib yaratdi va ular asosida bu fanning muxtasham binosini qurdi. Nyuton mexanikasining ulkan muvaffaqiyatlari, Shuningdek baxsga o‘rin qoldirmaydigan ilmiy obro‘yi olimlarning e’tiborini uning mexanika sistemasidagi kamchiliklaridan deyarli 200 yil davomida chalg‘itib keldi. Nyuton mexanikasiga jiddiy tanqidiy qarashlar faqat XIX asrning ikkinchi yarmida yuzaga keldi. XX asrning boshiga kelib axvol butunlay o‘zgarmaguncha, mexanikaning fizik asoslariga hech qanday prinsipial yangilik kiritilmadi. Lekin XX asrning boshiga kelib A.Eynshteyn, M.Plank, N.Bor va boshqa De-Broyl, Geyzenberg, Pol Dirak kabi taniqli olimlar Nyuton mexanikasini barcha tabiat hodisalariga tadbiq qilib bo‘lmasligini rad etib bo‘lmaydigan darajada isbot qilib berishdilar. Ayon bo`ldiki, Nyuton mexanikasi makroskopik jismlar (juda ko‘p zarralar sistemasi) va kichik tezliklar uchun xususiy hol ekan. Mikrodunyo zarralari (atom, yadro, elektron, proton, neytron, pozitron, foton va h.) tabiatini tushuntirishda asrlar davomida va kundalik turmush davomida ongimizda shakllangan klassik tasavvurlardan hamda Trayektoriya tushunchasidan voz kyechishga to‘g‘ri keldi, shu asosda fanga yangi “*Kvant mexanikasi*” degan fan kirib keldi. Katta tezliklar (yorug‘lik tezligiga yaqin tezlik)da jismlar bilan sodir bo‘ladigan hodisa sabablarini tushuntirishda esa esa shu paytgacha absalyut va izotrop deb hisoblab kelingan fazo va vaqtni nisbiy ekanligi hamda fazo va vaqt bir-birdan ajralgan holda mavjud bo‘lolmasligi kunday ravshan bo‘lib qoldi. Shu asosda “*Relyativistik mexanika*” ga asos solindi.

Biz o‘rganishni maqsad qilgan ushbu o‘quv qo‘llanmada mexanikani quyidagi qismlarga bo‘lib o‘rganamiz:

1.1.Kinematika
1.2.Dinmika
1.3.Statika
1.4.Suyuqliklar va gazlar mexanikasi
1.5.Tebranishlar va to‘lqinlar

To‘g‘ri, oliy ta'lim muassasalarida mexanikani asosan uchta kinematika, dinamika va statikaga bo‘lib o‘rganiladi. Suyuqliklar va gazlar bilan shug‘ullunadigan “Gidravlika”, “Gidrodinamika”, “Aerodinamika” kabi yo‘nalishlar keng tarmoq otgan. Shuningdek, mexanik tebranishlar va to‘lqinlar bilan shug`ullanadigan, izchil rivojlangan maxsus yo‘nalishlar ham mavjud. Ushbu qo‘llanmaning hajmini, o‘rganuvchilarning saviyasini e’tiborga olgan holda hamda murakkabliklardan qochish maqsadida Yuqorida qayd qilingan qismlarni mexanikaning ichiga qisqa va soddalashtirilgan holatda kiritish lozim toildi.

1.1. KINEMATIKA.

Kinematika – jismlarning harakat qonunlari va tenglamalarini o‘rganuvchi mexanikaning bir bo‘limidir. Bunda jismning harakatini yuzaga keltiruvchi sabablar o‘rganilmaydi, ya’ni jismning harakatini kuch va massaga bog‘lamasdan o‘rganiladi. Bu bobda jismning harakati geometrik nuqtai nazardan o‘rganiladi. Ushbu bobda turli koordinata sistemalarida jismning harakat tenglamalari, Trayektoriya tenglamalari, harakat turi, Trayektoriya ko‘rinishi, egrilik radiusi va hokozalar o‘rganiladi.

1.1.1. Mavzu: Boshlang‘ich tushunchalar.

Mexanik harakat deb jismning fazodagi yoki tekislikdagi vaziyatining boshqa j1 ismlarga nisbatan vaqt o‘tishi bilan o‘zgarishiga aytiladi.

Agar jismning o‘lchami harakati o‘rganilayotgan masofaga nisbatan ancha kichik bo‘lsa, bunday jism ***moddiy nuqta*** deyiladi.

Jismning harakati davomida qrldirgan izi ***trayektoriya*** deyiladi. Trayektoriyaning uzunligi ***yo‘l*** deyiladi. Jism harakatining boshlang‘ich nuqtasi bilan oxirgi nuqtasini tutashtiruvchi kesma uzunligi ***ko‘chish*** deyiladi. To‘g‘ri chiziqli harakatdan boshqa barcha turdagi harakatlarda yo‘l ko‘chishdan katta bo‘ladi. Masalan, taksida yo‘l uchun, samolyotda esa ko‘chish uchun pul to‘laymiz.

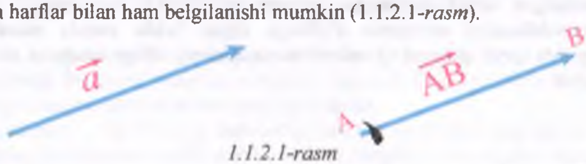
Harakatlanmay tinch turibdi deb, shartli ravishda qo‘zg‘almas deb hisoblasa bo‘ladigan jismlar ***sanoq jismlari*** deyiladi (mas: daraxt, uy, ko‘cha, bino va h...). Aslida tabiatda tinch turgan, ya’ni harakatsiz turgan narsaning o‘zi yo‘q. Biz shartli ravishda jismlarni tinch turibdi deb qa’bul qilamiz. Mas: Yer tinch turgandek ko‘ringani bilan biz bilmagan holda o‘z o‘qi va Quyosh atrofida aylanma harakat qiladi. Shuningdek Quyosh ham planetalari bilan birgalikda Galaktikamizda o‘z manzili tomon suzmoqda.

Sanoq jismi, sanoq jismiga bog‘langan koordinatalar sistemasi va vaqtni o‘lchaydigan asbob ***sanoq sistemasini*** tashkil etadi. Sanoq jismi deb ixtiyoriy jismni qa’bul qilishimiz mumkin. Shuning uchun barcha sanoq sistemalari teng huquqli bo‘lib, sanoq sistemalaridan biri boshqasidan ko‘proq imtiyozga ega yoki boshqalaridan avzalroq deb bo‘lmaydi. Jismning trayektoriya ko‘rinishi ham turli sanoq sistemalarida turlicha bo‘ladi. Bir sanoq sistemasidan boshqasiga Galiley almashtirishlari deb ataladigan almashtirishlar yordamida o‘tiladi. Bu almashtirishlar haqida qo‘llanmaning boshqa bo‘limlarida batafsil to‘xtalib o‘tamiz.

1.1.2. Mavzu: Vektorlar va ular ustida amallar

Vektorlar mavzusi aslida fanimiz mavzulariga tegishli emas. Bu bilan maktab, litseylarda “Geometriya” fani yoki oliy o‘quv yurtlarida “Vektorlar algebrasi”va “Analitik geometriya” kurslari shug‘ullanadi. Lekin, ko‘p masalalarimiz vektor kattaliklar va ular ustida bajariladigan amallar bilan bog‘liq bo‘lgani uchun ushbu mavzuga qisqacha to‘xtalib o‘tamiz.

Yo‘nalishga ega bo‘lgan kesma ***vektor*** deyiladi. Vektorlarni lotincha kichkina harflar bilan yoki boshi va oxiridan iborat katta harflar bilan ham belgilanishi mumkin (1.1.2.1-*rasm*).



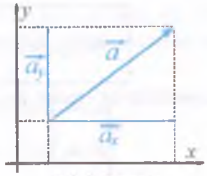
1.1.2.1-rasm

Vektorning moduli deb vektor kesmasining uzunligiga aytiladi va $|\vec{a}|$ yoki $|\overrightarrow{AB}|$ ko‘rinishda belgilanadi.

Vektorning biror o‘qdagi proyeksiyasi uning shu o‘qdagi ***koordinatasi*** deyiladi. Nuqtaning koordinatasidan farqli ravishda vektorning koordinatasi uzunlikka ega. Masalan, $\vec{a}(3;4)$ vektorning Ox o‘qdagi proyeksiyasi *3* birlik, Oy o‘qdagi proyeksiyasi *4* birlik uzunlikka ega.

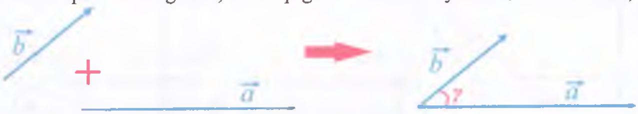
Vektor modulining koordinatalarga bog‘liqligi quyidagicha bo‘ladi (1.1.2.2-rasm):

$$\boxed{|\vec{a}|^2 = a_x^2 + a_y^2}$$



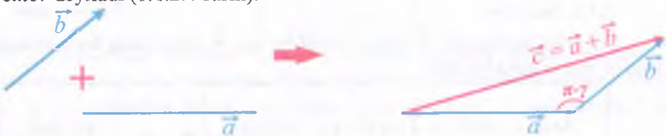
1.1.2.2-rasm

Ikki vektor orasidagi burchak deb ularning boshlari bir nuqtaga parallel ko‘chirib keltirib qo‘yilganda (vektorlarning ta’sir chiziqlari kesishganda) hosil qilgan burchakka aytiladi (1.1.2.3 -rasm).



1.1.2.3 -rasm

Bir vektorga ikkinchi vektorni qo‘shish uchun birinchi vektorning oxiriga ikkinchi vektorning boshi parallel ko‘chirib keltirib qo‘yiladi va birinchi vektorning boshidan ikkinchi vektorning oxiriga yo‘nalgan kesma ***yig‘indi vektor*** deyiladi (1.1.2.4-rasm).



1.1.2.4-rasm

Yig‘indi vektor va uning moduli quyidagicha bo‘ladi:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}\,, \qquad |\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\cdot|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\gamma}$$

Bir vektordan ikkinchi vektorni ayirish uchun ikkita vektorning ham boshlari bir nuqtaga parallel ko‘chirib keltiriladi va ikkinchi vektorning oxiridan birinchi vektorning oxiriga yo‘nalgan kesma ***ayirma vektor*** deyiladi (1.1.2.5-rasm).

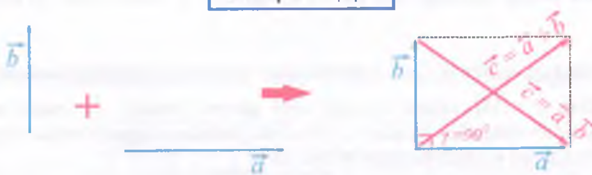
1.1.2.5-rasm

Ayirma vektor va uning moduli quyidagicha bo‘ladi:

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}\,, \qquad |\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\cdot|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\gamma}$$

Agar vektorlar orasidagi burchak $\gamma=90^0$ bo‘lsa, yig‘indi vektor va ayirma vektorlarning modullari (uzunliklari) o‘zaro teng va quyidagicha (1.1.2.6-rasm):

$$\boxed{|\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2}}$$



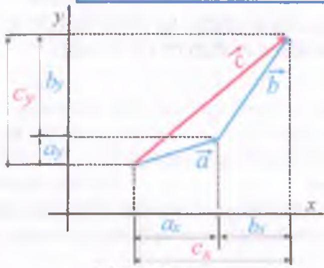
1.1.2.6-rasm

Ikki vektorni qo‘shganda koordinatalari ham mos holda qo‘shiladi (1.1.2.7-a,rasm).

$$\vec{a}(a_X;a_Y)+\vec{b}(b_X;b_Y)=\vec{c}(c_X;c_Y) \quad bo'lsa, \quad \begin{cases} c_X = a_X + b_X \\ c_Y = a_Y + b_Y \end{cases} \quad bo'ladi$$

Ikki vektorni ayirganda koordinatalari ham mos holda ayiriladi (1.1.2.7-b,rasm).

$$\vec{a}(a_X;a_Y)-\vec{b}(b_X;b_Y)=\vec{c}(c_X;c_Y) \quad bo'lsa, \quad \begin{cases} c_X = a_X - b_X \\ c_Y = a_Y - b_Y \end{cases} \quad bo'ladi$$



1.1.2.7-a,rasm

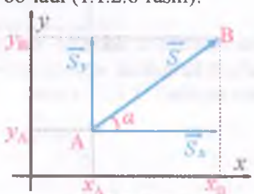
1.1.2.7-b,rasm

$\vec{a}$ vektorni λ songa ko'paytiganda $\vec{b}$ vektor hosil bo'lsa, $\vec{b}$ vektorning koordinatalari $\vec{a}$ vektorning koordinatalaridan λ marta katta bo'ladi.

$$Агар \ \lambda\cdot\vec{a}(\vec{a}_x;\vec{a}_y)=\vec{b}(\vec{b}_x;\vec{b}_y) \quad bo'lsa, \quad \begin{cases} \vec{b}_x = \lambda\cdot\vec{a}_x \\ \vec{b}_y = \lambda\cdot\vec{a}_y \end{cases} \quad bo'ladi$$

Agar biror jism Dekart koordinatalar sistemasida $A(x_A;y_A)$ nuqtadan $B(x_B;y_B)$ nuqtaga ko'chgan bo'lsa, ko'chish va uning o'qlardagi proyeksiyalari quyidagi ko'rinishda bo'ladi (1.1.2.8-rasm):

$$\begin{cases} \vec{S} = A\vec{B} \\ S_X = x_B - x_A \\ S_Y = y_B - y_A \end{cases} \qquad \begin{cases} |\vec{S}| = \sqrt{S_X^2 + S_Y^2} \\ S_X = S\cdot\cos\alpha \\ S_Y = S\cdot\sin\alpha \end{cases}$$



1.1.2.8-rasm

Bu yerda: α – ko'chishning gorizont bilan hosil qilgan burchagi.

Yuqoridagi formula va chizmalardan jismning harakati Oxy tekisligida yotgan masalalarni yechishda foydalanish mumkin. Masalan, oqar suvda suzayotgan qayiq yoki shamol ta'sirida bo'lgan samolyot kabi masalalarga duch kelganda ko'chishlarni aniqlash mumkin bo'ladi. Agar jismning harakati Oxz tekisligida yotgan masalalarga duch kelinsa, yuqoridagi rasm va formulalarda Oy o'q o'rniga Oz o'qini olish etarlidir. Masalan, shamol ta'sirida bo'lgan parashyutchi harakati yoki qiyalik bo'ylab tepaga chiqayotgan avtomombil harakati o'rganilayotgan masalalarda ana shunday yo'l tutish mumkin.

1.1.3. Mavzu: Harakatning berilish usullari

Nuqtaning holati asosan quyidagi uch usulda aniqlanadi: 1) vektor usul; 2) koordinatalar usuli; 3) tabiiy usul.

1. Vektor usul:

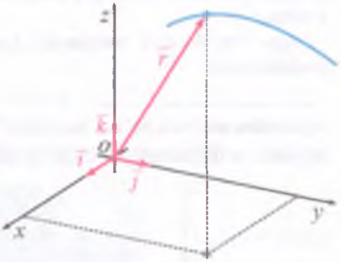
Ixtiyoriy M nuqta qo'zg'almas $Oxyz$ koordinatalar sistemasiga nisbatan harakatda bo'lsin. O va M nuqtalarni tutashtirib, $\vec{r}=\overline{OM}$ radius-vektorni hosil qilamiz (-rasm). M nuqta harakatlanganda vaqt o'tishi bilan uning radius-vektori $\vec{r}$ miqdor va yo'nalish jihatidan o'zgarib boradi. Agar nuqtaning radius-vektori vaqtning funksiyasi sifatida berilgan bo'lsa, ya'ni

$$\vec{r}=\vec{r}(t)$$

ma'lum bo'lsa, nuqtaning fazodagi istalgan paytdagi holati aniq bo'ladi.

Yuqoridagi tenglama nuqta harakatining *vektor ko'rinishidagi kinematik tenglamasi* deyiladi. Bu nuqta harakatining vektorli tenglamasi bo'lib, nuqtaning harakat qonunini ifodalaydi. Nuqta harakatining shu tarzda aniqlanishi uning *vektor usulda ifodalanishi* deyiladi.

$\vec{r}$ radius-vektor uchidagi M nuqtaning geometrik o'rni uning Trayektoriyasini, radius-vektorning esa godografini ifodalaydi (1.1.3.1-rasm).



1.1.3.1-rasm

Agar $\vec{r} = \overrightarrow{const}$ bo'lsa, M nuqta olingan sanoq sistemasiga nisbatan tinch holatda bo'ladi. Agar $r = const$ bo'lsa, M nuqta r radiusli sfera sirti yoki aylana yoyi bo'ylab harakatlanayotgan bo'ladi.

2.Koordinatalar usuli:

Dekart koordinatalar sistemasida M nuqtaning koordinatalarini x, y, z bilan belgilanadi. Nuqta harakatlanganda vaqt o'tishi bilan koordinatalar vaqtning bir qiymatli funksiyasi sifatida o'zgarib boradi.

$$\boxed{\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}}$$

Agar yuqoridagi tenglamalar berilgan bo'lsa, nuqtaning istalgan holatini aniqlash mumkin. Bu tenglamalar nuqta harakatining Dekart koordinatalaridagi kinematik tenglamalarini ifodalaydi.

M nuqtaning O koordinatalar boshiga nisbatan radius-vektorini $\vec{r}$, koordinata o'qlarining birlik yo'naltiruvchi ortlarini $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ bilan belgilasak,

$$\boxed{\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}$$

ifoda o'rinli bo'ladi. Ushbu tenglik harakatning vektorli va Dekart koordinatalar orqali aniqlash usullari orasidagi bog'lanishni ifodalaydi.

Agar M nuqta Oxy tekisligida harakatlansa, uning harakati

$$\boxed{\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}}$$

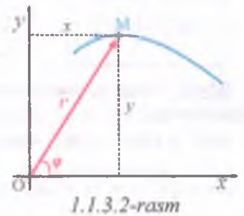
tenglamalar bilan aniqlanadi.

M nuqtaning to'g'ri chiziqli harakatini bitta tenglama bilan aniqlash mumkin bo'ladi.

$$\boxed{x = x(t)}$$

Harakat qutb koordinatalari orqali aniqlanishi uchun qutb radiusi r hamda qutb burchagi φ vaqtning funksiyasi sifatida berilishi kerak (1.1.3.2-rasm).

$$\boxed{\begin{cases} r = r(t) \\ \varphi = \varphi(t) \end{cases}}$$



1.1.3.2-rasm

Dekart koordinatalar sistemasi va qutb koordinatalar sistemasi bir-biri bilan o'zaro quyidagicha bog'langan:

$$\boxed{\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}}$$

3.Tabiiy usul:

O_1xyz koordinatalar sistemasiga nisbatan egri chiziqli harakatdagi nuqta Trayektoriyasining tenglamasini

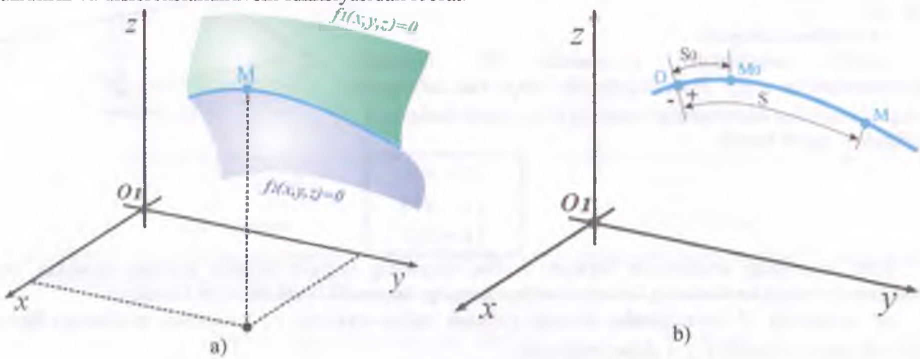
$$\boxed{f_1(x,y,z) = 0; \qquad f_2(x,y,z) = 0\,;} \qquad (*)$$

sirtlarning kesishish chizig'i deb qarash mumkin (1.1.3.3-a,rasm). Bu tenglama nuqtaning traektoryasini ifodalagani bilan uning harakatini ifodalay olmaydi. Chunki, nuqta ushbu trayektoriya bo'ylab turli qonuniyat bo'yicha (tekis, tez yoki sekin) harakatlanishi mumkin. Boshqacha aytganda, egri chiziqda sanoq boshi deb olingan ixtiyoriy qo‘zg‘almas O nuqtaga nisbatan hisoblanadigan M nuqtaning yoy koordinatasi vaqt o‘tishi bilan turlicha o‘zgarishi mumkin. Nuqtaning trayektoriyadagi holatini bir qiymatli aniqlash uchun yoy koordinatasining musbat va manfiy yo‘nalishlarini tanlab olamiz (1.1.3.3-b,rasm).

Agar trayektoriya tenglamasi hamda nuqta yoy koordinatasining vaqt o‘tishi bilan o‘zgarishini ifodalaydigan

$$\boxed{s = s(t)} \qquad (**)$$

munosobat ma’lum bo‘lsa, nuqtaning harakatini to‘la aniqlash mumkin. Bunda $s(t)$ vaktning bir qiymatli, uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyasidan iborat.



1.1.3.3-rasm

Nuqtaning harakatini (*) va (**) tenglamalar vositasida aniqlash uni *tabiiy usulda aniqlash* deyiladi.

Shunday qilib nuqtaning harakatini tabiiy usulda aniqlash uchun quyidagi shartlar bajarilish kerak bo‘ladi:

1) tanlangan koordinatalar sistemasiga nisbatan Trayektoriya tenglamasi;
2) Trayektoriyada sanoq boshi uchun qabul qilingan nuqta;
3) harakatning musbat va manfiy yo‘nalishlari;
4) nuqtaning Trayektoriya bo‘ylab yoy koordinatasining o‘zgarish qonuni.

Agar nuqtaning Dekart koordanitalar sistemasidagi harakat tenglamalari $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ berilgan bo‘lsa, yoy koordinatasining o‘zgarish tenglamasini quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{s = \int_0^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\, dt}$$

<u>**Isboti:**</u> Bizga geometriyadan ma’lum bo‘lgan parallelepiped dioganali va tomonlari orasidagi munosobatdan foydalanmiz.

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2 = (\vartheta_x dt)^2 + (\vartheta_y dt)^2 + (\vartheta_z dt)^2 = \left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right)(dt)^2 , \rightarrow$$

$$ds = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\, dt , \quad \rightarrow \quad s = \int_0^t ds = \int_0^t \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\, dt .$$

Shunday qilib, harakat asosan 3 xil usulda berilishi mumkin ekan. Masalalar ishlaganda Shulardan koordinatalar usuliga eng ko‘p duch kelamiz.

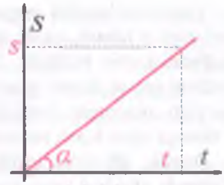
1.1.4. Mavzu: To‘g‘ri chiziqli tekis harakat va uning tezligi

Trayektoriyasi to‘g‘ri chiziqdan iborat bo‘lgan jism teng vaqtlar ichida teng masofalarga ko‘chsa, bunday harakat ***to‘g‘ri chiziqli tekis harakat*** deyiladi. Agar jism har sekundda bir xil 20 metr masofga ko‘chsa, uning harakatini deyarli tekis harakat deyish mumkin bo‘ladi. Jismning harakatini o‘rganishda uning vaqt birligi ichida bosib o`tgan yo‘lini topish muhimdir.

Vaqt birligi ichida bosib o‘tilgan yo‘lga miqdor jihatidan teng bo‘lgan kattalikka tezlik deyiladi.

To‘g‘ri chiziqli tekis harakatda tezlik va ko‘chish quyidagicha bog‘langan bo‘ladi (1.1.4.1-*rasm*):

$$\vartheta = \frac{S}{t} = tg\alpha \qquad \left[\frac{m}{s}\right]$$
$$S = \vartheta \cdot t \qquad [m]$$



1.1.4.1-rasm

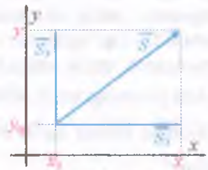
Rasmdan ham ko‘rinib turibdiki, yo‘l va vaqt bog‘langan grafikda grafikning gorizont bilan hosil qilgan burchak tangensi tezlikni berar ekan.

Boshqacha aytganda, tezlik vaqt bo‘yicha yo‘ldan olingan birinchi tartibli hosilaga tengdir.

$$\vartheta = \dot{S}_t$$

Agar to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan jism koordinatalar tekisligida $(x_0; y_0)$ nuqtadan $(x; y)$ nuqtaga t vaqt ichida ko‘chsa, tezlik va uning o‘qlardagi proyeksiyalari quyidagicha bo‘ladi (1.1.4.2-rasm):

$$\begin{cases} \vartheta = \sqrt{\vartheta_X^2 + \vartheta_Y^2} \\ \vartheta_X = \dfrac{S_X}{t} = \dfrac{x - x_0}{t} \\ \vartheta_Y = \dfrac{S_Y}{t} = \dfrac{y - y_0}{t} \end{cases}$$

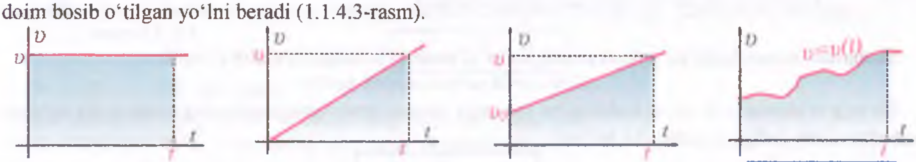


1.1.4.2 -rasm

Isboti: Tezlikni formulasidan foydalanib so‘ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$$\vartheta = \frac{S}{t} = \frac{\sqrt{S_X^2 + S_Y^2}}{t} = \sqrt{\left(\frac{S_X}{t}\right)^2 + \left(\frac{S_Y}{t}\right)^2} = \sqrt{\vartheta_X^2 + \vartheta_Y^2}.$$

Tezlik va vaqt bog‘langan har qanday grafikda chegaralangan yuza (yoki grafik tagidagi yuza) har doim bosib o‘tilgan yo‘lni beradi (1.1.4.3-rasm).



$$S = \vartheta \cdot t \qquad S = \frac{1}{2} \cdot \vartheta \cdot t \qquad S = \frac{\vartheta + \vartheta_0}{2} \cdot t \qquad S = \int_0^t \vartheta(t)dt$$

1.1.4.3 -rasm

Ko‘pincha, jismning harakat tezligi $\frac{km}{soat}$ larda berilib, uni $\frac{m}{s}$ larda ifodalash kerak bo‘ladi. Shuning uchun tezlikning bu o‘lchovlari orasidagi bog‘lanishini bilish muhimdir.

Tezlikning $\frac{m}{s}$ va $\frac{km}{soat}$ o‘lchovlari orasidagi bog‘lanish quyidagicha bo‘ladi:

$$1\frac{m}{s} = 3{,}6\frac{km}{soat} \qquad 1\frac{km}{soat} = \frac{1}{3{,}6}\frac{m}{s}$$

Isboti: Bunda $1km = 1000\,m$ hamda $1\,soat = 3600\,s$ ekanligidan foydalanamiz. $1\frac{m}{s} = \frac{10^{-3}km}{1\,soat/3600} = 3{,}6\frac{km}{soat}$.

1.1.5. Mavzu: Harakatning nisbiyligi. Nisbiy tezlik

Kuzatuvchi $20\,m/s$ tezlik bilan to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan mashinani kuzatayotgan bo‘lsin. Bunda kuzatuvchi fizikadan xabari bo‘lmasa-da, o‘zi bilmagan holda sanoq jismi deb Yerni oladi, unga koordinatalar sitemasini bog‘laydi va Ox o‘qining musbat yo‘nalishini mashinaning harakat yo‘nalishiga moslaydi. Aytadiki, mashina $20\,m/s$ tezlik bilan ana shu tomonga harakatlanayapti deydi.

Vaziyatni batafsil o'rganaylik. Kuzatuvchi mashina tezligini Yerga bog'langan sanoq sistemasiga nisbatan o'lchadi, ya'ni shartli ravishda Yerni qo'zg'almas deb qa'bul qildi. Topilgan tezlik Yerga nisbatan nisbiy tezlikdir. Lekin, mashinaning absalyut tezligini topish mumkin emas. Chunki absalyut tezlikni topish uchun Yerning o'z o'qi va Quyosh atrofidagi aylanma tezligi, Quyoshning Galaktikamiz bo'ylab qilayotgan harakat tezligi, o'z navbatida Galakatikaning harakat tezligi va hokozo tezliklarni e'tiborga olish kerak bo'ladi. Bularni aniqlashning esa hecham iloji yo'q.

Demak, absalyut tezlikni topish mumkin emas, chunki absalyut sanoq sistemasining o'zi yo'q. Tabiatda absalyut (mutlaqo) tinch turgan jismning o'zi bo'lmagani uchun, hech bir jismga bog'langan sanoq sistemasi absalyut sanoq sitemasi bo'la olmaydi. Jism tinch turibdi yoki harakatlanayapti degan tushunchalar nisbiy tushunchadir. Jism bir vaqtning o'zida qaysidir sanoq sistemasiga nisbatan tinch, qaysidir sanoq sistemasiga nisbatan esa harakatda bo'ladi.

Masalan, ikki parallel relslarda ikkita poyezd bir xil tezlik bilan bir tomonga harakatlanayotgan bo'lsin. Poyezdning ichida o'tirgan kuzatuvchi ikkinchi poyezdni harakatsiz, bino va daraxtlarni esa orqa tomonga harakatlanayapti deb o'ylaydi. Haqiqatan ham kuzatuvchi o'tirgan poyezdga nisbatan shunday, lekin Yerga bog'langan sanoq sistemasida esa vaziyat butunlay aksincha bo'ladi.

Jismning qaysi sanoq sistemasiga nisbatan tezligi o'rganilayotgan bo'lsa, o'sha sanoq sistemasini shartli ravishda qo'zg'almas deb olinadi. Jismlarning bir-biriga nisbatan nisbiy tezligi taqqoslanayotganda, tezlik vektorlari ayiriladi.

Agar ikkita jismning tezlik vektorlari $\vec{\vartheta}_1$ va $\vec{\vartheta}_2$, vektoralr orasidagi burchak γ ga teng bo'lsa, birinchi jismning ikkinchi jismga nisbatan nisbiy tezlik vektori $\vec{\vartheta}_{1/2}$ va uning moduli $|\vec{\vartheta}_{1/2}|$ quyidagicha bo'ladi (1.1.5.1-rasm):

$$\vec{\vartheta}_{1/2} = \vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta}_2$$

$$|\vec{\vartheta}_{1/2}| = \sqrt{|\vec{\vartheta}_1|^2 + |\vec{\vartheta}_2|^2 - 2\cdot|\vec{\vartheta}_1|\cdot|\vec{\vartheta}_2|\cdot\cos\gamma}$$

1.1.5.1-rasm

Shulardan, masalalarda ko'p duch keladigan ba'zi xususiy hollarga to'xtalib o'taylik.

Nisbiy tezlik uchun xususiy hollar.

Bir to'g'ri chiziqda ϑ_1 va ϑ_2 tezliklar bir tomonga harakatlanayotgan jismlarning birining ikkinchisiga nisbatan nisbiy tezligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{1/2} = \vartheta_1 - \vartheta_2}$$

Bu yerda $\gamma = 0^0$ deb olindi.

Bir to'g'ri chiziqda ϑ_1 va ϑ_2 tezliklar bir-biriga yaqinlashayotgan yoki bir-biridan uzoqlashayotgan jismlarning birining ikkinchisiga nisbatan nisbiy tezligi quyidagicha:

$$\boxed{\vartheta_{1/2} = \vartheta_1 + \vartheta_2}$$

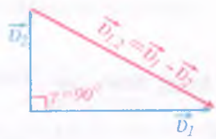
Bu yerda $\gamma = 180^0$ deb olindi.

ϑ_1 va ϑ_2 tezliklar tezliklar bilan o'zaro perpendikulyar ravishda harakatlanayotgan jismlarning birining ikkinchisiga nisbatan nisbiy tezligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{1/2} = \sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}}$$

Bu yerda $\gamma = 90^0$ deb olindi.

Shunday qilib, jismlarning bir-biriga nisbatan nisbiy vaziyatining o'zgarishini ularning nisbiy tezliklari hal etar ekan.



1.1.5.2-rasm

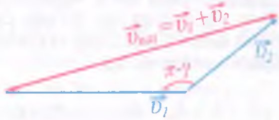
Jismlar qanchalik katta tezlik bilan harakatlanmasin, ularning nisbiy tezligi nolga teng bo'lsa, u holda bu jismlarning nisbiy vaziyati hech qachon o'zgarmaydi, ya'ni ular bir-biriga nisbatan tinch turadilar.

1.1.6. Mavzu: Tezliklarni qo'shish.

Ba'zan jismga bir necha harakatlantiruvchi kuchlar ta'sir etib, natijaviy harakat yo'nalishi va miqdori so'raladi. Masalan, samolyot o'z yo'nalishida harakatlanishiga shamol xalaqit beradi. Shuning uchun manzildan adashmaslik uchun shamolning ta'sirini ham e'tiborga olgish kerak bo'ladi. Xuddi shuningdek, kater harkatiga suv oqimi ta'sir ko'rsatadi. Jismni harakatga keltiruvchi bir necha kuch ta'sir etayotgan bo'lib, natijaviy harakat yo'nalishi va miqdorini topish uchun har bir ta'sir tezliklari geometrik qo'shiladi. Chunki tezlik – vektor kattalikdir.

Agar bitta jismga ikkita harakatni yuzaga keltiruvchi kuch ta'sir qilayotgan bo'lsa va birinchi ta'sirning tezlik vektori $\vec{\vartheta}_1$ va ikkinchi ta'sirning tezlik vektori $\vec{\vartheta}_2$ bo'lib ular orasidagi burchak γ ga teng bo'lsa, jismning natijaviy tezlik vektori $\vec{\vartheta}_{nat}$ va uning moduli $\left|\vec{\vartheta}_{nat}\right|$ quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{\begin{gathered}\vec{\vartheta}_{nat}=\vec{\vartheta}_1+\vec{\vartheta}_2\\ \left|\vec{\vartheta}_{nat}\right|=\sqrt{\left|\vec{\vartheta}_1\right|^2+\left|\vec{\vartheta}_2\right|^2+2\cdot\left|\vec{\vartheta}_1\right|\cdot\left|\vec{\vartheta}_2\right|\cdot\cos\gamma}\end{gathered}}$$



1.1.6.1-rasm

Shulardan, masalalarda ko'p duch keladigan ba'zi xususiy hollarga to'xtalib o'taylik. Xususiy hollarni esa masalalar yechishda ko'p duch keladigan qayiq va suv misolida ko'raylik.

Tezliklarni qo'shish uchun xususiy hollar

Agar turg'un suvdagi tezligi $\vec{\vartheta}_q$ bo'lgan qayiq oqimining tezligi $\vec{\vartheta}_s$ bo'lgan daryo oqimining yo'nalishida harakatlanayotgan bo'lsa, qayiqning qirg'oqqa nisbatan natijaviy tezligi ϑ_{nat} quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{nat}=\vartheta_q+\vartheta_S}$$

Bu yerda $\gamma=0^0$ deb olindi.

Agar turg'un suvdagi tezligi $\vec{\vartheta}_q$ bo'lgan qayiq oqimining tezligi $\vec{\vartheta}_S$ bo'lgan daryoda oqimga qarshi harakatlanayotgan bo'lsa, qayiqning qirg'oqqa nisbatan natijaviy tezligi ϑ_{nat} quyidagicha bo'ladi:

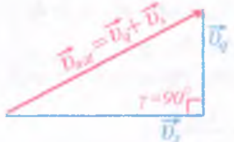
$$\boxed{\vartheta_{nat}=\vartheta_q-\vartheta_S}$$

Bu yerda $\gamma=180^0$ deb olindi.

Agar qayiq bir qirg'oqdan ikkinchi qirg'oqqa qirg'oqqa tik holda o'tayotgan bo'lsa, qayiqning qirg'oqqa nisbatan natijaviy tezligi ϑ_{nat} quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{nat}=\sqrt{\vartheta_q^2+\vartheta_S^2}}$$

Bu yerda burchak $\gamma=90^0$ deb olindi.

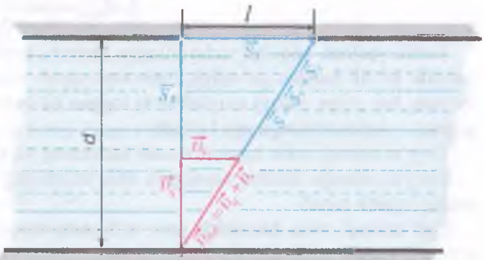


1.1.6.2 -rasm

Agar qayiq daryoga tik holda suzayotgan bo'lsa, qayiq va suvning tezligi hamda daryoning eni va suv qayiqni surib ketish masofasini bilgan holda ular orasida bog'lanishni hosil qilish mumkin. Agar qayiq daryoga tik holda suzayotgan bo'lsa, $\vartheta_q, \vartheta_s, S_x, S_y$ kattaliklar orasidagi bog'lanish quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{\begin{gathered}tg\alpha=\frac{\vartheta_S}{\vartheta_K}=\frac{S_x}{S_y}\\ t=\frac{S_y}{\vartheta_q}=\frac{S_x}{\vartheta_S}=\frac{S}{\vartheta_{nat}}\end{gathered}}$$

Bu yerda: S_x–narigi qirg'oqqa o'tguncha oqim qayiqni surib ketish masofasi;
S_y–daryoning eni.



1.1.6.3-rasm

Agar qayiqning daryo oqimi bo'yicha biror joyga suzib borishdagi tezligi ϑ_{bor}, o'sha joydan oqimga qarshi suzib kelishdagi tezligi ϑ_{kel} bo'lsa, qayiqning turg'un suvdagi tezligi ϑ_q va suv oqimining tezligi ϑ_s quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta_q = \dfrac{\vartheta_{bor} + \vartheta_{kel}}{2} \\ \vartheta_s = \dfrac{\vartheta_{bor} - \vartheta_{kel}}{2} \end{cases} \quad \textit{bu yerda} \quad \begin{cases} \vartheta_{bor} = \vartheta_q + \vartheta_s = \dfrac{s}{t_{bor}} \\ \vartheta_{kel} = \vartheta_q - \vartheta_s = \dfrac{s}{t_{kel}} \end{cases}}$$

Isboti: Qayiq daryo oqimi bo'ylab borganda, qayiqning qirg'oqqa nisbatan borish tezligi qayiq va suvning tezliklar yig'indisiga teng bo'ladi. Qayiq daryo oqimiga qarshi suzib orqaga qaytganda esa, qayiqning qirg'oqqa nisbatan kelish tezligi qayiq va suvning tezliklar ayirmasiga teng bo'ladi. Shulardan foydalanib so'ralgan kattalikni aniqlash mumkin bo'ladi.

$$\begin{cases} \vartheta_q + \vartheta_s = \vartheta_{bor} & (1) \\ \vartheta_q - \vartheta_s = \vartheta_{kel} & (2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1)+(2) \\ (1)-(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\vartheta_q = \vartheta_{bor} + \vartheta_{kel} \\ 2\vartheta_s = \vartheta_{bor} - \vartheta_{kel} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vartheta_q = \dfrac{\vartheta_{bor} + \vartheta_{kel}}{2} \\ \vartheta_s = \dfrac{\vartheta_{bor} - \vartheta_{kel}}{2} \end{cases}.$$

Masalalar yechishda ko'p uchraydigan yana bir masalani qaraylik.

Agar qayiqning oqim bo'yicha borish vaqti t_{bor}, qaytib kelish vaqti t_{kel} ma'lum bo'lsa, solning borish vaqti t_{sol} quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{t_{sol} = \frac{2t_{kel}\,t_{bor}}{t_{kel} - t_{bor}}}$$

Isboti: Berilgan kattaliklar, tezliklarni qo'shish formulasidan foydalanib so'ralgan kattalikni aniqlashimiz mumkin.

$$\begin{cases} t_{bor} = \dfrac{S}{\vartheta_{bor}} = \dfrac{S}{\vartheta_q + \vartheta_s} \\ t_{kel} = \dfrac{S}{\vartheta_{kel}} = \dfrac{S}{\vartheta_q - \vartheta_s} \\ t_{sol} = \dfrac{S}{\vartheta_s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = \vartheta_{bor} \cdot t_{bor} = (\vartheta_q + \vartheta_s) \cdot t_{bor} \\ S = \vartheta_{kel} \cdot t_{kel} = (\vartheta_q - \vartheta_s) \cdot t_{kel} \end{cases}$$

$$\vartheta_{bor} \cdot t_{bor} = (\vartheta_q + \vartheta_s) \cdot t_{bor} = \vartheta_{kel} \cdot t_{kel} = (\vartheta_q - \vartheta_s) \cdot t_{kel}, \Rightarrow \vartheta_s \cdot (t_{bor} + t_{kel}) = \vartheta_q \cdot (t_{kel} - t_{bor})$$

$$\vartheta_q = \frac{t_{kel} + t_{bor}}{t_{kel} - t_{bor}} \cdot \vartheta_s; \Rightarrow t_{bor} = \frac{S}{\vartheta_q + \vartheta_s} = \frac{S}{\dfrac{t_{kel} + t_{bor}}{t_{kel} - t_{bor}} \cdot \vartheta_s + \vartheta_s} = \frac{t_{kel} - t_{bor}}{2 \cdot t_{kel}} \cdot \frac{S}{\vartheta_s} = \frac{t_{kel} - t_{bor}}{2 \cdot t_{kel}} \cdot t_{sol}$$

$$t_{sol} = \frac{2t_{kel}\,t_{bor}}{t_{kel} - t_{bor}}.$$

1.1.7. Mavzu: Oniy va o'rtacha tezlik

Agar jism juda kichik elementar vaqt oralig'ida juda kichik elementar masofani bosib o'tsa, elementar yo'lning elementar vaqtga nisbatiga teng kattalik o'sha ondagi ***oniy tezlik*** deyiladi.

$$\boxed{\vartheta_{oniy} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} = S',}$$

Tezlik yo'ldan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga tengdir. Oniy tezlik tezlik kabi vektor kattalik bo'lib harakat yo'nalgan tomonga qarab yo'naladi. Jismning tezligini qaysi vaqt onida topgan bo'lsak, biz o'sha ondagi oniy tezlikni topgan bo'lamiz. Boshqa vaqt onlari uchun oniy tezlik boshqacha qiymat va yo'nalishlarga ega bo'ladi.

To'g'ri chiziqli tekis harakatda oniy tezlikning yo'nalishi ham, miqdori ham o'zgarmaydi.

To'g'ri chiziqli notekis harakatda oniy tezlikning yo'nalishi o'zgarmasdan, faqat uning miqdori har onda o'zgarib turadi.

Egri chiziqli tekis harakatda oniy tezlikning miqdori o'zgarmasdan, faqat uning yo'nalishi har onda o'zgarib turadi.

Egri chiziqli notekis harakatda oniy tezlikning yo'nalishi ham, uning miqdori ham har onda o'zgarib turadi.

O'rtacha tezlik deb umumiy bosib o'tilgan yo'lning umumiy vaqtga nisbatiga aytiladi

$$\vartheta_{o'rt}=\frac{s_{um}}{t_{um}}$$

Jismning o'rtacha tezligini topayotganda vaqtning turli paytlaridagi oniy tezliklar bizni qiziqtirmaydi. Bizga umumiy yo'l va umumiy vaqt kerak xolos.

Masalan, avtobus $750\,km$ masofadagi Termezdan Toshkentga $15\,soat$da etib kelgan bo'lsa, butun yo'ldagi o'rtacha tezlik $50\,km/soat$ bo'ladi. Balkim, avtobus yo'lning tekis qismida tezlikni $120\,km/soat$gacha oshirgandir, tog'li joylarda esa $25\,km/soat$ tezlik bilan yurgandir. Balkim, avtobus yo'lda $1\,soat$ to'xtab yo'lovchilar ovqatlangandir, avtobus buzilib qolgandir yoki DAN xodimlari tekshiruv o'tkazgandir va hokoza. Bularning barchasi bizga ahamiyatsiz bo'lib, faqat umumiy yo'l va umumiy vaqtni bilishimiz etarlidir. O'rtacha tezlik ana shu kattaliklar orqali ifodalanadi.

Agar jism bo'sib o'tgan jami yo'l bir necha qismlardan iborat bo'lib, ana shu qismlarda jism tekis harakat qilgan bo'lsa, o'rtacha tezlikni aniqlash mumkin.

Agar jism to'g'ri chiziqli harakatda s_1 yo'lni t_1 vaqtda, s_2 yo'lni t_2 vaqtda, s_3 yo'lni t_3 vaqtda va hokazo s_n yo'lni t_n vaqtda bosib o'tsa, butun yo'ldagi o'rtacha tezlik quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\vartheta_{o'rt}=\frac{s_{um}}{t_{um}}=\frac{s_1+s_2+s_3+\ldots+s_n}{t_1+t_2+t_3+\ldots+t_n}$$

Agar jism ϑ_1 tezlik bilan t_1 vaqt, ϑ_2 tezlik bilan t_2 vaqt va hokazo ϑ_n tezlik bilan t_n vaqt harakatlansa, butun yo'ldagi o'rtacha tezlik quyidagicha topiladi:

$$\vartheta_{o'rt}=\frac{s_{um}}{t_{um}}=\frac{\vartheta_1 t_1+\vartheta_2 t_2+\vartheta_3 t_3+\ldots+\vartheta_n t_n}{t_1+t_2+t_3+\ldots+t_n}$$

Agar jism s_1 yo'lni ϑ_1 tezlik bilan s_2 yo'lni ϑ_2 tezlik bilan va hokazo s_n yo'lni ϑ_n tezlik bilan o'tsa, butun yo'ldagi o'rtacha tezlik quyidagicha topiladi:

$$\vartheta_{o'rt}=\frac{s_{um}}{t_{um}}=\frac{s_1+s_2+s_3+\ldots+s_n}{\frac{s_1}{\vartheta_1}+\frac{s_2}{\vartheta_2}+\frac{s_3}{\vartheta_3}+\ldots+\frac{s_n}{\vartheta_n}}$$

O'rtacha tezlikni aniqlashga doir masalalar yechishda ko'p uchraydigan holatlar uchun yana bir nechta xususiy formulalarni keltirish mumkin.

O'rtacha tezlik uchun xususiy hollar

Quyida keltirilgan formulalar Yuqoridagi formulalardan kelib chiqadigan xususiy formulalardir.

Agar jism yo'lning dastlabki yarmini ϑ_1 tezlik bilan, qolgan yarmini ϑ_2 tezlik bilan o'tsa, butun harakat vaqtidagi o'rtacha tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\vartheta_{o'rt}=\frac{2\vartheta_1\vartheta_2}{\vartheta_1+\vartheta_2}$$

__Isboti:__ Bunda har bir qismdagi yo'llar o'zaro teng bo'lib, ular umumiy yo'lning yarmiga teng, ya'ni $s_1=s_2=\frac{s}{2}$ bo'ladi. O'rtacha tezlik esa $\vartheta_{o'rt}=\frac{s_1+s_2}{\frac{s_1}{\vartheta_1}+\frac{s_2}{\vartheta_2}}=\frac{s}{\frac{s}{2\vartheta_1}+\frac{s}{2\vartheta_2}}=\frac{s}{\frac{s}{2}\cdot\frac{\vartheta_1+\vartheta_2}{\vartheta_1\vartheta_2}}=\frac{2\vartheta_1\vartheta_2}{\vartheta_1+\vartheta_2}$ bo'ladi.

Agar jism umumiy vaqtning dastlabki yarmini ϑ_1 tezlik bilan ikkinchi yarmini ϑ_2 tezlik bilan o'tsa, butun harakat davomidagi o'rtacha tezlik

$$\vartheta_{o'rt}=\frac{\vartheta_1+\vartheta_2}{2}$$

Isboti: Bunda har bir qismini bosib o'tish vaqtlari o'zaro teng bo'lib, ular umumiy harakat vaqtining yarmiga teng, ya'ni $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$ bo'ladi. O'rtacha tezlik esa $\vartheta_{o'rt} = \frac{\vartheta_1 t_1 + \vartheta_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{\vartheta_1 \frac{t}{2} + \vartheta_2 \frac{t}{2}}{t} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}$ bo'ladi.

Agar jism butun yo'lning dastlabki $1/3$ qismini ϑ_1 tezlik bilan, qolgan $2/3$ qismini ϑ_2 tezlik bilan o'tsa, butun yo'l davomidagi o'rtacha tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{o'rt} = \frac{3\vartheta_1 \vartheta_2}{2\vartheta_1 + \vartheta_2}}$$

Isboti: Bunda umumiy yo'lning dastlabki qismi $s_1 = \frac{1}{3}s$ ga, keyingi qismi esa $s_2 = \frac{2}{3}s$ ga teng. O'rtacha tezlik $\vartheta_{o'rt} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{\vartheta_1} + \frac{s_2}{\vartheta_2}} = \frac{s}{\frac{s}{3\vartheta_1} + \frac{2s}{3\vartheta_2}} = \frac{s}{\frac{s}{3} \cdot \frac{2\vartheta_1 + \vartheta_2}{\vartheta_1 \vartheta_2}} = \frac{3\vartheta_1 \vartheta_2}{2\vartheta_1 + \vartheta_2}$ ga teng bo'ladi.

Agar jism umumiy harakat vaqtning dastlabki $1/3$ qismini ϑ_1 tezlik bilan, qolgan $2/3$ qismini ϑ_2 tezlik bilan o'tsa, butun harakat vaqtidagi o'rtacha tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{o'rt} = \frac{\vartheta_1 + 2\vartheta_2}{3}}$$

Isboti: Bunda umumiy harakat vaqtining dastlabki qismi $t_1 = \frac{1}{3}t$ ga, keyingi qismi esa $t_2 = \frac{2}{3}t$ ga teng. O'rtacha tezlik $\vartheta_{o'rt} = \frac{\vartheta_1 t_1 + \vartheta_2 t_2}{t_1 + t_2} = \frac{\vartheta_1 \frac{t}{3} + \vartheta_2 \frac{2t}{3}}{t} = \frac{\vartheta_1 + 2\vartheta_2}{3}$ ga teng bo'ladi.

Daryoning bo'yida ikkita punkt joylashgan bo'lib, bu punktlarga daryo orqali qatnov amalga oshirilsin. Motorli qayiq birinchi punktdan ikkinchisiga borishda oqim bo'ylab, qaytishda esa oqimga qarshi suzsin.

Agar qayiqning borib kelishdagi o'rtacha tezligi $\vartheta_{o'rt}$ bo'lib, kelish vaqti borish vaqtidan n marta katta bo'lsa, qayiqning turg'un suvdagi tezligi va suv oqimining tezligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_q = \frac{(n+1)^2}{4n}\vartheta_{o'rt}, \qquad \vartheta_s = \frac{n^2-1}{4n}\vartheta_{o'rt}}$$

Isboti: Qayiqning kelish vaqti borish vaqtidan n marta katta ekanligidan qayiqning borish tezligi $\vartheta_{bor} = \vartheta_q + \vartheta_s$ kelish tezligi $\vartheta_{kel} = \vartheta_q - \vartheta_s$ dan n marta katta ekanligi kelib chiqadi, ya'ni $n = \frac{t_{kel}}{t_{bor}} = \frac{\frac{S}{\vartheta_q - \vartheta_s}}{\frac{S}{\vartheta_q + \vartheta_s}} = \frac{\vartheta_q + \vartheta_s}{\vartheta_q - \vartheta_s}$ bo'ladi. Bundan esa suv va qayiq tezliklari orasidagi bog'lanish kelib chiqadi, ya'ni $n\vartheta_q - n\vartheta_s = \vartheta_q + \vartheta_s$, $\Rightarrow$ $\vartheta_q(n-1) = \vartheta_s(n+1)$, $\Rightarrow$ $\vartheta_s = \frac{n-1}{n+1}\vartheta_q$ ga ega bo'laimiz. O'rtacha tezlik uchun chiqarilgan xususiy formuladan foydalanib, ushbu formulani aniqlaymiz, ya'ni $\vartheta_{o'rt} = \frac{2\vartheta_{bor}\vartheta_{kel}}{\vartheta_{bor} + \vartheta_{kel}} = \frac{2(\vartheta_q + \vartheta_s)(\vartheta_q - \vartheta_s)}{\vartheta_q + \vartheta_s + \vartheta_q - \vartheta_s} = \frac{\vartheta_q^2 - \vartheta_s^2}{\vartheta_q} = \frac{\vartheta_q^2 - (\frac{n+1}{n-1}\vartheta_q)^2}{\vartheta_q} = \frac{4n}{(n+1)^2}\vartheta_q$ bo'ladi. Bundan esa so'ralgan kattalik $\vartheta_q = \frac{(n+1)^2}{4n}\vartheta_{o'rt}$, $\Rightarrow$ $\frac{n-1}{n+1} \cdot \frac{(n+1)^2}{4n}\vartheta_{o'rt} = \frac{n^2-1}{4n}\vartheta_{o'rt}$ kelib chiqadi.

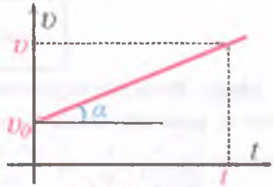
1.1.8. Mavzu: To'g'ri chiziqli tekis o'zgaruvchan harakat

Agar jism teng vaqtlar ichida teng masofalarga siljimasa, bunday harakat ***notekis harakat*** deyiladi. Odatda turli transport vositalari, samolyot, kema va hokozalar ideal tekis harakat qilmaydi. Trayektoriyaning turli nuqtalarida ularning tezliklari turlicha bo'ladi. Notekis harakatning turli-tuman ko'rinishlari bor. Shulardan eng ko'p qo'llaniladigani – to'g'ri chiziqli tekis o'zgaruvchan harakatdir.

Agar trayektoriyasi to'g'ri chiziqdan iborat bo'lgan jismning tezligi teng vaqtlar ichida teng miqdorlarga o'zgarsa (oshsa yoki kamaysa), bunay harakat ***to'g'ri chiziqli tekis o'zgaruvchan (tezlanuvchan yoki sekinlanuvchan) harakat*** deyiladi.

Agar to‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakat qilayotgan jism o‘z tezligini t vaqt ichida ϑ_0 dan ϑ gacha tekis o‘zgartirsa, tezlik o‘zgarishining vaqtga nisbatiga teng bo‘lgan bunday kattalikka jismning tezlanishi deyiladi va u quyidagicha bo‘ladi (1.1.8.1-rasm):

$$a=\frac{\Delta\vartheta}{t}=\frac{\vartheta-\vartheta_0}{t}=tg\alpha \qquad \left[\frac{m}{s^2}\right]$$



1.1.8.1-*rasm*

Rasmdan ko‘rinib turibdiki, tezlik va vaqt bog‘langan grafikda grafikning gorizont bilan hosil qilgan burchak tangensi tezlanishni berar ekan. Boshqacha aytganda, tezlanish vaqt bo‘yicha tezlikdan olingan birinchi tartibli hosilaga yoki koordinatadan olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng bo‘ladi.

$$a=\dot{\vartheta}_t=\ddot{x}_t; \quad \vartheta=\dot{x}_t$$

Tezlanish vektor kattalik bo‘lib, u tezlik o‘zgargan tomonga tomon yo‘naladi. Uning yo‘nalishi to‘g‘ri chiziqli tekis tezlanuvchan harakatda harakat yo‘nalgan tomonga, sekinlanuvchan harakatda esa harakat yo‘nalishiga qarama-qarshi tomonga yo‘naladi. Tezlanish m/s^2 larda o‘lchanadi. Agar jism o‘z tezligini $1s$ vaqt ichida $1m/s$ ga o‘zgartirsa, uning tezlanishi $1\ m/s^2$ ga teng bo‘ladi.

Tekis tezlanuvchan harakatda $a>0$ bo‘lib, jismning tezligi har sekundda a ga ortib boradi. Tekis sekinlanuvchan harakatda esa $a<0$ bo‘lib, jismning tezligi har sekundda a ga kamayib boradi.

To‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakat qilayotgan jismning oniy tezligi har onda o‘zgarib turadi, ya’ni jismning oniy tezligi chiziqli holda tekis oshadi yoki tekis kamayadi. To‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakat qilayotgan jismning oniy tezligi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

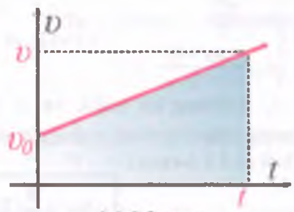
$$\begin{cases}\vartheta=\vartheta_0+|a|t & -tezlanuvchan\\ \vartheta=\vartheta_0-|a|t & -sekinlanuvchan\end{cases}$$

To‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakatda bosib o‘tilgan yo‘l (yoki ko‘chish)ni topish uchun tezlik va vaqt bog‘langan grafik quriladi, so‘ngra grafik bilan chegaralangan yuza hisoblab topiladi. To‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakat qilayotgan jismning o‘tgan yo‘lini topishning uchta formulasi quyidagicha bo‘ladi (1.1.8.2-rasm):

$$S=\frac{\vartheta_0+\vartheta}{2}t \qquad (1)$$

$$S=\left|\frac{\vartheta^2-\vartheta_0^2}{2a}\right| \qquad (2)$$

$$\begin{cases}S=\vartheta_0 t+\dfrac{|a|t^2}{2} & -tezlanuvchan\\ S=\vartheta_0 t-\dfrac{|a|t^2}{2} & -sekinlanuvchan\end{cases} \qquad (3)$$



1.1.8.2-rasm

To‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakat qilayotgan jismning ixtiyoriy vaqt momentidagi vaziyatini bilish uchun koordinata va vaqt bog‘langan ifodani, ya’ni harakat tenglamasini aniqlash kerak bo‘ladi. To‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakat qilayotgan jismning harakat tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$x=x_0+\vartheta_0 t+\frac{|a|t^2}{2}$$

tekis tezlanuvchan

$$x=x_0+\vartheta_0 t-\frac{|a|t^2}{2}$$

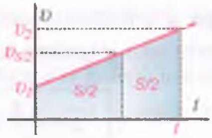
tekis sekinlanuvchan

Yuqorida keltirilgan yo‘lni topishning 3ta formulasi, oniy tezlik formulasi hamda harakat tenglamalaridan foydalanib, masalalarda ko‘p uchraydigan hollar uchun ko‘plab xususiy formulalar keltirib chiqarish mumkin.

To‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakat uchun xususiy hollar

Tekis o'zgaruvchan harakat qilayotgan jismni tezligi s yo'lni boshida ϑ_1, yo'l oxirida ϑ_2 bo'lsa, shu yo'lning o'rtasidagi tezligi quyidagi ko'rinishda bo'ladi (1.1.8.3-rasm):

$$\boxed{\vartheta = \sqrt{\frac{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}{2}}}$$

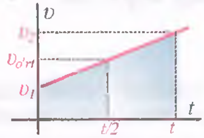


1.1.8.3-rasm

Isboti: Bunda jism tezligi umumiy yo'lning birinchi yarmida ϑ_1 dan $\vartheta_{s/2} = \vartheta$ gacha, ikkinchi yarmida esa ϑ dan ϑ_2 gacha tekis oshadi. Yo'lning har ikkala qismida ham yo'llar tengligidan foydalanib, so'ralgan kattalikni topamiz. $S_1 = S_2 = \frac{S}{2}$, $\Rightarrow$ $\frac{\vartheta^2 - \vartheta_1^2}{2a} = \frac{\vartheta_2^2 - \vartheta^2}{2a}$, $\Rightarrow$ $2\vartheta_{s/2}^2 = \vartheta_1^2 + \vartheta_2^2$, $\Rightarrow$ $\vartheta_{s/2} = \sqrt{\frac{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}{2}}$.

Tekis o'zgaruvchan xarakat qilayotgan jismni tezligi S yo'l boshida ϑ_1, yo'l oxirida ϑ_2 bo'lsa shu yo'l davomidagi o'rtacha tezligi ushbu ko'rinishda bo'ladi (1.1.8.4-rasm):

$$\boxed{\vartheta_{o'rt} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}}$$

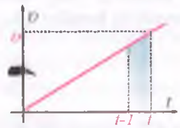


1.1.8.4-rasm

Isboti: Buning uchun umumiy yo'lning umumiy vaqtga nisbatini topamiz. O'rtacha tezlik $\vartheta_{o'rt} = \frac{S_{um}}{t_{um}} = \frac{\frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} t}{t} = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2} = \vartheta_{t/2}$ harakat vaqtining o'rtasidagi tezlikka teng bo'lar ekan. Undan tashqari o'rtacha tezlik yo'lning o'rtasidagi tezlikdan kichik, ya'ni $\vartheta_{t/2} < \vartheta_{s/2}$ bo'lar ekan.

Tinch holatdan a tezlanish bilan harakat boshlagan jismning ixtiyoriy t-sekundning o'zida bosib o'tilgan yo'li quyidagicha bo'ladi (1.1.8.5-rasm):

$$\boxed{\Delta s_t = \frac{a}{2}(2t-1)}$$



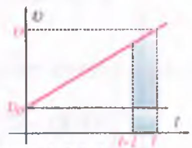
1.1.8.5-rasm

Isboti: So'ralgan kattalikni aniqlash uchun jami t cekundda bosib o'tilgan yo'l s_t dan $t-1$ cekundda bosib o'tilgan yo'l s_{t-1} ni ayiramiz.

$$\begin{cases} s_t = \frac{at^2}{2} & (1) \\ s_{t-1} = \frac{a(t-1)^2}{2} & (2) \end{cases} \quad (1)-(2) \Rightarrow \Delta S_t = s_t - s_{t-1} = \frac{at^2}{2} - \frac{a(t-1)^2}{2} = \ldots = \frac{a}{2}(2t-1).$$

ϑ_0 boshlang'ich tezlik va a tezlanish bilan harakatlanayotgan jismning ixtiyoriy t-sekundning o'zida bosib o'tilgan yo'li quyidagicha bo'ladi (1.1.8.6-rasm):

$$\boxed{\Delta s_t = \frac{a}{2}(2t-1) + \vartheta_0}$$

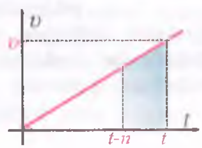


1.1.8.6-rasm

Isboti: So'ralgan kattalikni aniqlash uchun jami t cekundda bosib o'tilgan yo'l $s_t = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2}$ dan $t-1$ cekundda bosib o'tilgan yo'l $s_{t-1} = \vartheta_0(t-1) + \frac{a(t-1)^2}{2}$ ni ayiramiz. Shunda biz $\Delta s_t = s_t - s_{t-1} = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2} - \vartheta_0(t-1) - \frac{a(t-1)^2}{2} = \ldots = \frac{a}{2}(2t-1) + \vartheta_0$ so'ralgan kattalikka ega bo'lamiz.

Tinch holatdan a tezlanish bilan harakat boshlagan jismning umumiy harakat vaqti t bo'lsa, oxirgi $n(n<t)$ sekund davomida bosib o'tgan yo'l ushbu ko'rinishda bo'ladi (1.1.8.7-rasm):

$$\boxed{\Delta S_n = \frac{a}{2}\left(2nt - n^2\right)}$$



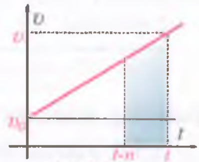
1.18.7-rasm

Isboti: So'ralgan kattalikni aniqlash uchun jami t cekundda bosib o'tilgan yo'l s_t dan $t-n$ cekundda bosib o'tilgan yo'l s_{t-n} ni ayiramiz.

$$\begin{cases} S_t = \dfrac{at^2}{2} & (1) \\ S_{t-n} = \dfrac{a(t-n)^2}{2} & (2) \end{cases} \qquad (1)-(2) \Rightarrow \Delta S_n = S_t - S_{t-n} = \frac{at^2}{2} - \frac{a(t-n)^2}{2} = \ldots = \frac{a}{2}(2nt - n^2).$$

ϑ_0 boshlang'ich tezlik va a tezlanish bilan harakatlanayotgan jismning umumiy harakat vaqti t bo'lsa, oxirgi $n(n<t)$ sekund davomida bosib o'tgan yo'l ushbu ko'rinishda bo'ladi (1.1.8.8-rasm):

$$\boxed{\Delta S_n = \frac{a}{2}(2nt - n^2) + \vartheta_0 n}$$

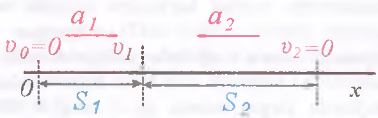


1.1.8.8-rasm

Isboti: So'ralgan kattalikni aniqlash uchun jami t cekundda bosib o'tilgan yo'l $s_t = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2}$ dan $t-n$ cekundda bosib o'tilgan yo'l $s_{t-n} = \vartheta_0 (t-n) + \frac{a(t-n)^2}{2}$ ni ayiramiz. Shunda biz $\Delta s_t = s_t - s_{t-n} =$ $= \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2} - \vartheta_0 (t-n) - \frac{a(t-n)^2}{2} = \ldots = \frac{a}{2}(2nt - n^2) + \vartheta_0 n$ so'ralgan kattalikka ega bo'lamiz.

Tinch holatdan a_1 tezlanish bilan harakat boshlagan jism dastlabki s_1 yo'lda t_1 vaqt davomida tezligini oshirib, keyingi s_2 yo'lda a_2 sekinlanish bilan t_2 vaqtda to'xtasa, $a_1, s_1, t_1, a_2, s_2, t_2$ kattaliklar orasidagi bog'lanish quyidagicha bo'ladi (1.1.8.9-rasm):

$$\boxed{\frac{a_2}{a_1} = \frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1}{t_2}}$$



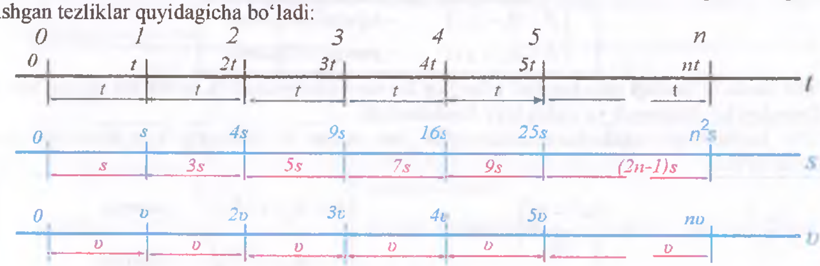
1.1.8.9-rasm

Isboti: Yo'lni topishning 3ta formulasidan foydalanib, so'ralgan kattaliklar orasidagi bog'lanishni aniqlaymiz.

$$\begin{cases} s_1 = \left|\dfrac{\vartheta_1^2 - \vartheta_0^2}{2a_1}\right| = \dfrac{\vartheta_1^2}{2a_1} & (1) \\ s_2 = \left|\dfrac{\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2}{2a_2}\right| = \dfrac{\vartheta_1^2}{2a_2} & (2) \end{cases} \qquad \begin{cases} s_1 = \dfrac{\vartheta_1 + \vartheta_0}{2} t_1 = \dfrac{\vartheta_1}{2} t_1 & (3) \\ s_2 = \dfrac{\vartheta_2 + \vartheta_1}{2} t_2 = \dfrac{\vartheta_1}{2} t_2 & (4) \end{cases}$$

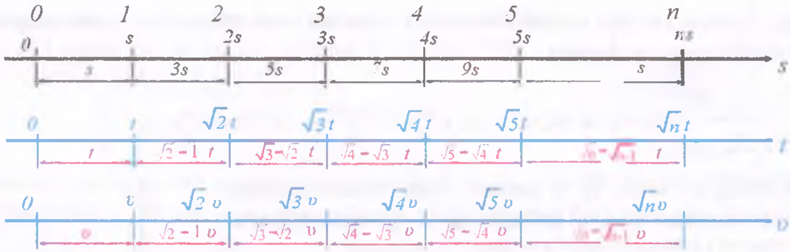
Tenglamalar nisbatlaridan foydalanib, $\begin{cases} (1):(2) \\ (3):(4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{s_1}{s_2} = \dfrac{a_2}{a_1} \\ \dfrac{s_1}{s_2} = \dfrac{t_1}{t_2} \end{cases}$ ga ega bo'lamiz. Bu nisbatlardan esa $\frac{a_2}{a_1} = \frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1}{t_2}$ ifoda kelib chiqadi.

Tinch holatdan tekis tezlanuvchan harakat boshlagan jism teng masofalar bosib o'tganda o'tgan vaqtlar va erishgan tezliklar quyidagicha bo'ladi:



1.1.8.10-rasm

Tinch holatdan tekis tezlanuvchan harakat qilayotgan jism teng masofalar bosib o'tganda o'tgan vaqtlar va erishgan tezliklar quyidagicha bo'ladi:



1.1.8.11-rasm

Yuqoridagi rasmlardan foydalanib, masala va testlarning javobini tez chiqarish mumkin.

1.1.9. Mavzu: Erkin tushish tezlanishi. Og‘irlik kuchi ta’siri ostidagi harakat.

Jismning erkin tushishi va vertikal holda yuqoriga otilgan jismning harakati to‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakatning kundalik hayotimizda ko‘p uchratadigan qiziqarli bir holidir. Jismning og‘irlik kuchi ta’siri ostida qiladigan harakati to‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakatdir. Lekin, bunda jism har doim bir xil tezlanish bilan tekis o‘zgaruvchan harakat qiladi. Og‘irlik kuchi ta’siri ostida jism o‘z tezligini har sekundda $9{,}81 m/s$ ga orttirib boradi. Tik yuqoriga otilgan jism esa o‘z tezligini har sekundda $9{,}81 m/s$ ga kamaytirib boradi.

Tezlikning vaqt bo‘yicha bunday o‘zgarishiga ***erkin tushish tezlanishi*** deyiladi. Erkin tushayotgan yoki yuqoriga tik holda otilgan jism Er markaziga yo‘nalgan $a = g = 9{,}81 m/s^2$ tezlanish bilan harakat qiladi. Jismlarning bunday harakatini birinchi bo‘lib, mashhur italyan olimi Galileo Galiley (1564–1642) o‘rgangan. Erkin tushish tezlanishining qiymatini ham o‘z tajribalari natijasida aniqlagan. Qog‘oz, qush pati, temir Sharcha va koptokni olib biror balandlikdan tashlab yuborilsa, ular turli vaqtlarda yerga tushadi, ya’ni harakat davomida ularning tezlanishlari turlicha bo‘ladi. Bunga havoning qarshiligi sababdir. Agar uzunligi $1 m$ bo‘lgan shisha nayga shu jismlarni joylab, so‘ngra havosi so‘rib olinsa va yuqoridagi tajriba takrorlansa, tajriba natijasi boshqacha bo‘ladi. Boshqacha aytganda, nay ichidagi hamma jismlar bir xil vaqtda tushadi. Bunda jismlarga faqat Yerning og‘irlik kuchi ta’sir qiladi va bu kuch ta’sirida jismlar bir xil $g = 9{,}81 m/s^2$ tezlanish oladilar. Bunga stroboskopikasbobda olingan fotosuratlardan ham ishonch hosil qilish mumkin bo‘ladi (1.1.9.1-rasm).

1.1.9.1-rasm

Yerning tortish kuchi Yer sirtidagi barcha (katta-kichikligidan qat’iy nazar) jismlarga bir xil $g = 9{,}81 m/s^2$ tezlanish beradi. Erkin tashlangan yoki pastga otilgan jismning oniy tezligi ortib boradi, Yuqoriga tik holda otilgan jismning tezligi esa kamayib boradi.

Og‘irlik kuchi ta’siri ostida harakatlanayotgan jism uchun oniy tezlik formulasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\begin{cases} \vartheta = \vartheta_0 - |g|t & - tepaga\ otilganda \\ \vartheta = \vartheta_0 + |g|t & - pastga\ otilganda \end{cases}$$

Og‘irlik kuchi ta’siridagi jism harakati bilan bog‘liq masalalar yechishda asosan ko‘chishni topishning uchta formulasi ko‘p uchraydi va undan ko‘p foydalaniladi.

Og‘irlik kuchi ta’sir ostida harakatlanayotgan jism uchun ko‘chishning 3 ta formulasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$S = \frac{\vartheta - \vartheta_0}{2}t \quad (1) \qquad S = \left|\frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}\right| \quad (3) \qquad \begin{cases} S = \vartheta_0 t + \frac{|g|t^2}{2} & pastga \\ S = \vartheta_0 t - \frac{|g|t^2}{2} & tepaga \end{cases} \quad (3)$$

Ixtiyoriy y_0 nuqtadan ϑ_0 boshlang‘ich tezlik bilan otilgan jismlarning harakat tenglamalari ushbu ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\begin{cases} y = y_0 + |\vartheta_0| t - \dfrac{|g|t^2}{2} & tepaga\ otilganda \\ y = y_0 - |\vartheta_0| t - \dfrac{|g|t^2}{2} & pastga\ otilganda \end{cases}$$

Og'irlik kuchi ta'sirida vertikal holda harakatlanayotgan jismlar harakati bilan bog'liq masalalar yechishda asosan jismning harakat tenglamasi, oniy tezlik formulasi va ko'chishni topishning uchta formulasidan ko'p foydalaniladi. Boshqa barcha xususiy formulalar ana shu formulalardan kelib chiqariladi.

Og'irlik kuchi ta'siri ostidagi harakat uchun xususiy hollar

Biror h balandlikdan erkin boshlang'ich tezliksiz tushayotgan jismning yerga urilish vaqtidagi tezligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta = \sqrt{2gh}}$$

Isboti: Ko'chishni topishning uchta formulasining ikkinchisidan foydalanamiz. Unga ko'ra uriltsh tezligi $S = h = \left|\dfrac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}\right| = \dfrac{\vartheta^2}{2g}, \Rightarrow \vartheta = \sqrt{2gh}$ ga teng bo'ladi.

Jism ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan tepaga yoki pastga otilishidan qat'iy nazar yerga bir xil quyidagicha tezlik bilan uriladi:

$$\boxed{\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}}$$

Isboti: Ko'chishni topishning uchta formulasining ikkinchisidan foydalanamiz. Unga ko'ra urilish tezligi $S = h = \left|\dfrac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}\right| = \dfrac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}, \Rightarrow \vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$ ga teng bo'ladi.

YYer sirtidan tepaga ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan otilgan jismning ixtiyoriy h balandlikdagi tezligi ushbu ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta = \pm\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}$$

Isboti: Ko'chishni topishning uchta formulasining ikkinchisidan foydalanamiz. Unga ko'ra h balandlikdagi tezligi $S = h = \left|\dfrac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}\right| = \dfrac{\vartheta_0^2 - \vartheta^2}{2g}, \Rightarrow \vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}$ ga teng bo'ladi.

Erkin tushayotgan jismning pastga tushish vaqtini quyidagi formuladan topish mumkin:

$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$

Isboti: Ko'chishni topishning uchta formulasining uchinchisidan foydalanamiz. Unga ko'ra tushish vaqti $S = h = \vartheta_0 t + \dfrac{gt^2}{2} = \dfrac{gt^2}{2}, \Rightarrow t = \sqrt{2gh}$ ga teng bo'ladi.

Biror h balandlikdan tepaga va pastga ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan otilgan jismning yerga tushish vaqtlari quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{t_{tush} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} + \vartheta_0}{g}}$$

tepaga otilganda

$$\boxed{t_{tush} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} - \vartheta_0}{g}}$$

pastga otilganda

Isboti: Tepaga va pastga otilgan holatlar isbotini alohida-alohida qarab chiqamiz.

tepaga otilganda

Yuqoriga otilgan jism uchun $y = y_0 + \vartheta_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$ harakat tenglamasida $\begin{cases} y_0 = h \\ y = 0 \end{cases}$ ekanini e'tiborga olamiz. Bunda $0 = h + \vartheta_0 t - \dfrac{gt^2}{2}, \rightarrow \dfrac{g}{2}t^2 - \vartheta_0 t - h = 0$ kvadrat tenglama hosil bo'ladi. Tenglama diskriminanti $D = \vartheta_0^2 + 2gh$ ga teng bo‘ladi. Tenglama ikkita $t_{max} = \frac{\vartheta_0 \pm \sqrt{D}}{g} = \frac{\vartheta_0 \pm \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}}{g}$ echimga ega bo‘lib, shulardan musbat echimini olamiz. Demak, tepaga boshlang‘ich tezlik bilan otilgan jismning yerga tushish vaqti $t_{tush} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} + \vartheta_0}{g}$ ga teng bo‘lar ekan.

pastga otilganda

Pastga otilgan jism uchun $y = y_0 - \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}$ harakat tenglamasida $\begin{cases} y_0 = h \\ y = 0 \end{cases}$ ekanini e’tiborga olamiz. Bunda $0 = h - \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}, \rightarrow \frac{g}{2}t^2 + \vartheta_0 t - h = 0$ kvadrat tenglama hosil bo‘ladi. Tenglama diskriminanti $D = \vartheta_0^2 + 2gh$ ga teng bo‘ladi. Tenglama ikkita $t_{max} = \frac{-\vartheta_0 \pm \sqrt{D}}{g} = \frac{-\vartheta_0 \pm \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}}{g}$ echimga ega bo‘lib, Shulardan musbat echimini olamiz. Demak, pastga boshlang‘ich tezlik bilan otilgan jismning yerga tushish vaqti $t_{tush} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} - \vartheta_0}{g}$ ga teng bo‘lar ekan.

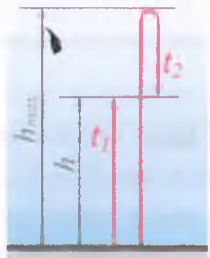
Yer sirtidan ϑ_0 boshlang‘ich tezlik bilan tik otilgan jismning ko‘tarilish vaqti t_K, ko‘tarilib tushish vaqti t_{KT}, ko‘tarilish balandligi h_{max} quyidagicha:

$$\boxed{t_K = \frac{\vartheta_0}{g}, \qquad t_{K.T} = \frac{2\vartheta_0}{g}, \qquad h_{max} = \frac{\vartheta_0^2}{2g}}$$

Isboti: Oniy tezlik formulasidan foydalanamiz. Unga ko‘ra $\vartheta = \vartheta_0 - gt$ bo‘ladi. Jism eng yuqori nuqtaga ko‘tarilganda u bir onga harakatdan to‘xtaydi, ya’ni $\vartheta = 0$ bo‘ladi. Bundan ko‘tarilish vaqti $\vartheta_0 - gt = 0, \Rightarrow t_K = \frac{\vartheta_0}{g}$ ga teng bo‘ladi. Ko‘tarilib tushish vatqi esa ko‘tarilish vaqtidan ikki marta katta. Shuning uchun ko‘tarilib tushish vaqti $t_{KT} = 2t_K = \frac{2\vartheta_0}{g}$ ga teng bo‘ladi. Maksimal ko‘tarilish balandligini aniqlash uchun ko‘chishni topishning uchta formulasidan ikkinchisidan foydalanamiz. Unga ko‘ra maksimal ko‘tarilish balandligi $h_{max} = S = \left|\frac{\vartheta^2 - \vartheta_0^2}{2g}\right| = \frac{\vartheta_0^2}{2g}$ ga teng bo‘ladi.

Yer sirtidan ϑ_0 tezlik bilan tepaga otilgan jismning h balandlikda bo‘lish vaqtlari quyidagicha bo‘ladi (1.1.9.2-rasm):

$$\boxed{\begin{cases} t_1 = \dfrac{\vartheta_0 - \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}{g} & - ko'tarilguncha \\[2ex] t_2 = \dfrac{\vartheta_0 + \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}{g} & - ko'tarilib \;\; tushguncha \end{cases}}$$



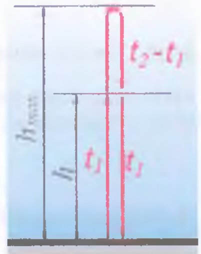
1.1.9.2-rasm

Isboti:

Yuqoriga otilgan jism uchun $y = y_0 + \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}$ harakat tenglamasida $\begin{cases} y_0 = 0 \\ y = h \end{cases}$ ekanini e’tiborga olamiz. Bunda $h = 0 + \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}, \rightarrow \frac{g}{2}t^2 - \vartheta_0 t + h = 0$ kvadrat tenglama hosil bo‘ladi. Tenglama diskriminanti $D = \vartheta_0^2 - 2gh$ ga teng bo‘ladi. Tenglama ikkita $t_1 = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh} - \vartheta_0}{g}$ va $t_2 = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh} + \vartheta_0}{g}$ echimlarga ega bo‘lib, shu kattaliklarni topish so‘ralgan edi.

Yer sirtidan ϑ_0 boshlang‘ich tezlik bilan tepaga otilgan jismning ixtiyoriy h balandlikdan tepada bo‘lish vaqt davomiyligi Δt_2 va pastda bo‘lish vaqt davomiyligi Δt_1 quyidagicha bo‘ladi (1.1.9.3-rasm):

$$\begin{cases} \Delta t_1 = \dfrac{2\cdot(\upsilon_0 - \sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh})}{g} \\ \Delta t_2 = \dfrac{2\cdot\sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh}}{g} \end{cases}$$



1.1.9.3 -rasm

Isboti: Bundan oldingi formuladan foydalanamiz. Unga ko'ra pastda bo'lish vaqt davomiyligi $\Delta t_1 = 2t_1 = \dfrac{2(\upsilon_0 - \sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh})}{g}$ ga, yuqorida bo'lish vaqt davomiyligi esa $\Delta t_2 = t_2 - t_1 = \dfrac{2\sqrt{\upsilon_0^2 - 2gh}}{g}$ ga teng bo'ladi.

Yer sirtidan bir xil ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan Δt vaqt oralatib yuqoriga otilgan ikki jismning, jismlar otilgandan uchrashguncha o'tgan vaqtlari quyidagicha bo'ladi:

$$t_1 = \frac{\vartheta_0}{g} + \frac{\Delta t}{2}\ ; \qquad t_2 = \frac{\vartheta_0}{g} - \frac{\Delta t}{2}$$

Bunda: t_1 – 1-jism otilgandan uchrashguncha o'tgan vaqt, t_2 – 2-jism otilgandan uchrashguncha o'tgan vaqt.

Isboti: Jismlarning oniy tezliklari $\begin{cases} \vartheta_1 = \vartheta_0 - gt \\ \vartheta_2 = \vartheta_0 - g(t - \Delta t) = \vartheta_0 - gt + g\cdot\Delta t \end{cases}$ ga teng bo'ladi. Jismlar uchrashganda ularning oniy tezliklari itqdor jihatidan teng bo'lib, yo'nalishlari esa qarama-qarshi yo'nalgan, ya'ni $\vartheta_2 = -\vartheta_1$ bo'ladi. Shunga ko'ra t_1 vaqt $\vartheta_0 - gt + g\cdot\Delta t = -\vartheta_0 + gt$, $\Rightarrow$ $2\vartheta_0 + g\cdot\Delta t = 2gt_1$, $\Rightarrow t_1 = \dfrac{\vartheta_0}{g} + \dfrac{\Delta t}{2}$ ga, t_2 vaqt esa $t_2 = t_1 - \Delta t = \dfrac{\vartheta_0}{g} + \dfrac{\Delta t}{2} - \Delta t = \dfrac{\vartheta_0}{g} - \dfrac{\Delta t}{2}$ ga teng bo'ladi.

Bir xil ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan otilgan ikki jismning Δt vaqt oralatib yuqoriga otilgan ikki jismning uchrashish balandligi $h_{uchrash}$ ni topish formulasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$h = \frac{\vartheta_0^2}{2g} - \frac{g\,\Delta t^2}{8}$$

Isboti: 1-jism uchun harakat tenglamasini yozamiz. Unga ko'ra $y = y_0 + \vartheta_0 t_1 - \dfrac{gt_1^2}{2}$ bo'ladi. Jismlar uchrashganda koordinatalar tenglashadi va bu koordinata $y = h$ bo'ladi. Uchrashish balandligi $h = 0 + \vartheta_0 t - \dfrac{gt^2}{2} = \vartheta_0 t_1 - \dfrac{gt_1^2}{2} = \vartheta_0(\dfrac{\vartheta_0}{g} + \dfrac{\Delta t}{2}) - \dfrac{g}{2}\cdot(\dfrac{\vartheta_0}{g} + \dfrac{\Delta t}{2})^2 = \dots = \dfrac{\vartheta_0^2}{2g} - \dfrac{g\cdot\Delta t^2}{8}$ ga teng bo'ladi.

Agar bir xil ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan tepaga Δt vaqt oralatib otilgan ikki jism h balandlikda uchrashsa, jismlarning boshlang'ich tezligi quyidagicha bo'ladi:

$$\vartheta_0 = \sqrt{\left(\frac{g\cdot\Delta t}{2}\right)^2 + 2gh}$$

Boshlang'ich tezliksiz erkin tushayotgan jism yo'lning 1-yarmini t_1 vaqtda o'tsa, yo'lning 2-yarmini o'tish vaqti t_2 quyidagicha bo'ladi:

$$t_2 = (\sqrt{2} - 1)\cdot t_1$$

Isboti: Umumiy balandlik $h = \dfrac{g(t_1 + t_2)^2}{2}$ ga, balandlikning dastlabki yarmi $\dfrac{h}{2} = \dfrac{gt_1^2}{2}$ ga teng bo'ladi. Ularning nisbati $2 = \left(\dfrac{t_1 + t_2}{t_1}\right)^2$, $\Rightarrow$ $\sqrt{2} = 1 + \dfrac{t_2}{t_1}$ ga teng bo'ladi. Bundan esa so'ralgan kattalik $t_2 = (\sqrt{2} - 1)t_1$ kelib chiqadi.

Boshlang'ich tezliksiz erkin tushayotgan jism yo'lning 2-yarmini t_2 vaqtda o'tsa, yo'lning 1-yarmini o'tish vaqti t_1 quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{t_1 = (\sqrt{2}+1)\cdot t_2}$$

<u>Isboti:</u> Yuqorida tolpilgan formuladan $t_2 = (\sqrt{2}-1)t_1$, $\Rightarrow$ $t_1 = \frac{1}{\sqrt{2}-1}t_2 = (\sqrt{2}+1)t_2$ bo'ladi.

Erkin tushayotgan jism 1-sekundda taxminan 5m, 2-sekundda 15 m, 3-sekundda 25 m va hokoza ixtiyoriy t-sekundda quyidagi yo'lni bosib o'tadi.

$$\boxed{\Delta S_t = \frac{g}{2}(2t-1) = 10t-5}$$

ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan pastga otilgan jism ixtiyoriy t-sekundda quyidagi yo'lni bosib o'tadi:

$$\boxed{\Delta S_t = \frac{g}{2}(2t-1) = 10t-5+\vartheta_0}$$

Boshlang'ich tezliksiz erkin tushayotgan jism oxirgi n sekund davomida quyidagi yo'lni bosib o'tadi (t- umumiy vaqt):

$$\boxed{\Delta S_n = \frac{g}{2}(2nt-n^2) = 10nt-5n^2}$$

ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan otilgan jism oxirgi n sekund davomida quyidagi yo'lni bosib o'tadi (t- umumiy vaqt):

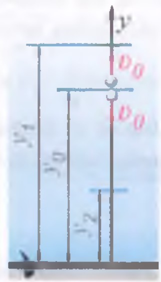
$$\boxed{\Delta S_n = \frac{g}{2}(2nt-n^2) = 10nt-5n^2+\vartheta_0 n}$$

Agar ikki jism biror balandlikdan bir vaqtda tepaga va pastga ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan otilsa, ixtiyoriy t vaqtdan keyin ular orasidagi masofa quyidagicha bo'ladi (1.1.9.4-rasm):

$$\boxed{S = 2\vartheta_0 t}$$

<u>Isboti:</u> Har bir jism uchun harakat tenglamalari tuziladi. $\begin{cases} y_1 = y_0 + \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2} & (1) \\ y_1 = y_0 + \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2} & (2) \end{cases}$

sistemada (1) - (2) amalini bajaramiz. So'ralgan kattalik $S = y_1 - y_2 = ... = 2\vartheta_0 t$ ga teng bo'ladi.



1.1.9.4 -rasm

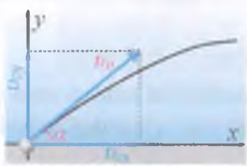
1.1.10. Mavzu: Gorizontga burchak ostida otilgan jismning harakati

1. Gorizontga burchak ostida otilgan jismning harakat tenglamasi, tezlik tenglamasi va trayektoriya tenglamasi:

Gorizontga burchak ostida otilgan jismning harakatini o'rganishdan oldin, boshlang'ich tezlikning va oniy tezlikning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini topish formulalarini bilishimiz kerak bo'ladi:

ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan gorizontga α burchak ostida otilgan jism boshlang'ich tezligining o'qlardagi proyeksiyalari quyidagicha bo'ladi (1.1.10.1-rasm):

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta_{0x} = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha \\ \vartheta_{0y} = \vartheta_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}}$$



1.1.10.1-rasm

Jism gorizontga burchak ostida otilsa, vaqt o'tishi bilan tezlikning Ox o'qdagi proyeksiyasi o'zgarmaydi va Ox o'q bo'yicha teng vaqtlar ichida teng masofalarga siljiydi. Tezlikning Oy o'qdagi proyeksiyasi esa har sekundda 9,81 $м/с$ ga o'zgarib boradi. Chunki og'irlik kuchi vertikal o'q bo'yicha Yer markaziga yo'nalgan bo'lib, Ox o'qida esa jismning tezligini o'zgartiradigan hech qanday kuch yo'q..

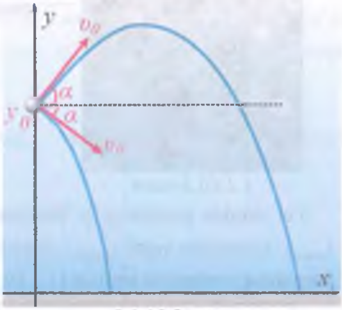
Demak ixtiyoriy paytdagi tezlikning o'qlardagi proyeksiyalari (ya'ni tezlik tenglamalari) quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} \vartheta_x = \vartheta_{0x} = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha = const \\ \vartheta_y = \vartheta_{0y} - gt = \vartheta_0 \cdot \sin\alpha - gt \end{cases}$$

Yer sirtidan biror y_0 balandlikdan gorizontga α burchak ostida tepaga va pastga qiyalatib otilgan jismlar uchun harakat tenglamalar quyidagicha (1.1.10.2-rasm):

$$\begin{cases} x = \vartheta_0 \cdot t \cdot \cos\alpha \\ y = y_0 + |\vartheta_0| \cdot t \cdot \sin\alpha - gt^2/2 \end{cases} \uparrow\uparrow\uparrow$$

$$\begin{cases} x = \vartheta_0 \cdot t \cdot \cos\alpha \\ y = y_0 - |\vartheta_0| \cdot t \cdot \sin\alpha - gt^2/2 \end{cases} \downarrow\downarrow\downarrow$$



1.1.10.2-rasm

Isboti: harakat tenglamasi tezlik tenglamasining vaqt bo'yicha boshlang'ich funksiyasidir.

$$\begin{cases} \vartheta_x = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha \\ \vartheta_y = \vartheta_0 \cdot \sin\alpha - gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha \\ \dfrac{dy}{dt} = \vartheta_0 \cdot \sin\alpha - gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha \cdot dt \\ dy = (\vartheta_0 \cdot \sin\alpha - gt) \cdot dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha \cdot dt \\ y = y_0 + \vartheta_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} \end{cases}$$

Harakat tenglamasi koordinatalarning vaqtga bog'liqlik tenglamasi bo'lsa, trayektoriya tenglamasi esa koordinata o'qlarining bir-biriga bog'liqlik tenglamasidir. Mas: $y = f(x)$ tekislikdagi trayektoriya tenglamasi, $z = f(x)$ va $z = f(y)$ esa fazdagi trayektoriya tenglamisidir. Harakat tenglamasidan trayektoriya tenglamasiga o'tish uchun vaqtdan voz kyechishimiz, ya'ni vaqt tenglamalarda ishtirok etmasligi kerak bo'ladi.

YYer sirtidan y_0 balandlikdan gorizontga α burchak ostida tepa va pastga qiyalatib otilgan jismning trayektoriya tenglamalari quyidagicha bo'ladi (1.1.10.2-rasm)

$$y = y_0 + tg\alpha \cdot x - \frac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2 \quad \uparrow\uparrow\uparrow \qquad y = y_0 - tg\alpha \cdot x - \frac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2 \quad \downarrow\downarrow\downarrow$$

Isboti: Harakat tenglamasidan vaqtni koordinata orqali aniqlab olamiz.

$$\begin{cases} x = \vartheta_0 \cdot t \cdot \cos\alpha \\ y = y_0 + |\vartheta_0| \cdot t \cdot \sin\alpha - gt^2/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{x}{\vartheta_0 \cos\alpha} \\ y = y_0 + |\vartheta_0| \cdot \sin\alpha \cdot \dfrac{x}{\vartheta_0 \cos\alpha} - \dfrac{g}{2} \cdot \left(\dfrac{x}{\vartheta_0 \cos\alpha}\right)^2 = ... = y_0 + |\vartheta_0| \cdot tg\alpha - \dfrac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} \end{cases}$$

Yuqorida topilgan trayektoriya tenglamasi bizga matematikadan ma'lum bo'lgan $y = ax^2 + bx + c$ ko'rinishdagi shoxlari pastga qaragan parabola tenglamasining o'zginasidir. Bu yerda bosh koeffitsient $a = -\dfrac{g}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} < 0$, ikkinchi koeffitsient $b = \pm tg\alpha$, ozod had esa $c = y_0 > 0$ bo'ladi.

2. Yer sirtidan otilgan jism:

Yer sirtidan jismni gorizontga nisbatan qandaydir burchak ostida biror boshlang'ich tezlik bilan otganda, jism tezlik vektorining Ox o'qdagi proyeksiyasi miqdor va yo'nalish jihatidan o'zgarmas qolib, Oy o'qdagi proyeksiyasi esa har sekundda 9,81 m/s ga o'zgarib boradi. Gorizontga burchak ostida otilgan jism trayektoriyasi paraboladan iborat. Yer sirtidan otilganda ko'tarilish jarayoni tushish jarayoniga aynan o'xshash, ya'ni qanday tezlik bilan otilsa, shu tezlik bilan tushadi, qanday burchak ostida otilsa, shu burchak ostida tushadi, qancha vaqtda ko'tarilsa, shuncha vaqtda tushadi va hokoza. Boshqacha aytganda ko'tarilish jarayonini tushish jarayoniga teskari kino deyish mumkin. Bunga stroboskopikasbobda olingan fotosuratlardan ham ishonch hosil qilish mumkin bo'ladi (1.1.10.3-rasm).

1.1.10.3-rasm

Yugurib kelib sakragan sportchining og‘irlik markazi ham parabola chizadi (1.1.10.4-rasm). Sportchining boshqa a’zolari murakkab harakat qilgani bilan, uning og‘irlik markazining trayektoriyasi aynan paraboladan iborat bo‘ladi.

1.1.10.4-rasm

Yer sirtidan gorizontga α burchak ostida ϑ_0 boshlang‘ich tezlik bilan otilgan jismning uchish vaqti $t_{учиш}$, ko‘tarilish vaqti $t_{кутар}$, uchish uzoqligi $\ell_{учиш}$ va maksimal ko‘tarilish balandligi h_{max} quyidagi formulalar yordamida topiladi (1.1.10.5-rasm):

$$\begin{cases} t_K = \dfrac{\vartheta_0 \sin\alpha}{g} \\ t_{uch} = \dfrac{2\vartheta_0 \sin\alpha}{g} \end{cases} \qquad \begin{cases} h_{max} = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \\ \ell_{uch} = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g} \end{cases}$$

1.1.10.5-rasm

Isboti: Jismning harakat tenglamasi $y = y_0 + \vartheta_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} = \vartheta_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$ dan foydalanamiz.

Jism Yerga tushganda $y = 0$ bo‘ladi, ya’ni $0 = \vartheta_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$ bo‘ladi. Tenglama echimlari $t_1 = 0$, $t_2 = \frac{2\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ ga teng bo‘ladi. Bu yerda: $t_1 = 0$ otilish momentiga to‘g‘ri kelsa, $t_2 = \frac{2\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ tushish momentiga to‘g‘ri keladi. Shuning uchun jismning uchish vaqti $t_{uch} = t_2 = \frac{2\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ bo‘ladi. Ko‘tarilish vaqti esa $t_K = \frac{t_{uch}}{2} = \frac{\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ bo‘ladi. Ko‘tarilish vaqti $h_{MAX} = y(t_K) = \vartheta_0 t_K \sin\alpha - \frac{gt_K^2}{2} = ... = \frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ bo‘ladi. Uchish uzoqligi esa $l_{уч} = x(t_{уч}) = \vartheta_0 t_{уч} \cos\alpha = ... = \frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ bo‘ladi.

Agar yer sirtidan gorizontga burchak ostida otilgan jismning uchish vaqti $t_{учиш}$ ma’lum bo‘lsa, maksimal ko‘tarilish balandligi h_{max} quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{h_{MAX} = \frac{g \cdot t_{UCH}^2}{8}}$$

Isboti: Uchish vaqtini topish formulasi $t_{уч} = \frac{2\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ dan foydalanib, $\vartheta_0 \sin\alpha = \frac{g t_{уч}}{2}$ ni aniqlaymiz. Undan esa so‘ralgan kattalik $h_{MAX} = \frac{(\vartheta_0 \sin\alpha)^2}{2g} = ... = \frac{g t_{уч}^2}{8}$ ni topamiz.

Agar yer sirtidan gorizontga α burchak ostida otilgan jismning ko‘tarilish balandligi h_{max} ma’lum bo‘lsa, uchish uzoqligi $\ell_{учиш}$ quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\ell_{UCH} = 4 h_{MAX}\, ctg\alpha}$$

Isboti: Uchish masofasini topish formulasidan so‘ralgan kattalikni keltirib chiqaramiz. Unga ko‘ra $l_{уч} = \frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \cdot \frac{4\cos\alpha}{\sin\alpha} = 4h_{MAX}\, ctg\alpha$ bo‘ladi.

Agar yer sirtidan gorizontga burchak ostida otilgan jismning uchish uzoqligi $\ell_{учиш}$ va uchish vaqti $t_{учиш}$ ma’lum bo‘lsa, otilish burchagi kotangensi $ctg\alpha$ va tezligi ϑ_0 quyidagicha bo‘ladi:

$$ctg\alpha = \frac{2\ell_{uchish}}{gt^2_{uchish}} \qquad \vartheta_0 = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{(gt_{uchish})^2 + \left(\frac{2\ell_{uchish}}{t_{uchish}}\right)^2}$$

Isboti: Yuqorida aniqlangan formuladan foydalanib, burchak kotangensini topib olamiz, ya'ni $l_{uch} = 4h_{max}ctg\alpha$, $\Rightarrow$ $ctg\alpha = \frac{l_{uch}}{4h_{max}} = \frac{l_{uch}\cdot 8}{4\cdot gt^2_{uch}} = \frac{2l_{uch}}{gt^2_{uch}}$ bo'ladi. Uchish masofasi va uchish vaqti formulalari nisbatidan $\frac{l_{uch}}{t_{uch}} = \frac{\frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g}}{\frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g}} = \vartheta_0\cos\alpha$ hosil bo'ladi. Bundan esa otilish tezligi

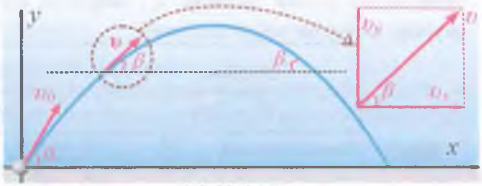
$$\vartheta_0 = \frac{l_{uch}}{t_{uch}}\cdot\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{l_{uch}}{t_{uch}}\sqrt{\frac{1+ctg^2\alpha}{ctg^2\alpha}} = \sqrt{\left(\frac{l_{uch}}{t_{uch}}\right)^2\left(1+\frac{1}{ctg^2\alpha}\right)} = \sqrt{\left(\frac{l_{uch}}{t_{uch}}\right)^2 + \left(\frac{l_{uch}}{t_{uch}}\right)^2\cdot\left(\frac{gt^2_{uch}}{2\ell_{uch}}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\sqrt{(gt_{ucl})^2 + \left(\frac{2\cdot\ell_{uch}}{t_{uch}}\right)^2}$$ kelib chiqadi.

Yer sirtidan gorizontga nisbatan α burchak ostida ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan otilgan jism qancha vaqtdan keyin β burchak hosil qiladi (1.1.10.6-rasm)?

$$t_1 = \frac{\vartheta_0\cdot(\sin\alpha - \cos\alpha\cdot tg\beta)}{g} \uparrow\uparrow\uparrow$$

$$t_2 = \frac{\vartheta_0\cdot(\sin\alpha + \cos\alpha\cdot tg\beta)}{g} \downarrow\downarrow\downarrow$$



1.1.10.6-rasm

Bu yerda: t_1 va t_2 – mos ravishda ko'tarilishda va tushishda β burchak hosil qilish vaqtlari.

Isboti: Jism gorirzont bilan β burchak hosil qilgan paytdagi burchak tangensi $tg\beta = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \frac{\vartheta_0\sin\alpha - gt}{\vartheta_0\cos\alpha}$ ga teng bo'ladi. Bundan esa so'ralgan kattalik $\vartheta_0\cos\alpha\cdot tg\beta = \vartheta_0\sin\alpha - gt$, $\rightarrow$ $gt = \vartheta_0\sin\alpha - \vartheta_0\cos\alpha\cdot tg\beta$, $\rightarrow$ $t_{1,2} = \frac{\vartheta_0\cdot(\sin\alpha \pm \cos\alpha\cdot tg\beta)}{g}$ ekanligi kelib chiqadi.

Yer sirtidan gorizontga burchak ostida ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan otilgan jismning ixtiyoriy h balandlikdagi tezligi ϑ quyidagicha bo'ladi:

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}$$

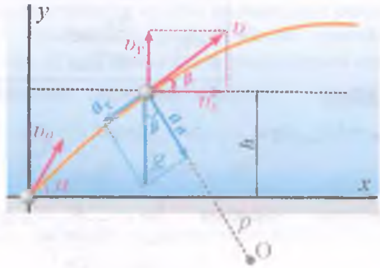
Isboti: So'ralgan kattalikni Pifagor teoremasi va oniy tezlik formulalaridan foydalanib aniqlaymiz. Unga ko'ra h balandlikdagi tezlik $\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} = \sqrt{\vartheta_0^2\cos^2\alpha + (\vartheta_0\sin\alpha - gt)^2} =$

$$= \sqrt{\vartheta_0^2\cos^2\alpha + \vartheta_0^2\sin^2\alpha - 2\vartheta_0\sin\alpha\cdot gt + g^2t^2} = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2g(\vartheta_0\sin\alpha\cdot t - gt^2/2)} = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gy} = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Og'irlik kuchi ta'siri ostida harakatlanayotgan jism gorizont bilan ixtiyoriy β burchak hosil qilgan paytdagi normal tezlanish a_n, tangensial tezlanish a_t va trayektoriyaning egrilik radiusi ρ quyidagicha bo'ladi (1.1.10.7-rasm):

$$\begin{cases} a_n = \cos\beta \cdot g = \dfrac{\vartheta_x}{\vartheta} \cdot g & [m/s^2] \\ a_\tau = \sin\beta \cdot g = \dfrac{\vartheta_y}{\vartheta} \cdot g & [m/s^2] \\ \rho = \dfrac{\vartheta^2}{a_n} & [m] \end{cases}$$



1.1.10.7-rasm

Yuqoridagi formulalarda kattaliklar o'lchov birliklari bilan keltirilgan.

Isboti: So'ralgan kattaliklarni topish uchun tezlikning koordinata o'qlardagi proyeksiyalaridan hamda erkin tushish tezlanishining trayektoriya bo'yicha va trayektoriyaga perpendikulyar yo'nalgan o'qlardagi proyeksiyalaridan foydalanamiz. Rasmdagi ikkita to'g'ri burchakli to'rtburchaklardan foydalanib, so'ralgan kattaliklar

$$\begin{cases} \cos\beta = \dfrac{a_n}{g} \\ \cos\beta = \dfrac{\vartheta_x}{\vartheta} \end{cases}, \Rightarrow a_n = \cos\beta \cdot g = \frac{\vartheta_x}{\vartheta} \cdot g, \quad \begin{cases} \sin\beta = \dfrac{a_\tau}{g} \\ \sin\beta = \dfrac{\vartheta_y}{\vartheta} \end{cases}, \Rightarrow a_\tau = \sin\beta \cdot g = \frac{\vartheta_y}{\vartheta} \cdot g$$ ekanini aniqlaymiz.

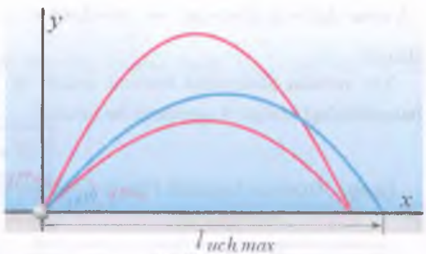
Yer sirtidan gorizontga α burchak ostida ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan otilgan jismning ixtiyoriy h balandlikdagi normal tezlanish a_n, tangensial tezlanish a_τ va trayektoriyaning egrilik radiusi ρ quyidagi formulalar orqali aniqlanadi:

$$a_n = \frac{\vartheta_0 \cos\alpha}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}} \cdot g, \qquad a_\tau = \frac{\vartheta_0 \sin\alpha - gt}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}} \cdot g, \qquad \rho = \frac{\sqrt{(\vartheta_0^2 - 2gh)^3}}{\vartheta_0 \, g \cos\alpha}$$

Isboti: Normal tezlanish $a_n = \frac{\vartheta_x}{\vartheta} \cdot g = \frac{\vartheta_0 \cos\alpha}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}} \cdot g$ bo'ladi. Tangensial tezlanish $a_\tau = \frac{\vartheta_y}{\vartheta} \cdot g = \frac{\vartheta_0 \sin\alpha - gt}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}} \cdot g$ formuladan topiladi. Ixtiyoriy oniy paytdagi trayektoriyaning egrilik radiusi esa $\rho = \frac{\vartheta^2}{a_n} = \frac{\vartheta_0^2 - 2gh}{\frac{\vartheta_0 \cdot \cos\alpha}{\sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}} \cdot g} = \frac{\sqrt{(\vartheta_0^2 - 2gh)^3}}{\vartheta_0 \, g \cos\alpha}$ ko'rinishda bo'ladi.

Jismni gorizontga 45^0 burchak ostida otganda uchish uzoqligi maksimal bo'ladi. Jismni $45^0 - \varphi$ va $45^0 + \varphi$, ya'ni 45^0ga nisbatan simmetrik bo'lgan burchaklar ostida otganda esa bir xil uzoqliklarga tushadi, lekin bundagi uchish uzoqligi maksimal uchish uzoqligidan kichik bo'ladi (1.1.10.8-rasm).

$$\ell_{uchish.max} = \frac{\vartheta_0^2 \sin(2 \cdot 45^0)}{g} = \frac{\vartheta_0^2}{g}$$



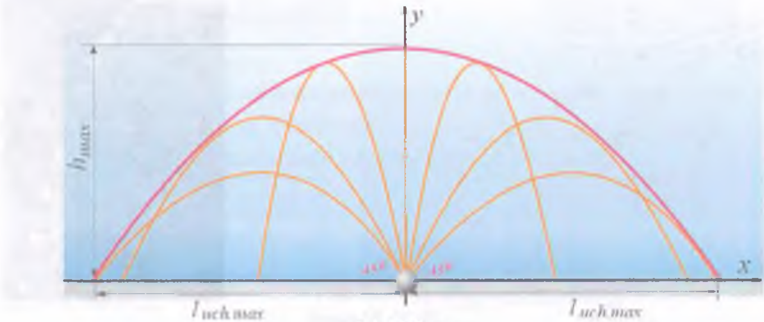
1.1.10.8-rasm

Yer sirtidan jismni bir xil boshlang'ich tezliklar bilan turli burchaklar ostida otilganda, jismlar har bir holatda qandaydir parabolalar chizadi. Hosil bo'lgan barcha parabolalarga tashqi tomondan urinuvchi bitta parabola mavjudki, uni ***xavfsizlik parabolasi*** deyiladi. Samolyot xavfsizlik parabolasidan tashqarida uchib o'tganda, Yerdan otilgan artilleriya snaryadlari hech qachon samolyotga tegmaydi.

Xavfsizlik parabolasining tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$y = -\frac{g}{2\vartheta_0^2} \cdot x^2 + \frac{\vartheta_0^2}{2g}$$

Isboti: Har qanday parabolaning umumiy tenglamasi $y = ax^2 + bx + c$ ko'rinishda bo'ladi. Xavfsizlik parabolasi Oy o'qqa simmetrik bo'lgani uchun $b = 0$ bo'ladi. Ozod had esa parabola uchining koordinatasi bo‘lib, u jismni tik yuqoriga otganda jism shu nuqtaga etadi. Ya’ni, $c = h_{MAX} = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$ bo‘ladi. Demak, $y = ax^2 + \frac{\vartheta_0^2}{2g}$ bo‘ladi. Jism yerga tushganda $y = 0$ bo‘lib, undan $x = \ell_{UCH\ MAX} = \frac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{\vartheta_0^2}{g}$ hosil chiqadi. Bundan esa $0 = a\cdot\left(\frac{\vartheta_0^2}{g}\right)^2 + \frac{\vartheta_0^2}{2g}$, $\Rightarrow$ $a = -\frac{g}{2\vartheta_0^2}$ kelib chiqadi. Demak, xavfsizlik parabolasi tenglamasi $y = -\frac{g}{2\vartheta_0^2}\cdot x^2 + \frac{\vartheta_0^2}{2g}$ ko‘rinishda bo‘lar ekan.



1.1.10.9-*rasm*

3.Biror balandlikdan gorizontal holda otilgan jism:

Biror balandlikdan gorizontal holda otilgan jismning trayektoriyasi yarimparaboladan iborat. Bu yarimparabola yerdan gorizontga burchak ostida otilgan jism harakat vaqtining 2-yarmida bosib o‘tgan trayektoriyasining o‘zginasidir.

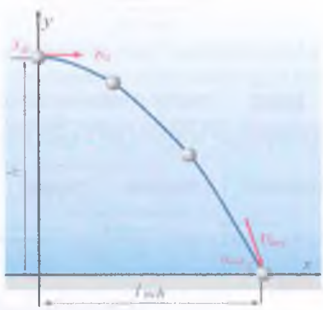
Ixtiyoriy h balandlikdan gorizontal ϑ_0 tezlik bilan gorizontal holda otilgan jismning tushish vaqti t_{uchish}, uchish uzoqligi ℓ_{uchish}, tushish tezligi ϑ_{tush} va tushish burchagi $tg\alpha_{tush}$ ni aniqlaydtgan formulalar quyidagicha bo‘ladi (1.1.10.10-rasm):

$$t_{uchish} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$l_{uchish} = \vartheta_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\vartheta_{tush} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} = \sqrt{\vartheta_0^2 + (g\,t_{uchish})^2}$$

$$tg\alpha_{tush} = \frac{\sqrt{2gh}}{\vartheta_0}$$



1.1.10.10-rasm

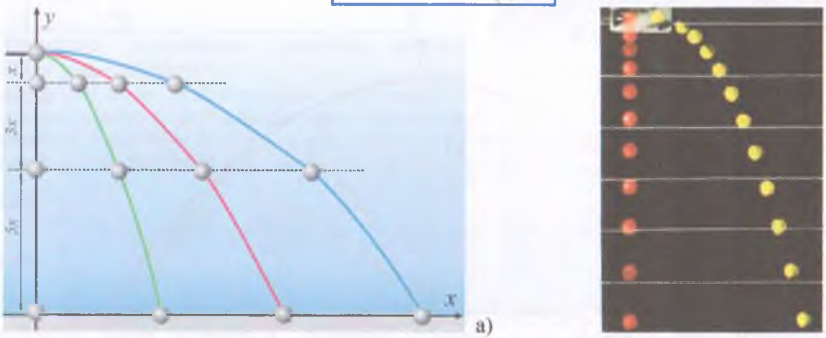
Isboti: Harakat tenglamasi $y = y_0 + \vartheta_0 \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$ dan foydalanamiz. Bu yerda $y = 0$, $y_0 = h$, $\alpha = 0$ ekanini hisobga olsak.

$0 = h + 0 - \frac{gt^2}{2}$ hosil bo‘ladi. Bundan esa tushish vaqti $t_{uchish} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ kelib chiqadi. Ox o‘qdagi harakat tenglamasidan foydalanib, uchish masofasi $\ell_{uchish} = x(t_{uchish}) = \vartheta_0 \cos\alpha \cdot t_{uchish} = \vartheta_0\, t_{uchish} = \vartheta_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$ kelib chiqadi. Pifagor teoremasidan foydalanib tushish tezligi $\vartheta_{tush} = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} = \sqrt{(\vartheta_0 \cos\alpha)^2 + (\vartheta_0 \sin\alpha - gt^2/2)^2} =$ $= \sqrt{\vartheta_0^2 + (gt_{uchish})^2} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$ ekanligi kelib chiqadi. Tushish burchak tangensi esa $tg\alpha_{tush} = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \frac{\sqrt{2gh}}{\vartheta_0}$ ga teng bo‘ladi.

Yuqoridagi formuladan ko‘rinadiki, biror balandlikdan gorizontal holda otilgan jismning tushish vaqti o‘sha balandlikdan erkin tushayotgan jismning tushish vaqtiga teng ekan.

Biror balandlikdan bir nechta jism har xil boshlang'ich tezliklar bilan gorizontal holda otilsa, ular har xil masofalarga borib tushadi, lekin hammasining tushish vaqti bir xil bo'lib, bu vaqtlar erkin tashlangan jismning tushish vaqtiga teng bo'ladi (1.1.10.11-a, rasm). Bunga stroboskopik apparatda olingan fotosuratdan ham ishonch hosil qilish mumkin (1.1.10.11-b,rasm).

$$\boxed{t_{erkin} = t_{gorizontal} = \sqrt{\frac{2h}{g}}}$$



a) b)

1.1.10.11-rasm

Biror balandlikdan gorizontal holatda otilgan jismning ixtiyoriy t vaqt o'tgach tangensial tezlanishi a_τ, normal tezlanishi a_n va egrilik radiusi R quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\begin{cases} a_\tau = \dfrac{g^2 \cdot t}{\sqrt{\vartheta_0^2 + (g \cdot t)^2}} \\ a_n = \dfrac{\vartheta_0 \cdot g}{\sqrt{\vartheta_0^2 + (g \cdot t)^2}} \\ R = \dfrac{\sqrt{\left(\vartheta_0^2 + (g \cdot t)^2\right)^3}}{\vartheta_0 \cdot g} \end{cases}}$$

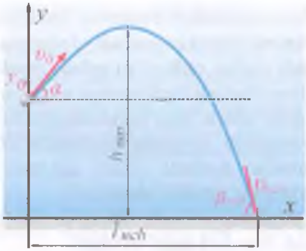
Isboti: Tangensial tezlanish chiziqli tezlikdan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga tengdir, ya'ni u $a_\tau = \vartheta'_t = \left(\sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}\right)' = \left(\sqrt{\vartheta_0^2 + (gt)^2}\right)' = \frac{g^2 t}{\sqrt{\vartheta_0^2 + (gt)^2}}$ ga teng bo'ladi. Normal tezlanishn esa Pifagor teoremasidan foydalanib osongina topish mumkin bo'ladi. Unga ko'ra normal tezlanish $a_n = \sqrt{g^2 - a_\tau^2} = \sqrt{g^2 - \frac{g^4 t^2}{\vartheta_0^2 + (gt)^2}} = \frac{\vartheta_0 g}{\sqrt{\vartheta_0^2 + (gt)^2}}$ ga teng bo'ladi. Egrilik radiusi esa $\rho = \frac{\vartheta^2}{a_n} = \frac{\sqrt{\left(\vartheta_0^2 + (gt)^2\right)^3}}{\vartheta_0 g}$ bo'ladi.

4. Biror balandlikdan gorizontga burchak ostida otilgan jism:

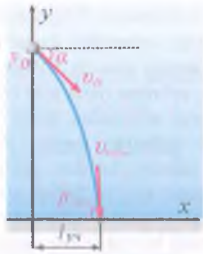
Biror y_0 nuqtadan gorizontga α burchak ostida otilgan jismning maksimal ko'tarilish balandligi h_{max} quyidagicha bo'ladi (1.1.10.12- rasm):

$$\boxed{h_{max} = y_0 + \frac{\vartheta_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}}$$

Isboti: Agar jism yer sirtidan otilganda edi, u $h_{max} = \frac{\vartheta_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ balandlikka ko'tarilishini ko'rib o'tdik. Endi biror balandlikdan turib otilsa, $h_{max} = y_0 + \frac{\vartheta_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ balandlikka ko'tarilishi ko'rinib turibdi.



1.1.10.12-rasm



1.1.10.13-rasm

Ixtiyoriy $y_0 = h$ balandlikdagi nuqtadan gorizontga nisbatan α burchak ostida ϑ_0 tezlik bilan tepaga va pastga qiyalatib otilgan jismning tushish vaqti t_{uchish}, uchish uzoqligi ℓ_{uchish}, tushish tezligi ϑ_{tush} va tushish burchagi $tg\alpha_{tush}$ quyidagicha bo‘ladi (1.1.10.12 va 1.1.10.13-rasmlar):

$$t_{uchish} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha + 2gh} + \vartheta_0 \sin\alpha}{g}$$
$$\vartheta_{tush} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$$
$$l_{uchish} = \vartheta_0 \cos\alpha \, t_{учиш}$$
$$tg\beta_{tush} = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \frac{\sqrt{(\vartheta_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{\vartheta_0 \cos\alpha}$$

↑↑↑

$$t_{uchish} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha + 2gh} - \vartheta_0 \sin\alpha}{g}$$
$$\vartheta_{tush} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$$
$$l_{uchish} = \vartheta_0 \cos\alpha \, t_{учиш}$$
$$tg\beta_{tush} = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \frac{\sqrt{(\vartheta_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{\vartheta_0 \cos\alpha}$$

↓↓↓

Isboti: Harakat tenglamasidan foydalanamiz. $y = y_0 + \vartheta_0 \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}$; $\rightarrow$ $D = \vartheta_0^2 \sin^2\alpha + 2gh$; $\rightarrow$

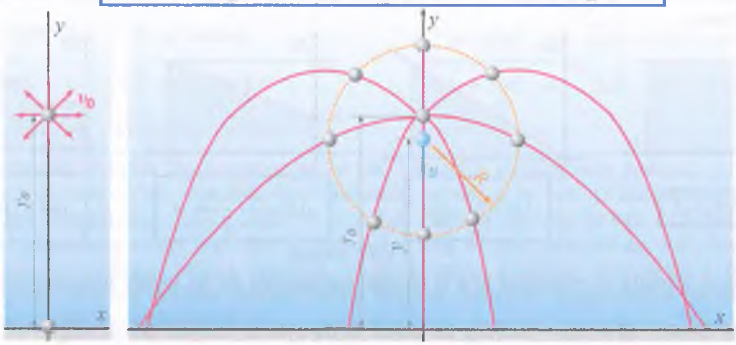
$$0 = h + \vartheta_0 t \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} \; ; \; \Rightarrow \; \frac{gt^2}{2} - \vartheta_0 t \sin\alpha - h = 0 \quad t_1 = t_{uchish} = \frac{\sqrt{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha + 2gh} + \vartheta_0 \sin\alpha}{g} \; ;$$

$$\vartheta_{tush} = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} = \sqrt{(\vartheta_0 \cos\alpha)^2 + (\vartheta_0 \sin\alpha - gt^2/2)^2} = \ldots = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh} \; ; \quad tg\beta_{tush} = \frac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = \frac{\sqrt{(\vartheta_0 \sin\alpha)^2 + 2gh}}{\vartheta_0 \cos\alpha}$$

Bir nuqtadan turli burchak ostida otilgan jismlarning har ondagi geometrik o‘rni harakatlanuvchi va kattalashuvchi sfera qobig‘ida yotadi. Sfera markazining harakati o‘sha nuqtadan erkin tushayotgan jism harakati bilan bir xil bo‘ladi.

Sfera markazining harakat va tezlik tenglamalari hamda sfera radiusi vaqtga bog‘liqlik tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$y = y_0 - \frac{gt^2}{2}, \qquad \vartheta = -gt \;, \qquad R = \vartheta_0 t + \frac{gt^2}{2}$$



1.1.10.14-rasm

Boshqacha aytganda bu joyda ham massalar markazi harakatining saqlanish qonuni bajariladi.

1.1.11. Mavzu: Tekis aylanma harakat. Aylanma harakatda asosiy tushunchalar.

Trayektoriyasi aylanadan iborat bo‘lgan harakatga ***aylanma xarakat*** aytiladi. Aylanma harakat egri chiziqli harakatning xususiy holidir. Egri chiziqli harakatda egrilik radiusi va aylana markazi har onda o‘zgarib tursa, aylanma harakatda esa egrilik radiusi va aylana markazi hech qachon o‘zgarmaydi.

Trayektoriyasi aylanadan iborat bo‘lgan jism teng vaqtlar ichida teng burchaklarga burilsa, bunday harakat ***tekis aylanma harkat*** deyiladi. Boshqacha aytganda aylanma harakatda chiziqli tezlik o‘zgarmasa, bunday harakat ***tekis aylanma tekis harakat*** deyiladi. Tekis aylanma harakatdagi kattaliklarni xuddi to‘g‘ri chiziqli tekis harakatdagi kattaliklarga o‘xshatish mumkin.

Tekis aylanma harakat qilayotgan jismning burchak koordinatasi t vaqt ichida φ_0 dan φ gacha tekis o‘zgarsa, burilish burchagining vaqtga nisbatiga teng kattalik ***burchak tezlik*** deyiladi.

$$\boxed{\omega = \frac{\varphi - \varphi_0}{t} = \frac{\Delta\varphi}{t} = tg\alpha \quad [rad/s]}$$

1.1.11.1-rasm

Yuqoridagi rasmdan ko‘rinib turibdiki, burchak va vaqt bog‘langan grafikda grafikning gorizont bilan hosil qilgan burchak tangensi burchak tezlikni berar ekan.

Boshqacha aytganda, burchak tezlik vaqt bo‘yicha burchakdan olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo‘lar ekan.

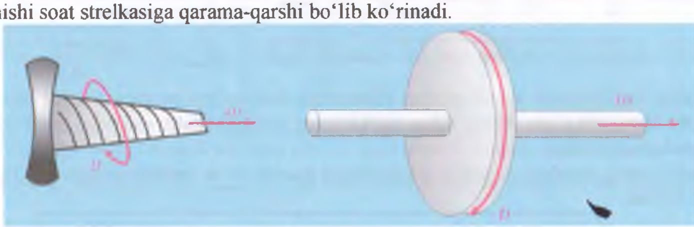
$$\boxed{\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'_t}$$

Tekis aylanma harakat qilayotgan jismning harakat tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

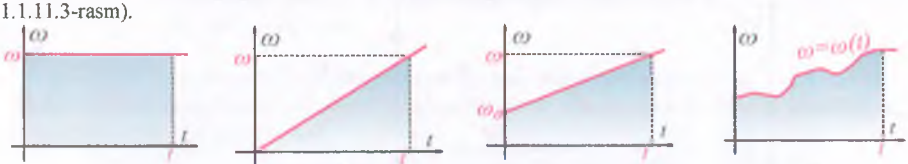
$$\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega t}$$

Yuqoridagi formulani to‘g‘ri chiziqli tekis harakatdagi harakat tenglamasiga o‘xshatish mumkin.

Burchak tezlik vektor kattalik bo‘lib, uning yo‘nalishi o‘ng parma qoidasi bo‘yicha aniqlanadi. Agar o‘ng parmaning aylanish yo‘nalishi chiziqli tezlik vektorini ko‘rsatsa, ilgarilanma harakat yo‘nalishi esa burchak tezlik vektorini ko‘rsatadi (1.1.11.2-rasm). Burchak tezligi vektorining uchidan qaraganda jismning aylanishi soat strelkasiga qarama-qarshi bo‘lib ko‘rinadi.


1.1.11.2 -rasm

Burchak tezlik va vaqt bog‘langan har qanday grafikda chegaralangan yuza ***burilish burchagi***ni beradi (1.1.11.3-rasm).



$$\boxed{\Delta\varphi = \omega \cdot t} \qquad \boxed{\Delta\varphi = \frac{1}{2}\cdot\omega\cdot t} \qquad \boxed{\Delta\varphi = \frac{\omega + \omega_0}{2}\cdot t} \qquad \boxed{\Delta\varphi = \int_0^t \omega(t)dt}$$

1.1.11.3-rasm

Yuqoridagi formula va rasmlarni to‘g‘ri chiziqli harakatdagi yo‘lni topish formulalariga o‘xshatish mumkin.

Aylanma harakat qilayotgan jismning bir marta to‘liq aylanib chiqishi uchun ketgan vaqti ***aylanish davri*** deyiladi va T bilan belgilanadi. O‘lchov birligi $[T] = [s]$ bo‘ladi.

Aylanma harakat qilayotgan jismning $1s$ vaqt ichidagi aylanishlar soniga ***aylanish chastotasi*** deyiladi va ν bilan belgilanadi. O'lchov birligi $[\nu]=[s^{-1}=1/s=Gs]$ bo'ladi.

Aylanma harakat qilayotgan jismning 2π *sekund* vaqt ichidagi aylanishlar soni ***burchak tezlik (yoki siklik chastota)*** deyiladi va ω bilan belgilanadi. O'lchov birligi $[\omega]=[rad/s]$ bo'ladi

ω, ν, T kattaliklar orasidagi bog'lanish quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}, \qquad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \qquad T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Agar aylanma harakat qilayotgan jism t vaqt ichida N marta aylansa, ω, ν, T kattaliklar quyidagicha bo'ladi:

$$T = \frac{t}{N}, \qquad \nu = \frac{N}{t}, \qquad \omega = 2\pi\frac{N}{t}$$

Agar aylanma harakat qilayotgan jismning minutiga aylanishlar soni n ([n] = [*ayl/min*]) berilgan bo'lsa, ω, ν, T kattaliklar quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\nu = \frac{n}{60}, \qquad \omega = \frac{\pi n}{30}, \qquad T = \frac{60}{n}$$

Tekis aylanma harakat qilayotgan jismning chiziqli va burchak tezliklari orasidagi bog'liqlik quyidagicha bo'ladi:

$$\vartheta = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi}{T}R = \omega R \quad [m/s]$$

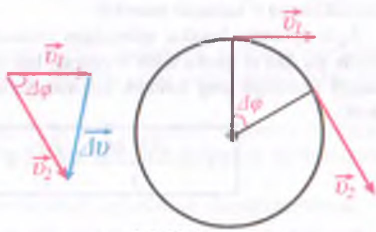
Aylanma harakat qilayotgan jism $\Delta\varphi$ burchakka burilganda, tezlikning o'zgarish vektori $\Delta\vec{\vartheta}$ va uning moduli $|\Delta\vec{\vartheta}|$ quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\Delta\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1$$

$$|\Delta\vec{\vartheta}| = \sqrt{|\vec{\vartheta}_1|^2 + |\vec{\vartheta}_2|^2 - 2\cdot|\vec{\vartheta}_1|\cdot|\vec{\vartheta}_2|\cdot\cos\Delta\varphi}$$

Tekis aylanma harakatda esa yanada soddaroq ko'rinish oladi.

$$|\Delta\vec{\vartheta}| = \sqrt{2\cdot(1-\cos\Delta\varphi)}\cdot\vartheta$$



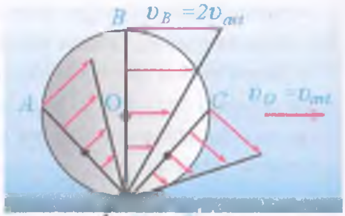
1.1.11.4-rasm

Tekis aylanma harakatda tezlik o'zgarishini topish uchun xususiy hollar:

$\alpha = 0^0$ *da* $\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert = 0$ *bo'ladi*	$\alpha = 180^0$ *da* $\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert = 2\vartheta$ *bo'ladi*
$\alpha = 60^0$ *da* $\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert = \vartheta$ *bo'ladi*	$\alpha = 270^0$ *da* $\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert = \sqrt{2}\vartheta$ *bo'ladi*
$\alpha = 90^0$ *da* $\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert = \sqrt{2}\vartheta$ *bo'ladi*	$\alpha = 360^0$ *da* $\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert = 0$ *bo'ladi*
$\alpha = 120^0$ *da* $\lvert\Delta\vec{\vartheta}\rvert = \sqrt{3}\vartheta$ *bo'ladi*	

Agar avtomobil ϑ tezlik bilan ketayotgan bo'lsa, avtomobil g'ildiragining markazi, ya'ni o'qidagi tezlik ham ϑ ga teng bo'lib, yo'nalishi ham gorizontal yo'nalgan bo'ladi. G'idldirakning markazidan boshqa barcha nuqtalaridagi tezlik miqdor va yo'nalish jihatidan turlicha bo'ladi. G'ildirakning yerga tegib turgan nuqtasining tezligi tegib turish onida nolga teng bo'ladi, ya'ni bir on, bir lahza davomida yerga nisbatan qo'zg'almas holatni egallaydi. Shuning uchun g'ildirak- ning sirtga tegish nuqtasi *tezliklarning oniy markazi* deyiladi. Boshqa barcha nuqtalar o'sha oniy nuqta atrofida bir on, bir lahza davomida oniy aylanma harakat qiladi.

G‘ildirakning hohlagan nuqtasining tezligini topish uchun o‘sha nuqtadan *oniy markaz*gacha masofani burchak tezlikka ko‘paytiramiz. Yo‘nalishini esa o‘sha nuqta va oniy markazni tutashtiruvchi kesmaga perpendikulyar qo‘yamiz (1.1.11.5-rasm).



1.1.11.5 -rasm

Tekis aylanma harakatda tezlikning miqdori o‘zgarmasdan, yo‘nalishi esa har onda tinimsiz o‘zgarib turadi. Shuning uchun egrilik markaziga qarab yo‘nalgan va *markazga intilma tezlanish* deb ataluvchi tezlanish paydo bo‘ladi. Demak markazga intilma tezlanish harakat yo‘nalishi o‘zgarganda hosil bo‘ladigan tezlanish ekan.

Tekis aylanma harakatda markazga intilma tezlanish quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{a_n = \frac{\vartheta^2}{R} \quad \left[\frac{m}{s^2}\right]}$$

a_n ni $\vartheta, \omega, \nu, T, R$ kattaliklar orqali ifodalash ushbu ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{a_n = \frac{\vartheta^2}{R} = \omega\,\vartheta = \omega^2 R = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R = (2\pi\nu)^2 R = \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 R}$$

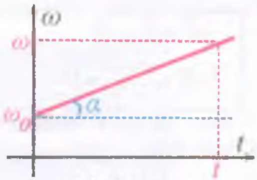
Normal tezlanishning Yuqoridagi berilgan formulalarini bilish masalalar yechishda foydadan holi bo‘lmaydi.

1.1.12. Mavzu: Tekis o‘zgaruvchan aylanma harakat

Trayektoriyasi aylanadan iborat bo‘lgan jismning burchak tezligi (yoki chiziqli tezligi) teng vaqtlar ichida teng miqdorlarga o‘zgarsa, bunday harakatga ***tekis o‘zgaruvchan aylanma harakat*** deyiladi. Tekis o‘zgaruvchan aylanma harakatdagi kattaliklarni to‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakatdagi kattalikldarga o‘xshatish mumkin.

Agar aylanma harakat qilayotgan jismning burchak tezligi t vaqt ichida ω_0 dan ω gacha tekis o‘zgarsa, burchak tezligi o‘zgarishining vaqtga nisbatiga teng kattalik burchak tezlanishi deyiladi (1.1.12.1-rasm).

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\Delta\omega}{t} = tg\alpha}$$



1.1.12.1-rasm

Yuqoridagi rasmdan ko‘rinib turibdiki, burchak tezlik va vaqt bog‘langan grafikda grafikning gorizont bilan hosil qilgan burchak tangensi burchak ***tezlanish***ni berar ekan. Boshqacha aytganda, burchak tezlanish vaqt bo‘yicha burchak tezlikdan olingan birinchi tartibli hosilaga yoki burchakdan olingan ikkinchi tartibli hosilaga teng ekan.

$$\boxed{\varepsilon = \dot{\omega}_t = \ddot{\varphi}_t, \quad \omega = \dot{\varphi}_t}$$

Agar $\varepsilon > 0$ bo‘lsa, *tekis tezlanuvchan*, $\varepsilon < 0$ bo‘lsa, *tekis sekinlanuvchan harakat* deyiladi.

Tekis o‘zgaruvchan aylanma harakat qilayotgan jismning oniy burchak tezligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\begin{cases} \omega = \omega_0 + |\varepsilon|\, t & -tezlanuvchan \\ \omega = \omega_0 - |\varepsilon|\, t & -sekinlanuvchan \end{cases}}$$

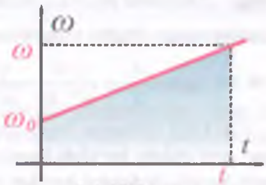
Yuqoridagi formulani to‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakatda oniy chiziqli tezlik formulasiga o‘xshatish mumkin.

Tekis o‘zgaruvchan aylanma harakatda burilish burchagini topishning uchta formulasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\Delta\varphi = \frac{\omega_0 + \omega}{2} t \qquad (1)$$

$$\Delta\varphi = \left|\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}\right| \qquad (2)$$

$$\begin{cases} \Delta\varphi = \omega_0 t + \dfrac{|\varepsilon| t^2}{2} & - \ tezlan. \\ \Delta\varphi = \omega_0 t - \dfrac{|\varepsilon| t^2}{2} & - \ sekinlan. \end{cases} \qquad (3)$$



1.1.12.2-rasm

Yuqoridagi uchta formulani to‘g‘ri chiziqli tekis o‘zgaruvchan harakatda ko‘chishni topishning uchta formulasiga o‘xshatish mumkin.

Tekis o‘zgaruvchan aylanma harakat qilayotgan jismning harakat tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \dfrac{|\varepsilon| t^2}{2} & tezlanuvchan \\ \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t - \dfrac{|\varepsilon| t^2}{2} & sekinlanuvchan \end{cases}$$

1.1.12.3-rasm

Tekis o‘zgaruvchan aylanma harakat qilayotgan jismning ***tangensial (yoki urinma yoki chiziqli)*** tezlanishi quyidagicha:

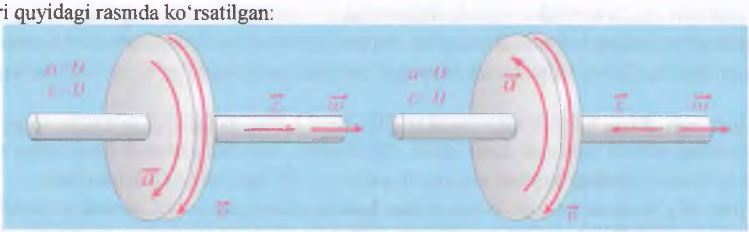
$$a_\tau = \varepsilon R \quad [m/s^2]$$

Isboti: Tezlanish formulasidan foydalanamiz. Unga ko‘ra bog‘lanish $a = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{\vartheta - \vartheta_0}{t} = \frac{\omega \cdot R - \omega_0 \cdot R}{t} = \frac{\omega - \omega_0}{t} R = \varepsilon \cdot R$ ko‘rinishda bo‘ladi.

Agar jism tekis tezlanuvchan aylanma harakat qilayotgan bo‘lsa, tangensial tezlanish yo‘nalishi chiziqli tezlik yo‘nalishi bilan va burchak tezlanish yo‘nalishi burchak tezlik yo‘nalishlari bilan mos tushadi.

Agar jism tekis sekinlanuvchan aylanma harakat qilayotgan bo‘lsa, tangensial tezlanish yo‘nalishi chiziqlik tezlik yo‘nalishiga va burchak tezlanish yo‘nalishi burchak tezlik yo‘nalishlariga qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi.

Tekis o‘zgaruvchan aylanma harakat qilayotgan jism uchun burchak tezlanish va chiziqli tezlanish yo‘nalishlari quyidagi rasmda ko‘rsatilgan:



1.1.12.4-rasm

Tekis o‘zgaruvchan aylanma harakat qilayotgan jismning umumiy tezlanishi va uning yo‘nalishi quyidagicha bo‘ladi:

$$a_{umum} = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \cdot R$$

$$tg\mu = \frac{a_\tau}{a_n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$

1.1.12.5-rasm

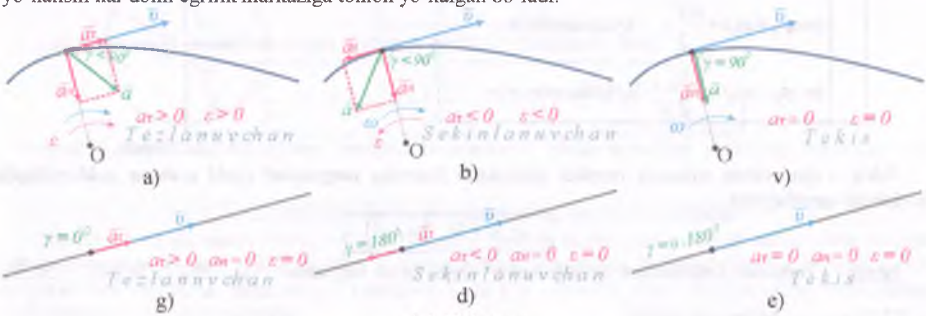
Isboti: Tangensial va normal tezlanishlar har doim o‘zaro tik yo‘nalgan bo‘ladi. Shuning uchun ham Pifagor teoremasiga asosan umumiy tezlanish $a_{umumi} = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{(\omega^2 R)^2 + (\varepsilon \cdot R)^2} = \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} \cdot R$ ko‘rinishda bo‘ladi.

Burchak esa $tg\mu = \frac{a_\tau}{a_n} = \frac{\varepsilon \cdot R}{\omega^2 \cdot R} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$ ifoda orqali aniqlanadi.

1.1.13. Mavzu: Egri chiziqli harakatda tezlik va tezlanish orasidagi burchak

Jism egri chiziq bo‘ylab harakatlanganda traektorining egrilik radiusi va egrilik markazi tinimsiz o‘zgarib boradi. Aylanma harakat egri chiziqli harakatning egrilik radiusi va egrilik markazi o‘zgarmas bo‘lgan xususiy holidir.

Tangensial (yoki chiziqli yoki urinma) tezlanish jism tezligining moduli o‘zgarganda paydo bo‘ladigan tezlanishdir. Normal (yoki markazga intilma) tezlanish esa jism tezligining miqdori o‘zgarganda paydo bo‘ladigan tezlanishdir. Har qanday egri chiziqli harakatda garchi tekis harakatlanayotgan bo‘lsa-da jism tezligining yo‘nalishi o‘zgarganligi sababli albatta normal tezlanishi paydo bo‘ladi. Normal tezlanish yo‘nalishi har doim egrilik markaziga tomon yo‘nalgan bo‘ladi.



1.1.13.1-rasm

Agar jism egri chiziq bo‘ylab notekis harakat qilayotgan bo‘lsa, jismning to‘la tezlanish vektorini tangensial va normal tezlanishlarining geometrik yig‘indisi hosil qiladi va bu tezlanish vektori tezlik vektori bilan biror γ burchak hosil qiladi (1.1.13.1-rasm). Tezlik va tezlanish vektorlari orasidagi γ burchakni ba’zi xususiy hollar uchun qarab chiqamiz.

Agar jism egri chiziq bo‘ylab tezlanuvchan harakat qilayotgan bo‘lsa, tangensial tezlanish harakat tomonga yo‘nalgan bo‘ladi. Shuningdek, burchak tezlik va burchak tezlanishlar ham bir tomonga yo‘naladi. Tezlik va tezlanish orasidagi burchak esa o‘tkir, ya’ni $\gamma < 90^0$ bo‘ladi (1.1.13.1-a,rasm).

Agar jism egri chiziq bo‘ylab sekinlanuvchan harakat qilayotgan bo‘lsa, tangensial tezlanish harakatga qarshi tomonga yo‘nalgan bo‘ladi. Shuningdek, burchak tezlik va burchak tezlanishlar ham qarama-qarshi tomonga yo‘naladi. Tezlik va tezlanish orasidagi burchak esa o‘tmas, ya’ni $\gamma > 90^0$ bo‘ladi (1.1.13.1-b,rasm).

Agar jism egri chiziq bo‘ylab tekis harakat qilayotgan bo‘lsa, tangensial tezlanish nolga teng bo‘lib, to‘la tezlanishni normal tezlanish hosil qiladi. Shuningdek, burchak tezlanish ham nolga teng bo‘ladi. Tezlik va tezlanish orasidagi burchak esa to‘g‘ri, ya’ni $\gamma = 90^0$ bo‘ladi (1.1.13.1-v,rasm).

Agar jism to‘g‘ri chiziq bo‘ylab tezlanuvchan harakat qilayotgan bo‘lsa, normal tezlanish nolga teng bo‘ladi, tangensial tezlanish harakat tomonga yo‘nalgan bo‘lib, to‘la tezlanishni tangensial tezlanish hosil qiladi. Shuningdek, burchak tezlanish ham nolga teng bo‘ladi. Tezlik va tezlanish orasidagi burchak $\gamma = 0^0$ bo‘ladi (1.1.13.1- g,rasm).

Agar jism to‘g‘ri chiziq bo‘ylab sekinlanuvchan harakat qilayotgan bo‘lsa, normal tezlanish nolga teng bo‘ladi, tangensial tezlanish harakatga qarshi tomonga yo‘nalgan bo‘lib, to‘la tezlanishni tangensial tezlanish hosil qiladi. Shuningdek, burchak tezlanish ham nolga teng bo‘ladi. Tezlik va tezlanish orasidagi burchak $\gamma = 180^0$ bo‘ladi (1.1.13.1-d,rasm).

Agar jism to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan bo‘lsa, hech qanday tezlanish va burchak tezlanish paydo bo‘lmaydi.

1.1.14. Mavzu: Uzatmalar va ular yordamida harakatni o'zgartirish. Uzatish soni

Uzatma deb xarakatni bir valdan ikkinchi valga o'zgartirib uzatishga mo'ljallangan mexanizmga aytiladi.

Uzatmalarning diskli, tishli g'ildirakli, tasmali, zanjirli kabi turlari bor (1.1.14.1-rasm).

Agar vallar orasidagi masofa yaqin bo'lsa, diskli yoki tishli g'ildirakli uzatmalardan, uzoq bo'lsa, tasmali yoki zanjirli uzatmalardan foydalaniladi. Tishli g'ildirakli va zanjirli uzatmalar katta zo'riqishlar uchun, diskli va tasmali uzatmalar esa engil zo'riqishlar uchun mo'ljallangan.

Tasmali va zanjirli uzatmalar harakatning faqat miqdorini o'zgartirib bera oladi, lekin yo'nalishini o'zgartira olmaydi. Diskli va tishli g'ildirakli uzatmalar esa harakatning ham miqdorini, ham yo'nalishini o'zgartirib bera oladi.

Bir valdan harakatni ikkinchisiga uzatilganda chiziqli tezlik o'zgarmaydi, aylanish davri, burchak tezlik, aylanish chastotasi, minutiga aylanishlar soni kabi kattaliklar o'zgaradi.

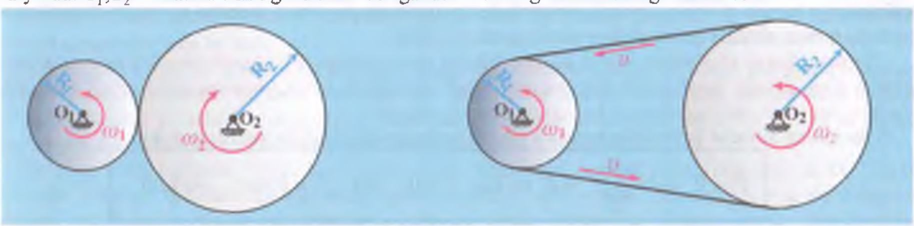
Agar bitta valga turli disklar o'rnatilgan bo'lsa bu disklarning aylanishlar chastotasi teng bo'lib, chetki nuqtalar tezliklari har xil bo'ladi.

Agar harakat bir valdan ikkinchisiga uzatilayotgan bo'lsa (birinchi val ikkinchi valni aylanishiga sababchi bo'lsa), birnchi valni ***etakchi val***, ikkinchi valni esa ***etaklanuvchi val*** deyiladi.

Agar etakchi g'ildirak diametri d_1 va etaklanuvchi g'ildirak diametri d_2 bo'lsa, u holda uzatmaning uzatish soni U quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{U = \frac{d_2}{d_1} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1}}$$

Bu yerda: z_1, z_2 – uzatma tishli g'ildirakli bo'lganda 1- va 2- g'ildiraklardagi tishlar soni.



1.1.14.1-rasm

Agar etaklanuvchi g'ildirakning o'lchami etakchi g'ildirakning o'lchamidan kichik bo'lsa, harakat tezlashadi, yoki aksincha bo'lsa, harakat sekinlashadi.

Uzatish soni U bo'lgan uzatmaning etakchi g'ildiragidagi (1-g'ildirak) quvvat N_1, chiziqli tezlik ϑ_1, aylanish chastotasi ν_1, burchak tezligi ω_1 va davri T_1 bo'lsa, etaklanuvchi g'ildirakning (2-g'ildirak) quvvati N_2, chiziqli tezligi ϑ_2, aylanish chastotasi ν_2, burchak tezligi ω_2 va davri T_2 quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\begin{array}{c} N_2 \approx N_1, \qquad \vartheta_2 = \vartheta_1, \\ \nu_2 = \frac{\nu_1}{U}, \qquad \omega_2 = \frac{\omega_1}{U}, \qquad T_2 = U \cdot T_1, \qquad M_2 = U \cdot M_1 \end{array}}$$

Demak, yuqoridagi formuladan ham ko'rinib turibdiki, uzatma yordamida chiziqli tezlik o'zgartirilmasdan, balki burchak tezlik o'zgartirilar ekan. Burchak tezlik o'zgartirilganda esa o'z navbatida chastota, davr va burovchi momentlar ham o'zgarar ekan. Shuni ham eslatib o'tish kerakki, quvvat va burovchi moment kattaliklari haqida keyingi dinamika va statika qismlarida gap boradi. Uzatmalar haqida to'liqroq tushuncha paydo bo'lishi uchun uzatmalarda ushbu kattaliklar qanday o'zgarishi haqida to'xtalib o'tdik.

1.2. DINAMIKA

Dinamika – jismlarning harakat qonunlari va tenglamalarini harakatni yuzaga keltiruvchi sabablar bilan qo'shib o'rganuvchi mexanikaning bir bo'limidir. Bu bobni o'rganishda oldingi bobda keltirib chiqarilgan harakat tenglamalari, trayektoriya tenglamalari va boshqa kattaliklar umuman jismning harakatini kuch va massaga bog'lagan holda o'rganiladi. Ushbu bob Nyutonning uchta qonuniga asoslangan bo'lib, undan tashqari impuls, kuch impulsi, mexanik ish, kinetik va potensial energiya kabi yangi tushunchalar kiritiladi.

1.2.1. Mavzu: Nyutonning (dinamikaning) birinchi qonuni *(inersiya qonuni)*. Inersial va noinersial sanoq sistemalar. Galileyning nisbiylik prinsipi

Nyutonning birinchi qonuni:

Inersiya qonuuni haqidagi fikr XVII asrning boshlarida mashhur italyan fizigi Galileo Galiley (1564-1642) tomonidan aytilgan bo'lib, u Yerga tortilishi, havoning ishqalanishi va qarshiligi kabi turli ta'sirlardan ozod bo'lgan jism ideal hollarda o'zgarmas tezlik bilan abadiy harakat qilish kerak degan to'g'ri xulosaga keldi. Fransuz fizigi va matematigi Rene Dekart (1596-1650) bu xulosani rivojlantirib, erkin jism o'zining to'g'ri chiziqli harakatini davom ettirishga intiladi deydi.

Isaak Nyuton (1642-1727) o'zining 1687-yilda nashr etilgan "Natural filosofiyaning matematik asoslari" deb nomlangan kitobida harakatni o'rganishga oid barcha ma'lumotlarni umulashtirib, dinamikaning uchta asosiy qonunini bayon etdi. Xususan, Nyuton o'zidan oldin o'tgan olimlarning xulosalariga hamda o'zining kuzatish va tajribalari natijalariga asoslanib, inersiya qonunini dinamikaning birinchi qonuni sifatida qabul qildi va quyidagicha ta'rifladi:

Shunday sanoq sistemalari borki, ularga nibstan tinch turgan yoki ilgarilanma harakat qilayotgan jismga hech qanday kuch ta'sir qilmasa yoki ta'sir qiluvchi kuchlar kompensatsiyalashsa, jism tinch holatini saqlaydi yoki ilgarilanma harakatini davom ettiradi.

Nyutonning birinchi qonunini matematik nuqtai nazardan quyidagicha yozish mumkin:

$$\boxed{\bar{F}=0 \;\; yoki \;\; \sum_{i=1}^{n} F_i = 0 \;\; bo'lsa \;\; \vec{\upsilon}=0 \;\; yoki \;\; \vec{\upsilon}=const \;\; bo'ladi}$$

Boshqacha aytganda, har qanday jism o'zining tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini bu jismga boshqa jismlar ta'sir qilmaguncha saqlaydi. Demak, jism dastlab tinch turgan bo'lsa, keyin ham tinch turaveradi, dastlab harakatlanayotgan bo'lsa, o'sha tezlik va o'sha yo'nalishda harakatlanaveradi. Jismning tezligining miqdorini ham, yo'nalishini ham o'zgartirish uchun abatta tashqi ta'sir kerak bo'lar ekan. Tashqi barcha ta'sirlar kompensatsiyalashgan holatda esa, jismning na tezligini va na harakat yo'nalishini o'zgartirib bo'lmas ekan.

Yuqorida biz jismga hech qanday kuch ta'sir qilmasa dedik, aslida jismga hech qanday kuch ta'sir qilmaslikning iloji yo'q. Ya'ni jismni barcha tashqi ta'sirlardan holi joyga ko'chirishning iloji yo'q. Faqat ta'sir juda sezilarsiz bo'lgandagina biz ideallashtirib, tashqi ta'sirlardan holi, ya'ni ***erkin jism*** deb aytishimiz mumkin.

Jismning tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini saqlash xossasi ***inersiya*** deyiladi. Shuning uchun Nyutonning birinchi qonuni ***inersiya qonuni*** deb ham ataladi.

Inersial va noinersial sanoq sistemalar:

Nyutonning birinchi qonuni bajariladigan sanoq sistemalari ***inersial sanoq sistemalari (ISS)*** deyiladi. Inersial sanoq sistemasining ichida turib o'tkazilgan mexanik tajribalar yordamida sanoq sistemasining tinch turganligi yoki harakatlanayotganligini aniqlab bo'lmaydi.

Nyutonning birinchi qonuni bajarilmaydigan sanoq sistemalari ***noinersial sanoq sistemalari (NSS)*** deyiladi. Noinersial sanoq sistemasining ichida turib hech qanday tajriba o'tkazmasdan ham sanoq sistemasining harakatlanayotganligini sezish mumkin.

Inersial va noinersial sanoq sistemalari haqidagi fikrimizni quyidagi tajriba yordamida oydinlashtiramiz:

To‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanayotgan arava ustida shar turgan bo‘lsin. Sharcha Yerga bog‘langan K sanoq sistemasida to‘g‘ri chiziqli tekis harakatda, aravaga bog‘langan K' sanoq sistemasida esa tinch holatda bo‘ladi. Bu sharga tasir qilayotgan og‘irlik kuchi va aravachaning reaksiya kuchlari kompensatsiyalashgani uchun hohlagancha uzoq vaqt davomida sharcha K sanoq sistemasiga nisbatan to‘g‘ri chiziqli tekis harakatini, K' sanoq sistemasiga nibatan esa tinch holatini saqlaydi. Ya’ni, ikkala sanoq sistemasida ham Nyutonning birinchi qonuni bajarilyapti. Shuning uchun bu holatda K va K' sanoq sistemalari inersial sanoq sistemalari bo‘ladi (1.2.1.1-a,rasm).

a) b)

1.2.1.1-rasm

Endi aravani tezlashtiradigan bo‘lsak, sharcha aravaga nisbatan orqa tomonga aravaning tezlanishiga teng bo‘lgan tezlanish bilan harakat boshlaydi, Yerga nisbatan esa avvalgi to‘g‘ri chiziqli tekis harakatini saqlaydi. Eslatib o‘tamiz, sharchaga ta’sir qilayotgan og‘irlik va reaksiya kuchlari kompensatsiyalashgan. Shunday bo‘lsa-da sharcha aravaga nisbatan $\vec{a}$ tezlanish bilan harakat boshlaydi. Demak, aravaga bog‘langan K' sanoq sistemasida Nyutonning birinchi qonuni bajarilmayapti. Shuning uchun bu holatda K' sanoq sistemasi noinersial sanoq sistemsi, K sanoq sistemasi esa inersial sanoq sistemasi bo‘ladi (1.2.1.1-b,rasm). Nafaqat aravani tezlashtirganda, balki sekinlashtirganda burganda va umuman barcha turdagi egri chiziqli harakatlarda K' sanoq sistemasi noinersial sanoq sistemsi, K sanoq sistemasi esa inersial sanoq sistemasi bo‘ladi.

Xulosa qilib aytganda qaysi sanoq sistemasi harakatida tezlanish mavjud bo‘lsa, o‘sha sanoq sistemasi noinersial sanoq sistemasi bo‘ladi. Jismning egri chiziqli har qanday harakatida, garcha tekis harakat bo‘lsa-da, harakat yo‘nalishi o‘zgarganligi uchun markazga intilma tezlanish paydo bo‘ladi va bu jismga bog‘langan sanoq sistemasi albatta noinersial sanoq sistemasi hisoblanadi.

Biz yuqoridagi tajribada Yerga bog‘langan sanoq sistemasini inersial sanoq sistemasi dedik. Shartli ravishda Yerni qo‘zg‘almas deb olganimiz uchun shunday bo‘ldi. Lekin Yerning o‘z o‘qi atrofidagi va Quyosh atrofidagi aylanma harakatlarini e’tiborga olsak Yerga bog‘langan sanoq sistemasining harakatida tezlanish mavjud va bu sanoq sistemasi inersial sanoq sistemasi bo‘la olmaydi.

Quyoshning yillar davomidagi Galaktikamizda qilgan harakatini deyarli to‘g‘ri chiziq deb qa’bul qilishimiz mumkin. Bundagi markazga intilma tezlanish va bu vaqt davomidagi egrilanish nihoyatda kichik bo‘lgani uchun Quyosh sistemasining Galaktikadagi yillar davomidagi qiladigan harakatini to‘g‘ri chiziqli tekis harakat deb qabul qilishimiz mumkin ekan. Tekshirishlardan ma’lum bo‘ldiki, Quyoshda markazlashgan va o‘qlari yulduzlarga tomon yo‘nalgan sanoq sistemasi yagona inersial sanoq sistemasi bo‘la olar ekan. Shuning uchun ham bu sanoq sistema ***Geliotsentrik sanoq sistema*** deyiladi.

Galileyning nisbiylik prinsipi:

Galiley kemaning yopiq kayutasida o‘tkazgan turli mexanik tajribalarning natijalariga asoslanib, quyidagilarni yozgan edi: “To‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilayotgan kema ichida sodir bo‘ladigan barcha hodisalarda ham hech qanday o‘zgarish sezmaymiz va bu hodisalarning birontasi ham kemaning tinch turganligi yoki harakat qilayotganligi to‘g‘risida mulohoza yuritishga imkon berolmaydi”.

Haqiqatan ham kemaning to‘g‘ri chiziqli tekis harakati kema ichida o‘tkaziladigan tajribalarga xalaqit bermaydi. Xuddi kema tinch turgani kabi natijalarga ega bo‘lamiz. Mas: Kayutada turib kema harakati yo‘nalishida qancha masofaga sakrasak, qarama-qarshi yo‘nalishda ham Shuncha masofaga sakraymiz. Bulardan shunday xulosa kelib chiqadi:

Barcha inersial sanoq sistemalarida harakat qonunlari bir xil bo‘ladi, mexanik hodisalar bir xilda sodir bo‘ladi. Bu xulosa ***Galileyning nisbiylik prinsipi*** deb yuritiladi.

1.2.2. Mavzu: Nyutonning (dinamikaning) ikkinchi qonuni.

(dinamikaning asosiy tenglamasi).

Kuzatuvlarning ko‘rsatishicha, jismga berilayotgan ta’sir bu jismning tezlanish olish sifatidagina emas, balki jismning deformatsiyalanish tarzida ham namoyon bo‘lish mumkin. Mas: devorga urilayotgan o‘q unga tezlanish bermaydi, lekin devorning o‘q tekkan joyida chuqurcha hosil bo‘ladi. Bunda devorning ayrim qismlari bir-biriga nisbatan siljiydi, ya’ni deformatsiyalanish kuzatiladi.

Umuman jismga ko‘rsatiladigan ta’sir ***kuch*** degan kattalik bilan ifodalanib, uning kattaligi jism erishadigan tezlanish va deformatsiya bilan aniqlanadi. Tajribalarda quyidagilar aniqlangan:

1.Biror jismga ixtiyoriy $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots$ kuchlar navbatma-navbat ta’sir etganda jism oladigan tezlanishlar turlicha $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \ldots$ bo‘ladi. Lekin ta’sir etuvchi kuchning olgan tezlanishga nisbatlari barcha hollarda bir xil.

$$\frac{\vec{F}_1}{\vec{a}_1} = \frac{\vec{F}_2}{\vec{a}_2} = \frac{\vec{F}_3}{\vec{a}_3} = \ldots = const$$

Bu nisbat jismning inertlik xususiyatini xarakterlab, ***massa*** deb ataladi va m bilan belgilanadi.

Hajmlari aynan birday bo‘lgan turli jismlarning massalari turlicha bo‘ladi. Haqiqatan, hajmlari teng, lekin biri yog‘ochdan, ikkinchisi esa temirdan yasalgan jismlarning massalari har xil bo‘lishini kundalik turmushimizdan bilamiz. Hajmi ma’lum bo‘lgan jismning massasini topish uchun ***zichlik*** tushunchasini kiritamiz.

Modda massasining uning hajmiga nisbatiga teng bo‘lgan kattalik uning ***zichligi*** deyiladi. Boshqacha aytganda ***modda zichligi*** – hajm birligida to‘plangan massadir.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}} \qquad [kg/m^3]$$

SI sistemasida zichlikning o‘lchov birligi kg/m^3 bo‘lib, ba’zan g/sm^3 o‘lchov birligini ham uchratamiz. Bular orasidagi bog‘liqlik quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{1\frac{g}{sm^3} = 1000\frac{kg}{m^3}}$$

Turli moddalarning zichliklari uchun jadval kitobning orqasida ilovalarda keltirilgan.

Shuni ham aytib o‘tish kerakki, massa jism inertlik o‘lchovi bo‘lsa, zichlik esa jism egallab turgan fazo sohasida inertlikning quyuqlik darajasini bildiradi. Zichligi yuqori bo‘lgan jismda inertlik quyuqlashgan, va aksincha zichligi kam bo‘lgan jismda inertlk siyraklashgan deyishimiz mumkin.

2. Kattaligi bir xil bo‘lgan kuchlar ta’sirida turli massali jismlar erishgan tezlanishlarning qiymatlari jismlarning massalariga teskari proporsional bo‘ladi. Massasi kattaroq jismning o‘z tezligini saqlash xususiyati yorqinroq namoyon bo‘ladi. ***Massa – jismning inertlik o‘lchovidir***. Inertlik – bu tashqi kuch ta’sirida tezlikning dastlabki qiymat va yo‘nalishini saqlashga intilishi demakdir. Tashqi ta’sir natijasida qanchalik tezlik yo‘nalishi va qiymatini o‘zgartirish qiyin bo‘lsa, uning massasi shuncha katta, ya’ni bu jism Shuncha inertroq deganidir. Inertlikni harakatchanlik yoki qo‘zg‘aluvchanlikka teskari kattalik deb baholash mumkin.

Yuqorida bayon etilgan tajribalarning natijalarini umumlashtirib, quyidagi xulosaga kelish mumkin: ***Har qanday jismning massasi va inersial sanoq sistemasida olgan tezlanishining ko‘paytmasiga teng kattalik jismga ta’sir qiluvchi kuchga teng.***

$$\boxed{m \cdot \vec{a} = \vec{F}}$$

Mazkur formula ***dinamikaning asosiy tenglamasi*** yoki ***Nyutonning (dinamikaning) ikkinchi qonuni*** deb ataladi.

$1kg$ massali jismga $1m/s^2$tezlanish bera oladigan kuchning kattaligi $1N$ (Nyuton) ga teng.

$$\boxed{1kg \cdot 1\frac{m}{s^2} = 1N}$$

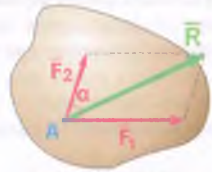
Kuch ***dinamometr*** asbobi bilan o‘lchanadi.

Jismni Yer tortadigan kuch ***og‘irlik kuchi*** deyiladi. Yerning tortish kuchi erkin tushayotgan jismlarning hammasiga massasidan qat’iy nazar bir xil, ya’ni $g = 9{,}81\,м/c^2$tezlanish bera oladi. Yer jismlarni massalariga to‘g‘ri proporsional bo‘lgan kuchlar bilan, ya’ni katta massali jismni katta kuch bilan, kichik massali jismni kichik kuch bilan tortar ekan. Og‘irlik kuchining ifodasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{F = mg}$$

Har qanday $1kg$ massaga ega bo‘lgan jismni Yer $9{,}81N$ ga teng kuch bilan tortadi.

Agar jismga $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar ta’sir qilayotgan bo‘lsa, teng ta’sir etuvchi $\vec{R}$ kuch bu kuchlarga qurilgan parallelogramning diagonali bo‘yicha topiladi.



1.2.2.1-rasm

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$
$$|\vec{R}| = \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 + 2\cdot|\vec{F}_1|\cdot|\vec{F}_2|\cdot\cos\gamma}$$

Agar jismga bir emas bir qancha kuchlar ta’sir qilayotgan bo‘lsa, Nyutonning ikkinchi qonuni quyidagicha bo‘ladi:

$$m\cdot\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = \vec{R}$$

Bu yerda $\vec{R}$ - jismga ta’sir qiluvchi barcha kuchlarning natijalovchisidir.
Jism harakatining vektor formadagi differensial tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$m\frac{d^2\overline{r}}{dt^2} = \vec{R}$$

Jism harakatining Dekart koordinata o‘qlaridagi differensial tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = R_x \;;\quad m\frac{d^2y}{dt^2} = R_y \;;\quad m\frac{d^2z}{dt^2} = R_z$$

Agar biror kuch ta’sirida m_1 massali jim a_1 tezlanish, m_2 massali jim a_2 tezlanish va hokoza m_n massali jim a_n tezlanish olsa, o‘sha kuch ta’sirida umumiy $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_n$ massali jism olgan natijaviy tezlanish quyidagicha bo‘ladi:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots + \frac{1}{a_n}$$

__Isboti:__ Nyutonning 2-qonuniga ko‘ra kuch ta’sirida jism olgan tezlanish $m = \frac{F}{a}$ bo‘ladi. Bunga ko‘ra

$$\begin{cases} m_1 = \frac{F}{a_1} \\ m_2 = \frac{F}{a_2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ m_n = \frac{F}{a_n} \end{cases}$$

bo‘ladi. Kuch umumiy massaga ta’sir qilganda esa $m_1 + m_2 + \ldots + m_n = \frac{F}{a}$ bo‘ladi, ya’ni

$\frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} + \ldots + \frac{F}{a_n} = \frac{F}{a}$ bo‘ladi. Tezlanish $\frac{1}{a} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots + \frac{1}{a_n}$ bo‘ladi.

1.2.3. Mavzu: Nyutonning (dinamikaning) uchinchi qonuni *(aks ta’sir qonuni).*

Ikki jism ta’sirlashganda, birinchi jism ikkinchisiga qandaydir kuch bilan ta’sir ko‘rsatsa, albatta, o‘z navbatida ikkinchi jism ham birinchisiga qandaydir kuch bilan ta’sir ko‘rsatadi.

Nyuon tajribalarida quyidagilar aniqlandi.

1)ikki jism ta’sirlashganda doim ikki kuch vujudga keladiki, bu kuchlar shu jismlarning har biriga har biriga qo‘yilgan bo‘ladi (1.2.3.1-rasm);

2)mazkur kuchlar bir to‘g‘ri chiziq bo‘ylab qarama-qarshi tomonlarga yo‘nalgan;

1.2.3.1-rasm

3)bu kuchlarning absalyut qiymatlari teng.

Nyuton kuchlardan birini ta’sir deb, ikkinchisini aksta’sir deb atadi. Bu ajratish shartlidir, chunki ikkala kuchning ham tabiati bir xil. Lekin ular ikkita alohida-alohida jismlarga qo‘yilganligi uchun bir-

birlarini muvozonatlamaydi. Masalan, mix qoqish jarayonida bolg'aning mixga ta'sir kuchi mix qalpog'iga, mixning aks ta'sir kuchi esa bolg'aga qo'yilgan. Nyuton tajriba natijalarini umulashtirib, o'zining uchinchi qonuni quyidagicha ta'riflaydi:

Jismlar bir-biriga aynan bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan, absalyut qiymati jixatidan teng va yo'nalish jihatidan qarama-qarshi kuchlar bilan ta'sir qiladi.

$$\boxed{\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}}$$

Ta'sirlashuv vaqtida ikki jism olgan tezlanishlar nisbati ularning massalarining teskari nisbatiga teng.

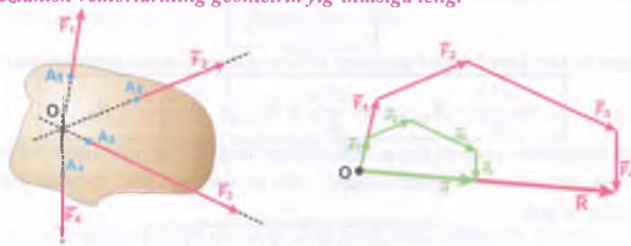
$$\boxed{\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}}$$

Isboti: ta'sirlashuv vaqtida ikkita jismning bir-biriga ko'rsatadigan ta'sir kuchlari miqdor jihatidan tengligidan foydalanamiz.

$$|F_{1,2}| = |F_{2,1}|, \implies m_1 a_1 = m_2 a_2, \implies \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}.$$

1.2.4. Mavzu: Dinamikaning to'rtinchi qonuni *(kuchlarning mustaqillik qonuni)*.

Jism bir necha kuch ta'siri ostida olgan tezlanish vektori, har bir kuch alohida-alohida ta'sir etganda olgan tezlanish vektorlarining geometrik yig'indisiga teng.



1.2.4.1-rasm

Jismga $\vec{F}_1$ kuch ta'sirida olgan tezlanishi $\vec{a}_1$, $\vec{F}_2$ kuch ta'sirida olgan tezlanishi $\vec{a}_2$, $\vec{F}_3$ kuch ta'sirida olgan tezlanishi $\vec{a}_3$, va hokoza $\vec{F}_n$ kuch ta'sirida olgan tezlanishi $\vec{a}_n$ bo'lsin, ya'ni $\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}$; $\vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}$; $\vec{a}_3 = \frac{\vec{F}_3}{m}$; ... $\vec{a}_n = \frac{\vec{F}_n}{m}$; bo'lsin. $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... + \vec{F}_n$ kuchlar birgalikda ta'sir qilgandagi tezlanish $\vec{a}$ bo'lsin. Dinamikaning to'rtinchi qonuniga asosan $\vec{a}$ quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + ... + \vec{a}_n}$$

1.2.5. Mavzu: Dinamikaning ikki masalasi

Dinamikaning birinchi masalasi (to'g'ri masala):

Jismning massasi va kinematik harakat tenglamalari berilganda, shu harakatni vujudga keltiruvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlash masalasi ***dinamikaning birinchi masalasidir***.

Agar m massali jismning Dekart koordinata o'qlaridagi harakat

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$

tenglamalari ma'lum bo'lsa, ulardan ikki marta vaqt bo'yicha hosila olib, tezlanishning o'qlardagi proyeksiyalari topiladi. So'ngra kuchning o'qlardagi proyeksiyalarini aniqlaymiz.

$$\boxed{F_x = m\frac{d^2x}{dt^2} = m\ddot{x}, \quad F_y = m\frac{d^2y}{dt^2} = m\ddot{y}, \quad F_z = m\frac{d^2z}{dt^2} = m\ddot{z}}$$

Natijada teng ta'sir etuvchi kuchning moduli va uning yo'naltiruvchi kosinuslari topiladi.

$$\boxed{\begin{gathered} F = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2 + F_Z^2} \\ \cos(\vec{F}\wedge x) = \frac{F_X}{F}, \quad \cos(\vec{F}\wedge y) = \frac{F_y}{F}, \quad \cos(\vec{F}\wedge z) = \frac{F_z}{F} \end{gathered}}$$

Dinamikaning ikkinchi masalasi (teskari masala):

Jismning massasi va unga ta'sir qiluvchi kuchlar berilganda, jismning kinematik harakat tenglamalarini aniqlash masalasi ***dinamikaning ikkinchi masalasidir***.

Ikkinchi masalaning echimi ikkinchi tartibli differensial tenglamani integrallashlar natijasida kelib chiqadi. Jismga ta'sir etuvchi kuch umumiy holda vaqtga, jismning holatiga va jismning tezligiga bog'liq bo'lgani uchun differensial tenglamaning echimini umumiy holda topish suskin emas. Jismga ta'sir qiluvchi kuch qonuniyatini ko'rsakkina, har bir masalaga alohida yondoshuv orqali echim topiladi. Jismning harakati qanday usulda aniqlanishiga qarab, dinamikaning ikkinchi masalasi quyidagicha echiladi:

1.Agar jismga ta'sir etuvchi kuchning teng ta'sir etuvchisi vaqt, radius vektor, tezlik vektorining funksiyasi sifatida ma'lum bo'lsa, dinamikaning asosiy tenglamasini quyidagicha yozamiz:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}(t,\vec{r},\vec{\vartheta})$$

Tezlanish vektori tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{1}{m}\cdot\vec{F}(t,\vec{r},\vec{\vartheta})$$

Bu vektorli ikkinchi tartibli differensial tenglamani bir marta integrallab, tezlik vektorini tenglamasini, ikkinchi marta integrallab, radius vektorining tenglamasini, ya'ni harakat tenglamasini hosil qilamiz.

$$\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \frac{1}{m}\cdot\int_0^t \vec{F}(t,\vec{r},\vec{\vartheta})dt\ , \qquad \vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t (\vec{\vartheta}_0 + \frac{1}{m}\cdot\int_0^t \vec{F}(t,\vec{r},\vec{\vartheta})dt)\,dt$$

2.Agar teng ta'sir etuvchi $\vec{R}$ kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari R_X, R_Y, R_Z lar vaqt, koordinata, tezlikning funksiyasi sifatida ma'lum bo'lsa, dinamikaning asosiy tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$m\ddot{x} = R_X(t,x,\vartheta_x), \qquad m\ddot{y} = R_Y(t,y,\vartheta_y), \qquad m\ddot{z} = R_Z(t,z,\vartheta_z)$$

Tezlanishning o'qlardagi proyeksiyalari quyidagicha bo'ladi:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}\cdot R_X(t,x,\vartheta_x), \qquad \ddot{y} = \frac{1}{m}\cdot R_Y(t,y,\vartheta_y), \qquad \ddot{z} = \frac{1}{m}\cdot R_Z(t,z,\vartheta_z)$$

Bu ikkinchi tartibli differensial tenglamani bir marta integrallab, tezlik tenglamasini, ikkinchi marta integrallab, koordinatalarning vaqtga bog'lanish tenglamasini, ya'ni harakat tenglamasini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} \vartheta_X = \vartheta_{0X} + \frac{1}{m}\cdot\int_0^t R_X(t,x,\vartheta_X)dt \\ \vartheta_Y = \vartheta_{0Y} + \frac{1}{m}\cdot\int_0^t R_Y(t,y,\vartheta_Y)dt \\ \vartheta_Z = \vartheta_{0Z} + \frac{1}{m}\cdot\int_0^t R_Z(t,z,\vartheta_Z)dt \end{cases} \qquad \begin{cases} x = x_0 + \int_0^t (\vartheta_{0X} + \frac{1}{m}\cdot\int_0^t R_X(t,x,\vartheta_X)dt)\,dt \\ y = y_0 + \int_0^t (\vartheta_{0Y} + \frac{1}{m}\cdot\int_0^t R_Y(t,y,\vartheta_Y)dt)\,dt \\ z = z_0 + \int_0^t (\vartheta_{0Z} + \frac{1}{m}\cdot\int_0^t R_Z(t,z,\vartheta_Z)dt)\,dt \end{cases}$$

1.2.6. Mavzu: Osmon jismlari haqida tasavvurlarning rivojlanishi. Kepler qonunlari. Nyutonning butun olam tortishish qonuni. Gravitatsion doimiysini aniqlash tajribalari.

Osmon jismlari haqida tasavvurlarning rivojlanishi:

Qadim zamonlardayoq osmonni kuzatuvchilar asrlar davomida o'z o'rnini deyarli o'zgartirmay turadigan yulduzlardan farqli ravishda, sayyoralar sirtmoq shakldagi murakkab trayektoriya chizishlarini payqaganlar.

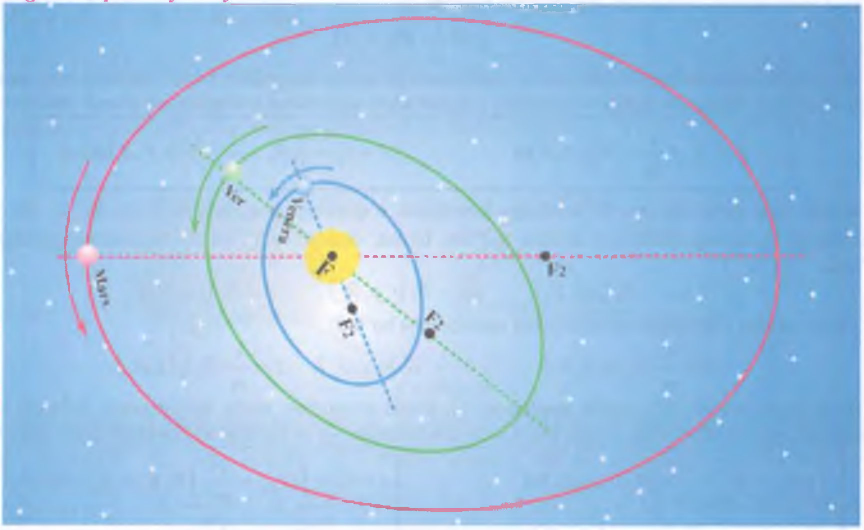
Qadimgi yunon faylasufi Klavdiy Ptolemey olam tuzilishi haqida quyidagi fikrni aytgan: olam markazida Yer joylashgan, har bir sayyora kichik doira (epitsikl) bo'ylab harakat qiladi va bu epitsikllarning markazlari esa markazida Yer joylashgan katta doira bo'ylab harakat qiladi. Sirtmoqsimon trayektoriyaning sababi ana shunda deb uqtiradi. Ptolemeynig bu ***olamning geotsenrtik sistemasi*** katolik cherkovining qo'llab-quvvatlashi bilan fanda deyarli bir yarim ming yil hukm surdi.

XVI asr boshlarida polyak olimi Nikolay Kopernik maxfiy ravishda o'zining "Osmon doiralarining aylanishi haqida" degan mashhur asarini yozishga kirishadi va unda Ptolemey sistemasining noto'g'ri ekanligini ko'rsatadi. Yer boshqa sayyoralar kabi Quyosh atrofida yillik va o'z o'qi atrofida sutkalik aylanma harakat qiladi deya ta'kidlaydi va ***geliotsentrik sistema***ga asos soladi. Kopernik o'z asari cherkov xodimlariga yoqmasligi va ularning ta'qibi ostiga olinishadan ikkilanib yuradi va nihoyat umrining oxirida o'z asarini e'lon qilishga jur'at etadi. 1543 yil Kopernik vafotidan keyin bir necha o'n yillar davomida eng ilg'or kishilar Kopernik nazariyasiga qiziqarli fantaziya sifatida qarab keldilar. cherkov xodimlari esa bu nazariyaning dinga qarshi mohiyatini anglab, Kopernikning muxlislariga shavqatsiz ravishda kurashdilar.

Kepler qonunlari:

Qariyib yigirma yillik hisoblashlardan so'ng Iogann Kepler XVII asr boshlarida sayyoralarning haqiqiy harakat qonunlarini topdi. Bu qonunlardan dastlabki ikkitasini 1609 yilda, uchinchisini esa 1619 yilda ta'rifladi.

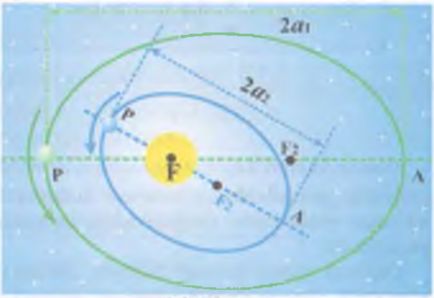
1-qonun: ***Sayyoralar Quyosh atrofida fokuslaridan birida Quyosh joylashgan ellipslardan iborat yassi egri chiziqlar bo'ylab aylanadi.***



1.2.6.1-rasm

2-qonun: ***berilgan sayyoraning radius- vektori teng vaqtlar ichida teng yuzalar chizadi yoki berilgan sayoraning sektorial tezligi o'zgarmas kattalikdir.***

1.2.6.2-rasm



1.2.6.3-rasm

3-qonun: ***Sayyoralarning Quyosh atrofida aylanishdagi siderik vaqtlari (yulduz davrlari) kvadratlarining nisbati ularning orbita katta yarim o'qlarining kublari nisbatiga teng.***

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3$$

Bu yerda: a_1, a_2- ikki planeta katta yarim o'klarining uzunliklari.

Kepler qonunlari Quyoshning markazi qo'zg'almas deb hisoblanadigan sanoq sistemasiga taalluqlidir. Aslida esa Quyoshning markazi Quyosh sistemasining massa markazi atrofida ellips bo'ylab harakatlanadi. Agar Quyosh sistemasining massa markazini qo'zg'almas deb hisoblasak, unda sayyoralar ham, fokusida Quyosh sistemasining massa markazi joylashgan ellips bo'ylab aylanadilar. Shunday qilib Keplerning 1-qonuni sayyoralarning Quyosh markazi atrofida aylanishi uchun ham, Quyosh sistemasining massa markazi atrofida aylanishi uchun ham to'g'ridir. Keplerning 2-qonuni esi sayyoralarning faqat Quyosh markazi atrofida aylanishi uchun to'g'ridir. Quyoshning radiusi 695 000 km bo'lib, Quyosh sistemasining massa markazidan Quyosh markazigacha masofa Quyosh radiusidan 2,15 marta uzoqda, ya'ni 1 486 000 km masofada joylashgan.

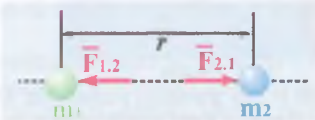
Nyutonning butun olam tortishish qonuni:

Kepler 1609-yil o'zining dastlabki "Yangi astronomiya" nomli asaridayoq barcha jismlar orasida umumiy tortilish kuchi mavjud degan fikrni aytgan edi. Bu fikr fransuz matematigi P.Ferma tomonidan ham tasdiqlangan. XVII asrning oltmishinchi va etmishinchi yillarida Borelli, so'ngra Robert Guk tortilish kuchini hisoblab topishga va tortilish kuchining masofaga bog'liqligini topishga uringanlar.

1684-1686 yillarda Nyuton Kepler qonunlari va dinamikaning 2-qonuni asosida sayyoralar o'zlarining massalariga proporsional va orasidagi masofaning kvadratiga teskari proporsional kuch bilan Quyoshga tortilib turilishini isbotladi. So'ngra Nyuton Yupiter va Saturn yo'ldoshlarining bu sayyoralar atrofidagi harakati Kepler qonuniga bo'ysunishini ko'rsatdi. Bundan tashqari kometalar harakati va Oyning Yer atrofidagi harakatini ham o'rgandi. Shunday qilib Nyuton o'zining butun olam tortilish qonunini yaratdi:

Jismlar bir-birlarini massalari ko'paytmasiga to'g'ri proporsional va massa markazlari orasidagi masofa kvadratiga teskari proporsional bo'lgan kuch bilan tortadilar.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad [N]$$



1.2.6.4 *-rasm*

Bu yerda: m_1, m_2 – tortishuvchi ikki jismning mos holdagi massalari, r – tortishuvchi jismlar massa markazlari orasidagi masofa. $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \left[\frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right]$ – gravitatsiya doimiysi.

Vakuumda bir-biridan 1m masofada turgan va massalari 1 kg.dan bo'lgan har qanday ikki jism bir-birini 6,67·10 $^{-7}$ ***N kuch bilan tortadilar.***

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{N \cdot m^2}{kg^2} \cdot \frac{1kg \cdot 1kg}{(1m)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N$$

Butun olam tortishish qonunini vektor ko'rinishda quyidagicha tasvirlash mumkin:

$$\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^3}\vec{r}$$

Ta'sirlashuv vaqtida birinchi jism ikkinchi jismni qanday kuch bilan tortsa, ikkinchi jism ham birinchi jismni xuddi Shunday kuch bilan tortadi.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \qquad F = |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

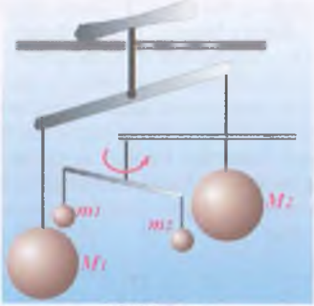
Mas: Yerning massasi Oyning massasidan 81 marta katta bo'lgan bilan Yer Oyni tortadigan kuch Oy Yerni tortadigan kuchga teng. Faqat ularning yo'nalishlari qarama-qarshi bo'ladi.

Yer sirtida yotgan toshning har bir zarrachasi Yer sharining hamma zarrachalari tomonidan tortilib turadi. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi Yerga nisbatan toshning og'irligini belgilaydi. Shunga o'xshash, Oyning har bir zarrasi Yerning har bir zarrachasiga tortilib turadi. Bu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi Oy bilan Yerning bir-biriga tortilish kuchidir. Ana shu tortilish kuchi Oyni Yer atrofida ushlab turadi. Agar bu kuch birdaniga yo‘qolganda edi, Oy o‘z orbitasiga o‘tkazilgan urinma bo‘yicha orbitadan chiqib ketar edi.

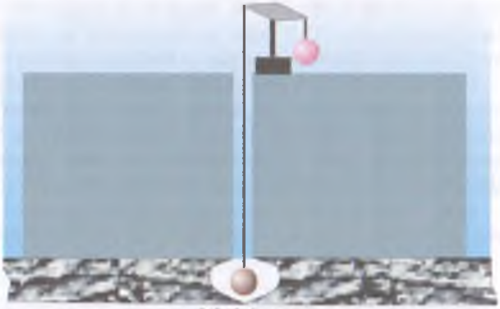
Gravitatsion doimiysini tajribalarda aniqlash.

Gravitatsiya doimiysining qiymatini 1798 yil tajribada birinchi bo‘lib Kevendish aniqladi. U buralma tarozi deb ataladigan asbob yordamida sharlar orasidagi tortilish kuchini o‘lchadi (1.2.6.5-rasm). Asbob mustahkam fundamentga o‘rnatilgan quticha ichiga joylangan. Qutichaning qopqog‘iga vertikal holda o‘q o‘rnatilgan bo‘lib, uni aylantirish mumkin. O‘qning pastki qismiga gorizontal holda sterjen mahkamlangan bo‘lib, sterjenning uchlariga esa, og‘ir massali M_1 va M_2 qo‘rg‘oshin sharlar osilgan. Ikkinchi bir sterjenning uchlariga esa yana ikkita u qadar katta bo‘lmagan m_1 va m_2 qo‘rg‘oshin sharchalar osib qo‘yilgan.

Og‘ir sharlar osilgan o‘qni burab, og‘ir sharlarni engil sharlarga yaqinlashtirilganda, engil sharlar osilgan sterjen buralib ma’lum burchakka burilganini ko‘rdi. Kevendish engil sharlar osilgan sterjenni ko‘tarib turgan o‘qning burilishga ko‘rsatgan qarshiligini va burilish burchagini o‘lchadi. Natijada M_1 va m_1 sharlar hamda M_2 va m_2 sharlar orasidagi umumiy tortishish kuchi $2F$ ni hisoblash imkoniyatiga ega bo‘ldi. Kevendish hisoblab topgan gravitatsiya doimiysining qiymati undan keyingi topilgan qiymatlardan 1% ga farq qildi, xolos.



1.2.6.5 -rasm



1.2.6.6-rasm

1898 yilda Rixars gravitatsiya doimiysini hisoblash uchun boshqa usul qo‘lladi (1.2.6.6-rasm). Tarozi shayinining uchlariga katta aniqlikda teng massali ikkita A va B sharlar osilgan. Bunda sharlar osilgan iplarning massalari ham e’tiborga olindi. Bu sharlar o‘zaro muvozonatlashishi kerak edi. Lekin ularning biri A 100 t massali qo‘rg‘oshin ustida, ikkinchi B shar esa qo‘rg‘oshin ostida joshlashgan bo‘lgani uchun qo‘rg‘oshinning tortishish kuchi natijasida sharlarning biri engillashib, ikkinichisi esa og‘irlashadi. A shar qanchaga og‘irlashsa, V shar shunchaga engillashadi. Shuning uchun muvozonat buzilib, A shar og‘ir keladi. Muvozonatni tiklash uchun B elkaga qo‘yilishi kerak bo‘lgan qo‘shimcha kuch sharlarni qo‘rg‘oshin devor tortadigan umumiy $2F$ kuchga tengdir. Gravitatsiya doimiysini bunday aniqlash usuli eng aniq usuldir.

1.2.7. Mavzu: Inersiya kuchi. Markazdan qochuvchi kuch. Jismning og‘irligi.

Inersiya kuchi:

Jismning massasi va tezlanishi ko‘paytmasiga teng bo‘lib, tezlanish yo‘nalishiga qarama-qarshi yo‘nalgan kuch ***inersiya kuchi*** deyiladi.

$$\boxed{\vec{F}_{in} = -m\vec{a}}$$

Ko‘pchilik adabiyotlarda inersiya kuchi haqida umuman gapirilmaydi. Bu kuchni yo‘q kuch deb qaraladi. Haqiqatan tabiatda bunday turdagi aktiv kuch yo‘q. Bu kuch jismga ta’sir qiluvchi barcha kuchlarning ta’siri natijasida yuzaga keladi. Jismga hech qanday aktiv kuchlar ta’sir

1.2.7.1-rasm

qilmaganda esa inersiya kuchi o‘z-o‘zidan yuzaga kelmaydi. Agar jism to‘g‘ri chiziqli harakat qilayotgan bo‘lsa, inersiya kuchi har doim jismga ta’sir qiluvchi aktiv kuchga qarama-qarshi tomonga yo‘naladi.

Markazdan qochuvchi inersiya kuchi:

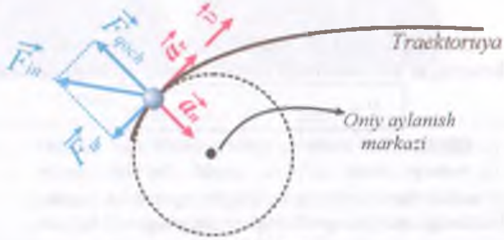
Agar jismning harakat trayektoriyasi egri chiziqdan iborat bo‘lsa, garchi jism tekis harakat qilayotgan bo‘lsa-da, egrilik markaziga tomon yo‘nalgan markazga intilma tezlanish paydo bo‘ladi (chunki tezlikning miqdori o‘zgarmas bo‘lgani bilan yo‘nalishi tinimsiz o‘zgarmoqda). O‘z navbatida esa bu tezlanish yo‘nalishiga qarama-qarshi yo‘nalgan inersiya kuchi paydo bo‘ladi va bu kuch markazdan qochuvchi inersiya kuchi hisoblanadi (1.2.7.2-rasm).

Jismning massasi va markazga intilma tezlanishi ko‘paytmasiga teng bo‘lib, markazga intilma tezlanish yo‘nalishiga qarama-qarshi yo‘nalgan kuch ***markazdan qochuvchi kuch*** deyiladi.

$$\boxed{F_{qoch} = ma_n = -m\frac{\vartheta^2}{R}}$$

Markazdan qochuvchi kuch har doim egrilikning tashqari tomoniga yo‘naladi.

1.2.7.2-rasm



1.2.7.3-rasm

Agar jism harakati egri chiziqli bo‘lsa, inersiya kuchi 2 xil bo‘lishi mumkin. Egri chiziqli harakatda tangensiyal va normal tezlanishlar paydo bo‘lgani tufayli tangensial tezlanishga qarama-qarshi tomonga urinma inersiya kuchi hamda markazga intilma tezlanishga qarama-qarshi tomonga markazdan qochuvchi inersiya kuchlari yo‘naladi. Bu inersiya kuchlariga qurilgan parallelogramning diagonali bo‘ylab esa natijaviy inersiya kuchi yo‘naladi. Bu natijaviy inersiya kuchi to‘la tezlanishga har doim qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi.

Agar jism egri chiziqli trayektoriya bo‘ylab notekis harakatlanayotgan bo‘lsa, ikkita inersiya kuchi paydo bo‘ladi. Tangensial tezlanishga qarama-qarshi yo‘nalgan urinma inersiya kuchi, hamda markazga intilma tezlanishga qarma-qarshi yo‘nalgan markazdan qochuvchi inersiya kuchlari paydo bo‘ladi. Umumiy inersiya kuchi esa bu ikki inersiya kuchlarining geometrik yig‘indisiga teng bo‘ladi (1.2.7.3-rasm).

$$\boxed{\vec{F} = \vec{F}_{qoch} + \vec{F}_{o'rt} \qquad F = m\sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}}$$

Jismning og‘irligi deb ataluvchi kattalikni o‘zlashtirishda inersiya kuchini bilish katta ahamiyatga ega.

Jismning og‘irligi:

Jismning osmaga yoki tayanchga ko‘rsatadigan ta’sir kuchi ***jismning og‘irligi*** deyiladi. Agar jism ipga osilgan bo‘lsa, jismning og‘irligi o‘rniga ipning taranglik kuchi deb ham aytiladi. Agar jism biror tayanchga tayanib turgan bo‘lsa, jismning og‘irligi o‘rniga tayanchning reaksiya kuchi deb ham aytiladi.

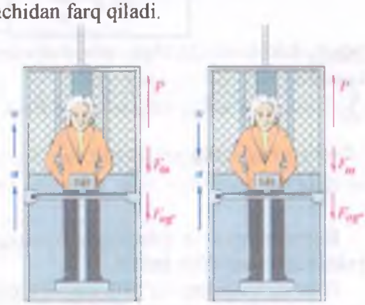
Jism tinch tursa yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilsa, jismning og‘irligi og‘irlik kuchiga teng bo‘lib, boshqa turdagi barcha harakatlarda jismning og‘irligi og‘irlik kuchidan farq qiladi.

a tezlanish bilan Yuqoriga qarab tezlashayotgan yoki pastga qarab sekinlashayotgan jismlarning og‘irliklari bir xil va quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{P = m(g + a)}$$

<u>**Isboti:**</u> Kuchlarni *Oy* o‘qiga proyeksiyalaymiz va so‘ralgan kattalikni aniqlaymiz. $\sum F_i = 0, \rightarrow$

$P - F_{Og'} - F_{in} = 0, \rightarrow P = F_{Og'} + F_{in} = mg + ma = m(g + a)$



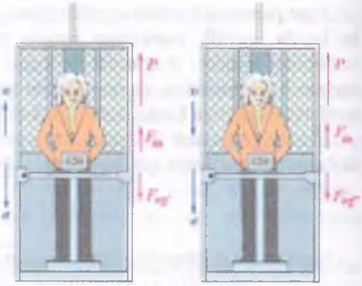
1.2.7.4-rasm

a tezlanish bilan yuqoriga qarab sekinlashayotgan yoki pastga qarab tezlashayotgan jismlarning og'irliklari bir xil va quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{P = m(g - a)}$$

Isboti: Kuchlarni Oy o'qiga proyeksiyalaymiz va so'ralgan kattalikni aniqlaymiz. $\sum F_i = 0, \rightarrow \quad P + F_{in} - F_{Og'} = 0, \rightarrow$

$P = F_{Og'} - F_{in} = mg - ma = m(g - a)$.



1.2.7.5-rasm

Gorizontga nisbatan qiyalik burchagi α bo'lgan tekis yo'lda a tezlanish bilan tepaga tomon tezlashib ketayotgan avtomobildagi haydovchining og'irligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{P = m\sqrt{g^2 + a^2 + 2ga\sin\alpha}}$$

Isboti: Tezlanishga qarama-qarshi yo'nalishda $F_{in} = ma$ ga teng inersiya qiyalik bo'ylab pastga yo'naladi. Haydovchining og'irligshi iog'irlik va inersiya kuchlariga qurilgan parallelogramning diagonali bo'ylab yo'naladi, ya'ni $\vec{P} = \overrightarrow{mg} + \overrightarrow{ma}$ bo'ladi. Jismning og'irligi kosinuslar teoremasidan topiladi.

1.2.7.6 -rasm

$$P = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2 - 2\cdot(mg)\cdot(ma)\cos(90^0 + \alpha)} = m\sqrt{g^2 + a^2 + 2ga\sin\alpha}$$

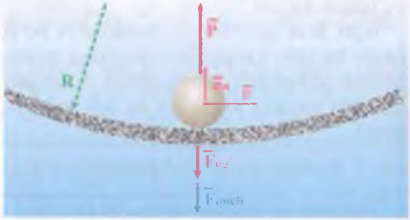
Egrilik radiusi R bo'lgan botiq ko'prikdan o'tayotgan jismning ko'prik o'rtasidagi og'irligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{P = m\left(g + \frac{\vartheta^2}{R}\right)}$$

Isboti: Kuchlarni Oy o'qiga proyeksiyalaymiz va so'ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$\sum F_i = 0, \rightarrow \quad P - F_{og'} - F_{qoch} = 0, \quad \rightarrow \quad P = F_{og'} + F_{qoch} =$

$= mg + ma_n = m(g + a_n) = m(g + \dfrac{\vartheta^2}{R})$



1.2.7.7 -rasm

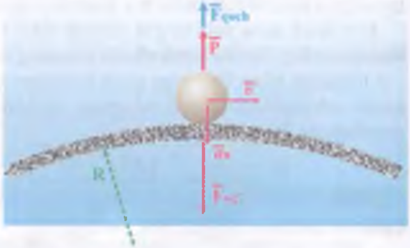
Egrilik radiusi R bo'lgan qavariq ko'prikdan o'tayotgan jismning ko'prik o'rtasidagi og'irligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{P = m\left(g - \frac{\vartheta^2}{R}\right)}$$

Isboti: Kuchlarni Oy o'qiga proyeksiyalaymiz va so'ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$\sum F_i = 0, \rightarrow \quad P + F_{qoch} - F_{og'} = 0, \quad \rightarrow \quad P = F_{og'} - F_{qoch}, \rightarrow$

$P = mg + ma_n = m(g + a_n) = m(g + \dfrac{\vartheta^2}{R})$.



1.2.7.8 -rasm

Kosmanavtika va aviatsiyada jismning og'irligi bilan bog'liq bo'lgan muhim bir kattalik borki, uni yuklanishlar soni deb ataladi.

Jism og'irligining og'irlik kuchiga nisbatiga teng bo'lgan kattalik yuklanish soni deyiladi va uning ifodasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{n = 1 \pm \frac{a}{g}}$$

<u>**Isboti:**</u> Jism og'irligini og'irlik kuchiga bo'lamiz. $n = \frac{P}{F_{og'}} = \frac{m(g \pm a)}{mg} = 1 \pm \frac{a}{g}$.

1.2.7.9 -rasm

Jism tinch turganda yoki to'g'ri chiziqli tekis harakat qilayotganda bu jism 1 ga teng yuklanish ostida bo'ladi. Kosmanavtlarni kosmik parvozga tayyorlashda yuklanishlar soniga katta e'tibor qilinadi. Kosmanavt iloji boricha katta yuklanish soniga chidaydigan qilib tayyorldanadi. Juda ko'p tajribalar natijasida klsmanavtlar 4 yuklanish soniga chidaydigan qilib tayyorlanadi. Yuqoridagi rasmda tinch turgan, kichik yuklanish ostida bo'lgan hamda yuqori yuklanish ostida bo'lgan kosmanavtning holatlari keltirilgan. Agar yuklanishlar soni bexosdan oshib ketsa, masalan, 6, 7,... va hokoza yuklanish soni ostida uchuvchining miyasiga qon quyilib, mayda kapillyar tomirlari yorilib ketish xavfi bo'ladi.

1.2.8. Mavzu: Erkin tushish tezlanishining Yerning o'rtacha zichligi, Yer sirtidan balandligi va chuqurligi hamda joyning geografik kengligiga bog'liqligi. Jism og'irligiga Yer aylanma harakatining ta'siri.

Erkin tushish tezlanishining Yerning o'rtacha zichligiga boliqligi:

Yer uch o'qli ellipsoid shaklida bo'lib, shar shakliga taxminan yaqin. Yer sharining har bir zarrasi Yer markaziga tortilib turadi. Yerning ichki qismidagi qatlam ustidagi qatlamning og'irligidan ham eziladi. Shuning uchun Yer markaziga kirib borgan sari zichlik ortib boradi degan xulosa kelib chiqadi. Undan tashqari og'irroq elementlar ichkariroqdan joy egallashi tabiiy. Yerning o'rtacha zichligi taxminan 5500 kg/m^3 bo'lib, Yerning yuza qatlamlari zichligi o'rtacha zichlikdan past va Yer markaziga yaqin qatlamlar zichligi o'rtacha zichlikdan yuqori.

Yerning turli chuqurliklaridagi zichligini tekshirish ishlarini Lejendr boshlagan bo'lib, ko'p olimlar bu tekshirishlarni davom ettirgan. 1924yildagi Gutenberg bilan Gaalkaning xulosalariga ko'ra Yerning ustki qatlamlaridagi mineral jismlarning zichligi *2500 kg/m^3* atrofida. *60 km*.da *3100-3600 kg/m^3* , *1200 km*.da *4000-5000 kg/m^3* , *3000 km*.da *6000-9000 kg/m^3* , Yer markazida *10000-11000 kg/m^3* atrofida.

Yerning o'rtacha zichligi Yerning umumiy massasining umumiy hajmiga nisbatiga teng va quyidagicha:

$$\boxed{\rho_{o'rt} = \frac{m}{V} = \frac{5{,}965 \cdot 10^{24}\, kg}{1{,}0832 \cdot 10^{21}\, m^3} = 5507 \quad \left[\frac{kg}{m^3}\right]}$$

<u>**Isboti:**</u> Yerning massasin $M = 5{,}965 \cdot 10^{24}\, kg$ ekanini bilamiz. Endi Yerni shar shaklida deb hisoblab, uning hajminingga teng ekanini aniqlaymiz. Yerning o'rtacha zichligi $\rho_{o'rt} = \frac{m}{V} = \frac{5{,}965 \cdot 10^{24}\, kg}{1{,}0832 \cdot 10^{21}\, m^3} = 5507 \quad \left[\frac{kg}{m^3}\right]$ ekanligi kelib chiqadi.

Yerning o'rtacha radiusi – bu Yer ellipsoidining hajmiga teng bo'lgan sharning hajmidir.

Yer sirtida erkin tushish tezlanishining o'rtacha qiymati o'rtacha Yer radiusiga quyidagicha bog'langan:

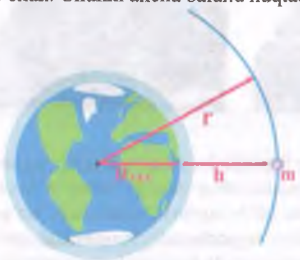
$$\boxed{g_{o'rt} = \frac{4}{3}\pi G \rho_{o'rt} R_{o'rt} = 9{,}8025 \quad [m/s^2]}$$

<u>**Isboti:**</u> Og'irlik kuchini gravitatsion kuchga tenglab, so'ralgan kattalikni topamiz.

$$F_{og'ir} = F_{grav}; \quad \Rightarrow \quad mg_{o'rt} = G\frac{Mm}{R_{o'rt}^2}, \quad \Rightarrow \quad g_{o'rt} = G\frac{M}{R_{o'rt}^2} = G\frac{\rho_{o'rt}\cdot\frac{4}{3}\pi R_{o'rt}^3}{R_{o'rt}^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho_{o'rt}R_{o'rt}.$$

Erkin tushish tezlanishining Yer sirtidan balandlik va chuqurlikka bog'liqligi:

Kinematika bo'limidan ma'lumki, Yer sirtiga yaqin nuqtalarda erkin tushish tezlanishining o'rtacha qiymati $g_0 = 9{,}81\ m/s^2$ ga teng. Buni birinchi bo'lib tajriba yo'li bilan G.Galiley aniqlagan. Lekin Yer sirtidan ko'tarilib borgan sari erkin tashlangan jism *9,81 m/s²* dan kichik tezlanish bilan harakat boshlar ekan. Yerga yaqinlashgan sari erkin tushish tezlanishining qiymati oshib borib, Yerga urilishda *9,81 m/s²* ga erishar ekan. Chunki ancha baland nuqtada turgan jism Yerga kuchsizroq tortiladi-da (1.2.8.1-rasm).



1.2.8.1-rasm

1.2.8.2-rasm

Agar Yer sirtida o'rtacha erkin tushish tezlanishi g_0 bo'lsa, Yer sirtidan h balandlikda erkin tushish tezlanishi g_h quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{g_h = g_0\cdot\left(\frac{R}{r}\right)^2 = g_0\cdot\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}$$

<u>Isboti:</u> Og'irlik kuchini gravitatsion tortish kuchiga tenglab so'ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$$F_{og'ir} = F_{grav}, \quad \Rightarrow \quad mg_h = G\frac{Mm}{r^2}, \quad \Rightarrow \quad g_h = G\frac{M}{r^2} = G\frac{M}{(R+h)^2} = G\frac{M}{R^2}\frac{R^2}{(R+h)^2} = g_0\cdot\left(\frac{R}{R+h}\right)^2.$$

Bu yerda: R – Yerning o'rtacha radiusi.

Erkin tushish tezlanishining balandlikka bog'liqligi 1.2.8.3-rasmda 1 chiziq bilan tasvirlangan.

Yerga chuqurlashib borgan sari erkin tushish tezlanishi qanday o'zgarib borishini ko'raylik. Yerning o'rtacha radiusini *R* deb, Yer markazidan r<R masofada joylashgan ixtiyoriy *K* nuqtaning tortilishini tekshiraylik. *K* nuqta *r* radiusli ichki sferoid tomonidan va *R-r* qalinlikdagi tashqi shar qatlami tomonidan tortilib turadi. Aniq hisoblashlar shuni ko'rsatadiki, *K* nuqtaga tashqi shar qatlamining ayrim nuqtalari tomonidan ta'sir qiladigan kuchlar kompensatsiyalashib ketib, faqat r radiusli ichki sferoidning ta'sirigina qoladi, xolos. Ichki sferoidning massasi Yer shari massasidan kichik bo'lgani sababli *K* nuqta Yer sirtidagidan kamroq kuch bilan tortiladi va shuning uchun Yerning ichki qismida erkin tushish tezlanishi *9,81 m/s²* dan kichik chiqishi tabiiy (1.2.8.1-rasm).

Agar Yer sharining zichligini bir jinsli desak, sfera ichidagi massa quyidagicha:

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_{o'rt}$$

Bu holda *K* nuqtada birlik massaga ta'sir qiluvchi qiluvchi kuch o'sha nuqtadagi tezlanishni beradi.

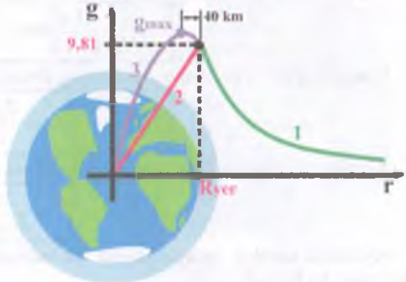
$$\boxed{g_h = g_0\cdot\frac{r}{R} = g_0\cdot\frac{R-h}{R}}$$

<u>Isboti:</u> Jism Yer sirtidan $h = R - r$ chuqurlikda turganda, bu jism ichkaridagi r radiusli shar massasi tomonidan toritiladi va ana shu ichki sferaning gravitatsion kuchi ta'sirida tezlanish oladi. Tashqaridagi $h = R - r$ qalinlikdagi qobiq massasining ta'sir kuchi nolga aylanib ketadi.

$$g_h = G\frac{m}{r^2} = G\frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho_{o'rt}}{r^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho_{o'rt}r = \left(\frac{4}{3}\pi G\rho_{o'rt}R\right)\cdot\frac{r}{R} = g_0\cdot\frac{r}{R} = g_0\cdot\frac{R-h}{R}$$

Demak, erkin tushish tezlanishi Yer sirtida maksimal bo‘lib, chuqurlashib borgan sari chiziqli ravishda kamayib boradi va Yer markazida nolga teng bo‘ladi. Erkin tushish tezlanishining chuqurlikka bog‘liqligi 1.2.8.3-rasmda 2 chiziq bilan tasvirlangan.

Biroq, Yerning o‘zagi og‘ir metallardan (temir, nikel, kobalt va b.) tashkil topgan bo‘lib, uning o‘rtacha zichligi 9000 kg/m^3 dan ortiq. Er qobig‘ining o‘rtacha zichligi esa 2500 kg/m^3 ga teng. Shuning uchun Yer ichiga chuqurlashib borganda dastlab 40 km.ga yaqin chuqurlikda, ya’ni Yer qobig‘i bilan ruda qatlami orasida o‘zining maksimal qiymatiga erishadi, so‘ngra Yer markaziga yaqinlashgan sari erkin tushish tezlanishi chiziqli bog‘lanishga qaraganda ancha sekinroq kamayadi. Erkin tushish tezlanishining chuqurlikka haqiqiy bog‘liqligi 1.2.8.3-rasmda 3 chiziq bilan tasvirlangan.



1.2.8.3-rasm

Erkin tushish tezlanishining Yerning geografik kengligiga bog‘liqligi:

Biz ko‘pincha Yer shari deb ataymiz. Lekin Yer aniq shar shaklida bo‘lmay, shar shakliga yaqin uch o‘qli ellipsoiddan iborat ekan. Yerning sutkalik aylanma harakatida markazdan qochuvchi inersiya kuchi vujudga keladi va bu kuch Yer ekvatorida eng katta bo‘ladi. Shuning uchun Yer radiusi ekvatorda eng katta, qutbda esa eng kichik bo‘ladi. O‘z navbatida erkin tushish tezlanishining qiymati ham ekvatorda eng kichik, qutbda esa eng katta bo‘lishi turgan hol.

Ekvator va qutbdagi nuqtalardan Yer markazigacha masofalar taxminan 20 km.ga farq qiladi, ya’ni ekvator va qutbdagi o‘lchamlar $R_{ekvat} = 6378\ km$, $R_{qutb} = 6356\,km$ ekan. Bu nuqtalardagi tezlanishlar esa quyidagicha bo‘ladi:

$$g_{ekvat} = G\frac{M}{R^2_{ekvat}} = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5{,}965\cdot10^{24}}{(6{,}378\cdot10^6)^2} = 9{,}78064 \quad [m/s^2]$$

$$g_{qutb} = G\frac{M}{R^2_{qutb}} = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{5{,}965\cdot10^{24}}{(6{,}358\cdot10^6)^2} = 9{,}8422 \quad [m/s^2]$$

Erkin tushish tezlanishining dengiz sathida va har xil kengliklarda qiymatlarini aniqlash uchun *1930* yilda Xalqaro geodezik kongress tomonidan quyidagi formula qa’bul qilindi.

$$\boxed{g = 9{,}78049\cdot\left(1 + 0{,}005288\cdot\sin^2\alpha - 0{,}000006\sin^2 2\alpha\right)}$$

Bu formuladan foydalanib, erkin tushish tezlanishining dengiz sathidagi har xil kengliklar uchun qiymatlarini keltiramiz.

α	g_α, [m/s^2]	α	g_α, [m/s^2]
0^0	9,7805	50^0	9,8108
10^0	9,7820	60^0	9,8192
20^0	9,7865	70^0	9,8261
30^0	9,7934	80^0	9,8306
40^0	9,8018	90^0	9,8322

Uncha aniqlik talab qilmaydigan masalalarni yechishda normal tezlanish, ya’ni dengiz sathida va 45^0 kenglikdagi tezlanish $g_0 = 9{,}80665 \approx 9{,}81\,[m/s^2]$ dan foydalanish mumkin. Bu qiymat biz Yuqorida Yerning o‘rtacha zichligi orqali chiqargan tezlanish $g_{o'rt} = 9{,}8025\ [m/s^2]$ dan kam farq qiladi.

Yuqoridagi jadvaldagi qiymatlar ham o‘ta aniq bo‘lmasdan, har bir kenglikdagi o‘rtacha qiymatlardir. Aniq qiymatni o‘lchash juda mushkul masala. Masalan, dengiz sathida bir xil kenglikda biri suvda va biri quruqlikda olingan nuqtalarda ham tezlanishlar farqi bor. Quruqlikda zichlik kattaroq bo‘lgani uchun tezlanish ham biroz kattaroq bo‘ladi. Xuddi shuningdek quruqlikning o‘zida biri cho‘lda va ikkinchisi tog‘da olingan nuqtalardagi tezlanishlar ham farq qiladi. Tog‘ jinslari zichligi qumnikidan katta bo‘lgani sababli, tog‘li joyda tezlanishning qiymati biroz kattaroq bo‘ladi.

Jism og'irligiga Er aylanma harakatining ta'siri:

Yer qutblardan o'tuvchi o'z o'qi atrofida sutkalik aylanma harakat qilganda ekvatordagi nuqtalarning chiziqli tezligi quyidagicha bo'ladi:

$$\vartheta_{ekvat} = \frac{2\pi R_{ekvat}}{T} = \frac{2\pi \cdot 6378000}{86400} = 463{,}82 \quad [m/s]$$

Kengliklarda joylashgan nuqtalarning chiziqli tezligini taxminan quyidagicha deyish mumkin:

$$\vartheta_{\alpha} = \frac{2\pi r_{\alpha}}{T} = \frac{2\pi R_{ekvat} \cdot \cos\alpha}{T} = \vartheta_{ekvat} \cdot \cos\alpha$$

Yerning barcha nuqtalari o'q atrofida bir xil burchak tezlik bilan aylanma harakat qiladi.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400} = 7{,}2722 \cdot 10^{-5} \quad [rad/s]$$

Aylanma harakat tufayli paydo bo'ladigan ekvatordagi nuqtalarning markazga intilma tezlanishi quyidagicha bo'ladi:

$$a_{ekvat} = \omega^2 \cdot R_{ekvat} = 0{,}03373 \quad [m/s^2]$$

Kengliklarda joylashgan nuqtalarning markazga intilma tezlanishlari taxminan quyidagicha deyish mumkin:

$$a_{\alpha} = \omega^2 \cdot r_{\alpha} = \omega^2 \cdot R_{ekvat} \cos\alpha = a_{ekvat} \cdot \cos\alpha \qquad [m/s^2]$$

Yerning sutkalik aylanma harakatini hisobga olmaganda edi, barcha nuqtalarda og'irlik kuchi jismning og'irligiga teng bo'lar edi. Bunda har xil kengliklarda erkin tushish tezlanishining qiymati turlicha bo'lgani uchun ayni bitta jismni prujinali tarozi yordamida qutbda va ekvatorda tortganda yo'l qo'yiladigan nisbiy xatolik quyidagicha bo'lar edi.

$$\varepsilon = \frac{\Delta F}{F} = \frac{F_{qutb} - F_{ekvat}}{F_{qutb}} = \frac{g_{qutb} - g_{ekvat}}{g_{qutb}} = \frac{9{,}8322 - 9{,}7805}{9{,}8322} = 0{,}005258 = 0{,}5258\ \%$$

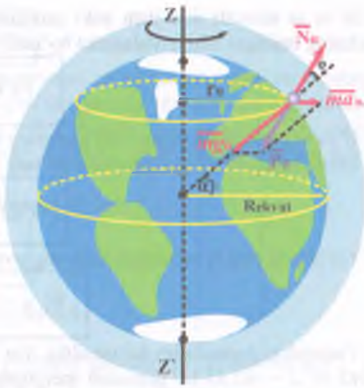
Bu degani qutbdan ekvatorga ko'chirib kelingan har 1 kg massali jism taxminan 5,26 gramm og'irligini yo'qotadi (hali Yerning aylanma harakatini hisobga olmaganda).

Yerning sutkalik aylanma harakatini hisobga olganda esa, Yerning qutbdan boshqa barcha nuqtalaridagi og'irligi og'irlik kuchidan engil bo'ladi (markazdan qochuvchi kuch evaziga). Bunda ayni bitta jismni prujinali tarozi yordamida qutbda va ekvatorda tortganda yo'l qo'yiladigan nisbiy xatolik quyidagicha:

$$\varepsilon = \frac{\Delta P}{P} = \frac{P_{qutb} - P_{ekvat}}{P_{qutb}} = \frac{mg_{qutb} - m(g_{ekvat} - a_{ekvat})}{mg_{qutb}} = \frac{g_{qutb} - g_{ekvat} + a_{ekvat}}{g_{qutb}}$$
$$= \frac{9{,}8322 - 9{,}7805 + 0{,}03373}{9{,}8322} = 0{,}00868879 = 0{,}8689\ \%$$

Bu degani qutbdan ekvatorga ko'chirib kelingan har *1 kg* massali jism taxminan *8,69 gramm* og'irligini yo'qotadi (Yerning aylanma harakatini hisobga olinganda).

1.2.8.4-rasmda α^0 shimoliy kenglikda joylashgan m massali jismga ta'sir qiluvchi kuchlar ko'rsatilgan. Og'irlik kuchi $\vec{F}_{og'\alpha} = \overrightarrow{mg}_{\alpha}$, markazdan qochuvchi kuch $\vec{F}_{qoch.\alpha} = \overrightarrow{ma}_{n.\alpha}$ va reaksiya kuchi N_{α} ta'siri ostida jism tinch turadi. Rasmdan ham ko'rinib turibdiki, o'rta kengliklarda shovun (ipga osilgan Sharcha) aniq Er markazi tomonga tomon yo'nalmas ekan.



Og‘irlik kuchi va markazdan qochuvchi kuch ta’siri ostida jism og‘irligi quyidagicha:

$$\vec{P}_\alpha = \overrightarrow{mg_\alpha} + \overrightarrow{ma_{n.\alpha}}$$
$$P_\alpha = m\sqrt{g_\alpha^2 + a_{n.\alpha}^2 - 2g_\alpha a_{n.\alpha}\cos\alpha}$$

Jismning og‘irligi Er markaziga qarab yo‘nalmaydi. Og‘irlik kuchi va og‘irlik orasida φ burchak hosil bo‘ladi. Bu burchakni sinuslar teoremasidan foydalanib topish mumkin.

$$\frac{P_\alpha}{\sin\alpha} = \frac{ma_{n.\alpha}}{\sin\varphi}, \rightarrow \quad \sin\varphi = \frac{ma_{n.\alpha}}{P_\alpha}\sin\alpha$$

Demak, ekvator va qutbdan boshqa barcha nuqtalarda osmaning yo‘nalishi Yer markaziga qarab yo‘nalmas ekan.

1.2.8.4-rasm

1.2.9. Mavzu: Potensial energiya. Gravitatsion maydon potensial energiyasi. Gravitatsion maydon kuchlanganligi va potensiali, ekvipotensial sirtlar.

Potensial energiya:

O‘zaro ta’sir kuchining tabiati qanday bo‘lishidan qat’iy nazar (gravitatsion, elektromagnit, kuchli yoki zaif ta’sir) har qanday ta’sirlashuvchi ikki jism yoki zarra ta’sir energiyasiga (ya’ni potensial energiyaga) ega bo‘ladilar.

Potensial (ta’sir) energiyasi ta’sir kuchi vektori va ta’sir oralig‘i radius-vektorining skalyar ko‘paytmasiga teng bo‘lgan skalyar kattalikdir.

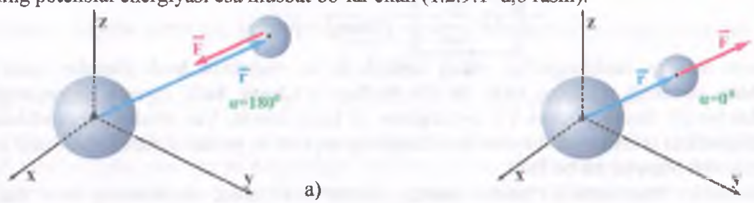
$$W = \vec{F}\cdot\vec{r} = |\vec{F}|\cdot|\vec{r}|\cdot\cos\alpha \qquad [J]$$

Bu yerda: α – kuch vektori va radius-vektori orasidagi burchak.

Agar $\alpha < 90^0$ bo‘lsa, jismlarning ta’sir kuchi itarishish xususiyatiga ega bo‘ladi va jismlar bir-biridan cheksizlikkacha (bir-birining ta’sir maydonidan tashqariga) uzoqlashishga intiladilar. Jismlarni cheksizlikka ko‘chirishda bajarilgan ish potensial energiyaning kamayish hisobiga bo‘ladi. Bunda potensial energiya musbat biror qiymatdan nolgacha kamayadi.

Agar $\alpha > 90^0$ bo‘lsa, jismlarning ta’sir kuchi tortishish xususiyatiga ega bo‘ladi va jismlar bir-biriga yaqinlashishga intiladilar. Jismlarni cheksizlikkacha (bir-birining ta’sir maydonidan tashqariga) uzoqlashtirish uchun tortish kuchi ish bajarmaydi, balki tortish kuchiga qarshi tashqi kuch ish bajarish kerak bo‘ladi. Bunda potensial energiya manfiy biror qiymatdan nolgacha oshadi.

Xulosa qilib Shuni aytish mumkinki, tortishuvchi jismlarning potensial energiyasi manfiy, itarishuvchi jismlarning potensial energiyasi esa musbat bo‘lar ekan (1.2.9.1- a,b rasm).



a) b)

1.2.9.1-rasm

Gravitatsion maydon potensial energiyasi:

Oralaridagi masofa r ga teng bo‘lgan M va m massali ikki jism yoki zarraning potensial energiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$W = -G\frac{M\cdot m}{r}$$

Isboti: Potensial energiya ta’sir energiyasi bo‘lganligi uchun, u ta’sir kuch vektori va radius vektorining skalyar ko‘paytmasiga teng bo‘ladi, ya’ni $W = \vec{F}\cdot\vec{r} = F\cdot r\cdot\cos 180^0 = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\cdot r = -G\frac{M\cdot m}{r}$ bo‘ladi.

M va *m* massali ikki jism yoki zarraning orasidagi masofani r_1 dan r_2 gacha o'zgartirishda tashqi kuchning bajargan ishi quyidagicha bo'ladi:

$$A = W_2 - W_1 = GMm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

M va *m* massali ikki jism yoki zarraning orasidagi masofani r_1 dan r_2 gacha o'zgartirishda gravitatsion kuchning bajargan ishi quyidagicha bo'ladi:

$$A = W_1 - W_2 = GMm\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Yer sirtida turgan m massali jismning potensial energiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$W_0 = -G\frac{M_{Yer} \cdot m}{R_{Yer}} = -6{,}245 \cdot 10^7 m$$

Yuqoridagi formuladan ko'rinadiki, Yer sirtida turgan har qanday 1 kg massaga ega bo'lgan jism $-6{,}245 \cdot 10^7\ J = -62{,}45\ MJ$ potensial energiyaga ega bo'lar ekan, ya'ni bu jismni Yerning ta'sir maydonidan chiqarib yuborish uchun tashqi kuchlar *62,45 MJ* ish bajarish kerak ekan. Hisoblashlarga ko'ra, 1 *kg* massali jismni Yerning ta'sir maydonidan chiqarib yuborish uchun havoning qarshiligini ham qo'shib hisoblaganda jami *80 MJ* ish bajarish kerak bo'lar ekan.

Yer siritida yoki Yer sirtidan balandlikda turgan jismning Yer bilan ta'siri xuddi Yerning butun massasi uning og'irlik markaziga to'plangandagi ta'siri bilan bir xil bo'lar ekan. Demak, Yer sirtida yoki yoki biror balandlikda turgan jismning potensial energiyasi ham xuddi Yerning butun massasi uning og'irlik markaziga to'plangandagi potensial energiya bilan bir xil bo'ladi.

Yerning markazida turgan jismning potensial energiyasi quyidagicha:

$$W = -\frac{3}{2}G\frac{M_{Yer}m}{R_{Yer}} = \frac{3}{2}W_0$$

Yerning massasi butun hajm bo'ylab bir tekis taqsimlangan deb hisoblab, Yerning ichki qismida, ya'ni *h* chuqurlikda turgan jismning potensial energiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$W_h = -\frac{3}{2}G\frac{M_{Yer}m}{R_{Yer}} + \frac{1}{2}G\frac{M_{Yer}m}{R_{Yer}} \cdot \left(\frac{r}{R_{Yer}}\right)^2 = \frac{3}{2}W_0 - \frac{1}{2}W_0 \cdot \left(\frac{r}{R_{Yer}}\right)^2$$

Gravitatsion maydon kuchlanganligi va potensiali, ekvipotensial sirtlar:

Gravitatsion maydonga biror m massali sinov jismini kiritaylik. Sinov jismiga gravitatsion maydon tomonidan biror *F* kuch ta'sir qiladi. Sinov jismiga ta'sir qiluvchi *F* kuchning m massaga nisbatiga teng bo'lgan kattalik m massaning katta kichikligiga bog'liq bo'lmaydi va bu nisbat o'sha nuqtadagi gravitatsion maydon kuchlanganligi deyiladi.

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m} \qquad [\,N/m\,] = [\,m/s^2\,]$$

Gravitatsion maydon kuchlanganligi vektor kattalik bo'lib, maydonni kuch jihatidan xarakterlaydi. Uning o'lchami tezlanish o'lchami bilan bir xil. Nafaqat o'lchami, balki qiymati va yo'nalishi ham tezlanish bilan bir xil. Shuning uchun Yer sirtidagi har xil kengliklarda, Yer sirtidan h balandlikda va Yer sirtidan h chuqurlikda gravitatsion maydon kuchlanganligi qiymat va yo'nalish jihatidan avvalgi mavzuda yoritilgan tezlanish bilan bir xil bo'ladi.

Agar gravitatsion maydonni bir necha masssiv jismlar hosil qilsa, maydonning biror nuqtasidagi kuchlanganlik har bir jism hosil qilgan kuchlanganliklarning geometrik yig'indisiga teng. Maydonni bunday usulda qo'shish ***maydonlarni qo'shishning superpozitsiya prinsipi*** deyiladi.

$$\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \vec{G}_3 + \vec{G}_4 + ... + \vec{G}_n$$

Gravitatsion maydonga biror m massali sinov jismini kiritaylik. Sinov jismining potensial energiyasi biror *W* qiymatga teng. Sinov jismi potensial energiyasi *W* ning *m* massaga nisbatiga teng bo'lgan kattalik *m* massaning katta kichikligiga bog'liq bo'lmaydi va bu nisbat o'sha nuqtadagi gravitatsion maydon potensiali deyiladi.

$$\boxed{\varphi = \frac{W}{m} \quad [J / kg]}$$

Gravitatsion maydon potensiali skalyar kattalik bo'lib, maydonni energetik jihatidan xaraktrelaydi. Potensial miqdor jihatidan birlik massani turgan joyidan maydon tashqarisiga (maydon bo'lmagan joyga, ya'ni cheksizlikka) ko'chirishda tashqi kuch bajargan ishga teng. Shunday qilib potensial *1kg* massali jismning potensial energiyasi ekan. Potensial energiya manfiy bo'lgani uchun, potensial ham manfiy bo'ladi.

Bir jinsli *R* radiusli planetaning yuzasidagi potensial quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\varphi_0 = -G\frac{M_{plan}}{R}}$$

Isboti: Ta'rifga ko'ra $\varphi_0 = \frac{W}{m} = -G\frac{M_{plan}\cdot m}{R\cdot m} = -G\frac{M_{plan}}{R}$ ga teng bo'ladi.

Bir jinsli *R* radiusli planetaning yuzasidan *h* balandlikdagi potensial quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{\varphi_h = \varphi_0\frac{R}{r} = \varphi_0\frac{R}{R+h}}$$

Isboti: Ta'rifga ko'ra $\varphi_0 = \frac{W}{m} = -G\frac{M_{plan}\cdot m}{r\cdot m} = -G\frac{M_{plan}}{r} = -G\frac{M_{plan}}{R}\cdot\frac{R}{r} = \varphi_0\cdot\frac{R}{r} = \varphi_0\cdot\frac{R}{R+h}$ ga teng bo'ladi.

Bir jinsli R radiusli planetaning markazida potensial quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{\varphi_h = -\frac{3}{2}G\frac{M_{plan}}{R} = \frac{3}{2}\varphi_0}$$

Bir jinsli R radiusli planetaning yuzasidan h chuqurlikdagi potensial quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\varphi_h = -\frac{3}{2}G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}} + \frac{1}{2}G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}}\cdot\left(\frac{r}{R_{Yer}}\right)^2 = -\frac{3}{2}\varphi_0 + \frac{1}{2}\varphi_0\cdot\left(\frac{R_{Yer}-h}{R_{Yer}}\right)^2}$$

Agar gravitatsion maydonni bir necha masssiv jismlar hosil qilsa, maydonning biror nuqtasidagi potensial har bir jism hosil qilgan potensiallarning algebraik yig'indisiga teng.

$$\boxed{\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 + ... + \varphi_n}$$

Jismni potensiali φ_1 bo'lgan nuqtadan potensiali φ_2 bo'lgan nuqtaga ko'chirganda, tashqi kuchning bajargan ishi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{A = W_2 - W_1 = m\cdot(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

Jismni potensiali φ_1 bo'lgan nuqtadan potensiali φ_2 bo'lgan nuqtaga ko'chirganda, gravitatsion kuchning bajargan ishi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{A = W_1 - W_2 = m\cdot(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

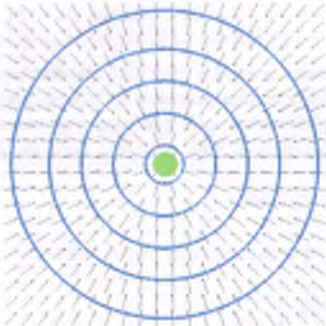
Gravitatsion maydon potensiali va kuchlanganligi orasidagi bog'lanish quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\varphi = -E\cdot r}$$

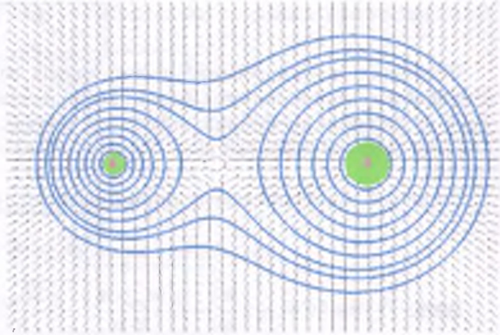
Isboti: Ta'rifga ko'ra $G = \frac{F}{m}$, $\Rightarrow$ $\varphi = \frac{W}{m} = \frac{F\cdot r\cos 180^0}{m} = -G\cdot r$ ga teng bo'ladi.

Yuqoridagi formuladagi minus ishora gravitatsion maydon kuchlanganligi yo'nalishi har doim potensial kamayadigan tomonga yo'nalganligini bildiradi, ya'ni, gravitatsion maydon tortish xususiyatiga ega bo'lgani uchun, maydon kuchlanganligi maydonni yuzaga keltirgan jismga qarab yo'naladi.

Barcha nuqtalaridagi potensiallari bir xil bo'lgan sirt ***ekvipotensial sirt*** deyiladi. Ekvipotensial sirtning barcha nuqtasida $W = \varphi\cdot m$ formulaga ko'ra jismning potensial energiyalari ham teng bo'ladi. Gravitatsion maydon kuchlanganligi har doim ekvipotensial sirtlarga perpendikulyar yo'nalgan bo'ladi. Shuning uchun jismni ekvipotensial sirt bo'ylab hohlagan nuqtaga ko'chirganda ish bajarilmaydi. Jismni bir ekvipotensial sirtning hohlagan nuqtasidan ikkinchi ekvipotensial sirtning hohlagan nuqtasiga ko'chirishda bir xil, $A = W_2 - W_1 = m\cdot(\varphi_2 - \varphi_1)$ ish bajariladi.



a)



b)

1.2.9.2-rasm

Bitta jimning hosil qilgan ekvipotensial sirtlari 1.2.9.2-a,rasmdagidek konsentrik sferalardan iborat. 1.2.9.2,b-rasmda esa massalari har xil bo'lgan A va B jismlarning hosil qilgan ekvipotensial sirtlari ko'rsatilgan. Ikkala rasmda ham ko'rinib turibdiki, hohlagan nuqtadagi maydon kuchlanganligi ekvipotensial sirtga perpendikulyar bo'lar ekan.

1.2.10. Mavzu: Kosmik tezliklar.
Jismning markaziy kuch ta'siri ostidagi Trayektoriyasi.

Birinchi kosmik tezlik:

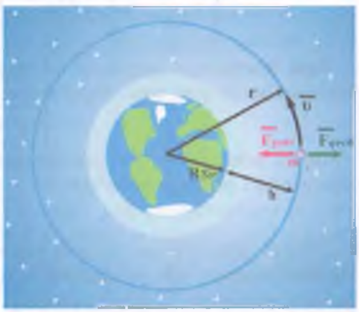
Jismni planetaning davriy yo'ldoshiga aylantirish uchun kerak bo'lgan tezlik qiymatiga ***birinchi kosmik tezlik*** deyiladi.

Jismning Er atrofida aylanma harakat qilishi uchun unga ta'sir qilayotgan markazdan qochma kuch Yer bilan jism o'rtasidagi butun olam tortishish maydoni hosil qilgan kuchga teng bo'lishi kerak (1.2.10.1-rasm).

$$\frac{m\vartheta^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}$$

Yuqoridagi formuladan foydalanib, Yer sirti uchun birinchi kosmik tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{I.0} = \sqrt{G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}}}, \quad yoki \quad \vartheta_{I.0} = \sqrt{g \cdot R_{Yer}} = 7{,}9 \quad [km/s]}$$



1.2.10.1-rasm

Isboti: Markazdan qochuvchi kuch va gravitatsion tortish kuchlari o'zaro teng bo'lganda, yo'ldoshga aylanadi. Unga ko'ra $\frac{m\vartheta^2}{R_{Yer}} = G\frac{M_{Yer}m}{R_{Yer}^2}, \Rightarrow \vartheta = \sqrt{G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}}} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{5{,}965 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^{6}}} = 7902\ m/s \approx 7{,}9\ km/s$ ga teng bo'ladi.

Yer sirtidan biror h balandlikdagi sun'iy yo'ldosh uchun birinchi kosmik tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{I.h} = \sqrt{G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}+h}} = \vartheta_{I.0}\sqrt{\frac{R_{Yer}}{R_{Yer}+h}} \quad [m/s]}$$

Isboti: Markazdan qochuvchi kuch va gravitatsion tortish kuchlari o'zaro teng bo'lganda, yo'ldoshga aylanadi. Unga ko'ra so'ralgan kattalik $\frac{m\vartheta^2}{r} = G\frac{M_{Yer} \cdot m}{r^2}, \Rightarrow$

$$\vartheta_{I.h} = \sqrt{G\frac{M_{Yer}}{r}} = \sqrt{G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}+h}} = \sqrt{G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}} \cdot \frac{R_{Yer}}{R_{Yer}+h}} = \vartheta_{I.0}\sqrt{\frac{R_{Yer}}{R_{Yer}+h}}$$ ga teng bo'ladi.

Yer sirtidan biror h balandlikda aylanayotgan sun'iy yo'ldoshning aylanish davri quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$T=\frac{2\pi r}{\vartheta_{I.h}}=\frac{2\pi(R_{Yer}+h)}{\vartheta_{I.h}}$$

$$T=2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_{Yer}}}=2\pi(R_{Yer}+h)\sqrt{\frac{R_{Yer}+h}{GM_{Yer}}}$$

Bitta planeta atrofida aylanuvchi ikki yo'ldoshning aylanish davrlari, aylanish radiuslari va aylanish tezliklari mos holda $T_1, T_2, r_1, r_2, \vartheta_1, \vartheta_2$ bo'lsa, ular orasidagi juft-juft bog'lanish quyidagicha bo'ladi:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \qquad \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)^2=\frac{r_1}{r_2} \qquad \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)^3=\frac{T_1}{T_2}$$

Isboti: So'ralgan kattaliklarni alohida-alohida keltirib chiqaramiz.

$$1)\ T=\frac{2\pi r}{\vartheta_{I.h}}=2\pi r\sqrt{\frac{r}{GM_{Yer}}}=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{Yer}}},\quad \begin{cases} T_1=2\pi\sqrt{\dfrac{r_1^3}{GM_{Yer}}} \\ T_2=2\pi\sqrt{\dfrac{r_2^3}{GM_{Yer}}} \end{cases},\Rightarrow\ \frac{T_2}{T_1}=\sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3},\ \Rightarrow\ \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$$

$$2)\ \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3,\ \Rightarrow\ \left(\frac{\frac{2\pi r_2}{\vartheta_2}}{\frac{2\pi r_1}{\vartheta_1}}\right)^2=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3,\ \Rightarrow\ \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2\cdot\left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^2=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3,\ \Rightarrow\ \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)^2=\frac{r_1}{r_2}$$

$$3)\ \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3,\ \Rightarrow\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2=\left(\frac{\frac{\vartheta_2 T_2}{2\pi}}{\frac{\vartheta_1 T_1}{2\pi}}\right)^3,\ \Rightarrow\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2=\left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)^3\cdot\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^3,\ \Rightarrow\ \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)^3=\frac{T_1}{T_2}$$

Yuqoridagi formulalarni qo'sh tenglik orqali quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3=\left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right)^6$$

Bitta planeta atrofida aylanuvchi ikki yo'ldoshning aylanish davrlari, aylanish radiuslari va aylanish tezliklari mos holda $T_1, T_2, r_1, r_2, \vartheta_1, \vartheta_2$ bo'lsa, ular orasidagi bog'lanish quyidagi ko'rinishda ham bo'lishi mumkin:

$$\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}=\frac{r_2}{r_1}\cdot\frac{T_1}{T_2}$$

Birinchi kosmik tezlik birinchi marta 1957 yil 4 mart kuni amalga oshirilgan. 1961 yil 12-aprel kuni birinchi marta inson kosmosga parvoz qildi. "Vostok" kosmik kemasida YU.Gagarin Er atrofini 103 minut davomida aylnib chiqdi.

Ikkinchi kosmik tezlik:

Jismning Yerning tortishish maydonini tortib uzib chikib ketish uchun zarur tezlik ***ikkinchi kosmik tezlik*** hisoblanadi.

Ikkinchi kosmik tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\vartheta_{II}=\sqrt{2\cdot g\cdot R_{Yer}}=\sqrt{2}\cdot\vartheta_I=11{,}2\ [km/s]$$

Isboti: Jism Yerning tortish kuchini engib, Quyosh atrofida boshqa planetalar kabi harakatlanishi uchun uning kinetik energiyasi Yer hosil qilgan gravitatsion energiyaga teng bo'lishi kerak. Shundan ikkinchi kosmik tezlik topiladi. $\frac{m\vartheta^2}{2}=G\frac{M_{Yer}m}{R_{Yer}},\ \Rightarrow\ \vartheta_{II}=\sqrt{2G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}}}=\sqrt{2}\cdot\vartheta_I=11{,}2\ \ km/s.$

Yer sirtidan biror h balandlikdagi kosmik kema uchun ikkinchii kosmik tezlik ushbu ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{II.h} = \sqrt{2 \cdot G \frac{M_{Yer}}{R_{Yer} + h}} = \sqrt{2} \cdot \vartheta_{I.h}}$$

Isboti: Yer sirtida kosmik kema oladigan kinetik energiya uning potensial energiyasiga miqdor jihatidan teng bo'lganda, bu kema Yerning tortish kuchini engib cheksiz uzoqlasha oladi. Unga ko'ra so'ralgan kattalik $\frac{m\vartheta^2}{2} = G\frac{M_{Yer}m}{r}, \Rightarrow \vartheta_{II.h} = \sqrt{2G\frac{M_{Yer}}{r}} = \sqrt{2G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}+h}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}}} \cdot \sqrt{\frac{R_{Yer}}{R_{Yer}+h}} =$

$= \sqrt{2} \cdot \vartheta_{0.I}\sqrt{\frac{R_{Yer}}{R_{Yer}+h}} = \sqrt{2} \cdot \vartheta_{I.h}$ ga teng bo'ladi.

Ikkinchi kosmik tezlik 1959 yili 2-yanvar kuni amalga oshirildi.

Uchinchi kosmik tezlik:

Jismning Quyoshning tortish maydonidan xam chiqib keta olishi uchun zarur bulgan tezlik ***uchinchi kosmik tezlik*** deyiladi.

Quyoshning tortish maydonidan chiqib ketgan jism Galaktikaning ta'sir maydoniga tushib qoladi va Galaktika atrofida harakat qiladi. Bunday jism ***sun'iy yulduz*** deyiladi. Jism sun'iy yulduz bo'lishi uchun uning kinetik energiyasi Quyosh hosil qilgan gravitatsion energiyaga teng bo'lishi kerak.

$$\frac{m\vartheta^2}{2} = G\frac{M_{Quyosh} \cdot m}{r_{Yer}}$$

Bu yerda: $M_{Quyosh} = 332400 M_{Yer} = 2{,}9827 \cdot 10^{30}\ kg$ — Quyosh massasi, $r_{Yer} = 23544 \cdot R_{Yer} = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ m$ — Yer orbitasining radiusi.

Sonlarni Yuqoridagi formulaga qo'ysak, $\vartheta = \sqrt{2G\frac{M_{Quyosh}}{r_{Yer}}} = \sqrt{2G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}} \cdot \frac{332400}{23544}} = \sqrt{14{,}12} \cdot \vartheta_{II} \approx$

$\approx 3{,}7574 \cdot \vartheta_{II} \approx 42{,}1\ km/s$ kelib chiqadi.

Bu tezlikdan Yerning aylanma harakat tezligini olib tashlasak $\vartheta' = 42{,}1 - 29{,}8 = 12{,}3\ km/s$ kelib chiqadi. Jism Yerning tortish kuchini engib chiqgandan keyin Yer orbitasi bo'ylab Er harakat yo'nalishida *12,3 km/s* tezlik bilan harakatlansagina Quyoshning ta'sir maydonidan chiqib keta oladi. Lekin, Yerning tortish maydonini engib chiqishi uchun ham qo'shimcha energiya ketadi. Demak, jism sun'iy yulduzga aylanishi uchun uning kinetik energiyasi Yerning gravitsion energiyasi va ϑ' tezlikdagi kinetik energiya $\frac{m\vartheta'^2}{2}$ lar yig'indisiga teng bo'lishi kerak ekan.

$$\frac{m\vartheta_{III}^2}{2} = G\frac{M_{Yer}m}{R_{Yer}} + \frac{m\vartheta'^2}{2}$$

Bundan uchinchi kosmik tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{III} = \sqrt{2G\frac{M_{Yer}}{R_{Yer}} + \vartheta'^2} = \sqrt{\vartheta_{II}^2 + \vartheta'^2} = \sqrt{11{,}2^2 + 12{,}3^2} \approx 16{,}635 \quad [km/s]}$$

Yuqoridagi natija faqat Yer va Quyoshning ta'sirini hisobga olgan hol uchun chiqarildi. Lekin Quyosh sistemasining qolgan 8 ta planetasi, astroidlar va kometalarning ta'sirini ham hisobga olganda uchinchi kosmik tezlikning qiymati $\vartheta_{III} = 16{,}67\ km/s$ ga teng bo'lar ekan.

To'rtinchi kosmik tezlik:

Jism Galaktika tortish kuchini ham engib, Olam bo'shlig'i bo'ylab harakatlanishi uchun kerak bo'lgan tezlik ***to'rtinchi kosmik tezlik*** deyiladi.

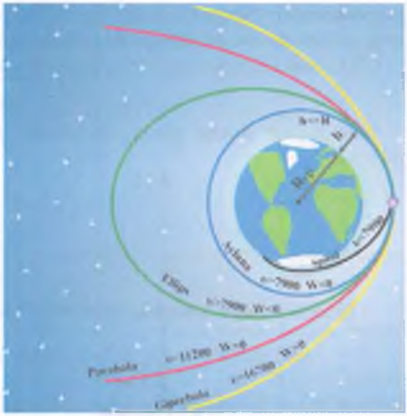
Quyosh sistemasi Galaktikada taxmina *285 km/s* tezlik bilan aylanma harakat qilishini hisobga olib, to'rtinchi kosmik tezlikning qiymati $\vartheta = \sqrt{2} \cdot 285 \approx 403\ km/s$ deyish mumkin. Quyosh sistemasi harakati yo'nalishida $\vartheta_{IV} = 403 - 285 = 108\ km/s$ tezlikda uchirilgan jism Galaktikani tashlab chiqib keta oladi. Bu juda aniq javob emas, albatta. To'rtinchi kosmik tezlikning aniq qiymatini olish uchun juda ko'p parametrlarni e'tiborga olish kerak bo'ladi.

Jismning markaziy kuch ta'siri ostidagi trayektoriyasi:

Kosmik kema biror kichik h<<R balandlikka, lekin atmosfera tashqarisiga chiqarilgan bo‘lsin va shu nuqtada kemaga Yer sirtiga parallel holda boshlang‘ich ϑ_0 tezlik berilgan bo‘lsin. Hisoblashlar shuni ko‘rsatadiki, kemaning harakati davomidagi trayektoriyasi kemaga berilgan tezlikka bog‘liq bo‘lar ekan. Trayektoriya turlarini quyidagi hollar uchun qaramiz.

1) Agar $\vartheta_0 << 7900$ bo‘lsa, kema Yerga parabola bo‘yicha qulaydi. Bunda to‘liq energiya $W < 0$ bo‘ladi. Boshqacha aytganda, kemaning kinetik energiyasi miqdor jihatidan potensial energiyasidan juda kichik bo‘ladi. Bu holat rasmda ko‘rsatilmagan.

2) Agar $\vartheta_0 < 7900$ bo‘lsa, kema Yerga spiral bo‘yicha qulaydi. Agar tezlik birinchi kosmik tezlikdan biroz kichik bo‘lsa, kema siralsimon trayektoriya bo‘ylab



1.2.10.2-rasm

bir necha o‘nlab marta aylangach, qulaydi. Bunda to‘liq energiya $W < 0$ bo‘ladi. Boshqacha aytganda, kemaning kinetik energiyasi miqdor jihatidan potensial energiyasidan kichik bo‘ladi.

3) Agar $\vartheta_0 = 7900\ m/s$ bo‘lsa, kema trektoriyasi aylanadan iborat bo‘lib, aylana markazida Yer yotadi. Kema hech qachon qulamaydi. Bunda to‘liq energiya $W < 0$ bo‘ladi. Boshqacha aytganda, kemaning kinetik energiyasi miqdor jihatidan potensial energiyasidan kichik bo‘ladi.

4) Agar $7900\,m/s < \vartheta_0 < 11200\,m/s$ bo‘lsa, kema trektoriyasi ellipsdan iborat bo‘lib, ellipsning bitta fokusida Yer yotadi. Kema hech qachon qulamaydi. Bunda to‘liq energiya $W < 0$ bo‘ladi. Boshqacha aytganda, kemaning kinetik energiyasi miqdor jihatidan potensial energiyasidan kichikroq bo‘ladi.

5) Agar $\vartheta_0 = 11200\ m/s$ bo‘lsa, kema trektoriyasi paraboladan iborat bo‘lib, parabolaning fokusida Yer yotadi. Kema Yerdan uzoqlashib uning tortish maydonidan chiqib ketadi. Bunda to‘liq energiya $W = 0$ bo‘ladi. Boshqacha aytganda kemaning kinetik energiyasi miqdor jihatidan potensial energiyasiga teng bo‘ladi, kinetik energiya tortish maydonidan chiqib ketish uchun etarli bo‘ladi.

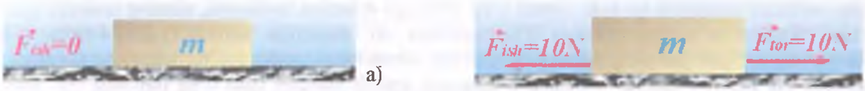
6) Agar $\vartheta_0 = 16700\ m/s$ bo‘lsa, kema trektoriyasi giperboladan iborat bo‘lib, giperbolaning fokusida Er yotadi. Kema Yerdan uzoqlashib, nafaqat Yerning tortish maydonidan, balki Quyoshning ham tortish maydonidan ham chiqib ketadi. Bunda to‘liq energiya $W > 0$ bo‘ladi. Boshqacha aytganda kemaning kinetik energiyasi miqdor jihatidan potensial energiyasidan katta bo‘ladi, kinetik energiya nafaqat Yerning, balki Quyoshning ham tortish maydonidan chiqib ketish uchun etarli bo‘ladi.

1.2.11. Mavzu: Ishqalanish kuchi va uning turlari.

Jismlarning bir-biriga tegib turgan kontakt yuzalarining g‘adir-budurligi tufayli harakat yo‘nalishiga qarma-qarshi yo‘nalishda paydo bo‘ladigan kuch ***ishqalanish kuchi*** deyiladi.

Ishqalanish kuchining quyidagi turlari bor:

I. Tinchlikdagi ishqalanish kuchi – jismni harakatga kelgunga qadar paydo bo‘ladigan qarshilik kuchidir. Tinchlikdagi ishqalanish kuchini ***statik ishqalanish kuchi*** deb ham yuritiladi. Jismni tortadigan kuch qanday bo‘lsa tinchlikdagi ishqalanish kuchi ham shuncha kuch bilan qarama-qarshi tomonga yo‘naladi (1.2.11.1-rasm).



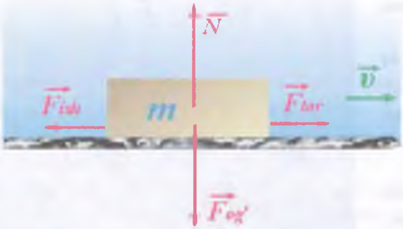
1.2.11.1-rasm

II. Sirpanish ishqalanish kuchi – tinchlikdagi ishqalanish kuchining oxirgi chegarasi bo‘lib, jismni joyidan qo‘zg‘atib olish uchun kerak bo‘ladigan kuchdir. Sirpanish ishqalanish kuchini ***dinamik ishqalanish kuchi*** deb ham yuritiladi. Sirpanish ishqalanish kuchi sirtga tegib turgan yuzaning katta-kichikligiga bog‘liq bo‘lmay, faqat jismning sirtga tik holda bosadigan bosim kuchiga to‘g‘ri proporsionaldir. Sirtga tik holda bosadigan bosim kuchi miqdor jihatidan sirtning reaksiya kuchi N ga teng, yo'nalishi esa qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

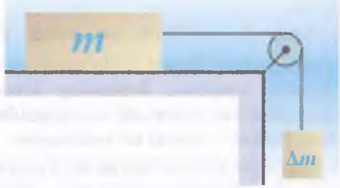
Gorizontal sirtda sirpanish ishqalanish kuchi quyidagicha bo'l adi (1.2.11.2-rasm):

$$\boxed{F_{ISH} = -\mu N = -\mu m g}$$

Formuladagi minus ishora ishqalanish kuch har doim harakatga qarama-qarshi yo'nalganlikni bildiradi.



1.2.11.2-rasm



1.2.11.3-rasm

Ishqalanish koeffitsienti o'lchamsiz kattalik bo'lib, gorizontal sirtda turgan jismni qo'zg'atish uchun kerak bo'ladigan kuch jism og'irligining qanday qismini tashkil qilishini bildiradi (1.2.11.3-rasm).

$$\boxed{\mu = \frac{F_{ISH}}{N} = \frac{F_{TOR}}{N} = \frac{\Delta m}{m}}$$

Masala: Masalan, 1.2.11.3-rasmda sirtda turgan jismning massasi $m = 4\,kg$ bo'lib, bu jism unga osilgan $\Delta m = 1\,kg$ massali yuk bilan joyidan qo'zg'algan bo'lsa, ishqalanish koeffitsienti $\mu = \frac{\Delta m}{m} = \frac{1\,kg}{4\,kg} = 0{,}25$ ga teng bo'ladi. Demak, jismni qo'zg'atish uchun kerak bo'lgan kuch jism og'irligining 0,25 qismini, ya'ni 25 % ini tashkil qilar ekan.

III. Dumalashdagi ishqalanish kuchi – sirtlarning g'adir-budurligi tufayli sodir bo'lmasdan, balki deformatsiyalanish tufayli sodir bo'ladigan qarshilik kuchidir.

Deformatsiyalanish quyidagi ko'rinishlarda bo'lish mumkin:

-agar sirt absalyut qattiq bo'lsa, g'ildirak o'z og'irligi tufayli deformatsiyalanadi.

-agar g'ildirak absalyut qattiq bo'lsa, g'ildirak og'irligidan sirt deformatsiyalanadi, ya'ni eziladi.

-agar sirt ham, g'ildirak ham absalyut qattiq bo'lsa, hech qanday deformatsiyalanish kuzatilmaydi va shuning uchun g'ildirashga qarshilik kuchi paydo bo'lmaydi. G'ildirayotgan jism doimiy to'g'ri chiziqli tekis harakat qiladi.

-agar sirt ham, g'ildirak ham deformatsiyalansa, dumalashdagi qarshilik sirt va g'ildirak deformatsiyasidan yuzaga keladi. Tabiatda hech bir jism absalyut qattiq emas. Odatdagi sharoitdagi barcha dumalashlarda sirt ham, g'ildirak ham ma'lum darajada deformatsiyaga uchraydi, eziladi.

Dumalashdagi qarshilik kuchi quyidagicha bo'ladi:

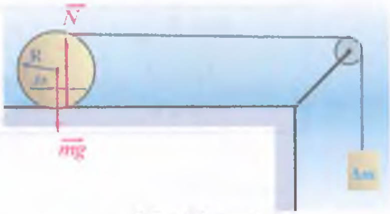
$$\boxed{F_{QARSH} = -f\,N = -f\,m\,g}$$

Bu yerda: f – dumalashdagi qarshilik koeffitsienti. Minus ishora esa dumulashdagi qarshilik har doim harakatga qarama-qarshi yo'nalganlikni bildiradi.

Jism dumalamay tinch turgan bo'lsa, sirtning reaksiya kuchi $\vec{N}$ vertikal simmetriya o'qidan (og'irlik kuchi o'tadigan o'qdan) o'tadi. Chunki g'ildirakning ezilgan yuzasi g'ildirakning vertikal simmetriya o'qiga nisbatan simmetrik bo'ladi. Jismni o'ng tomonga aylantira boshlasak, sirtning reaksiya kuchi $\vec{N}$ vertikal simmetriya o'qiga nisbatan o'ng tomonga Δx masofaga siljiydi (1.2.11.4-rasm). Chunki g'ildirakning ezilgan yuzasi g'ildirakning vertikal simmetriya o'qining o'ng tomonida ko'proq, chap tomonida esa kamroq bo'ladi. Boshqacha aytganda ezilish markazi ham o'ng tomonga Δx masofaga siljiydi, sirtning reaksiya kuchi $\vec{N}$ yangi ezilish markaziga ko'chadi va g'ildirakning og'irlik markaziga nisbatan Δx elka hosil bo'ladi. Ana shu $\vec{N}$ kuch g'ildirakning og'irlik markaziga nisbatan moment beradi. Bu moment g'ildirakni to'xtatishga intiladi.

Dumalashdagi ishqalanish koeffitsienti o'lchamsiz kattalik bo'lib, gorizontal sirtda turgan g'ildirakni dumalatish uchun kerak bo'lgan kuch g'ildirak og'irligining qanday qismini bildiradi.

$$\boxed{f = \frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta x}{R}}$$



1.2.11.4 -rasm

Isboti: Og'irlik markaziga nisbatan barcha kuchlardan moment olamiz.

$\sum m_O(\vec{F}_i) = 0, \rightarrow N\,\Delta x - \Delta m\, g\, R = 0.$

Reaksiya kuchi miqdor jihatidan og'irlik kuchiga teng bo'ladi, ya'ni $N = mg$. Buni momentga qo'yamiz.

$m \cdot g \cdot \Delta x - \Delta m \cdot g \cdot R = 0, \rightarrow \quad m \cdot \Delta x - \Delta m \cdot R = 0, \rightarrow \quad \frac{\Delta x}{R} = \frac{\Delta m}{m} = f.$

Eslatma: *Shuni ham bilib qo'yish kerakki, ko'pchilik adabiyotlarda dumalashdagi ishqalanish koeffitsi-enti deb elka Δx ni olingan. Bunda ishqalanish koffitsienti o'lchamli kattalik bo'lib, $[\Delta x] = [m]$ bo'ladi.*

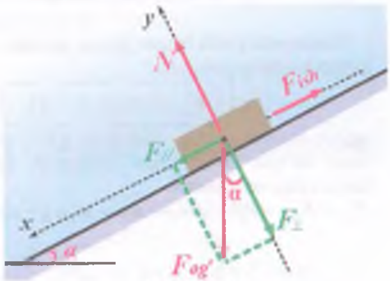
IV.Turli holatlarda bosim kuchi va ishqalanish kuchi:

Sirtga tik holda bosadigan bosim kuchi masalaning berilishiga qarab turlicha ko'rinishlarda bo'lishi mumkin. Quyidagi biz bir necha holatdlar bilan tanishtirib o'tamiz:

Agar jism qiya sirtda turgan bo'lsa, og'irlik kuchi mg ni ikkita, tekislikka parallel $F_{//}$ va perpendikulyar $F_{\perp}$ tashkil etuvchilarga ajratamiz. $F_{//}$ kuch jismni qiyalik bo'ylab pastga torsa, $F_{\perp}$ kuch esa jismni sirtga tik holda bosadi. Demak, sirtning reaksiya kuchi miqdor jihatidan bosim kuchiga teng, ya'ni $N = F_{\perp}$ bo'ladi. Quyida bosim kuchi va statik va dinamik ishqalanish kuchlari berilgan.

$$\begin{cases} N = F_{\perp} = m\,g\cos\alpha \\ F_{//} = m\,g\sin\alpha \end{cases}$$

$$Agar \begin{cases} \vartheta = 0 \\ \vartheta \neq 0 \end{cases} bo'lsa \quad \begin{cases} F_{stat} = m\,g\sin\alpha \\ F_{dinam} = \mu\,m\,g\cos\alpha \end{cases}$$

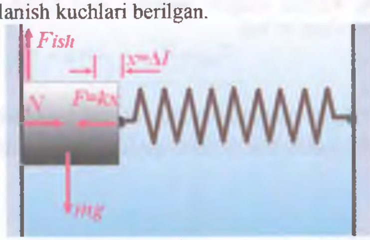


1.2.11.5-rasm

Agar jism vertikal sirtga prujina yordamida siqib qo'yilgan bo'lsa, prujinaning elastiklik kuchi F_{Yelas} jismni vertikal sirtga tik holda bosadi. Bunda sirtning reaksiya kuchi miqdor jihatidan prujinaning elastiklik kuchiga teng, ya'ni $N = F_{Yelas} = kx$ bo'ladi. Og'irlik kuchi esa jismni vertikal sirt bo'ylab pastga tortadi. Quyida bosim kuchi va statik va dinamik ishqalanish kuchlari berilgan.

$$N = F_{elas} = k\,x$$

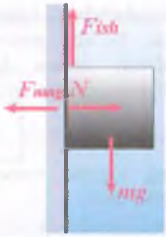
$$Agar \begin{cases} \vartheta = 0 \\ \vartheta \neq 0 \end{cases} bo'ksa \quad \begin{cases} F_{stat} = m\,g \\ F_{dinam} = \mu\,N = \mu\,kx \end{cases}$$



1.2.11.6-rasm

Agar magnit jism vertikal po'lat sirtga magnit kuch yordamida yopishib turgan bo'lsa, magnit kuch F_{magnit} magnit jismni vertikal sirtga tik holda bosadi. Bunda sirtning reaksiya kuchi miqdor jihatidan magnit kuchiga teng, ya'ni $N = F_{magnit}$ bo'ladi. Og'irlik kuchi esa jismni vertikal sirt bo'ylab pastga tortadi. Quyida bosim kuchi va statik va dinamik ishqalanish kuchlari berilgan.

$$N = F_{magnit}$$
$$Agar \begin{cases} \vartheta = 0 \\ \vartheta \neq 0 \end{cases} bo'lsa \begin{cases} F_{stat} = mg \\ F_{dinam} = \mu N = \mu F_{dinam} \end{cases}$$



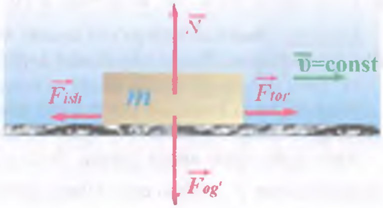
1.2.11.7-rasm

1.2.12. Mavzu: Jismning ishqalanish kuchi ta'sirida gorizontal tekislikdagi harakati

Gorizontal sirtda turgan jismni joyidan tekis qo'zg'atish uchun kerak bo'ladigan tortish kuchi quyidagicha:

$$\boxed{F_{tor} = F_{ishq} = \mu m g}$$

<u>**Isboti:**</u> Jismni joyidan qo'zg'atish uchun kerak bo'lgan eng kichik tortish kuchi sirpanish ishqalanish kuchini enga olishi kerak.



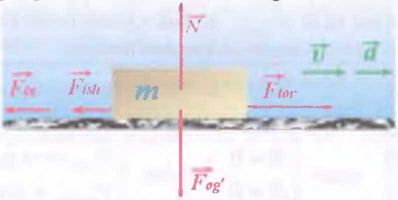
1.2.12.1-rasm

Gorizontal sirtda turgan jismni joyidan a tezlanish bilan qo'zg'atish uchun kerak bo'ladigan tortish kuchi quyidagicha:

$$\boxed{F_{tor} = m(\mu g + a)}$$

<u>**Isboti:**</u> Jismni joyidan a tezlanish bilan qo'zg'atish uchun kerak bo'lgan tortish kuchi ishqalanish kuchi va inersiya kuchini enga olishi kerak.

$F_{tor} = F_{ishq} + F_{in} = \mu m g + ma = m(\mu g + a)$



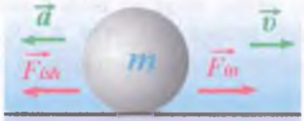
1.2.12.2 -rasm

Ishqalanish koeffitsienti μ bo'lgan gorizontal sirtda ishqalanish kuchi ta'sirida yuzaga kelgan sekinlanish quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{a = \mu g}$$

<u>**Isboti:**</u> Ishqalanish kuchi inersiya kuchini vujudga keltiradi. Bu kuchlar miqdor jihatidan teng bo'lib, qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

$$F_{ishq} = F_{in}, \rightarrow \mu m g = ma, \rightarrow a = \mu g$$



1.2.12.3-rasm

Agar dastlabki tezligi ϑ_0 bo'lgan avtomobil ishqalanish kuchi ta'sirida s yo'dni o'tib to'tasa, ishqalanish koeffitsienti quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\mu = \frac{\vartheta_0^2}{2gs}}$$

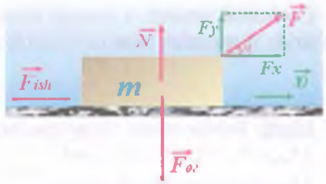
<u>**Isboti:**</u> Ikki xil usulda isbotlash mumkin.

1) $\mu = \dfrac{a}{g} = \dfrac{1}{g} \cdot \dfrac{|\vartheta^2 - \vartheta_0^2|}{2s} = \dfrac{|0^2 - \vartheta_0^2|}{2gs} = \dfrac{\vartheta_0^2}{2gs}$;

2) $E_k = A_{ishq}, \rightarrow \dfrac{m\vartheta^2}{2} = F_{ishq} \cdot s, \rightarrow \dfrac{m\vartheta^2}{2} = \mu m g \cdot s, \rightarrow \mu = \dfrac{\vartheta_0^2}{2gs}$.

Agar gorizontal sirtda tinch turgan jismni gorizontga nisbatan α burchak ostida tepaga yo'nalgan F kuch bilan tekis tortib ketilayotgan bo'lsa, ishqalanish kuchi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} F_{ishq} = F_x = F \cdot \cos\alpha \\ F_{ishq} = \mu N = \mu \cdot (mg - F \cdot \sin\alpha) \end{cases}$$



1.2.12.4-rasm

Isboti: Nyutonning 1-qonuniga asosan, jism to'g'ri chiziqli tekis harakat qilayotgani uchun $\sum \vec{F}_i = 0$ bo'ladi. Shuning uchun kuchlarning o'qlardagi proyeksiyalari ham nolga teng bo'lishi kerak.

$$\begin{cases} \sum F_{iX} = 0 \\ \sum F_{iY} = 0 \end{cases}, \rightarrow \begin{cases} F_X - F_{ishq} = 0 \\ N + F_Y - mg = 0 \end{cases}, \begin{cases} F_{ishq} = F_X \\ N = mg - F_Y = mg - F \sin\alpha \end{cases}, \rightarrow \begin{cases} F_{ishq} = F_X = F \cdot \cos\alpha \\ F_{ishq} = \mu N = \mu \cdot (mg - F \cdot \sin\alpha) \end{cases}$$

Gorizontal sirtdagi m massali jismni gorizontga nisbatan α burchak ostida tepaga yo'nalgan F kuch bilan tekis harakatga keltirilayotgan bo'lsa, sirtning ishqalanish koeffitsienti quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\mu = \frac{F \cdot \cos\alpha}{m \cdot g - F \cdot \sin\alpha}}$$

Isboti: Bundan oldingi chiqarilgan formuladan foydalanamiz.

$$\begin{cases} F_{ishq} = F_X = F \cdot \cos\alpha \\ F_{ishq} = \mu N = \mu \cdot (mg - F \cdot \sin\alpha) \end{cases}, \rightarrow F \cdot \cos\alpha = \mu \cdot (mg - F \cdot \sin\alpha), \rightarrow \mu = \frac{F \cdot \cos\alpha}{mg - F \cdot \sin\alpha}.$$

Agar gorizontal sirtda tinch turgan jismni gorizontga nisbatan α burchak ostida pastga yo'nalgan F kuch bilan tekis tortib ketilayotgan bo'lsa, ishqalanish kuchi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} F_{ishq} = F_X = F \cdot \cos\alpha \\ F_{ishq} = \mu N = \mu \cdot (mg + F \cdot \sin\alpha) \end{cases}$$

1.2.12.5-rasm

Isboti: Nyutonning 1-qonuniga asosan, jism to'g'ri chiziqli tekis harakat qilayotgani uchun $\sum \vec{F}_i = 0$ bo'ladi. Shuning uchun kuchlarning o'qlardagi proyeksiyalari ham nolga teng bo'lishi kerak.

$$\begin{cases} \sum F_{iX} = 0 \\ \sum F_{iY} = 0 \end{cases}, \rightarrow \begin{cases} F_X - F_{ishq} = 0 \\ N - F_Y - mg = 0 \end{cases}, \begin{cases} F_{ishq} = F_X \\ N = mg + F_Y = mg + F \sin\alpha \end{cases}, \rightarrow \begin{cases} F_{ishq} = F_X = F \cdot \cos\alpha \\ F_{ishq} = \mu N = \mu \cdot (mg + F \cdot \sin\alpha) \end{cases}.$$

Gorizontal sirtdagi m massali jismni gorizontga nisbatan α burchak ostida pastga yo'nalgan F kuch bilan tekis harakatga keltirilayotgan bo'lsa, sirtning ishqalanish koeffitsienti quyidagicha bo'ladi:

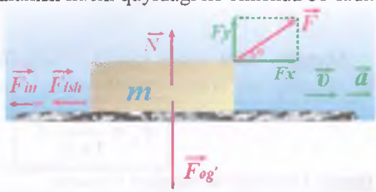
$$\boxed{\mu = \frac{F \cos\alpha}{m g + F \sin\alpha}}$$

Isboti: Bundan oldingi chiqarilgan formuladan foydalanamiz.

$$\begin{cases} F_{ishq} = F_X = F \cdot \cos\alpha \\ F_{ishq} = \mu N = \mu \cdot (mg + F \cdot \sin\alpha) \end{cases}, \rightarrow F \cdot \cos\alpha = \mu \cdot (mg + F \cdot \sin\alpha), \rightarrow \mu = \frac{F \cdot \cos\alpha}{mg + F \cdot \sin\alpha}.$$

Agar gorizontal sirtda tinch turgan jismni gorizontga nisbatan α burchak ostida tepaga yo'nalgan F kuch ta'sirida a tezlanish bilan tortib ketilayotgan bo'lsa, ishqalanish kuchi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{cases} F_{ishq} = F_X - F_{in} = F \cdot \cos\alpha - m a \\ F_{ishq} = \mu N = \mu \cdot (mg - F \cdot \sin\alpha) \end{cases}$$



1.2.12.6-rasm

Isboti: Nyutonning 2-qonuniga asosan, jism Ox o'qi bo'yicha to'g'ri chiziqli tekis tezlanuvchan harakat qilayotgani uchun $\sum \vec{F}_i = m a$ bo'ladi.

$F_X = F_{ishq} + F_{in}$; $\rightarrow F_{ishq} = F_X - F_{in} = F \cos\alpha - ma$

Nyutonning 1-qonuniga asosan, jism Oy o'q bo'yicha harakat qilmayotgani uchun $\sum \vec{F}_i = 0$ bo'ladi. Shuning uchun kuchlarning OY o'qdagi proyeksiyasi nolga teng bo'lishi kerak.

$\sum F_{iY} = 0$; $\rightarrow$ $N + F_Y - mg = 0$, $\rightarrow$ $N = mg - F_Y = mg - F \sin\alpha$, $\rightarrow$ $F_{ishq} = \mu N = \mu \cdot (mg - F \cdot \sin\alpha)$.

Gorizontal sirtdagi m massali jismni gorizontga nisbatan α burchak ostida tepaga yo'nalgan F kuch ta'sirida a tezlanish bilan tortib ketilayotgan bo'lsa, sirtning ishqalanish koeffitsienti quyidagicha:

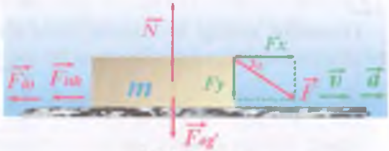
$$\boxed{\mu = \frac{F\cos\alpha - m\,a}{mg - F\sin\alpha}}$$

Isboti: Bundan oldingi chiqarilgan formuladan foydalanamiz.

$$\begin{cases} F_{ishq} = F_X - F_{in} = F\cdot\cos\alpha - m\,a \\ F_{ishq} = \mu N = \mu\cdot(mg - F\cdot\sin\alpha) \end{cases}, \rightarrow \quad F\cdot\cos\alpha - m\,a = \mu\cdot(mg - F\cdot\sin\alpha), \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{F\cdot\cos\alpha - m\,a}{mg - F\cdot\sin\alpha}.$$

Agar gorizontal sirtda tinch turgan jismni gorizontga nisbatan α burchak ostida pastga yo'nalgan F kuch ta'sirida a tezlanish bilan tortib ketilayotgan bo'lsa, ishqalanish kuchi quyidagicha:

$$\boxed{\begin{cases} F_{ishq} = F_X - F_{in} = F\cdot\cos\alpha - m\,a \\ F_{ishq} = \mu N = \mu\cdot(mg + F\cdot\sin\alpha) \end{cases}}$$



1.2.12.6-rasm

Isboti: Nyutonning 2-qonuniga asosan, jism Ox o'qi bo'yicha to'g'ri chiziqli tekis tezlanuvchan harakat qilayotgani uchun $\sum \vec{F}_i = m\,a$ bo'ladi.

$F_X = F_{ishq} + F_{in}$; $\rightarrow F_{ishq} = F_X - F_{in} = F\cos\alpha - ma$

Nyutonning 1-qonuniga asosan, jism Oy o'q bo'yicha harakat qilmayotgani uchun $\sum \vec{F}_i = 0$ bo'ladi. Shuning uchun kuchlarning Oy o'qdagi proyeksiyasi nolga teng bo'lishi kerak.

$\sum F_{iY} = 0$, $\rightarrow$ $N - F_Y - mg = 0$, $\rightarrow$ $N = mg + F_Y = mg + F\sin\alpha$, $\rightarrow$ $F_{ishq} = \mu N = \mu\cdot(mg + F\cdot\sin\alpha)$.

Gorizontal sirtdagi m massali jismni gorizontga nisbatan α burchak ostida pastga yo'nalgan F kuch ta'sirida a tezlanish bilan tortib ketilayotgan bo'lsa, sirtning ishqalanish koeffitsienti quyidagicha:

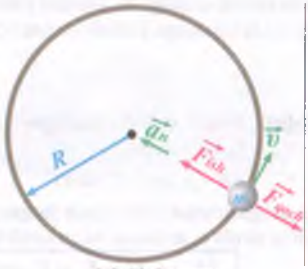
$$\boxed{\mu = \frac{F\cos\alpha - m\,a}{mg + F\sin\alpha}}$$

Isboti: Bundan oldingi chiqarilgan formuladan foydalanamiz.

$$\begin{cases} F_{ishq} = F_X - F_{in} = F\cdot\cos\alpha - m\,a \\ F_{ishq} = \mu N = \mu\cdot(mg + F\cdot\sin\alpha) \end{cases}, \rightarrow \quad F\cdot\cos\alpha - m\,a = \mu\cdot(mg + F\cdot\sin\alpha), \quad \rightarrow \quad \mu = \frac{F\cdot\cos\alpha - m\,a}{mg + F\cdot\sin\alpha}.$$

Ishqalanish koeffitsienti μ, radiusi R bo'lgan yo'lda harakatlanayotgan avtomobilning sirpanmay buriladigan eng katta tezligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{max} = \sqrt{\mu g R}}$$



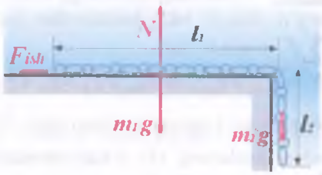
1.2.12.8-rasm

Isboti: Jism egri chiziq bo'ylab harakatlanayotganda egrilik tashqarisiga markazdan qochuvchi kuch yo'nalgan bo'ladi. Bu kuch jismni Trayektoriyadan tashqariga chiqarib yuborishga intiladi. Ishqalanish kuchi esa ana shu kuchga teng miqdor bilan egrilik markaziga tomon yo'naladi.

$$F_{ishq} = F_{qoch}, \rightarrow \quad \mu m g = \frac{m\vartheta^2}{R}, \rightarrow \quad \vartheta_{max} = \sqrt{\mu g R}$$

Masala: Stol ustida turgan ℓ uzunlikdagi zanjirning (yoki arqonning) osilib turgan qismi qanday bo'lganda o'z-o'zidan sirpanib tushib ketadi?

$$\boxed{\ell_2 = \frac{\mu}{1+\mu}\cdot\ell}$$



1.2.12.9 -rasm

Isboti: Quyidagicha belgilash kiritamiz:

ℓ_1, m_1 - stol ustidagi qism uzunligi va massasi

ℓ_2, m_2 - osilib turgan qism uzunligi va massasi

Zanjir (yoki arqon) faqat chiziqli o'lchamga ega bo'lgani uchun uning massasi uzunlik bo'yicha tekis taqsimlangan.

$$\frac{m_1}{\ell_1}=\frac{m_2}{\ell_2}=\frac{m}{\ell}, \Rightarrow \begin{cases} m_2=\frac{\ell_2}{\ell}m \\ m_1=\frac{\ell_1}{\ell}m=\frac{\ell-\ell_2}{\ell}m \end{cases}, \Rightarrow \begin{cases} F_{TOR}=m_2 g=\frac{\ell_2}{\ell}m\,g \\ F_{ish}=\mu N=\mu\, m_1 g=\mu\frac{\ell-\ell_2}{\ell}mg \end{cases},$$

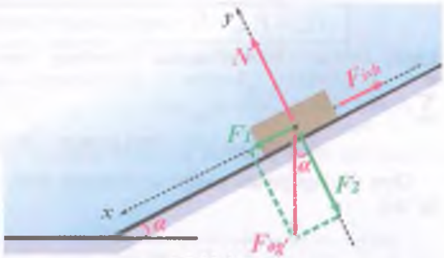
$$F_{TOR}=F_{ish}, \Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell}mg=\mu\frac{\ell-\ell_2}{\ell}mg, \Rightarrow \ell_2=\mu\ell-\mu\ell_2, \Rightarrow \ell_2=\frac{\mu}{1+\mu}\ell.$$

1.2.13. Mavzu: Jismning ishqalanish kuchi ta'sirida qiya tekislikdagi harakati

Jism qiya sirtda tinch turgan bo'lsa, bu jism uchta kuch ta'siri ostida tinch turgan bo'ladi. Bular og'irlik kuchi $F_{og'}$, ishqalanish kuchi F_{ishq} va sirtning normal reaksiya kuchi N kuchlaridir. Og'irlik kuchi odatda ikkita tashkil etuvchiga ajratiladi. Bular qiyalik bo'ylab pastga tortuvchi F_1 va sirtga tik holda bosuvchi F_2 tashkil etuvchilaridir.

Qiyaligi α bo'lgan qiya sirtda turgan m massali jism uchun bosim kuchi N, qiyalik bo'ylab pastga tortuvchi kuch F_1 va ishqalanish kuchi F_{ishq} quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\begin{aligned} &N=m\,g\cos\alpha \\ &F_1=m\,g\sin\alpha \\ &\begin{cases} F_{ISH}=\mu m\,g\cos\alpha & -dinamik \\ F_{ISH}=m\,g\sin\alpha & -statik \end{cases} \end{aligned}}$$



1.2.13.1-rasm

Isboti: Oy o'qi bo'yicha harakat sodir bo'lmaganligi uchun kuchlarning bu o'qdagi proyeksiyalar yig'indisi nolga teng bo'lishi kerak.

$\sum \vec{F}_{iY}=0, \rightarrow\ N-F_2=0, \rightarrow\ N=F_2=mg\cos\alpha$

Og'irlik kuchining Ox o'qidagi tashkil etuvchisi F_1 har doim jismni qiyalik bo'ylab pastga tortadi. Shuning uchun bu tashkil etuvchini ko'pincha pastga tortuvchi (endiruvchi) kuch ham deyiladi.

Agar jism qiya sirtda tinch turgan bo'lsa, barcha kuchlarning Ox o'qidagi proyeksiyasi nolga teng bo'ladi. $\sum \vec{F}_{iX}=0, \rightarrow\ F_1-F_{ishq}=0$. Bundagi ishqalanish tinchlikdagi ishqalanish (statik ishqalanish) hisoblanadi va $F_{ishq}=F_1=mg\sin\alpha$ ga teng bo'ladi.

Agar jism qiya sirtda harakatlanayotgan bo'lsa, bundagi ishqalanish sirpanish ishqalanishi (dinamik ishqalanish) hisoblanadi va quyidagicha: $F_{ishq}=\mu N=\mu F_2=\mu m\,g\cos\alpha$

Qiyaligi α bo'lgan sirtda turgan jismning sirpanib tushish tezlanishi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{a=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)}$$

1.2.13.2-rasm

Isboti: Nyutonning 2-qonunidan foydalanamiz.

$ma=F_1-F_{ishq}, \rightarrow\ ma=mg\sin\alpha-\mu mg\cos\alpha$

$$a=g\sin\alpha-\mu g\cos\alpha=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha).$$

Ishqalanish koeffitsienti μ bo'lgan sirtdagi jismning tekis sirpanib tushish sharti quyidagicha bo'ladi:

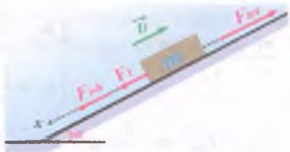
$$\boxed{\mu=tg\alpha}$$

Isboti: Tekis harakatlanganda, Yuqoridagi formuladan $a=0$ deb olamiz.

$0=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha), \rightarrow\ 0=\sin\alpha-\mu\cos\alpha, \rightarrow\ \mu\cos\alpha=\sin\alpha, \rightarrow\ \mu=tg\alpha$

Qiya sirtdagi jismni tepaga tekis tortib chiqarish uchun kerak bo'lgan kuch quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{F_{tor} = F_1 + F_{ishq} = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$



1.2.13.3-rasm

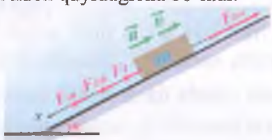
Isboti: Jism tekis harakatlanganda Nyutonning 1-qonuniga ko‘ra unga ta’sir qiluvchi kuchlar kompensatsiya-lashishi kerak.

$\sum F_{iX} = 0$; $F_{ishq} + F_1 - F_{tor} = 0$

$$F_{tor} = F_1 + F_{ishq} = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Qiya sirtdagi jismni tepaga tekis tortib chiqarish uchun kerak bo‘lgan kuch quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{F_{tor} = F_1 + F_{ishq} + F_{in} = m(g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha + a)}$$



1.2.13.4-rasm

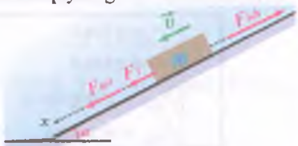
Isboti: Jism tekis harakatlanganda Nyutonning 1-qonuniga ko‘ra unga ta’sir qiluvchi kuchlar kompensatsiya-lashishi kerak.

$\sum F_{iX} = 0$; $F_{ishq} + F_1 - F_{tor} = 0$

$$F_{tor} = F_1 + F_{ishq} = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Qiya sirtdagi jismni pastga tekis tortib tushirish uchun kerak bo‘lgan kuch quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{F_{tor} = F_{ishq} - F_1 = mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha)}$$



1.2.13.5-rasm

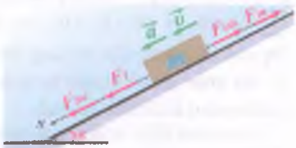
Isboti: Jism tekis harakatlanganda Nyutonning 1-qonuniga ko‘ra unga ta’sir qiluvchi kuchlar kompensatsiya-lashishi kerak.

$\sum F_{iX} = 0$; $\to$ $F_{tor} + F_1 - F_{ishq} = 0$

$$F_{ishq} = F_{ishq} - F_1 = mg(\mu\cos\alpha - \sin\alpha).$$

Qiya sirtdagi jismni pastga a tezlanish bilan tortib tushirish uchun kerak bo‘lgan kuch quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{F_{tor} = F_{ishq} - F_1 + F_{in} = m(\mu g\cos\alpha - g\sin\alpha + a)}$$



1.2.13.6-rasm

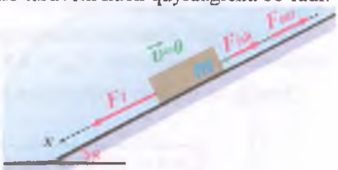
Isboti: Ushbu holga Nyutonning 2-qonuunini qo‘llaymiz.

$ma = \sum F_{iX}$;$\to F_{in} = F_{tor} + F_1 - F_{ishq}$; $\to$ $F_{tor} = F_{ishq} - F_1 + F_{in}$

$$F_{tor} = m(\mu g\cos\alpha - g\sin\alpha + a).$$

Qiya sirtdagi jismni tushib ketmasligi uchun kerak bo‘ladigan tutib turuvchi kuch quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{F_{tut} = F_1 - F_{ishq} = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}$$



1.2.13.7-rasm

Isboti: *Ox* o‘qida harakat sodir bo‘lmayotganligi uchun barcha kuchlarning bu o‘qdagi proyeksiyasi nolga teng, ya’ni $\sum F_{iX} = 0$.

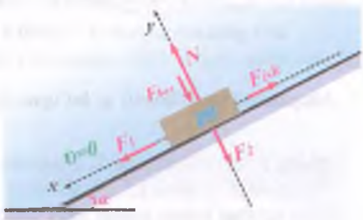
Bundan so‘ralgan kattalikni topamiz

$F_1 - F_{ishq} - F_{tut} = 0$;

$F_{tut} = F_1 - F_{ishq} = mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$.

Qiyalikdagi jismni sirpanib ketmasligi uchun jismning ustiga qiya sirtga tik holda bosish kerak bo‘ladigan kuch quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{F_{bos} = \frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\mu}}$$



1.2.13.8-rasm

Isboti: OU o‘qida harakat sodir bo‘lmayotganligi uchun barcha kuchlarning bu o‘qdagi proyeksiyasi nolga teng, ya’ni $\sum F_{iY} = 0$.

Bundan sirtning reaksiya kuchini topamiz.

$$N - F_2 - F_{bos} = 0\ ;\ \to N = F_{bos} + F_2 = F_{bos} + mg\cos\alpha$$

Ishqalanish kuchini topamiz. $F_{ishq} = \mu N = \mu F_{bos} + \mu mg\cos\alpha$

Ox o‘qida harakat sodir bo‘lmayotganligi uchun barcha kuchlarning bu o‘qdagi proyeksiyasi nolga teng, ya’ni $\sum F_{iX} = 0$. Bundan so‘ralgan kattalikni topamiz. $F_1 - F_{ishq} = 0$; $\to$ $mg\sin\alpha = \mu F_{ishq} + \mu mg\cos\alpha$

$$F_{bos} = \frac{mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\mu}.$$

1.2.14. Mavzu: Jismning bir necha kuch ta'siri ostidagi harakati

Erkin aylanuvchi blokga osilgan yuklarning $(m_2 > m_1)$ harakat tezlanishi va iplarning taranglik kuchi quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

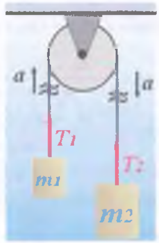
$$\boxed{a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\cdot g \qquad T = \frac{2m_1m_2}{m_2 + m_1}\cdot g}$$

Isboti: Kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni arqonni kesib uning joyiga ikkinchi qismining ta'sir kuchini qo'yish mumkin. Arqon bitta bo'lgani uchun unda faqat bitta taranglik kuchi bo'ladi, ya'ni arqonning ikkita uchida bir xil taranglik kuchi bo'ladi.

$$\begin{cases} T_1 = m_1(g+a) \\ T_2 = m_2(g-a) \end{cases}; \rightarrow \ T_1 = T_2\ ; \rightarrow \ m_1g + m_1a = m_2g - m_2a; \rightarrow$$

$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g\ ; \quad \rightarrow \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\cdot g; \rightarrow$$

$$T = T_1 = m_1(g + \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\cdot g) = \frac{m_2 + m_1 + m_2 - m_1}{m_2 + m_1} m_1 g = \frac{2m_1m_2}{m_2 + m_1}\cdot g\cdot$$



1.2.14.1-rasm

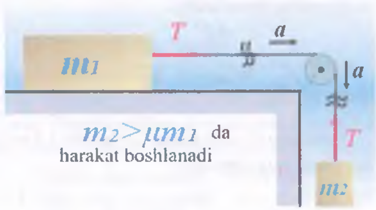
Agar m_1 massali jism gorizontal sirtda turgan bo'lsa, tezlanish va ipning taranglik kuchi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_2 + m_1} g \qquad T = \frac{(1+\mu)m_1m_2}{m_2 + m_1} g}$$

Isboti: Bunda ham kesish usulidan foydalanamiz, arqonning ikkala uchlaridagi taranglik kuchlarini tenglaymiz.

$$\begin{cases} T_1 = m_1(\mu g + a) \\ T_2 = m_2(g-a) \end{cases}; \rightarrow \ T_1 = T_2\ ; \rightarrow \ \mu\, m_1g + m_1a = m_2g - m_2a\ ;$$

$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - \mu m_1)g; \quad \rightarrow \quad a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2}.$$



1.2.14.2-rasm

Agar m_1 massali jism qiya tekislikda turgan bo'lsa, tezlanish va ipning taranglik kuchi quyidagi formulalar orqali aniqlanadi:

$$\boxed{a = \frac{m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_2 + m_1}\cdot g \qquad T = \frac{(1+\sin\alpha+\mu\cos\alpha)m_1m_2}{m_2 + m_1}\cdot g}$$

Isboti: Bunda ham kesish usulidan foydalanamiz, arqonning ikkala uchlaridagi taranglik kuchlarini tenglaymiz.

$$\begin{cases} T_1 = m_1g\sin\alpha + \mu m_1g\cos\alpha + m_1a \\ T_2 = m_2(g-a) \end{cases}; \rightarrow \ T_1 = T_2\ ; \rightarrow$$

1.2.14.3-rasm

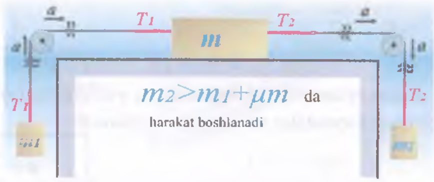
$$m_1g\sin\alpha + \mu m_1g\cos\alpha + m_1a = m_2g - m_2a; \quad \rightarrow$$

$$(m_1 + m_2)\cdot a = (m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha))\cdot g\ ; \ \rightarrow \quad a = \frac{m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_2 + m_1}\cdot g\cdot$$

$$T = T_2 = m_2(g - \frac{m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{m_2 + m_1}\cdot g) = \frac{m_2 + m_1 - m_2 + m_1\sin\alpha + m_1\mu\cos\alpha}{m_2 + m_1}\cdot m_2g = \frac{(1+\sin\alpha+\mu\cos\alpha)m_1m_2}{m_2 + m_1}\cdot g\cdot$$

Quyidagi rasm uchun tezlanish va iplarning taranglik kuchlari quyidagicha bo'ladi:

$$a=\frac{m_2-(m_1+\mu m)}{m_1+m+m_2}\cdot g$$
$$T_1=\frac{2m_2+m(1-\mu)}{m_1+m+m_2}\cdot m_1 g$$
$$T_2=\frac{2m_1+m(1+\mu)}{m_1+m+m_2}\cdot m_2 g$$



1.2.14.4-rasm

Isboti: $\begin{cases} T_2=\mu mg+ma+m_1(g+a) \\ T_2=m_2(g-a) \end{cases}$; $\rightarrow$ $T_2=T_2$; $\rightarrow$ $\mu mg+ma+m_1 g+m_1 a=m_2 g-m_2 a$; $\rightarrow$

$$(m_1+m+m_2)\cdot a=(m_2-m_1-\mu m)\cdot g\ ; \quad \rightarrow \quad a=\frac{m_2-m_1-\mu m}{m_1+m+m_2}\cdot g=\frac{m_2-(m_1+\mu m)}{m_1+m+m_2}\cdot g.$$

$$T_2=m_2\left(g-\frac{m_2-(m_1+\mu m)}{m_1+m+m_2}\cdot g\right)=\frac{m_1+m+m_2-m_2+m_1+\mu m}{m_1+m+m_2}m_2 g=\frac{2m_1+m(1+\mu)}{m_1+m+m_2}\cdot m_2 g\cdot$$

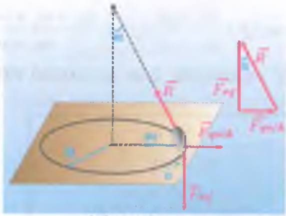
$$T_1=m_1\left(g+\frac{m_2-(m_1+\mu m)}{m_1+m+m_2}\cdot g\right)=\frac{m_1+m+m_2+m_2-m_1-\mu m}{m_1+m+m_2}m_1 g=\frac{2m_2+m(1-\mu)}{m_1+m+m_2}\cdot m_1 g\cdot$$

Gorizontal tekislikda ϑ tezlik bilan R radiusli aylana hosil qilib aylanayotgan velosipedchining vertikalga nisbtan og‘ish burchagi quyidagicha:

$$tg\alpha=\frac{\vartheta^2}{Rg}$$

Isboti: Kuchlar uchburchagini qurib, burchak tangensidan foydalanmiz.

$$tg\alpha=\frac{F_{qoch}}{F_{og'ir}}=\frac{\frac{m\vartheta^2}{R}}{mg}=\frac{\vartheta^2}{Rg}.$$



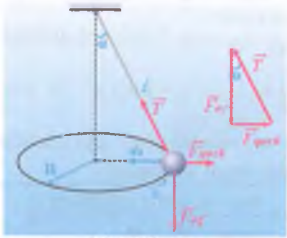
1.2.14.5-rasm

Gorizontal tekislikda ϑ tezlik bilan aylanayotgan ipga osilgan sharning vertikalga nisbtan og‘ish burchagi quyidagicha:

$$tg\alpha=\frac{\vartheta^2}{Rg}$$

Isboti: Kuchlar uchburchagini qurib, burchak tangensidan foydalanmiz.

$$tg\alpha=\frac{F_{qoch}}{F_{og'ir}}=\frac{\frac{m\vartheta^2}{R}}{mg}=\frac{\vartheta^2}{Rg}.$$



1.2.14.6-rasm

Agar ℓ uzunlikdagi ipga osilgan sharcha vertikal bilan α burchak hosil qilgan holda gorizontal tekislikda aylanayotgan bo‘lsa, aylanish davri quyidagicha (1.2.14.6-rasm):

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}\cdot\cos\alpha}$$

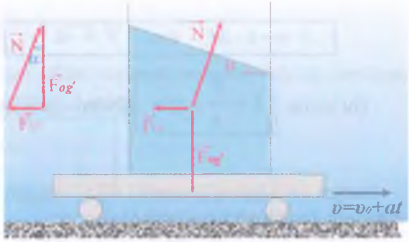
Isboti: Kuchlar uchburchagida burchak tangensidan foydalanmiz.

$$tg\alpha=\frac{F_{qoch}}{F_{og'ir}}=\frac{\frac{m\vartheta^2}{R}}{mg}=\frac{\vartheta^2}{Rg}=\frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{Rg}=\frac{4\pi^2 R}{gT^2}=\frac{4\pi^2\ell\cdot\sin\alpha}{gT^2};$$

$$T^2=\frac{4\pi^2\ell\cdot\sin\alpha}{g\cdot tg\alpha}=\frac{4\pi^2\ell\cdot\cos\alpha}{g};\quad\Rightarrow\quad T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}\cdot\cos\alpha}\cdot$$

Agar gorizontal sirtda aravacha a tezlanish bilan harakatlanayotgan bo‘lsa, unga o‘rnatilgan idishdagi suyuqlikning gorizonga nisbatan og‘ish burchagi quyidagicha topiladi:

$$tg\alpha = \frac{a}{g}$$



1.2.14.7-rasm

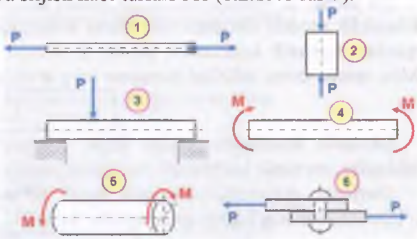
Isboti: Arav tezlanish bilan harakat qilgani uchun inersiya kuchi vujudga keladi. Inersiya kuchi, og'irlik kuchi va idish tubining reaksiya kuchi ta'sirida idishdagi suyuqlik gorizont bilan biror α burchak hosil qiladi. Kuchlar uchburchagidan foydalanib, og'ish burchagi tangensini topamiz.

$$tg\alpha = \frac{F_{in}}{F_{og'ir}} = \frac{ma}{mg} = \frac{a}{g}.$$

1.2.15. Mavzu: Elastiklik kuchi. Guk qonuni. Bikrliklarni qo'shish. Cho'zilish diagrammasi.

Tashqi ta'sir natijasida jism shaklining o'zgarishi ***deformatsiya*** deyiladi.

Deformatsiyaning cho'zilish, siqlish, buralish, egilish va siljish kabi turlari bor (1.2.15.1-rasm).



1.2.15.1-rasm

Tashqi ta'sir to'xtatilgandan keyin dastlabki holatiga to'la qaytadigan deformatsiyaga elastik deformatsiya deyiladi. Elastik deformatsiyalanish xossasiga ega bo'lgan jismlar elastik jismlar deyiladi. Boshqacha aytganda elastik jismlar dastlabki holatini "esida yaxshi saqlaydi" (Yuqori sifatli po'latlar, mis, oltin, rezinalar va b.). Har qanday elastik jism ham o'zining ma'lum chegarasida elastikdir, deformatsiya yanada oshirilganda esa plastik deformatsiyalanish, ya'ni qoldiq deformatsiyalar paydo bo'lishi boshlanadi. Lekin elastiklik chegarasi juda keng bo'ladi. Elastikligini osongina yo'qotmaydi.

Tashqi ta'sir to'xtatilgandan keyin dastlabki holatiga to'la qaytmay, qoldiq deformatsiya hosil qiladigan deformatsiyaga plastik (noelastik) deformatsiya deyiladi. Plastik deformatsiyalanish xossasiga ega bo'lgan jismlar plastik jismlar deyiladi. Boshqacha aytganda plastik jismlar dastlabki holatini "unutib qo'yadi" (plastilinlar, plasmassalar va b.). Har qanday plastik jism ham dastlabki kichik deformatsiyalarda elastik deformatsiyalanadi, ya'ni dastlabki holatiga to'la qaytadi. Faqat elastiklik chegarasi juda kichikdir.

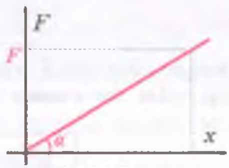
Deformatsiyalanish boshlanar boshlanmasdanoq emirilishlar, yoriqlar, darz ketishlar paydo bo'ladigan jismlar mo'rt jismlar deyiladi (shisha, tosh, chinni va b.).

Elastik jismlar texnikada juda ko'p qo'llaniladi. Ko'pincha elastik jismlar va elastik deformatsiyalar bilan ish ko'ramiz.

Jism deformatsiyadan keyingi o'lchami bilan dastlabki o'lchami ayirmasiga ***absalyut deformatsiya*** deyiladi. Absalyut deformatsiyaning dastlabki o'lchamga nisbatiga ***nisbiy deformatsiya*** deyiladi.

Tashqi kuch ta'sirida uzunligi ℓ_0 bo'lgan sterjenning uzunligi ℓ gacha o'zgartirilsa, absalyut uzayish $\Delta\ell$ va nisbiy uzayish ε quyidagicha bo'ladi:

$$\Delta\ell = \ell - \ell_0$$
$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0} \cdot 100\%$$



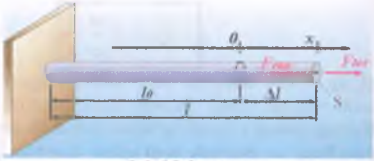
1.2.15.2-rasm

Jism deformatsiyalanganda deformatsiya yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda paydo bo'ladigan ichki kuch ***elastiklik kuchi*** deyiladi.

Guk qonuni: elastikli kuchi absalyut deformatsiyaga to'g'ri proporsional va deformatsiya yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalgan.

$$\boxed{F = -k \cdot \Delta\ell \quad \text{ёки} \quad F = -k \cdot x} \ [\mathrm{N}]$$

Bu yerda: $\boxed{k = \dfrac{F}{x} = tg\alpha}$ [N/m]– prujina bikrligi



1.2.15.3 -rasm

Sterjen ko‘ndalang kesimiga tik yo‘nalgan kuchning kesim yuziga nisbatiga teng bo‘lgan fizik kattalik ***mexanik kuchlanish (zo‘riqish)*** deyiladi

$$\boxed{\sigma = \frac{F}{S}} \qquad \left[\frac{N}{m^2}\right] = [Pa]$$

Mexanik kuchlanishning material turi va nisbiy deformatsiyaga bog‘liqligi quyidagicha:

$$\boxed{\sigma = E \cdot |\varepsilon|}$$

Bu yerda: E - materialning bo‘ylama deformatsiyadagi elastiklik moduli yoki Yung moduli deyiladi. Elastiklik moduli sterjenni ikki marta uzaytirganda (shunda ham Guk qonuni saqlanib qolsa) materialda qanday mexanik kuchlanish paydo bo‘lishini bildiradi. Elastiklik moduli materialning turiga bog‘liq. Mas: temir, xrom, nikellar taxminan teng qiymatga ega.

$$\boxed{E_{po'lat} = E_{nikel} = E_{xrom} = 2{,}1 \cdot 10^{11}\ Pa}$$

Mexanik kuchlanish bosim bilan o‘lchovdosh kattalikdir. Bosim ko‘proq suyuqlik va gazlarda ishlatilsa, mexanik kuchlanish esa qattiq jismlarda ishlatiladi.

Sterjenni deformatsiyalaganda hosil bo‘ladigan elastiklik kuchining material turi va geometrik o‘lchamlariga bog‘liqligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{F_{elas} = \frac{SE}{\ell_0} \cdot \Delta\ell = k \cdot \Delta\ell\,, \qquad k = \frac{SE}{\ell_0}}$$

<u>**Isboti:**</u> $\begin{cases} \sigma = \dfrac{F}{S} \\ \sigma = E \cdot |\varepsilon| \end{cases}; \rightarrow \ \dfrac{F}{S} = E \cdot |\varepsilon|; \ \rightarrow \ F = SE|\varepsilon| = \dfrac{SE}{\ell_0} \cdot \Delta\ell = k \cdot \Delta\ell.$

Agar yuk osilgan simni olib n ta teng bo‘lakka bo‘lsak va bo‘laklardan bittasiga avvalgi yuk osilsa, bikrlik, absalyut uzayish va nisbiy uzayish quyidagicha o‘zgaradi.

$$\boxed{k_2 = nk_1\,, \qquad \Delta\ell_2 = \frac{\Delta\ell_1}{n}, \qquad \varepsilon_2 = \varepsilon_1}$$

<u>**Isboti:**</u> Bunda simning ko‘ndalang kesim yuzi o‘zgarmaydi, uzunligi esa n marta kamayadi.

$k_1 = \dfrac{SE}{\ell_{01}}; \ \Rightarrow \ k_2 = \dfrac{SE}{\ell_{02}} = \dfrac{SE}{\ell_{01}/n} = n\dfrac{SE}{\ell_{01}} = nk_1$

Ikkala holda ham simga ta’sir qiluvchi kuch yukning og‘irligi bo‘lyapti.

$F_1 = F_2 = mg\ ; \ \rightarrow \ k_1 \cdot \Delta\ell_1 = k_2 \cdot \Delta\ell_2\ ; \ \rightarrow \ \Delta\ell_2 = \dfrac{k_1}{k_2} \cdot \Delta\ell_1 = \dfrac{k_1}{nk_1} \cdot \Delta\ell_1 = \dfrac{\Delta\ell_1}{n}$

Nisbiy uzayish $\varepsilon_1 = \dfrac{\Delta\ell_1}{\ell_{01}}; \quad \varepsilon_{21} = \dfrac{\Delta\ell_2}{\ell_{02}} = \dfrac{\Delta\ell_1/n}{\ell_{01}/n} = \dfrac{\Delta\ell_1}{\ell_{01}} = \varepsilon_1$ ga teng bo‘ladi

Agar yuk osilgan simni olib n ta teng bo‘lakka bo‘lsak va bo‘laklarni eshib bitta o‘ram hosil qilsak, so‘ngra avvalgi yukni shu o‘ramga ossak, bikrlik, absalyut uzayish va nisbiy uzayish quyidagicha o‘zgaradi.

$$\boxed{k_2 = n^2 k_1\,, \qquad \Delta\ell_2 = \frac{\Delta\ell_1}{n^2}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1}{n}}$$

<u>**Isboti:**</u> Bunda o‘ramning ko‘ndalang kesim yuzi n marta oshadi, uzunligi esa n marta kamayadi.

$k_1 = \dfrac{S_1E}{\ell_{01}}; \quad k_2 = \dfrac{S_2E}{\ell_{02}} = \dfrac{nS_1E}{\ell_{01}/n} = n^2\dfrac{S_1E}{\ell_{01}} = n^2k_1.$ Ikkala holda ham simga ta’sir qiluvchi kuch yukning og‘irligiga teng bo‘ladi. $F_1 = F_2 = mg\ ; \ \rightarrow \ k_1 \cdot \Delta\ell_1 = k_2 \cdot \Delta\ell_2\ ; \ \rightarrow \ \Delta\ell_2 = \dfrac{k_1}{k_2} \cdot \Delta\ell_1 = \dfrac{k_1}{n^2k_1} \cdot \Delta\ell_1 = \dfrac{\Delta\ell_1}{n^2}.$

Nisbiy uzayish $\varepsilon_1 = \frac{\Delta\ell_1}{\ell_{01}}$; $\varepsilon_{21} = \frac{\Delta\ell_2}{\ell_{02}} = \frac{\Delta\ell_1/n^2}{\ell_{01}/n} = \frac{1}{n}\cdot\frac{\Delta\ell_1}{\ell_{01}} = \frac{\varepsilon_1}{n}$ ga teng bo'ladi

Bikrliklari $k_1, k_2, k_3, \ldots k_n$ bo'lgan prujinalarni ketma-ket qilib ulaganda, umumiy bikrlik berilgan bikrliklar ichidagi eng kichik bikrlikdan ham kichik bo'ladi (1.2.15.4-rasm).

$$\boxed{\frac{1}{k_{ум}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \ldots + \frac{1}{k_n}}$$

Isboti:

Bunda prujinalar ketma-ket bo'lgani uchun osilgan yukning og'irligi har bir gorizontal kesimga ta'sir qiladi, ya'ni har bir prujinadagi kuch og'irlik kuchiga teng bo'ladi. $F_{um} = F_1 = F_2 = F_3 = \ldots = F_n$.

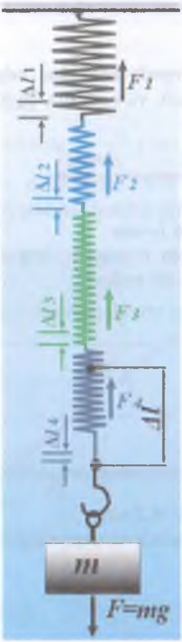
Prujinalar sistemasining cho'zilishi har bir prujina cho'zilishlari yig'indisiga teng bo'ladi.

$\Delta\ell_{um} = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 + \Delta\ell_3 + \ldots + \Delta\ell_n$. Bulardan prujinalar sistemasining bikrligini topamiz.

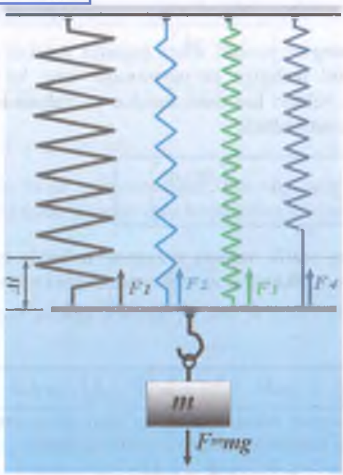
$$\begin{cases}\Delta\ell_{um} = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 + \Delta\ell_3 + \ldots + \Delta\ell_n \\ F_{um} = F_1 = F_2 = F_3 = \ldots = F_n\end{cases}; \Rightarrow \quad \frac{F_{um}}{k_{um}} = \frac{F_1}{k_1} + \frac{F_2}{k_2} + \frac{F_3}{k_3} + \ldots + \frac{F_n}{k_n}; \Rightarrow \quad \frac{1}{k_{um}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \ldots + \frac{1}{k_n};$$

Bikrliklari bir xil bo'lgan prujinalarni ketma-ket ulaganda, umumiy bikrlik quyidagicha:

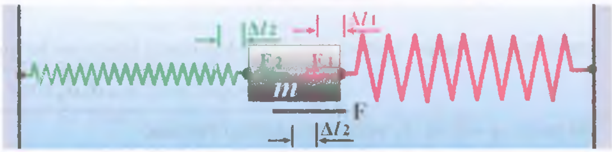
$$\boxed{k_{um} = \frac{k}{n}}$$



1.2.15.4-rasm



1.2.15.5 -rasm



1.2.15.6-rasm

Bikrliklari $k_1, k_2, k_3, \ldots k_n$ bo'lgan prujinalarni parallel qilib ulaganda, umumiy bikrlik berilgan bikrliklar ichidagi eng katta bikrlikdan ham katta bo'ladi (1.2.15.5-rasm).

$$\boxed{k_{um} = k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_n}$$

Isboti: Bunda osilgan yuk parallel kuchlarning og'irlik markaziga osilishi kerak. Osilgan yukni barcha prujinalar birgalikda ko'targanligi uchun og'irlik kuchi barcha prujinalarga taqsimlanib ketadi. $F_{UM} = F_1 + F_2 + F_3 + \ldots + F_n$. Har bir prujinadagi absalyut uzayish o'zaro teng bo'lib, bu uzayish prujinalar sistemasining uzayishiga teng bo'ladi. $\Delta\ell_{um} = \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 = \Delta\ell_3 = \ldots = \Delta\ell_n$. Bulardan prujinalar sistemasining bikrligini topamiz.

$$\begin{cases}\Delta\ell_{um} = \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 = \Delta\ell_3 = ... = \Delta\ell_n \\ F_{um} = F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n\end{cases}; \Rightarrow k_{um}\Delta\ell_{um} = k_1\Delta\ell_1 + k_2\Delta\ell_2 + k_3\Delta\ell_3 + ... + k_n\Delta\ell_n \; ; \Rightarrow \; k_{um} = k_1 + k_2 + k_3 + ... + k_n \, .$$

Bikrliklari bir xil bo'lgan prujinalarni parallel ulaganda, umumiy bikrlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{k_{um} = nk}$$

Agar jism ikkita prujinaning orasiga mahkamlangan bo'lsa, umumiy bikrlik quyidagicha bo'ladi (1.2.15.6-rasm):

$$\boxed{k_{um} = k_1 + k_2}$$

Isboti: Bunda umumiy bikrlik xuddi parallel ulangan ikkita prujinaning umumiy bikrligini topishga o'xshaydi. Chunki bunda ham ikkala prujina tashqi ta'sirga birgalikda qarshilik ko'rsatadi, ya'ni tashqi kuch prujinalardagi elastiklik kuchlarining yig'indisiga teng bo'ladi. $F_{УМ} = F_1 + F_2$ Har bir prujinadagi absalyut uzayish o'zaro teng bo'lib, bu uzayish prujinalar sistemasining uzayishiga teng bo'ladi. $\Delta\ell_{УМ} = \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2$. Bulardan prujinalar sistemasining bikrligini topamiz.

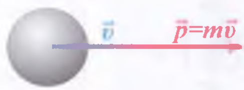
$$\begin{cases}\Delta\ell_{um} = \Delta\ell_1 = \Delta\ell_2 \\ F_{um} = F_1 + F_2\end{cases}; \quad \Rightarrow \quad k_{um}\Delta\ell_{um} = k_1\Delta\ell_1 + k_2\Delta\ell_2 \; ; \quad \Rightarrow \quad k_{um} = k_1 + k_2 \, .$$

1.2.16. Mavzu: Impuls. Impulsning saqlanish qonuni.Absalyut elastik va noelastik urilishlar.

Impuls va uning o'zgarishi. Kuch impulsi. Reaktiv harakat:

Jism massasini tezligiga ko'paytmasiga teng bo'lgan vektor ***kattalik impuls (harakat miqdori)*** deyiladi. Impuls vektori har doim harakat yo'nalgan tomonga yo'nalgan bo'ladi, ya'ni tezlik va impuls vektorlari ustma-ust tushadi.

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{\vartheta} \qquad \left[\frac{kg \cdot m}{s}\right]}$$



1.2.16.1-rasm

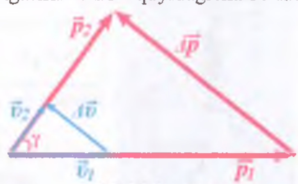
Agar jismning tezlik vektori o'zgarsa, u holda uning impuls vektori ham o'zgaradi. Impulsning o'zgarish vektori tezlikning o'zgarish vektori yoki tezlanish vektori bilan ustma-ust tushadi.

Jismning tezlik vektri $\vec{\vartheta}_1$ dan $\vec{\vartheta}_2$ gacha o'zgarsa, impulsning o'zgarish vektori quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad yoki \quad \Delta\vec{p} = m\left(\vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1\right) = m\,\Delta\vec{\vartheta}}$$

Isboti: Bunda impuls vektor kattalik bo'lgani uchun impuls vektorlari ayirmasi impulsning o'zgarish vektorini beradi.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\,\vec{\vartheta}_2 - m\vec{\vartheta}_1 = m\left(\vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1\right) = m\,\Delta\vec{\vartheta}$$



1.2.16.2-rasm

Impulsning o'zgarish vektori moduli esa kosinuslar teoremasi bo'yicha aniqlanadi va u quyidagicha:

$$\boxed{\left|\Delta\vec{p}\right| = \sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2 - 2\vartheta_1\,\vartheta_2\cos\gamma}}$$

Bu yerda: $\gamma - \vec{\vartheta}_1$ va $\vec{\vartheta}_2$ vektorlar orasidagi burchak.

Impulsning o'zgarishi uchunxususiy hollar

Bunda tezliklaning yo'nalishlari aniq bo'lgani uchun faqat algebraik jihatdan hisoblanadi.

Agar $\gamma = 0^0$ bo'lsa, $\Delta p = m(\vartheta_2 - \vartheta_1)$ bo'ladi

Agar $\gamma = 90^0$ bo'lsa, $\Delta p = m\sqrt{\vartheta_2^2 + \vartheta_1^2}$ bo'ladi

Agar $\gamma = 180^0$ bo'lsa, $\Delta p = m(\vartheta_2 + \vartheta_1)$ bo'ladi

Agar $\gamma = 270^0$ bo'lsa, $\Delta p = m\sqrt{\vartheta_2^2 + \vartheta_1^2}$ bo'ladi

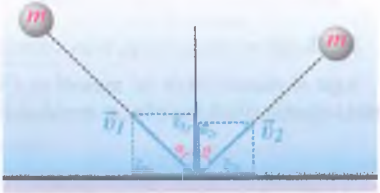
Agar $\gamma = 360^0$ bo'lsa, $\Delta p = m(\vartheta_2 - \vartheta_1)$ bo'ladi

Agar jism devorga α burchak ostida $\vec{\vartheta}_1$ tezlik bilan urilib devordan $\vec{\vartheta}_2$ tezlik bilan qaytsa, impulsning o‘zgarishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\Delta p = m(\vartheta_1 + \vartheta_2)\cos\alpha}$$

Isboti: Bunda jism devorga qanday burchak ostida urilsa, devordan shunday burchak ostida qaytadi. Impuls vektorining devorga parallel tashkil etuvchisining yo‘nalishi o‘zgarmasdan, perpendikulyar tashkil etuvchi o‘z yo‘nalishini qarama-qarshi tomonga o‘zgartiradi.

$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$; $\rightarrow$ $\Delta p = p_1 - (-p_2) = m\vartheta_1\cos\alpha -$
$-(-m\vartheta_2\cos\alpha) = m(\vartheta_1 + \vartheta_2)\cos\alpha$.



1.2.16.3-rasm

Agar jism devorga α burchak ostida $\vec{\vartheta}$ tezlik bilan urilib devordan shu tezlik bilan qaytsa, impulsning o‘zgarishi quyidagicha bo‘ladi:

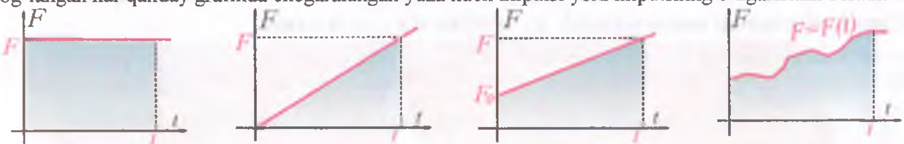
$$\boxed{\Delta p = 2m\vartheta\cos\alpha}$$

Agar jism o‘zgaruvchan tezlik bilan harakatlanayotgan bo‘lsa, bunda jismga biror kuch ta’sir qilayotgan bo‘ladi. Jismga ta’sir qiluvchi kuchning ta’sir vaqtiga ko‘paytmasiga teng bo‘lgan vektor kattalik ***kuch impulsi*** deyiladi. Kuch impulsi vektori impulsning o‘zgarish vektoriga tengdir.

$$\boxed{\vec{K} = \vec{F}\cdot t\ \ [N\cdot s] \qquad yoki \qquad \vec{K} = \Delta\vec{p}\ \ \left[\frac{kg\cdot m}{s}\right]}$$

Isboti: Nyutonning 2-qonunidan foydalanamiz. Unga ko‘ra $\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{\vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1}{t}$; $\rightarrow$ $\vec{F}\cdot t = m\vec{\vartheta}_2 - m\vec{\vartheta}_1$; $\rightarrow$ $\vec{K} = \Delta\vec{p}$ bo‘ladi.

Har doim ham kuch jismga o‘zgarmas holda ta’sir qilavermaydi. Umumiy holda kuch va vaqt bog‘langan har qanday grafikda chegaralangan yuza kuch impulsi yoki impulsning o‘zgarishini beradi.



$\boxed{K = F\cdot t}$ $\qquad$ $\boxed{K = \frac{1}{2}\cdot F\cdot t}$ $\qquad$ $\boxed{K = \frac{F + F_0}{2}\cdot t}$ $\qquad$ $\boxed{A = \int_0^t F(t)dt}$

1.2.16.4-rasm

Agar jismning impulsi p va kinetik energiyasi E bo‘lsa, jismning massasi va tezligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{m = \frac{p^2}{2E}, \qquad \vartheta = \frac{2E}{p}}$$

Isboti: jismning impulsi $p = m\vartheta$ va kinetik energiyasi $E = \dfrac{m\vartheta^2}{2}$ dan foydalanamiz. Jism massasi $E = \dfrac{m\vartheta^2}{2} = \dfrac{(m\vartheta)^2}{2m} = \dfrac{p^2}{2m}$; $\rightarrow$ $m = \dfrac{p^2}{2E}$ bo‘ladi. Jism tezligi esa $E = \dfrac{m\vartheta^2}{2} = \dfrac{m\vartheta\,\vartheta}{2} = \dfrac{p\vartheta}{2}$; $\rightarrow$ $\vartheta = \dfrac{2E}{p}$ bo‘ladi.

Jismning o‘zidan biror qismi ajralib chiqishi evaziga yuzaga keladigan harakat ***reaktiv harakat*** deyiladi. Eng oddiy reaktiv harakatga qayiqning tumshug‘idan qirg‘oqqa tomon sakragan bolani misol qilish mumkin. Bunda bola qayiqni orqaga tepishi hisobiga o‘ziga qirg‘oqqa tomon yo‘nalgan tezlik beradi va u qirg‘oqqa chiqib oladi. Tepki olgan qayiq ham orqa tomonga biror masofaga siljiydi. Reaktiv samolyotlar va kosmik kemaning harakatlari ham reaktiv harakat bo‘lib, katta tezlikda soplodan orqaga otilib chiqqan gazning hisobiga ilgarilanma harakat paydo bo‘ladi. Reaktiv harakatda bir-biridan itarilayotgan jismlarning biri qanday impuls olsa, ikkinchisi ham qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan xuddi shunday impuls oladi.

Agar m massali jism M massali jismdan itarilib, ϑ_1 tezlikka erishsa, M massali jismning erishgan tezligi ϑ_2 quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\vartheta_2 = \frac{m}{M}\vartheta_1}$$

Isboti: $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$; $\rightarrow$ $p_1 = p_2$; $\rightarrow$ $m\vartheta_1 = M\vartheta_2$; $\rightarrow$ $\vartheta_2 = \frac{m}{M}\vartheta_1$.

Agar m massali odam M massali va ℓ uzunlikdagi qayiqning boshidan oxiriga yurib o‘tsa, qayiqning orqa tomonga siljish masofasi x quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{x = \frac{m}{m+M}\ell}$$

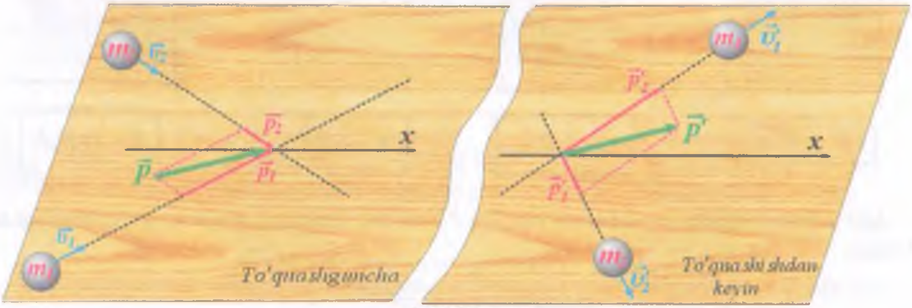
Isboti: $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$; $\rightarrow$ $p_1 = p_2$; $\rightarrow$ $m\vartheta_1 = (m+M)\vartheta_2$; $\rightarrow$ $\vartheta_2 = \frac{m}{m+M}\vartheta_1$;

$\frac{x}{t} = \frac{m}{m+M}\frac{\ell}{t}$; $\rightarrow$ $x = \frac{m}{m+M}\ell$.

Impulsning saqlanish qonuni:

Jismlar to‘qnashish payti juda qisqa vaqt davom etib, taxminan to‘qnashish davomiyligi $10^{-4}\,s$ ni tashkil etadi. Bunda juda katta elastiklik kuchi paydo bo‘lib, bu kuch inersiyani vujudga keltiradi. Qisqa vaqtda jismlar to‘xtaydi va orqa tomonga itariladi. To‘qnashuvchi yuza qisqa vaqt davomida deformatsiyalanib, yana tiklanadi. To‘qnashishdagi ta’sir chiziq to‘qnashuvchi umumiy kontakt yuzaga tik holda yo‘naladi. Nyutonning uchinchi qonuniga ko‘ra urilishda jismlar bir-biriga miqdoran teng va qarama-qarshi yo‘nalgan kuchlar bilan ta’sir qiladi. Agar ta’sir chiziq jismlarning og‘irlik markazlari orqali o‘tsa, bu urilish ***markaziy urilish*** deyiladi. Jismlar markaziy to‘qnashganda harakat faqat umumiy ta’sir chiziq bo‘ylab sodir bo‘ladi. Eng sodda markaziy urilishga sharlarning to‘qnashuvi misol bo‘ladi.

Massalari m_1 va m_2 bo‘lgan jismlarning to‘qnashuvgacha bo‘lgan tezlik vektorlari $\vec{\vartheta}_1$ va $\vec{\vartheta}_2$ bo‘lsa, to‘qnashuvdan keyingi tezlik vektorlari esa $\vec{\vartheta}'_1$ va $\vec{\vartheta}'_2$ bo‘ladi. Xuddi Shuningdek, to‘qnashugacha va to‘qnashuvdan keyingi impuls vektorlari $\vec{p}'_1$ va $\vec{p}'_2$ bo‘ladi (1.2.16.5-rasm).



1.2.16.5-rasm

To‘qnashuvchi ikki jismning to‘qnashuvgacha bo‘lgan impuls vektorlari yig‘indisi to‘qnashuvdan keyingi impuls vektorlari yig‘indisiga teng.

$$\boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \quad yoki \quad m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = m_1\vec{\vartheta}'_1 + m_2\vec{\vartheta}'_2}$$

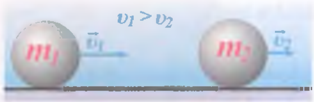
Isboti: Urilishda jismlar bir-biri bilan miqdoran teng va qarama-qarshi yo‘nalgan kuchlar bilan ta’sirlashishadi. $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$; $\rightarrow$ $m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2$; $\rightarrow$ $m_1\frac{\vec{\vartheta}'_1 - \vec{\vartheta}_1}{t} = m_2\frac{\vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}'_2}{t}$; $\rightarrow$

$m_1\vec{\vartheta}'_1 - m_1\vec{\vartheta}_1 = m_2\vec{\vartheta}_2 - m_2\vec{\vartheta}'_2$; $\rightarrow$ $m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = m_1\vec{\vartheta}'_1 + m_2\vec{\vartheta}'_2$; $\rightarrow$ $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$.

Sharlarning harakati bir to‘g‘ri chiziqda yotgan hol uchun ba’zi xususiy hollarni qarab chiqamiz.

1.1) ϑ_1 tezlik bilan harakatlanayotgan sharcha ϑ_2 tezlik bilan harakatlanayotgan sharchaning izidan quvib etib unga urilsa, impulsning saqlanish qonuni quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi (1.2.16.6-rasm):

$$\boxed{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = m_1\vartheta'_1 + m_2\vartheta'_2}$$



1.2.16.6-rasm

1.2) Agar yuqoridagi shartda $m_1 = m_2$ bo‘lsa, impulsning saqlanish qonuni quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\vartheta_1 + \vartheta_2 = \vartheta'_1 + \vartheta'_2}$$

2.1) ϑ_1 tezlik bilan harakatlanayotgan sharcha ro‘paradan ϑ_2 tezlik bilan kelayotgan sharchaga urilsa, impulsning saqlanish qonuni quyidagicha bo‘ladi (1.2.16.7-rasm):

$$\boxed{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2 = m_1\vartheta'_1 + m_2\vartheta'_2}$$

1.2.16.7-rasm

2.2) Agar yuqoridagi shartda $m_1 = m_2$ bo‘lsa, impulsning saqlanish qonuni quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\vartheta_1 - \vartheta_2 = \vartheta'_1 + \vartheta'_2}$$

3.1) ϑ_1 tezlik bilan harakatlanayotgan sharcha tinch turgan sharchaga urilsa, impulsning saqlanish qonuni quyidagicha bo‘ladi (1.2.16.6-rasm):

$$\boxed{m_1\vartheta_1 = m_1\vartheta'_1 + m_2\vartheta'_2}$$

1.2.16.8-rasm

3.2) Agar yuqoridagi shartda $m_1 = m_2$ bo‘lsa, impulsning saqlanish qonuni quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\vartheta_1 = \vartheta'_1 + \vartheta'_2}$$

To‘qnashuvchi jismlarning mexanik energiyasi deganda faqat kinetik energiyani tushunishimiz kerak. Chunki, to‘qnashuvchi jismlar masofadan turib ta’sirlashmaydi, ya’ni ta’sir (potensial) energiyaga ega emas. Jismlarning to‘qnashuvgacha bo‘lgan mexanik energiyalari $E_1 = \frac{m_1\vartheta_1^2}{2}$ va $E_2 = \frac{m_2\vartheta_2^2}{2}$, to‘qnashuvdan keyingi energiyalari esa $E'_1 = \frac{m_1\vartheta'^2_1}{2}$ va $E_2 = \frac{m_2\vartheta'^2_2}{2}$ bo‘ladi. To‘qnashuvgacha bo‘lgan to‘la mexanik energiya $E_{um} = E_1 + E_2$ bo‘lsa, to‘qnashuvdan keyin esa $E_{um} = E'_1 + E'_2$ bo‘ladi. Tabiiy holda deyarli barcha to‘qnashuvlarda $E_{um} > E'_{um}$ bo‘ladi. Yo‘qolgan mexanik energiya jismlarning ichki energiyasiga aylanib, sharlar qiziydi.

To‘qnashuv paytida yo‘qolgan mexanik energiya quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\Delta E = E_{um} - E'_{um} = \frac{1}{2}\left(m_1\vartheta_1^2 + m_2\vartheta_2^2\right) - \frac{1}{2}\left(m_1\vartheta'^2_1 + m_2\vartheta'^2_2\right)}$$

Absalyut noelastik urilish:

To‘qnashuv jarayonida impuls to‘la saqlanadigan va to‘qnashuvdan keyin to‘qnashuvchi jismlar bir xil tezlik bilan harakatlanadigan urilishga absalyut noelastik urilish deyiladi.

Absalyut noelastik urilishda to‘qnashuvchi jismlar to‘qnashuvdan keyin go‘yoki bitta jism kabi harakatlanadilar. Aravaning izidan etib olib, unga chiqib olgan odam yoki qumli plotformaga tiqilib qolgan snaryad bu to‘qnashuvga misol bo‘la oladi. Absalyut noelastik to‘qnashuvda mexanik energiya eng ko‘p yo‘qoladi, ya’ni mexanik energiyaning katta qismi ichki energiyaga (qizishga) aylanadi, sharchalar qiziydi. Tabiatdagi barcha urilishlarning birortasida absalyut elastik urilishdan ham ko‘proq mexanik energiya yo‘qolmaydi (1.2.16.9-rasm).

1.2.16.9-rasm

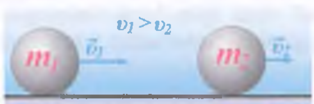
Absalyut noelastik urilish uchun impulsning saqlanish qonuni quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}' \qquad yoki \qquad m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = (m_1 + m_2)\vec{\vartheta}'}$$

Sharlarning harakati bir to'g'ri chiziqda yotgan hol uchun ba'zi xususiy hollarni qarab chiqamiz.

1.1) ϑ_1 tezlik bilan harakatlanayotgan sharcha ϑ_2 tezlik bilan harakatlanayotgan sharchaning izidan quvib etib unga absalyut noelastik urilsa, urilishdan keyingi tezlik quyidagi ko'rinishda bo'ladi (1.2.16.10-rasm):

$$\boxed{\vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2}}$$



1.2.16.10-rasm

Isboti:

$m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = (m_1 + m_2)\vartheta'$; $\rightarrow$ $\quad \vartheta' = \dfrac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2}$.

1.2) Agar yuqoridagi shartda $m_1 = m_2$ bo'lsa, urilishdan keyingi tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta' = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}}$$

2.1) ϑ_1 tezlik bilan harakatlanayotgan sharcha ro'paradan ϑ_2 tezlik bilan kelayotgan sharchaga absalyut noelastik urilsa, urilishdan keyingi tezlik quyidagicha bo'ladi (1.2.16.11-rasm):

$$\boxed{\vartheta' = \frac{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2}}$$

1.2.16.11-rasm

Isboti:

$m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2 = (m_1 + m_2)\vartheta'$; $\rightarrow$ $\quad \vartheta' = \dfrac{m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2}$.

2.2) Agar yuqoridagi shartda $m_1 = m_2$ bo'lsa, urilishdan keyingi tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta' = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2}}$$

3.1) ϑ_1 tezlik bilan harakatlanayotgan sharcha tinch turgan sharchaga absalyut noelastik urilsa, urilishdan keyingi tezlik quyidagicha bo'ladi (1.2.16.12-rasm):

$$\boxed{\vartheta' = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vartheta_1}$$

1.2.16.12-rasm

Isboti: $m_1\vartheta_1 = (m_1 + m_2)\vartheta'$; $\rightarrow$ $\quad \vartheta' = \dfrac{m_1\vartheta_1}{m_1 + m_2}$.

3.2) Agar yuqoridagi shartda $m_1 = m_2$ bo'lsa, urilishdan keyingi tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta' = \frac{\vartheta_1}{2}}$$

Absalyut elastik urilish:

To'qnashuv jarayonida impuls ham, mexanik energiya ham to'la saqlanadigan urilishga absalyut elastik urilish deyiladi.

Absalyut elastik urilishda mexanik energiya umuman yo‘qolmaydi, ya’ni ichki energiyaga aylanmaydi, sharchalar qizimaydi (1.2.16.8-rasm).

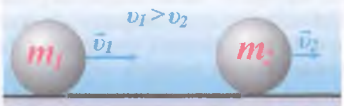
Absalyut elastik urilish sharti quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\begin{cases} \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \\ E_1 + E_2 = E'_1 + E'_2 \end{cases} \quad \textit{yoki} \quad \begin{cases} m_1\vec{\vartheta}_1 + m_2\vec{\vartheta}_2 = m_1\vec{\vartheta}'_1 + m_2\vec{\vartheta}'_2 \\ \dfrac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \dfrac{m_2\vartheta_2^2}{2} = \dfrac{m_1\vartheta'^2_1}{2} + \dfrac{m_2\vartheta'^2_2}{2} \end{cases}}$$

Sharlarning harakati bir to‘g‘ri chiziqda yotgan hol uchun ba’zi xususiy hollarni qarab chiqamiz.

1.1) ϑ_1 tezlik bilan harakatlanayotgan sharcha ϑ_2 tezlik bilan harakatlanayotgan sharchaning izidan quvib etib unga absalyut elastik urilsa, urilishdan keyingi tezliklar quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi (1.2.16.13-rasm):

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta'_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2} \\ \vartheta'_2 = \dfrac{(m_2 - m_1)\vartheta_2 + 2m_1\vartheta_1}{m_1 + m_2} \end{cases}}$$



1.2.16.13-rasm

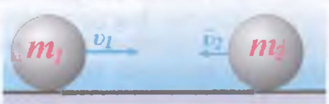
Isboti: To‘qnashuvni markaziy deb hisoblaymiz. Shuning uchun tezlik vektorlari sharlar markazlarini tutashtiruvchi chiziq bo‘ylab yo‘nalgan bo‘ladi. Tezlik vektorlari bir to‘g‘ri chiziqda joylashgan bo‘lgani uchun vektor ko‘rinishdan skalyar ko‘rinishga o‘tish mumkin. Yuqoridagi $\begin{cases} m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_2 = m_1\vartheta'_1 + m_2\vartheta'_2 \\ \dfrac{m_1\vartheta_1^2}{2} + \dfrac{m_2\vartheta_2^2}{2} = \dfrac{m_1\vartheta'^2_1}{2} + \dfrac{m_2\vartheta'^2_2}{2} \end{cases}$ tenglikdan ushbu $\begin{cases} m_1(\vartheta_1 - \vartheta'_1) = m_2(\vartheta'_2 - \vartheta_2) \\ m_1(\vartheta_1^2 - \vartheta'^2_1) = m_2(\vartheta'^2_2 - \vartheta_2^2) \end{cases}$ tenglikka o‘tamiz. Sistemadagi ikkinchi tenglikdan $m_1(\vartheta_1 - \vartheta'_1)(\vartheta_1 + \vartheta'_1) = m_2(\vartheta'_2 - \vartheta_2)(\vartheta'_2 + \vartheta_2)$ tenglikni, undan esa $\vartheta_1 + \vartheta'_1 = \vartheta_2 + \vartheta'_2$ kelib chiqadi. Bundan ikkinchi sharning to‘qgashuvdan keyingi tezligi $\vartheta'_2 = \vartheta_1 + \vartheta'_1 - \vartheta_2$ ni topib, sistemaning birinchi tenglamasiga qo‘yamiz. Shunda $m_1(\vartheta_1 - \vartheta'_1) = m_2(\vartheta_1 + \vartheta'_1 - \vartheta_2 - \vartheta_2), \rightarrow m_1\vartheta_1 - m_1\vartheta'_1 = m_2\vartheta_1 + m_2\vartheta'_1 - 2m_2\vartheta_2, \rightarrow$ $(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2 = (m_1 + m_2)\vartheta'_1$ ifodalar ketma-ketligini, undan esa $\vartheta'_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2}$ tenglikni olish mumkin. Buni $\vartheta'_2 = \vartheta_1 + \vartheta'_1 - \vartheta_2$ tenglikka qo‘yish natijasida $\vartheta'_2 = \vartheta_1 + \dfrac{(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2} - \vartheta_2 = \dfrac{m_1\vartheta_1 + m_2\vartheta_1 + m_1\vartheta_1 - m_2\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2 - m_1\vartheta_2 - m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2} = \dfrac{(m_2 - m_1)\vartheta_2 + 2m_1\vartheta_1}{m_1 + m_2}$ tenglikni hosil qilamiz.

1.2) Agar Yuqoridagi shartda $m_1 = m_2$ bo‘lsa, urilishdan keyingi tezliklar quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta'_1 = \vartheta_2 \\ \vartheta'_2 = \vartheta_1 \end{cases}}$$

2.1) ϑ_1 tezlik bilan harakatlanayotgan sharcha ro‘paradan ϑ_2 tezlik bilan kelayotgan sharchaga absalyut elastik urilsa, urilishdan keyingi tezliklar quyidagicha bo‘ladi (1.2.16.14-rasm):

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta'_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)\vartheta_1 - 2m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2} \\ \vartheta'_2 = \dfrac{(m_1 - m_2)\vartheta_2 + 2m_1\vartheta_1}{m_1 + m_2} \end{cases}}$$



1.2.16.14-rasm

2.2) Agar Yuqoridagi shartda $m_1 = m_2$ bo‘lsa, urilishdan keyingi tezliklar quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\begin{cases} \vartheta'_1 = -\vartheta_2 \\ \vartheta'_2 = \vartheta_1 \end{cases}}$$

3.1) ϑ_1 tezlik bilan harakatlanayotgan sharcha tinch turgan sharchaga absalyut elastik urilsa, urilishdan keyingi tezliklar ushbu ko‘rinishda bo‘ladi (1.2.16.15-rasm):

$$\begin{cases} \vartheta'_1 = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vartheta_1 \\ \vartheta'_2 = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2}\vartheta_1 \end{cases}$$

1.2.16.15-rasm

3.2) Agar yuqoridagi shartda $m_1 = m_2$ bo‘lsa, urilishdan keyingi tezliklar quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} \vec{\vartheta}'_1 = 0 \\ \vec{\vartheta}'_2 = \vartheta_1 \end{cases}$$

Shuni ham alohida eslatib o‘tish kerakki, absalyut elastik va absalyut noelastik urilishlar tabiatdagi sodir bo‘lishi mumkin bo‘lgan urilishlarning ikki chegarasini ko‘rsatib beradi. Ularning biri urilishlarning quyi chegarasi bo‘lsa, ikkinchisi esa yuqori chegarasidir.

Urilishlarning quyi chegarasi absalyut noelastik urilish bo‘lib, unda eng ko‘p mexanik energiya yo‘qoladi, ya’ni mexanik energiyaning katta qismi ichki energiyaga aylanib sharchalar eng ko‘p qiziydi. Tabiatda absalyut noelastik urilishdagidan ham ko‘proq mexanik energiya yo‘qoladigan urilish sodir bo‘lmaydi. Boshqacha aytganda boshqa birorta urilishda absalyut urilishdagi kabi sharchalar qizimaydi.

Urilishlarning yuqori chegarasi absalyut elastik urilish bo‘lib, unda eng kam mexanik energiya yo‘qoladi, ya’ni umuman yo‘qolmaydi, sharchalar umuman qizimaydi. Tabiatda absalyut elastik urilishdagidan ham kamroq mexanik energiya yo‘qoladigan urilish sodir bo‘lmaydi. Bunda energiyaning saqlanish qonuni buzilgan bo‘lar edi.

1.2.17. Mavzu: Kinetik va potensial energiya. Mexanik ish.

Kinetik va potensial energiya:

Mexanik energiya – bu jismning ish bajara olish qobiliyatidir. Jism ish bajarganda albatta uning energiyasi o‘zgaradi, ya’ni jism o‘zida jamg‘arilgan energiyasi hisobiga ish bajaradi. Jism o‘z mexanik energiyasidan ko‘proq ish bajarishi mumkin emas. Mexanik energiya kinetik va potensial ko‘rinishlarda bo‘lishi mumkin.

Harakatlanayotgan jism ish bajarish qobiliyatiga ega va shuning uchun energiya “zapas”iga ham ega. ***Kinetik energiya*** – bu jismning harakat energiyasidir. Jism kinetik energiyaga ega bo‘lishi uchun avvalo u harakatlanishi zarur. Tashqi kuch jismning harkatini o‘zgartirganda kinetik energiya ham o‘zgaradi. Shuning uchun tashqi kuch bajargan ish kinetik energiya o‘zgarishi bilan baholanadi.

Kinetik energiya jism massasi va tezligiga bog‘liq bo‘lib, u quyidagicha bo‘ladi:

$$W_k = \frac{m\vartheta^2}{2}$$

Bir necha jismlardan iborat mexanik sistemaning kinetik energiyasi sistema ichiga kiruvchi har bir jism kinetik energiyalarining algebraik yig‘indisiga teng.

$$W_k = W_{k1} + W_{k2} + \ldots + W_{kn} = \sum_{i=1}^{n} W_{ki} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i\vartheta_i^2}{2}$$

Bir-biri bilan ta’sirlashayotgan jismlar ham ish bajarish qobiliyatiga ega va shuning uchun energiya “zapas”iga ega. ***Potensial energiya*** – bu jismning ta’sir energiyasidir. Potensial energiyaning qiymati jismlarning vaziyatiga bog‘liq bo‘lib, tashqi kuch jismlarning vaziyatini o‘zgartirganda potensial energiyani ham o‘zgartiradi. Shuning uchun tashqi kuchning bajargan ishi potensial energiyaning o‘zgarishi bilan baholanadi. Ikkinchidan, konservativ kuch maydonida joylashgan jismning potensial energiyasi konservativ kuchning ish bajarish qobiliyati bilan o‘lchanadi. Masalan, Yer sirtidan biror balandlikda joylashgan jism uning sirtiga nisbatan biror potensial energiyaga ega bo‘ladi, chunki jism Yer sirtiga kelib tushganda konservativ kuchlar uning potensial energiyasiga teng bo‘lgan ish bajaradi. Jism biror balandlikdan qaysi gorizontal sathga kelib tushsa, o‘sha sathni shartli ravishda nolinchi sath deb hisoblanadi va jism o‘sha nolinchi sathga nisbatan biror potensial energiyaga ega bo‘lgan. Tushish chog‘ida konservativ kuchlar o‘sha potensial energiyaga teng miqdorda ish bajaradi. Nolinchi sathni Yer sirtida, dengiz sathida, birinchi yoki ikkinchi qavat polida tanlashimiz mumkin. Lekin ko‘pchilik hollarda nolinchi sath Yer sirtida tanlanadi.

Yer sirtidan biror balandlikda turgan jismning potensial energiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{W_p = m\,g\,h}$$

Xuddi yuqoridagidek, cho‘zilgan yoki siqilgan prujina o‘ramlari elastiklik kuchlari maydonining ta’sirida bo‘ladi. Prujina dastlabki vaziyatiga qaytganda konservativ kuchlar uning potensial energiyasiga teng miqdordagi ish bajaradi. Shuni ham aytish kerakki, elastiklik kuchlari maydonining asl manbai – prujina deformatsiyalanganda uni tashkil qilgan atomlar orasidagi masofaning o‘zgarishidir, har bir atom qo‘shni atomlarning ta’sir maydonida bo‘ladi.

Deformatsiyalangan prujinaning potensial energiyasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{W_p = \frac{k\,x^2}{2}}$$

Bu yerda: k – prujina bikrligi, x – deformatsiya kattaligi.

Agar jism Yer sirtidan etarlicha balandlikda turgan bo‘lsa, jismning potensial energiyasi uchun $W_p = m\,g\,h$ formuladan foydalanish noo‘rindir. Chunki Yer sirtidan uzoqlashgan sari erkin tushish tezlanishi g ning qiymati o‘zgarib borishini e’tibordan qochirmaslik kerak.

Yer sirtidan h balandlikda m massali jismning potensial energiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{W_I = -G\frac{M\,m}{r} = -G\frac{M\,m}{R+h}}$$

Isboti: $W = \vec{F}\cdot\vec{r} = F\cdot r\cdot\cos180^0 = -F\cdot r = -G\frac{M\,m}{r^2}\cdot r = -G\frac{M\,m}{r} = -G\frac{M\,m}{R+h}$.

Agar m massali jism Yer sirtida $(h=0)$ turgan bo‘lsa, potensial energiya quyidagicha bo‘ladi:

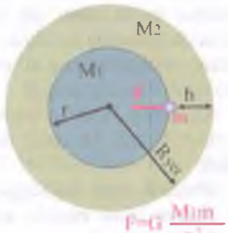
$$\boxed{W_I = -G\frac{M\,m}{R}}$$

Yuqoridagi formuladan $m = 1\ kg$ bo‘lsa, potensial energiya quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{W_{II} = -G\frac{M\,m}{R} = -6{,}67\cdot10^{-11}\frac{5{,}97\cdot10^{24}\cdot1}{6{,}37\cdot10^{6}} \approx -62{,}51\ MJ}$$

Biz bu yerda qiziq hodisaga duch keldik. $W_p = m\,g\,h$ formula bo‘yicha potensial energiya nolga teng bo‘lish kerak edi. Shuni eslatib o‘tish kerakki, $W_p = -G\frac{M\,m}{R}$ formula $W_p = m\,g\,h$ formuladan ko‘ra umumiyroqdir. Aslida Yer sirtida turgan $1kg$ massali jismning potensial energiyasi nolga teng bo‘lmasdan, balki $-62{,}51\ MJ$ ga teng bo‘ladi. Biz hisob-kitobni engillatish uchun shartli ravishda Yer sirtini nolinchi sath deb tanlaymiz va jismni biror $h\ (h << R)$ balandlikka ko‘targanda $A = mgh$ ish bajaramiz. Shuning uchun potensial energiya jismni ko‘tarishda bajarilgan ishga teng bo‘lgan $W_p = m\,g\,h$ qiymatga ega bo‘ladi deb hisoblaymiz. Aslida esa jismni $h\ (h << R)$ balandlikka ko‘targanda potensial energiya $W_p = -G\frac{M\,m}{R} + mgh$ qiymatga ega bo‘ladi.

Agar jism Yerning sirtida yoki tashqarisida turgan bo‘lsa, Yerr jismni butun massasi Yerning markazida bitta nuqtada mujassam bo‘lgandagi kabi tortadi. Agar jism Yerning ichki qismida biror chuqurlikda turgan bo‘lsa, vaziyat boshqacha bo‘ladi. Bunda jism turgan nuqtadan o‘tkazilgan konsentrik sfera ichidagi massa tomonidan tortiladi (1.2.17.1-rasm). Yerning ichki qismida turgan jismning potensial energiyasini hisoblash biroz murakkabroq kechadi.



1.2.17.1 -rasm

Yer markazida turgan m massali jismning potensial energiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{W_p = -\frac{3}{2}\cdot G\frac{M\,m}{R}}$$

1.2.17.2 -rasm

Isboti: Yer markazidan r masofada elementar dr qalinlikda elementar shar qatlami ajratamiz. Bu qatlamning elementar massasi $dm = \rho dV = 4\pi \rho r^2$ bo'ladi. Bu elementar qatlam va er markazida turgan m massali jism tortishi tufayli yuzaga kelgan elementar potensial energiya $dW_p = -G\dfrac{m \cdot dm}{r} = -4\pi \rho G m r$ bo'ladi. Buni noldan R gacha oraliqda integrallab to'la potensial energiyani topish mumkin.

$$W_p = \int dW_p = \int_0^R -4\pi \rho G m r = -2\pi \rho G m R^2 = -\frac{3}{2} G \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot m \cdot \frac{1}{R} =$$

$= -\dfrac{3}{2} G \rho V m \cdot \dfrac{1}{R} = -\dfrac{3}{2} G\dfrac{M m}{R}$. Demak, yuqoridagi formuladan shunday xulosaga kelish mumkinki, Yer markazida turgan $m = 1$ ëä massali jismning potensial energiyasi Yer sirtidagidan miqdor jihatidan 1,5 marta ko'p ya'ni, $W_p = \dfrac{3}{2} \cdot (-62{,}51\, MJ) = -93{,}77\, MJ$ energiyaga ega bo'lar ekan.

Yer markazidan r masofada (yoki Yer sirtidan h chuqurlikda) turgan m massali jismning potensial energiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{W_r = -\frac{3}{2} G \frac{M_{Yer} m}{R_{Yer}} + \frac{1}{2} G \frac{M_{Yer} m}{R_{Yer}} \cdot \left(\frac{r}{R_{Yer}}\right)^2}$$

1.2.17.3-rasm

Isboti: Buni topish uchun m massali jismni Yer markazidan r masofaga ko'chirishda bajarilgan ishni topish etarli. r radiusli sfera ichida ixtiyoriy $r'(0 < r' < r)$ radiusli sharni fikran ajratamiz. Bu sharning massasi $m' = \rho V' = \rho \cdot \dfrac{4}{3}\pi r'^3 = \rho \cdot \dfrac{4}{3}\pi R^3 \cdot \left(\dfrac{r'}{R}\right)^3 = M \cdot \left(\dfrac{r'}{R}\right)^3$ bo'ladi. Bu shar va m massali jism $F' = G\dfrac{m' m}{r'^2} = G\dfrac{M m}{R^3} \cdot r'$ kuch bilan tortishadi. Bu kuch ta'sirida m massali jismni elementar dr masofaga ko'chirishda $dA = F' dr = G\dfrac{M m}{R^3} \cdot r' dr$ elementar ish bajariladi. Elementar ishni noldan r gacha integrallab m massali jismni Yer markazidan r masofaga ko'chirishda bajarilgan ishni topamiz. $A = \int dA = \int_0^r F' dr = G\dfrac{M m}{R^3} \cdot \int_0^r r' dr = G\dfrac{M m}{R^3} \cdot \dfrac{r^2}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot G\dfrac{M m}{R} \cdot \left(\dfrac{r}{R}\right)^2$. Yer markazidan r masofada m massali jismni potensial energiyasi quyidagicha: $W_r = W_0 + A = -\dfrac{3}{2} G\dfrac{M m}{R} + \dfrac{1}{2} G\dfrac{M m}{R} \cdot \left(\dfrac{r}{R}\right)^2$

Mexanik ish:

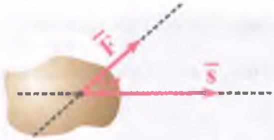
"Ish" tushunchasining mexanikadagi ma'nosi kundalik turmushda qo'llaniladigan tushuncha ma'nosidan farqlanadi. Xususan, odam og'ir toshni siljitish uchun uni itaradi. U toshni qo'zg'ata olmagan bo'lsa-da, chiranishi tufayli charchaydi, holdan toyib quvvatsizlanadi. Mexanika nuqtai nazaridan, mazkur holda odam ish bajarmagan hisoblanadi, Chunki mexanikada ish sodir bo'lishi uchun kuch ta'sirida jismning ko'chishi amalga oshishi kerak. Bayon etilgan misolda ko'chish sodir bo'lmadi. Lekin odam mushaklarining zo'riqishi tufayli charchaydi. Bu holda odamning toliqishi mexanikadagi ishdan mohiyati bilan farqlanadi.

Kuchning bosib o'tilgan yo'l davomidagi ta'siri mexanik ish deb ataluvchi fizik kattalik bilan xarakterlanadi. Mexanik ish bajarilish uchun birinchidan jismga ta'sir qilish, ikkinchidan jism siljishi shart.

Mexanik ishga quyidagicha ta'rif beramiz:

Jismga ta'sir etuvchi kuch vektorining va shu kuch ta'sirida yuzaga kelgan ko'chish vektorining skalyar ko'paytmasiga teng bo'lgan skalyar kattalik ***mexanik ish*** deyiladi.

$$\boxed{A = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos\alpha} \quad [\,J\,]$$



1.2.17.4 -rasm

Ishning SI sistemasidagi o‘lchov birligi J (Joul).

Agar $1N$ kuch jismni o‘z ta’sir yo‘nalishida $1m$ masofaga siljitsa, kuchning bajargan ishi $1J$ ga teng bo‘ladi.

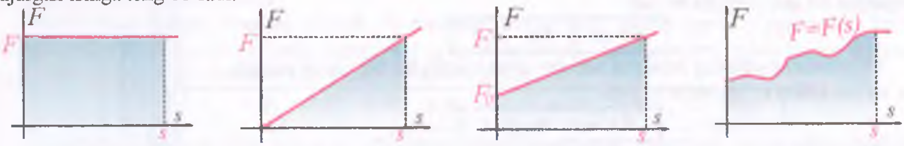
$$\boxed{1J = 1N \cdot 1m}$$

Agar ko‘chish va kuch vektorlari orasidagi burchak 90^0 ga teng bo‘lsa, kuchning bajargan ishi nolga teng bo‘ladi. Chunki bunda $\cos 90^0 = 0$ bo‘ladi.

Jism berk kontur bo‘ylab ko‘chganda ham, bajarilgan ish nolga teng bo‘ladi. Chunki bunda $s = 0$.

Jism o‘z inersiyasi bilan to‘g‘ri chiziqli tekis harakat qilganda ham bajarilgan ish nolga teng. Chunki bunda $F = 0$.

Agar $\alpha = 0^0$ bo‘lsa, kuch va ko‘chish bog‘langan har qanday grafikda chegaralangan yuza kuchning bajargan ishiga teng bo‘ladi.



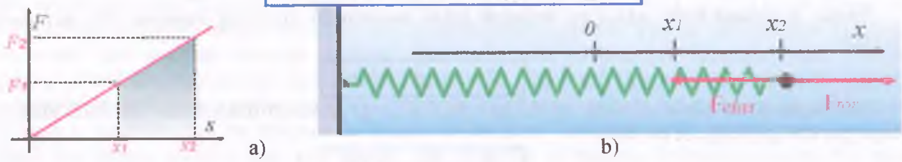
$$\boxed{A = F \cdot s} \qquad \boxed{A = \frac{1}{2} \cdot F \cdot s} \qquad \boxed{A = \frac{F + F_0}{2} \cdot s} \qquad \boxed{A = \int_0^s F(s)ds}$$

1.2.17.5-rasm

Mexanik ish – jismning dastlabki va oxirgi mexanik energiyalar farqidir. Energiyaga ega bo‘lmagan jism ish bajara olmaydi. Yoki jism o‘zida mavjud energiyadan ham ko‘proq ish bajara olmaydi.

Prujina deformatsiyasini x_1 dan x_2 gacha o‘zgartishda tashqi kuchning bajargan ishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A = W_{p\,2} - W_{p\,1} = \frac{k\,x_2^2}{2} - \frac{k\,x_1^2}{2}}$$



a) b)

1.2.17.6-rasm

Isboti: Kuch va ko‘chish bog‘langan uhfabrlf grafik tagidagi yuza bajarilgan ishni berar edi. Shunga ko‘ra $A = \frac{F_1 + F_2}{2} \cdot s = \frac{k\,x_1 + k\,x_2}{2}(x_2 - x_1) = \frac{k\,(x_2 - x_1) \cdot (x_2 + x_1)}{2} = \frac{k\,x_2^2}{2} - \frac{k\,x_1^2}{2} = W_{p,2} - W_{p,1}$ bo‘ladi.

Deformatsiyalangan prujinaning potensial energiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{W_p = \frac{k\,x^2}{2} \quad [J]}$$

Prujina deformatsiyasini x_1 dan x_2 gacha o‘zgartishda elastiklik kuchining bajargan ishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A = W_{p\,1} - W_{p\,2} = \frac{k\,x_1^2}{2} - \frac{k\,x_2^2}{2}}$$

Jism tezligini υ_1 dan υ_2 gacha o‘zgartishda tashqi kuchning bajargan ishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A = W_{K\,2} - W_{K\,1} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2}}$$

Isboti: Kuchning bajargan ishi $A = F \cdot s = ma \cdot s = ma \cdot \frac{\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2}{2a} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2} = W_{p,2} - W_{p,1}$ bo‘ladi.

Harakatlanayotgan jismning kinetik energiyasi ushbu ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{W_k = \frac{m\vartheta^2}{2}} \quad \text{yoki} \quad \boxed{W_k = \frac{p^2}{2m}}$$

Jism turgan balandlikni h_1 dan h_2 gacha o‘zgartishda tashqi kuch bajargan ish quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A = W_{p\,2} - W_{p\,1} = mgh_2 - mgh_1}$$

Isboti: Kuchning bajargan ishi $A = F_{tor} \cdot s = mg(h_2 - h_1) = mgh_2 - mgh_1 = W_{p\,2} - W_{p\,1}$ bo‘ladi.

Yer sirtidan h balandlikda turgan m massali jismning potensial energiyasi quyidagicha bo‘ladi

$$\boxed{W_p = mgh}$$

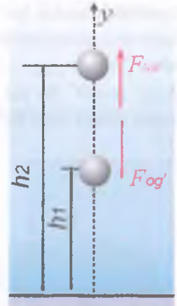
Jism turgan balandlikni h_1 dan h_2 gacha o‘zgartishda og‘irlik kuchi bajargan ish quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}$$

Ishqalanish kuchining bajargan ishi xar doim manfiy bo‘lib, uning moduli s yo‘lda ushbu ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{A = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s}$$

Isboti: $A = F_{ishq} \cdot s \cdot \cos 180^0 = -\mu m g s$.



1.2.17.7-rasm

Jismni Yer sirtidan h balandlikka tekis ko‘taruvchi va h balandlikdan yerga tekis tushuruvchi kuchlarning bajargan ishlari bir xil va ushbu ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{A = m \cdot g \cdot h}$$

Jismni Yer sirtidan a tezlanish bilan h balandlikka ko‘taruvchi kuchning bajargan ishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A = m(g + a)h}$$

Isboti: $A = F_{TOR} \cdot s \cdot \cos 0^0 = m(g + a)h$.

Jismni h balandlikdan $a(a < g)$ tezlanish bilan tushuruvchi kuchning bajargan ishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A = m(g - a)h}$$

Jism tepadan tushishda havoning qarshiligi tufayli ***a (a<g)*** tezlanish bilan tushsa, qarshilik kuchining bajargan ishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A = m(a - g)h}$$

Mexanik ish bajarilish protsessida materiya harakatining bir ko‘rinishi ikkinchi ko‘rinishga o‘tishi kuzatiladi. Masalan, elektrovoz, trolleybus va tramvaylarning ish bajarish protsessida materiya harakatining elektr ko‘rinishi mexanik ko‘rinishga o‘tdi. Avtomobil dvigateli, bug‘ trubinalari va issiqlik mashinalarining ish protsessida materiya harakatining issiqlik shakli mexanik shaklga aylanadi.

1.2.18. Mavzu: Energiyaning saqlanish qonuni va uning tatbiqi

Energiyaning saqlanish qonuni:

Ko‘pincha bir-bir bilan ta’sirlashuvchi jismlar ayni bir paytda ham potensial, ham kinetik energiyaga ega bo‘ladi. Odatda jismlar sistemasining kinetik va potensial energiyalari yig‘indisi ***to‘liq mexanik energiya*** deb ataladi va ushbu ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{W_{um} = W_k + W_p}$$

Masalan, Yerning sun'iy yo'ldoshi harakatlanayotganligi uchun kinetik energiyaga va "Yo'ldosh — Yer" o'zaro ta'sir potensial energiyasiga ega bo'ladi.

Yopiq sistemadagi jismlarning harakati va bir-biriga nisbatan joylashuvi o'zgarib turganligi uchun kinetik va potensial energiyalar ham o'zgarib turadi. Lekin ularning yig'indisidan iborat to'liq mexanik energiya esa o'zgarmasligicha qolaveradi. Xuddi, Shuningdek biror balandlikdan sakragan sportchi, oyog'iga bog'langan rezina arqonning taranglik kuchi evaziga yana shu balandlikka chiqadi.

Shunday qilib, mexanikada energiyaning ***aylanish va saqlanish qonuni*** quyidagicha ta'riflanadi:

Yopiq sistemadagi jismlarning to'liq mexanik energiyasi hech qachon bordan yo'q bo'lmaydi va yo'qdan bor bo'lmaydi. U faqat o'zgarmas bo'lib, bir turdan ikkinchi turga aylanib yoki bir jismdan ikkinchi jismga uzatilib turadi.

Yopiq sistemadagi jismning kinetik va potensial energiyalari necha marta o'zgarmasin, baribir ularning yig'indisi to'la mexanik energiyaga teng chiqaveradi. Energiyaning aylanish va saqlanish qonunining matematik ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$W_{um} = W_{k.1} + W_{p.1} = W_{k.2} + W_{p.2} = \ldots = W_{k.N} + W_{p.N} = const$$

Yuqoridagi formula bitta jismning turli holatlarda to'la mexanik energiyasi saqlanishini bildiradi. Agar yopiq sistema $1,2,3,4,\ldots n$ nuqtalardan iborat bo'lsa, har bir nuqtaning to'la mexanik energiyalari yig'indisi yopiq sistemaning to'la mexanik energiyasini beradi.

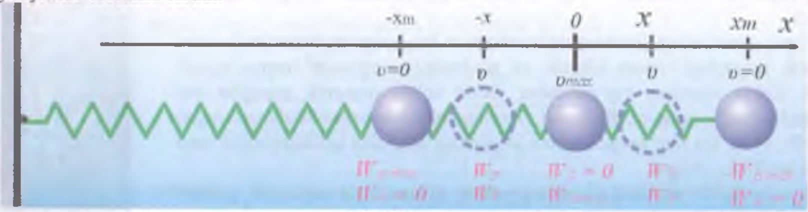
$$W_{um.sistema} = W_{um.1} + W_{um.2} + \ldots + W_{um.n} = (W_{k.1} + W_{p.1}) + (W_{k.2} + W_{p.2}) + \ldots + (W_{k.n} + W_{p.n}) = \sum_{i}^{n} (W_{k.i} + W_{p.i})$$

Jism bir vaziyatdan boshqa vaziyatga o'tganda kinetik energiya potensial energiyaga aylanadi yoki potensial energiya kinetik energiyaga aylanadi, lekin bu energiyalar yig'indisidan iborat to'la energiya o'zgarmasligicha qolaveradi. Buni esda yaxshi saqlash uchun quyidagicha misol keltiramiz: ixtiyorimizda ikkita stakan bo'lib, ularning biriga "potensial", ikkinchisiga "kinetik" deb yozilgan bo'lsin. Dastlab "potensial" deb yozilgan stakan suv bilan limmo-lim to'la bo'lsin. Bu idishni ko'tarib suvini tashqariga to'kmasdan sekin-asta "kinetik" deb yozilgan stakanga quya boshlaymiz. Biroz vaqtdan keyin hamma suv "kinetik" deb yozilgan stakanga quyilib bo'ladi. Endi esa suvni qaytarib "kinetik" deb yozilgan stakandan "potensial" deb yozilgan stakanga quyamiz. Qachondir yana hamma suv "potensial" deb yozilgan stakanga o'tadi. Bu jarayonni bir necha marta takrorlaymiz. Tajribamizning boshidan oxirigacha ixtiyoriy vaqt onida ikki stakandagi suvlar yig'indisi o'zgarmas eng boshidagi kabi bir stakan bo'lib chiqaveradi. Suv goh u stakanda, goh bu stakanda bo'lmasin baribir jami hammasi bo'lib bir stakan suvimiz bor. Xuddi shu singari energiya ham goh kinetik, goh potensial ko'rinishda bo'lmasin ularning yig'indisi ixtiyoriy vaqt onida o'zgarmasligicha qolaveradi (ishqalanish va qarshilik kuchlarini hisobga olmaganda).

Ishqalanishni hisobga olmasa, to'la mexanik energiya saqlanadi. Buni erkin tushayotgan jism va tebranuvchi prujina misolida ko'amiz.

Tebranuvchi prujina uchun energiyaning saqlanish qonun:

k bikrlikka ega bo'lgan prujinaga m massali sharchani osib muvozonat vaziyatidan chiqarib qo'yib yuborilganda tebranma harakat yuzaga keladi (tebranma harakatga kitobning 5-bobida batafsil to'xtalamiz). Prujinani neytral holatdan maksimal $x_m = A$ masofaga uzoqlashtirganda sharcha maksimal potensial energiyaga ega bo'ladi, boshqacha aytganda to'la energiyani faqat potensial energiya tashkil qiladi. Sharchani qo'yib yuborilgach neytral holatga yaqinlashgan sari tezligi, demak, kinetik energiyasi osha boradi, potensial energiya esa kamayib boradi. Boshqacha aytganda sharcha o'zida jamg'arilgan potensial energiya hisobidan ish bajarib sharchani tezlashtiryapti va unga kinetik energiya beryapti. Muvozonat vaziyatidan o'tish onida potensial energiya nol, kinetik energiya esa maksimal bo'ladi. Lekin sharcha inersiya tufayli muvozonat vaziyatidan o'tib ketadi va qarama-qarshi masofaga $x_m = A$ masofaga borib to'xtaydi. Bunda sharcha o'zida jamg'arilgan kinetik energiya hisobidan elastik kuchiga qarshi ish bajardi. Shu zaylda potensial va kinetik energiyalar davriy ravishda (bir tebranishda ikki marta) bir-biriga aylanib tebranib turadi.



1.2.18.1-rasm

Ishqalanishni hisobga olmaganda ixtiyoriy vaqt onida sharchaning kinetik va potensial energiyalari yig'indisi o'zgarmas to'la energiyani beradi.

Tebranuvchi prujina uchun energiyaning saqlanish qonuni quyidagicha(1.2.18.1-rasm):

$$\boxed{W_{um} = W_k + W_p = W_{k\,\max} = W_{p\,\max}}$$ yoki $$\boxed{\frac{m\vartheta^2_{\max}}{2} = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{kx^2}{2}}$$

Muvozonat vaziyatidan chiqarib qo'yib yuborilgan jism muvozonat vaziyatidan quyidagi tezlikka erishadi?

$$\boxed{\vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}}A}$$

Isboti: Muvozonat vaziyatidan $x_m = A$ masofaga surilganda Sharcha $W_{p\,\max} = \frac{kA^2}{2}$ maksimal potensial energiya oladi. Neytral holatdan o'tayotganda esa bu energiyaning hammasi $W_{K\,\max} = \frac{m\vartheta^2}{2}$ maksimal kinetik energiyaga aylanadi. Shuning uchun $W_{p\,\max} = W_{k\,\max}$, $\rightarrow$ $\frac{kA^2}{2} = \frac{m\vartheta^2_{\max}}{2}$; $\rightarrow$ $\vartheta_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}}A$ bo'ladi.

Muvozanat vaziyatdan qanday masofada sharning potensial va kinetik energiyalari tenglashadi $(W_p = W_k)$ va bunda sharchaning tezligi qanday bo'ladi?

$$\boxed{x = \frac{A}{\sqrt{2}}, \qquad \vartheta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{k}{m}}A = \frac{\vartheta_{\max}}{\sqrt{2}}}$$

Isboti: Muvozonat vaziyatidan $x_m = A$ masofaga surilganda sharcha $W_{I\,\max} = \frac{kA^2}{2}$ energiya oladi. Kinetik va potensial energiyalar tenglashganda $W_{p.\max} = W_p + W_k = 2W_p$ ya'ni, $\frac{kA^2}{2} = 2\frac{kx^2}{2}$ bo'ladi. Bundan $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ kelib chiqadi. Bu vaqtdagi sharchaning tezligini topamiz. $W_{p.\max} = W_p + W_k = 2W_k$ ya'ni, $\frac{kA^2}{2} = 2\frac{m\vartheta^2}{2}$ bo'ladi. Bundan $\vartheta = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{k}{m}}A = \frac{\vartheta_{\max}}{\sqrt{2}}$ kelib chiqadi.

Muvozanat vaziyatdan $x_m = A$ masofaga chiqarib qo'yib yuborilgach qanday masofada sharning potensial energiyasi kinetik energiyasidan n marta katta $(W_p = nW_k)$ bo'ladi va bunda sharchaning tezligi qanday bo'ladi?

$$\boxed{x = \sqrt{\frac{n}{n+1}}A, \qquad \vartheta = \frac{1}{\sqrt{n+1}}\sqrt{\frac{k}{m}}A}$$

Isboti: Muvozonat vaziyatidan $x_m = A$ masofaga surilganda sharcha $W_{p\,\max} = \frac{kA^2}{2}$ energiya oladi. $W_I = nW_K$ bo'lganda $W_{p\,\max} = W_p + W_k = \frac{n+1}{n}W_p$ ya'ni, $\frac{kA^2}{2} = \frac{n+1}{n}\frac{kx^2}{2}$ bo'ladi. Bundan $x = \sqrt{\frac{n}{n+1}}A$ kelib chiqadi. Bu vaqtdagi sharchaning tezligini topamiz. $W_{p.\max} = W_p + W_k = (n+1)W_k$ ya'ni, $\frac{kA^2}{2} = (n+1)\frac{m\vartheta^2}{2}$ bo'ladi. Bundan $\vartheta = \frac{1}{\sqrt{n+1}}\sqrt{\frac{k}{m}}A = \frac{\vartheta_{\max}}{\sqrt{n+1}}$ kelib chiqadi.

Sharning muvozanat vaziyatdan o'tishdagi tezligi ϑ_m ma'lum bo'lsa, qanday masofada sharning potensial energiyasi kinetik energiyasidan n marta katta $(W_p = nW_k)$ bo'ladi va bunda sharchaning tezligi qanday bo'ladi?

$$x = \sqrt{\frac{n}{n+1}} \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}\, \vartheta_{max}, \qquad \vartheta = \frac{\vartheta_{max}}{\sqrt{n+1}}$$

Isboti: Muvozonat vaziyatidan o'tishda sharcha maksimal $W_{k\,max} = \frac{m\vartheta_{max}^2}{2}$ energiyaga ega bo'ladi. $W_p = nW_k$ bo'lganda $W_{k\,max} = W_p + W_k = \frac{n+1}{n} W_p$ ya'ni, $\frac{m\vartheta_{max}^2}{2} = \frac{n+1}{n}\frac{kx^2}{2}$ bo'ladi. Bundan $x = \sqrt{\frac{n}{n+1} \cdot \frac{m}{k}} \cdot \vartheta_{max}$ kelib chiqadi. Bu vaqtdagi sharchaning tezligini topamiz. $W_{k\,max} = W_p + W_k = (n+1)W_k$ ya'ni, $\frac{m\vartheta_{max}^2}{2} = (n+1)\frac{m\vartheta^2}{2}$ bo'ladi. Bundan $\vartheta = \frac{\vartheta_{max}}{\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n+1}}\sqrt{\frac{k}{m}}A$ kelib chiqadi.

Erkin tushayotgan jism uchun energiyaning saqlanish qonuni (past balandliklar):

Massasi m bo'lgan sharcha olib, uni biror h_{max} balandlikka ko'taramiz. Bunda sharcha $W_{p.max} = mgh_{max}$ maksimal potensial energiyaga ega bo'ladi, boshqacha aytganda to'la energiyani faqat potensial energiya tashkil qiladi. Sharchani qo'yib yuborilgach yerga yaqinlashgan sari tezligi, demak, kinetik energiyasi osha boradi, potensial energiya esa kamayib boradi. Boshqacha aytganda sharcha o'zida jamg'arilgan potensial energiya hisobidan ish bajarib sharchani tezlashtiryapti va unga kinetik energiya beryapti. Yerga tegish onida potensial energiya nol, kinetik energiya esa maksimal bo'ladi. Urilish onida to'la mexanik energiyani faqat kinetik energiya tashkil qiladi. Agar yerga urilish absalyut elastik bo'lsa, sharcha xuddi shu tezlik bilan tepaga qaytadi va sekinlasha borib avvalgi balandlikka erishadi. Sharcha tushayotganda potensial energiya kinetik energiyaga, ko'tarilayotganda esa kinetik energiya potensial energiyaga aylanadi. Agar havoning qarshilik kuchlari e'tiborga olinmasa sharchaning tushish va chiqishlari cheksiz davom etishi mumkin. Bunda potensial va kinetik energiyalar davriy ravishda bir-biriga aylanib turadi.

Erkin tushayotgan jism uchun energiyaning saqlanish qonuni quyidagicha bo'ladi:

$$W_{um} = W_{p.max} = W_p + W_k = W_{k\,max} \quad \text{yoki} \quad mgh_{max} = mgh + m\frac{\vartheta^2}{2} = m\frac{\vartheta_{max}^2}{2}$$

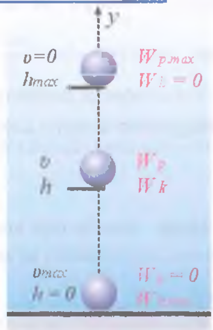
h_{max} balandlikdan qo'yib yuborilgan jismning yerga urilish tezligi quyidagicha:

$$\vartheta_{max} = \sqrt{2gh_{max}}$$

Isboti: Sharcha tepada turganda to'la mexanik energiya faqat potensial ko'rinishda, yerga urilish onida esa faqat kinetik ko'rinishda bo'lib ular o'zaro teng, ya'ni, $W_{p\,max} = W_{k\,max}$ bo'ladi. Bundan $mgh_{max} = \frac{m\vartheta_{max}^2}{2}$; $\rightarrow$ $\vartheta_{max} = \sqrt{2gh_{max}}$ kelib chiqadi.

h balandlikdan biror ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan otilgan jismning yerga urilish tezligi quyidagicha bo'ladi:

$$\vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$$



1.2.18 2-rasm

Isboti: Sharcha tepada turganda to'la mexanik energiya potensial va kinetik ko'rinishda, yerga urilish onida esa faqat kinetik ko'rinishda bo'lib ular o'zaro teng, ya'ni, $W_k + W_p = W_{k\,max}$ bo'ladi. Bundan $\frac{m\vartheta_0^2}{2} + mgh = \frac{m\vartheta_{max}^2}{2}$; $\rightarrow$ $\vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$ kelib chiqadi.

Yer sirtidan ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan tik tepaga otilgan jism qanday h_{max} balandlikka ko'tariladi?

$$h_{max} = \frac{\vartheta_0^2}{2g}$$

Isboti: Sharchaga berilgan kinetik energiyaning hammasi potensial energiyaga aylanadi ya'ni, $W_{k\,max} = W_{p\,max}$ bo'ladi. Bundan $\frac{m\vartheta_0^2}{2} = m g h_{max}$; $\to$ $h_{max} = \frac{\vartheta_0^2}{2g}$ kelib chiqadi.

Yer sirtidan ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan tik tepaga otilgan jismning ixtiyoriy h balandlikdagi tezligi qanday bo'ladi?

$$\boxed{\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}}$$

Isboti: Sharcha pastda turganda to'la mexanik energiya faqat kinetik ko'rinishda, biror h balandlikda esa kinetik va potensial ko'rinishda bo'lib ular o'zaro teng ya'ni, $W_{k\,max} = W_p + W_k$ bo'ladi. Bundan $\frac{m\vartheta_0^2}{2} = m g h + \frac{m\vartheta^2}{2}$; $\to$ $\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - 2gh}$ kelib chiqadi.

h_{max} balandlikdan qo'yib yuborilgan jism qanday balandlikda bo'lganda uning kinetik va potensial energiyalari teng $(W_{k\,max} = W_{p\,max})$ bo'ladi? Bunda uning tezligi qanday bo'ladi?

$$\boxed{h = \frac{h_{max}}{2}; \qquad \vartheta = \sqrt{g h_{max}}}$$

Isboti: Sharcha tepada turganda to'la mexanik energiya faqat potensial ko'rinishda, yerdan biror balandlikda esa kinetik va potensial ko'rinishda bo'lib ular o'zaro teng, ya'ni, $W_{p\,max} = W_p + W_k = 2W_p$ bo'ladi. Bundan $m g h_{max} = 2m g h$; $\to$ $h = h_{max}/2$ kelib chiqadi. Bu vaqtdagi sharchaning tezligini topamiz. $mgh_{max} = 2W_k = 2\frac{m\vartheta^2}{2}$; $\to$ $\vartheta = \sqrt{2g h_{max}}$.

h_{max} balandlikdan qo'yib yuborilgan jism qanday balandlikda bo'lganda uning potensial energiyasi kinetik energiyasidan n marta katta $(W_p = nW_k)$ bo'ladi? Bunda uning tezligi qanday bo'ladi?

$$\boxed{h = \frac{n}{n+1} h_{max}, \qquad \vartheta = \frac{\sqrt{2g h_{max}}}{\sqrt{n+1}} = \frac{\vartheta_{max}}{\sqrt{n+1}}}$$

Isboti: Sharcha tepada turganda to'la mexanik energiya faqat potensial ko'rinishda, yerdan biror balandlikda esa kinetik va potensial ko'rinishda bo'lib ular o'zaro teng, ya'ni, $W_{\Pi\,max} = W_p + W_k = \frac{n+1}{n} W_p$ bo'ladi. Bundan $m g h_{max} = \frac{n+1}{n} m g h$; $\to$ $h = \frac{n+1}{n} h_{max}$ kelib chiqadi. Bu vaqtdagi sharchaning tezligini topamiz. $mgh_{max} = (n+1)W_k = (n+1)\frac{m\vartheta^2}{2}$; $\to$ $\vartheta = \frac{\sqrt{2g h_{max}}}{\sqrt{n+1}} = \frac{\vartheta_{max}}{\sqrt{n+1}}$.

Yer sirtidan ϑ_0 boshlang'ich bilan otilgan jism qanday balandlikda bo'lganda potensial energiya kinetik energiyadan n marta katta $(W_p = nW_k)$ bo'ladi? Bunda uning tezligi qanday bo'ladi?

$$\boxed{h = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{\vartheta_0^2}{2g} = \frac{n}{n+1} h_{max}, \qquad \vartheta = \frac{\vartheta_0}{\sqrt{n+1}}}$$

Isboti: Sharcha erda turganda to'la mexanik energiya faqat kinetik ko'rinishda, yerdan biror balandlikda esa kinetik va potensial ko'rinishda bo'lib ular o'zaro teng, ya'ni, $W_{k\,max} = W_p + W_k = \frac{n+1}{n} W_p$ bo'ladi. Bundan $\frac{m\vartheta_0^2}{2} = \frac{n+1}{n} m g h$; $\to$ $h = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{\vartheta_0^2}{2g} = \frac{n}{n+1} h_{max}$ kelib chiqadi. Bu vaqtdagi sharchaning tezligini topamiz. $\frac{m\vartheta_0^2}{2} = (n+1)W_k = (n+1)\frac{m\vartheta^2}{2}$; $\to$ $\vartheta = \frac{\vartheta_0}{\sqrt{n+1}}$.

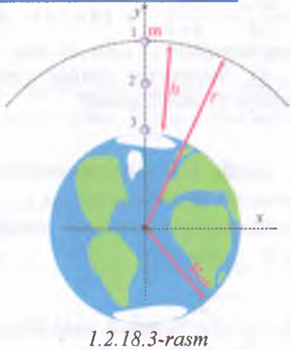
Erkin tushayotgan jism uchun energiyaning saqlanish qonuni (yuqori balandliklar):

Yerning tortish maydonida ixtiyoriy nuqtada turgan jism uchun energiyaning saqlanish qonuni quyidagicha:

$$\boxed{W_{um} = W_{k.1} + W_{p.1} = W_{k.2} + W_{p.2} = W_{k.3} + W_{p.3} = \ldots = W_{k.N} + W_{p.N} = const}$$

yoki

$$W_{um} = \frac{m\vartheta_1^2}{2} - G\frac{Mm}{r_1} = \frac{m\vartheta_2^2}{2} - G\frac{Mm}{r_2} = \frac{m\vartheta_3^2}{2} - G\frac{Mm}{r_3} = \ldots = \frac{m\vartheta_n^2}{2} - G\frac{Mm}{r_n} = const$$



1.2.18.3-rasm

Bu yerda: $r = R + h$ – jism turgan nuqta bilan Yer markazi orasidagi masofa. Bu yerda biz potensial energiya uchun $W_p = mgh$ o'rniga umumiyroq bo'lgan $W_p = -G\frac{Mm}{r}$ formuladan foydalanamiz. Chunki, Yer sirtidan turli balandliklarda erkin tushish tezlanishi g ning qiymati turlicha bo'lib, $W_p = mgh$ formula esa erkin tushish tezlanishi sezilarli o'zgarmaydigan Yer sirtiga yaqin nuqtalar uchungina o'rinlidir.

Yer atrofida r radiusli orbita bo'ylab harakatlanayotgan sun'iy yo'ldoshning potensial kinetik va to'la mexanik energiyalari quyidagicha bo'ladi:

$$W_p = -G\frac{Mm}{r}; \qquad W_K = \frac{m\vartheta_{I.r}^2}{2} = G\frac{Mm}{2r} = -\frac{W_p}{2}; \qquad W_{um} = W_k + W_p = -G\frac{Mm}{2r} = \frac{W_p}{2}$$

Isboti: Biz 1.2.10 mavzuda ixtiyoriy h balandlik ($r = R + h$ radiusli orbita) uchun 1-kosmik tezlikni topish formulasi $\vartheta_{I.h} = \sqrt{G\frac{M}{R+h}} = \sqrt{G\frac{M}{r}}$ ni chiqarganmiz. Shu balandlik uchun kinetik energiya $W_k = \frac{m\vartheta_{I.r}^2}{2} = \frac{m}{2}\cdot G\frac{M}{R+h} = G\frac{Mm}{2r} = -\frac{W_p}{2}$ bo'ladi. Potensial energiya va kinetik energiyalar yig'indisi to'la mexanik energiyani beradi. $W_{um} = W_k + W_p = G\frac{Mm}{2r} - G\frac{Mm}{r} = -G\frac{Mm}{2r} = \frac{W_p}{2}$.

Demak, sun'iy yo'ldoshning miqdor jihatidan potensial energiyadan ikki marta kam bo'lib, miqdor jihatidan to'la mexanik energiyaga teng bo'lar ekan. To'la mexanik energiya esa potensial energiyaning yarmiga teng bo'lar ekan.

Endi yuqori balandliklar uchun energiyaning saqlanish qonunidan kelib chiqadigan ba'zi natijalar bilan tanishamiz.

1). Jismni Yer markazidan uzoqligini r_1 masofadan r_2 masofagacha o'zgartishda tashqi kuch qancha ish bajaradi?

$$A = W_{p2} - W_{p1} = GMm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Isboti: Jismni Yerdan uzoqlashtirishda tashqi kuchlar musbat, og'irlik kuchi manfiy ish bajaradi. Jism Yerga yaqinlashayotganda esa tashqi kuch manfiy, og'irlik kuchi musbat ish bajaradi. Og'irlik kuchiga qarshi tashqi kuch potensial energiyalar farqiga teng ish bajaradi.

$$A = W_{p2} - W_{p1} = -G\frac{Mm}{r_2} - \left(-G\frac{Mm}{r_1}\right) = GMm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

2). Sun'iy yo'ldosh Yer atrofida r_1 radiusli orbita bo'ylab aylanmoqda. Sun'iy yo'ldoshni $r_2 (r_2 > r_1)$ orbitaga chiqarishda tashqi kuchlar qanday ish bajarish kerak?

$$A = W_{um.2} - W_{um.1} = \frac{1}{2}\cdot GMm\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

3). Yer sirtidan 1-kosmik tezlik bilan otilgan jism qanday balandlikkacha ko'tariladi?

$$h = R$$

Isboti: Biz 1.2.10-mavzudan Yer sirti uchun 1-kosmik tezlik $\vartheta_{I.0} = \sqrt{G\frac{M_{er}}{R_{er}}} \approx 7900\, m/s$ ekanini bilamiz. Jism Yer sirtida turganda $r_1 = R$, $\vartheta_1 = \vartheta_{I.0} = 7900\, m/s$, maksimal balandlikka ko'tarilganda esa $r_2 = R + h$, $\vartheta_2 = 0$ bo'ladi. Yer sirtidagi to'la mexanik energiya h balandlikka ko'tarilgandagi to'la mexani energiyaga teng bo'ladi.

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2}-G\frac{Mm}{r_1}=\frac{m\vartheta_2^2}{2}-G\frac{Mm}{r_2}; \rightarrow \quad \frac{m}{2}\cdot G\frac{M}{R}-G\frac{Mm}{R}=\frac{m0^2}{2}-G\frac{Mm}{R+h}; \rightarrow$$

$G\frac{Mm}{2R}=G\frac{Mm}{R+h}; \rightarrow 2R=R+h; \rightarrow h=R$. Demak, Yer sirtidan 1-kosmik tezlik bilan otilgan jism Er radiusiga teng balandlikka ko‘tarila olar ekan.

4). Jismga Yer sirtidan qanday tezlik (2-kosmik tezlik) berilganda u Yerning ta’sir zonasidan tashqariga chiqib ketadi?

$$\boxed{\vartheta_{II}=\sqrt{2}\cdot\vartheta_I=11200\ m/s}$$

Isboti: Jism Yer sirtida turganda $r_1=R$, $\vartheta_1=\vartheta_{II}$, maksimal balandlikka ko‘tarilganda, ya’ni Yerning ta’sir zonasidan chiqib ketganda esa $r_2=\infty$, $\vartheta_2=0$ bo‘ladi. Yer sirtidagi to‘la mexanik energiya $h=\infty$ balandlikka ko‘tarilgandagi to‘la mexanik energiyaga teng bo‘ladi.

$$\frac{m\vartheta_1^2}{2}-G\frac{Mm}{r_1}=\frac{m\vartheta_2^2}{2}-G\frac{Mm}{r_2}; \rightarrow \frac{m\vartheta_{II}^2}{2}-G\frac{Mm}{R}=\frac{m0^2}{2}-G\frac{Mm}{\infty}; \rightarrow \frac{m\vartheta_{II}^2}{2}-G\frac{Mm}{R}=0; \rightarrow \frac{m\vartheta_{II}^2}{2}=G\frac{Mm}{R};$$

$\vartheta_{II}=\sqrt{2\cdot G\frac{M_{er}}{R_{er}}}=\sqrt{2}\cdot\vartheta_I=1{,}41\cdot 7900=7200\ m/s$. Demak, Yer sirtidan 2-kosmik tezlik bilan otilgan jism cheksiz balandlikka ko‘tarila olar ekan.

5). Yer sirtidan ϑ_0 boshlang‘ich tezlik bilan tik Yuqoriga otilgan jismning ko‘tarilish balandligiquyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{h_{max}=\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R}$$

Isboti: Otilgan jismning Yer sirtidagi to‘la mexanik energiyasi u maksimal balandlikka ko‘tarilgandagi potensial energiyasiga teng bo‘ladi. Shundan foydalanib so‘ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2}-G\frac{Mm}{R}=-G\frac{Mm}{r_{max}}\ /\times\frac{2}{m}; \rightarrow \vartheta_0^2-2G\frac{M}{R}=-G\frac{M}{r_{max}}; \rightarrow$$

$r_{max}=\frac{2GM}{2G\frac{M}{R}-\vartheta_0^2}=\frac{2G\frac{M}{R}}{2G\frac{M}{R}-\vartheta_0^2}R=\frac{\vartheta_{II}^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R; \rightarrow h_{max}=r_{max}-R=\frac{\vartheta_{II}^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R-R=\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R$. Bu yerda ikkinchi kosmik tezlik uchun $\vartheta_{II}=\sqrt{2G\frac{M}{R}}$ ifodadan to‘g‘ridan-to‘g‘ri foydalanib ketdik. Shunday qilib masalaning javobi $h_{max}=\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R$ bo‘lar ekan. Bu javobdan foydalanib Yer sirtidan 1-kosmik tezlik bilan otilgan jismning ko‘tarilish balandligi $h_{max}=\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_0^2}R=\frac{\vartheta_I^2}{\vartheta_{II}^2-\vartheta_I^2}R=\frac{\vartheta_I^2}{2\vartheta_I^2-\vartheta_I^2}R=R$ ga tengligini keltirib chiqarish mumkin.

6). Biror yuqoriroq h_{max} balandlikdan tashlab yuborilgan jismning Yer(planeta)ga urilish tezligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\vartheta_{max}=\sqrt{\frac{h_{max}}{R+h_{max}}}\,\vartheta_{II}}$$

Isboti: Jism h_{max} balandlikda bo‘lganda barcha energiya potensial ko‘rinishda bo‘ladi. U Yer sirtiga tushganda esa to‘la energiyani potensial va kinetik energiyalar tashkil etadi. Tushish jarayonida potensial energiya kamayib, kinetik energiya esa ortadi. Ushbu masala uchun energiyaning saqlanish qonunidan foydalanib so‘ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$$-G\frac{Mm}{r_{max}}=\frac{m\vartheta_{max}^2}{2}-G\frac{Mm}{R}\ /\times\frac{2}{m}; \rightarrow -2G\frac{M}{r_{max}}=\vartheta_{max}^2-2G\frac{M}{R}; \rightarrow \vartheta_{max}^2=2G\frac{M}{R}-2G\frac{M}{r_{max}}=2G\frac{M}{R}\left(1-\frac{R}{r_{max}}\right)=$$

$=2G\frac{M}{R}\cdot\frac{r_{max}-R}{r_{max}}=\vartheta_{II}^2\cdot\frac{h_{max}}{R+h_{max}}; \rightarrow \vartheta_{max}=\sqrt{\frac{h_{max}}{R+h_{max}}}\,\vartheta_{II}$. Shunday qilib masalaning javobi $\vartheta_{max}=\sqrt{\frac{h_{max}}{R+h_{max}}}\,\vartheta_{II}$ bo‘lar ekan. Bu javobdan foydalanib Yer sirtidan radiusga teng balandlikdan erkin tashlab yuborilgan jismning Yer sirtiga urilish tezligi $\vartheta_{max}=\sqrt{\frac{h_{max}}{R+h_{max}}}\,\vartheta_{II}=\sqrt{\frac{R}{R+R}}\,\vartheta_{II}=\frac{\vartheta_{II}}{\sqrt{2}}=\vartheta_I$ 1-kosmik tezligiga teng ekanini aniqlash mumkin.

7). Biror yuqoriroq h_{max} balandlikdan ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan tashlab yuborilgan jismning Yer(planeta)ga urilish tezligi quyilagicha bo'ladi:

$$\boxed{\vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + \frac{h_{max}}{R + h_{max}}\vartheta_{II}^2}}$$

Isboti: Jism h_{max} balandlikda bo'lganda to'la mexanik energiya u Yerga tushgandagi to'la mexanik energiyaga teng bo'ladi. Tushish jarayonida potensial energiya kamayib, kinetik energiya esa ortadi. Ushbu masala uchun energiyaning saqlanish qonunidan foydalanib so'ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} - G\frac{Mm}{r_{max}} = \frac{m\vartheta_{max}^2}{2} - G\frac{Mm}{R} \ /\times\frac{2}{m}; \ \rightarrow \ \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{r_{max}} = \vartheta_{max}^2 - 2G\frac{M}{R}; \rightarrow \vartheta_{max}^2 = \vartheta_0^2 + 2G\frac{M}{R} - 2G\frac{M}{r_{max}} =$$

$$= \vartheta_0^2 + 2G\frac{M}{R}\left(1 - \frac{R}{r_{max}}\right) = \vartheta_0^2 + 2G\frac{M}{R}\cdot\frac{r_{max} - R}{r_{max}} = \vartheta_0^2 + \vartheta_{II}^2\cdot\frac{h_{max}}{R + h_{max}}; \quad \rightarrow \quad \vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + \frac{h_{max}}{R + h_{max}}\vartheta_{II}^2}$$

Shunday qilib masalaning javobi $\vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 + \frac{h_{max}}{R + h_{max}}\vartheta_{II}^2}$ bo'lar ekan.

8). Yer sirtidan turib ϑ_0 boshlang'ich tezlik bilan tik yuqoriga otilgan jismning ixtiyoriy h balandlikdagi tezligi quyidagicha bo'ladi?

$$\boxed{\vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 - \frac{h}{R + h}\vartheta_{II}^2}}$$

Isboti: Jism Yer sirtidan otilgandagi to'la mexanik energiya u ixtiyoriy h balandlikda bo'lgandagi to'la mexanik energiyaga teng bo'ladi. Ko'tarilish jarayonida potensial energiya ortib, kinetik energiya esa kamayadi. Ushbu masala uchun energiyaning saqlanish qonunidan foydalanib so'ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} - G\frac{Mm}{R} = \frac{m\vartheta^2}{2} - G\frac{Mm}{r} \ /\times\frac{2}{m}; \ \rightarrow \ \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R} = \vartheta^2 - 2G\frac{M}{r}; \rightarrow \vartheta^2 = \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R} + 2G\frac{M}{r} =$$

$$= \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R}\left(1 - \frac{R}{r}\right) = \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R}\cdot\frac{r - R}{r} = \vartheta_0^2 - \vartheta_{II}^2\cdot\frac{h}{R + h}; \quad \rightarrow \quad \vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 - \frac{h}{R + h}\vartheta_{II}^2}$$

Shunday qilib masalaning javobi $\vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 - \frac{h}{R + h}\vartheta_{II}^2}$ bo'lar ekan.

9). Agar jism Yer sirtidan turib 2-kosmik tezlikdan kichik tezlikda otilsa, u qandaydir balandlikka ko'tarilib yana Yerga qaytib tushadi. Agar jism 2-kosmik tezlik bilan otilsa, u cheksizlikkacha ko'tariladi, ya'ni Yerning ta'sir zonasidan chiqib ketadi. Jismning cheksizlikdagi tezligi nolga teng bo'ladi. Agar o'sha jism 2-kosmik tezlikdan katta tezlikda otilsa, uning cheksizlikdagi tezligi nimaga teng bo'ladi degan savol tug'iladi. Xuddi shu savolga navbatdagi masalada javob beramiz.

Yer sirtidan boshlang'ich $\vartheta_0\left(\vartheta_0 > \vartheta_{II}\right)$ tezlik bilan otilgan jismning cheksizlikdagi (Yer tortish zonasidan tashqaridagi) tezligi nimaga teng bo'ladi?

$$\boxed{\vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 - \vartheta_{II}^2}}$$

Isboti: Jism Yer sirtidan otilgandagi to'la mexanik energiya u Yerning tortish zonasidan tashfariga chiqib ketgandagi (cheksizlikdagi) to'la mexanik energiyaga teng bo'ladi. Ko'tarilish jarayonida potensial energiya ortib, kinetik energiya esa kamayadi. Ushbu masala uchun energiyaning saqlanish qonunidan foydalanib so'ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} - G\frac{Mm}{R} = \frac{m\vartheta^2}{2} - G\frac{Mm}{r} \ /\times\frac{2}{m}; \ \rightarrow \ \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R} = \vartheta^2 - 2G\frac{M}{\infty}; \rightarrow \vartheta^2 = \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R} + 0 = \vartheta_0^2 - 2G\frac{M}{R} =$$

$$= \vartheta_0^2 - \vartheta_{II}^2; \quad \rightarrow \quad \vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 - \vartheta_{II}^2}.$$

Shunday qilib masalaning javobi $\vartheta_{max} = \sqrt{\vartheta_0^2 - \vartheta_{II}^2}$ bo'lar ekan.

Ko'pincha masalalarda orbitadagi sun'iy yo'ldoshlarning energiyasi, bu orbitaga chiqarish uchun qanday ish bajarish kerakligi so'raladi. Bunga o'xshash muammolarni navbatdagi masalada ko'rib chiqamiz.

10). Yer atrofida r radiusli orbita bo'ylab harakatlanayotgan sun'iy yo'ldoshning to'la mexanik energiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{W_{um} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r} = \frac{1}{2}W_p = -W_k}$$

Isboti: Sun'iy yo'ldosh orbita bo'ylab doraviy harakatlanayotganda planeta (Yer)ning tortish kuchi markazdan qochuvchi inersiya kuchiga teng, ya'ni $G\frac{Mm}{r^2}=\frac{m\vartheta^2}{r}$ bo'ladi. Bundan r radiusli orbita uchun 1-kosmik tezlik $\vartheta=\sqrt{G\frac{M}{r}}$ ekanligi kelib chiqadi. Orbitadagi sun'iy yo'ldoshning to'la mexanik energiyasini kinetik va potensial energiyalar yig'indisi tashkil etadi, ya'ni $W_{um}=W_k+W_p=\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{Mm}{r}$ bo'ladi. Bundan tezlik o'rniga 1-kosmik tezlikning ifodasini qo'ysak, su'iy yo'ldoshning to'la mexanik energiyasi kelib chiqadi. $W_{um}=\frac{m\vartheta^2}{2}-G\frac{Mm}{r}=G\frac{Mm}{2r}-G\frac{Mm}{r}=-\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}$. Demak, sun'iy yo'ldoshning orbitadagi to'la mexanik energiyasi potensial energiyaning yarmiga yoki miqdor jihatidan kinetik energiyaga teng bo'lar ekan.

11). Yer sirtidan m massali sun'iy yo'ldoshni r radiusli orbitaga chiqarish uchun qancha ish bajarilish kerak bo'ladi?

$$\boxed{A=GMm\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2r}\right)}$$

Yechish: Sun'iy yo'ldoshni planeta (Yer) sirtidan r radiusli orbitaga chiqarish uchun bajariladigan ish sun'iy yo'ldoshning Yer sirtidagi va orbitadagi to'la mexanik energiyalari farqiga teng bo'lish kerak. Yer sirtida to'la mexanik energiyani faqat potensial energiya tashkil etib, u $W_{YM1}=-G\frac{Mm}{R}$ qiymatga ega. Obitada esa to'la mexanik energiyani kinetik va potensial energiyalar tashkil etib, u 6-masalada ko'rilganidek $W_{YM2}=-\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}$ qiymatga ega. Bajariladigan ish ana shu ikki energiyalarning farqiga teng bo'ladi. $A=W_{um2}-W_{um1}=-\frac{1}{2}G\frac{Mm}{r}-\left(-G\frac{Mm}{R}\right)=GMm\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2r}\right)$. Shunday qilib, su'iy yo'ldoshni orbitaga chiqarishda bajariladigan ish $A=GMm\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{2r}\right)$ bo'lar ekan.

Erkin tushayotgan jism uchun energiyaning saqlanish qonuni (Yerning ichki qismi):

Jismning Yerning ichki qismida qiladigan harakati tashqaridagidan ancha murakkab kechadi. Chunki, jism Yerning ichiga kirib borgan sari uni markazga tortuvchi gravitatsion kuch chiziqli kamayib boradi.

Yerning ichki qismida ($r=R-h$) turgan jism uchun energiyaning saqlanish qonuni quyidagicha:

$$\boxed{W_{UM}=W_{K.1}+W_{P.1}=W_{K.2}+W_{P.2}=W_{K.3}+W_{P.3}=....=W_{K.N}+W_{P.N}=const}$$

Bu yerda potensial energiya uchun $W_{p.r}=-\frac{3}{2}G\frac{Mm}{R}+\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}\cdot\left(\frac{r}{R}\right)^2$ formuladan foydalanamiz.

Yerning ichki qismida jismni Yer markazidan r_1 uzoqlikdan r_2 uzoqlikkacha ko'chirishda tashqi kuchlarning bajargan ishi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{A=W_{p2}-W_{p1}=\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R^3}\left(r_2^2-r_1^2\right)}$$

Isboti: Er markazidan uzoqlashishda tashqi kuchlar musbat, og'irlik kuchi manfiy ish bajaradi. Er markaziga yaqinlashishda esa tashqi kuchlar manfiy, og'irlik kuchi musbat ish bajaradi. Potensial energiyalar farqi bajarilgan ishga teng bo'ladi.

$$A=W_{p2}-W_{p1}=\left[-\frac{3}{2}G\frac{Mm}{R}+\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}\cdot\left(\frac{r_2}{R}\right)^2\right]-\left[-\frac{3}{2}G\frac{Mm}{R}+\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}\cdot\left(\frac{r_1}{R}\right)^2\right]=\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R^3}\left(r_2^2-r_1^2\right).$$

Faraz qilaylik Yer sirtidan uning markazigacha quduq kovlangan. Yer sirtidan tashlab yuborilgan jism uning markaziga etib borganda qanday tezlikka erishadi?

$$\boxed{\vartheta=\sqrt{G\frac{M}{R}}=\vartheta_I=7900\ m/s}$$

Isboti: Yer sirtidagi umumiy energiya Yer markazidagi umumiy energiyaga teng bo‘ladi. Bu energiyalarni tenglashtirish orqali so‘ralgan kattalikni aniqlaymiz.

$$-\frac{3}{2}G\frac{Mm}{R}+\frac{m\vartheta^2}{2}=-G\frac{Mm}{R}, \quad \rightarrow \quad \frac{m\vartheta^2}{2}=G\frac{Mm}{2R}, \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \vartheta=\sqrt{G\frac{M}{R}}=\vartheta_1=7900\ m/s.$$

1.2.18.4-rasm

Faraz qilaylik Yer sirtidan uning markazigacha quduq kovlangan. Yer sirtidan tashlab yuborilgan jism radiusning yarmini bosib o‘tganda qanday tezlikka erishadi?

$$\boxed{\vartheta=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{G\frac{M}{R}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vartheta_1=6840\ m/s}$$

Isboti: Yer sirtidagi umumiy energiya $r=R/2$ nuqtadagi umumiy energiyaga teng bo‘ladi.

$$-\frac{3}{2}G\frac{Mm}{R}+\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R}\left(\frac{r}{R}\right)^2+\frac{m\vartheta^2}{2}=-G\frac{Mm}{R}; \quad \rightarrow \quad \frac{m\vartheta^2}{2}=\frac{3}{8}G\frac{Mm}{R}; \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \vartheta=\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{G\frac{M}{R}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\vartheta_1=6840\ m/s.$$

1.2.19. Mavzu: Quvvat. Foydali ish koeffitsienti. Kuch, energiya va quvvatning boshqa sistemalardagi o‘lchov birliklari

Fizikada shunday kattalik borki, bu kattalik bajarilgan ishning ko‘pligi bilan emas, balki ishning qanchalik jadal, tez suratda bajarilishi bilan xarakterlanadi.

Quvvat ish bajaruvchi mashinaning ish bajarish tezligi bo‘lib, bajarilgan ishning vaqtga nisbatiga teng kattalikdir.

$$\boxed{N=\frac{A}{t}}$$

Boshqacha aytganda quvvat ishdan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng.

$$\boxed{N=\frac{dA}{dt}=A'_t}$$

$1s$ vaqt ichida $1J$ ish bajaradigan ish bajaruvchi mashinaning quvvati $1Vt$ ga teng.

$$\boxed{1Vt=\frac{1J}{1s}}$$

Quvvatni kuch va tezlik orqali ifodalash quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{N=F\vartheta}$$

Isboti: Quvvat $N=\frac{dA}{dt}=\frac{F\cdot ds}{dt}=F\cdot\vartheta$ ko‘rinishda topiladi.

Agar biror ishni amalga oshirmoqchi bo‘lsak, buning uchun qandaydir ish bajarishimiz, energiya sarflashimiz kerak. Lekin biz sarflagan energiyaning hammasi ham maqsad sari yo‘nalavermaydi. Ishni amalga oshirish uchun jami sarflangan energiyani ***umumiy ish*** deb, aynan maqsad sari yo‘nalgan energiyani ***foydali ish*** deb, ko‘zda tutilmagan narsa uchun sarflangan energiyani esa ***isrof bo‘lgan ish*** deb ataymiz. Mas: choynakdagi 1ℓ suvni qaynatish uchun uni gazga qo‘yamiz. Lekin biz uzatayotgan energiyaning hammasi suvni isitish uchun sarf bo‘lmasdan, choynak idish va atrofdagi havo molekulalari ham isiydi. Bunda, gaz yonganda ajralgan yonish issiqligi ***umumiy ish***, suvga uzatilgan energiya ***foydali ish***, choynak idish va atrofga uzatilgan energiya esa ***isrof bo‘lgan ish*** hisoblanadi. Uzatilgan jami energiyaning qancha qismi maqsad sari yo‘naltirilganligini bilish uchun yangi ***foydali ish koeffitsienti (F.I.K)*** tushunchasi kiritiladi.

Foydali ishning umumiy ishga nisbati FIK deyiladi va quyidagicha bo‘ladi:

$$\eta = \frac{A_f}{A_{um}} \cdot 100\% = (1 - \frac{A_{isr}}{A_{um}}) \cdot 100\%$$

Bu yerda: A_f -foydali ish, A_{isr} -isrof bo‘lgan ish (behuda sarflangan ish).

Foydali ish va isrof bo‘lgan ishlarni umumiy ish orqali quyidagicha bog‘lash mumkin:

$$A_f = \eta \cdot A_{um}, \qquad A_{isr} = (1-\eta) \cdot A_{um}$$

FIKni foydali quvvatning umumiy quvvatga nisbati deb ham aytish mumkin.

$$\eta = \frac{N_f}{N_{um}} \cdot 100\% = (1 - \frac{N_{isr}}{N_{um}}) \cdot 100\%$$

Bu yerda: N_f -foydali quvvat, N_{isr} -isrof bo‘lgan quvvat (behuda sarflangan quvvat).

Foydali ish va isrof bo‘lgan ishlarni umumiy ish orqali quyidagicha bog‘lash mumkin:

$$N_f = \eta \cdot N_{um}, \qquad N_{isr} = (1-\eta) \cdot N_{um}$$

Ko‘pincha hayotda “kaloriya”, “kilovatt·soat”, “ot kuchi”, “dina”, “erg” kabi terminlarga duch kelamiz. Xo‘sh, bular qanday kattaliklar?

– Bu terminlar SI sistemasiga kirmaydigan kattaliklar bo‘lib, biz bu kattaliklarga eski adabiyotlarda va texnikada ko‘p duch kelamiz. Bularning har biriga birma-bir to‘xtalib o‘tamiz.

$1gr$ massali quvning temperaturasini 1^0C ga qizdirish uchun kerak bo‘lgan energiya $1kal$ (kaloriya) ga teng.

$$1kal = 4{,}18J, \qquad 1kkal = 4180J$$

Quvvati $1\ kVt$ bo‘lgan mashinaning $1\ coam$ vaqt ichida bajargan ishi $1\ kVt \cdot soat$ ga teng.

$$1kVt \cdot soat = 3{,}6\ MJ$$

Isboti: Quvvati va vaqtning ko‘raytmasi bajarilgan ishni beradi. $A = N \cdot t = 1\ kVt \cdot 1\ soat = 1000\ Vt \cdot 3600\ s = 3600000\ Vt \cdot s = 3{,}6\ MJ$.

$75kg$ massali yukni $1\,s$ vaqt ichida $1m$ balandlikka tekis ko‘taradigan ish bajaruvchi mashinaning quvvati $1\ o.\kappa.$ (ot kuchi) ga teng.

$$1\ o.k. \approx 736Vt$$

Isboti: Kuch va tezlik ko‘paytmasi quvvatni beradi. Kuch o‘rnida jismni og‘irligini ko‘tarayotgan kuchni olamiz. $N = F \cdot \vartheta = 75kg \cdot 9{,}81m/s^2 \cdot 1m/c \approx 736Vt$.

$1\ gr$ massali jismga $1\ m/s^2$ tezlanish bera oladigan kuchning kuchning qiymati $1\partial u н a$ ga teng.

$$1\ dina = 10^{-5}\ N$$

Isboti: Kuch va tezlanish ko‘paytmasi kuchga teng bo‘ladi. $F = m \cdot a = 1\ g \cdot 1\ sm/s^2 = 10^{-3}\ kg \cdot 10^{-2}\ m/s^2 = 10^{-5}\ kg \cdot m/s^2 = 10^{-5}\ N$.

$1\ dina$ kuchning jismni o‘z ta’sir yo‘nalishida $1\ sm$ masofaga siljitishdagi bajargan ishi $1\ erg$ ga teng.

$$1erg = 10^{-7}\ J$$

Isboti: Kuch va kuch yo‘nalishidagi ko‘chishning ko‘paytmasi kuchning bajargan ishini beradi. $A = F \cdot s = 1\ dina \cdot 1\ sm = 10^{-5}\ H \cdot 10^{-2}\ m = 10^{-5}\ N \cdot m = 10^{-7}\ J$.

Biz yuqorida ko‘rib o’tgan SI sistemasiga kirmaydigan o‘lchov birliklari haqida bilish muhim ahamiyatga ega bo‘lib, biz bu o‘lchov birliklariga tutmushda va texnikada ko‘p duch kelamiz.

1.3. STATIKA

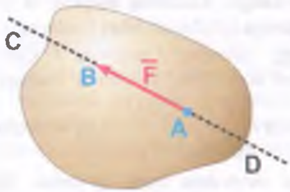
Statika – kuchlar ta'siri ostida turgan jismning muvozonat shartlarini yoki jism muvozonatda bo'lishi uchun qanday shartlar bajarilish kerakligini o'rganuvchi mexanikaning bir bo'limidir. Statikada kuchlar ta'siri ostida turgan jism absalyut qattiq jism deb olinadi, ya'ni kular ta'sirida jism hech qanday deformatsiya va shakl o'zgarishlarga uchramaydi, jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa o'zgarmas saqlanadi. Shuningdek statikada kuchlar sistemasini unga ekvivalent bo'lgan sistema bilan almashtirish yoki bitta teng ta'sir etuvchiga keltirish, kuchlardan proyeksiya va moment olish, bog'langan jismlarni tayanchlardan ozod etish va tayanchlaridagi reaksiya kuchlarini topish, mexanikaning oltin qoidasi va unga doir masalalar, jismlarning og'irlik markazlarini aniqlash va hokoza masalalar ko'riladi.

1.3.1. Mavzu: Boshlang'ich tushunchalar.

Kuchlar ta'sirida hech qanday deformatsiya va shakl o'zgarishlar bo'lmaydigan jism ***absalyut qattiq jism*** deyiladi. Statika masalalarini ishlaganda jismni absalyut qattiq jism deb qaraladi. Ya'ni kuchlar ta'siri ostida turgan jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa o'zgarmasdan qoladigan jism absalyut qattiq jismdir.

Statikaning asosiy tushunchasi ***kuch***dir. Ikki yoki undan ortiq jismlarning ta'sirini miqdoriy baholovchi kattalik ***kuch*** deyiladi. Kuchning jismga ta'siri ***kuchning miqdori***, ***kuchning ta'sir yo'nalishi*** va ***kuchning qo'yilish nuqtasi*** bilan baholanadi. Kuchning miqdori kuch birligi uchun qa'bul qilingan biror kattalik bilan aniqlanadi. Kuch jismning qaysi nuqtasiga qo'yilsa, shu nuqta ***kuchning qo'yilish nuqtasi*** deyiladi.

Kuch *vektor kattalik* bo'lib, yo'nalish va miqdorga ega. 1.3.1.1–rasmda kuch jismning A nuqtasiga qo'yilgan bo'lib, V nuqta tomonga yo'nalgan. $\overline{AB}$ vektorning uzunligi $\overline{F}$ kuchning miqdorini bildiradi. $|\overline{F}|=|\overline{AB}|$. Kuch vektori bo'yicha o'tkazilgan to'g'ri chiziq kuchning ta'sir chizig'i deyiladi. Rasmda CD chiziq kuchning ta'sir chizig'idir. Kuchlar lotin alifbosidagi bosh harflar bilan belgilanadi.



1.3.1.1-rasm

Jismga bir necha $\overline{F}_1,\overline{F}_2,\overline{F}_3,\overline{F}_4,.....,\overline{F}_n$ kuchlar ta'sir etsa, bu kuchlar to'plami ***kuchlar sistemasi*** deyiladi va $(\overline{F}_1,\overline{F}_2,\overline{F}_3,\overline{F}_4,.....,\overline{F}_n)$ tarzda belgilanadi.

Agar $(\overline{F}_1,\overline{F}_2,\overline{F}_3,\overline{F}_4,.....,\overline{F}_n)$ va $(\overline{Q}_1,\overline{Q}_2,\overline{Q}_3,\overline{Q}_4,.....,\overline{Q}_k)$ kuchlar sistemalarining har biri jismga bir xil ta'sir ko'rsatsa, bu kuchlar sistemalari ***o'zaro ekvivalent kuchlar sistemasi*** deyiladi va quyidagicha yoziladi.

$$(\overline{F}_1,\overline{F}_2,\overline{F}_3,\overline{F}_4,.....,\overline{F}_n)\in(\overline{Q}_1,\overline{Q}_2,\overline{Q}_3,\overline{Q}_4,.....,\overline{Q}_k)$$

Agar kuchlar sistemasi bitta kuchga ekvivaleni bo'lsa, bu kuch berilgan kuchlar sistemasining ***teng ta'sir etuvchisi (natijaviysi)*** deyiladi. Mas: $(\overline{F}_1,\overline{F}_2,\overline{F}_3,\overline{F}_4,.....,\overline{F}_n)\in\overline{R}$ bo'lsa, $\overline{R}$ - ***teng ta'sir etuvchi*** deyiladi, $(\overline{F}_1,\overline{F}_2,\overline{F}_3,\overline{F}_4,.....,\overline{F}_n)$ esa teng ta'sir etuvchining ***tashkil etuvchilari (komponentalari)*** deyiladi.

Agar kuchlar sistemasi ta'siri ostidagi jism tinch tursa yoki jismning barcha nuqtalari bir xil o'zgarmas tezlik bilan harakatlansa, bunday kuchlar sistemasi ***muvozonatlashgan kuchlar sistemasi*** yoki ***nolga ekvivalent kuchlar sistemasi*** deyiladi va quyidagicha yoziladi.

$$(\overline{F}_1,\overline{F}_2,\overline{F}_3,\overline{F}_4,.....,\overline{F}_n)\in 0$$

Muvozonatlashgan kuchlar sistemasini tashkil etuvchi ixtiyoriy bittasi qolgan kuchlarni muvozonatlovchi hisoblanadi.

Bir necha jismdan tashkil topgan jismlar sistemasiga ta'sir etuvchi kuchlarni ***ichki kuchlar*** va ***tashqi kuchlar***ga ajratiladi. Sistemani tashkil etuvchi jismlarning o'zaro ta'siri ***ichki kuchlar*** deyiladi. Agar jismga ta'sir etuvchi kuch sistema tarkibiga kirmaydigan boshqa jism tomonidan qo'yilgan bo'lsa, bu kuch ***tashqi kuch*** deyiladi.

Statikada asosan ikkita masala ko'riladi:

Jismga ta'sir qiluvchi kuchlar sistemasini sodda holga keltirish masalasi ***statikaning birinchi masalasi*** deyiladi.

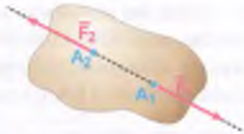
Kuchlar sistemasi ta'siri ostida turgan jismni muvozonat shartiga tekshirish ***statikaning ikkinchi masalasi*** deyiladi.

1.3.2. Mavzu: Statika aksiomalari

Statika bir necha aksiomalarga tayanib ish ko'radi.

1-Aksioma: (ikki kuch muvozonati haqidagi aksioma)

Jism ikki kuch ta'siri ta'sirida muvozonatda bo'lishi uchun bu kuchlar miqdor jihatidan teng, bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan bo'lishi kerak. (1.3.2.1-rasm)



1.3.2.1- rasm

2-Aksioma: (muvozonatlashgan kuchlarni qo'shish yoki ayirish haqidagi aksioma)

Jismga qo'yilgan kuchlar sistemasiga muvozonatlashgan kuchlar sistemasini qo'shish yoki ayirish bilan hosil qilingan kuchlar sistemasi berilgan kuchlar sistemasiga ekvivalent bo'ladi.

$\left(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \overline{F}_4, ..., \overline{F}_n\right)$ - berilgan kuchlar sistemasi,

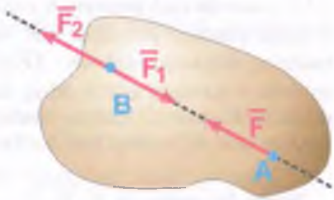
$\left(\overline{Q}_1, \overline{Q}_2, \overline{Q}_3, \overline{Q}_4, ..., \overline{Q}_k\right) \in 0$ – nolga ekvivalent kuchlar sistemasi bo'lsa,

$\left(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \overline{F}_4, ..., \overline{F}_n\right) \in \left(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \overline{F}_4, ..., \overline{F}_n, \overline{Q}_1, \overline{Q}_2, \overline{Q}_3, \overline{Q}_4, ..., \overline{Q}_k\right)$ bo'ladi.

1- va 2- aksiomalardan quyidagi natija kelib chiqadi:

1-natija: Kuchning miqdori va yo'nalishini o'zgartirmay uni ta'sir chiziq bo'ylab jismning ixtiyoriy nuqtasiga ko'chirish bilan kuchning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Isboti: Jismning A nuqtasiga $\overline{F}$ kuch ta'sir qilayotgan bo'lsin. Shu kuchni ta'sir chiziq bo'ylab B nuqtaga ko'chirish talab qilingan. B nuqtaga $\begin{cases} |\overline{F}_1| = |\overline{F}_2| = |\overline{F}| \\ \left(\overline{F}_1, \overline{F}_2\right) \in 0 \end{cases}$, ya'ni miqdorlari berilgan kuchga teng va nolga ekvivalent kuch qo'yamiz. Bu yerda $\left(\overline{F}_1, \overline{F}\right) \in 0$ ya'ni muvozonatlashgan sistemani tashkil qiladi. Shuning uchun bu kuchlar sistemasini olib tashlasak ham hech narsa o'zgarmaydi. Natijada B nuqtada $\overline{F}_2$ kuch qoladi.



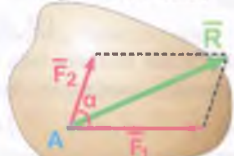
1.3.2.2-rasm

$\overline{F} \in \left(\overline{F}, \overline{F}_1, \overline{F}_2\right) \in \left(\left(\overline{F}, \overline{F}\right), \overline{F}_2\right) \in \overline{F}_2$. 1-natija isbotlandi.

3-Aksioma: (kuchlar parallelogrammi haqidagi aksioma)

Bir nuqtaga qo'yilgan va bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi, miqdor va yo'nalish jihatidan shu kuchlarga qurilgan parallelogrammning kuchlar qo'yilgan nuqtadan o'tuvchi diagonaliga miqdor va yo'nalish jihatidan teng

$$\boxed{\begin{array}{l} \overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 \\ |\overline{R}| = \sqrt{|\overline{F}_1|^2 + |\overline{F}_2|^2 + 2 \cdot |\overline{F}_1| \cdot |\overline{F}_2| \cdot \cos\gamma} \end{array}}$$



1.3.2.3-rasm

4-Aksioma: (ta'sir va aks ta'sir haqidagi aksioma)

Har qanday ta'sirga unga teng va bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan aks ta'sir mos keladi.

Shuni eslatib o'tish kerakki, ta'sir va aks ta'sir muvozonatlashgan kuchlar sistemasini tashkil qilmaydi. Chunki, bu kuchlar boshqa-boshqa jismlarga qo'yilgan.

Yuqoridagi aksiomalarda quyidagi natijalar kelib chiqadi.

2-natija:

Muvozonatdagi jismning ixtiyoriy ikki nuqtasi bir-biriga teng va qarama-qarshi yo'nalgan ikki kuch bilan ta'sir qilib, bu kuchlar muvozonatlashgan kuchlar sistemasini tashkil qiladi.

<u>Isboti:</u> Haqiqatan ham 4-aksiomaga asosan jismning ichtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi ta'sir kuchlar miqdor jihatidan teng bo'lib, qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi. 1-aksiomaga ko'ra esa miqdor jihatdan teng bir to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan kuchlar muvozonatlashgan kuchlar sistemasini tashkil qiladi.

3-natija:

Jismning muvozonati faqat tashqi kuchlar bilangina belgilanadi.

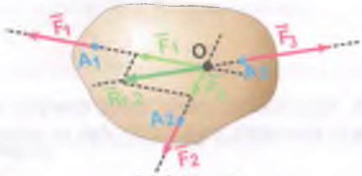
<u>Isboti:</u> 2-natijaga asosan jismni tashkil qilgan nuqtalarning o'zaro ta'sir kuchlari muvozonatlashgan kuchlar sistemasini tashkil qiladi. 2-aksiomaga asosan esa bu ichki kuchlarni tushirib qoldirsak, faqat tashqi kuchlar qoladi.

4-natija: (uch kuch muvozonati haqidagi teorema)

Bir tekislikda yotuvchi parallel bo'lmagan uchta kuch muvozonatlashsa, ularning ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadi.

<u>Isboti:</u> Jismning A_1, A_2, A_3 nuqtalariga $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3$ kuchlar ta'sir qilayotgan bo'lsin. Jism muvozonatda bo'lgani uchun $(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3) \in 0$ bo'ladi.

Avval $(\overline{F}_1, \overline{F}_2) \in \overline{R}_{12}$ kuchni aniqlaymiz. Buning uchun bu kuchlarni 1-natijaga asosan ularning ta'sir chiziqlari kesishadigan O nuqtaga ko'chiramiz. 3-aksiomaga ko'ra $\overline{R}_{12}$ ni aniqlaymiz. $(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3) \in (\overline{R}_{12}, \overline{F}_3) \in 0$. Demak, jism $\overline{R}_{12}$ va $\overline{F}_3$ kuchlarning ta'sirida muvozonatda turibdi. 1-aksiomaga ko'ra bu kuchlarning miqdori teng va bir to'g'ri chiziq



1.3.2.4-rasm

bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan. Demak $\overline{F}_3$ kuchning ta'sir chizig'i ham O nuqtadan o'tadi. Teorema isbotlandi.

1.3.3. Mavzu: Bog'lanishlar va ularning turlari

Jismning fazodagi harakati biror yo'nalish bo'yicha cheklangan bo'lsa, u bog'lanishdagi jism yoki erkin bo'lmagan jism deyiladi. Harakatni cheklovchi sabab esa bog'lanish deyiladi. Bog'lanishning jismga ko'rsatadigan mexanik ta'sirini baholovchi kuchga bog'lanish reaksiya kuchi deyiladi. Bog'lanish jismning harakatiga qaysi yo'nalishda to'sqinlik qilsa, bog'lanish reaksiya kuchi shu yo'nalishga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

Bog'lanishdagi jismni erkin jism holatiga keltirish uchun bog'lanishdan bo'shatish hafidagi aksiomadan foydalaniladi.

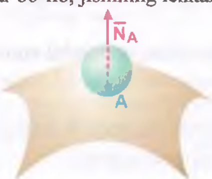
5-Aksioma: (bog'lanishdan bo'shatish haqidagi aksioma)

Bog'lanishdagi jismni erkin jism holatiga keltirish uchun unga ta'sir qiluvchi kuchlar qatoriga bog'lanish reaksiya kuchini qo'shib qo'yish kifoya.

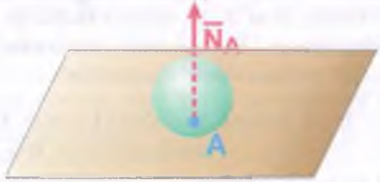
Tabiatda ko'p uchraydigan bog'lanishning turlari va bu bog'lanishlardagi reaksiya kuchlarining yo'nalishlari bilan tanishamiz.

1. Jism silliq sirtga bir nuqtada tayanib turgan bo'lsin. Bunda silliq sirt sirtga o'tkazilgan normal bo'yicha jismning harakatini cheklagani sababli bog'lanishdagi reaksiya kuchi normal bo'yicha jismning ichkari tomoniga yo'nalgan bo'ladi va normal reaksiya kuchi deyiladi, N_A bilan belgilanadi (1.3.3.1-rasm).

Agar jism silliq tekislikda bir nuqtada tayanib turgan bo'lsa, normal reaksiya kuchi tekislikka perpendikulyar bo'lib, jismning ichkari tomoniga yo'nalgan bo'ladi (1.3.3.2-rasm).



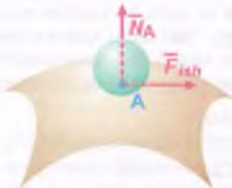
1.3.3.1-rasm



1.3.3.2-rasm

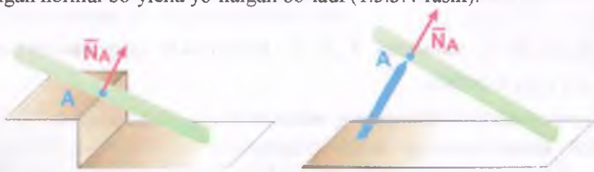
2. Jism g‘adir-budur sirtga bir nuqtada tayangan bo‘lsin. Bunda reaksiya kuchini ikkita tashkil etuvchiga ajratamiz. Sirtga perpendikulyar ravishda normal reaksiya kuchi N_A dan tashqari sirtga urinma bo‘yicha yo‘nalgan urinma reaksiya kuchi F_{ishq} tashkil etuvchilarga ajratamiz. Bunda N_A va F_{ishq} orasidagi bog‘lanish quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{F_{ishq} = \mu \cdot N_A}$$



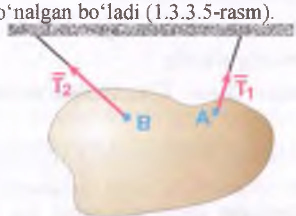
1.3.3.3-rasm

3. Agar jism ikki yoqli burchakning qirrasiga yoki o‘tkir uchli sterjenga ishqalanishsiz tayansa, reaksiya kuchi sirtga o‘tkazilgan normal bo‘yicha yo‘nalgan bo‘ladi (1.3.3.4-rasm).



1.3.3.4-rasm

4. Agar jism ip, zanjir, kabel, tros kabi elastik vositalar orqali bog‘langan bo‘lsa, bog‘lanish reaksiya kuchi shu elastik vositalar bo‘ylab yo‘nalgan bo‘ladi (1.3.3.5-rasm).



1.3.3.5-rasm

5. Agar jism unga biriktirilgan boshqa jismga nisbatan biror o‘q yoki nuqta atrofida harakatlanishi mumkin bo‘lsa, bunday bog‘lanish sharnirli bog‘lanish deyiladi.

1.3.3.6-rasm

Sharnir o‘qi harakatlanishi mumkin bo‘lsa, qo‘zg‘aluvchan sharnirli bog‘lanish deyiladi. Qo‘zg‘aluvchan sharnirli bog‘lanishda reaksiya kuchi tayanch tekisligiga perpendikulyar yo‘nalgan bo‘ladi.

Sharnir o‘qi biriktirilgan jism qo‘zg‘almas bo‘lsa, bunday bog‘lanish qo‘zg‘almas sharnirli bog‘lanish deyiladi.

Sharnirli bog‘lanish silindrik yoki sferik bo‘lishi mumkin.

Slindrik sharnirli bog‘lanishning reaksiya kuchi slindr o‘qiga perpendikulyar ikkita tashkil etuvchilarga, ya’ni X_A, Y_A reaksiya kuchlariga ajratiladi.

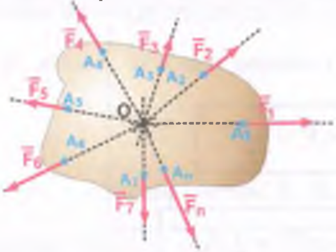
Sferik sharnirli bog‘lanishning reaksiya kuchi uchta o‘zaro perpendikulyar tashkil etuvchilarga, ya’ni X_A, Y_A, Z_A reaksiya kuchlariga ajratiladi.

1.3.4. Mavzu: Kesishuvi kuchlar. Kesishuvchi kuchlarni geometrik hamda analitik usulda qo‘shish. Kesishuvchi kularning muvozonati.

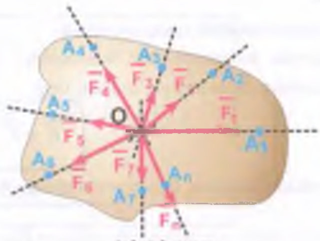
Kesishuvchi kuchlar:

Ta'sir chiziqlari bir nuqtada kesishadigan kuchlaradn iborat sistema ***kesishuvchi kuchlar sistemasi*** yoki bir ***nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasi*** deyiladi.

Agar jismning $A_1, A_2, A_3,,,, A_n$ nuqtalariga $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \ldots \overline{F}_n$ kuchlar ta'sir qilayotgan bo'lib, ularning ta'sir chiziqlari bitta O nuqtada kesishsa, bu kuchlar kesishuvchi kuchlar sistemasini tashkil qiladi.



1.3.4.1-rasm



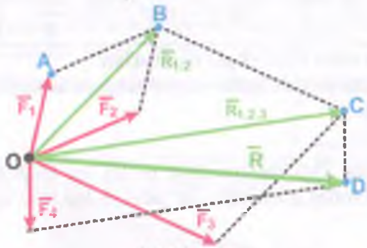
1.3.4.2-rasm

1-natijaga asosan kuchlarni ta'sir chizig'i bo'ylab ixtiyoriy nuqtaga ko'chirish mumkinligi tufayli jismga ta'sir qilayotgan barcha barcha kuchlarni ularning ta'sir chiziqlari kesishadigan O nuqtaga ko'chirisho' mumkin.

Kuchlarni geometrik usulda qo'shish:

Bir nuqtaga qo'yilgan $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \ldots \overline{F}_n$ kuchlar sitemasi uchun statikaning birinchi masalasini geometriu usulda hal qilamiz. Soddalik uchun n=4 bo'lsin. Bu kuchlarni parallelogram qoidasi bo'yicha quyidagicha qo'shamiz. $\overline{R}_{1,2}$ kuch $\overline{F}_1$ va $\overline{F}_2$ kuchlarga qurilgan parallelogrammning O nuqtadan o'tuvchi dioganaliga miqdor va yo'nalish jihatidan teng.

YA'ni $\overline{OB} = \overline{R}_{1,2} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$; $\left(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \overline{F}_4\right) \in \left(\overline{R}_{1,2}, \overline{F}_3, \overline{F}_4\right)$ bo'ladi.



1.3.4.3-rasm

1.3.4.4-rasm

Xuddi shunday $\overline{R}_{1,2,3}$ kuch ham $\overline{R}_{1,2}$ va $\overline{F}_3$ kuchlarga qurilgan parallelogrammning O nuqtadan chiquvchi diagonaliga miqdor va yo'nalish jihatidan teng.

Ya'ni $\overline{OC} = \overline{R}_{1,2,3} = \overline{R}_{1,2} + \overline{F}_3 = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3$; $\left(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \overline{F}_4\right) \in \left(\overline{R}_{1,2,3}, \overline{F}_4\right)$ bo'ladi.

Xuddi shunday $\overline{R}$ kuch ham $\overline{R}_{1,2,3}$ va $\overline{F}_4$ kuchlarga qurilgan parallelogrammning O nuqtadan chiquvchi dioganaliga miqdor jihatidan teng bo'ladi (1.3.4.3-rasm).

$$\boxed{\overline{OD} = \overline{R} = \overline{R}_{1,2,3} + \overline{F}_4 = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \overline{F}_4\,, \quad \left(\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \overline{F}_4\right) \in \overline{R}_{1,2,3,4}}$$

Bundan keyin kuchlarni navbatma-navbat diagonallarini topib o'tirmasdan, quyidagicha yo'l tutsak ham bo'ladi:

$\overline{F}_2 = \overline{AB}$ bo'lganligi uchun $\overline{F}_2$ ni $\overline{F}_1$ ning oxiriga o'ziga parallel ko'chiramiz. $\overline{F}_3 = \overline{BC}$ bo'lganligi uchun $\overline{F}_3$ ni $\overline{F}_2$ ning oxiriga o'ziga parallel ko'chiramiz. $\overline{F}_4 = \overline{CD}$ bo'lganligi uchun $\overline{F}_4$ ni $\overline{F}_3$ ning oxiriga o'ziga parallel ko'chiramiz. Bir so'z bilan aytganda barcha kuchlarni o'ziga parallel ko'chirib, birining iziga boshqasini qo'yib chiqamiz (-rasm). 1-kuchning boshidan 4-kuchning oxiriga yo'nalgan vektor barcha kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\overline{R}$ bo'ladi.

$$\boxed{\overline{R} = \overline{OD} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \overline{F}_4 \;;}$$

Kuchlarni bunday usulda qo'shib chiqish ***kuchlar sistemasini qo'shishning geometrik usuli*** deyiladi.

Kuchlar sistemasini geometrik usulda qo‘shish $\overline{R}$ ning yo‘nalish va miqdorini hech qanday hisob-kitobsiz masshtab asosida chiqarish mumkin.

Kesishuvchi kuchlar sistemasining teng ta’sir etuvchisi tashkil etuvchi kuchlarning geometrik yig‘indisiga teng bo‘lib, kuchlarning kesishish nuqtasiga qo‘yilgan bo‘ladi. –rasmdagi OABCD ko‘pburchagi ***kuchlar ko‘pburchagi*** deyiladi.

Kuchlarni analitik usulda qo‘shish:

Yuqorida ko‘rganimizdek kesishuvchi $\overline{F}_1, \overline{F}_2, \overline{F}_3, \ldots \overline{F}_n$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi $\overline{R}$ tashkil etuvchilarning geometrik yig‘indisiga teng.

$$\boxed{\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 + \ldots + \overline{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i}$$

Bu vektorli tenglikni koordinata o‘qlariga proyeksiyalab, $\overline{R}_X, \overline{R}_Y, \overline{R}_Z$ larni hosil qilamiz.

$$\begin{cases} \overline{R}_X = \overline{F}_{1X} + \overline{F}_{2X} + \overline{F}_{3X} + \ldots + \overline{F}_{nX} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_{iX} \\ \overline{R}_Y = \overline{F}_{1Y} + \overline{F}_{2Y} + \overline{F}_{3Y} + \ldots + \overline{F}_{nY} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_{iY} \\ \overline{R}_Z = \overline{F}_{1Z} + \overline{F}_{2Z} + \overline{F}_{3Z} + \ldots + \overline{F}_{nZ} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_{iZ} \end{cases}$$

Teng ta’sir etuvchining moduli quyidagicha:

$$\boxed{\overline{R} = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2}}$$

Teng ta’sir etuvchining yo‘nalishi ***yo‘naltiruvchi kosinuslar*** orqali aniqlanadi

$$\cos\alpha = \cos\left(R_X \wedge \overline{R}\right) = \frac{R_X}{R}, \quad \cos\beta = \cos\left(R_Y \wedge \overline{R}\right) = \frac{R_Y}{R}, \quad \cos\gamma = \cos\left(R_Z \wedge \overline{R}\right) = \frac{R_Z}{R}$$

Bu yerda: α, β, γ – $\overline{R}$ ning mos holda *Ox, Oy, Oz* o‘qlar bilan hosil qilgan burchaklari.

Teng ta’sir etuvchining miqdor va yo‘nalishini o‘qlarda proyeksiyalar va yo‘naltiruvchi kosinuslar orqali aniqlash ***kuchlarni analitik usulda qo‘shish*** deyiladi.

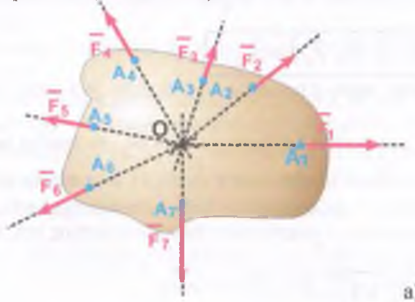
Kesishuvchi kuchlarning muvozonati:

Agar bir nuqtaga qo‘yilgan kuchlar sistemasi ta’siridagi jism muvozonatda bo‘lsa, bu kuchlarning geometrik yig‘indisi nolga teng bo‘ladi va aksincha kuchlarning geometrik yig‘indisi nolga teng bo‘lsa, jism muvozonatda bo‘ladi.

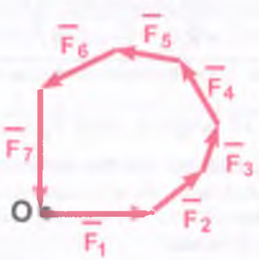
Ya’ni $\boxed{\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i = 0}$ bo‘lsa, jism muvozonatda bo‘ladi.

Bir nuqtaga qo‘yilgan kuchlar sistemasi muvozonatda bo‘lishi uchun tashkil etuvchi kuchlarning geometrik yig‘indisi nolga teng bo‘lishi zarur va etarlidi.

Agar jism kuchlar sistemasi ta’sirida muvozonatda bo‘lsa, bu kuchlarga qurilgan kuchlar ko‘pburchagi yopiq bo‘ladi (1.3.4.5-rasm).



a)



b)

1.3.4.5 -rasm

Bir nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasi muvozonatda bo'lishi uchun tashkil etuvchi kuchlarga qurilgan kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lishi zarur va etarlidir. Bu bir nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasi muvozonatining ***geometrik usul***da ifodalanishidir.

Agar bir nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasining teng ta'sir etuvchisi nolga etng bo'lsa, teng ta'sir etuvchining o'qlardagi proyeksiyalari ham nolga teng bo'ladi.

$$Agar\ \ \overline{R}=0\ \ bo'lsa,\quad \left|\begin{array}{l} \overline{R}_X=\sum\limits_{i=1}^{n}\overline{F}_{iX}=0 \\ \overline{R}_Y=\sum\limits_{i=1}^{n}\overline{F}_{iY}=0 \\ \overline{R}_Z=\sum\limits_{i=1}^{n}\overline{F}_{iZ}=0 \end{array}\right. \quad bo'ladi.$$

Yuqoridagi formula bir nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasi muvozonati zaruriy va etarli shartining ***analitik usul***da berilishidir.

Demak bir nuqtaga qo'yilgan kuchlar sistemasi muvozonatda bo'lishi uchun tashkil etuvchi kuchlarning o'zaro perpendikulyar uchta o'qdagi proyeksiyalarining algebraik yig'indisi alohida-alohida nolga teng bo'lishi zaruriy va etarlidir.

1.3.5. Mavzu: Kuchning nuqtaga nisbatan momenti va uning vektorligi. Kuchning o'qqa nisbatan momenti

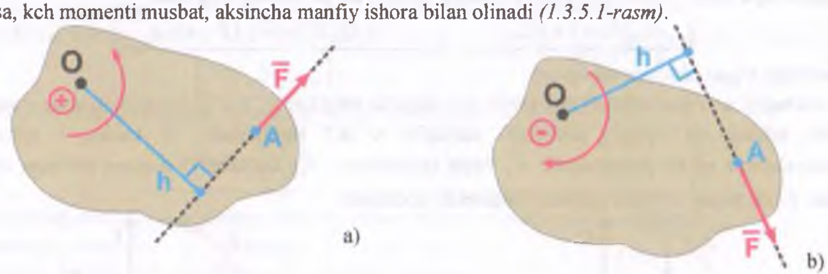
Kuchning nuqtaga nisbatan momenti:

Kuch ta'sirida jism biror nuqta yoki o'q atrofida aylanishga intilsa, kuchning jismga bunday ta'siri nuqtaga nisbatan ***kuch momenti*** tushunchasi bilan baholanadi. Kuch jismni qaysi nuqta atrofida aylantirishga intilsa, o'sha nuqta ***moment markazi*** deyiladi. Kuchning ta'sir chizig'iga moment markazidan tushirilgan perpendikulyar kesma kuch elkasi deyiladi va odatda h harfi bilan belgilanadi.

Kuchning nuqta (moment markazi) gi nisbatan momenti deb mos ishora bilan olingan kuch miqdorining kuch elkasiga ko'paytmasiga teng kattalikka aytiladi va $M_O(\bar{F}_i)$ bilan belgilanadi.

$$\boxed{M_O(\bar{F}_i)=\pm F\cdot h}\ \ [\text{N}\cdot\text{m}]$$

Agar kuch jismni moment markazi atrofida soat mili yo'nalishiga teskari yo'nalishda aylantirishga intilsa, kch momenti musbat, aksincha manfiy ishora bilan olinadi *(1.3.5.1-rasm)*.



1.3.5.1-rasm

Kuch momentining o'lchov birligi SI sistemasida [$N\cdot m$] bilan o'lchanadi.

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti quyidagi xossalarga ega:

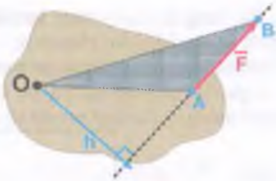
1.kuchning miqdor va yo'nalishini o'zgartirmay o'z ta'sir chizig'i bo'ylab istalgan nuqtaga ko'chirilsa, kuchning momenti o'zgarmaydi (chunki kuch elkasi o'zgarmayapti).

2.Agar kuchning ta'sir chizig'i moment markazidan o'tsa, uning shu nuqtaga nisbatan momenti nolga teng (chunki kuch elkasi nolga teng bo'lyapti).

3. $\bar{F}$ kuchning boshi va oxirini moment markazi O bilan tutashtirilib ΔOAB ni hosil qilamiz. Bu uchburchakning yuzi $S_{AOB}=\frac{1}{2}Fh=\frac{1}{2}M_O(\bar{F})$ bo'ladi.

Demak kuchning nuqtaga nisbatan momenti moduli kuchning boshini va uchini moment markazi bilan tutashtirishdan hosil bo‘lgan uchburchak yuzining ikkilanganligiga teng. Bu natija kuchning nuqtaga nisbatan momentining geometrik ma’nosini beradi.

$$\boxed{M_O(\vec{F}) = 2 \cdot S_{AOB}}$$

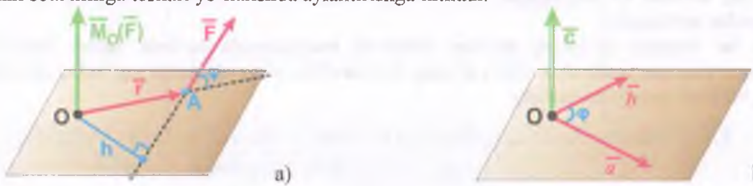


1.3.5.2-rasm

Kuch momentining vektorligi:

Agar jismga fazoviy kuchlar ta’sir etsa, u holda jismning mazkur kuchlar ta’sirida aylanish yo‘nalishini aniqlash uchun odatda kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektor tarzida qaraladi.

Kuchning nuqtaga nisbatan moment vektori moment markaziga qo‘yilgan bo‘lib, moment markazi va kuchning ta’sir chizig‘i yotgan tekislikka perpendikulyar yo‘naladi hamda vektorning uchidan qaraganda kuch jismni soat miliga teskari yo‘nalishda aylantirishga intiladi.



a) b)

1.3.5.3-rasm

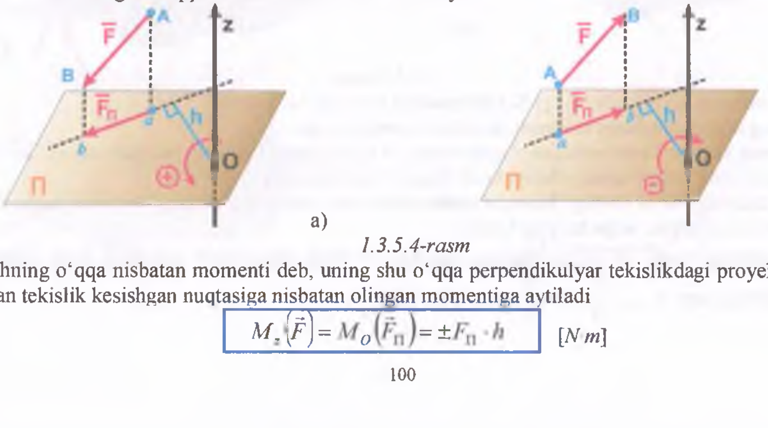
$\vec{F}$ kuchning O nuqtaga nisbatan momenti $M_O(\vec{F}) = F \cdot h = F \cdot r \cdot \sin\varphi$ bo‘ladi. Biz matematikadan ma’lum $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning vektorli ko‘paytmasidan foydalandik. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning vektorli ko‘paytmasi $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ vektor kattalik bo‘lib, $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar yotgan tekislikka perpendikulyar yo‘naladi va bu vektorning uchidan qaraganda $\vec{a}$ vektorni $\vec{b}$ vektorning ustiga tushirish uchun soat miliga teskari yo‘nalishda eng qisqa burchakka burish kerak. Vektor ko‘paytmaning miqdori esa $|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\varphi$ ga teng bo‘ladi.

Demak, kuchning nuqtaga nisbatan momenti vektor kattalik bo‘lib, moment markaziga nisbatan kuch qo‘yilgan nuqta radius vektorining kuch vektoriga vektorli ko‘paytmasigateng ekan.

$$\boxed{\vec{M}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}; \qquad |\vec{M}_O(\vec{F})| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin\varphi}$$

Kuchning o‘qqa nisbatan momenti:

$\vec{F}$ kuchning z o‘qqa nisbatan momentini quyidagicha aniqlaymiz: z o‘qqa perpendikulyar P tekislik o‘tkazib, tekislik va o‘qning kesishgan nuqtasini O deb belgilaymiz. $\vec{F}$ kuchni P tekislikka proyeksiyalaymiz va bu proyeksiyani $\vec{F}_П$ bilan belgilaymiz. $\vec{F}_П$ kuchdan O nuqtaga nisbatan olngan moment $\vec{F}$ kuchning z o‘qqa nisbatan momentini ifodalaydi.



a) b)

1.3.5.4-rasm

Kuchning o‘qqa nisbatan momenti deb, uning shu o‘qqa perpendikulyar tekislikdagi proyeksiyasining o‘q bilan tekislik kesishgan nuqtasiga nisbatan olingan momentiga aytiladi

$$\boxed{M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}_П) = \pm F_П \cdot h} \quad [N\,m]$$

Kuchning o‘qqa nisbatan momenti skalyar miqdor. Agar o‘qning musbat uchidan qaraganda, kuchning tekislikdagi proyeksiyasi jismni soat miliga teskari yo‘nalishda aylantirishga intilsa, moment musbat ishora bilan, aksincha manfiy ishora bilan olinadi.

Kuchning o‘qqa nisbatan momenti bilan shu o‘qdagi nuqtaga nisbatan momenti orasidagi bog‘lanish:

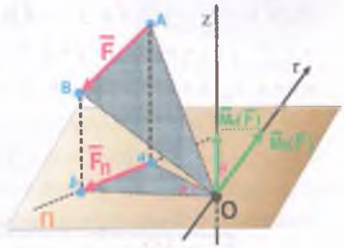
Berilgan $\vec{F}$ kuchning biror Oz o‘qqa va shu o‘qda yotuvchi O nuqtaga nisbatan momentini aniqlaymiz.

$$M_z(\vec{F}) = 2S_{Oab}$$

$$M_O(\vec{F}) = 2S_{OAB}$$

Oab va OAB uchburchaklar orasidagi burchak bu uchburchaklar tekisliklariga o‘tkazilgan perpendikulyar chiziqlar Oz va $O\tau$ orasidagi burchakka teng.

$$(Oab \wedge OAB) = (Oz \wedge O\tau)$$



1.3.5.5-rasm

ΔOAB ning Π tekislikdagi proyeksiyasi ΔOab bo‘lgani uchun bu uchburchak yuzalari kosinus orqali bog‘langan, ya’ni $S_{Oab} = S_{OAB} \cdot \cos\alpha$ ko‘rinishda bo‘ladi.

Berilgan kuchning o‘qqa nisbatan momenti

$$M_z(\vec{F}) = 2\ S_{Oab} = 2\ S_{OAB} \cdot \cos\gamma = M_O(\vec{F}) \cdot \cos\alpha$$

bo‘ladi. Demak, kuchning biror o‘qqa nisbatan momenti uning shu o‘qda olingan ixtiyoriy nuqtasiga nisbatan vektorining mazkur o‘qdagi proyeksiyasiga teng bo‘lar ekan.

$$\boxed{M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}) \cdot \cos\gamma = [M_O(\vec{F})]_z}$$

O nuqtadan Ox, Oy, Oz o‘qlarini o‘tkazib, bu o‘qlarga nisbatan $\vec{F}$ kuchning momentlarini hisoblasak, ular quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\begin{cases} M_x(\vec{F}) = M_O(\vec{F}) \cdot \cos\alpha \\ M_y(\vec{F}) = M_O(\vec{F}) \cdot \cos\beta \\ M_z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}) \cdot \cos\gamma \end{cases}}$$

Bu yerda: α, β, γ burchaklar mos holda $M_O(\vec{F})$ vektorning koordinata o‘qlari bilan tashkil qilgan burchaklarini ifodalaydi.

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti o‘qlarga nisbatan momentlari bilan quyidagicha bog‘langan:

$$\boxed{M_O(\vec{F}) = \sqrt{[M_x(\vec{F})]^2 + [M_y(\vec{F})]^2 + [M_z(\vec{F})]^2}}$$

Kuchning nuqtaga nisbatan momentini yo‘naltiruvchi kosinuslari quyidagicha:

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{M_x(\vec{F})}{M_O(\vec{F})}, \qquad \cos\beta = \frac{M_y(\vec{F})}{M_O(\vec{F})}, \qquad \cos\gamma = \frac{M_z(\vec{F})}{M_O(\vec{F})}}$$

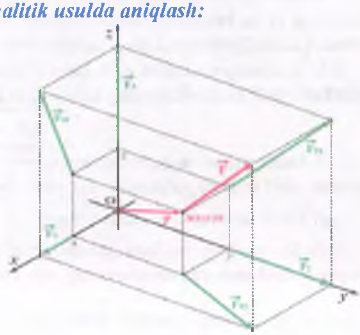
Kuchning koordinata o‘qlariga nisbatan momentlarini analitik usulda aniqlash:

Jismning ixtiyoriy A nuqtasiga $\vec{F}$ kuch ta’sir qilayotgan bo‘lsin. Bu kuchning O nuqtaga nisbatan momenti $\vec{M}_O(\vec{F})$ ni topish talab qilingan.

$\vec{F}$ kuch vektori va A nuqtaning radius-vektori $\vec{r}$ ni quyidagicha yozamiz:

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} + F_z \cdot \vec{k} \\ \vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k} \end{cases}$$

Radius-vektor va kuch vektorining vektorli ko‘paytmasi kuchning nuqtaga nisbatan momenti deyiladi.



1.3.5.6-rasm

$$\vec{M}_O(\vec{F})=\vec{r}\times\vec{F}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ x & y & z\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}$$

Isboti:

$$\vec{M}_O(\vec{F})=\vec{r}\times\vec{F}=(x\cdot\vec{i}+y\cdot\vec{j}+z\cdot\vec{k})\times(F_x\cdot\vec{i}+F_y\cdot\vec{j}+F_z\cdot\vec{k})=x\cdot F_x\cdot\vec{i}\times\vec{i}+x\cdot F_y\cdot\vec{i}\times\vec{j}+x\cdot F_z\cdot\vec{i}\times\vec{k}+$$
$$+y\cdot F_x\cdot\vec{j}\times\vec{i}+y\cdot F_y\cdot\vec{j}\times\vec{j}+y\cdot F_z\cdot\vec{j}\times\vec{k}+z\cdot F_x\cdot\vec{k}\times\vec{i}+z\cdot F_y\cdot\vec{k}\times\vec{j}+z\cdot F_z\cdot\vec{k}\times\vec{k}=$$
$$=0+x\cdot F_y\cdot\vec{k}-x\cdot F_z\cdot\vec{j}-y\cdot F_x\cdot\vec{k}+0+y\cdot F_z\cdot\vec{i}+z\cdot F_x\cdot\vec{j}-z\cdot F_y\cdot\vec{i}+0=$$
$$=(y\cdot F_z-z\cdot F_y)\cdot\vec{i}+(z\cdot F_x-x\cdot F_z)\cdot\vec{j}+(x\cdot F_y-y\cdot F_x)\cdot\vec{k}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ x & y & z\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}$$

Kuchning koordinata o‘qlariga nisbatan momentlari quyidagicha bo‘ladi:

$$M_x(\vec{F})=y\cdot F_z-z\cdot F_y\,,\quad M_y(\vec{F})=z\cdot F_x-x\cdot F_z\,,\quad M_z(\vec{F})=x\cdot F_y-y\cdot F_x$$

Kuch momenti vektorini o‘qlardagi proyeksiyalari orqali quyidagicha yozish mumkin:

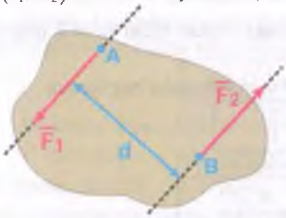
$$\vec{M}_O(\vec{F})=M_x\cdot\vec{i}+M_y\cdot\vec{j}+M_z\cdot\vec{k}$$

Kuchning o‘qlarga nisbatan momentlarini kuch qo‘yilgan nuqtaning koordinatalari va kuchning proyeksiyalari orqali aniqlash ***analitik usulda aniqlash*** deyiladi.

1.3.6. Mavzu: Juft kuch va uning momenti. Juft kuch momentiga oid teorema. Juft kuch momentining vektorligi.

Juft kuch va uning momenti:

Miqdor jihatidan teng, qarama-qarshi yo‘nalgan, bir to‘g‘ri chiziqda yotmaydigan ikkita parallel kuchlar sistemasi ***juft kuch*** deyiladi. Juft kuchni tashkil etuvchi kuchlarning orasidagi eng yaqin masofa ***juft kuch elkasi*** deyiladi va d bilan belgilanadi. Juft kuch yotgan tekislik ***juft tekisligi*** deyiladi. Juft kuch $(\vec{F}_1,\ \vec{F}_2)$ ko‘rinishda yoziladi *(1.3.6.1-rasm)*.



1.3.6.1-rasm

1.3.6.2-rasm

1-aksiomaga ko‘ra yolg‘iz juft kuch ta’siridagi jism muvozonatda bo‘la olmaydi, shuningdek juft kuch bitta teng ta’sir etuvchiga keltirilmaydi. Juft ta’siridagi jism biror nuqta yoki o‘q atrofida aylanma harakat qiladi. Lekin ilgarilanma harakat qila olmaydi.

Juft kuchning momenti deb, mos ishora bilan olingan juft kuchni tashkil etuvchi kuchlardan birining miqdorini juft kuch elkasining uzunligiga ko‘paytmasiga teng bo‘lgan kattalikka aytiladi.

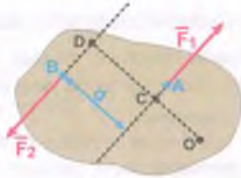
$$M=\pm F_1\cdot d=\pm F_2\cdot d \qquad [N\cdot m]$$

Juft kuch jismni soat milining aylanishiga teskari yo‘nalishda aylantirishga intilsa, uning momenti musbat, soat milining aylanishi bo‘yicha aylantirishga intilsa, manfiy ishora bilan olinadi *(1.3.6.2-rasm)*.

Juft kuch momentiga oid teorema:

Juft kuch momenti uni tashkil etuvchi kuchlarning shu juft kuch yotgan tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarining algebraik yig‘indisiga teng.

Isboti: $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right)$ juft kuch berilgan. Mazkur juft kuch tekisligida ixtiyoriy O nuqtani olib, bu nuqtadan $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning ta'sir chiziqlariga OC va OD tik kesmalar tushiramiz. $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning O nuqtaga nisbatan momentlari yig'indisini aniqlaymiz.



1.3.6.3-rasm

$$M_0\left(\vec{F}_1\right)+M_0\left(\vec{F}_2\right)=-OC\cdot F_1+OD\cdot F_2=-OC\cdot F_1+(OC+CD)\cdot F_2=$$
$$=-OC\cdot F_1+OC\cdot F_1+CD\cdot F_2=d\cdot F_2=M$$

Demak, $M=M_0\left(\vec{F}_1\right)+M_0\left(\vec{F}_2\right)$ ekan.

Agar biz O nuqtani A yoki B nuqtaning biridan tanlasak, moment quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{M=M_A\left(\vec{F}_2\right)=M_B\left(\vec{F}_1\right)}$$

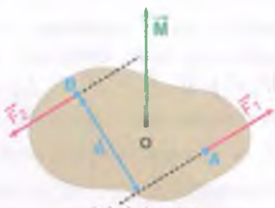
Demak, juft kuchning momenti uni tashkil etuvchi kuchlardan birining ikkinchisi qo'yilgan nuqtaga nisbatan momentiga teng bo'ladi.

Juft kuch momentining vektorligi:

Juft kuchning jismga ta'siri quyidagi uchta faktor bilan ifodalanadi:

1) juft kuch momentining moduli;
2) juft kuch ta'sir tekisligi;
3) ta'sir tekislikdagi aylanish yo'nalishi;

Fazoda ixtiyoriy vaziyatda joylashgan juft kuchlarning jismga ta'sirini aniqlash uchun mazkur uchta faktorning har birini bilish shart. Buning uchun esa juft kuch momenti vektor tarzida qaraladi.



1.3.6.4-rasm

Juft kuch momenti Shunday vektorki, uning moduli juftni tashkil etuvchilardan birining juft kuch elkasi uzunligiga ko'paytmasiga teng hamda juft kuch tekisligiga perpendikulyar yo'nalgan bo'lib, uning uchidan qaraganda juft kuch jismni soat milining aylanishiga teskari yo'nalishda aylantiradi (1.3.6.4-rasm).

Juft kuch moment vektori $\vec{M}$ ma'lum bo'lsa, juft kuchning jismga ta'srini aniqlay olamiz. $\vec{M}$ vektorga perpendikulyar tekislik o'tkazsak ta'sir tekisligi aniq bo'ladi. $\vec{M}$ vektorning uchidani qarasak, juft kuchning aylanish tekisligi aniq bo'ladi.

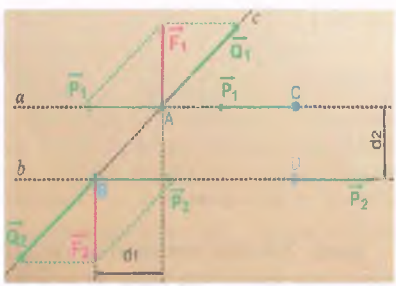
1.3.7. Mavzu: Juft kuchga oid teoremalar.

Bir juft kuchning jismga ta'sirini boshqa bir juft kuch bera olsa, bunday juft kuchlar ***ekvivalent juft kuchlar*** deyiladi.

1-teorema:

Agar juft kuchni shu juft kuch tekisligida yotgan va momenti berilgan juft kuch momentiga teng bo'lgan boshqa juft kuch bilan almashtirilsa, juft kuchning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Isboti: $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right)$ juft kuch berilgan. Bu kuchlarning qo'yilish nuqtalarini mos holda A va B deb belgilaymiz. Bu nuqtalardan ixtiyoriy ikkita o'zaro parallel $a \,//\, b$ to'g'ri chiziqlarini o'tkazamiz. A va B nuqtalar orqali o'tuvchi to'g'ri chiziqni esa c deb belgilaymiz. $\vec{F}_1$ kuchni a va c to'g'ri chiziqlar bo'yicha, $\vec{F}_2$ kuchni esa b va c to'g'ri chiziqlar bo'yicha tashkil etuvchilarga ajratamiz. $\vec{F}_1 \in \left(\vec{P}_1, \vec{Q}_1\right)$ va $\vec{F}_2 \in \left(\vec{P}_2, \vec{Q}_2\right)$ bo'ladi. Ya'ni $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) \in \left(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{Q}_1, \vec{Q}_2\right)$ bo'ladi. Teoremani Varinon teoremasidan foydalanib isbotlaymiz.



1.3.7.1-rasm

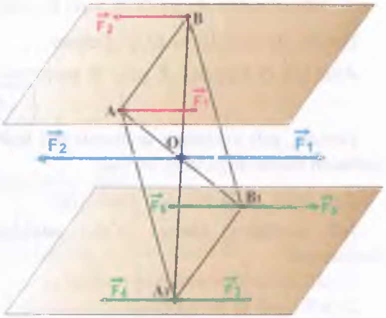
$M\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right)=M_B\left(\vec{F}_1\right)=F_1\cdot d_1$ va $\vec{F}_1 \in \left(\vec{P}_1, \vec{Q}_1\right)$ ekanligidan $M_B\left(\vec{F}_1\right)=M_B\left(\vec{P}_1, \vec{Q}_1\right)=M_B\left(\vec{P}_1\right)+M_B\left(\vec{Q}_1\right)=P_1\cdot d_2+Q_1\cdot 0=P_1\cdot d_2=M\left(\vec{P}_1, \vec{P}_2\right)$ kelib chiqadi. Demak, $F_1\cdot d_1=P_2\cdot d_2$ yoki $M\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right)=M\left(\vec{P}_1, \vec{P}_2\right)$. Teorema isbotlandi.

Kuchni o'zining ta'sir chizig'i bo'ylab hohlagan nuqtaga ko'chirish mumkinligidan $\vec{F}_1$ kuchni A nuqtadan ixtiyoriy C nuqtaga, $\vec{F}_2$ kuchni esa B nuqtadan ixtiyoriy D nuqtaga ko'chira olamiz. Natijada C va D nuqtalarga qo'yilgan yangi juft kuchga ega bo'lamiz.

2-teorema:

Juft kuchni o'zining ta'sir tekisligiga parallel bo'lgan tekislikka ko'chirilsa, uning jismga ta'siri o'zgarmaydi.

Isboti: Ixtiyoriy I tekislikda yotuvchi $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$ juft kuch berilgan. AB juft kuchning elkasiga teng. I tekislikka parallel I_1 tekislik olib, berilgan $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$ juft kuchni I_1 tekislikka ko'chirishimiz kerak. Buning uchun I_1 tekislikda $A_1B_1 // AB$ kesma olamiz. A_1 nuqtaga $(\vec{F}_3,\vec{F}_4)\in 0$ va B_1 nuqtaga $(\vec{F}_5,\vec{F}_6)\in 0$ nolga ekvivalent sistemalarni qo'yamiz. Bu yerda $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F_5 = F_6$ deb olamiz. Nollik sistemani tashkil qiluvchi kuchlarning ta'sir chiziqlari $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning ta'sir chiziqlariga parallel bo'lsin. U holda $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)\in(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3,\vec{F}_4,\vec{F}_5,\vec{F}_6)$ bo'ladi. AB va A_1B_1 larga parallelogram qurib, AB_1 va BA_1 diagonallarini o'tkazamiz.



1.3.7.2-rasm

$\vec{F}_1$ va $\vec{F}_5$ parallel kuchlarni qo'shib O nuqtaga qo'yilgan $\vec{R}_1$ kuchga ega bo'lamiz. $R_1 = F_1 + F_5 = 2F_1$. Xuddi Shuningdek $\vec{F}_2$ va $\vec{F}_4$ parallel kuchlarni qo'shib O nuqtaga qo'yilgan $\vec{R}_2$ kuchga ega bo'lamiz. $R_2 = F_2 + F_4 = 2F_1$. $\vec{R}_1$ va $\vec{R}_2$ kuchlarning miqdorlari teng yo'nalishlari qarama-qarshi bo'lgani uchun $(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_4,\vec{F}_5)\in(\vec{R}_1,\vec{R}_2)\in 0$ bo'ladi. Demak, $(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3,\vec{F}_4,\vec{F}_5,\vec{F}_6)\in(\vec{F}_3,\vec{F}_6)$ bo'ladi. Shunday qilib $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)\in(\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3,\vec{F}_4,\vec{F}_5,\vec{F}_6)\in(\vec{F}_3,\vec{F}_6)$ ekan (1.3.7.2-rasm). Teorema isbotlandi.

Yuqorida isbotlangan ikita teoremadan quyidagi natijalar kelib chiqadi:

1) juft kuch momentini o'zgartirmay, juft kuchni o'z ta'sir tekisligida ixtiyoriy holatga keltirish mumkin;
2) juft kuch momentini o'zgartirmay, uning tashkil etuvchilari va elkasi o'zgartirilsa, juft kuchning jismga ta'siri o'zgarmaydi;
3) bir tekislikda yoki parallel tekisliklarda yotuvchi, momentlari teng va aylanish yo'nalishlari bir xil bo'lgan ikki juft kuch o'zaro ekvivalent bo'ladi.

3-teorema:

Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar sistemasi birgina juft kuchga ekvivalent bo'lib, uning momenti berilgan juft kuchlar momentlarining algebraik yig'indisiga teng.

a)　　б)　　в)

1.3.7.3-rasm

Isboti: Tekislikda momentlari M_1, M_2, M_3 bo'lgan $(\vec{F}_1,\vec{F}_2)$, $(\vec{Q}_1,\vec{Q}_2)$, $(\vec{P}_1,\vec{P}_2)$ juft kuchlar olamiz. Bu juft kuchlarning elkalari mos holda d_1, d_2, d_3 ga teng (1.3.7.3-a,rasm). Juft kuchning momenti va yo'nalishini o'zgartirmay uni shu tekislikda ixtiyoriy vaziyatga keltirish mumkin yoki kuch va elkani hohlagancha o'zgartirish mumkin bo'lgani uchun barcha juft kuchlarning momentlarini o'zgartirmay ularni bitta $AB = d$ elkaga keltiramiz. Endi juft kuchlar $(\vec{F}'_1,\vec{F}'_2)$, $(\vec{Q}'_1,\vec{Q}'_2)$, $(\vec{P}'_1,\vec{P}'_2)$ ko'rinishlarni oladi. Bunda

$M_1 = \vec{F}'_1 \cdot d = \vec{F}'_2 \cdot d$, $M_2 = \vec{Q}'_1 \cdot d = Q'_2 \cdot d$, $M_3 = \vec{P}'_1 \cdot d = \vec{P}'_2 \cdot d$ bo‘ladi. Moment vektorlari bitta chiziqda yotgani uchun ularni algebraik qo‘shamiz (1.3.7.3-b,rasm).

$M_1 + M_2 + M_3 = F'_1 \cdot d + Q'_1 \cdot d + P'_1 \cdot d = (F'_1 + Q'_1 + P'_1) \cdot d = R'_1 \cdot d = M$ yoki

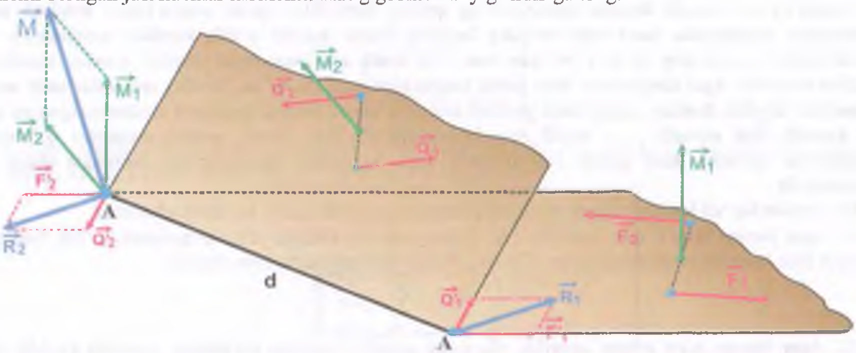
$M_1 + M_2 + M_3 = F'_2 \cdot d + Q'_2 \cdot d + P'_2 \cdot d = (F'_2 + Q'_2 + P'_2) \cdot d = R'_2 \cdot d = M$ bo‘ladi.

Demak, $M = M_1 + M_2 + M_3$ bo‘lar ekan (1.3.7.3-v,rasm). Teorema isbotlandi

Agar juftlar sistemasi parallel tekisliklarda yotsa, ekvivalent juft kuchlar haqidagi 2-teoremaga asosan, ularni bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar sistemasi bilan almashtirish mumkin.

4-teorema:

Ikkita kesishuvschi tekisliklarda yotuvchi juft kuchlar yolg‘iz juft kuchga ekvivalent bo‘lib, uning momenti berilgan juft kuchlar momentlarining geometrik yig‘indisiga teng.



1.3.7.4-rasm

Isboti: Kesishuvchi Π_1 va Π_2 tekisliklarda joylashgan, momentlari $\vec{M}_1$ va $\vec{M}_2$ bo‘lgan $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ va $(\vec{Q}_1, \vec{Q}_2)$ juft kuchlar berilgan bo‘lsin (1.3.7.4-rasm). Π_1 va Π_2 tekisliklarning kesishish chizig‘ida uzunligi (elkasi) $d = AB$ bo‘lgan kesma olib, bu kesmaning uchlariga berilgan juft kuchlarni o‘z tekisligida umumiy elkaga keltiramiz. Berilgan juft kuchlarni momentini o‘zgartirmagan holda yangi $(\vec{F}'_1, \vec{F}'_2)$ va $(\vec{Q}'_1, \vec{Q}'_2)$ juft kuchlar bilan almashtiramiz. YA’ni, $M_1 = F'_1 d$, $M_2 = F'_2 d$ bo‘ladi. A va B nuqtalarga qo‘yilgan $(\vec{F}'_1, \vec{Q}'_1)$ va $(\vec{F}'_2, \vec{Q}'_2)$ juft kuchlarni qo‘shib $\vec{R}_1 = \vec{F}'_1 + \vec{Q}'_1$ va $\vec{R}_2 = \vec{F}'_2 + \vec{Q}'_2$ ni hosil qilamiz. Natijada, $(\vec{F}'_1, \vec{F}'_2)$ va $(\vec{Q}'_1, \vec{Q}'_2)$ juft kuchlar yolg‘iz $(\vec{R}_1, \vec{R}_2)$ juft kuchga ekvivalent bo‘ladi. Bu juft kuchning momenti quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{M} = \vec{M}_A(\vec{R}_1) = \overline{AB} \times \vec{R}_1 = \overline{AB} \times (\vec{F}'_1 + \vec{Q}'_1) = \overline{AB} \times \vec{F}'_1 + \overline{AB} \times \vec{Q}'_1 = \vec{M}_A(\vec{F}'_1) + \vec{M}_A(\vec{Q}'_1) = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$$

Demak, $\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$ ekan. $(\vec{F}'_1, \vec{Q}'_1)$ va $(\vec{F}'_2, \vec{Q}'_2)$ juft kuchlarga yasalgan parallelogrammlar o‘zaro teng bo‘lib, $\vec{M}_1$ va $\vec{M}_2$ moment vektorlariga yasalgan parallelogrammga o‘xshashdir. $\vec{M}$ vektor $(\vec{R}_1, \vec{R}_2)$ juft kuch tekisligiga perpendikulyar yo‘naladi va moduli $M = R_1 d$ bo‘ladi. Teorema isbotlandi.

1.3.8. Mavzu: Turli holatlarda jismning muvozonatini tekshirish.

Kuchlar sistemasi ta’siri ostida turgan jismni muvozonatga tekshirish va bunda noma’lum kattalikni aniqlash statikaning eng muhim masalasidir. Kuchlarning biror o‘qqa proyeksiyalar yig‘indisini hisoblaganda, shu o‘q bo‘yicha ilgarilanma harakat kuzatiladimi yoki yo‘q degan savolga javob byergan bo‘lamiz. Agar kuchlarning ixtiyoriy, aytaylik ℓ o‘qiga proyeksiyalar yig‘indisi nolga teng bo‘lsa, ya’ni $\sum_{i=1}^{n} F_{i\ell} = 0$ bo‘lsa, shu o‘q bo‘yicha ilgarilanma harakat kuzatilmayotgan bo‘ladi. Kuchlardan biror nuqtaga nisbatan olingan momentlar yig‘indisini hisoblaganda esa, shu nuqta atrofida aylanma harakat kuzatiladimi yoki yo‘q degan savolga javob byergan bo‘lamiz. Agar kuchlardan ixtiyoriy, aytaylik O nuqtaga nisbatan olingan momentlar yig‘indisi nolga teng bo‘lsa, ya’ni $\sum_{i=1}^{n} m_0(\vec{F}_i) = 0$ bo‘lsa, shu nuqta atrofida aylanma harakat kuzatilmayotgan bo‘ladi. Demak, jismni muvozonati ilgarilanma va aylanma harakat kuzatilmaslik shartidan iborat bo‘lar ekan.

Agar $\sum_{i=1}^{n} F_{it} \neq 0$ bo‘lib, $\sum_{i=1}^{n} m_0(\vec{F}_i) \neq 0$ bo‘lsa, jism ham ilgarilanma ham aylanma harakat qiladi.

Agar $\sum_{i=1}^{n} F_{it} = 0$ bo‘lib, $\sum_{i=1}^{n} m_0(\vec{F}_i) \neq 0$ bo‘lsa, jism faqat aylanma harakat qiladi.

Agar $\sum_{i=1}^{n} F_{it} \neq 0$ bo‘lib, $\sum_{i=1}^{n} m_0(\vec{F}_i) = 0$ bo‘lsa, jism faqat ilgarilanma harakat qiladi.

Agar $\sum_{i=1}^{n} F_{it} = 0$, $\sum_{i=1}^{n} m_0(\vec{F}_i) = 0$ bo‘lsa, jism muvozonatda bo‘ladi, qotadi.

Jismga ta’sir qiluvchi kuchlar sistemasining qanday berilishiga qarab, noma’lumni aniqlash uchun tuziladigan tenglamalar soni ham turlicha bo‘ladi. Shuni eslatib o‘tish kerakki, tenglamalar soni noma’lumlar soniga teng va ko‘p bo‘lgan masalalar ***statik aniq masalalar*** deyilib, bunday masalalarni yechish mumkin. Agar tenglamalar soni noma’lumlar sonidan kam bo‘lsa, bunday masalalar ***satik noaniq masalalar*** deyilib, bunday masalalarni yechish mumkin emas. Nechta tenglama etishmayotganiga qarab ***bir karrali, ikki karrali, . . . statik noaniq masala*** deyiladi. Statik noaniq masalalar qo‘shimcha tenglamalar tuzishni talab qiladi. Biz fizikada duch keladigan masalalarning hammasi statik aniq masalalardir.

Biz quyida har xil holatlar uchun statik aniq masalani yechish uchun ko‘rsatma beramiz.

1). Agar jismga bitta o‘qda, aytaylik Ox o‘qda yotuvchi kuchlar ta’sir qilayotgan bo‘lsa, noma’lum kattalik soni bittadan oshmasligi lozim. Chunki, bunda bitta tenglama tuza olamiz.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} F_i = 0}$$

2). Agar jismga bitta o‘qga, aytaylik Ox o‘qga parallel va bitta tekislikda yotuvchi kuchlar ta’sir qilayotgan bo‘lsa, noma’lum kattalik soni ikkitadan oshmasligi lozim. Chunki, bunda ikkita tenglama tuza olamiz.

$$\boxed{\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_0(\vec{F}_i) = 0 \end{cases}}$$

3). Agar jismga tekislikda, aytaylik Oxy tekisligida bitta nuqtada kesishuvchi kuchlar ta’sir qilayotgan bo‘lsa, noma’lum kattalik soni ikkitadan oshmasligi lozim. Chunki, bunda ikkita tenglama tuza olamiz.

$$\boxed{\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iX} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iY} = 0 \end{cases}}$$

4). Agar jismga tekislikda, aytaylik Oxy tekisligida ixtiyoriy kuchlar ta’sir qilayotgan bo‘lsa, noma’lum kattalik soni uchtadan oshmasligi lozim. Chunki, bunda uchta tenglama tuza olamiz.

$$\boxed{\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iX} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iY} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_0(\vec{F}_i) = 0 \end{cases}}$$

5). Agar jismga fazoda parallel, aytaylik Oz o‘qiga parallel kuchlar ta’sir qilayotgan bo‘lsa, noma’lum kattalik soni uchtadan oshmasligi lozim. Chunki, bunda uchta tenglama tuza olamiz. Kuchlarning Oz o‘qiga proyeksiyalar yig‘indisi va kuchlarga perpendikulyar ikkita o‘qga nisbatan olingan momentlar yig‘indisidan iborat jami uchta tenglama tuziladi.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iY} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_X(\vec{F}_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_Z(\vec{F}_i) = 0 \end{cases}$$

6). Agar jismga fazoda bitta nuqtada kesishuvchi kuchlar ta'sir qilayotgan bo'lsa, noma'lum kattalik soni uchtadan oshmasligi lozim. Chunki, bunda uchta tenglama tuza olamiz.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iX} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iY} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iZ} = 0 \end{cases}$$

7). Agar jismga fazoda ixtiyoriy kuchlar ta'sir qilayotgan bo'lsa, noma'lum kattalik soni oltitadan oshmasligi lozim. Chunki, bunda oltita tenglama tuza olamiz.

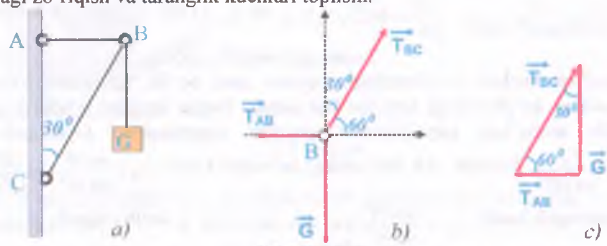
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iX} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iY} = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{iZ} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} m_X(\vec{F}_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_Y(\vec{F}_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^{n} m_Z(\vec{F}_i) = 0 \end{cases}$$

1.3.9. Mavzu: Uch kuch muvozonatiga doir masalalar.

Uch kuch muvozonatiga doir hayotda ko'p uchraydigan misollardan qarab chiqaylik.

1-Misol:

Og'irligi $G = 100\,N$ bo'lgan ko'cha chirog'i rasmda ko'rsatilgandek qilib AB va BC sterjenlarga osilgan. Sterjenlardagi zo'riqish va taranglik kuchlari topilsin.



1.3.9.1-rasm

Yechish:

Ushbu masalada B nuqtaga uchta kuch qo'yilgan bo'lib, masalani ikki xil usulda yechish mumkin: 1) analitik usul, 2) geometrik usul

1-usul (analitik usul)

Analitik usul –bu proyeksiya olish usuli bo'lib, kesishuvchi kuchlar muvozonatda bo'lish uchun kuchlarning Ox va Oy o'qlardagi proyeksiyalar yig'indisi nolga teng bo'lish kerak. Buni *1.3.9.1b-rasm*dan foydalanib ishlaymiz.

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \end{cases}; \rightarrow \begin{cases} T_{BC} \cdot \cos 60^0 - T_{AB} = 0 \\ T_{BC} \cdot \cos 30^0 - G = 0 \end{cases}; \rightarrow \begin{cases} T_{AB} = T_{BC} \cdot \cos 60^0 = 100/\sqrt{3} \quad [N] \\ T_{BC} = G/\cos 30^0 = 200/\sqrt{3} \quad [N] \end{cases}$$

2-usul (geometrik usul)

Geometrik usul–bu kuchlar ko‘pburchagini qurish usuli bo‘lib, kesishuvchi kuchlar muvozonatda bo‘lish uchun kuchlar ko‘pburchagi berk bo‘lish kerak. Buni *1.3.9.1b-rasm*dan foydalanib ishlaymiz.

$$\begin{cases} tg30^0 = \dfrac{T_{AB}}{G} \\ \cos 30^0 = \dfrac{G}{T_{BC}} \end{cases}; \rightarrow \quad \begin{cases} T_{AB} = G \cdot tg30^0 = 100/\sqrt{3} \quad [N] \\ T_{BC} = G/\cos 30^0 = 200/\sqrt{3} \quad [N] \end{cases}$$

Demak, ikkala usulda ham bir xil $T_{AB} = 100/\sqrt{3}\ N$ va $T_{BC} = 200/\sqrt{3}\ N$ javob chiqdi.

2-Misol:

Og‘irligi $G = 100\,N$ bo‘lgan ko‘cha chirog‘i rasmda ko‘rsatilgandek qilib AB va BC sterjenlarga osilgan. Sterjenlardagi zo‘riqish va taranglik kuchlari topilsin.

1.3.9.2-rasm

<u>Yechish:</u>

Ushbu masalada B nuqtaga uchta kuch qo‘yilgan bo‘lib, masalani ikki xil usulda yechish mumkin: 1) analitik usul, 2) geometrik usul

1-usul (analitik usul)

Analitik usul – bu proyeksiya olish usuli bo‘lib, kesishuvchi kuchlar muvozonatda bo‘lish uchun kuchlarning *Ox* va *Oy* o‘qlardagi proyeksiyalar yig‘indisi nolga teng bo‘lish kerak. Buni *1.3.9.2b-rasm*dan foydalanib ishlaymiz.

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \end{cases}; \rightarrow \quad \begin{cases} T_{BC} \cdot \cos 60^0 - T_{AB} \cdot \cos 15^0 = 0 \\ T_{BC} \cdot \cos 30^0 - T_{AB} \cdot \sin 15^0 - G = 0 \end{cases}; \rightarrow \quad \begin{cases} T_{BC} = \dfrac{\cos 15^0}{\cos 60^0} T_{AB} \approx 1{,}932 \cdot T_{AB} \\ 1{,}932 \cdot T_{AB} \cdot \cos 30^0 - T_{AB} \cdot \sin 15^0 = G \end{cases}$$

Bundan $T_{AB} = \dfrac{G}{1{,}932 \cdot \cos 30^0 - \sin 15^0} \approx \dfrac{100}{1{,}414} = 50\sqrt{2} \approx 70{,}71\ N$ va $T_{BC} = 1{,}932 \cdot T_{AB} = 136{,}6\ N$ kelib chiqadi.

2-usul (geometrik usul)

Geometrik usul–bu kuchlar ko‘pburchagini qurish usuli bo‘lib, kesishuvchi kuchlar muvozonatda bo‘lish uchun kuchlar ko‘pburchagi berk bo‘lish kerak. Bunda kuchlar uchburchagi *1.3.9.2v-rasm*da keltirilgan bo‘lib, noma’lum kattaliklarni sinuslar teoremasidan foydalanib ishlaymiz. Ya’ni $\dfrac{T_{AB}}{\sin 30^0} = \dfrac{G}{\sin 45^0} = \dfrac{T_{BC}}{\sin 105^0}$. Bundan AB sterjendagi zo‘riqish kuchi $T_{AB} = \dfrac{\sin 30^0}{\sin 45^0} G = \dfrac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2} \approx 70{,}71\ N$ va BC sterjendagi taranglik kuchi $T_{BC} = \dfrac{\sin 105^0}{\sin 45^0} G = 1{,}366 \cdot 100 \approx 136{,}6\ N$ kelib chiqadi.

Demak, ikkala usulda ham bir xil $T_{AB} \approx 70{,}71\ N$ va $T_{BC} \approx 136{,}6\ N$ javob chiqdi.

3-Misol:

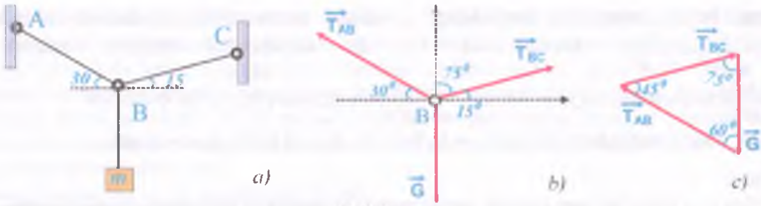
Og‘irligi $G = 100\,N$ bo‘lgan yuk rasmda ko‘rsatilgandek qilib dorga osilgan. AB va BC iplardagi taranglik kuchlarini toping.

<u>Yechish:</u>

Ushbu masalada B nuqtaga uchta kuch qo‘yilgan bo‘lib, masalani ikki xil usulda yechish mumkin: 1) analitik usul, 2) geometrik usul

1-usul (analitik usul)

Analitik usul –bu proyeksiya olish usuli bo‘lib, kesishuvchi kuchlar muvozonatda bo‘lish uchun kuchlarning *Ox* va *Oy* o‘qlardagi proyeksiyalar yig‘indisi nolga teng bo‘lish kerak. Buni *1.3.9.3b-rasm*dan foydalanib ishlaymiz.



1.3.9.3-rasm

$$\begin{cases}\sum F_{ix}=0\\ \sum F_{iy}=0\end{cases};\ \to\ \begin{cases}T_{BC}\cdot\cos 15^0-T_{AB}\cdot\cos 30^0=0\\ T_{BC}\cdot\cos 75^0+T_{AB}\cdot\cos 60^0-G=0\end{cases};\ \to\ \begin{cases}T_{BC}=\dfrac{\cos 30^0}{\cos 15^0}T_{AB}\approx 08{,}966\cdot T_{AB}\\ 0{,}8966\cdot T_{AB}\cdot\cos 75^0+T_{AB}\cdot\cos 60^0=G\end{cases}$$

Bundan $T_{AB}=\dfrac{G}{0{,}8966\cdot\cos 75^0+\cos 60^0}\approx\dfrac{100}{0{,}732}\approx 136{,}6\ N$ va $T_{BC}=0{,}8966\cdot T_{AB}=122{,}47\ N$ kelib chiqadi.

2-usul (geometrik usul)

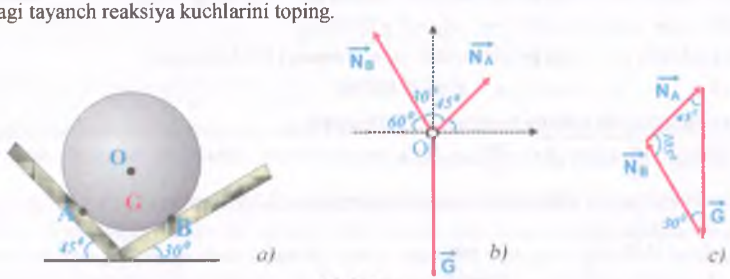
Geometrik usul – bu kuchlar ko‘pburchagini qurish usuli bo‘lib, kesishuvchi kuchlar muvozonatda bo‘lish uchun kuchlar ko‘pburchagi berk bo‘lish kerak. Bunda kuchlar uchburchagi *1.3.9.3c-rasm*da keltirilgan bo‘lib, noma’lum kattaliklarni sinuslar teoremasidan foydalanib ishlaymiz. Ya’ni $\dfrac{T_{AB}}{\sin 75^0}=\dfrac{G}{\sin 45^0}=\dfrac{T_{BC}}{\sin 60^0}$. Bundan *AB* va *BC* sterjenlardagi taranglik kuchlari

$T_{AB}=\dfrac{\sin 75^0}{\sin 45^0}G=1{,}366\cdot 100\approx 136{,}6\ N$ va $T_{BC}=\dfrac{\sin 60^0}{\sin 45^0}G=1{,}2247\cdot 100\approx 122{,}47\ N$ kelib chiqadi.

Demak, ikkala usulda ham bir xil $T_{AB}\approx 136{,}6\ N$ va $T_{BC}\approx 122{,}47\ N$ javob chiqdi.

4-Misol:

Og‘irligi $G=100\,N$ bo‘lgan bo‘lgan shar rasmda ko‘rsatilgandek qiya sirtlarga tayanib turadi. *A* va *B* nuqtalardagi tayanch reaksiya kuchlarini toping.



1.3.9.4-rasm

<u>*Yechish:*</u>

Ushbu masalada *B* nuqtaga uchta kuch qo‘yilgan bo‘lib, masalani ikki xil usulda yechish mumkin: 1) analitik usul, 2) geometrik usul

1-usul (analitik usul)

Analitik usul – bu proyeksiya olish usuli bo‘lib, kesishuvchi kuchlar muvozonatda bo‘lish uchun kuchlarning *Ox* va *Oy* o‘qlardagi proyeksiyalar yig‘indisi nolga teng bo‘lish kerak. Buni *1.3.9.4b-rasm*dan foydalanib ishlaymiz.

$$\begin{cases}\sum F_{ix}=0\\ \sum F_{iy}=0\end{cases};\ \to\ \begin{cases}N_A\cdot\cos 45^0-N_B\cdot\cos 60^0=0\\ N_A\cdot\cos 45^0+N_B\cdot\cos 30^0-G=0\end{cases};\ \to\ \begin{cases}N_A=\dfrac{\cos 60^0}{\cos 45^0}N_B=\dfrac{N_B}{\sqrt{2}}\approx 0{,}7071\cdot N_B\\ 0{,}7071\cdot N_B\cdot\cos 45^0+N_B\cdot\cos 30^0=G\end{cases}$$

Bundan $N_B=\dfrac{G}{0{,}7071\cdot\cos 45^0+\cos 30^0}\approx\dfrac{100}{1{,}366}\approx 73{,}2\ N$ va $N_A=0{,}7071\cdot N_B=51{,}76\ N$ kelib chiqadi.

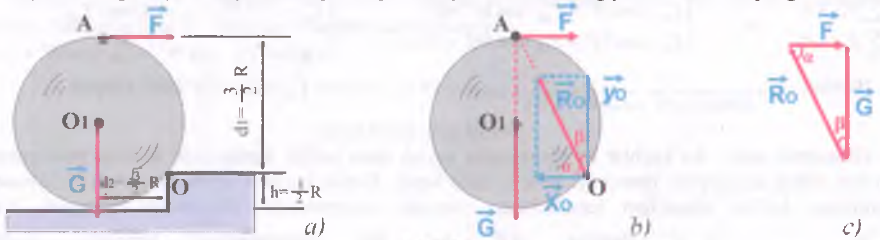
2-usul (geometrik usul)

Geometrik usul – bu kuchlar ko‘pburchagini qurish usuli bo‘lib, kesishuvchi kuchlar muvozonatda bo‘lish uchun kuchlar ko‘pburchagi berk bo‘lish kerak. Bunda kuchlar uchburchagi *1.3.9.4c-rasm*da keltirilgan bo'lib, noma'lum kattaliklarni sinuslar teoremasidan foydalanib ishlaymiz. Ya'ni $\frac{N_A}{\sin 30^0}=\frac{G}{\sin 105^0}=\frac{N_B}{\sin 45^0}$. Bundan A va B nuqtalardagi tayanch reaksiya kuchlari $N_A=\frac{\sin 30^0}{\sin 105^0}G=0{,}5176\cdot 100\approx 51{,}76\ N$ va $N_B=\frac{\sin 45^0}{\sin 105^0}G=0{,}732\cdot 100\approx 73{,}2\ N$ kelib chiqadi.

Demak, ikkala usulda ham bir xil $N_A\approx 51{,}76\ N$ va $N_B\approx 73{,}2\ N$ javob chiqdi.

5-Misol:

Og'irligi $G=100\,N$ bo'lgan slindrik jismni rasmda ko'rsatilgan zina ustiga chiqarish uchun A nuqtaga qo'yilgan kuch qanday? O tayanch nuqtasidagi reaksiya kuchi va uning yo'nalishini aniqlang?



1.3.9.5-rasm

<u>*Yechish:*</u>

Zina ustiga chiqarayotganda jism O nuqta atrofida aylanma harakatga keladi. Shuning uchun O nuqtani moment markazi deb olib, shu nuqtaga nisbatan moment olib F kuchni topamiz (1.3.9.5a-rasm).

$$\sum m_O(\vec{F}_i)=0\ ; \quad\rightarrow\quad G\cdot d_2-F\cdot d_1=0\ ; \quad\rightarrow\quad G\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}R-F\cdot\frac{3}{2}R=0\ ; \quad\rightarrow\quad F=\frac{\sqrt{3}}{3}G=\frac{100}{\sqrt{3}}\approx 57{,}74\ N$$

Barcha kuchlarni Ox o'qqa proyeksiyalab X_O ni topamiz (1.3.9.5b-rasm).

$$\sum \vec{F}_{iX}=0\ ; \quad\rightarrow\quad F-X_O=0\ ; \quad\rightarrow\quad X_O=F=57{,}74\ N.$$

Barcha kuchlarni Oy o'qqa proyeksiyalab y_O ni topamiz (1.3.9.5b-rasm).

$$\sum \vec{F}_{iy}=0\ ; \quad\rightarrow\quad Y_O-G=0\ ; \quad\rightarrow\quad Y_O=G=100\ N.$$

O nuqtadagi reaksiya kuchini topamiz (1.3.9.5b-rasm).

$$R_O=\sqrt{X_O^2+Y_O^2}=\sqrt{\frac{1}{3}\cdot 100^2+100^2}=\frac{200}{\sqrt{3}}=115{,}48\ N$$

Reaksiya kuchining yo'naltiruvchi kosinuslarini topamiz (1.3.9.5b-rasm).

$$\left|\begin{aligned}&\cos\alpha=\frac{X_O}{R_O}=\frac{57{,}74}{115{,}48}=\frac{1}{2}\\ &\cos\beta=\frac{Y_O}{R_O}=\frac{100}{115{,}48}=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}\right. , \quad\rightarrow\quad \left\{\begin{aligned}&\alpha=60^0\\ &\beta=30^0\end{aligned}\right.$$

Demak, $\alpha=60^0$, $\beta=30^0$ bo'lgani uchun O nuqtadagi $\vec{R}_O$ reaksiya kuchi ham $\vec{F}$ va $\vec{G}$ kuchlar kesishadigan A nuqtada kesishar ekan. Uch kuch muvozonati haqidagi teoremaga ko'ra ham Shunday bo'lish kerak edi.

F va R_O noma'lum kuchlarni quyidagi geometrik usulda ham hisoblab topish mumkin *(1.3.9.5a,v-rasm).*

$$\cos\alpha=\frac{d_2}{\sqrt{d_1^2+d_2^2}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}R}{\sqrt{\left(\frac{3}{2}R\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}R\right)^2}}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{3}{4}}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\ ; \quad\rightarrow\quad \alpha=60^0$$

$$F=\frac{G}{tg\alpha}=\frac{100}{\sqrt{3}}\approx 57{,}74\ H\ , \qquad R_O=\frac{G}{\sin\alpha}=\frac{200}{\sqrt{3}}=115{,}48\ N.$$

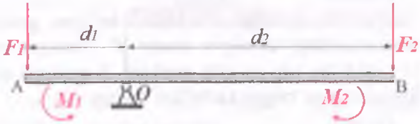
1.3.10. Mavzu: Mexanikaning oltin qoidasi va unga doir masalalar.

Mexanikaning oltin qoidasi:

Juda qadim zamonlardan og‘ir narsalarni joyidan qo‘zg‘atish uchun richaglardan foydalanishgan. Hatto Misr ehromlari qurilishida ham tog‘lardan og‘ir-og‘ir toshlarni richaglar yordamida siljitib qurilish maydonlariga olib kelishgan. Richagalardan foydalanishdan maqsad, og‘ir (qo‘l bilan ko‘tarib bo‘lmaydigan) jismlarni qo‘l kuchi yordamida bir joydan boshqa joyga qo‘zg‘atishdir. Bunda richagning biror nuqtasiga tirgak qo‘yiladi. Bu nuqta qo‘zg‘almas bo‘lgani uchun moment markazi vazifasini bajaradi. Ana shu moment markaziga nisbatan kuchlardan olingan momentlardan foydalanib, richagning muvozonat sharti keltirib chiqariladi.

Richagning muvozonat sharti quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{F_1\ell_1 = F_2\ell_2 \qquad yoki \qquad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1}}$$



1.3.10.1-rasm

Isboti: Faraz qilaylik, AB richagning A nuqtasiga F_1 og‘irlikdagi og‘ir jism osilgan bo‘lsin. Bu og‘ir jismni B nuqtadan F_2 kattalikdagi odam kuchi bilan ko‘tarayotgan bo‘lsin. Sistema muvozrnatda bo‘lishi uchun moment markazi O nuqtaga nisbatan kuchlardan olingan momentlar yig‘indisi nolga teng bo‘lishi kerak, ya’ni $\sum m_i(\vec{F}_i) = 0$ bo‘lishi kerak. Bundan

$F_1d_1 - F_2d_2 = 0, \ \rightarrow F_1d_1 = F_2d_2$ ёки $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{\ell_2}{\ell_1}$ kelib chiqadi.

Yuqoridagi formuladan ushbu ko‘rinishda ham foydalanish mumkin: Agar uzunligi ℓ ga teng bo‘lgan richag uchlariga F_1 va F_2 kattalikdagi kuchlar qo‘yilgan bo‘lsa, tayanch nuqtasini bu kuchlardan quyidagi masofalarga joylashtirish mumkin bo‘ladi (1.3.10.1-rasm):

$$\boxed{\ell_1 = \frac{F_2}{F_1 + F_2}\cdot \ell, \qquad \ell_2 = \frac{F_1}{F_1 + F_2}\cdot \ell}$$

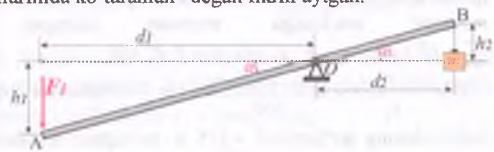
Isboti: Faraz qilaylik, AB richagning O nuqtasi muvozonat nuqtasi bo‘lsin. Bu nuqtadan richag uchlarigacha bo‘lgan masofalar ℓ_1 va ℓ_2 ga teng bo‘lsin. Yuqoridagi richagning muvozonat formulasidan foydalanamiz. Bundan $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{\ell_2}{\ell_1} = \dfrac{\ell - \ell_1}{\ell_1}, \rightarrow F_1\ell_1 = F_2\ell - F_2\ell_1, \rightarrow (F_1 + F_2)\ell_1 = F_2\ell, \rightarrow \ell_1 = \dfrac{F_2}{F_1 + F_2}\cdot \ell$ birinchi elka kelib chifadi.

Ikkinchi elka esa $\ell_2 = \ell - \ell_1 = \ell - \dfrac{F_2}{F_1 + F_2}\cdot \ell = \dfrac{F_1}{F_1 + F_2}\cdot \ell$ ga teng bo‘ladi.

Yuqoridagi formulalardan ko‘rinib turibdiki, katta elkada kichik kuch, kichik elkada esa katta kuch hosil bo‘lar ekan. Bundan foydalanib, mexanikaning oltin qoidasi deb ataluvchi qoidani ta’riflash mumkin:

Agar kuchdan yutsak masofadan yutqazamiz, masofadan yutsak kuchdan yutqazamiz.

Bu qoidadan foydalangan holda har qanday og‘ir jismni ham inson kuchi yordamida qo‘zg‘atish mumkin. Mexanikaning oltin qoidasini dastlab yunon faylasufi Arximed kiritgan. Arximed “Agar tayanch nuqtasini ko‘rsatsang, Yerni ham o‘z qo‘llarimda ko‘taraman” degan fikrni aytgan.



1.3.10.2-rasm

Richaglar mexanik ishdan ham yutuq beradimi degan savol tug‘iladi. Javob topish uchun 1.3.10.2-rasmdan foydalanamiz. Odam richagning 1-elkasiga A nuqtaga F_1 kuch qo‘yib, 2-elkada B nuqtaga osilgan $F_2 = mg$ og‘irlikdagi yukni ko‘tarsin. Bunda F_1 kuch h_1 yo‘lda $A_1 = F_1h_1 = F_1 \cdot OA\sin\alpha$ ish, $F_2 = mg$ kuch esa h_2 yo‘lda $A_2 = F_2h_2 = mg \cdot OB\sin\alpha$ ish bajaradi. Endi, A_1 va A_2 ishlarni taqqoslashimiz kerak. Buning uchun muvozonat shartidan foydalanib, F_1 va $F_2 = mg$ kuchlarning O nuqtaga nisbatan momentlari o‘zaro tengligidan foydalanamiz. F_1 kuch O nuqta atrofida soat strelkasiga qarama-qarshi yo‘nalishda $M_1 = F_1d_1 = F_1 \cdot OA\cos\alpha = A_1\, tg\alpha$ moment hosil qilsa, $F_2 = mg$ kuch esa O nuqta atrofida soat strelkasi yo‘nalishida $M_2 = F_2d_2 = mg \cdot OB\cos\alpha = A_2\, tg\alpha$ moment hosil qiladi. Muvozonat shartida $M_1 = M_2$ ekanligidan $A_1\, tg\alpha = A_2\, tg\alpha$, ya’ni $A_1 = A_2$ kelib chiqadi. Shunday qilib, ishqalanish va qarshilik kuchlari hisobga olinmasa, elkalarda bajarilgan ishlar bir xil bo‘lar ekan.

Yuqorida aytilgan fikrlardan xulosa qilib, mexanikaning oltin qoidasini quyidagicha ta'riflash ham mumkin:

Kuchdan yutuq beradigan qurilma masofadan yutqazadi, masofadan yutuq beradigan qurilma esa kuchdan yutqazadi. Lekin, mexanik ishdan yutuq beradigan qurilma mavjud emas.

Mexanikaning oltin qoidasidan turmushda o'zimiz bilgan yoki bilmagan holatlarda juda ko'p foydalanamiz. Shulardan ba'zi misollar bilan tanishaylik.

Mexanikaning oltin qoidasiga doir masalalar:

1-Misol:

Sportchi og'irligi $P = 160N$ bo'lgan gantelni qo'lida to'g'ri burchak ostida tutib turgan holda muskullaridagi taranglik kuchi T nimaga teng bo'ladi? Bilak va mushtning birgalikdagi og'irligi $G = 40N$ bo'lib, og'irlik markazi B nuqtaga qo'yilgan. Kuchlarga qo'yilgan elkalarni 1.3.10.3-rasmdan foydalanib so'ralgan kattalikni toping.

Yechish:

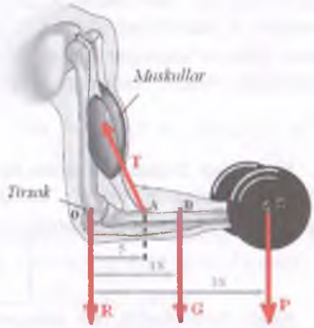
Rasmdan foydalanib $OA = 5\,sm, OB = 18\,sm, OC = 38\,sm$ ekanini aniqlaymiz. Tirsak to'g'ri burchak holatida tutib turilgani uchun taranglik kuchi gipotenuza bo'yicha yo'naladi va gorizont bilan 45^0 burchak tashkil etadi. O nuqtani moment markazi deb qa'bul qilib, barcha kuchlardan shu nuqtaga nisbatan moment olamiz.

$$\sum m_0(\vec{F}_i) = 0; \rightarrow \; T \cdot OA \cdot \sin 45^0 - G \cdot OB - P \cdot OC = 0;$$

$$T = \frac{G \cdot OB + P \cdot OC}{OA \cdot \sin 45^0} = \frac{160 \cdot 38 + 40 \cdot 18}{5 \cdot \sqrt{2}/2} = \frac{6080 + 720}{5} \cdot \sqrt{2} =$$

$$= 1360 \cdot \sqrt{2} \approx 1920\ N$$

Shunday qilib, muskullarda $T = 1920\ N$ zo'riqtiruvchi taranglik kuchi vujudga kelar ekan.



1.3.10.3-rasm

2-Misol:

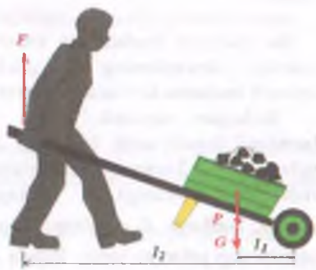
Og'irligi $G = 200N$ bo'lgan aravaga og'irligi $P = 1000\,N$ yuk solingan (1.3.10.4-rasm). Yuk tashuvchi ana shu yukli aravani dastaklaridan ko'targanda uning qo'lida qanday zo'riqish kuchi hosil bo'ladi? Arava va yukning og'irlik markazlari juda yaqin bo'lgani uchun ularni bitta nuqtaga qo'yilgan. Kuchlarga qo'yilgan elkalar $\ell_1 = 50\,sm$, $\ell_2 = 160\,sm$ ekanligini bilgan holda so'ralgan kattalikni toping.

Yechish:

Arava g'ildiragi yerga tegib turgan nuqtani moment markazi deb olamiz. Ana shu moment markaziga nisbatan F kuch soat strelkasi bo'yicha, P va G kuchlar esa soat strelkasiga qarma-qarshi aylantiruvchi momentlar hosil qiladi. Barcha kuchlardan moment markaziga nisbatan moment olamiz.

$$\sum m_0(\vec{F}_i) = 0; \rightarrow \; -F \cdot \ell_2 + G \cdot \ell_1 + P \cdot \ell_1 = 0;$$

$F = \frac{(G+P) \cdot \ell_1}{\ell_2} = \frac{(200+1000) \cdot 50}{160} = 375\ N$. Shunday qilib, yuk tashuvchining qo'llarida $F = 375\ N$ zo'riqtiruvchi kuch vujudga kelar ekan.



1.3.10.4-rasm

3-Misol:

Avtomobil yo'lining tmir yo'li bilan kesishmalarida shlagbaumlarga ko'p duch kelamiz. Shlagbaum strelasining vaznini posangi yordamida muvozonatga keltiriladi. Natijada, shlagbaumni tushirish yoki ko'tarishda qiyinchilik tug'ilmaydi. Agar shlagbaum strelasining uzunligi $\ell = 6\,m$ ga teng bo'lib, uning og'irligi $P = 800\,N$ bo'lsa, muvozonatlovchi posangining og'irligi nimaga teng? O nuqtadan posangining og'irlik markazigacha bo'lgan masofa $OB = 0{,}8\,m$ ga teng (1.3.10.5-rasm).

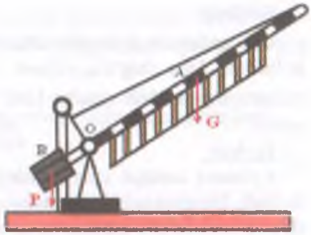
Yechish:

Strelani bir jinsli deb hisoblab, uning og'irligini strela og'irldik markazi A nuqtaga joylashtiramiz. O nuqtani moment markazi deb qa'bul qilib, barcha kuchlardan shu nuqtaga nisbatan moment olamiz.

$$\sum m_0(\bar{F}_i) = 0; \rightarrow \ P \cdot BO - G \cdot OA = 0;$$

$$P = \frac{OA}{OB} G = \frac{6}{0{,}8} \cdot 800 = 6000\ N.$$

Shunday qilib, muvozonatlovchi posangi og'irligi $P = 6000\ N$ ga teng bo'lar ekan.



1.3.10.5-rasm

4-Misol:

Haydovchi xavfni ko'rganda tormoz pedalini $F = 80N$ kuch bilan bosadi. Agar rasmda $OA = 25\,sm, OB = 5\,sm$ bo'lsa, tortqida qancha taranglik kuchi T vujudga keladi?

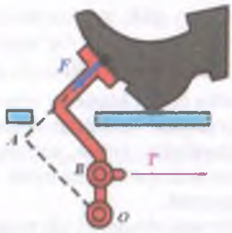
<u>Yechish:</u>

Rasmdan O nuqta qo'zg'almas ekani ko'rinib turibdi. Shuning uchun O nuqtani moment markazi deb qa'bul qilib, barcha kuchlardan shu nuqtaga nisbatan moment olamiz.

$$\sum m_0(\bar{F}_i) = 0; \rightarrow \ F \cdot OA - T \cdot OB = 0;$$

$$T = \frac{OA}{OB} F = \frac{25}{5} \cdot 80 = 400\ N$$

Shunday qilib, tormoz tortqisida $T = 400\ N$ ga teng taranglik kuchi vujudga kelar ekan.



1.3.10.6-rasm

5-Misol:

Biror narsani mahkam qisish maqsadida ko'pincha ombirdan foydalaniladi. Agar odam ombirni dastaklarini $F_1 = 40N$ kuch bilan siqayotgan bo'lsa, ikkinchi elkada qanday kattalikdagi siqish kuchi paydo bo'ladi? Ombirning elkalari $\ell_1 = 18\,sm$ va $\ell_2 = 4\,sm$ ga teng.

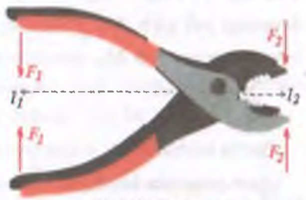
<u>Yechish:</u>

Mexanikaning oltin qoidasidan foydalanamiz. Buning uchun O nuqtani moment markazi deb qa'bul qilib, barcha kuchlardan shu nuqtaga nisbatan moment olamiz.

$$\sum m_0(\bar{F}_i) = 0; \rightarrow \ F_1 \cdot \ell_1 - F_2 \cdot \ell_2 = 0;$$

$$F_2 = \frac{\ell_1}{\ell_2} F_1 = \frac{18}{4} \cdot 40 = 180\ N.$$

Shunday qilib, ombirning ikkinchi elkasida $F_2 = 180\ N$ ga teng siquvchi kuch vujudga kelar ekan.



1.3.10.7-rasm

6-Misol:

YOng'oq chaqish uchun maxsus ombirdan foydalaniladi (1.3.10.8-rasm). Agar odam ombirni dastaklarini $F_1 = 50\,N$ kuch bilan siqganida yong'oq chaqilgan bo'lsa, yong'oqni chaqishda qanday kattalikdagi siqish kuchi paydo bo'ladi? Kuch elkalari $L = 22\,sm$ va $\ell_2 = 5\,sm$ ga teng.

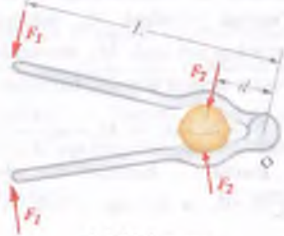
<u>Yechish:</u>

Mexanikaning oltin qoidasidan foydalanamiz. Buning uchun O nuqtani moment markazi deb qa'bul qilib, barcha kuchlardan shu nuqtaga nisbatan moment olamiz.

$$\sum m_0(\bar{F}_i) = 0; \rightarrow \ F_1 \cdot L - F_2 \cdot d = 0;$$

$$F_2 = \frac{L}{d} F_1 = \frac{22}{5} \cdot 50 = 220\ N.$$

Shunday qilib, ombirning yong'oqni siqish kuchi $F_2 = 220\ N$ ga teng bo'lar ekan.



1.3.10.8-rasm

7-Misol:

Juda qadimdan quduqdan chelakda suv chiqarish uchun chig'iriq deb ataluvchi qurilmadan foydalanib kelishadi. Agar chig'iriq radiusi $r = 7sm$, dastasining radiusi esa $r = 35sm$ bo'lsa, quduqda suv tortib chiqarayotgan odam qancha kuch sarflaydi. Suv to'la chelakning og'irligi $G = 140\,N$ ga teng (1.3.10.9-rasm).

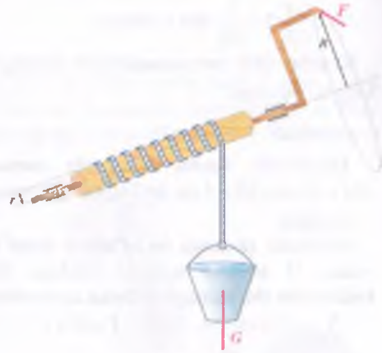
<u>Yechish:</u>

Aylanma harakat chig'iriqning AA' o'qi atrofida sodir bo'ladi. Shuning uchun shu aylanish o'qini moment markazi deb qa'bul qilib, barcha kuchlardan shu o'qqa nisbatan moment olamiz.

$$\sum m_{AA'}(\bar{F}_i) = 0; \rightarrow \; G \cdot r - F \cdot R = 0;$$

$$F = \frac{r}{R} G = \frac{7}{35} \cdot 140 = 28\ N.$$

Shunday qilib, mazkur masalada chig'iriq kuchdan 5 marta yutuq berar ekan. Og'irligi $G = 140\,N$ bo'lgan chelak $F = 28\,N$ kuch sarflab tortib chiqarilyapti.



1.3.10.9-rasm

Balka tayanchlaridagi reaksiya kuchlarini topish:

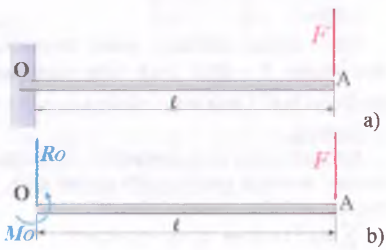
Ko'pincha masalalar yechishda balkalardagi tayanch reaksiyalarini topish so'raladi. Shulardan ba'zi holatlar uchun reaksiya kuchini topish formulalarini keltirib chiqaramiz.

Bir uchi devorga kirib turgan ℓ uzunlikdagi gorizontal konsol balkaga rasmdagidek vertikal F kuch ta'sir etadi. Devordagi reaksiya kuchlari qanday bo'ladi?

$$\boxed{R_O = F, \quad M_O = F\ell}$$

<u>Isboti:</u> Dastlab, konsol balkani tayanchdan ozod etib, uni o'rniga tayanch reaksiya kuchlari qo'yiladi (1.3.10.9-b,rasm). Devorda 2ta reaksiya kuchi paydo bo'ladi. Ulardan biri tik Yuqoriga yo'nalgan R_O raeksiya kuchi bo'lsa, 2-si esa devordagi juft kuch M_O momentdir. Kuchlardan O nuqtaga nibatan moment olib M_O momentni topamiz.

$$\sum m_O(\bar{F}_i) = 0; \rightarrow \; M_O - F \cdot \ell = 0; \; \rightarrow \; M_O = F \cdot \ell$$



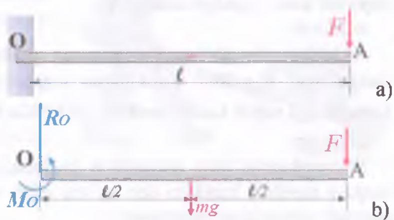
1.3.10.10-rasm

Barcha kuchlarni Oy o'qiga proyeksiyalab R_O kuchini aniqlaymiz. $\sum F_i = 0, \; \rightarrow \; R_O - F = 0, \; \rightarrow \; R_O = F$.

Agar yuqorida ko'rilgan konsol balkaning xususiy masssasi m ni hisobga olsak, formulalar quyidagi ko'rinishni oladi (1.3.10.10-rasm).

$$\boxed{R_O = F + mg, \quad M_O = F\ell + \frac{1}{2} m g \ell}$$

<u>Isboti:</u> Dastlab konsol balkani tayanchdan ozod etib, uni o'rniga tayanch reaksiya kuchlari qo'yiladi (1.3.10.10-b,rasm). Devorda 2ta reaksiya kuchi paydo bo'ladi. Ulardan biri tik Yuqoriga yo'nalgan R_O raeksiya kuchi bo'lsa, 2-si esa devordagi juft kuch M_O momentdir. Kuchlardan O nuqtaga nibatan moment olib M_O momentni topamiz.



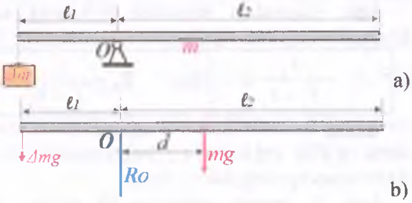
1.3.10.11-rasm

$$\sum m_O(\bar{F}_i) = 0; \rightarrow \; M_O - mg\frac{\ell}{2} - F \cdot \ell = 0, \; \rightarrow \; M_O = F \cdot \ell + \frac{1}{2} m g \ell$$

Barcha kuchlarni Oy o'qiga proyeksiyalab R_O kuchini aniqlaymiz. $\sum F_i = 0, \; \rightarrow \; R_O - mg - F = 0, \; \rightarrow \; R_O = F + mg$.

m massali balkaning balka uchlaridan ℓ_1 va ℓ_2 masofada O nuqtada muvozonatda turishi uchun kichik elkaga qanday massali Δm massali yuk osilishi kerak? Bunda reaksiya kuchi nimaga teng bo'ladi (1.3.10.11-rasm)?

$$\boxed{\Delta m = \frac{\ell_2 - \ell_1}{2\ell_1} m, \qquad R_O = mg + \Delta m g}$$



1.3.10.12-rasm

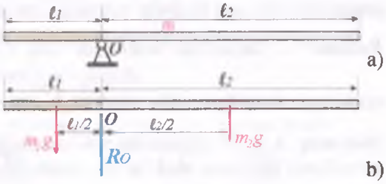
Isboti: Dastlab balkani tayanchdan ozod etib, uni o'rniga tayanch reaksiya kuchi qo'yiladi (1.3.10.11-b,rasm). Balkaning mg og'irligi uning og'irlik markaziga qo'yiladi. Bu og'irlik markazdan O nuqtagacha bo'lgan masofa $d = \frac{\ell_1 + \ell_2}{2} - \ell_1 = \frac{\ell_2 - \ell_1}{2}$ ga teng. Kuchlardan O nuqtaga nibatan moment olib Δm massani topamiz.

$$\sum m_i(F_i) = 0, \ \rightarrow \quad \Delta m g \cdot \ell_1 = mg \cdot d, \ \rightarrow \ \Delta m = \frac{d}{\ell_1} m = \frac{\ell_2 - \ell_1}{2\ell_1} m.$$

Barcha kuchlarni Oy o'qiga proyeksiyalab R_O kuchini aniqlaymiz. $\sum F_i = 0, \ \rightarrow \ R_O - mg - \Delta mg = 0, \ \rightarrow \ R_O = (m + \Delta m) g$.

Uzunliklari ℓ_1 va ℓ_2 ga teng bo'lgan hamda zichligi ρ_1 va ρ_2 bo'lgan materiallardan yasalgan bir xil ko'nadalang kesimli tutash balkalar O nuqtada rasmda ko'rsatilgandek muvozonat hoaltda turishi uchun balkalar uzunliklari va zichliklari qanday munosobatda bo'lishi kerak?

$$\boxed{\frac{\rho_1}{\rho_2} = \left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right)^2}$$



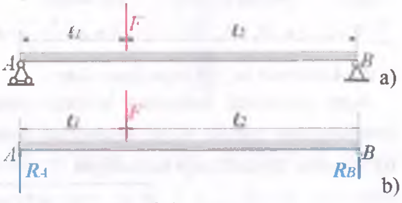
1.3.10.13-rasm

Isboti: Dastlab balkani tayanchdan ozod etib, uni o'rniga tayanch reaksiya kuchi qo'yiladi (1.3.10.12-b,rasm). Balkalarning $m_1 g$ va $m_2 g$ og'irliklari ularning og'irlik markazlariga qo'yiladi. Kuchlardan O nuqtaga nibatan moment olib, so'ralgan munosobatni topamiz.

$$\sum m_i(F_i) = 0, \ \rightarrow \quad m_1 g \cdot \frac{\ell_1}{2} - m_2 g \cdot \frac{\ell_2}{2} = 0, \ \rightarrow m_1 \ell_1 = m_2 \ell_2, \ \rightarrow \ \rho_1 S \ell_1^2 = \rho_2 S \ell_2^2, \ \rightarrow \ \frac{\rho_1}{\rho_2} = \left(\frac{\ell_2}{\ell_1}\right)^2.$$

Gorizontal holatda tayanchlarda turgan balkaga A va B uchlaridan ℓ_1 va ℓ_2 masofalarda vertikal holda F kuch ta'sir etadi. Tayanchlardagi reaksiya kuchlari R_A va R_B nimaga teng bo'ladi?

$$\boxed{R_A = \frac{\ell_2}{\ell_1 + \ell_2} F, \quad R_B = \frac{\ell_1}{\ell_1 + \ell_2} F}$$



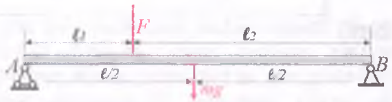
1.3.10.14-rasm

Isboti: Dastlab balkani tayanchlardan ozod etib, o'rniga R_A va R_B tayanch reaksiya kuchlari qo'yiladi (1.3.10.13-b,rasm). Agar jism muvozonatda turgan bo'lsa, kuchlar joylashgan tekislikning ixtiyoriy nuqtasidan olingan momentlarning geometrik yig'indisi nolga teng bo'ladi. Lekin, bunda bitta tenglamada ikki noma'lum qatnashib qoladi. Faqat A va B nuqtalardan moment olinganda bir noma'lumli tenglama hosil bo'lib, bundan esa so'ralgan kattalikni aniqlash mumkin. Kuchlardan B nuqtaga nisbatan moment olib R_A reaksiya kuchini topamiz. $\sum m_i(F_i) = 0, \ \rightarrow \ F \cdot \ell_2 - R_A \cdot (\ell_1 + \ell_2) = 0, \ \rightarrow \ R_A = \frac{\ell_2}{\ell_1 + \ell_2} F$. Kuchlardan A nuqtaga nisbatan moment olib R_B reaksiya kuchini topamiz. $\sum m_i(F_i) = 0, \ \rightarrow \ -F \cdot \ell_1 - R_B \cdot (\ell_1 + \ell_2) = 0, \ \rightarrow \ R_B = \frac{\ell_1}{\ell_1 + \ell_2} F$. Kuchlarni Oy o'qqa proyeksiyalar yig'indisi nolga teng bo'lishini tekshirib ko'ramiz.

$\sum F_i = 0, \rightarrow R_A + R_B - F = \frac{\ell_2}{\ell_1+\ell_2}F + \frac{\ell_1}{\ell_1+\ell_2}F - F = \frac{\ell_2+\ell_1}{\ell_1+\ell_2}F - F = F - F = 0$. Demak, hisob-kitobimiz to‘g‘ri bajarilgan ekan.

Agar yuqoridagi masalada balkaning xususiy massasi m ni ham inobatga oladigan bo‘lsak, tayanchlardagi reaksiya kuchlari quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{R_A = \frac{\ell_2}{\ell_1+\ell_2}F + \frac{1}{2}mg, \quad R_B = \frac{\ell_1}{\ell_1+\ell_2}F + \frac{1}{2}mg}$$

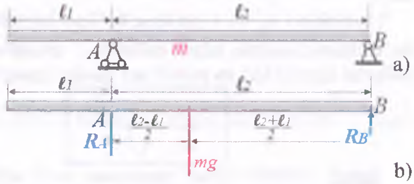


1.3.10.15-rasm

Isboti: Balka bir jinsli va o‘zgarmas kesimli bo‘lgani uchun uning og‘irligi mg ni balka o‘rtasiga quyamiz. Bu og‘irlik esa ikkita tayanchga teng ikki bo‘linadi.

Agar B tayanch balkaning bir uchiga, A tayanch esa balka uchlaridan ℓ_1 va ℓ_2 masofalarda 1.3.10.15-rasmda tasvirlangani kabi holatda joylashtirilsa, balka og‘irligidan tayanchlarga tushadigan R_A va R_B reaksiya kuchlari quyidagicha topiladi:

$$\boxed{R_A = \frac{\ell_2+\ell_1}{2\ell_2}mg, \quad R_B = \frac{\ell_2-\ell_1}{2\ell_2}mg}$$

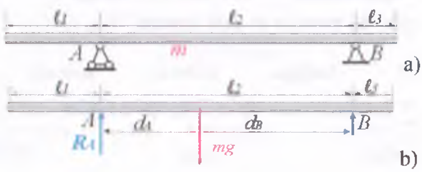


1.3.10.16-rasm

Isboti: Dastlab balkani tayanchlardan ozod etib, o‘rniga R_A va R_B tayanch reaksiya kuchlari qo‘yiladi (1.3.10.15-b,rasm). Balka bir jinsli va o‘zgarmas kesimli bo‘lgani uchun uning og‘irligi mg ni balka o‘rtasiga quyamiz. Bu mg kuchdan A tayanchga tushirilgan elka $\frac{\ell_2-\ell_1}{2}$ ga, B tayanchga tushirilgan elka esa $\frac{\ell_2+\ell_1}{2}$ ga teng bo‘ladi. Balkaning A va B nuqtalaridan moment olinganda bir noma’lumli tenglama hosil bo‘lib, bundan esa so‘ralgan kattalikni aniqlash mumkin. Kuchlardan B nuqtaga nisbatan moment olib R_A reaksiya kuchini topamiz. $\sum m_i(F_i) = 0, \rightarrow mg \cdot \frac{\ell_2+\ell_1}{2} - R_A \cdot \ell_2 = 0, \rightarrow R_A = \frac{\ell_2+\ell_1}{2\ell_2}mg$. Kuchlardan A nuqtaga nisbatan moment olib R_B reaksiya kuchini topamiz. $\sum m_i(F_i) = 0, \rightarrow -mg \cdot \frac{\ell_2-\ell_1}{2} - R_B \cdot \ell_2 = 0, \rightarrow R_B = \frac{\ell_2-\ell_1}{2\ell_2}mg$. Kuchlarni Oy o‘qqa proyeksiyalar yig‘indisi nolga teng bo‘lishini tekshirib ko‘ramiz. $\sum F_i = 0, \rightarrow R_A + R_B - F = \frac{\ell_2+\ell_1}{2\ell_2}mg + \frac{\ell_2-\ell_1}{2\ell_2}mg - F = \frac{\ell_2+\ell_1+\ell_2-\ell_1}{2\ell_2}F - F = \frac{2\ell_2}{2\ell_2}F - F = F - F = 0$. Demak, hisob-kitobimiz to‘g‘ri bajarilgan ekan.

Agar gorizontal balkaning birinchi uchidan A tayanchgacha masofa ℓ_1 ga, ikkinchi uchidan B tayanchgacha masofa ℓ_3 ga, tayanchlar orasidagi masofa esa ℓ_2 ga teng bo‘lsa (1.3.10.16-rasm), balka og‘irligidan tayanchlarga tushadigan R_A va R_B reaksiya kuchlari quyidagicha topiladi:

$$\boxed{R_A = \frac{\ell_1+\ell_2-\ell_3}{2\ell_2}mg, \quad R_B = \frac{\ell_2+\ell_3-\ell_1}{2\ell_2}mg}$$



1.3.10.17-rasm

Isboti: Dastlab balkani tayanchlardan ozod etib, o‘rniga R_A va R_B tayanch reaksiya kuchlari qo‘yiladi (1.3.10.16-b,rasm). Balka bir jinsli va o‘zgarmas kesimli bo‘lgani uchun uning og‘irligi mg ni balka o‘rtasiga quyamiz. Bu mg kuchdan A tayanchga tushirilgan elka $d_A = \frac{\ell_1+\ell_2+\ell_3}{2} - \ell_1 = \frac{\ell_2+\ell_3-\ell_1}{2}$ ga, B tayanchga tushirilgan elka esa $d_B = \frac{\ell_1+\ell_2+\ell_3}{2} - \ell_3 = \frac{\ell_1+\ell_2-\ell_3}{2}$ ga

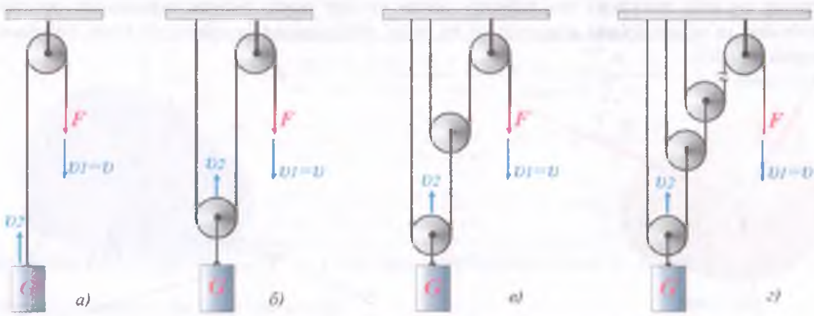
teng bo‘ladi. Balkaning A va B nuqtalaridan moment olinganda bir noma’lumli tenglama hosil bo‘lib, bundan esa so‘ralgan kattalikni aniqlash mumkin. Kuchlardan B nuqtaga nisbatan moment olib R_A reaksiya kuchini topamiz. $\sum m_i(F_i)=0, \rightarrow \quad mg\cdot d_B - R_A\cdot \ell_2=0, \rightarrow \quad R_A=\frac{d_B}{\ell_2}mg=\frac{\ell_1+\ell_2-\ell_3}{2\ell_2}mg\cdot$ Kuchlardan A nuqtaga nisbatan moment olib R_B reaksiya kuchini topamiz. $\sum m_i(F_i)=0, \rightarrow \quad mg\cdot d_A - R_A\cdot \ell_2=0, \rightarrow \quad R_A=\frac{d_A}{\ell_2}mg=\frac{\ell_2+\ell_3-\ell_1}{2\ell_2}mg\cdot$ Kuchlarni Oy o‘qqa proyeksiyalar yig‘indisi nolga teng bo‘lishini tekshirib ko‘ramiz. $\sum F_i=0, \rightarrow \quad R_A+R_B-F=\frac{\ell_2+\ell_3-\ell_1}{2\ell_2}mg+\frac{\ell_1+\ell_2-\ell_3}{2\ell_2}mg-F=\frac{\ell_2+\ell_3-\ell_1+\ell_1+\ell_2-\ell_3}{2\ell_2}F-F=\frac{2\ell_2}{2\ell_2}F-F=F-F=0\cdot$
Demak, hisob-kitobimiz to‘g‘ri bajarilgan ekan.

Bloklar:

Ko‘pincha blok orqali o‘tkazilgan arqonlar vositasida inson kuchi bilan yuklarni ko‘tarib bir joydan boshqa joyga ko‘chirganiga guvoh bo‘lamiz. Xo‘sh, yuklarni bloklar yordamida ko‘chirish yoki ko‘tarishning foydali tomoni bormi?

Bloklar ko‘char bloklar hamda ko‘chmas bloklarga bo‘linadi. O‘qi qo‘zg‘almas bo‘lgan bloklarga ***ko‘chmas bloklar*** deyiladi. O‘qi qo‘zg‘aluvchan bloklarga esa ***ko‘char bloklar*** deyiladi.

Ko‘chmas bloklar kuchdan hech qanday yutuq bermaydi. 1.3.10.18-a,rasmda G yukni ko‘chmas blok yordamida tekis ko‘tarish jarayoni tasvirlangan. Bunda ko‘taruvchi F kuch yukning og‘irligi G ga teng bo‘ladi. Bunga esa ko‘chmas blok markaziga nisbatan F va G kuchlardan moment olib ishonch hosil qilish mumkin. Haqiqatan ham, $\sum m_i(\vec{F}_i)=0, \rightarrow \; G\cdot R - F\cdot R=0, \rightarrow \; G=F$ bo‘ladi. Agar odam arqonni $\vartheta_1=\vartheta$ tezlik bilan pastga tortsa, yuk ham xuddi ana Shunday $\vartheta_2=\vartheta$ tezlik bilan Yuqoriga ko‘tariladi. Chunki, arqon cho‘zilmas bo‘lgani uchun uning uzunligi o‘zgarmas saqlanadi.



1.3.10.18-rasm

Ko‘char blok kuchdan ikki marta yutuq beradi, lekin masofadan (yoki tezlikdan) ikki marta yutqazadi. 1.3.10.18-b,rasmda G yukni ko‘char blok yordamida tekis ko‘tarish jarayoni tasvirlangan. Bunda ko‘taruvchi F kuch yukning og‘irligi G ga nisbatan ikki marta kam, ya’ni $F=\frac{G}{2}$ bo‘lib, agar odam arqonni $\vartheta_1=\vartheta$ tezlik bilan pastga tortsa, yuk esa $\vartheta_2=\frac{\vartheta}{2}$ tezlik bilan Yuqoriga ko‘tariladi. Chunki, odam arqon uchini biror $x_1=\ell$ masofaga tushirganda, shu uzunlikdagi arqon ko‘char blokning har ikki tomonidan $x_2=\frac{\ell}{2}$ uzunlikdagi arqonlar qisqarishi evaziga bo‘ladi.

Agar oddiy mexanizmda ko‘char bloklar soni ikkita bo‘lsa, bu mexanizm to‘rt marta yutuq beradi, lekin masofadan (yoki tezlikdan) to‘rt marta yutqazadi. 1.3.10.18-v,rasmda G yukni ko‘char bloklar yordamida tekis ko‘tarish jarayoni tasvirlangan. Bunda ko‘taruvchi F kuch yukning og‘irligi G ga nisbatan to‘rt marta kam, ya’ni $F=\frac{G}{4}$ bo‘lib, agar odam arqonni $\vartheta_1=\vartheta$ tezlik bilan pastga tortsa, yuk esa $\vartheta_2=\frac{\vartheta}{4}$ tezlik bilan yuqoriga ko‘tariladi.

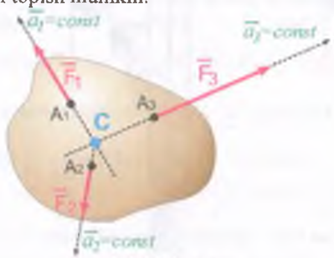
Agar oddiy mexanizmda ko‘char bloklar nechta bo‘lsa, bu mexanizm 2^n marta yutuq beradi, lekin masofadan (yoki tezlikdan) to‘rt marta yutqazadi. Boshqacha aytganda, mexanizmdagi har bir blok kuchdan ikki marta yutib, masofadan (yoki tezlikdan) esa ikki marta yutqazadi. 1.3.10.18-g,rasmda G yukni ko‘char blok sistemasidan iborat oddiy mexanizm yordamida tekis ko‘tarish jarayoni tasvirlangan. Bunda ko‘taruvchi F kuch yukning og‘irligi G ga nisbatan 2^n marta kam, ya’ni $F=\frac{G}{2^n}$ bo‘lib, agar odam arqonni $\vartheta_1=\vartheta$ tezlik bilan pastga tortsa, yuk esa $\vartheta_2=\frac{\vartheta}{2^n}$ tezlik bilan yuqoriga ko‘tariladi.

Oddiy mexanizm uchun aytilgan ana shu fikrlar to‘g‘ri ekanligini tekshirib ko‘ramiz. Odam arqonni pastga $\vartheta_1=\vartheta$ tezlik bilan tortganda, arqon uchini elementar dt vaqtda elementar $dx_1=\vartheta dt$ masofaga tushiradi va elementar $dA_1=F\cdot dx_1=F\vartheta dt$ ish bajaradi. Shu elementar dt vaqtda G yuk ham $\vartheta_2=\frac{\vartheta}{2^n}$ tezlikda yuqoriga $dx_2=\vartheta_2\,dt=\frac{\vartheta}{2^n}dt$ masofaga ko‘tariladi va elementar $dA_2=G\cdot dx_2=G\frac{\vartheta}{2^n}dt$ ish bajaradi. Oddiy mexanizm huch qachon ishdan yutuq bermasligini yaxshi bilamiz. Boshqacha aytganda, kuchlar bajargan ishlar o‘zaro teng, ya’ni $dA_1=dA_2$ bo‘ladi. Bundan esa $F\vartheta dt=G\frac{\vartheta}{2^n}dt$, $\rightarrow$ $F=\frac{G}{2^n}$ kelib chiqadi.

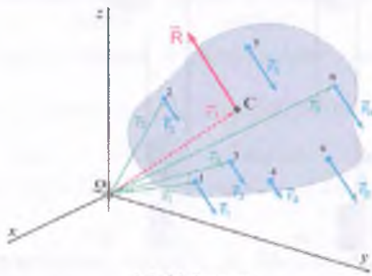
1.3.11. Mavzu: Massalar (og‘irlik) markazi.

Jismni barcha yo‘nalishlar bo‘yicha ilgarilanma harakatga keltiruvchi kuchlarning ta’sir chiziqlari kesishadigan nuqta uning og‘irlik markazi deyiladi *(1.3.11.1-rasm).*

Jismning og‘irlik markazini uni ixtiyoriy ikkita joyidan osish, osilgan nuqtalardan og‘irlik kuchi yo‘nalishidagi ta’sir chiziqlarni o‘tqazish va bu ta’sir chiziqlarning kesishish nuqtasini belgilash orqali ham topish mumkin.



1.3.11.1-rasm



1.3.11.2-rasm

Chekli sondagi elementlardan iborat sistemaning og‘irlik markazi:

Jismning og‘irlik makazi yoki massalar markazi tushunchalariga to‘xtalishdan oldin parallel kuchlar markazi tushunchasiga to‘xtalaylik. Agar jismning 1, 2, 3, 4..., n nuqtalariga mos holda $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3,..., \vec{F}_n$ parallel kuchlar ta’sir etayotgan bo‘lsin va bu kuchlarni shu jismning $\bar{N}$ nuqtasiga qo‘yilgan bitta $\bar{R}$ kuch muvozonatlayotgan bo‘lsin. Natijada kuchlar ta’siridagi jism na ilgarilanma va na aylanma harakatga kelsin. Boshqacha aytganda barcha kuchlardan $\bar{N}$ nuqtaga nisbatan olingan momentlar yig‘indisi nolga teng bo‘lsin. Agar $Oxyz$ Dekart koordinatalar sistemasida 1, 2, 3, 4..., n nuqtalarga o‘tkazilgan radius vektorlar mos holda $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3,..., \bar{r}_n$ bo‘lsa, $\bar{N}$ nuqtaga o‘tkazilgan radius-vektor $\bar{r}_C$ quyidagicha bo‘ladi(1.3.11.2-rasm):

$$\vec{r}_C = \frac{F_1 \cdot \vec{r}_1 + F_2 \cdot \vec{r}_2 + F_3 \cdot \vec{r}_3 + ... + F_n \cdot \vec{r}_n}{F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_i \cdot \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} F_i}$$

Yuqoridagi formula yordamida topilgan $\bar{N}$ nuqta jismga ta'sir etuvchi parallel kuchlar markazi deyiladi. $\bar{N}$ nuqta o'qlardagi koordinatalari quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot x_3 + ... + F_n \cdot x_n}{F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n} = \dfrac{\sum F_i \cdot x_i}{\sum F_i} \\ y_C = \dfrac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 + F_3 \cdot y_3 + ... + F_n \cdot y_n}{F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n} = \dfrac{\sum F_i \cdot y_i}{\sum F_i} \\ z_C = \dfrac{F_1 \cdot z_1 + F_2 \cdot z_2 + F_3 \cdot z_3 + ... + F_n \cdot z_n}{F_1 + F_2 + F_3 + ... + F_n} = \dfrac{\sum F_i \cdot z_i}{\sum F_i} \end{cases}$$

Agar jismga ta'sir qiluvchi kuchlar parallel bo'lmasdan bitta nuqtada kesishsa (masalan, jismlarga ta'sir qiluvchi og'irlik kuchlari Er markazida kesishadi), $\bar{N}$ nuqtaning radius-vektori quyidagicha bo'ladi:

$$\vec{r}_C = \frac{m_1\vec{g}_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2\,\vec{g}_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3\vec{g}_3 \cdot \vec{r}_3 + ... + m_n\,\vec{g}_n \cdot \vec{r}_n}{m_1\vec{g}_1 + m_2\,\vec{g}_2 + m_3\vec{g}_3 + ... + m_n\,\vec{g}_n} = \frac{\sum m_i\vec{g}_i \cdot \vec{r}_i}{\sum m_i\vec{g}_i}$$

Agar jismlar o'zaro yaqin bo'lsa, ularga ta'sir qiluvchi og'irlik kuchlarini parallel deyish mumkin, jismlar Yer sirtiga yaqin bo'lsa, erkin tushish tezlanish vektorlarini teng deyish mumkin $\left(\vec{g}_1 = \vec{g}_2 = \vec{g}_3 = ... = \vec{g}_n,\ \ g = \overline{9{,}81}\ m/s^2\right)$. Agar jismlar o'zaro bir-biriga hamda Yer sirtiga yaqin joylashgan bo'lsa, og'irlik kuchlarining markazi massalar markazi bilan ustma-ust tushadi. Bunda radius-vektor va uning o'qlardagi koordinatalari quyidagicha bo'ladi:

$$\vec{r}_C = \frac{m_1 \cdot \vec{r}_1 + m_2 \cdot \vec{r}_2 + m_3 \cdot \vec{r}_3 + ... + m_n \cdot \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} = \frac{\sum m_i \cdot \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + ... + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} = \dfrac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} \\ y_C = \dfrac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + m_3 \cdot y_3 + ... + m_n \cdot y_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} = \dfrac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i} \\ z_C = \dfrac{m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + m_3 \cdot z_3 + ... + m_n \cdot z_n}{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n} = \dfrac{\sum m_i \cdot z_i}{\sum m_i} \end{cases}$$

Agar jismlar hajmiy zichligi $\rho = \frac{m_i}{V_i}$ bir xil bo'lgan materiallardan iborat bo'lsa, radius-vektor va uning o'qlardagi koordinatalari quyidagicha bo'ladi:

$$\vec{r}_C = \frac{V_1 \cdot \vec{r}_1 + V_2 \cdot \vec{r}_2 + V_3 \cdot \vec{r}_3 + ... + V_n \cdot \vec{r}_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n} = \frac{\sum V_i \cdot \vec{r}_i}{\sum V_i}$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{V_1 \cdot x_1 + V_2 \cdot x_2 + V_3 \cdot x_3 + ... + V_n \cdot x_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n} = \dfrac{\sum V_i \cdot x_i}{\sum V_i} \\ y_C = \dfrac{V_1 \cdot y_1 + V_2 \cdot y_2 + V_3 \cdot y_3 + ... + V_n \cdot y_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n} = \dfrac{\sum V_i \cdot y_i}{\sum V_i} \\ z_C = \dfrac{V_1 \cdot z_1 + V_2 \cdot z_2 + V_3 \cdot z_3 + ... + V_n \cdot z_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n} = \dfrac{\sum V_i \cdot z_i}{\sum V_i} \end{cases}$$

Agar jismlar sirtiy zichligi $\sigma = \frac{m_i}{S_i}$ bir xil bo'lgan tekis shaklga ega bo'lgan materiallardan iborat bo'lsa, radius-vektor va uning o'qlardagi koordinatalari quyidagicha bo'ladi:

$$\vec{r}_C = \frac{S_1\cdot\vec{r}_1 + S_2\cdot\vec{r}_2 + S_3\cdot\vec{r}_3 + \ldots + S_n\cdot\vec{r}_n}{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n} = \frac{\sum S_i\cdot\vec{r}}{\sum S_i}$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{S_1\cdot x_1 + S_2\cdot x_2 + S_3\cdot x_3 + \ldots + S_n\cdot x_n}{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n} = \dfrac{\sum S_i\cdot x_i}{\sum S_i} \\ y_C = \dfrac{S_1\cdot y_1 + S_2\cdot y_2 + S_3\cdot y_3 + \ldots + S_n\cdot y_n}{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n} = \dfrac{\sum S_i\cdot y_i}{\sum S_i} \\ z_C = \dfrac{S_1\cdot z_1 + S_2\cdot z_2 + S_3\cdot z_3 + \ldots + S_n\cdot z_n}{S_1 + S_2 + S_3 + \ldots + S_n} = \dfrac{\sum S_i\cdot z_i}{\sum S_i} \end{cases}$$

Agar jismlar chiziqli zichligi $\tau = \frac{m_i}{\ell_i}$ bir xil bo‘lgan chiziqsimon (ip, tros, kabel, shnur va h.) materiallardan iborat bo‘lsa, radius-vektor va uning o‘qlardagi koordinatalari quyidagicha bo‘ladi:

$$\vec{r}_C = \frac{\ell_1\cdot\vec{r}_1 + \ell_2\cdot\vec{r}_2 + \ell_3\cdot\vec{r}_3 + \ldots + \ell_n\cdot\vec{r}_n}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ldots + \ell_n} = \frac{\sum \ell_i\cdot\vec{r}}{\sum \ell_i}$$

$$\begin{cases} x_C = \dfrac{\ell_1\cdot x_1 + \ell_2\cdot x_2 + \ell_3\cdot x_3 + \ldots + \ell_n\cdot x_n}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ldots + \ell_n} = \dfrac{\sum \ell_i\cdot x_i}{\sum \ell_i} \\ y_C = \dfrac{\ell_1\cdot y_1 + \ell_2\cdot y_2 + \ell_3\cdot y_3 + \ldots + \ell_n\cdot y_n}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ldots + \ell_n} = \dfrac{\sum \ell_i\cdot y_i}{\sum \ell_i} \\ z_C = \dfrac{\ell_1\cdot z_1 + \ell_2\cdot z_2 + \ell_3\cdot z_3 + \ldots + \ell_n\cdot z_n}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ldots + \ell_n} = \dfrac{\sum \ell_i\cdot z_i}{\sum \ell_i} \end{cases}$$

Cheksiz sondagi elementlardan iborat sistemaning og‘irlik markazi:

Yuqorida chiqarilgan barcha formulalar sistema tarkibiga kiruvchi jismlar soni chekli qiymatga ega bo‘lgan hol uchundir. Agar sistema tarkibiga kiruvchi elementlar (nuqtalar) cheksiz ko‘p bo‘lsa, summa belgisi integralga, m_i massa esa elementar dm massaga aylanib ketadi. Bunda Yuqoridagi formulalar quyidagi ko‘rinishlarni oladi.

$$\begin{cases} \vec{r}_C = \dfrac{\int \vec{r}\,dm}{\int dm}, \quad x_C = \dfrac{\int x\,dm}{\int dm}, \quad y_C = \dfrac{\int y\,dm}{\int dm}, \quad z_C = \dfrac{\int z\,dm}{\int dm} \quad - \textit{umumiy} \\ \vec{r}_C = \dfrac{\int \vec{r}\,dV}{\int dV}, \quad x_C = \dfrac{\int x\,dV}{\int dV}, \quad y_C = \dfrac{\int y\,dV}{\int dV}, \quad z_C = \dfrac{\int z\,dV}{\int dV} \quad - \textit{hajmiy} \\ \vec{r}_C = \dfrac{\int \vec{r}\,dS}{\int dS}, \quad x_C = \dfrac{\int x\,dS}{\int dS}, \quad y_C = \dfrac{\int y\,dS}{\int dS}, \quad z_C = \dfrac{\int z\,dS}{\int dS} \quad - \textit{sirtiy} \\ \vec{r}_C = \dfrac{\int \vec{r}\,d\ell}{\int d\ell}, \quad x_C = \dfrac{\int x\,d\ell}{\int d\ell}, \quad y_C = \dfrac{\int y\,d\ell}{\int d\ell}, \quad z_C = \dfrac{\int z\,d\ell}{\int d\ell} \quad - \textit{chiziqli} \end{cases}$$

Og‘irlik (yoki massalar) markazi moddiy nuqta emas, balki geometrik nuqtadir.

Boshqacha aytganda jismning og‘irlik markazi shu jismni tashkil qilgan nuqtalarning birortasi bilan ustma-ust tushmasligi ham mumkin. Masalan, xalqaning yoki sferaning og‘irlik markazi ularning geometrik makazlarida yotadi. Lekin xalqaning massasini gardishdagi nuqtalar massalari, sferaning massasini esa qobiqdagi nuqtalar massalari tashkil etadi. Og‘irlik markaz esa bu nuqtalarning birortasi bilan ham ustma-ust tushayotgani yo‘q..

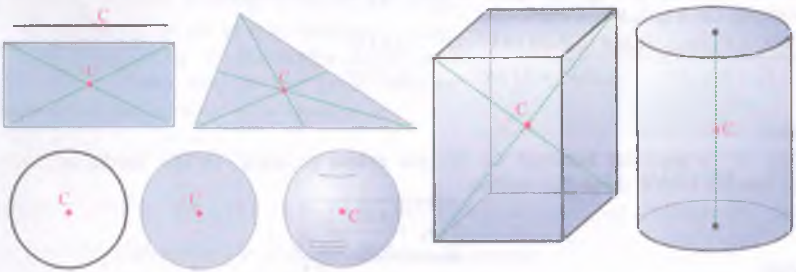
Og‘irlik markazining xossalari. Oddiy geometrik figuralarning og‘irlik markazlari:

Og‘irlik (yoki massalar) markazining quyidagi xossalarini keltirish mumkin:

1) agar jism simmetriya chizig‘iga ega bo‘lsa, uning og‘irlik markazi shu simmetriya chizig‘ida yotadi.
2) agar jism simmetriya tekisligiga ega bo‘lsa, uning og‘irlik markazi shu simmetriya tekisligida yotadi.

3) Ikkita jismning og‘irlik markazi har bir jismning og‘irlik markazini tutashtiruvchi kesmada va jismlar orasida yotada.
4) Agar jismlar uchta bo‘lsa, ularning og‘irlik markazi har bir jismning og‘irlik markazlarini tutashtiruvchi uchburchak ichida yotadi.
5) Tekislikda yotuvchi ko‘p sondagi jismlarning og‘irlik markazi barcha jismlarning og‘irlik markazlarini qamragan aylana ichida yotadi.
6) Fazoda yotuvchi ko‘p sondagi jismlarning og‘irlik markazi barcha jismlarning og‘irlik markazlarini qamragan sfera ichida yotadi.

Elementar shakl va figuralarning og‘irlik markazini deyarli hamma biladi. Masalan, kesmaning og‘irli markazi uning o‘rtasida, to‘rtburchakning og‘irlik markazi diagonallar kesishish nuqtasida, uchburchakning og‘irlik markazi medianalar kesishish nuqtasida, slindr va prizmaning og‘irlik markazlari o‘qining o‘rtasida, aylana, doira, sfera va shar kabi jismlarning og‘irlik markazlari ularning geometrik markazlarida va hokoza bo‘ladi *(1.3.11.3-rasm)*.



1.3.11.3-rasm

1.3.12. Mavzu: Massalar (og‘irlik) markaziga doir masalalar.

Og‘irlik markaziga doir ko‘p duch keladigan masalalardan bir nechtasini qarab chiqaylik.

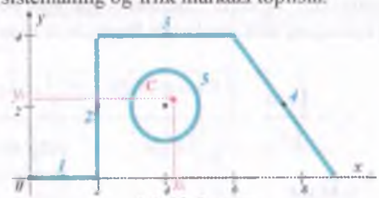
1-Misol:

Rasmda keltirilgan bir jinsli sterjenlar va aylanadan iborat sistemaning og‘irlik markazi topilsin.

<u>*Yechish:*</u>

Har bir sterjenning uzunligi va og‘irlik markazining koordinatalarini yozamiz.

$$\begin{cases}\ell_1 = 2\\ x_1 = 1\\ y_1 = 0\end{cases};\quad \begin{cases}\ell_2 = 4\\ x_2 = 2\\ y_2 = 2\end{cases};\quad \begin{cases}\ell_3 = 4\\ x_3 = 4\\ y_3 = 4\end{cases};\quad \begin{cases}\ell_4 = 5\\ x_4 = 7{,}5\\ y_4 = 2\end{cases};\quad \begin{cases}\ell_5 = 6{,}28\\ x_5 = 4\\ y_5 = 2\end{cases}$$



1.3.12.1-rasm

Og‘irlik markazining koordinatalarini topamiz.

$$x_C = \frac{\ell_1 \cdot x_1 + \ell_2 \cdot x_2 + \ell_3 \cdot x_3 + \ell_4 \cdot x_4 + \ell_5 \cdot x_5}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 + \ell_5} = \frac{2\cdot 1 + 4\cdot 2 + 4\cdot 4 + 5\cdot 7{,}5 + 6{,}28\cdot 4}{2+4+4+5+6{,}28} = \frac{88{,}62}{21{,}28} = 4{,}164$$

$$y_C = \frac{\ell_1 \cdot y_1 + \ell_2 \cdot y_2 + \ell_3 \cdot y_3 + \ell_4 \cdot y_4 + \ell_5 \cdot y_5}{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 + \ell_5} = \frac{2\cdot 0 + 4\cdot 2 + 4\cdot 4 + 5\cdot 2 + 6{,}28\cdot 2}{2+4+4+5+6{,}28} = \frac{46{,}56}{21{,}28} = 2{,}188$$

2-Misol:

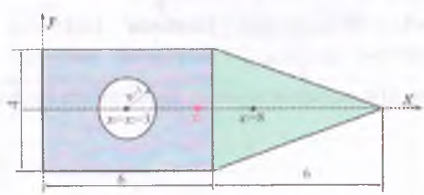
Quyida rasmda keltirilgan bir jinsli tekis shakldagi figuralardan iborat sistemaning og‘irlik markazi topilsin.

<u>*Yechish:*</u>

Har bir tekis shaklning yuzasi va og‘irlik markazining koordinatalarini yozamiz.

$$\begin{cases}S_1 = 24\\ x_1 = 3\end{cases};\quad \begin{cases}S_2 = -3{,}14\\ x_2 = 3\end{cases};\quad \begin{cases}S_3 = 12\\ x_3 = 8\end{cases}.$$

Sistema simmetriyaga ega bo‘lgani uchun og‘irlik markazining koordinatasini Ox o‘qida topish etarli.

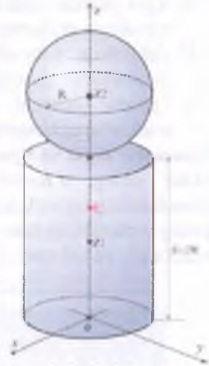


1.3.12.2-rasm

$$x_C = \frac{S_1 \cdot x_1 + S_2 \cdot x_2 + S_3 \cdot x_3}{S_1 + S_2 + S_3} = \frac{24 \cdot 3 - 3{,}14 \cdot 3 + 12 \cdot 8}{24 - 3{,}14 + 12} = \frac{177{,}42}{32{,}86} = 5{,}4 .$$

3-Misol:

Rasmda keltirilgan bir jinsli slindr va shardan iborat sistemaning og'irlik markazi topilsin.



1.3.12.3-rasm

Yechish:

Har bir jismning xajmi va og'irlik markazining koordinatalarini yozamiz.

$$\begin{cases} V_1 = \pi R^2 H = 2\pi R^3 \approx 6{,}28R^3 \\ z_1 = \dfrac{H}{2} = R \end{cases} ; \quad \begin{cases} V_2 = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \approx 4{,}19R^3 \\ z_2 = H + R = 3R \end{cases}$$

Sistema simmetriyaga ega bo'lgani uchun og'irlik markazining koordinatasini Oz o'qida topish etarli.

$$z_C = \frac{V_1 \cdot z_1 + V_2 \cdot z_2}{V_1 + V_2} = \frac{6{,}28R^3 \cdot R + 4{,}19R^3 \cdot 3R}{6{,}28R^3 + 4{,}19R^3} = \frac{18{,}85R^4}{10{,}47R^3} = 1{,}8\,R .$$

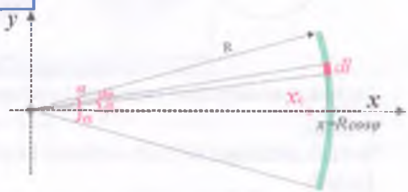
4-Misol:

Radiusi R va markaziy burchagi 2α bo'lgan aylana yoyining og'irlik markazini topish uchun quyidagi formula keltirib chiqarilsin topilsin.

$$\boxed{x_C = \frac{\sin\alpha}{\alpha} R}$$

Yechish:

Yoy uzunligi $\ell = 2\alpha R$. Yoydan markaziy burchagi $d\varphi$ va uzunligi $d\ell = R d\varphi$ bo'lgan elementar yoycha ajratamiz. Elementar yoyning og'irlik markazi $x = R\cos\varphi$. Integrallash natijasida yoyning og'irlik markazini topamiz. Simmetriyaga ega bo'lgani uchun yoyning og'irlik markazini faqat Ox o'qida topish etarli.



1.3.12.4-rasm

$$x_C = \frac{\int x\,d\ell}{\int d\ell} = \frac{\int_{-\alpha}^{\alpha} R\cos\varphi \cdot R\,d\varphi}{\int_{-\alpha}^{\alpha} R\,d\varphi} = \frac{R^2 \int_{-\alpha}^{\alpha} \cos\varphi\,d\varphi}{R\int_{-\alpha}^{\alpha} d\varphi} = R\frac{\sin\varphi\,|_{-\alpha}^{\alpha}}{\varphi\,|_{-\alpha}^{\alpha}} = R\frac{\sin\alpha - \sin(-\alpha)}{\alpha - (-\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{\alpha} R .$$

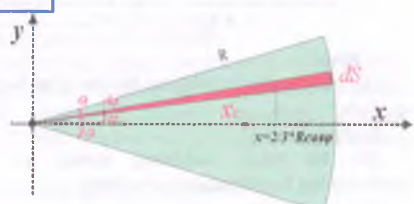
5-Misol:

Radiusi R va markaziy burchagi 2α bo'lgan doira sektorining og'irlik markazini topish uchun quyidagi formula keltirib chiqarilsin.

$$\boxed{x_C = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha} R}$$

Yechish:

Sektor yuzi $S = \alpha R^2$. Sektor ichidan markaziy burchagi $d\varphi$ va yuzi $dS = \frac{1}{2} R^2\,d\varphi$ bo'lgan elementar sektorcha ajratamiz. Elementar sektorning og'irlik markazi $x = \frac{2}{3} R\cos\varphi$. Integrallash natijasida yoyning og'irlik markazini topamiz. Simmetriyaga ega bo'lgani



1.3.12.5-rasm

uchun sektorning og‘irlik markazini faqat Ox o‘qida topish etarli.

$$x_C=\frac{\int x\,dS}{\int dS}=\frac{\int\limits_{-\alpha}^{\alpha}\frac{2}{3}R\cos\varphi\cdot\frac{1}{2}R^2\,d\varphi}{\int\limits_{-\alpha}^{\alpha}\frac{1}{2}R^2\,d\varphi}=\frac{\frac{1}{3}R^3\int\limits_{-\alpha}^{\alpha}\cos\varphi\,d\varphi}{\frac{1}{2}R^2\int\limits_{-\alpha}^{\alpha}d\varphi}=\frac{2}{3}R\frac{\sin\varphi\big|_{-\alpha}^{\alpha}}{\varphi\big|_{-\alpha}^{\alpha}}=\frac{2}{3}R\frac{\sin\alpha-\sin(-\alpha)}{\alpha-(-\alpha)}=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sin\alpha}{\alpha}R\cdot$$

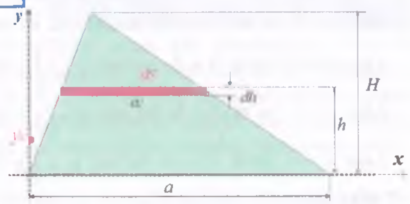
6-Misol:

Asosi a va markaziy balandligi H bo‘lgan uchburchakning og‘irlik markazini topish uchun quyidagi formula keltirib chiqarilsin.

$$\boxed{y_C=\frac{1}{3}H}$$

Yechish:

Uchburchak asosidan ixtiyoriy h masofada asosga parallel qilib bo‘yi a_1, eni dh bo‘lgan elementar yuzacha ajratamiz. Uchburchaklar o‘xshashligiga ko‘ra mos tomonlar nisbati o‘zaro teng bo‘lish kerak. Bundan elementar yuzachaning uzunligi a_1 ni topamiz.



1.3.12.6-rasm

$$\frac{a_1}{a}=\frac{H-h}{H};\ \rightarrow\ a_1=\frac{H-h}{H}a=a-\frac{a}{H}h$$

Elementar yuzacha $dS=a_1dh=\left(a-\frac{a}{H}h\right)dh$, uchburchak esa $S=\frac{1}{2}aH$ yuzaga ega. Integrallash natijasida og‘irlik markazining Oy o‘qidagi koordinatasini topamiz.

$$y_C=\frac{\int y\,dS}{\int dS}=\frac{\int\limits_0^H h\cdot\left(a-\frac{a}{H}h\right)dh}{\int\limits_0^H\left(a-\frac{a}{H}h\right)dh}=\frac{\int\limits_0^H\left(ah-\frac{a}{H}h^2\right)dh}{\int\limits_0^H\left(a-\frac{a}{H}h\right)dh}=\frac{\frac{1}{2}aH^2-\frac{a}{H}\cdot\frac{1}{3}H^3}{aH-\frac{a}{H}\cdot\frac{1}{2}H^2}=\frac{aH^2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{2}aH}=\frac{1}{3}H$$

7-Misol:

Asosining radiusi R va balandligi H bo‘lgan konus og‘irlik markazini topish uchun quyidagi formula keltirib chiqarilsin.

$$\boxed{z_C=\frac{1}{4}H}$$

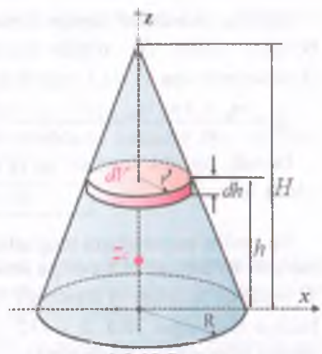
Yechish:

Konus asosidan ixtiyoriy h masofada asosga parallel qilib radiusi r', eni dh bo‘lgan elementar slindrcha ajratamiz. Konusning o‘q kesimida hosil bo‘lgan uchburchaklar o‘zaro o‘xshashdir. Uchburchaklar o‘xshashligiga ko‘ra mos tomonlar nisbati o‘zaro teng bo‘lish kerak. Bundan elementar slindrchaning radiusi r' ni topamiz.

$$\frac{r'}{R}=\frac{H-h}{H};\ \rightarrow\ r'=\frac{H-h}{H}R=R-\frac{R}{H}h$$

Elementar hajmcha $dV=\pi r'^2\,dh=\left(R-\frac{R}{H}h\right)^2dh=$

$=\left(R^2-2\frac{R^2}{H}h+\frac{R^2}{H^2}h^2\right)dh$, konus esa $V=\frac{1}{3}\pi R^2H$ hajmga ega.



1.3.12.7-rasm

Integrallash natijasida og‘irlik markazining Oz o‘qidagi koordinatasini topamiz.

$$y_C=\frac{\int y\,dV}{\int dV}=\frac{\int\limits_0^H h\cdot\pi\left(R^2-2\frac{R^2}{H}h+\frac{R^2}{H^2}h^2\right)dh}{\int\limits_0^H\pi\left(R^2-2\frac{R^2}{H}h+\frac{R^2}{H^2}h^2\right)dh}=\frac{\pi\cdot\int\limits_0^H\left(R^2h-2\frac{R^2}{H}h^2+\frac{R^2}{H^2}h^3\right)dh}{\pi\cdot\int\limits_0^H\left(R^2-2\frac{R^2}{H}h+\frac{R^2}{H^2}h^2\right)dh}=$$

$$=\frac{\frac{1}{2}R^2H^2-2\frac{R^2}{H}\cdot\frac{1}{3}H^3+\frac{R^2}{H^2}\cdot\frac{1}{4}H^4}{R^2H-2\frac{R^2}{H}\cdot\frac{1}{2}H^2+\frac{R^2}{H^2}\cdot\frac{1}{3}H^3}=\frac{R^2H^2\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\right)}{R^2H\left(1-1+\frac{1}{3}\right)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{3}}H=\frac{1}{4}H.$$

8-Misol:

Asoslari radiuslari R va r, balandligi H bo‘lgan kesik konusning og‘irlik markazini xuddi Yuqoridagi kabi hisoblab quyidagini topish mumkin.

$$\boxed{z_C=\frac{R^2+2Rr+3r^2}{R^2+Rr+r^2}\cdot\frac{H}{4}}$$

1.3.12.7-rasm

Bundan agar $R=nr$ bo‘lsa, $z_C=\frac{n^2+2n+3}{n^2+n+1}\cdot\frac{H}{4}$ bo‘ladi.

Agar $n=1$, ya’ni $R=r$ bo‘lsa, $z_C=\frac{H}{2}$ bo‘ladi.

Agar $n=2$, ya’ni $R=2r$ bo‘lsa, $z_C=\frac{11}{28}H$ bo‘ladi.

Agar $n=3$, ya’ni $R=3r$ bo‘lsa, $z_C=\frac{9}{26}H$ bo‘ladi.

Agar $n=\infty$, ya’ni $R=\infty r$ bo‘lsa, $z_C=\frac{1}{4}H$ bo‘ladi.

9-Misol:

Uzunliklari $\ell=1m$ dan bo‘lgan qo‘rg‘oshin va alyuminiydan yasalgan sterjenlar izma-iz qo‘yilgan. Qo‘rg‘oshinning zichligi $\rho_1=11300\,kg/m^3$, alyuminniki esa $\rho_2=2700\,kg/m^3$. Ularning og‘irlik markazi topilsin.

a) b)

1.3.12.9-rasm

Yechish:

Ushbu masalani 2 usulda yechish mumkin:

1-usul

Og‘irlik markazini topish formulasidan to‘g‘ridan-to‘g‘ri foydalanamiz. Simmetriya o‘qiga ega bo‘lgani uchun Ox o‘qida topish etarli. Bu o‘qda qo‘rg‘oshinning og‘irlik markazi $x_1=0{,}5$, alyuminiyniki esa $x_2=1{,}5$ masofada joylashgan.

$$x_C=\frac{m_1\cdot x_1+m_2\cdot x_2}{m_1+m_2}=\frac{\rho_1S\ell\cdot x_1+\rho_2S\ell\cdot x_2}{\rho_1S\ell+\rho_2S\ell}=\frac{\rho_1\cdot x_1+\rho_2\cdot x_2}{\rho_1+\rho_2}=\frac{11300\cdot 0{,}5+2700\cdot 1{,}5}{11300+2700}=\frac{97}{140}\approx 0{,}693\cdot$$

Demak, og‘irlik markazi qo‘rg‘oshin va alyuminiy chegarasidan $\Delta\ell=0{,}307$ masofada qo‘rg‘oshin ichida yotar ekan.

2-usul

Bu usulda momentlarni tenglashdan foydalanamiz. Shunday O nuqtani topamizki, bu nuqta moment markazi bo‘lsin, ya’ni bu nuqta atrofida aylantiruvchi musbat va manfiy momentlar o‘zaro teng bo‘lsin. O nuqta qo‘rg‘oshin va alyuminiy chegarasidan biror $\Delta\ell$ masofada, qo‘rg‘oshin ichida yotadi. $F_1=m_1g$ kuchga tushirilgan elka $d_1=\ell/2-\Delta\ell$, $F_2=m_2g$ kuchga tushirilgan elka $d_2=\ell/2+\Delta\ell$. Musbat va manfiy momentlarni hisoblaymiz.

$$M_{(+)}=F_1\cdot d_1=m_1g\cdot d_1=\rho_1S\ell g\cdot\left(\frac{\ell}{2}-\Delta\ell\right)\ \text{va}\ M_{(-)}=F_2\cdot d_2=m_2g\cdot d_2=\rho_2S\ell g\cdot\left(\frac{\ell}{2}+\Delta\ell\right)$$

$M_{(+)}=M_{(-)}$ ekanini hisobga olamiz.

$$\rho_1S\ell g\left(\frac{\ell}{2}-\Delta\ell\right)=\rho_2S\ell g\left(\frac{\ell}{2}+\Delta\ell\right);\ \to\ \rho_1\ell-2\rho_1\Delta\ell=\rho_2\ell+2\rho_2\Delta\ell;\ \to\ \Delta\ell=\frac{\rho_1-\rho_2}{2\cdot(\rho_1+\rho_2)}\ell=\frac{113-27}{2\cdot(113+27)}\cdot 1\approx 0{,}307\cdot$$

1.4. GAZLAR VA SUYUQLIKLAR MEXANIKASI.

Suyuqlik va gazlarning qattiq jismlardan farqi shundan iboratki, bularda ayrim qatlamlar va mayda zarrachalar bir-biriga nisbatan istalgan yo'nalishda erkin siljishi mumkin. Suyuqlik va gazlarga berilgan tashqi bosim qattiq jismlardagidek faqat kuch ta'sir qilgan yo'nalishda emas, hamma yo'nalishda uzatilishiga va suyuqlik va gazlar zarrachalarining erkin harakatlanishiga sababchi bo'ladi.

Gazlar bilan suyuqliklar orasidagi muhim farqlardan biri shundan iboratki, gazlar o'z ixtiyoridagi borliq hajmni egallaydi, suyuqlik esa bor hajmning bir qismini egallaydi. Chunki, gaz molekulalari orasidagi masofa molekula o'lchamlaridan odatdagi sharoitlarda 8 – 10 marta katta bo'lgani uchun gaz molekulalari bir-birini masofada tutib tura olmaydi. Shuning uchun gaz cheksizlikkacha kengaya oladi. Suyuqlik molekulalari esa bir-birini ta'sir doirasida tutib turadi.Suyuqlik molekulalari qattiq jism molekulalariga o'xshab muvozonat vaziyati atrofida tebranishidan tashqari molekulalararo bo'shliq bo'ylab ko'cha oladi. Demak, suyuqlik molekulalarida bir vaqtning o'zida qattiq jism va gaz molekulalari harakati mujassam bo'lib, ular murakkab traektoriya bo'ylab harkatlanadi.

Gazlarning suyuqliklardan yana bir farqi shundan iboratki, gazlar osongina siqilsa, suyuqliklar deyarli siqilmaydi.

1.4.1. Mavzu: Suyuqlik va gazlarda bosim. Paskal qonuni. Gidravlik press. Gidostatik va aerostatik bosim. Bosim kuchi. Tutash idishlar.

Suyuqlik va gazlarda bosim:

Kuchning suyuqlik va gazlarga ta'siri ***bosim*** deb ataluvchi fizik kattalik bilan xarakterlanadi.

Bosim deb, sirtning yuza birligiga perpendikulyar ravishda ta'sir qiluvchi kuchga miqdor jihatidan teng bo'lgan fizik kattalikka aytiladi.

Agar F kuch sirtning S yuzasiga perpendikulyar ravishda ta'sir qilayotgan bo'lsa, ta'rifga ko'ra bosim quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{p=\frac{F}{S}}$$

Agar F kuch yuzaga burchak ostida ta'sir etsa, u holda bu kuchning normal tashkil etuvchisi olinadi.

Agar $1m^2$ yuzaga tik ravishda $1N$ kuch ta'sir qilayotgan bo'lsa, bu kuchning bosimi $1Pa$ (Paskal) ga teng bo'ladi.

$$\boxed{1Pa=\frac{1N}{1m^2}}$$

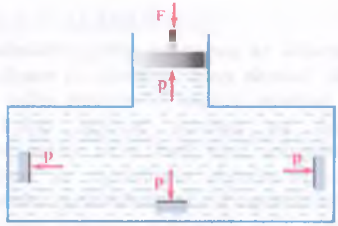
$1Pa$ bosim juda kichik bosim hisoblanib texnika va turmushda birmuncha kattaroq kPa va MPa lardan foydalaniladi.

$$\boxed{1kPa=1\ 000\ Pa, \qquad 1MPa=1\ 000\ 000\ Pa}$$

Suyuqlik va gazlar uchun Paskal qonuni:

Qattiq jismlarga beriladigan bosim kuchi ta'sir yo'nalishida uzatiladi. Qattiq jismlardan farqli ravishda suyuqlik va gazlarning zarralari barcha yo'nalishlarda bir-biriga nibatan erkin siljiy oladi. Shuning uchun suyuqlik va gazlarga tashqaridan beriladigan bosim hamma yo'nalishlarda uzatiladi. Masalan, *1.4.1.1-rasm*da berilgan idishga biror gaz to'ldirilgan bo'lsin. Biror $\vec{F}$ kuch ta'sirida porshenni idishning tubi tomon siljitsak, porshen yaqinidagi A sohada gaz siqilib uning zarrachalari zichroq joylashadi. Lekin gaz molekulalari harakatchan bo'lgani tufayli ular butun hajm bo'yicha turli yo'nalishlarga siljiydi. Natijada gaz molekulalarining taqsimlanishi $A, B, C, D, ...$ sohalarning barchasida birday, lekin siqilish boshlanishgacha bo'lgan qiymatdan zichroq bo'ladi. Shuning uchun, gaz bosimi idishning barcha nuqtalarida birday kattalikka ortadi. Ushbu tajribani suyuqlik bilan o'tkazilganda ham shunday natija kuzatiladi.

1.4.1.1-rasm



1.4.1.2-rasm

Tajribalarga asoslanib fransuz olimi Blez Paskal (1623 – 1662) o'zining ***Paskal qonuni***ga asos soldi.

Muvozonatda turgan suyuqlik yoki gazga berilgan tashqi bosim suyuqlik yoki gazning har bir nuqtasiga o'zgarishsiz birday uzatiladi.

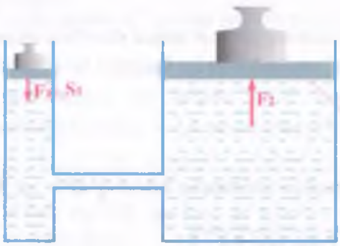
Masalan, tashqi kuch ta'sirida suyuqlikning istalgan joyiga ixtiyoriy yo'nalishda o'rnatilgan barcha yuzachalarga bo'lgan bosim ortishi birday bo'ladi (*1.4.1.2-rasm*).

Gidravlik pressning tuzilishi va ishlash prinsipi:

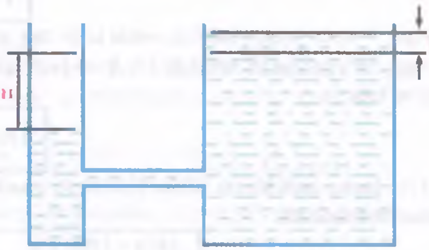
Gidravlik press (*1.4.1.3-rasm*) diametrlari har xil bo'lgan, o'zaro tutashgan ikki silindr va ular ichida harkatlana oladigan porshenlardan iborat qurilma bo'lib, uning ishlashini Paskal qonuni asosida tushuntirish mumkin. Slindrik idishlarni gidravlik pressning ***yelkalari*** deyiladi. Kichik porshen yuzini S_1, katta porshen yuzini esa S_2 bilan belgilaylik. Kichik porshenga F_1 kuch ta'sir etganda porshen tagida $p = \frac{F_1}{S_1}$ bosim vujudga keladi va bu ta'sir ikkinchi porshenga ham uzatiladi. Lekin ikkinchi porshenning yuzi S_2 bo'lgani uchun bu porshenga ta'sir etuvchi kuch $F_2 = pS_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$ bo'ladi. Demak har bir porshen tagidagi bosim bir xil bo'lib ta'sir kuchlari har xil bo'lar ekan.

$$\boxed{p = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}} \quad \text{yoki} \quad \boxed{\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}}$$

Demak, katta porshenning yuzi kichik porshenning yuzidan necha marta katta bo'lsa, F_2 kuch F_1 kuchdan shuncha marta katta bo'ladi.



1.4.1.3-rasm



1.4.1.4-rasm

Kichik porshen F_1 kuch ta'sirida h_1 masofaga pastga siljsa, katta porshenda F_2 kuch vujudga kelib bu kuch ta'sirida porshen h_2 masofaga tepaga siljiydi. Kichik porshen h_1 masofaga pastga siljiganda, $\Delta V = h_1 S_1$ hamdagi suyuqlik kichik silindrdan "siqib chiqarilgan" bo'ladi. Bu suyuqlik silindrlarni birlashtiruvchi nay orqali katta silindrga o'tadi. Natijada, katta silindrdagi suyuqlik hajmi suyuqlikning siqilmaslik xossasiga asosan ΔV ga ortadi. Natijada katta porshen h_2 masofaga tepaga siljiydi.

$$\boxed{h_2 = \frac{\Delta V}{S_2} = h_1 \frac{S_1}{S_2}} \quad \text{yoki} \quad \boxed{\frac{S_2}{S_1} = \frac{h_1}{h_2}}$$

Demak, porshen yuzalarining nisbati porshen ko'chishlarining teskari nisbatiga teng ekan. Bu erda "mexanikaning oltin qoidasi" bajarilyapti: kuchdan necha marta yutilsa, masofadan shuncha marta yutqaziladi.

$$\boxed{\frac{F_2}{F_1}=\frac{S_2}{S_1}=\frac{h_1}{h_2}}$$

Gidravlik press katta kuch talab qilinadigan qurilmalarda, masalan, domkrat, presllash ishlarida keng qo'llaniladi.

Gidrostatik va aerostatik bosim. Suyuqlik ichidagi umumiy bosim:

Suyuqlik va gazlarda Yerga tortilish kuchi tufayli tayanch asosi yuziga bosim beradi.

Gidrostatik yoki aerostatik bosim deb, suyuqlik yoki gazlar ustunining og'irlik kuchi hosil qilgan bosimiga aytiladi.

Gorizontal sirtda turgan silindrik idishga suyuqlik solingan bo'lsin (1.4.1.5-rasm). Mazkur suyuqlikning og'irligi tufayli vujudga keladigan bosimning qiymatlari chuqurlikka monand ravishda ortib boradi. Buni idishning har xil balandliklaridagi teshikchalardan otilib chiqayotgan sharrachalarning tezliklaridan ham bilsa bo'ladi. Har bir gorizontal qatlamning barcha nuqtalari bir xil bosimga ega bo'ladi, Chunki har bir gorizontal qatlam o'zining tepasidagi qatlamlar yukini ko'tarib turadi. Shuning uchun gorizonat qatlamlar ***teng bosimli sirtlar*** deyiladi. Chuqurroqdagi qatlam ko'proq yukni ko'tarib turgani sababli bu qatlamlarda bosim ham kattaroq bo'ladi. Balandligi h bo'lgan suyuqlik ustunining idish tubiga ko'rsatadigan ta'sir kuchi shu suyuqlikning og'irligiga teng bo'ladi, ya'ni $F=\rho g h S$ bo'ladi. Bu erda: ρ — suyuqlik zichligi.

Suyuqlikning idish tubiga beradigan bosimi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{p=\frac{F}{S}=\rho g h}$$

Demak, suyuqlikning og'irlik kuchi ta'sirida sirtidan h chuqurlikdagi barcha nuqtalarda hosil qiladigan bosimi suyuqlik ustunining balandligiga va zichligiga propotsional ekan.

Tajribalarning ko'rsatishicha, suyuqlikning bosimi idish shakliga bog'liq emas ekan.

Yuqoridagi aytilgan fikrlar gazlar uchun ham o'rinlidir. Lekin, gaz zichligi suyuqliklarnikidan 100 martalab kichik bo'lgani uchun idishdagi gazning pastki qismidagi bosim yuqorigi qismidagi bosimdan birozgina katta bo'ladi xolos (bu farqni e'tiborga olmasa ham bo'ladi). Idishning balandligi yuzlab metr bo'lgandagina bu farq sezilarli bo'ladi.

Suyuqlikning idish yon devorlariga beradigan o'rtacha bosimi idish balandligining o'rtasidagi gidrostatik bosimga teng. Chunki idish yuzida bosim 0 ga teng, tubida esa $\rho g h$ ga teng bo'ladi.

$$\boxed{p_{yon}=\frac{1}{2}\rho g h}$$

Suyuqlik tubidagi to'la bosim tashqi atmosfera bosimi bilan gidrostatik bosimlarning yig'indisiga teng bo'ladi.

$$\boxed{p_{um}=p_{atm}+\rho g h\approx 10^5+\rho g h}$$

Masala: Ko'l tubidan chiqib kelayotgan pufakcha xajmi tepaga chiqguncha k marta oshsa, ko'lning chuqurligi h quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{h=10\cdot(k-1)} \quad [m]$$

Isboti: Pufakchaga ko'l tubida $p_{um}=p_{atm}+\rho g h$ bosim ta'sir qilsa, yuzaga chiqqanda esa p_{atm} bosim ta'sir qiladi. Tepaga chiqguncha bosim k marta kamayganligi uchun hajm shuncha marta oshadi.

$$k=\frac{p_{atm}+\rho g h}{p_{atm}}=\frac{V_2}{V_1}; \;\rightarrow\; k\cdot p_{atm}=p_{atm}+\rho g h; \;\rightarrow\; h=\frac{p_{atm}}{\rho g}(k-1)\approx\frac{10^5}{10^3\cdot 10}\cdot(k-1)=10\cdot(k-1).$$

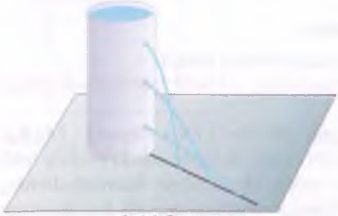
Suyuqlik yon devorlaridagi umumiy o'rtacha bosim tashqi atmosfera bosimi bilan idish balandligi o'rtasidagi gidrostatik bosimlar yig'indisiga teng bo'ladi.

$$\boxed{p_{um.yon}=p_{atm}+\frac{1}{2}\rho g h\approx 10^5+\frac{1}{2}\rho g h}$$

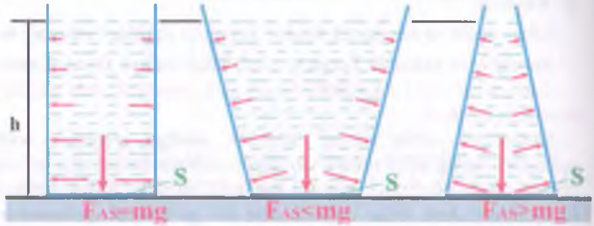
Suyuqlikning idish tubi va yon devorlariga bosim kuchi. Gidrostatik paradoks:

Suyuqlikning idish tubiga ko'rsatadigan ta'sir kuchi ***idish tubidagi bosim kuchi*** deyiladi. Tajribalarning ko'rsatishicha idish har qanday shaklda bo'lganda ham idish asosdagi bosim kuchi

$F_{AS} = p\,S_{AS} = \rho\, g\, h\, S_{AS}$ formula bo'yicha aniqlanar ekan. Demak, idishning shaklidan qat'iy nazar, idish tubiga suyuqlik tomonidan ta'sir etadigan bosim kuchi Shunday suyuqlik ustunining og'irligi bilan aniqlanadiki, bu ustunning asosi idish tubining asosiga, balandligi esa idishdagi suyuqlik balandligiga teng bo'lishi kerak.



1.4.1.5-rasm



1.4.1.6-rasm

Buni quyidagicha tavchiflaymiz. Asosining yuzi aynan bir xil bo'lgan uch xil idishga (*1.4.1.6-rasm*) bir xil balandlikda suyuqlik solingan. Uchala holda ham suyuqlikning idish tubiga bosim kuchi bir xil. Vaholanki, ikkinchi idishdagi suyuqlikning og'irligi bosim kuchidan katta, uchinchi idishdagi suyuqlik og'irligi esa bosim kuchidan kichik.

Og'zi kengayib yoki torayib boruvchi idishlardagi suyuqlikning idish tubiga beradigan bosim kuchi idishdagi suyuqlik og'irligidan katta yoki kichik bo'lish hodisasi gidravlik paradoks deyiladi.

Xo'sh, gidravlik paradoksning sababi nima? –Og'zi kengayib boruvchi idishdagi suyuqlik og'irligining bir qismi yon devorning suyuqlikka "aks ta'sir" kuchi bilan muvozonatlashadi, ya'ni suyuqlik og'irligining bir qismi yon devorga tushadi. Natijada idish tubiga faqat asos yuzi tepasidagi hajmdagi suyuqlik og'irligi tushadi. Og'zi torayib boruvchi idishda esa yon devorning "aks ta'sir" kuchining *Oy* o'qqa proeksiyasi pastga yo'nalgan bo'lgani uchun qo'shimcha kuch hosil qiladi.

Silindrik idishlarda suyuqlikning idish tubiga beradigan bosim kuchi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{F_{AS} = p\,S_{AS} = \pi\,\rho\,g\,R^2 h}$$

Suyuqlikning idish yon devorlariga beradigan bosim kuchi yon devordagi o'rtacha bosim bilan yon sirt yuziga ko'paytmasiga tengdir.

$$\boxed{F_{yon} = p_{yon} S_{yon} = \frac{1}{2}\rho\, g\, h\, S}$$

Silindrik idishlarda suyuqlikning idish tubiga beradigan bosim kuchi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{F_{yon} = p_{yon} S_{yon} = \pi\,\rho\,g\,R h^2}$$

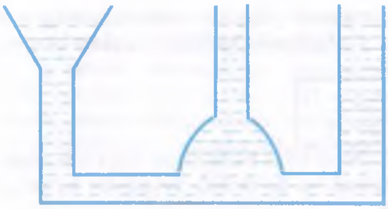
Tutash idishlar:

Pastki qismlari tutashtirilgan ikkita vertikal idishga ***tutash idish*** deyiladi.

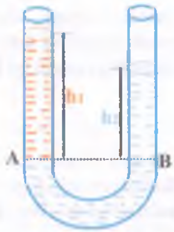
Tutash idishlardan biriga suyuqlik quyilsa, pastki qismidagi naylar orqali mazkur suyuqlik boshqa idishlarga ham oqib kiradi. Bir jinsli suyuqlik muvozonat holatida turganda tutash idishning barcha qismlarida ham suyuqlik sathlari bir xil bo'ladi (*1.4.1.7-rasm*).

U simon tutash idishga suv quyganimizda ikkala yelkada ham suyuqlik sathlari bir xil bo'ladi (*1.4.1.8-rasm*). Shundan so'ng idishlarning biriga kerosin quyaylik. Suyuqliklar muvozonat holatiga kelganda ularning erkin sirt sathlari turlicha bo'ladi. Rasmdagi *AB* tekislik bir-biriga aralashmaydigan ikki suyuqlikning ***ajralish sathi*** deb ataladi. Tutash idishdagi suyuqlik ustunlarining ajralish sathidan balandliklarini h_1 va h_2 deb, suyuqliklar zichliklarini esa, ρ_1 va ρ_2 deb belgilaymiz. U holda Paskal qonuniga ko'ra ajralish sathida ikkala suyuqlik hosil qilgan bosimlar $p = \rho_1\, g\, h_1 = \rho_2\, g\, h_2$ teng.. Yelkalarda suyuqlik ustunlari balandliklari zichliklar bilan quyidagicha bog'langan.

$$\boxed{\frac{h_2}{h_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}}$$



1.4.1.7-rasm



1.4.1.8-rasm

Shunday qilib, tutash idishda suyuqlik ustunlarining ajralish sathidan balandliklari nibati zichliklarning teskari nisbatiga teng ekan.

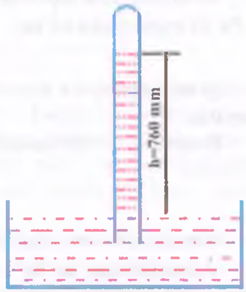
1.4.2. Mavzu: Atmosfera bosimi. Atosfera bosimining balandlikka bog'liqligi. Simobli va metall barometrlar. Bosimning sitemaga kirmagan birliklari.

Atmosfera bosimi va uni o'lchash uchun Torichelli tajribasi:

Er atrofini azot, kislorod, vodorod, suv bug'i kabi gazlar aralashmasidan havo o'rab olganki, uni ***atmosfera*** deb ataladi. Atmosferaning qalinligi minglab kilometrni tashkil qilib, u troposferaga, stratosferaga va ionasferaga bo'linadi. Lekin butun atomosfera massasining yarmidan ko'pi 10 km balandlik ichida joylashgan. Havo zarralari barcha jismlar kabi Yerga tortiladi, lekin tartibsiz harkat sababli ma'lum balandlikka tarqalib ketadi. Atmosferaning koinotga tarqalib ketmasligining sababi – havo zarralarining Yerga tortilishidir. Xuddi idishdagi suyuqlikning og'irligi tufayli bosim vujudga kelganidek, havoning og'irligi tufayli atmosfera bosimi vujudga keladi.

Atmosfera bosimining kattaligini suyuqlik ustunining bosimini o'lchagandek osongina o'lchab bo'lmaydi, chunki atmosferaning aniq bir chegarasi yo'q, va ikkinchidan atmosfera zichligi balandlik bo'ylab bir xil emas. Shungak qaramasdan, atmosfera bosimini 1643-yilda birinchi bo'lib italiyalik olim Torichelli (1608 – 1647) tajriba yo'li bilan aniqladi.

U quyidagicha tajriba o'tkazdi. U bir uchi kavsharlangan $1m$ uzunlikka yaqin nay olib, unga simob to'ldirdi. Simob oqib ketmasligi uchun nayning ikkinchi uchini barmoq bilan berkitib, uni to'nkarilgan holda simobli idishga botirdi va nayning uchini ochib yubordi. Bunda naydagi simob ustuni pasayishi kuzatiladi va tepada Torichelli bo'shlig'i deb ataluvchi havosiz bo'shliq qoladi. Simob ustunining pasayishi toki $760mm$ gacha davom etdi.



1.4.2.1-rasm

O'tkazilgan tajriba quyidagicha tushuntiriladi: idishdagi simob sirtiga ko'rsatilayotgan atmosfera bosimi nay ichida qolgan simob ustunining bosimi bilan muvozonatlashganda naydan simobning oqib chiqishi to'xtaydi. Demak, atmosfera bosimi Torichelli nayidagi simob ustunining bosimi bilan o'lchanar ekan.

Yuqorida bayon etilgan tajribada simob ustunining balandligi $760mm$ ga teng bo'lgan. Lekin shu tajribani dengiz sathidan turlicha balandliklarda o'tkazilsa yoki bir joyning o'zida turli vaqtlarda (kunning turli soatlari va yilning turli fasllarida) o'tkazilsa, simob ustunining turlicha bo'lishini qayd etish mumkin. Demak, atmosfera bosimi o'zgarib turadi. Simob ustunining $760mm$ qiymati ko'p tajribalarning o'rtachasidir.

0^0C temperaturada simob ustuni $760mm$ ga teng bo'ladigan holdagi atmosfera bosimi ***normal atmosfera bosimi*** deyiladi.

Demak normal sharoitda atmosfera bosimi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{p_{atm} = \rho_{simob} g\, h = 13600 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}76 = 101\,325\ Pa}$$

Agar simobli barometr tinch turgan yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatlanayotgan bo'lsa, undagi suyuqlikning ko'tarilish sathi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{h = \frac{P_{atm}}{\rho_c g}\ [m]}$$

Agar simobli barometr idishi bilan birgalikda a tezlanish bilan ko'tarilayotgan liftga o'rnatilgan bo'lsa, axvol o'zgaradi. Kapillyar ichidagi suyuqlik og'irlashadi va ko'tarilish avvalgidan kamroq bo'ladi. Bunda ko'tarilish balandligi quyidagi ko'rinishni oladi.

$$\boxed{h = \frac{P_{atm}}{\rho_s (g + a)}}$$

Agar simobli barometr idishi bilan birgalikda a tezlanish bilan tushayotgan liftga o'rnatilgan bo'lsa, axvol o'zgaradi. Kapillyar ichidagi suyuqlik engillashadi va ko'tarilish avvalgidan ko'proq bo'ladi. Bunda ko'tarilish balandligi quyidagi ko'rinishni oladi.

$$\boxed{h = \frac{P_{atm}}{\rho_s (g - a)}}$$

Agar simobli barometr vaznsizlik holatida (erkin tushayotgan yoki kosmik kemada) bo'lsa, $h \to \infty$ bo'lib, suyuqlik nayning butun uzunligini egallab oladi.

Bosimning sitemaga kirmagan birliklari:

Ko'pincha bosimning sistemaga kirmagan birliklari: millimetr simob ustuni (mm.sm.ust), fizik atmosfera (*atm.*) va texnik atmosfera (*at.*) lardan foydalaniladi.

Millimetr simob ustuni deb, balandligi $1mm$ bo'lgan simob ustunining tekis gorizontal sirtga ko'rsatadigan bosimiga aytiladi.

$$\boxed{1mm.sm.ust = 9{,}8\ m/s^2 \cdot 13600\ kg/m^3 \cdot 10^{-3}\ m = 133{,}3\ Pa}$$

Fizik atmosfera deb, havo ustunining Yerning gorizontal sirtiga ko'rsatadigan bosimiga aytiladi.

Bosimning fizik atmosfera (*atm.*) birligi normal atmosfera, ya'ni $760 mm.sm.ust.$ bosimiga teng bo'lib, Pa da quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{1atm. = 760 mm.sm.ust = 101\,325\ Pa}$$

Texnik atmosfera deb, $1kG$ kuchning $1sm^2$ yuzaga perpendikulyar ravishda ko'rsatgan bosimiga aytiladi.

Bosimning texnik atmosfera (*at.*) birligini Pa va $mm.sm.ust.$ da quyidagicha ifodalaymiz:

$$\boxed{1at. = 1\frac{kG}{sm^2} = 98\ 000\ Pa = 736{,}5\ \ mm.sm.ust}$$

Atmosfera bosimining balandlikka bog'liqligi:

Atmosferaning har bir gorizontal qatlami uning yuqori qismidagi og'irligi ta'siridan siqilgan bo'ladi. Shuning uchun, atmosferaning quyi qismlarida havoning zichligi va bosimi uning yuqorigi qismlaridagiga qaraganda katta bo'ladi. *1.4.2.2–rasm*da atmosfera bosimining balandlikka bog'liqligi keltirilgan. Agar dengiz sathida bosim $760mm$ simob ustuniga teng bo'lsa, $10km$ balandlikda $200mm$, $50km$ balandlikda esa atigi $0{,}7mm$ simob ustunini tashkil qiladi. Havoning zichligi ham balandlik ortishi bilan juda tez kamayib boradi. Masaalan, $5km$ balandlikda atmosfera qatlami massasi butun atmosfera massasining yarmini tashkil qiladi. $30km - 6000km$ balandliklar orasidagi qatlam massasi esa butun atmosferak massasining atigi 1% ini tashkil qiladi.

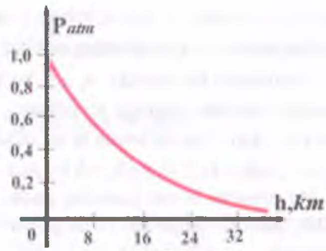
Atmosfera bosimining balandlikka bog'liqlik tenglamasini birinchi bo'lib statistik hisolashlarga asoslanib Bolsman aniqlagan. Bu Bolsmanning taqsimot qonuni yoki barometrik formula deyiladi.

$$\boxed{p_h = p_0 \cdot e^{-\frac{m_0 g h}{kT}} = p_0 \cdot e^{-\frac{M g h}{RT}}}$$

Bu erda: M – havoning molyar massasi, $g = 9{,}8m/s^2$ – erkin tushish tezlanishi, h – balandlik,
$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J/K$ – Bolsman doimiysi, $R = 8{,}31 \cdot 10^{-23}\ J/(mol \cdot K)$ – universal-gaz doimiysi,
T – absalyut temperatura.

Past balandliklarda o'rta hisobda har $12m$ balandlikda atmosfera bosimi $1мм$ simob ustuniga kamayib boradi.

Atmosfera bosimining balandlik ortishi bilan kamayib borishidan ko‘tarilish balandligini aniqlashda foydalaniladi. shkalasi ko‘tarilish balandligiga moslashtirilgan metall barometrlar *balandlik o‘lchagichlar* yoki *altmetrlar* deyiladi. Altmetrlardan samolyotning uchish balandligini aniqlashda, tog‘larga ko‘tarilishda va hokozalarda keng foydalaniladi.

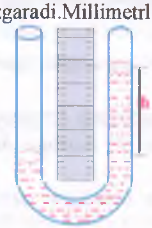


1.4.2.2-rasm

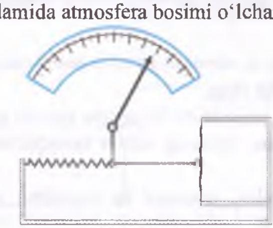
Atmosfera bosimini o‘lchash uchun simobli va metall barometrlar:

Atmosfera bosimi simobli barometr va metall barometr – aneroid asboblari yordamida o‘lchanadi.

Simobli barometr bir uchi kavsharlangan U simon naydan iborat (*1.4.2.3-rasm*). Nayning ikkinchi uchi ochiq bo‘lib, unga atmosfera bosimi ta’sir etadi. Natijada kavsharlangan yelkadagi simob ustuni balandligi o‘zgaradi.Millimetrlarda darajalangan shkala yordamida atmosfera bosimi o‘lchanadi.



1.4.2.3-rasm


1.4.2.4-rasm

Metall barometrlarning ishlash prinsipini *1.4.2.4–rasm*dan tushunib olish mumkin. Uning asosiy qismi havosi so‘rib olingan to‘lqinsimon qopqoq (membrana) li qutichadan iborat. Tashqi atmosfera bosimi o‘zgarganda membrananing egilishi ham o‘zgaradi. Natijada, membrana bilan tutashtirilgan barometr strelkasi harakatga keladi. Barometr shkalasi bosimni to‘g‘ri ko‘rsatadigan qilib oldindan darajalab qo‘yilgan bo‘ladi. Barometr strelkasining vaziyatiga qarab atmosfera bosimi haqida ma’lumot olish mumkin.

Berk idishdagi gazlarning yoki suyuqliklarning bosimini o‘lchash uchun qo‘llaniladigan asboblar ***manometrlar*** deyiladi. Manometrlar odatda idishdagi bosim bilan tashqi atmosfera bosimi orasidagi farqni (atmosfera bosimiga etmayotgan yoki atmosfera bosimidan yuqori bosimni) ko‘rsatadi. Suyuqlikli va metall manometrlar mavjud bo‘lib, ular bir-biridan farq qiladi.

Suyuqlikli manometr U simon shaklga ega bo‘lib, u ma’lum simob bilan to‘ldirilgan. Birinchi yelkaga ta’sir etayotgan bosim ikkinchi yelkaga ta’sir etayotgan bosimdan katta bo‘lsa, ortiqcha bosim ikkinchi tirsakdagi suyuqlikning ko‘tarilishiga asoslangan. Suyuqlikli manometrlar kichik bosimlarni o‘lchashga mo‘ljallangan bo‘lib, katta bosimlarni metall manometrlar bilan o‘lchanadi. Metall manometrning asosiy qismi bir tomoni kavsharlangan yoysimon ichi bo‘sh elastik naycha bo‘lib, nayning ochiq uchi bosim o‘lchanayotgan idishga ulanadi. Bosim ortganda nay to‘g‘rilanadi, kamayganda esa egrilanadi. Nayning kavsharlangan uchiga darajalangan shkala ustida harakatlanuvchi strelka richaglar orqali birlashtirilgan. Odatda, metall manometrlar siqilgan havo yordamida ishlaydigan asbob va mexanizmlardagi bosimni o‘lchaydi.

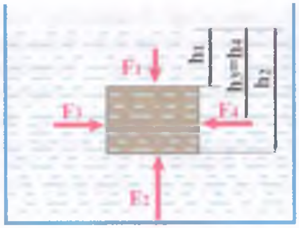
1.4.3. Mavzu: Suyuqlik va gazlar uchun Arximed qonuni. Jismlarning suyuqlikdagi holati.

Suyuqlik va gazlar uchun Arximed qonuni:

Suyuqlikka to‘la botirilgan jismga gidrostatik bosim ta’sir etadi. Soddalik uchun suyuqlikka to‘g‘ri burchakli parallepiped shaklidagi jism botirilgan bo‘lsin. Bu jismning yon sirtlariga teng miqdorda va qarama-qarshi yo‘nalgan p_3 va p_4 bosim ta’sir qiladi va bu bosimlar o‘zaro muvozonatlashadi. Jismning ustki va ostki asoslariga ta’sir qiluvchi bosimlar har xil bo‘lib, ular mos ravishda balandliklari h_1 va h_2 bo‘lgan suyuqlik ustunlarining bosimlariga teng.

$$p_1 = \rho_s g h_1; \qquad p_2 = \rho_s g h_2,$$

Bu erda ρ_s — suyuqlikning zichligi, g — erkin tushish tezlanishi.



1.4.3.1-rasm

Chizmadan ko‘rinadiki, $h_2 > h_1$ bo‘lganligi sababli, jismning ostki asosiga pastdan yuqoriga yo‘nalgan p_2 va p_1 bosimlarning farqiga teng bo‘lgan ortiqcha bosim ta’sir qiladi.

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho_s g\, (h_2 - h_1) = \rho_s g\, \Delta h.$$

Bu ortiqcha bosim jismning pastki yuzi S bo‘lgan asosiga ta’sir qilib, pastdan yuqoriga yo‘nalgan F_A ko‘taruvchi kuchni vujudga keltiradi.

$$F_A = \Delta p S = \rho_s g \Delta h S$$

Bu erda $\Delta h S$ ko‘paytma jismning hajmi V_J ga teng.

$$F_A = \rho_s g V_J$$

Bu ifodaning o‘ng tomoni jismning hajmiga teng bo‘lgan hajmdagi suyuqlikning og‘irligi P_0 ga teng.

$$F_A = P_0$$

Shunday qilib, suyuqlikka to‘la botirilgan jismga suyuqlik tomonidan F_A ga teng bo‘lgan ko‘taruvchi kuch ta’sir qilar ekan.

Bu kuchni birinchi bo‘lib tajriba asosida qadimgi grek olimi, fizik va matematik Arximed (er.av. 287 – 212) aniqlagan. Shuning uchun suyuqlikdagi jismni yuqoriga itaruvchi F_A kuchga ***Arximed kuchi*** deyiladi.

Shunday qilib, Arximed bu kuchning kattaligini aniqlashga yordam beradigan quyidagi qonunni yaratdi.

Suyuqlik yoki gazga botirilgan har qanday jismga shu jism siqib chiqargan suyuqlik yoki gazning og‘irligiga teng va yuqoriga yo‘nalgan kuch ta’sir qiladi.

Ba’zan Arximed qonuni yana quyidagicha ham ta’riflanadi.

Suyuqlik yoki gazga botirilgan jism, o‘zi siqib chiqargan suyuqlik yoki gazning og‘irligi qadar engillashadi.

Demak, Arximed kuchi suyuqlik yoki gazga botirilgan jism siqib chiqaradigan suyuqlik yoki gazning og‘irligiga teng bo‘lgan kuch ekan.

$$\boxed{F_A = P_0 = \rho_s V_J g}$$

Jismlarning suyuqlikdagi holati:

Suyuqlikka botirilgan jismga ikkita kuch: vertikal pastga yo‘nalgan $F_{og'}$ og‘irlik kuchi va vertikal yuqoriga yo‘nalgan F_A Arximed kuchi ta’sir qiladi. U vaqtda bu kuchlarning ta’sirida jism katta kuch tomonga qarab harakat qiladi. Bunda quyidagi uch hol bo‘lishi mumkin:

1. Agar jismning og‘irligi $F_{og'}$ Arximed kuchi F_A dan katta, ya’ni $F_{og'} > F_A$ bo‘lsa, jism pastga yo‘nalgan natijalovchi $P = F_{og'} - F_A$ kuch ta’sirida suyuqlik tubiga cho‘kadi. Boshqacha atganda, jismning zichligi ρ_j suyuqlikning zichligi ρ_s dan katta, ya’ni $\rho_j > \rho_s$ bo‘lsa, cho‘kish holati yuz beradi. P kuchni cho‘kuvchi jismning suyuqlikdagi og‘irligi deb ham yuritiladi.

2. Agar jismning og‘irligi $F_{og'}$ Arximed kuchi F_A ga teng, ya’ni $F_{og'} = F_A$ bo‘lsa, jismga ta’sir qiluvchi natijalovchi kuch nolga teng bo‘ladi. Bunda jism suyuqlikning ichtiyoriy joyida muvozonatda, ya’ni muallaq holatda bo‘ladi. Boshqacha atganda, jismning zichligi ρ_j suyuqlikning zichligi ρ_s ga teng, ya’ni $\rho_j = \rho_s$ bo‘lsa, muallaq turish holati yuz beradi.

3. Agar jismning og‘irligi $F_{og'}$ Arximed kuchi F_A dan kichik, ya’ni $F_{og'} < F_A$ bo‘lsa, jism tepaga yo‘nalgan natijalovchi $F = F_A - F_{og'}$ kuch ta’sirida suyuqlik yuziga qalqib chiqadi. Boshqacha atganda, jismning zichligi ρ_j suyuqlikning zichligi ρ_s dan kichik, ya’ni $\rho_j < \rho_s$ bo‘lsa, qalqib chiqish holati yuz beradi. F kuchni cho‘kmaydigan jismning yuk ko‘tarrish qobiliyati deb ham yuritiladi. Qalqib

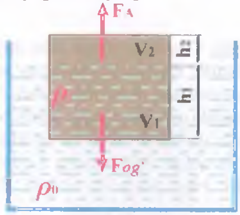
chiqayotgan jismning suyuqlik sirtiga etgandan keyingi ko‘tarilishi Arximed kuchi F_A jismning og‘irligi $F_{og'}$ ga tenglashganga qadar davom etadi. $F_A = F_{og'}$ bo‘lganda jism ko‘tarilishdan to‘xtaydi va qisman suyuqlikka botgan holda suyuqlik sirtida suzib yuradi.

1.4.4. Mavzu: Arximed qonunidan kelib chiqadigan natijalar.

Cho‘kmaydigan jismlar uchun natijalar:

Agar suyuqlikka cho‘kmaydigan jism tushirilsa, jismning havodagi og‘irligi (yoki massasi), siqib chiqarilgan suyuqlikning og‘irligiga (yoki massasiga) tangdir.

Cho‘kmaydigan jism suyuqlikka tushirilsa, jismning biror qismi suyuqlik ichida, qolgani esa suyuqlik tashqarisida bo‘ladi. Jismning zichligi qancha katta bo‘lsa, uning shuncha ko‘p qismisuyuq lik ichida bo‘ladi. Jism zichligi suyuqlik zichligiga tenglashganda esa jismning hamma qismi suyuqlik ichida bo‘ladi, ya’ni to‘la botgan holda muallaq turadi.



1.4.4.1 -rasm

h_1, V_1 –jismning cho‘kkan qismi balandaligi va hajmi

h_2, V_2 –jismning cho‘kmagan qismining balandligi va hajmi

h_j, V_j –jismning to‘la balandligi va xajmi

$$h_j = h_1 + h_2; \quad V_j = V_1 + V_2$$

Suyuqlikning cho‘kkan qismini topish formulasi quyidagicha (*1.4.4.1-rasm*):

$$\boxed{V_1 = \frac{\rho_j}{\rho_s}\cdot V_j, \qquad h_1 = \frac{\rho_j}{\rho_s}\cdot h_j}$$

Isboti: Arximed kuchi og‘irlik kuchi bilan tenglashguncha jism cho‘kadi. Bu ikki kuch tenglashganda muvozonat qaror topadi. $F_A = F_{og'}$; $\rightarrow$ $\rho V_1 g = \rho_j V_j g$; $\rightarrow$ $V_1 = \frac{\rho_j}{\rho_s} V_j$.

Agar jism ko‘ndalang kesimi o‘zgarmas kesimli bo‘lsa, cho‘kkan qism balandligini topa olamiz.

$$V_1 = \frac{\rho_j}{\rho_s} V_j; \rightarrow S h_1 = \frac{\rho_j}{\rho_s} S h_j; \rightarrow h_1 = \frac{\rho_j}{\rho_s} h_j$$

Suyuqlikning cho‘kmagan qismini topish formulasi quyidagicha (*1.4.4.1-rasm*):

$$\boxed{V_2 = \frac{\rho_s - \rho_j}{\rho_s}\cdot V_j; \qquad h_2 = \frac{\rho_s - \rho_j}{\rho_s}\cdot h_j}$$

Isboti: Jismning cho‘kmagan qismini topish uchun to‘la hajmdan (yoki balandlikdan) yuqorida aniqlan gan cho‘kkan qism hajmini (yoki balandligini) ayirib tashlash kifoya.

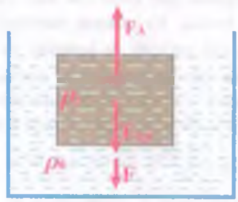
$$V_2 = V_j - V_1 = V_j - \frac{\rho_j}{\rho_s} V_j = \frac{\rho_s - \rho_j}{\rho_s}\cdot V_j. \qquad h_2 = h_j - h_1 = h_j - \frac{\rho_j}{\rho_s} h_j = \frac{\rho_s - \rho_j}{\rho_s}\cdot h_j.$$

Cho‘kmaydigan jismning yuk ko‘tarish qobiliyati quyidagicha (*1.4.4.2-rasm*):

$$\boxed{F = F_A - F_{og'} = (\rho_s - \rho_j) V_j g}$$

Isboti: Agar cho‘kmaydigan jismning ustiga og‘irligi F bo‘lgan yuk qo‘yilganda cho‘kishni boshlasa, F kuch bilan jismning og‘irligi F_{Or} yig‘indisi jism to‘la botgandagi ko‘taruvchi Arximed kuchiga teng bo‘ladi. $F + F_{og'} = F_A$; $\rightarrow$

$$F = F_A - F_{og'} = \rho_s V_j g - \rho_j V_j g = (\rho_0 - \rho_j) V_j g.$$



1.4.4.2-rasm

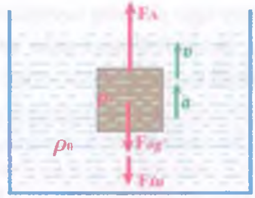
To‘la botirilgach qo‘yib yuborilgan cho‘kmaydigan jism oladigan dastlabki tezlanish (suyuqlik qarshilik kuchi hisobga olinmaganda) (*1.4.4.3-rasm*):

$$\boxed{a = \frac{\rho_s - \rho_j}{\rho_j} g} \qquad [m/s^2]$$

Isboti: Suyuqlik tubida turgan cho'kmaydigan jism qo'yib yuborilsa, u tepaga a tezlanish bilan ko'tarila boshlaydi. Inersiya kuchi esa tezlanish yo'nalishiga qarama-qarshi, ya'ni pastga yo'nalgan bo'ladi. Inersiya kuchi va og'irlik kuchining yig'indisi Arximed kuchiga teng bo'ladi.

$$F_{in} + F_{og'} = F_A\,; \rightarrow F_{in} = F_A - F_{og'}\,; \rightarrow$$

$$\rho_j V_j a = \rho_s V_j g - \rho_j V_j g; \quad a = \frac{\rho_s - \rho_j}{\rho_j} g.$$

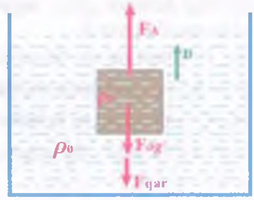


1.4.4.3-rasm

Cho'kmaydigan jismning suyuqlik tubidan tekis ko'tarilish sharti quyidagicha (*1.4.4.4-rasm*):

$$\boxed{F_{og'} = F_A - F_{qarsh}}$$

Isboti: Cho'kmaydigan jism suyuqlik tubidan ko'tarila boshlaganda dastlab tezlanish eng katta qiymatga ega bo'ladi. Suyuqlikning qarshiligi tufayli kamayuvchan tezlanish bilan ko'tariladi. Jism tezligi oshib borgan sari suyuqlik qarshiligi ham oshib boradi. Tezlik Shunday bir qiymatga etadiki, bunda qarshilik kuchi va og'irlik kuchining yig'indisi Arximed kuchiga teng bo'lib qoladi. Nyutonning 1-qonuniga ko'ra tezlik boshqa oshmaydi va o'sha tezlik bilan tekis ko'tariladi. Tekis ko'tarilish sharti $F_{qar} + F_{og'} = F_A$ yoki $F_{og'} = F_A - F_{qar}$ bo'ladi.



1.4.4.4-rasm

Zichligi ρ_j bo'lgan cho'kmaydigan jismni h balandlikdan zichligi ρ_s bo'lgan suyuqlikka tashlasa, jismning suyuqlikka cho'kish chuqurligi ℓ quyidagicha (suyuqlik qarshiligi e'tiborga olinmaganda):

$$\boxed{\ell = \frac{\rho_j}{\rho_s - \rho_j} \cdot h}$$

Isboti: Jism h balandlikdan tushishda g tezlanish bilan erkin tushadi. Suyuqlikda esa ℓ yo'lda a tezlanish bilan sekinlanuvchan harakat qiladi.

$$\begin{cases} h = \dfrac{|\vartheta^2 - 0^2|}{2g} = \dfrac{\vartheta^2}{2g}; \\ \ell = \dfrac{|0^2 - \vartheta^2|}{2a} = \dfrac{\vartheta^2}{2a}; \end{cases} \rightarrow \frac{\ell}{h} = \frac{a}{g}; \rightarrow \ell = \frac{a}{g} h = \frac{\dfrac{\rho_0 - \rho_j}{\rho_j} g}{g} h = \frac{\rho_0 - \rho_j}{\rho_j} h$$

Asos yuzi S, balandligi h, zichligi ρ_j bo'lgan suyuqlikda turgan va cho'kmaydigan prizmatik jismni suyuqlikka to'la botirish uchun bajariladigan ish quyidagicha (*1.4.4.5-rasm*):

$$\boxed{A_{bot} = \frac{S \cdot h^2 \cdot g}{2 \cdot \rho s} \cdot (\rho_s - \rho_j)^2}$$

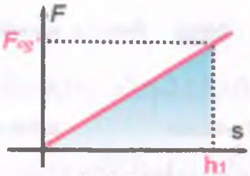
Isboti: Dastlab jismga hech qanday kuch ta'sir qilmaganda jism h_2 qismi suvdan chiqgan holda suv yuzida muallaq turadi. Jism ustiga ozroq yuk qo'yganda jism biroz cho'kadi. Ko'proq yuk qo'ya borsak, cho'kish chuqurligi orta boradi. Va nihoyat jismning ustiga uning yuk ko'tarish qobiliyati F ga teng yuk qo'ysak, u butunlay suvga ko'miladi. Bunda o'zgaruvchan kuch h_2 yo'lda ish bajaradi, ya'ni jismning cho'kmagan qismini to'la botirishda ish bajaradi. Jismni to'la botirish uchun bajarilgan ish kuch va ko'chish bog'langan grafikda chegaralangan yuzaga teng bo'ladi.

1.4.4.5-rasm

$$A_{bot} = \frac{1}{2} F h_2 = \frac{1}{2} (\rho_s - \rho_j) V_j\, g \cdot \frac{\rho_s - \rho_j}{\rho_s} h_j = \frac{S \cdot h^2 \cdot g}{2 \cdot \rho_s} \cdot (\rho_s - \rho_j)^2.$$

Asos yuzi S, balandligi h, zichligi ρ_j bo'lgan suyuqlikda turgan va cho'kmaydigan prizmatik jismni suyuqlikdan chiqarib olish uchun bajariladigan ish quyidagicha (*1.4.4.6-rasm*):

$$\boxed{A_{chiq} = \frac{S h^2 g}{2 \rho_s} \rho_j^2}$$



1.4.4.6-rasm

Isboti: Dastlab jismga hech qanday kuch ta'sir qilmaganda jism h_1 qismi suvga botgan holda suv yuzida muallaq turadi. Jismni tepaga ozroq kuch bilan tortganda jism biroz ko'tariladi. Ko'proq kuch bilan torta borsak, cho'kish chuqurligi kamaya boradi. Va nihoyat jismni uning og'irligi $F_{og'}$ ga teng bo'lgan kuch bilan tortganda, u butunlay suvdan chiqadi. Bunda o'zgaruvchan kuch h_1 yo'lda ish bajaradi, ya'ni jismning cho'kgan qismini butunlay chiqarishda ish bajaradi. Jismni to'la chiqarish uchun bajarilgan ish kuch va ko'chish bog'langan grafikda chegaralangan yuzaga teng bo'ladi.

$$A_{chiq} = \frac{1}{2}F_{og'}h_1 = \frac{1}{2}\rho_j V_j g \cdot \frac{\rho_j}{\rho_0} h_j = \frac{S \cdot h^2 \cdot g}{2 \cdot \rho_s} \cdot \rho_j^2 .$$

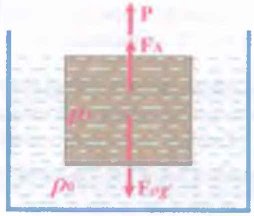
Cho'kuvchi jismlar uchun natijalar:

Cho'kuvchi jismlarning suyuqlikdagi og'irligi quyidagicha (*1.4.4.7-rasm*):

$$\boxed{P = F_{og'} - F_A = (\rho_j - \rho_s)V_j g}$$

Isboti: Cho'kuvchi jismlarga ta'sir qiladigan Arximed kuchi uning og'irligidan kichik bo'lgani uchun jism cho'kib ketadi. Suyuqlik tubiga tushgandi idish tubini og'irlik va Arximed kuchlarining farqi P ga teng bo'lgan kuch bilan bosadi. Ushbu jismni suyuqlik ichida idish tubiga tekizmasdan ko'tarib turish uchun esa jismni P kuch bilan tepaga ko'tarib turish kerak bo'ladi.

$P + F_A = F_{og'}$; $\rightarrow$ $P = F_{og'} - F_A = (\rho_j - \rho_s)V_j g$.



1.4.4.7-rasm

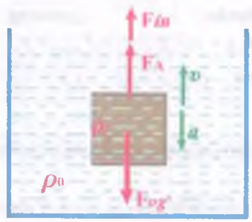
Cho'kuvchi jismlarning cho'kish tezlanishi (suyuqlikni qarshiligi hisobga olinmaganda) quyidagicha (*1.4.4.8-rasm*)

$$\boxed{a = \frac{\rho_j - \rho_0}{\rho_j} g}$$

Isboti: Cho'kuchi jismning og'irligi unga ta'sir qiluvchi Arximed kuchidan katta bo'lgani uchun jism pastga cho'ka boshlaydi. Cho'kish esa tezlanish bilan sodir bo'ladi. Tezlanish pastga yo'nalgan bo'lgani uchun inersiya kuchi tepaga yo'naladi. Inersiya kuchi va Arximed kuchining yig'indisi og'irlik kuchiga teng bo'ladi

$$F_{in} + F_A = F_{og'} \; ; \quad \rightarrow \quad F_{in} = F_{og'} - F_A \; ;$$

$$\rho_j V_j a = \rho_j V_j g - \rho_s V_j g ; \quad \rightarrow \quad a = \frac{\rho_j - \rho_s}{\rho_j} g$$

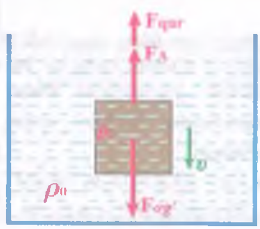


1.4.4.8-rasm

Cho'kuvchi jismning tekis cho'kish sharti (F_{qar} – suyuqlikning qarshilik kuchi):

$$\boxed{F_{og'} = F_A + F_{qar}}$$

Isboti: Cho'kuvchi jism suyuqlikka cho'ka boshlaganda dastlab tezlanish eng katta qiymatga ega bo'ladi. Suyuqlikning qarshiligi tufayli kamayuvchan tezlanish bilan cho'kadi. Jism tezligi oshib borgan sari suyuqlik qarshiligi ham oshib boradi. Tezlik Shunday bir qiymatga etadiki, bunda qarshilik kuchi va Arximed kuchining yig'indisi og'irlik kuchiga teng bo'lib qoladi. Nyutonning 1-qonuniga ko'ra tezlik boshqa oshmaydi va o'sha tezlik bilan tekis ko'tariladi. Tekis ko'tarilish sharti $F_{qar} + F_A = F_{og'}$ bo'ladi.



1.4.4.9-rasm

Jismning ρ_1 zichlikli suyuqlikdagi og'irligi P_1 bo'lsa, ρ_2 zichlikli suyuqlikdagi og'irligi P_2 bo'lsa jismning zichligi ρ_j va xajmii V_j quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\rho_j = \frac{P_1\rho_2 - P_2\rho_1}{P_1 - P_2}, \qquad V_j = \frac{P_1 - P_2}{(\rho_2 - \rho_1)g}}$$

Isboti: Jismning suyuqliklardagi og'irliklari $\begin{cases} P_1 = F_{og'} - F_{A1} & (1) \\ P_2 = F_{og'} - F_{A2} & (2) \end{cases}$ bo'ladi. (1) – (2) amalini bajaramiz.

$P_1 - P_2 = F_{A1} - F_{A2} = \rho_1 V_j g - \rho_2 V_j g = (\rho_1 - \rho_2) \cdot V_j g$. Bundan jismning hajmi $V_j = \frac{P_1 - P_2}{g \cdot (\rho_2 - \rho_1)}$ kelib chiqadi. (1) dan foydalanib zichlikni topamiz. $P_1 = F_{og'} - F_{A1} = \rho_j V_j g - \rho_1 V_j g = (\rho_j - \rho_1) V_j g =$

$= (\rho_j - \rho_1) \frac{P_1 - P_2}{g \cdot (\rho_2 - \rho_1)} g = (\rho_j - \rho_1) \frac{P_1 - P_2}{(\rho_2 - \rho_1)}; \rightarrow \quad P_1 \cdot (\rho_2 - \rho_1) = (\rho_j - \rho_1) \cdot (P_1 - P_2); \rightarrow$

$P_1 \rho_2 - P_1 \rho_1 = \rho_j \cdot (P_1 - P_2) - \rho_1 P_1 + \rho_1 P_2; \rightarrow \quad P_1 \rho_2 - \rho_1 P_2 = \rho_j \cdot (P_1 - P_2); \rightarrow \quad \rho_j = \frac{P_1 \rho_2 - P_2 \rho_1}{P_1 - P_2}$.

Jismning havodagi og'irligi P_1 bo'lsa, ρ_0 zichlikli suyuqlikdagi og'irligi P_2 bo'lsa, jismning zichligi ρ_j va hajmii V_j quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\rho_j = \frac{P_1}{P_1 - P_2} \rho_2, \qquad V_j = \frac{P_1 - P_2}{\rho_2 g}}$$

Isboti: Bundan oldingi formuladan foydalanamiz. $\rho_1 = \rho_{havo} << \rho_2$ bo'lgani uchun $\rho_1 \approx 0$ deb hisoblasak, so'ralgan formulalar kelib chiqadi

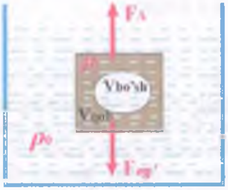
Zichligi ρ_j bo'lgan metall shar ichidagi bo'shliq havo hajmi V_j bo'lsa va bu shar suyuqlik ichida muallaq turgan bo'lsa, metall massasi m_j quyidagicha:

$$\boxed{m_j = \frac{\rho_j \cdot \rho_s}{\rho_j - \rho_s} \cdot V_{bo'sh}}$$

Isboti: Jismning umumiy hajmi qobiq qismining hajmi va bo'shliq hajmlaridan iborat $V_j = V_{qobiq} + V_{bo'sh}$. Jismning butun massasi uning qobiq qismida joylashgan. Jism muvozonatda bo'lgani uchun $F_{og'} = F_A$ bo'ladi. Bundan jismning hajmini topamiz.

$m_j g = \rho_s V_j g; \rightarrow \rho_j V_{qobiq} = \rho_s V_j; \rightarrow \rho_j (V_j - V_{bosh}) = \rho_s V_j;$

$\rho_j V_j - \rho_j V_{БУШ} = \rho_s V_j; \rightarrow \rho_j V_j - \rho_s V_j = \rho_j V_{bo'sh}; \rightarrow V_j = \frac{\rho_s}{\rho_j - \rho_s} \cdot V_{bo'sh}$



1.4.4.10-rasm

Endi jismning massasini topamiz. $m_j = \rho_j V_{qobiq} = \rho_j (V_j - V_{bo'sh}) = \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_j - \rho_s}\right) \cdot V_{bo'sh} = m_j = \frac{\rho_j \cdot \rho_s}{\rho_j - \rho_s} \cdot V_{bo'sh}$

Zichligi ρ_j $(\rho_2 < \rho_j < \rho_1)$, hajmi V_j bo'lgan jism, zichliklari ρ_1 va ρ_2 bo'lgan suyuqliklar ichida to'la botgan holda turibdi. Jism hajmining pastdagi 1-suyuqlikda turgan qismi V_1 va tepadagi 2-suyuqlikda turgan qismi V_2 quyidagicha bo'ladi:

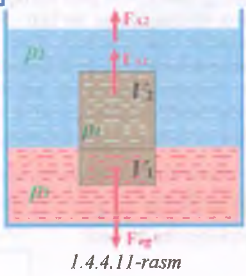
$$\boxed{V_1 = \frac{\rho_j - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V_j, \qquad V_2 = \frac{\rho_1 - \rho_j}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V_j}$$

Isboti: Jism ikkita suyuqlikda to'la botgan holda turgani uchun jismga ta'sir qiluvchi arximed kuchi har bir suyuqlik tomonidan ta'sir qiluvchi arximed kuchlari yig'indisidan iborat, ya'ni $F_A = F_{A1} + F_{A2}$ bo'ladi. Jism muvozonatda bo'lgani uchun $F_{og'} = F_A = F_{A1} + F_{A2}$ bo'ladi. Bundan so'ralgan kattaliklarni topamiz.

$\rho_j V_j g = \rho_1 V_1 g + \rho_2 V_2 g; \rightarrow \rho_j V_j = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 (V_j - V_1);$

$\rho_j V_j = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_j - \rho_2 V_1; \rightarrow (\rho_j - \rho_2) V_j = (\rho_1 - \rho_2) V_1; \rightarrow$

$V_1 = \frac{\rho_j - \rho_2}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V_j, \qquad V_2 = V_j - V_1 = \frac{\rho_1 - \rho_j}{\rho_1 - \rho_2} \cdot V_j.$



1.4.4.11-rasm

Agar jism hajmining yarmi ρ_1 suyuqlikda, qolgan yarmi ρ_2 suyuqlikda turgan bo'lsa, jismning zichligi ρ_j $(\rho_2 < \rho_j < \rho_1)$ quyidagicha bo'ladi:

$$\rho_j = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

Isboti: Avvalgi formulaga $V_1 = V_2 = \frac{V}{2}$ ifodani qo'yib, matematik almashtirishlardan so'ng so'ralgan kattalikni topa olamiz.

1.4.5. Mavzu: Eritma va aralashmalar.

Biror qattiq jism yoki kristalning suyuqlikda erishi natijasida ***eritma*** hosil bo'ladi. Bunda kristal eruvchi, suyuqlik esa erituvchi hisoblanadi. Masalan, suvda tuz, shakar, kislota va boshqalar eriydi. Suvda tuz erishi natijasida sho'r suv, shakar erishi natijasida esa shirin suvdan iborat eritma hosil bo'ladi. Qattiq kristal suyuqlikda eriganda uning ximiyaviy tarkibi o'zgarmaydi, ya'ni kristal va suyuqlik ximiyaviy reaksiyaga kirishmaydi, faqat ular alohida-alohida molekulalar ko'rinishida aralashib ketadilar.

Eritmaning tarkibi deganda shu eritma tarkibida necha foiz kristal eriganligini bildiradi. Eritmaning tarkibi massa bo'yicha va hajm bo'yicha bo'lishi mumkin. Lekin masalalarda ko'proq eritma tarkibi massa bo'yicha olinadi. Masalan, 5%li sho'r suv deganda umumiy sho'r suv massasining 5%ini tuz tashkil qilishi tushuniladi.

Agar eritma massasi m_{er} va eruvchi (tuz) tarkibi ε_O berilgan bo'lsa, eritmada tuz va suv massalar quyidagicha bo'ladi:

$$m_T = \varepsilon_T m_{er}, \quad m_s = (1 - \varepsilon_T) m_{er}$$

Eritma tarkibi massa bo'yicha bo'lganda, eritmadagi suyuqlik va eruvchi (tuz) tarkibi quyidagicha bo'ladi:

$$\varepsilon_s = \frac{m_s}{m_{er}} \cdot 100\%, \qquad \varepsilon_T = \frac{m_T}{m_{er}} \cdot 100\%$$

Agar shu eritmaga Δm_s massali suv qo'shilsa, hosil bo'lgan yangi tarkib quyidagicha bo'ladi:

$$\varepsilon'_s = \frac{m'_s}{m'_{er}} \cdot 100\% = \frac{m_s + \Delta m_s}{m_{er} + \Delta m_s} \cdot 100\%, \qquad \varepsilon'_T = \frac{m'_T}{m'_{er}} \cdot 100\% = \frac{m_T}{m_{er} + \Delta m_s} \cdot 100\%$$

Agar shu eritmaga Δm_T massali tuz qo'shilsa, hosil bo'lgan yangi tarkib quyidagicha bo'ladi:

$$\varepsilon'_s = \frac{m'_s}{m'_{er}} \cdot 100\% = \frac{m_s}{m_{er} + \Delta m_T} \cdot 100\%, \qquad \varepsilon'_T = \frac{m'_T}{m'_{er}} \cdot 100\% = \frac{m_T + \Delta m_T}{m_{er} + \Delta m_T} \cdot 100\%$$

Dengiz suvidan olingan $1m^3$ hajmning necha m^3 hajmi suv va yana necha m^3 hajmi tuzdan iborat degan savol tug'iladi. Bunga quyidagi formulada javob olamiz.

Agar zichligi ρ_s bo'lgan suyuqlikda zichligi ρ_T bo'lgan tuz erigan bo'lsa va bunda eritmaning umumiy hajmi V_{er} va zichligi ρ_{er} bo'lgan eritma hosil bo'lgan bo'lsa, suyuqlik hajmi V_s va tuz hajmi V_O quyidagicha:

$$V_T = \frac{\rho_{er} - \rho_s}{\rho_T - \rho_s} \cdot V_{er}, \qquad V_s = \frac{\rho_T - \rho_{er}}{\rho_T - \rho_s} \cdot V_{er}$$

Isboti: Eritma hajmi va massasini suyuqlik va eruvchi (tuz) hajm va massalari yig'indisi tashkil qiladi, ya'ni $\begin{cases} V_{er} = V_s + V_T \\ m_{er} = m_s + m_T \end{cases}$ bo'ladi. Bulardan foydalanib so'ralgan kattaliklarni topamiz.

$$m_{er} = m_s + m_T; \quad \to \quad \rho_{er} V_{er} = \rho_s V_s + \rho_T V_T = \rho_s (V_{er} - V_T) + \rho_T V_T = \rho_s V_{er} - \rho_s V_T + \rho_T V_T; \to$$

$$(\rho_T - \rho_s) V_T = (\rho_{er} - \rho_s) V_{er}; \quad \to \quad V_T = \frac{\rho_{er} - \rho_s}{\rho_T - \rho_s} \cdot V_{er}, \qquad V_s = V_{er} - V_T = \frac{\rho_{er} - \rho_s}{\rho_T - \rho_s} \cdot V_{er}.$$

Dengiz suvidan olingan 1 tonna massaning necha tonnasi suv va yana necha tonnasi tuzdan iborat degan savol tug'iladi. Bunga quyidagi formulada javob olamiz.

Agar zichligi ρ_s bo'lgan suyuqlikda zichligi ρ_T bo'lgan tuz erigan bo'lsa va bunda eritmaning umumiy massasi m_{er} va zichligi ρ_{er} bo'lgan eritma hosil bo'lgan bo'lsa, suyuqlik massasi m_s va tuz massasi m_T quyidagicha bo'ladi:

$$m_T = \frac{\rho_T}{\rho_{er}} \cdot \frac{\rho_{er} - \rho_s}{\rho_T - \rho_s} \cdot m_{er}, \qquad m_s = \frac{\rho_s}{\rho_{er}} \cdot \frac{\rho_T - \rho_{er}}{\rho_T - \rho_s} \cdot m_{er}$$

Isboti: Bundan avvalgi chiqarilgan formuladan foydalanamiz. $m_T = \rho_T V_T = \rho_T \cdot \frac{\rho_{er} - \rho_s}{\rho_T - \rho_s} \cdot V_{er} =$

$= \frac{\rho_T}{\rho_{er}} \cdot \frac{\rho_{er} - \rho_s}{\rho_T - \rho_s} \cdot m_{er}$. $m_s = \rho_s V_s = \rho_s \cdot \frac{\rho_T - \rho_{er}}{\rho_T - \rho_s} \cdot V_{er} = \frac{\rho_s}{\rho_{er}} \cdot \frac{\rho_T - \rho_{er}}{\rho_T - \rho_s} \cdot m_{er}$.

Misol:

Dengiz sho'r suvining zichligi $\rho_{er} = 1030\, kg/m^3$, tuz kristalining zichligi $\rho_T = 2500\, kg/m^3$ bo'lsa, $m_{er} = 1000\, kg$ sho'r suv tarkibida necha kilogramm toza suv va necha kilogramm tuz bor?

Yechish:

Sho'r suv tarkibida toza suv massasi $m_s = \frac{\rho_s}{\rho_{er}} \cdot \frac{\rho_T - \rho_{er}}{\rho_T - \rho_s} \cdot m_{er} = \frac{1000}{1030} \cdot \frac{2500 - 1030}{2500 - 1000} \cdot 1000 = \frac{98}{103} \cdot 1000 = 951{,}46\ kg$ bo'ladi. Tuz massasi esa $m_T = \frac{\rho_T}{\rho_{er}} \cdot \frac{\rho_{er} - \rho_s}{\rho_T - \rho_s} \cdot m_{er} = \frac{2500}{1030} \cdot \frac{1030 - 1000}{2500 - 1000} \cdot 1000 = \frac{5}{103} \cdot 1000 = 48{,}54\ kg$ bo'ladi

Misol:

Dengiz sho'r suvining zichligi $\rho_{er} = 1030\, kg/m^3$, tuz kristalining zichligi $\rho_T = 2500\, kg/m^3$ bo'lsa, $V_{er} = 1 m^3 = 1000\, l$ sho'r suv tarkibida necha litr toza suv va necha litr tuz bor?

Yechish:

Sho'r suv tarkibida toza suv hajmi $V_s = \frac{\rho_T - \rho_{er}}{\rho_T - \rho_s} \cdot V_{er} = \frac{2500 - 1030}{2500 - 1000} \cdot 1000\,\ell = 0{,}98 \cdot 1000\,\ell = 980\,\ell$ bo'ladi. Tuz hajmi esa $V_T = \frac{\rho_{er} - \rho_s}{\rho_T - \rho_s} \cdot V_{er} = \frac{1030 - 1000}{2500 - 1000} \cdot 1000\,\ell = 0{,}02 \cdot 1000\,\ell = 20\,\ell$ bo'ladi.

Agar ρ_1 modda(suyuqlik yoki gaz)dan m_1 massa, ρ_2 moddadan m_2 massa, va hokoza ρ_n moddadan m_n massa arashtirilsa, aralashmaning natijaviy zichligi quyidagicha bo'ladi:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3} + \ldots + \frac{m_n}{\rho_n}}$$

Isboti: Bu erda aralashtirilayotgan moddalar reaksiyaga kirishmaydi deb olamiz. Moddalar aralashtirilganda massalar va hajmlar qo'shilib, umumiy massa va umumiy hajmni hosil qiladi. $\begin{cases} m_{um} = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n \\ V_{um} = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n \end{cases}$, $\rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3} + \ldots + \frac{m_n}{\rho_n}}$.

Agar massalari teng $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \ldots, \rho_n$ reaksiyaga kirishmaydigan moddalar aralashtirilsa, aralashmaning natijaviy zichligi quyidagicha bo'ladi:

$$\rho = \frac{n}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_3} + \ldots + \frac{1}{\rho_n}}$$

Isboti: Barcha aralashtirilayotgan moddalarning modda massalari teng bo'lgani uchun $m_1 = m_2 = m_3 = \ldots = m_n = m$ deb olamiz. Natijaviy zichlik esa

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \frac{m_3}{\rho_3} + \ldots + \frac{m_n}{\rho_n}} = \frac{m + m + m + \ldots + m}{\frac{m}{\rho_1} + \frac{m}{\rho_2} + \frac{m}{\rho_3} + \ldots + \frac{m}{\rho_n}} = \frac{n}{\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_3} + \ldots + \frac{1}{\rho_n}}$$ bo'ladi.

Agar massalari teng ρ_1 va ρ_2 reaksiyaga kirishmaydigan ikkita modda aralashtirilsa, aralashmaning natijaviy zichligi quyidagicha bo'ladi:

$$\rho = \frac{2\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}$$

Agar ρ_1 moddadan V_1 hajm, ρ_2 moddadan V_2 hajma, va hokoza ρ_n moddadan V_n hajm arashtirilsa, aralashmaning natijaviy zichligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3 + ... + \rho_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n}}$$

Isboti: Moddalar aralashtirilganda massalar va hajmlari qo'shilib, umumiy massa va umumiy hajmni hosil qiladi. $\begin{cases} m_{um} = m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n \\ M_{um} = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n \end{cases}; \quad \rho = \frac{m}{V}; \quad \rightarrow$

$$\rho = \frac{m_{um}}{V_{um}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n} = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2 + m_3 V_3 + ... + m_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n}.$$

Agar hajmlari teng $\rho_1, \rho_2, \rho_3, ..., \rho_n$ reaksiyaga kirishmaydigan moddalar aralashtirilsa, aralashmaning natijaviy zmchligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + ... + \rho_n}{n}}$$

Isboti: Barcha aralashtirilayotgan moddalarning hajmlari teng bo'lgani uchun $V_1 = V_2 = V_3 = ... = V_n = V$ deb olamiz. Natijaviy zichlik esa

$$\rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3 + ... + \rho_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n} = \frac{\rho_1 V + \rho_2 V + \rho_3 V + ... + \rho_n V}{V + V + V + ... + V} = \frac{\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + ... + \rho_n}{n}$$ bo'ladi.

Agar hajmlari teng ρ_1 va ρ_2 reaksiyaga kirishmaydigan ikkita modda aralashtirilsa, aralashmaning natijaviy zichligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}}$$

Isboti: Avvalgi formuladan foydalanamiz. $\rho = \dfrac{2}{\dfrac{1}{\rho_1} + \dfrac{1}{\rho_2}} = \dfrac{2}{\dfrac{\rho_2 + \rho_1}{\rho_1 \rho_2}} = \dfrac{2\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}.$

1.4.6. Mavzu: Laminar va turbulent oqim.

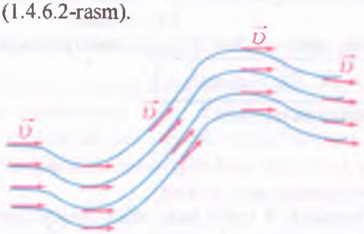
Suyuqlik harakatini o'rganishda zarur bo'ladigan ayrim fizik kattaliklar va tushunchalar bilan tanishib olamiz.

Muayyan tezlik bilan harakatlanayotgan zarrachalar to'plamiga ***suyuqlik oqimi*** deyiladi.

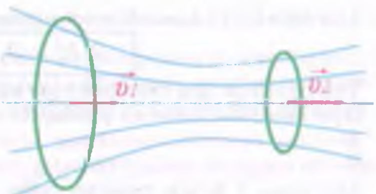
Suyuqlik zarrachalarining traektoriyalariga ***oqim chiziqlari*** deyiladi. Chizmada suyuqlikning harakati oqim chiziqlari bilan tasvirlanadi.

Oqim chiziqlari deb, shunday egri chiziqlarga aytiladiki, uning har bir nuqtasida suyuqlik zarrasining oniy tezligi urinma ravishda yo'nalgan bo'ladi (1.4.6.1-rasm).

Odatda oqim chiziqlarining sirt zichligi oqim tezligini ifodalaydi. Agar oqim chiziqlarining sirt zichligi qancha katta, ya'ni oqim chiziqlari zich joylashsa, oqim tezligi shuncha katta bo'ladi. Agar oqim chiziqlarining sirt zichligi qancha kichik, ya'ni oqim chiziqlari siyrak joylashsa, oqim tezligi shuncha past bo'ladi (1.4.6.2-rasm).



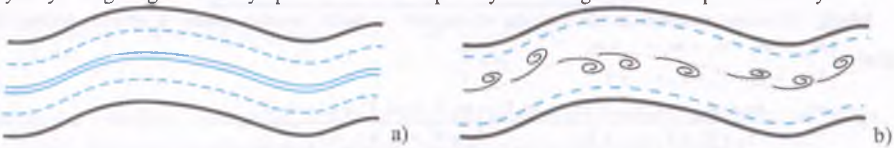
1.4.6.1-rasm



1.4.6.2-rasm

Ma'lum bir kritik tezlik deb ataluvchi tezlikkacha suyuqlik qatlamlari bir-biriga nisbatan ko'chadi, ya'ni oquvchi suyuqlik yoki gaz qatlamlarining nisbiy harakati buzilmaydi. Bunday oqimga ***qatlamli*** yoki ***laminar oqim*** deyiladi. Agar oqimning tezligi kritik tezlikdan ortib ketsa, ko'chayotgan qatlamlarning o‘zaro ta’siri suyuqlik (gaz) zarrachalarining nisbiy joylashishini o‘zgartiradi, uyurmalar (o‘ramalar, girdoblar) hosil bo‘ladi. Bunday oqimga ***uyurmali*** yoki ***turbulent oqim*** deyiladi.

Oqim chiziqlari bilan chegaralangan suyuqlik qismiga ***oqim naychasi*** deyiladi. 1.5.4.2–rasmda oqim naychalaridan birining chizma tekisligi bilan kesimi shtrixlangan. Zarrachalar tezligi oqim chiziqlari bo‘ylab yo‘nalganligi uchun suyuqlik zarrachalari oqim naychasi chegarasidan chiqib keta olmaydi.



1.4.6.3-rasm

Suyuqlikka alyuminiyli bronza kukunini aralashtirish yoki unga bo‘yoq oqimini qo‘shib yuborish orqali, oqim chiziqlarini ko‘z bilan ko‘rish mumkin. Laminar oqish vaqtida suyuqlik qatlamlari idish devoridan uzoqroq tursa, bir-biriga nisbatan kattaroq tezlik bilan sirpanadi. Laminar oqimda naychaga yuborilgan nayga yuborilgan bo‘yoq zarrasi keskin chegaralangan holda qolaveradi *(1.5.4.3-a rasm)*. Tezlik ortib borib, kritik qiymatga etganda oqim turbulent oqimga aylanadi. Toza va bo‘yalgan suyuqliklar orasidagi keskin chegara yo‘qoladi va nayning hamma joylarida tartibsiz girdob, ya’ni o‘ramalar hosil bo‘ladi *(1.5.4.3-b rasm)*.

Laminar oqimning turbulent oqimga o‘tish paytidagi tezligi kritik tezlik deb ataladi.

1.4.7. Mavzu: Statsionar oqim va oqimning uzluksizligi.

Oqim chiziqlari uzilishga ega bo‘lmagan suyuqlikning oqimiga ***statsionar oqim*** deyiladi.

Suyuqlikni siqilmaydigan deb hisoblab ichki ishqalanish bo‘lmaganda uzluksiz oquvchi suyuqlik tezligi bilan nayning ko‘ndalang kesimi orasidagi bog‘lanishni aniqlash mumkin. Buning ideal suyuqlik tushunchasini kiritamiz.

Ideal suyuqlik deb, siqilmaydigan va qovushqoqlika ega bo‘lmagan suyuqlikka aytiladi. *1.4.7.1-rasm*da tasvirlangan ko‘ndalang kesimlari S_1 va S_2 bo‘lgan nay ichida ideal suyuqlikning statsionar oqimini qarab chiqaylik.

Oqimning uzluksizligiga asosan S_1 va S_2 kesimlardan teng vaqtlar ichida teng hajmdagi suyuqlik oqib chiqadi.

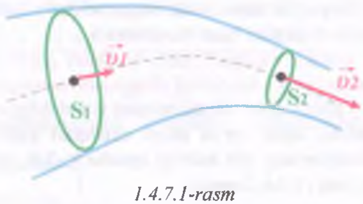
$V_1 = S_1\,\ell_1 = S_1\,\vartheta_1\,t$ va $V_2 = S_2\,\ell_2 = S_2\,\vartheta_2\,t$

Bunda $V_1 = V_2$ bo‘lgani uchun $S_1\,\vartheta_1 = S_2\,\vartheta_2$ bo‘ladi.

Bu tenglama oqimning istalgan kesimlari uchun o‘rinli bo‘lib, oqim uzluksizlik tenglamasi deyiladi.

$$\boxed{S_1\,\vartheta_1 = S_2\,\vartheta_2 = \ldots = S_N\,\vartheta_N = const}$$

Ideal suyuqliklarning statsionar oqimida oqish tezligi oqimning ko‘ndalang kesim yuziga teskari proporsional.



1.4.7.1-rasm

Agar oqim har xil diametrli trubalarda oqayotgan bo‘lsa, oqim uzluksizlik tenglamasi quyidagicha:

$$\boxed{\vartheta_1\,R_1^2 = \vartheta_2\,R_2^2 = \ldots = \vartheta_N\,R_N^2 = const}$$

Yuqorida chiqarilgan formulalar ***oqim uzluksizlik tenglamasi*** deyiladi.

Oqim uzluksizlik teoremasi quyidagicha ta’riflanadi:

Biror vaqt davomida suyuqlikning biror ko‘ndalang kesimidan oqib o‘tgan suyuqlik hajmi shu vaqt davomida boshqa ko‘ndalang kesimdan o‘tgan suyuqlik hajmiga teng bo‘ladi.

Agar yuzasi S bo‘lgan teshikdan zichligi ρ bo‘lgan suyuqlik ϑ tezlik bilan otilib chiqayotgan bo‘lsa, t vaqt ichida otilib chiqqan suyuqlik massasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{m = \rho \cdot S \cdot \vartheta \cdot t} \quad [\text{kg}]$$

Isboti: Zichlikni topish $\rho = \frac{m}{V}$ formulasidan $m = \rho V = \rho S\,\ell = \rho \cdot S \cdot \vartheta \cdot t$ bo‘ladi.

Agar yuzasi S bo‘lgan teshikdan zichligi ρ bo‘lgan suyuqlik ϑ tezlik bilan otilib chiqayotgan bo‘lsa, suyuqlik oqimining quvvati quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{N = \frac{\rho \cdot S \cdot \vartheta^3}{2}} \quad [\text{Vt}]$$

Isboti: Suyuqlik bosimi biror Δm massali suyuqlik elementiga 0 dan ϑ gacha tezlik berishda kinetik energiyalar farqiga teng bo‘lgan $A = \frac{\Delta m \vartheta^2}{2} - 0 = \frac{\Delta m \vartheta^2}{2}$ ish bajaradi. Δm massali suyuqlik elemennti S yuzadan chiqishda ϑ tezlikka erishadi. Bunda $\Delta m = \rho \Delta V = \rho S \Delta \ell = \rho S \vartheta \Delta t$ bo‘ladi. Quvvat ish bajarish tezligi bo‘lgani uchun $N = \frac{A}{\Delta t} = \frac{\Delta m \vartheta^2}{2\Delta t} = \frac{\rho S \vartheta \Delta t \vartheta^2}{2\Delta t} = \frac{\rho \cdot S \cdot \vartheta^3}{2}$.

1.4.8. Mavzu: Statsionar oqim tezligi bosim orasidagi bog‘lanish. Bernulli tenglamasi.

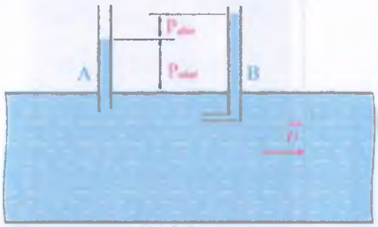
Ideal suyuqlikning oqimida mexanik energiyaning saqlanish qonuni bajariladi, ya’ni uning kinetik energiyasi potensial energiyaga va aksincha aylanishi mumkin.

Ma’lumki, suyuqlikda fikran ajratilgan massaning kinetik energiyasi uning harakat tezligi orqali, potensial energiyasi esa suyuqlik ichida bosim orqali aniqlangani uchun qaerda oqim tezligi katta bo‘lsa, bu erda bosim kamayishi kerak va aksincha.

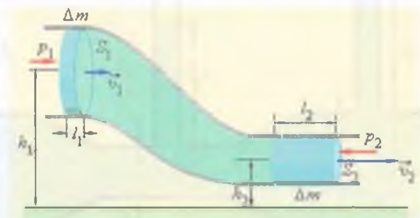
Suyuqlik ichidagi bosim odatda suyuqlikli monometr orqali o‘lchanadi.

Suyuqlikli monometr teshigining yuzi suyuqlik oqim chiziqlariga parallel joylashgan shisha naydan iborat bo‘ladi (*1.4.8.1-rasm*da *A* nay). Agar nay teshigining yuzi oqim chiziqlariga tik ravishda o‘rnatilsa (*1.4.8.1-rasm B* nay), nayga kirgan suyuqlik kinetik energiyasining biroz kamayishi, qo‘shimcha potensial energiyasining oshishiga, ya’ni nayda qo‘shimcha balandlik oshishiga olib keladi.

A nay yordamida o‘lchanadigan bosim ***statik bosim*** bo‘lib, *B* nayda bundan farqli ravishda qo‘shimcha ***dinamik bosim*** paydo bo‘ladi. Dinamik va statik bosimlarning yig‘indisidan iborat umumiy bosim p_{umum}ni o‘lchashga imkon beradigan *B* nay Pito nayi deyiladi.



1.4.8.1-rasm



1.4.8.2-rasm

Ideal suyuqlik oqim tezligi va bosimi orasidagi bog‘lanishni aniqlash uchun faraz qilaylik, biror S kesim orqali uzatilgan Δm massali suyuqlik oqimining umumiy W_{um} energiyasi uning kinetik $W_k = \frac{\Delta m \vartheta^2}{2}$, potensial $W_p = \Delta m g h$ energiyalaridan va tashqi kuch suyuqlik ustida bajargan $A = F\ell = pS\ell$ga ishlarning yig‘indisiga teng, ya’ni $W_{umum} = A + W_p + W_k = PS\ell + \Delta mgh + \frac{\Delta m \vartheta^2}{2}$ bo‘ladi. Agar suyuqlikni ideal suyuqlik deb hisoblasak, ya’ni ichki ishqalanish va qovushqoqlikni hisobga olmasak Δm massali suyuqlikning to‘la mexanik energiyasi kamaymaydi. 1.4.8.2-rasmda tasvirlangan trubaning barcha nuqtalarida Δm massali suyuqlikning to‘la mexanik energiyalari teng chiqaveradi, xususan 1 va 2 kesimlarda ham bir xil bo‘ladi.

$$W_{umum.1} = W_{umum\,2}\ ; \rightarrow\ A_1 + W_{p.1} + W_{k\,1} = A_2 + W_{p\,2} + W_{k\,2}\ ; \rightarrow\ P_1 S_1 \ell_1 + \Delta mgh_1 + \frac{\Delta m \vartheta_1^2}{2} = P_2 S_2 \ell_2 + \Delta mgh_2 + \frac{\Delta m \vartheta_2^2}{2}$$

Bu tenglamaning ikkala tomonini Δm massali suyuqlik hajmi $\Delta V = S_1 \ell_1 = S_2 \ell_2$ga bo‘lsak, $P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$ hosil bo‘ladi. Ushbu ifoda Bernulli tenglamasi deyiladi.

Bernulli tenglamasining umumiy ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho \vartheta_2^2}{2} = P_3 + \rho g h_3 + \frac{\rho \vartheta_3^2}{2} = ... = P_N + \rho g h_N + \frac{\rho \vartheta_N^2}{2} = const$$

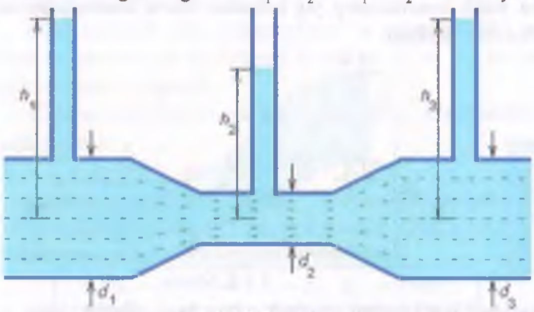
Bernulli tenglamasi energiya saqlanish qonunining ideal suyuqliklarga tatbiqidir. Bu tenglamada birinchi had $P-$tashqi bosim, ikkinchi had $P_{stat} = \rho g h-$statik bosim va uchinchi had esa $P_{din} = \frac{\rho \vartheta^2}{2}-$dinamik bosim deyiladi.

Endi Bernulli tenglamasining bir necha tatbiqlari bilan tanishib chiqamiz.

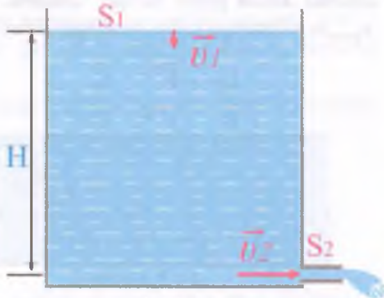
Suyuqlikning yuzasi katta bo'lgan kesimida bosim ham katta, yuzasi kichik bo'lgan kesimida esa bosim ham kichik bo'ladi. Boshqacha aytganda suyuqlik sekin oqayotgan kesimda bosim katta, tez oqayotgan kesimda esa bosim ham kichik bo'ladi (*1.4.8.3-rasm*).

$$Agar \begin{cases} S_1 > S_2 \\ yoki \\ \vartheta_1 < \vartheta_2 \end{cases} bo'lsa \ P_1 > P_2 \ bo'ladi$$

Isboti: Rasmda 1 va 2 kesimlar uchun Bernulli tenglamasi $P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$ bo'ladi. Tashqi bosim haqida gap bo'lmagani uchun $P_1 = P_2$ bo'ladi. Shuning uchun Bernulli tenglamasi $\rho g h_1 + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} = \rho g h_2 + \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$ ko'rinishni oladi. Demak, to'la bosimni statik va dinamik bosimlar yig'indisi $P_{umum} = P_{stat} + P_{din}$ tashkil qiladi, ya'ni $P_{stat.1} + P_{din.1} = P_{stat\,2} + P_{din.2}$ bo'ladi. Bundan Shunday xulosa qilish mumkinki, to'la bosim ikkita kesimda bir xil bo'gani uchun statik bosim katta bo'lgan joyda dinamik bosim kichik, statik bosim kichik bo'lgan joyda esa dinamik bosim katta bo'ladi, ya'ni $h_1 > h_2$ da $\vartheta_1 < \vartheta_2$ bo'ladi. Oqim uzluksizlik tenglamasiga ko'ra $h_1 > h_2$ da $S_1 > S_2$ bo'ladi deyish ham mumkin.



1.4.8.3-rasm



1.4.8.4-rasm

Yuzasi S_1, suyuqlik ustuni balandligi H ga teng bo'lgan slindrik idish asosida yuzasi S_2 bo'lgan teshikdan suyuqlik otilib chiqmoqda. Suyuqlik ustunining pasayish tezligi ϑ_1 va teshikdan otilib chiqish tezligi ϑ_2 quyidagicha (*1.4.8.4-rasm*):

$$\vartheta_1 = \frac{S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{2gH}, \quad \vartheta_2 = \frac{S_1}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{2gH}$$

Isboti: Bernulli tenglamasiga $P_1 + \rho g h_1 + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} = P_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$ bo'ladi. Tashqi bosim bo'lmagani uchun $P_1 = P_2 = 0$ bo'ladi. Undan tashqari $h_1 = H$, $h_2 = 0$ bo'ladi. Bularni tenglamaga qo'ysak, $\rho g H + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} = \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$ hosil bo'ladi. Tenglamaning ikkala tomonini $\frac{2}{\rho}$ ga ko'paytirib, $2gH + \vartheta_1^2 = \vartheta_2^2$ (*) ni olamiz. Uzluksizlik tenglamasidan $S_1 \vartheta_1 = S_2 \vartheta_2$ yoki $\vartheta_2 = \frac{S_1}{S_2}\vartheta_1$ ni (*)ga qo'yib tezliklarni topamiz.

$$2gH + \vartheta_1^2 = \left(\frac{S_1}{S_1}\vartheta_1\right)^2; \rightarrow 2gH = \frac{S_2^2 - S_1^2}{S_2^2}\vartheta_1^2; \rightarrow \vartheta_1 = \frac{S_2}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{2gH}, \rightarrow \vartheta_2 = \frac{S_1}{S_2}\vartheta_1 = \frac{S_1}{\sqrt{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{2gH}$$

Agar yuqoridagi masalada $S_1 >> S_2$ deb hisoblasak, formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\boxed{\vartheta_1 \approx \frac{S_2}{S_1} \cdot \sqrt{2gH}, \qquad \vartheta_2 \approx \sqrt{2gH}}$$

Suyuqlik oqayotgan fazodagi har bir nuqtadagi suyuqlik tezligi vaqt o'tishi bilan o'zgarmasa ***statsionar bosim*** deyiladi.

1.5. MEXANIK TEBRANISHLAR VA TO‘LQINLAR.

Tebranma harakat tabiatda eng ko‘p tarqalgan harakatdir. Daraxtlarning shoxi yoki dalalardagi maysalarning tebranib turganini ko‘p kuzatganmiz. Dutor, rubob, childirma kabi musiqa asboblarining torlari, osma soat tebrangichi, ichki yonuv dvigateli slindridagi porshenlarning harakati tebranma harkatdir. Motor ishlab turganda mashina va dastgohlarning korpuslari titrab tebranma harakat qiladi. Telefonda gaplashganda, radiodan ovoz chiqqanda, ulardagi yupqa parda membrana tebranma harakat qiladi.

Tabiatdagi har qanday modda molekulalari orasida o‘zaro ta’sir mavjuddir. Agar biror sabab elastik muhit molekulasini yoki molekulalar sistemasini muvozonat vaziyatdan chiqarib, ularni tebranma harakat qilishga majbur qilsa, u holda bu harakat qo`shni molekulalarga uzatilib, ular ham tebranma harakatda ishtirok eta boshlaydi. Tebranishlarning vaqt o‘tishi bilan fazoda tarqalishi ***to‘lqin harkat*** deb ataluvchi harkatni hosil qiladi. Shuni alohida ta’kidlash lozimki, bunda muhit molekulalari ko‘chmaydi, balki o‘z muvozonati atrofida tebranadi. To‘lqinlarning turlari xilma-xil bo‘lib, elastik muhitda tarqaluvchi to‘lqinlar ***mexanik to‘lqin***lardir.

1.5.1.Mavzu: Tebranish haqida asosiy tushunchalar.

Teng vaqtlar ichida yoki deyarli teng vaqtlar ichida takrorlanib turadigan jarayonlar ***davriy jarayonlar*** deyiladi. Mas: har kungi kun chiqishi va botishi, fasllar almashinishi, quyosh va oy tutilishlari va h. Shuningdek tebranishlar ham davriy jarayonlarga kiradi.

Agar tebranish tashqi majburlovchi kuch ta’siri ostida yuzaga kelsa, bunday tebranishni ***majburiy tebranish*** deyiladi.

Agar tebranish jismni muvozonat vaziyatidan chiqarib qo‘yib yuborilgach, ichki kuch ta’siri ostida yuzaga kelsa, bunday tebranishni ***erkin tebranish*** deyiladi.

Agar tebranish jismni muvozonat vaziyatidan chiqarib qo‘yib yuborilgach, ichki kuch va harakatga qarshilik kuchlari ta’siri ostida yuzaga kelsa, bunday tebranishni ***so‘nuvchi tebranish*** deyiladi.

Agar tebranma harakat qilayotgan jismning koordinatasining vaqt bo‘yicha o‘zgarishi sinus yoki kosinus qonuniga bo‘ysunsa, bunday tebranish ***garmonik tebranish*** deyiladi.

Kosinus yoki sinus qonuni bo‘yicha tebranuvchi jismlarning umumiy harakat tenglamasi quyidagicha:

$$x = A\cdot\cos(\omega\cdot t+\varphi_0); \qquad yoki \qquad x = A\cdot\sin(\omega\cdot t+\varphi_0)$$

Tebranma harakat qilayotgan jismning bir marta to‘liq tebranishi uchun ketgan vaqt ***tebranish davri*** deyiladi va T bilan belgilanadi. $[T]=s$

Tebranma harakat qilayotgan jismning bir sekund vaqt ichidagi tebranishlar soni ***tebranish chastotasi*** deyiladi va ν bilan belgilanadi. $[\nu]=s^{-1}=Gs$

Tebranma harakat qilayotgan jismning 2π sekund vaqt ichidagi tebranishlar soni ***siklik chastota*** deyiladi va ω bilan belgilanadi. $[\omega]=s^{-1}=Gs$

Tebranma harakat qilayotgan jismning muvozonat vaziyatidan eng katta siljish masofasi tebranish amplitudasi deyiladi va x_m yoki A bilan belgilanadi. $[x_m]=m$

T,ν,ω kattaliklar orasidagi o‘zaro bog‘liqlik quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} T=\dfrac{1}{\nu} \\ T=\dfrac{2\pi}{\omega} \end{cases}; \qquad \begin{cases} \nu=\dfrac{1}{T} \\ \nu=\dfrac{\omega}{2\pi} \end{cases}; \qquad \begin{cases} \omega=\dfrac{2\pi}{T} \\ \omega=2\pi\nu \end{cases}$$

Agar jism **t** vaqt ichida **N** marta tebransa, T,ν,ω kattaliklar quyidagicha bo‘ladi:

$$T=\frac{t}{N}, \qquad \nu=\frac{N}{t}, \qquad \omega=2\pi\cdot\frac{N}{t}$$

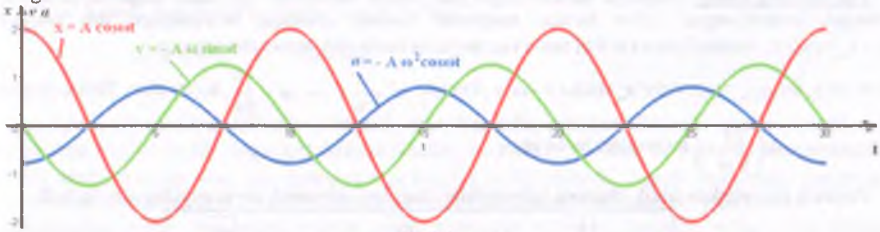
Muvozonat vaziyatidan chiqarib qo'yib yuborilgan (harakat tenglamasi kosinus qonuniga bo'ysunuvchi), erkin tebranayotgan jismning koordinatasi, tezligi va tezlanishining vaqt bo'yicha o'zgarishi tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{x = x_m \cos\omega t \quad [s], \qquad \vartheta = -\omega x_m \sin\omega t \quad [\frac{m}{s}], \qquad a = -\omega^2 x_m co\omega t \quad [\frac{m}{s^2}]}$$

Garmonik tebranayotgan jismning koordinata, tezlik va tezlanishining amplituda qiymatlari quyidagicha:

$$\boxed{x_m = A, \qquad \vartheta_m = \omega A, \qquad a_m = \omega^2 A}$$

Garmonik tebranayotgan jismning koordinatasi, tezligi va tezlanishining vaqtga bog'lanish grafiklari quyidagicha bo'ladi:



1.5.1.1-rasm

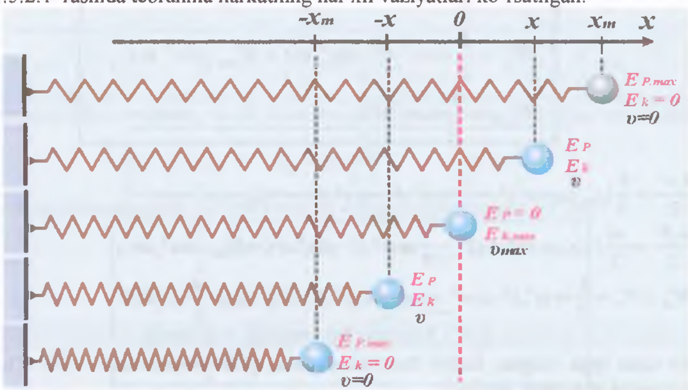
Garmonik tebranma harakat qilayoigan jismning to'liq mexanik energiyasi quyidagicha:

$$\boxed{E_{um} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \quad [J]}$$

Isboti: $\vartheta = -\omega A \sin\omega t\ ; \ \rightarrow\ \vartheta_m = \omega A\ ; \ \rightarrow\ E_{um} = \frac{m\vartheta_m^2}{2} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$

1.5.2.Mavzu: Prujinali mayatnik

Bikrligi k bo'lgan prujinaga mahkamlangan m massali jism gorizontal silliq sirtda turgan bo'lsin. Bu jismni x_m masofaga cho'zib qo'yib yuborilganda elastiklik kuchi ta'siri ostida erkin tebranma harakat vujudga keladi. Biz bundan keyin prujinaga osilgan sharchaning tebranishini qisqacha ***prujinali mayatnik*** deb ataymiz. 1.5.2.1-rasmda tebranma harkatning har xil vaziyatlari ko'rsatilgan.



1.5.2.1-rasm

Yuqoridagi rasmdan ko'rinib turibdiki, tebranish jarayonida potensial va kinetik energiyalar davriy ravishda bir-biriga aylanib turar ekan.

Prujinali mayatnikda tezlanishning koordinataga bog'liqligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{a_x = -\frac{k}{m} x \qquad yoki \qquad x = -\frac{k}{m} x}$$

Isboti: Elastiklik kuchi dastlab sharchaga tezlanish beradi. Natijada inersiya kuchi vujudga keladi. Inersiya kuchi va elastiklik kuchi miqdoran teng va qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi. $F_{in} = -F_{elas}$; $\rightarrow$ $ma_x = -kx$

$a_x = -\frac{k}{m}x$; $\rightarrow$ $x = -\frac{k}{m}x$.

1.5.2.2-rasm

Yuqoridagi formuladan ko‘rinib turibdiki, koordinatadan olingan ikkinchi tartibli hosila yana koordinataga bog‘liq bo‘lib chiqayapti. Matematikadan ma’lumki, $y = \sin x$ va $y = \cos x$ funksiyalarning ikkinchi tartibli hosilasi yana shu funksiyalarga bog‘liq bo‘lib chiqadi. Demak, prujinali mayatnikda ham koordinataning vaqtga bog‘lanish tenglamasi sinus yoki kosinus qonuniga bo‘ysunar ekan.

Fikrimizning isboti: Prujinaga mahkamlangan jism dastlab muvozonat vaziyatdan chiqarilib, so‘ngra erkin tebranish kuzatilayotgani uchun harakat tenglamasi kosinus qonuniga bo‘ysunayapti deb hisoblaylik. $x = x_m \cos\omega t$; bundan ketma-ket ikki marta vaqt bo‘yicha hosila olib, tezlanishni topamiz.

$x = -\omega x_m \sin\omega t$; $\rightarrow$ $x = -\omega^2 x_m \cos\omega t = -\omega^2 x$. Demak, $\omega^2 = \frac{k}{m}$; $\rightarrow$ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ bo‘lar ekan. Harkat tenglamasi esa $x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)$ ko‘rinishda bo‘lar ekan.

Prujinali mayatnikda siklik chastota, tebranishlar chatotasi, tebranish davri quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Prujinali mayatnikda koordinata, tezlik va tezlanishning vaqtga bog‘lanish tenglamalari quyidagicha:

$$\boxed{x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right), \qquad \vartheta = -x_m\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right), \qquad a = -x_m\frac{k}{m}\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)}$$

Prujinali mayatnikda koordinata, tezlik va tezlanishning amplituda qiymatlari quyidagicha:

$$\boxed{x_m = A, \qquad \vartheta_m = A\sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad a_m = A\frac{k}{m}}$$

Prujinali mayatnikda potensial, kinetik va to‘liq energiya quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\begin{aligned} W_p &= \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cdot\cos^2\omega t = W_{um}\cdot\cos^2\omega t \\ W_k &= \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cdot\sin^2\omega t = W_{um}\cdot\sin^2\omega t \\ W_{um} &= \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \end{aligned}}$$

Isboti:

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2}(x_m\cos\omega t)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cdot\cos^2\omega t = W_{um}\cdot\cos^2\omega t\ ;$$

$$W_k = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{m}{2}(-x_m\omega\sin\omega t)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cdot\sin^2\omega t = W_{um}\cdot\sin^2\omega t\ ;$$

$$W_{um} = W_p + W_k = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cdot\cos^2\omega t + \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cdot\sin^2\omega t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2.$$

1.5.3.Mavzu: Matematik mayatnik

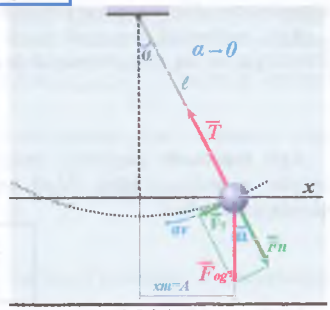
Vaznsiz va uzun ipga osilgan, kichik burchaklar hosil qilib tebranuvchi, kichik o‘lchamli va og‘ir sharchaga ***matematik mayatnik*** deyiladi.

Matematik mayatnikda ipga osilgan sharcha muvozonat vaziyatidan kichikroq biror burchakka og‘dirib qo‘yib yuborilganda og‘irlik kuchi ta’siri ostida erkin tebranma harakat vujudga keladi.

Matematik mayatnikda ham prujinali mayatnikdagi kabi davriy ravishda potensial va kinetik energiyalar bir-biriga aylanib turadi.

Matematik mayatnikda tezlanishning koordinataga bog‘liqligi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$a_x = -\frac{g}{\ell}x \qquad yoki \qquad \ddot{x} = -\frac{g}{\ell}x$$



1.5.3.1-rasm

Isboti: Og'irlik kuchining traektoriyaga urinma P_{tan} tashkil etuvchisi dastlab sharchaga tezlanish beradi. Natijada inersiya kuchi vujudga keladi. Inersiya kuchi va tashkil etuvchi kuch miqdoran teng va qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

$F_{in} = P_{tan} = -P\sin\alpha; \rightarrow \; ma = -mg\sin\alpha$

$$a = -g\sin\alpha = -g\,\frac{x}{\ell};$$

α burchak juda kichik bo'lganda, $a \approx a_x$ bo'ladi.

$$a_x = -\frac{g}{\ell}x, \;\rightarrow\; \ddot{x} = -\frac{g}{\ell}x.$$

Yuqoridagi formuladan ko'rinib turibdiki, koordinatadan olingan ikkinchi tartibli hosila yana koordinataga bog'liq bo'lib chiqayapti. Matematikadan ma'lumki, $y = \sin x$ va $y = \cos x$ funksiyalarning ikkinchi tartibli hosilasi yana shu funksiyalarga bog'liq bo'lib chiqadi. Demak, matematik mayatnikda ham koordinataning vaqtga bog'lanish tenglamasi sinus yoki kosinus qonuniga bo'ysunar ekan.

Fikrimizning isboti: Ipga osilgan sharcha dastlab muvozonat vaziyatdan chiqarilib, so'ngra erkin tebranish kuzatilayotgani uchun harakat tenglamasi kosinus qonuniga bo'ysunayapti deb hisoblaylik. $x = x_m\cos\omega t$ dan ketma-ket ikki marta vaqt bo'yicha hosila olib, tezlanishni topamiz.

$\dot{x} = -\omega x_m\sin\omega t, \rightarrow \ddot{x} = -\omega^2 x_m\cos\omega t = -\omega^2 x$. Demak, $\omega^2 = \frac{g}{\ell}, \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ bo'lar ekan. Harakat tenglamasi esa $x = x_m\cos\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)$ ko'rinishda bo'lar ekan.

Matematik mayatnikda siklik chastota, tebranishlar chatotasi, tebranish davri quyidagicha bo'ladi:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}, \qquad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Matematik mayatnikda koordinata, tezlik va tezlanishning vaqtga bog'lanish tenglamalari quyidagicha bo'ladi:

$$x = x_m\cos\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right), \qquad \vartheta = -x_m\sqrt{\frac{g}{\ell}}\sin\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right), \qquad a = -x_m\frac{g}{\ell}\cos\left(\sqrt{\frac{g}{\ell}}\,t\right)$$

Matematik mayatnikda koordinata, tezlik va tezlanishning amplituda qiymatlari quyidagicha bo'ladi:

$$x_m = A, \qquad \vartheta_m = A\sqrt{\frac{g}{\ell}}, \qquad a_m = A\frac{g}{\ell}$$

Matematik mayatnikda potensial, kinetik va to'liq energiya quyidagicha bo'ladi:

$$W_P = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cdot\cos^2\omega t = W_{umum}\cdot\cos^2\omega t$$

$$W_P = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cdot\sin^2\omega t = W_{umum}\cdot\sin^2\omega t$$

$$W_{um} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

Isboti:

$$W_K = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{m}{2}(-x_m\omega\sin\omega t)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\cdot\sin^2\omega t = W_{umum}\cdot\sin^2\omega t;$$

$$W_{um} = mg\,\Delta h = mg\ell(1-\cos\alpha) = m\omega^2\ell^2(1-\cos\alpha) = m\omega^2\frac{x_m^2}{\sin^2\alpha}(1-\cos\alpha) = m\omega^2\frac{A^2}{(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)}(1-\cos\alpha) \approx \frac{1}{2}m\omega^2A^2;$$

$$W_P = W_{umum} - W_K = W_{umum} - W_{umum}\cdot\sin^2\omega t = W_{umum}\cdot(1-\sin^2\omega t) = W_{umum}\cdot\cos^2\omega t.$$

Matematik mayatnik uchun xususiy hollar:

Quyidagi keltirib chiqariladigan formulalar ko‘p uchraydigan masalalarga doir bo‘lib, ushbu formulalarni bilish masalalar echishni osonlashtiradi.

Agar matematik mayatnik tinch turgan yoki to‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanayotgan aravachaga o‘rnatilgan bo‘lsa, uning tebranish davri quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}}$$

Agar matematik mayatnik o‘rnatilgan aravacha gorizont bilan α burchak tashkil qiluvchi qiya sirt bo‘ylab a tezlanish bilan chiqib ketayotgan bo‘lsa, ketayotgan bo‘lsa, mayatnikning tebranish davri quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + a^2 + 2ga\sin\alpha}}}}$$

Isboti: Qiyalik bo‘ylab tepaga a tezlanish bilan chiqib ketayotganda jismning og‘irligi $P = m\sqrt{g^2 + a^2 + 2ga\sin\alpha}$ bo‘lishi bilan tanishgan edik. Shuning uchun qiyalik bo‘ylab tapaga a tezlanish bilan chiqib ketayotgan aravachaga o‘rnatilgan matematik mayatnikning tebranish davri $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{P/m}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + a^2 + 2ga\sin\alpha}}}$ ga teng bo‘ladi.

Agar matematik mayatnik o‘rnatilgan aravacha gorizont bilan α burchak tashkil qiluvchi qiya sirt bo‘ylab ishqalanishsiz tushib ketayotgan bo‘lsa, mayatnikning tebranish davri quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g\cos\alpha}}}$$

Isboti: Yuqorida chiqarilgan formuladan foydalanamiz. Arava qiyalik bo‘ylab pastga a tezlanish bilan tushib ketayotgani uchun bu aravadagi matematik mayatnikning tebranish davri $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + a^2 + 2ga\sin(-\alpha)}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + a^2 - 2ga\sin\alpha}}}$ bo‘ladi. Qiyalik bo‘ylab pastga ishqalanishsiz tushishdagi tezlanish esa $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = g\sin\alpha$ ga teng bo‘ladi. Bundan esa qiyalik bo‘ylab pastga ishqalanishsiz tushayotgan aravachadagi matematik mayatnikning tebranish davri $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + (g\sin\alpha)^2 - 2g(g\sin\alpha)\sin\alpha}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2 + g^2\sin^2\alpha - 2g^2\sin^2\alpha}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2(1-\sin^2\alpha)}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g\cos\alpha}}$ ga teng bo‘lishini ko‘rishimiz mumkin bo‘ladi.

Agar matematik mayatnik a tezlanish bilan tik tepaga, tik pastga va gorizontal holatlarda harakatlantirilsa, ushbu holatlarda mayatnikning tebranish davri quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{T_\uparrow = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}}, \quad T_\downarrow = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a}}, \quad T_\rightarrow = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2+a^2}}}}$$

Isboti: Agar mayatnikdagi sharchaga faqat $F_{og'ir} = mg$ kuch ta’sir qilsa, bu kuch ta’sirida tebranish davri $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ bo‘ladi. Agar mayatnik a tezlanish bilan biror tomonga harakatlana boshlasa, unda sharchaning og‘irligi $P = m(g+a)$, $P = m(g-a)$ va $P = m\sqrt{g^2+a^2}$ ko‘rinishlardan biriga ega bo‘ladi. Shunga mos holda mayatnikning tebranish davri ham $T_\uparrow = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}}$, $T_\downarrow = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-a}}$, $T_\rightarrow = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{\sqrt{g^2+a^2}}}$ ko‘rinishlardan birini oladi.

Agar matematik mayatnik vaznsizlik holatida (erkin tushayotgan yoki kosmik kemada) bo‘lsa, uning tebranish davri $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g-g}}$ formulaga ko‘ra $T \to \infty$ bo‘ladi, ya’ni mayatnik tebranmay qo‘yadi.

Agar matematik mayatnikning Yer sirtidagi tebranish davri T_0 bo‘lsa, Yer sirtidan h balandlikdagi tebranish davri T_h quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{T_h = T_0 \frac{R+h}{R}}$$

Isboti: Agar matematik mayatnik Yer sirtidan tepaga ko‘tarila borsa, balandlashgan sari erkin tushish tezlanishining son qiymati kamaygani bois, tebranish davri ortib boradi. Chunki, baland nuqtalarda mayatnikdagi sharchani Yer kuchsizroq tortadi. Yer sirti uchun mayatnikning tebranish davri $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ hamda Er sirtidan *h* balandlik uchun erkin tushish tezlanishining qiymati $g_h = g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ ekanini hisobga olsak, *h* balandlik uchun tebranish davri $T_h = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_h}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_0\left(\frac{R}{R+h}\right)^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_0}}\frac{R+h}{R} = T_0\frac{R+h}{R}$ ko‘rinishda bo‘ladi.

Agar matematik mayatnikning Yer sirtidagi tebranish davri T_0 bo‘lsa, Yer sirtidan *h* chuqurlikdagi tebranish davri T_h quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{T_h = T_0\sqrt{\frac{R}{R-h}}}$$

Isboti: Agar matematik mayatnik Yer sirtidan ichkariga kira borsa, chuqurlashgan sari erkin tushish tezlanishining son qiymati kamaygani bois, tebranish davri ortib boradi. Chunki, ichkari nuqtalarda mayatnikdagi sharchani Yer kuchsizroq tortadi. Yer sirti uchun mayatnikning tebranish davri $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ hamda Yer sirtidan *h* chuqurlik uchun erkin tushish tezlanishining qiymati $g_h = g_0\frac{R-h}{R}$ ekanini hisobga olsak, *h* chuqurlik uchun tebranish davri $T_h = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_h}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_0\frac{R-h}{R}}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_0}}\cdot\sqrt{\frac{R}{R-h}} = T_0\cdot\sqrt{\frac{R}{R-h}}$ ko‘rinishda bo‘ladi.

ℓ_1 va ℓ_2 uzunlikdagi mayatniklar davrlari mos ravishda T_1 va T_2 bo‘lsa, $\ell_3 = \ell_1 \pm \ell_2$ uzunlik dagi mayatnikning davri T_3 quyidagicha bo’ladi:

$$\boxed{T_3 = \sqrt{T_1^2 \pm T_2^2}}$$

Isboti: $\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \\ T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \end{cases}; \rightarrow \begin{cases} \ell_1 = \frac{gT_1^2}{4\pi^2} \\ \ell_2 = \frac{gT_2^2}{4\pi^2} \end{cases}; \rightarrow \begin{cases} \ell_3 = \ell_1 \pm \ell_2 = \frac{g}{4\pi^2}(T_1^2 \pm T_2^2) \\ \ell_3 = \frac{gT_3^2}{4\pi^2} \end{cases}$

$\frac{gT_3^2}{4\pi^2} = \frac{g}{4\pi^2}(T_1^2 \pm T_2^2); \rightarrow T_3 = \sqrt{T_1^2 \pm T_2^2}$.

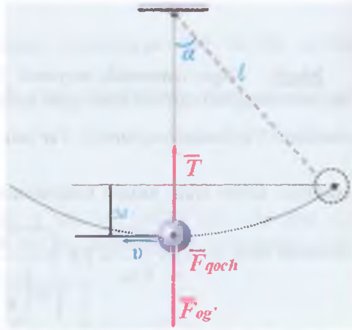
Teng vaqtda N_1 va N_2 marta tebranuvchi ℓ_1 va ℓ_2 uzunlikdagi mayatniklar uchun berilgan kattaliklarni bog‘lovchi ifoda quyidagicha bo’ladi:

$$\boxed{\frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2}$$

Isboti: $\begin{cases} T_1 = \frac{t}{N_1} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \\ T_2 = \frac{t}{N_2} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \end{cases}; \rightarrow \begin{cases} t = 2\pi N_1\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \\ t = 2\pi N_2\sqrt{\frac{\ell_2}{g}} \end{cases}; \rightarrow 2\pi N_1\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} = 2\pi N_2\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}; \rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$

Muvozonat vaziyatidan α burchakka og‘dirib og‘dirib qo‘yib yuborilgan mayatnikning muvozonat vaziyatidan o‘tish paytidagi tezligi va taranglik kuchi quyidagicha bo’ladi:

$$\vartheta_{max} = \sqrt{2g\ell(1-\cos\alpha)}$$
$$T = mg(3-2\cdot\cos\alpha)$$



1.5.3.2-rasm

Isboti: ipni vertikaldan α burchakka og'dirganda uni dastlabki sathdan $\Delta h = \ell - \ell\cos\alpha = \ell(1-\cos\alpha)$ balandlikka ko'targan bo'lamiz. Biz byergan maksimal potensial energiya muvozonat holatidan o'tish paytida to'la holda kinetik energiyaga aylanadi.

$$E_{p\,max} = E_{k\,max}\;;\;\rightarrow\; mg\Delta h = \frac{m\vartheta_{max}^2}{2}\;\rightarrow$$

$$\vartheta_{max} = \sqrt{2g\Delta h} = \sqrt{2g\ell(1-\cos\alpha)}$$

Ipning taranglik kuchi og'irlik kuchi va markazdan qochuvchi kuchlar yig'indisiga teng bo'ladi

$$T = mg + \frac{m\vartheta_{max}^2}{\ell} = mg + 2mg(1-\cos\alpha) = mg(3-2\cos\alpha)$$

1.5.4.Mavzu: Fizik mayatnik

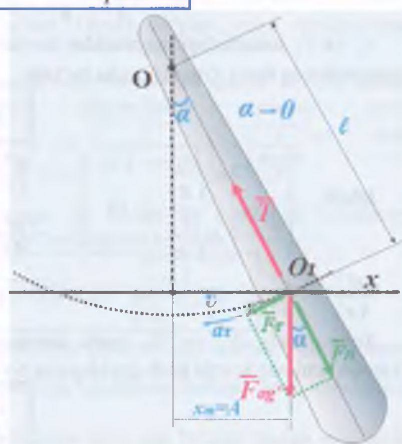
Og'irlik markazidan o'tmaydigan o'q atrofida tebranma harakat qiladigan har qanday qattiq jism ***fizik mayatnik*** deb ataladi.

Mazkur o'q (1.5.4.1-rasmda O nuqtadan o'tgan o'q) osilish o'qi deyiladi. Osilish o'qi va og'irlik markazi orasidagi masofa ℓ ga teng. Mayatnikni muvozonat vaziyatidan biroz og'dirib qo'yib yuborilganda og'irlik kuchi ta'siri ostida erkin tebranma harakat vujudga keladi.

Fizik mayatnikda ham prujinali va matemayatnikdagi kabi davriy ravishda potensial va kinetik energiyalar bir-biriga aylanib turadi.

Fizik mayatnikda burchak tezlanishning burchakga bog'liqligi quyidagicha:

$$a_x = -\frac{mg\ell}{I}x; \qquad yoki \qquad \ddot{x} = -\frac{mg\ell}{I}x\;;$$



1.5.4.1-rasm

Isboti: Mayatnik muvozonat vaziyatidan chiqarilganda og'irlik kuchining traektoriyaga urinma $P_{tan} = -mg\sin\varphi$ tashkil etuvchisi uni muvozonat holatiga qaytarishga intiladi. Bu erda minus ishora P_{tan} kuchning φ ga qarama-qarshi yo'nalganligini bildiradi. Bu urinma kuch osilish nuqtasi O ga nisbatan muvozonat vaziyatiga qaytaruvchi $M = P_{tan}\cdot\ell = -mg\ell\sin\varphi$ moment beradi. Ikkinchidan moment qattiq jism aylanma harakatining asosiy tenglamasiga ko'ra $M = I\cdot\varepsilon = I\cdot\ddot{\varphi}$ ga teng. Ikita ifodani birlashtirib, quyidagini olamiz. $I\cdot\ddot{\varphi} = -mg\ell\sin\varphi\;;\;\rightarrow\;\ddot{\varphi} = -\frac{mg\ell}{I}\sin\varphi$.

Kichik tebranishlar uchun $\sin\varphi \approx \varphi$ deb qa'bul qilib quyidagini yozamiz: $\ddot{\varphi} = -\frac{mg\ell}{I}\varphi$. Buni har ikkala tomonini ℓ ga ko'paytirib quyidagini olamiz:

$$\ddot{a}_x = -\frac{mg\ell}{I}x$$

Yuqoridagi formuladan ko'rinib turibdiki, burchakdan olingan ikkinchi tartibli hosila yana burchakga bog'liq bo'lib chiqayapti. Matematikadan ma'lumki, $y = \sin x$ va $y = \cos x$ funksiyalarning ikkinchi tartibli hosilasi yana shu funksiyalarga bog'liq bo'lib chiqadi. Demak, fizik mayatnikda ham koordinataning vaqtga bog'lanish tenglamasi sinus yoki kosinus qonuniga bo'ysunar ekan.

Fikrimizning isboti: Ipga osilgan sharcha dastlab muvozonat vaziyatdan chiqarilib, so'ngra erkin tebranish kuzatilayotgani uchun harakat tenglamasi kosinus qonuniga bo'ysunayapti deb hisoblaylik. $x = x_m\cos\omega t$; bundan ketma-ket ikki marta vaqt bo'yicha hosila olib, tezlanishni topamiz.

$\dot{x} = -\omega x_m \sin \omega t$, $\rightarrow \ddot{x} = -\omega^2 x_m \cos \omega t = -\omega^2 x$. Demak, $\omega^2 = \frac{m g \ell}{I}$; $\rightarrow$ $\omega = \sqrt{\frac{m g \ell}{I}}$ bo'lar ekan. Harakat tenglamasi esa $x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{m g \ell}{I}}\, t\right)$ ko'rinishda bo'lar ekan.

Matematik mayatnikda siklik chastota, tebranishlar chatotasi, tebranish davri quyidagicha:

$$\omega = \sqrt{\frac{m g \ell}{I}}, \qquad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m g \ell}{I}}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m g \ell}}$$

Formulaga ko'ra fizik mayatnikning tebranish davri uning massasi m ga bog'liqdek ko'rinadi. Aslida esa tebranish davri massaga emas, balki massaning mayatnikda taqsimlanishini ifodalovchi kattalik $I/_m$ ga bog'liq..

Fizik mayatnik tebranish davrini xuddi matematik mayatnikdagi kabi yozish mumkin.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Bu erda: $L = \frac{I}{m\ell}$ — fizik mayatnikning keltirilgan uzunligi deyiladi va ko'rsatilgan OO' nuqtalar orasidagi masofaga teng. O' nuqta Shunday xususiyatga egaki, agar fizik mayatik osilgan O nuqtadagi o'qni OC chiziqning davomidagi O' nuqtaga ko'chirsak, uning tebranish davri o'zgarmaydi.

Prujinali mayatnikda koordinata, tezlik va tezlanishning vaqtga bog'lanish tenglamalari quyidagicha:

$$x = x_m \cos\left(\sqrt{\frac{m g \ell}{I}}\, t\right), \qquad \vartheta = -x_m\sqrt{\frac{m g \ell}{I}}\sin\left(\sqrt{\frac{m g \ell}{I}}\, t\right), \qquad a = -x_m\frac{m g \ell}{I}\cos\left(\sqrt{\frac{m g \ell}{I}}\, t\right)$$

Fizik mayatnikda koordinata, tezlik va tezlanishning amplituda qiymatlari quyidagicha bo'ladi:

$$x_m = A, \qquad \vartheta_m = A\sqrt{\frac{m g \ell}{I}}, \qquad a_m = A\frac{m g \ell}{I}$$

Fizik mayatnikda potensial, kinetik va to'liq energiya quyidagicha bo'ladi:

$$W_P = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cdot \cos^2 \omega t = W_{umum} \cdot \cos^2 \omega t$$

$$W_P = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cdot \sin^2 \omega t = W_{umum} \cdot \sin^2 \omega t$$

$$W_{umum} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

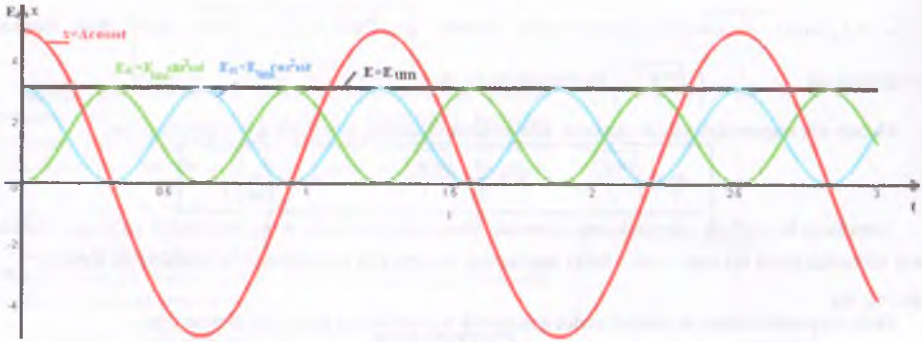
Isboti:

$$W_K = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{m}{2}(-x_m\omega \sin\omega t)^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cdot \sin^2 \omega t = W_{umum} \cdot \sin^2 \omega t \,;$$

$$W_{umum} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \,;$$

$$W_P = W_{umum} - W_K = W_{umum} - W_{umum} \cdot \sin^2 \omega t = W_{umum} \cdot (1 - \sin^2 \omega t) = W_{umum} \cdot \cos^2 \omega t \,.$$

Garmonik tebranuvchi barcha mayatniklarda kinetik va potensial energiya davriy ravishda bir-biriga aylanib turadi, lekin to'liq mexanik energiya vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydi. Potensial va kinetik energiyalar tebranish chastotasi koordinata (yoki tezlik, yoki tezlanish) chastotasidan ikki marta katta bo'lib, jism bir tebranganda potensial va kinetik energiyalar ikki marta tebranishga (biri-biriga aylanishga) ulguradi *(1.5.4.2-rasm)*.

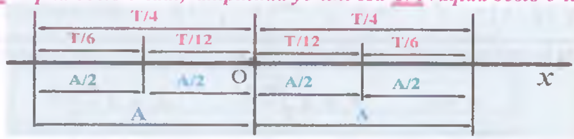


1.5.4.2-rasm

Kichik tebranishlarda fizik mayatnikning (Shuningdek prujinali va matematik mayatnikning ham) tebranish davri uning tebranish amplitudasiga bog'liq emas ekan. Tebranish davri amplitudaga bog'liq bo'lmagan tebranishlar ***izoxron tebranishlar*** deyiladi. Mayatniklarning izoxronlik xususiyati ulardan vaqt o'lchagich asbob sifatida foydalanishga yordam beradi. $8^0 - 10^0$ va undan katta chetlanishlarda mayatnikning izoxronligi buziladi.

Garmonik tebranuvchi barcha mayatniklarda quyidagi mulohaza o'rinli:

Muvozanat vaziyatidan chiqarib qo'yib yuborilgan jism amplitudaning dastlabki yarmini T/6 vaqtda keyingi yarmini T/12 vaqtda bosib o'tadi, amplituda yo'lini esa T/4 vaqtda bosib o'tadi.



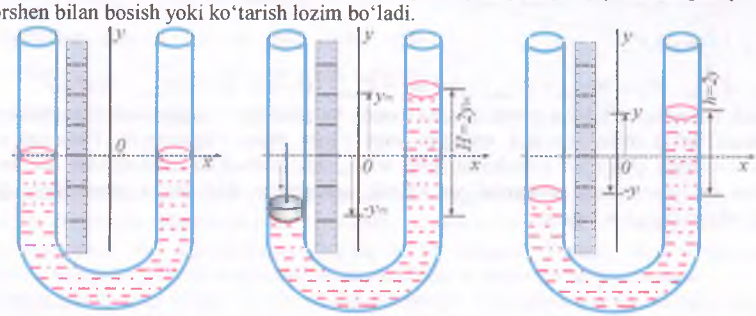
1.5.4.3-rasm

1.5.5.Mavzu: Garmonik tebranuvchi boshqa mayatniklar

Oldingi mavzularda garmonik tebranuvchi prujinali mayatnik, matematik mayatnik va fizik mayatniklar bilan tanishib chiqdik. Lekin, masalalar echishda xuddi shu mayatniklar kabi garmonik tebranuvchi boshqa turdagi mayatniklarga ham duch kelamiz. Ushbu mavzuda shulardan ba'zilari bilan tanishib chiqamiz.

U-simon naydagi suyuqlikning tebranishi:

U -simon nay muvozonat holatidan biroz chiqarilib qo'yib yuborilganda erkin garmonik tebranishlar vujudga keladi. Buning uchun dastlab muvozonatda turgan nayning ixtiyoriy yelkasidagi suyuqlik sathini kichik porshen bilan bosish yoki ko'tarish lozim bo'ladi.



1.5.5.1-rasm

U -simon nayda suyuqlik erkin tebranishining siklik chastotasi, tebranish chastotasi va tebranish davri quyidagicha bo'ladi:

$$\omega=\sqrt{\frac{2\rho g S}{M}}, \quad \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\rho g S}{M}}, \quad T=2\pi\sqrt{\frac{M}{2\rho g S}}$$

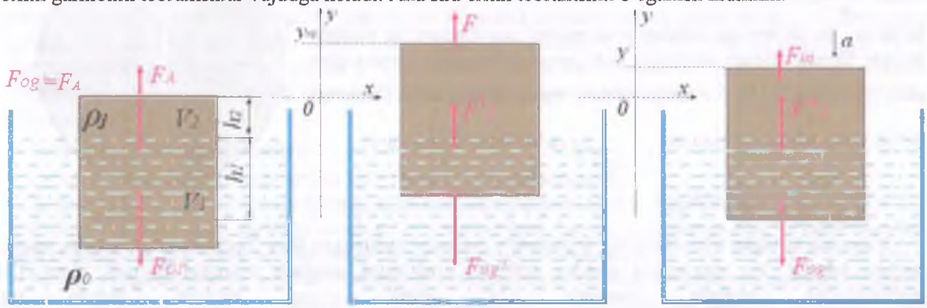
Isboti: Dastlab tebranish sodir bo'lmayotgan, ya'ni yelkalar muvozonat holatda bo'lsin. Ana shu paytda yelkalardagi suyuqlik sathlaridan gorizontal holda Ox o'qini va vertikal holda Oy o'qini o'tkazamiz (1.5.5.1-rasm). Nayning chap yelkasini kichik porshen bilan $y_m = A$ masofaga pasaytirsak, o'ng yelkasi Shuncha masofaga ko'tariladi. Endi kichkina porshenni olib tashlasak, og'irlik kuchi ta'sirida erkin garmonik tebranma harakat yuzaga keladi. O'ng yelka sathi erkin sathdan ixtiyoriy y masofa tepada bo'lganda, chap sath esa Shuncha masofa pastda bo'ladi. Natijada, o'ng va chap sathlar orasida $2y$ ga teng masofa hamda o'ng va chap yelkalar orasida esa $\Delta m = \rho\cdot\Delta V = \rho S\cdot 2y$ massalar farqi paydo bo'ladi. Mana shu massalar farqi nay ichidagi butun M massali suyuqlikka a tezlanish beradi.

$$Ma=-\Delta mg=-2y\rho S g; \quad \rightarrow \quad a=-\frac{2\rho g S}{M}y; \rightarrow \quad \ddot{y}=-\frac{2\rho g S}{M}y=\omega^2 y$$

Demak, koordinatadan vaqt bo'yicha olingan 2-tartibli hosila yana korrdinataga bog'liq bo'lyapti. Xuddi, avval tanishgan prujinali mayatnik, matematik mayatnik va fizik mayatniklar kabi naydagi suyuqlik sathining harakat tenglamasi $y = y_m\cos\omega t$ yoki $y = y_m\sin\omega t$ bo'yicha sodir bo'lar ekan. Bu erda: $\omega=\sqrt{\frac{2\rho g S}{M}}$ – suyuqlik sathi tebranishining siklik chastota bo'lib, tebranish chastotasi $\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\rho g S}{M}}$ ga, tebranish davri esa $T=\frac{1}{\nu}=2\pi\sqrt{\frac{M}{2\rho g S}}$ ga teng bo'ladi.

Suyuqlikka tushirilgan cho'kmaydigan jismning tebranishi:

Agar suyuqlikka cho'kmaydigan biror jism (masalan, suvga po'kak, yog'och, muz va b.) sekin tushirilsa, bu jism biror qismi cho'kkan holda suyuqlikda tinch turadi. Endi shu jismni biror tashqi ta'sir orqali muvozonat vaziyatidan biroz chiqarib (jismni biroz cho'ktirib yoki biroz ko'tarib) qo'yib yuborilsa, erkin garmonik tebranishlar vujudga keladi. Ana shu erkin tebranishni o'rganish mumkin.



1.5.5.2-rasm

Suyuqlikka tushirilgan cho'kmaydigan jismning erkin tebranishining siklik chastotasi, tebranish chastotasi va tebranish davri quyidagicha bo'ladi:

$$\omega=\sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_j}\cdot\frac{g}{H}}, \quad \nu=\frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_j}\cdot\frac{g}{H}}, \quad T=2\pi\sqrt{\frac{\rho_j}{\rho_s}\cdot\frac{H}{g}}$$

Isboti: Dastlab tebranish sodir bo'lmayotgan, ya'ni jism og'irligi va Arximed kuchi muvozonat holatda bo'lsin. Ana shu paytda jismning ustki nuqtasini koordinata boshi qilib undan gorizontal holda Ox o'qini va vertikal holda Oy o'qini o'tkazamiz (1.5.5.2-rasm). Jismning ustidan tashqi kuch yordamida jismni biror $y_m = A$ masofaga ko'taramiz. Endi tashqi kuchni olib tashlasak, og'irlik kuchi ta'sirida erkin garmonik tebranma harakat yuzaga keladi. Jismning ustki nuqtasi koordinata boshidan ixtiyoriy y masofa tepada bo'lgan paytda, og'irlik kuchi Arximed kuchidan kattaroq bo'ladi. Natijada, bu kuchlar farqiga teng bo'lgan inersiya kuchi vujudga kelib, butun M massali jism a tezlanish bilan harakat qiladi.

$$Ma=\rho_s S y g; \;\rightarrow\; \rho_j S H a=-\rho_s S y g, \;\rightarrow\; a=-\frac{\rho_s}{\rho_j}\frac{g}{H}\cdot y; \;\rightarrow\; \ddot{y}=-\frac{\rho_s}{\rho_j}\cdot\frac{g}{H}\cdot y=-\omega^2 y\ .$$

Demak, koordinatadan vaqt bo‘yicha olingan 2-tartibli hosila yana korrdinataga bog‘liq bo‘lyapti. Xuddi, avval tanishgan prujinali mayatnik, matematik mayatnik va fizik mayatniklar kabi naydagi suyuqlik sathining harakat tenglamasi $y=y_m\cos\omega t$ yoki $y=y_m\sin\omega t$ bo‘yicha sodir bo‘lar ekan. Bu erda: $\omega=\sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_j}\cdot\frac{g}{H}}$ – suyuqlik sathi tebranishining siklik chastota bo‘lib, tebranish chastotasi $\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_j}\cdot\frac{g}{H}}$ ga, tebranish davri esa $T=\frac{1}{\nu}=2\pi\sqrt{\frac{\rho_j}{\rho_s}\cdot\frac{H}{g}}$ ga teng bo‘ladi.

Yerning ichki qismidagi jismning tebranishi:

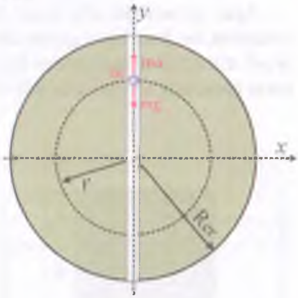
Yerning sirtidan markazigacha quduq kovlangan bo‘lsin. Yerni bir jinsli deb hisoblang. Quduqqa tashlab yuborilgan tosh qanchadir vaqtda tezligini oshirib Yer markazigacha etib boradi. Yer markazidan inersiya tufayli o‘tib ketadi va tezligi sekinlasha borib Yerning narigi tomonidan chiqqan paytda tezligi nolga teng bo‘ladi. Og‘irlik kuchi ta’sirida yana quduqqa tushib ketadi va Yer markazidan o‘tib yana dastlabki tosh tashlagan joydan chiqadi. Ana shu tariqa quduq ichida erkin tebranma harakat yuzaga keladi. Bunda Yerni bir jinsli shar deb olish kerak bo‘ladi.

Yer diametridan kovlangan quduqqa tashlangan tosh erkin tebranishining siklik chastotasi, tebranish chastotasi va tebranish davri quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\omega=\sqrt{\frac{g_0}{R}}\ ,\quad \nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g_0}{R}}\ ,\quad T=2\pi\sqrt{\frac{R}{g_0}}}$$

Isboti: Masalani dinamikaning asosiy tenglamasiga ko‘ra ishlaymiz.

$$\sum F_i=ma; \;\rightarrow\; mg=ma; \;\rightarrow g=a; \;\rightarrow\; g_0\cdot\frac{r}{R}=-y''; \;\rightarrow\; y''+\frac{g_0}{R}y=0$$



1.5.5.3-rasm

Agar $\frac{g_0}{R}=\omega^2$ deb belgilasak, $y''+\omega^2 y=0$ differensial tenglamaga ega bo‘lamiz. Bu differensial tenglamaning echimi $y=R\cos\omega t$ ko‘rinishda bo‘ladi. Demak, tashlab yuborilgan tosh garmonik tebranma harakat qilar ekan. Bu erda $\omega=\sqrt{\frac{g_0}{R}}$ – quduqda tebranayotgan jismning siklik chastotasi bo‘lib, uning tebranish chastotasi $\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g_0}{R}}$ ga hamda tebranish davri $T=2\pi\sqrt{\frac{R}{g_0}}$ ga teng bo‘ladi.

Yuqorida topilgan formulalardan foydalanib, quduqqa tashlangan jism Yer markaziga qancha vaqtda borishi hamda Yer markazida qanday tezlikka erishishini aniqlash mumkin bo‘ladi. Jism Yer markazigacha etganda davrning $1/4$ qismi o‘tgan bo‘ladi. Bunda esa $t=\frac{T}{4}=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{R}{g_0}}=\frac{3{,}14}{2}\sqrt{\frac{6{,}37\cdot10^6}{9{,}81}}=1265\,sek.\approx 21\,\text{min}$ vaqt o‘tadi. Tezlik koordinatadan vaqt bo‘yicha olingan 1-tartibli hosila bo‘lgani uchun jismning tezligi $\vartheta=y'=-\omega R\sin\omega t=-\sqrt{g_0 R}\cdot\sin\omega t$ qonunga bo‘ysunar ekan. Jism Yer markazigacha tezlashib boradi, Yer markazida maksimal $\vartheta_{\max}=\sqrt{g_0 R}=\vartheta_I=7900\,m/s$ tezlikka erishadi. Demak, Yer sirtidan quduqqa tashlab yuborilgan jism *21* minutda Yer markaziga etib borib, bunda jism 1-kosmik tezlikka erishar ekan.

1.5.6.Mavzu: Mexanik to‘lqin haqida asosiy tushunchalar.

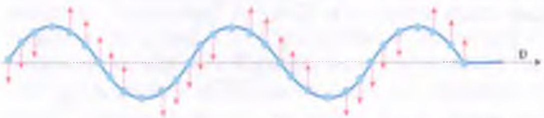
Mexanik to‘lqin deb, mexanik tebranishlarning elastik muhitda tarqalish protsessiga aytiladi. Shuni alohida ta’kidlash lozimki, bunda muhit molekulalari ko‘chmaydi, balki o‘z muvozonati atrofida tebranadi. To‘lqinlarning turlari xilma-xil bo‘lib, elastik muhitda tarqaluvchi to‘lqinlar ***mexanik to‘lqin***lardır.

Bo‘ylama va ko‘ndalang to‘lqinlar:

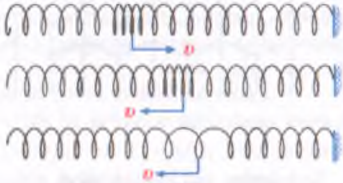
To‘lqinlar tebranishi va tarqalishi yo‘nalishlarining o‘zaro munosobatiga qarab ikki turga bo‘linadi: bo‘ylama va ko‘ndalang to‘lqinlar.

Agar muhit zarrachalarining tebranish yo‘nalishi to‘lqin tarqalish yo‘nalishiga perpendikulyar bo‘lsa, bunday to‘lqin ***ko‘ndalang to‘lqin*** deyiladi.

Agar muhit zarrachalarining tebranish yo‘nalishi to‘lqin tarqalish yo‘nalishiga parallel bo‘lsa, bunday to‘lqin ***bo‘ylama to‘lqin*** deyiladi.



a)



b)

1.5.6.1-rasm

Ko‘ndalang to‘lqinlarning hosil bo‘lishini elastik shnur yordamida kuzatish mumkin *(1.5.5.1a-rasm)*. Elastik shnur yoki arqonning bir uchini devorga mahkamlab, ikkinchi uchini davriy ravishda tebratib tursak, shnur yoki arqon bo‘ylab ko‘ndalang to‘lqinning tarqalishini ko‘ramiz. Bunda garchi to‘lqin o‘ng tomonga tarqalayotgan bo‘lsa-da, muhit zarrachalari vertikal holda o‘z muvozonati atrofida tebranma harakat qiladi, xolos. Lekin muhit zarrachalari to‘lqin bo‘ylab ko‘chayotgani yo‘q. Muhit zarrachalari tebranishi yo‘nalishi to‘lqin tarqalishi yo‘nalishiga ko‘ndalang bo‘lgani uchun ham, bunday to‘lqinlarni ko‘ndalang to‘lqin deb ataymiz. Bundan tashqari, suv yuzida tarqaladigan to‘lqinlar ham ko‘ndalang to‘lqinlardir.

Bo‘ylama to‘lqinlarning hosil bo‘lishini yumshoq (bikrligi katta bo‘lmagan) prujina yordamida kuzatish mumkin *(1.5.6.1b-rasm)*. Prujinaga uning o‘qi bo‘ylab zarb berilganda, o‘ramlarda zich qatlam hosil bo‘lib, bu qatlam prujina o‘qi bo‘ylab yugurib ketganini ko‘ramiz. Ketma-ket zarb berilganda esa, zich va siyrak qatlamlarning ketma-ketligida prujina o‘qi bo‘ylab to‘lqin tarqalganini ko‘ramiz. Bunda garchi to‘lqin o‘ng tomonga tarqalayotgan bo‘lsa-da, muhit zarrachalari gorizontal holda o‘z muvozonati atrofida tebranma harakat qiladi, xolos. Lekin muhit zarrachalari to‘lqin bo‘ylab ko‘chayotgani yo‘q. Muhit zarrachalari tebranishi yo‘nalishi to‘lqin tarqalishi yo‘nalishi bo‘yicha bo‘lgani uchun ham, bunday to‘lqinlarni bo‘ylama to‘lqin deb ataymiz. Bundan tashqari, barcha turdagi tovush to‘lqinlari ko‘ndalang to‘lqinlardir.

To‘lqin sirti, fronti va uzunligi:

To‘lqinlarning shakli to‘lqin sirti, to‘lqin fronti bilan xarakterlanadi.

To‘lqin sirti deb, bir xil fazada tebranyotgan nuqtalarning geometrik o‘rniga aytiladi.

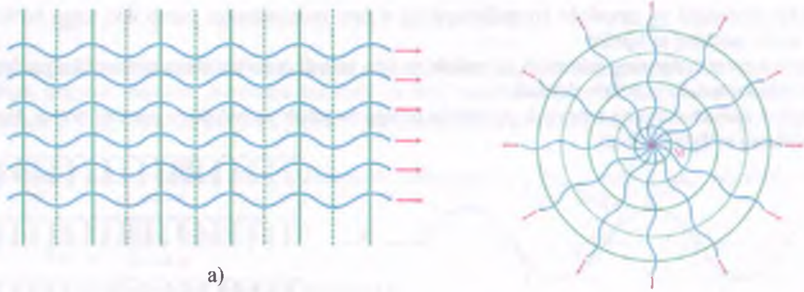
To‘lqin manbalarining shakliga qarab to‘lqin sirtlari ham har xil ko‘rinishga ega bo‘ladi. Masalan, yassi to‘lqinda to‘lqin sirtlar tekisliklardan iborat bo‘ladi *(1.5.6.2-a,rasm)*.

To‘lqin sirtiga normal yo‘nalishda o‘tkazilgan chiziqlarga ***nur*** deyiladi. Nurning yo‘nalishi to‘lqinning tarqalish yo‘nalishi bilan mos tushadi. To‘lqin manbaining energiyasi nur bo‘ylab tarqaladi. Yassi to‘lqinda nurlar parallel yo‘nalgan chiziqlardan iborat bo‘ladi *(1.5.6.2-a,rasm)*.

Yassi to‘lqinlarning tarqalishida to‘lqin sirtining o‘lchami manbadan uzoqlashgan sari o‘zgarmaganligi sababli yassi to‘lqinning energiyasi fazoda sochilmaydi, ya’ni yassi to‘lqin energiyasining sirt zichligi o‘zgarmaydi (ishqalanish bo‘lmaganda). Lekin tebranish amplitudasi ishqalanish va qarshilik kuchlarining ta’siri tufayli kamayib boradi.

Agar to‘lqin sirti sferadan iborat bo‘lsa, bunday to‘lqinga ***sferik to‘lqin*** deyiladi *(1.5.6.2-b,rasm)*. Bunday to‘lqin muhit ichiga joylashgan pulsatsiyalanuvchi sferadan iborat manbadan hosil bo‘ladi. Bu holda to‘lqin sirtlar konsentrik sferalardan iborat bo‘lib, nurlar esa sfera radiuslarining davomi bo‘ylab yo‘nalgan bo‘ladi.

Sferik to‘lqinlar to‘lqinlar tarqalishida muhit zarrachalarining tebranish amplitudalari ishqalanish va qarshilik kuchlarining ta’siri tufayli kamayib boradi. Sferik to‘lqin manba energiyasi sfera sirti bo‘ylab tekis taqsimlanadi, sferaning sirti esa to‘lqin tarqalib borgan sari keskin kattalashib boradi. Binobarin, sferik to‘lqin manbadan uzoqlashgan sari to‘lqin energiyasining sirt zichligi keskin kamayib boradi.



a) b)

1.5.6.2-rasm

To‘lqinning eng oldingi, ya’ni to‘lqin manbaidan eng uzoqda joylashgan sirti ***to‘lqin fronti*** deyiladi. Boshqacha aytganda to‘lqin g‘alayoni etib kelgan va endigini muhit zarachalar tebranishi boshlanayotgan sirt ***to‘lqin fronti*** deyiladi. Demak, to‘lqin fronti to‘lqin egallagan va to‘lqin mavjud bo‘lmagan muhit qismini ajratib turuvchi sirtdan iborat ekan.

Barcha yo‘nalishlar bo‘yicha bir xil xususiyatlarga ega bo‘lgan muhitda, ya’ni izotrop muhitda to‘lqinning fronti o‘zgarmas tezlik bilan siljiydi. Shuning uchun, to‘lqin tarqalayotganda har bir muhit zarrachalarining tebranish davri T va chastotasi ν to‘lqin manbaining tebranish davri va chastotasigi teng bo‘ladi.

Muhitning xususiyatiga va tebranish chastotasiga bog‘liq ravishda to‘lqin sirtining, ya’ni to‘lqin fazasining bir davr ichidagi siljishini xarakterlovchi kattalikka to‘lqin uzunligi deb ataladi.

Takroriy davrlar vaqtiga mos kelgan to‘lqin nuridagi nuqtalar bir xil fazalarda tebranadi, binobarin, to‘lqin uzunligini umumiy ko‘rinishda quyidagicha ta’riflash mumkin:

To‘lqin uzunligi deb, bitta nurda yotgan va bir xil fazada tebranayotgan qo‘shni nuqtalar orasidagi masofaga aytiladi.

Ko‘ndalang to‘lqinda to‘lqinning uzunligi λ ikki qo‘shni do‘nglik yoki ikki qo‘shni chuqurlik orasidagi masofaga teng bo‘ladi. Bo‘ylama to‘lqinda esa to‘lqin uzunligi ikki qo‘shni zich qatlam yoki ikki qo‘shni siyrak qatlam markazlari orasidagi masofaga teng bo‘ladi.

Bir-biridan Δx masofada tarqalayotgan ikkita nuqtalarning tebranish fazalari farqi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\Delta\varphi = 2\cdot\pi\cdot\frac{\Delta x}{\lambda} \qquad [rad]}$$

To‘lqinlarning tarqalish tezligi:

Izotrop muhitda tovushning tarqalish tezligi o‘zgarmas bo‘lib, faqat muhit xususiyati va holatiga bog‘liqdir. Shuning uchun, to‘lqinning tarqalish masofasi s, to‘g‘ri chiziqli tekis harakatda yo‘l formulasidan aniqlanadi.

$$s = \vartheta\, t$$

Bunda, ϑ – to‘lqinning tarqalish tezligi, t – to‘lqinning tarqalish vaqti.

Agar yuqoridagi formulada to‘lqinning tarqalish vaqti t uning davri T ga teng bo‘lsa, tarqalish masofasi s esa to‘lqin uzunligi λ ga teng bo‘lib qoladi.

$$\lambda = \vartheta T$$

$T = \frac{1}{\nu}$ ekanligini hisobga olsak, to‘lqinning tarqalish tezligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\vartheta = \lambda\,\nu}$$

To‘lqin tarqalish tezligi to‘lqin uzunligi va chastotaning ko‘paytmasiga teng bo‘lar ekan.

1.5.7.Mavzu: To‘lqinlar interferensiyasi va difratsiyasi

To‘lqinlar interferensiyasi:

Agar ikki to‘lqinning tebranish chastotasi bir xil bo‘lib, tebranishlar fazalari orasidagi farq vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmasa, bunday to‘lqinlar ***o‘zaro kogerent to‘lqinlar*** deyiladi. Bunday to‘lqinlarni vujudga keltiruvchi manbalar ***o'zaro kogerent manbalar*** deyiladi. Masalan, o'zaro kogerent manbani bir xil balandlikdan ikkita bir xil toshni suvga tashalash orqali hosil qilish mumkin.

O'zaro kogerent manbalardan kelayotgan to'lqinlar fazoning biror nuqtasida qo'shilish natijasida to'lqin kuchayishi (mavjlanish, g'alayonlanish) yoki to'lqin susayishi (sokinlanish) kuzatilishi mumkin. Bunday hodisaga ***to'lqin interferensiyasi*** deyiladi.

Agar to'lqinlar bir xil fazada qo'shilsa, to'lqinlar bir-birini kuchaytiradi (mavjlanadi) va bunda maksimumlar sharti kuzatiladi. Agar to'lqinlar qarama-qarshi fazada qo'shilsa, to'lqinlar bir-birini susaytiradi (sokinlanadi) va bunda minimumlar sharti kuzatiladi. Boshqacha aytganda, to'lqinlarning o'rkachlari qo'shilgan joyda g'alayonlanish kuchayadi, bitta to'lqinning o'rkachi bilan ikkinchi to'lqinning cho'nqiri uchrashgan joyda esa g'alayonlanish eng kuchsiz bo'lib sokinlik kuzatiladi.

O'zaro kogerent manbalardan birinchisi M_1, ikkinchisi M_2 bo'lib, bu to'lqinlar uchrashgan nuqta N bo'lsin. Uchrashguncha har bir to'lqin bosib o'tgan yo'l $\ell_1 = M_1N$ va $\ell_2 = M_2N$, bu to'lqinlar uchrashguncha o'tgan yo'llar orasidagi farq $\Delta\ell = \ell_2 - \ell_1 = M_2N - M_1N$ bo'lsin (1.5.7.1a,b-rasm).

Agar ikkinchi to'lqin birinchi to'lqindan yarim to'lqin uzunligining juft soni qadar (yoki butun sondagi to'lqin qadar) kechikib kelsa, bu to'lqinlar bir xil fazada qo'shiladi $(\Delta\varphi = 0)$, qo'shilish nuqtasida ular bir-birini kuchaytirib mavjlanish sodir bo'ladi. N nuqtada maksimum sharti bajariladi, natijaviy amplituda $A = A_1 + A_2$ bo'ladi. Maksimumlar sharti quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\Delta\ell = 2k \cdot \frac{\lambda}{2} = k\lambda}$$

a) b)

1.5.7.1-rasm

Agar ikkinchi to'lqin birinchi to'lqindan yarim to'lqin uzunligining toq soni qadar kechikib kelsa, bu to'lqinlar qarama-qarshi fazada qo'shiladi $(\Delta\varphi = \pi)$, qo'shilish nuqtasida ular bir-birini susaytirib sokinlanish sodir bo'ladi. N nuqtada minimum sharti bajariladi, natijaviy amplituda $A = |A_1 - A_2|$ bo'ladi. Minumular sharti quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\Delta\ell = (2k - 1) \cdot \frac{\lambda}{2}}$$

Suv yuzida ikkita nuqtaviy manbadan hosil qilingan interferension manzaraning sxematik tasviri 1.5.7.1-rasmda, haqiqiy tasviri esa 1.5.7.2-rasmda ko'rsatilgan.

To'lqinlar qo'shilib interferensiyalashganda energiyaning saqlanish qonuni bajariladimi degan savol tug'ilishi tabiiy. Chunki, maksimum sharti bajarilganda tebranish amplitudasi ortib ketgani bois, mexanik energiya ham ortadi, yoki minimum sharti bajarilganda esa tebranish umuman kuzatilmagani bois, mexanik energiya nolga aylanadi. Xuddi, maksimum sharti bajarilganda energiya yo'qdan bor bo'layotgandek va minimum sharti bajarilganda esa energiya bordan yo'q bo'layotgandek tuyuladi. Lekin unday emas. Mexanik energiya minimum sharti bajarilgan nuqtadan maksimum sharti bajarilgan nuqtaga uzatilmoqda, ya'ni energiya fazoda qayta taqsimlanmoqda. Bunda ham barcha tabiat hodisalaridagi kabi energiyaning saqlanish qonuni to'la bajariladi.

Agar kogerent to'lqinlar N nuqtaga etib kelganda na bir xil fazada, na qarama-qarshi fazada qo'shilsa, boshqacha aytganda fazalar farqi oraliq qiymatlarga ega bo'lsa $(0 < \Delta\varphi < \pi)$, interferension manzara qanday ko'rinishda bo'ladi degan savol tug'ilishi tabiiy. Bunda interferension manzara sokinlik

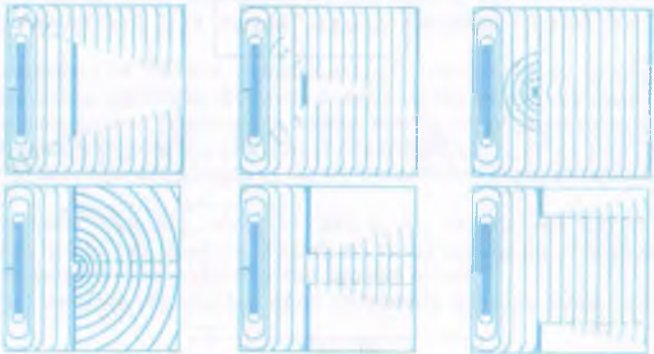
1.5.7.2-rasm

va to'la mavjlanish oralig'ida bo'ladi, ya'ni tebranish amplitudasi $|A_1 - A_2| < A < A_1 + A_2$ oraliqda bo'ladi.Agar to'lqinlar o'zaro kogerent bo'lmasachi, bunda interferension manzara qanday ko'rinishda bo'ladi degan savol tug'ilishi ham tabiiy. Bunda tebranishlar fazalari orasidagi farq vaqt o'tishi bilan o'zgarib turgani bois, kuzatilayotgan nuqtadagi interferension manzara ham vaqt o'tishi bilan o'zgarib turadi. Kuzatilayotgan nuqtada goh maksimumlik sharti, goh oraliq qiymatlar va goh minimumlik sharti kuzatilib turadi.

To'lqinlar difraksiyasi:

To'lqin o'z yo'lida katta yoki kichik to'siq va tirqishlarga duch keladi. Bunda to'lqin dastlabki yo'nalishidan og'ish xususiyatiga ega.

To'lqinlar tarqalishida to'siq va tirqishlarga duch kelganda dastlabki tarqalish yo'nalishdan geometrik soya tomonga og'ish hodisasiga ***difraksiya*** deyiladi. Bu termin lotincha difractus so'zidan olingan bo'lib, singan degan ma'noni anglatadi.



1.5.7.3-rasm

Difraksiya hodisasiga hayotda juda ko'p duch kelganmiz. Masalan, dengiz to'lqinlari suvdan chiqib turgan toshdan bemalol aylanib o'tadi va aylanib o'tgach go'yoki hech narsa bo'lmagandek tarqalaveradi. Xuddi Shuningdek, hovuzga tashlangan toshdan yuzaga kelgan to'lqin ham suvdan chiqib turgan cho'pdan bemalol aylanib o'tib ketaveradi.

1.5.6.4-rasm

To'lqin o'zining dastlabki yo'nalishidan og'ishida to'siq va tirqishning o'lchami katta ahamiyatga ega. Agar to'siq va tirqishning o'lchamlari to'lqin uzunligidan etarlicha katta bo'lsa, to'lqin dastlabki yo'nalishidan geometrik soya sohaga uncha og'masdan dastlabki yo'nalishida tarqalaveradi. Bunda ekran ortidagi manzara umuman o'zgarmaydi. Faqatgina to'lqinlarning chetlarida birozgina egrilanish kuzatiladi, xolos (*1.5.7.3-rasm*).

To'siq va tirqishning o'lchami kichiklashib borgan sari ekran ortiga o'tgan to'lqin egrilanib boradi. Agar to'siq va tirqishning o'lchamlari to'lqin uzunligi bilan solishtirarli darajada (to'lqin uzunligidan biroz katta yoki teng yoki biroz kichik) bo'lsa, to'lqin dastlabki yo'nalishidan geometrik soya soha tomonga og'ishi sezilarli kuzatiladi (*1.5.7.3-rasm*). Juda kichkina tirqishlar esa ikkilamchi manbaga aylanadi (*1.5.7.3-rasm*).

Suv yuzida kichkina tirqishdan hosil bo'ladigan dispersiya manzarasining sxematik tasviri 1.5.7.3 g-rasmda, haqiqiy tasviri esa 1.5.7.4-rasmda tasvirlangan.

1.5.8.Mavzu: Akustika elementlari

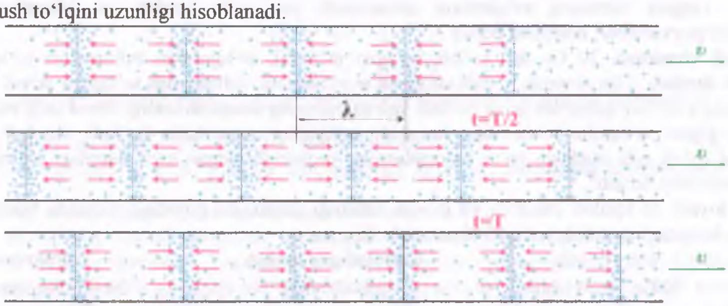
Olam turli-tuman tovushlarga to‘la: soatning chiqillashi va motorlarning guvillashi, barglarning shildirashi va shamolning uvillashi, qushlar navosi va odamlar ovozi. Tovush nima va u qanday yuzaga keladi? Bu haqida odamlar qadimdan o‘ylay boshlaganlar. Masalan, ular tovushilar havoda titrayotgan jismlardan chiqayotganini sezganlar. Qadimgi yunon faylasufi va ensiklopedist olimi Aristotel kuzatishlarga asoslanib, tovushning tabiatini to‘g‘ri tushuntirib byergan: u tovush chiqarayotgan jism galma-gal havoning siqilishini va siyraklashishini vujudga keltiradi, deb hisoblagan. Masalan, tebranayotgan tor havoni goh zichlaydi, goh siyraklaydi, havoning elastikligi tufayli esa bu ketma-ket bo‘ladigan ta’sirlar fazoda qatlamdan-qatlamga uzatiladi, elastik to‘lqinlar yuzaga keladi. Bizning qulog‘imizga etib kelgach, ular kulon pardasiga ta’sir qilib, tovush sezgisini uyg‘otadi.

Tovush hodisalari o‘rganiladigan fizikaning bir bo‘limiga ***akustika*** deyiladi.

Tovush to‘lqinlari:

Tovush deb, insonning eshitish organida tovush sezgisini uyg‘otuvchi bo‘ylama mexanik to‘lqinlarga aytiladi.

Havoda tovush to‘lqinlari havo qatlamining goh zichlashib, goh siyraklashishi, ya’ni havo bosimining davriy ravishda tebranishi elastik bo‘ylama to‘lqin ko‘rinishida tarqaladi *(1.5.8.1-rasm)*. Havo zarrachalarining tebranish yo‘nalishi tovushning tarqalish yo‘nalishi bo‘yicha bo‘lgani uchun ham tovush to‘lqinlari bo‘ylama to‘lqinlardir. Ikki qo‘shni zich qatlam yoki ikki qo‘shni siyrak qatlam orasidagi masofa tovush to‘lqini uzunligi hisoblanadi.



1.5.8.1-rasm

Shuni ta’kidlash kerakki, tovush manbai bilan eshitish organi orasida tovush to‘lqinlarini tarqata oladigan elastik muhit mavjud bo‘lgandagina, tovush eshitiladi.Tovush to‘lqinining elastik muhitda tarqalishini havo nasosining shisha qalpog‘i ostiga qo‘yilgan elektr qo‘ng‘irog‘i yordamida isbotlash mumkin. Shisha qalpoq ostidagi havoning bosimi kamayib, ya’ni havo siyraklashib borgan sari, tovushning eshitilishi ham pasayib boradi va nihoyat vakuum hosil bo‘lganda eshitilmay qoladi.

Tekshirishlardan ma’lum bo‘ldiki, tebranish chastotalari 20 Gs dan 20 000 Gs gacha bo‘lgan bo‘ylama mexanik to‘lqinlargina insonning eshitish organida tovush sezgisini uyg‘otar ekan. Bu chastota intervaliga ***eshitish diapazoni*** deyiladi

Shunday qilib, quyidagi beshta shart bajarilgandagina inson tovushni eshitadi:

1) tovush manbai mavjud bo‘lishi;
2) tovush manbai va eshitish organi orasida elastik muhitning bo‘lishi;
3) tovush manbaining tebranish chastotasi 20 – 20 000 Gs oralig‘ida yotishi;
4) tovush to‘lqinlarining quvvati eshitish organida tovush sezgisini hosil qilishga etarli bo‘lishi;
5) eshitish organi (quloq) sog‘lom bo‘lishi kerak.

Ultratovush va infratovushlar:

Tebranish chastotalari 20 000 Gs dan katta bo‘lgan mexanik tebranishlarni inson qulog‘i tovush sifatida qabul qilmaydi. Ularga ***ultratovush tebranishlari*** yoki ***ultratovushlar*** deyiladi. Ultratovush chastotalarining yuqorigi chegaralari shartli ravishda 10^8 Gs deb qabul qilingan.

Ultratovushni hosil qilish va qabul qilish uchun ultratovush nurlatkich va priyomnik deb ataluvchi asboblar ishlatiladi.

Ultratovush to'lqinlarining tarqalish tezligi va yutilishining muhit holatiga bog'lanishidan moddalar molekulyar xossalarini o'rganishda foydalaniladi. Bu tekshirishlar molekulyar akustika deb ataluvchi sohada o'rganiladi.

Ultratovush to'lqinlarining ikki muhit chegarasidan qaytishi xossalariga asoslangan prinsipga binoan suv havzalarining chuqurligini, ular tubining relefini, aysberglarni, baliq to'dalarini, suv osti kemalar va hokozolarni o'rganishda ***exolot*** deb ataluvchi gidrolokatorlardan foydalaniladi.

Delfin va ko'rshapalaklar juda ham takomillashgan xususiy ultratovush lokatorlariga egadir. Ko'rshapalak ultratovush tebranishlari impulsining chastotasi 25 000 – 30 000 Gs ni, davomiyligi esa 0.015 s ni tashkil qiladi.

Ultratovush defektoskoplar yordamida metall buyumlarining nuqsonlari, darz ketgan joylarni aniqlash, jismlarning haqiqiy chiziqli o'lchamlarini aniqlash mumkin.

Ultratovush biologik va fiziologik ta'sirga ega. Masalan ba'zi o'simliklarning (paxta, no'xat, kartoshka va h.) urug'lariga ultratovush ta'sir ettirilganda ular tez unadi va hosildorligi ortadi. Bu tovush ta'sirida sut tez achib qolmaydi, qizil qon tanachalari emiriladi, itbaliq va mayda baliqchalar bir minut davomida o'ladi. Ultrotovush yordamida mikroorganizm va bakteriyalar o'ladi va ulardan sterilizatsiyada foydalanish imkonini beradi.

Ultratovush meditsinada keng qo'llaniladi. Ona xomilasini ultratovush yordamida ekranda ko'rish mumkin, bu usul rentgenoskopiyadan ko'ra zararsiz. Undan tashqari inson ichki organlari masalan, jigar buyrak prostota bezlarida shamollash bor yoki yo'qligini ultrtovush yordamida (UZI) aniqlash mumkin. Operatsiya vaqtida yumshoq to'qimlarni ultratovush yordamida kesish va shikastlangan suyak to'qimalarini payvandlash imkonini beradi.

Tebranish chastotasi 20 Gs dan kichik bo'lgan mexanik to'lqinlarga infratovush to'lqinlari yoki infratovush deyiladi. Ular insonda tovush sezgisini uyg'otmaydi. Infratovush to'lqinlar dovul va zilzilalar vaqtida, dengiz va Yer qobig'ida hosil bo'ladi. Infratovushning tarqalish tezligi dovul yoki zilzila vaqtida bo'ladigan gigant to'lqinlar to'dasining tarqalish tezligidan ancha katta bo'ladi. Bu hol infratovush to'lqinlarini qabul qila oladigan ba'zi hayvonlarning yaqinlashayotgan xavf haqidagi signallarni qabul qilish imkoniyatini beradi.

Barcha tovush to'lqinlari chastota va to'lqin uzunligi diapozoni quyidagi jadvalda berilgan. Bunda tovushning havodagi tarqalish tezligi 340 m/s deb olingan.

	Infratovush	Eshitiladigan tovush	Ultratovush
ν [Gs]	20 Gs. dan kichik	20 – 20 000	20 000 Gs. dan katta
λ [m]	17 m. dan katta	17 – 0,017	0,017 m.dan kichik

Tovushning tarqalish tezligi:

Tovush to'lqinlari ham boshqa barcha to'lqinlar singari moddada cheklangan tezlik bilan tarqaladi. Uning tarqalish tezligi to'g'ri chiziqli tekis harakatning yo'l formulasidan aniqlanadi.

$$\vartheta = \frac{s}{t}$$

Tovushning tarqalish tezligini anqlash usulini qarab chiqaylik. Yorug'lik juda katta tezlik $c = 300\ 000\ km/s$ tezlik bilan tarqaladi. Shu sababli miltiqdan o'q otilganda, eng avval olov va tutun ko'rinadi va biror vaqtdan keyin tovush eshitiladi. Shunday qilib, yorug'lik signalining etib kelish vati juda kichik bo'lganligi uchun, uni e'tiborga olmaymiz.

Havoda tovush tezligini aniqlashda, bir-biridan ma'lum masofada (5 – 10 km) turgan ikki kishidan biri to'pponchadan yuqoriga mushak otadi, ikkinchisi esa mushak yorug'ligini ko'rish bilan sekundomerni yuritib yuboradi va tovushni eshitganda uni to'xtatadi. Bunda s masofani va tovushning etib kelish vaqti t ni bilgan holda tovushning havodagi tezligi aniqlanadi.

$0^0 C$ temperaturada tovushning quruq havodagi tarqalish tezligi $\vartheta_0 = 332\ m/s$ ekan. Uy temperaturasi va o'rtacha namlikda esa tovush tezligi $\vartheta = 340\ m/s$ ekanligi aniqlangan.

Tovushning gazlarda tarqalish tezligi gazning zichligiga bog'liq bo'lmasdan absayut temperatura T ning kvadrat ildiziga proporsional bo'lib, gazning molyar massasi M ning kvadrat ildiziga teskari proporsionaldir. Masalan, $0^0 C$ temperaturada tovushning tarqalish tezligi kislorodda *315 m/s*, vodorodda *1263 m/s* va karbonat angidridda *258 m/s* ga teng ekanligi aniqlangan.

Tovushning gazlardagi tarqalish tezligi uchun quyidagi formuladan foydalanish mumkin.

$$\vartheta = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Bu erda: $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ — Puasson koeffitsienti bo'lib, bir atomli gazlar uchun $\gamma = \frac{5}{3}$, ikki atomli gazlar uchun $\gamma = \frac{7}{5}$ va uch (ko'p) atomli gazlar uchun $\gamma = \frac{4}{3}$ deb olinadi.

Tovushning tarqalish tezligi moddaning agregat holatiga bog'liqdir. Masalan, tovush suvda *1480 m/s* tezlik bilan, shishada *5600 m/s* tezlik bilan va po'latda esa *5000 m/s* tezlik bilan tarqaladi.

Tovushning metallarda tarqalish tezligi quyidagi formuladan topiladi.

$$\vartheta = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Bu erda: E — bo'ylama deformatsiyadagi elastiklik moduli (yoki Yung moduli). ρ — metallning zichligi.

Tovushning intensivligi va qattiqligi:

Tovushning tarqalish yo'nalishiga tik joylashgan birlik yuzadan birlik vaqt ichida o'tuvchi tovush energiyasiga miqdor jihatidan teng bo'lgan kattalikka ***tovush intensivligi*** deyiladi. Boshqacha aytganda tovush intensivligi tovush yo'nalishiga tik joylashgan birlik yuzadan o'tuvchi tovush quvvatiga teng bo'lgan kattalikdir.

$$I = \frac{W}{St} = \frac{N}{S} \quad \left[\frac{Vt}{m^2}\right]$$

Quloqqa elas-elas eshitiladigan (uzoqdagi daraxtning shitirlashi) tovushning intensivligi ($I_0 = 10^{-13}\,\frac{Vt}{m^2}$) eshitish bo'sag'asidagi intensivlikka ega bo'lgan tovush deyiladi.

Quloqda og'riq hosil qiluvchi (reaktiv samolyotning shovqini) tovushning intensivligini ($I_{max} = 1\,\frac{Vt}{m^2}$) eshitish bo'sag'asidagi intensivlikka ega bo'lgan tovush deyiladi.

Tovush intensivligi, tovush eshituvchi tomonidan seziladimi yoki yo'qmi, bundan qat'iy nazar fizik protsessni ob'ektiv xarakterlaydi. Lekin, sub'ektiv xaraktyerga ega bo'lgan Shunday kattalik borki, bu tovush qattiqligidir. Tovush qattiqligi sub'ektiv xaraktyerga ega deyilishiga sabab, ushbu kattalik eshitish organing fiziologik xususiyatlaridan kelib chiqib kiritilgan. Ayni bir tovush kim uchundir qattiqroq tuyulsa, yana kim uchundir yumshoqroq tuyulishi mumkin. Qattiqlik shkalasini tanlashda logarifmik qonunni hisobga olamiz va eshitilish chegarasida qattiqlikni nolga teng (garchi intensivlik noldan farqli bo'lsa-da) deb shartlashamiz.

Agar tovushning intensivligi $I = I_0$ bo'lsa, bu tovushning qattiqligi $L = 0\,B(Bell)$ ga tengdir.

Agar tovushning intensivligi $I = 10I_0$ bo'lsa, bu tovushning qattiqligi $L = 1\,B$ ga tengdir.

Agar tovushning intensivligi $I = 100I_0$ bo'lsa, bu tovushning qattiqligi $L = 2\,B$ ga tengdir.

Agar tovushning intensivligi $I = I_{max} = 10^{13}\,I_0$ bo'lsa, bu tovushning qattiqligi $L = 13\,B$ ga tengdir.

Tovush qattiqligi quyidagi formula orqali topiladi:

$$L = \lg\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad [B]$$

Tovush qattiqligi detsibellarda quyidagicha ifodalanadi:

$$L = 10\,\lg\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad [dB]$$

Sekin suxbatlashayotgan ikki kishining shovqinining qattiqligi *40 dB*, bozor shovqining qattiqligi *80 dB*, yuk mashinasi motorini shovqining qattiqligi *90 dB*, reaktiv samolyot motorini shovqining qattiqligi *130 dB* va undan yuqori bo'ladi.

Qattiqliklari $L_1, L_2, L_3, \ldots L_N$ bo'lgan va bitta joyda jamlangan tovush manbalari shovqinlari qo'shilishidan hosil bo'lgan natijaviy shovqinning qattiqligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{L = \lg\left(10^{L_1} + 10^{L_2} + 10^{L_3} + \ldots 10^{L_N}\right)} \quad [B]$$

yoki

$$\boxed{L = 10 \cdot \lg\left(e^{L_1/10} + e^{L_2/10} + e^{L_3/10} + \ldots e^{L_N/10}\right)} \quad [dB]$$

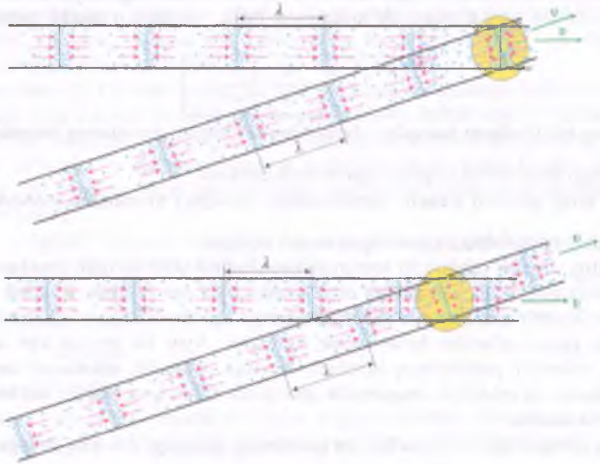
Isboti: Qattiqliklari $L_1 = \lg\left(\frac{I_1}{I_o}\right), L_2 = \lg\left(\frac{I_2}{I_o}\right), L_3 = \lg\left(\frac{I_3}{I_o}\right), \ldots L_N = \lg\left(\frac{I_N}{I_o}\right)$ bo‘lgan tovushlarning intensivliklari mos holda $I_1 = I_0 \cdot 10^{L_1}, I_2 = I_0 \cdot 10^{L_2}, I_3 = I_0 \cdot 10^{L_3}, \ldots, I_N = I_0 \cdot 10^{L_N}$ ga teng. Energiya skalyar kattalik bo‘lgani uchun natijaviy intensivlik $I_{nat} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_N = I_1 = I_0 \cdot \left(10^{L_1} + 10^{L_2} + 10^{L_3} + \ldots + 10^{L_N}\right)$ bo‘ladi. Shovqinlar yig‘indisining natijaviy qattiqligi esa $L_{nat} = \lg\left(\frac{I_{nat}}{I_o}\right) = \lg\left(10^{L_1} + 10^{L_2} + 10^{L_3} + \ldots 10^{L_N}\right)$ bo‘ladi.

Har birining qattiqligi L bo‘lgan va bir joyga jamlangan tovush manbalari shovqinlarining qo‘shilishidan hosil bo‘lgan natijaviy qattiqlik quyidagicha:

$$\boxed{L = \lg N + L} \quad [B] \qquad \text{yoki} \qquad \boxed{L = 10 \cdot (\lg N + L)} \quad [dB]$$

Tovush to‘lqinlarida interferensiya va difraksiya hodisalari:

Interferensiya hodisasi tabiatdagi barcha to‘lqinlarga xos bo‘lib, shu jumladan tovush to‘lqinlariga ham tegishlidir.



a)

b)

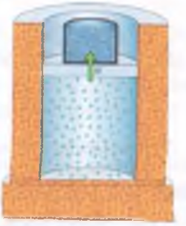
1.5.8.2-rasm

Tovush to‘lqinlarida maksimumlar sharti bajarilishi uchun o‘zaro kogerent tovush to‘lqinlari bir xil fazada qo‘shilishi kerak, ya’ni ikkita zich qatlam yoki ikkita siyrak qatlam uchrashishi kerak. Ana shunda uchrashish nuqtasida shovqinlanish kuzatiladi (1.5.8.2-a,rasm). Maksimumlar sharti bajarilgan nuqtalarda tovush intensivroq bo‘lib, odatdagidan jarangdorroq eshitiladi.

Tovush to‘lqinlarida minimumlar sharti bajarilishi uchun o‘zaro kogerent tovush to‘lqinlari qarama-qarshi fazada qo‘shilishi kerak, ya’ni zich va siyrak qatlam uchrashishi kerak. Ana shunda uchrashish nuqtasida sukunat kuzatiladi (1.5.8.2-b,rasm). Minimumlar sharti bajarilgan nuqtalarda tovush intensivligi past bo‘lib, juda sust eshitiladi yoki umuman eshitilmaydi.

Difraksiya hodisasi ham tabiatdagi barcha to‘lqinlarga xos bo‘lib, shu jumladan tovush to‘lqinlariga ham tegishlidir. Odatda biz $\lambda = 17mm - 17m$ oralig‘idagi tebranishlarni tovush sifatida qa’bul qilamiz. Tovush to‘lqini ana shu to‘lqin uzunliklar bilan solishtirarli o‘lchamdagi (to‘lqin uzunligidan biroz katta yoki teng yoki biroz kichik) to‘siq va tirqishlarga duch kelganda tovushning geometrik soya tomonga og‘ishi kuzatiladi. Bu hodisaga har birimiz juda ko‘p duch kelganmiz. Maslan, baland devorning orqa tomonidagi odamga baqirganda garchi o‘zi ko‘rimasada tovushimizni eshitadi, koridorda turgan odamning gapirishi geometrik soya tomonda turgan butun sohaga eshitiladi, to‘yxonadagi karnay-surnay ovozini to‘yxona ko‘rinmaydigan joydan ham turib eshitish mumkin va hokoza.

2 – BO'LIM. MOLEKULYAR FIZIKA



Molekulyar fizika barcha moddalarni molkulalar va atomlardan tuzilgan deb moddalar tuzilishi, xususiyatlari, modda agregat holatlarining temperatura va issiqlikka bog'liqligi, gaz qonunlari, termodinamika va uning qonunlari va hokozalarni o'rganadigan fizikaning katta bir bo'limi hisoblanadi.

Ushbu kitobda molekulyar fizikani 3ga bo'lib o'rganamiz:

2.1. Molekulyar-kinetik nazariya;

2.2. Termodinamika asoslari;

2.3. Modda tuzilishi va xususiyatlari.

2.1. MOLEKULYAR-KINETIK NAZARIYA.

Har qanday moddaning ichki tuzilishi qanday? U yaxlit, uzluksizmi Yoki xuddi qum uyurmasiga o'xshash donador, diskret tuzilishga egami? Moddaning ichki tuzilishga egami degan savol Qadimgi Yunonistonda qo'yilgan bo'lib, ammo eksperimental ma'lumotlar bo'lmagani uchun bu savolga javob berish mumkin bo'lmagan. Qadimgi yunon mutafakkirlari Levkipp va Demokrit aytib o'tgan modda tuzilishi haqidagi atomizm g'oyasini ikki ming yildan ortiq vaqt ichida tekshirishning iloji bo'lmagan. Natijada vaqt o'tishi bilan ularning ta'limoti esdan chiqa boshlaydi. O'rta asrlarga kelib modda tuzilishi uzluksiz xususiyatga ega degan farazlar o'rtaga tashlangan va moddalarning har bir holatida jismga kira oladagan va jismdan chiqa oladigan vaznsiz suyuqlik orqali tushuntirishga urinishlar bo'lgan. Masalan, jismning isish yoki sovishini jismga teplorodning qo'shilishi natijasida jism isiydi va aksincha soviydi deb hisoblangan.

XVII asr o'rtalarida fransuz olimi Gessendi Demokrit qarashlariga qaytadi va shunday moddalar borki ularni yanada bo'laklarga bo'lish mumkin emas, har bir moddaning o'zining atomlari bor deya ta'kidlaydi.

XIX asr oxirlarida ingliz olimi Dalton atom va molekulalar to'g'risidagi tasavvurlardan foydalanib, tajribadan ma'lum bo'lgan formulani keltirib chiqarish mumkin ekanligini ko'rsatdi. Shu bilan moddaning molekulyar tuzilishini ilmiy asoslab berdi. Shundan so'ng ko'pchilik olimlar tomonidan atom va molekulalarning mavjudligi tan olindi.

XX asr boshlarida modda molekulalarining o'lchamlari, massalari va harakat tezliklari o'lchandi, hamda ayrim modda atomlarining qanday joylanishi aniqlandi. Bir so'z bilan aytganda *modda tuzilishining kinetik-nazariyasi*ni yaratish tugallandi.

Barcha moddalar eng kichik zarra bo'lmish molekula yoki atomlardan tashkil topgan degan nazariyaga ***molekulyar-kinetik nazariya*** deyiladi.

Molkulyar-kinetik nazariyani o'rganishda ideal gaz tushanchasi kiritiladi. Ideal gaz–bu bir-biri bilan masofadan turib ta'sirlashmaydigan molekula yoki atomlardan iborat real gazdir. Ideal gaz molekula va atomlari faqat to'qnashgandagina bir-birlarini sezadilar. Ideal gaz molekulalari ancha siyrak bo'lib, ular uzoq masofada ta'sir kuchlari sezilmaydi, Shuning uchun ta'sir (potensial) energiyasiga ega emas. Ideal gazning ichki energiyasini faqat kinetik energiyalar yig'indisi tashkil qiladi. Havo ideal gazga yaqqol misol bo'la oladi. $4-5\,MPa$ bosimdan kichik bosim ostidagi gazlar ideal gazlar deb hisoblash mumkin.

2.1.1. Mavzu: Molekulyar-kinetik nazariyaning asosiy shartlari.

Moleklyar-kinetik nazariya quyidagi shartlarga tayanib ish ko'radi:

I. Barcha moddalar molekula va atomlardan tashkil topgan. Molekulalar o'lchamga va massaga ega;

II. Molekulalar orasida moleklalararo bo'shliq mavjud;

III. Moleklular uzluksiz, betartib (xaotik) harakat qiladilar;

IV. Molekulalar orasida o'zaro tortishish va itarishish kuchlari mavjud;

V. To'qnashuv jarayoni absalyut elastik tarzda kechadi;

Endi yuqoridagi shartalarga birma-bir to'xtalib o'tamiz.

I. Molkulalarning o'lchamga ekanligini isbotlash uchun quyidagicha tajriba o'tkazamiz. Hajmi $1mm^3$ bo'lgan zaytun moyi tomchisini suvga tomizilganda moy suv yuzasida $0{,}6\,m^2$ yuzaga ega bo'lgan moy parda hosil qiladi. Moy suv yuzasida bir molekula qalinligida yoyildi deb hisoblab, zaytun moyi molekulasining diametrini hisoblaymiz.

$$d=\frac{V}{S}=\frac{1mm^3}{0,6m^2}=\frac{10^{-9}\,m^3}{0,6m^2}=16,7\cdot10^{-10}\,m=16,7\,\overset{\circ}{A}.$$

Bu erda $\overset{\circ}{A}$ –Angstrem molekulalar o'lchamini baholashda ishlatiladigan uzunlik birligi.

$$\boxed{1\overset{\circ}{A}=10^{-10}\,m}$$

Tajribalarning ko'rsatishichi vodorod (H) atomining diametri $1\overset{\circ}{A}$, kislorod molekulasi (O_2) ning diametri $2,6\,\overset{\circ}{A}$, suv molekulasi (H_2O) ning diametri $3\,\overset{\circ}{A}$ va hokozo.

$1mm^3$ hajmli suvda nechta molekula borligini hisoblashga harakat qilib ko'raylik.

$$d_{suv}=3\cdot10^{-10}\,m,\ V_0=d^3{}_{suv}=27\cdot10^{-30}\,m^3\ ;\ \rightarrow\ N=\frac{V}{V_0}=\frac{1sm^3}{27\cdot10^{-30}\,m^3}=\frac{10^{-6}\,m^3}{27\cdot10^{-30}\,m^3}=3,7\cdot10^{22}\,ta$$

Demak, $1mm^3$ hajmli suvda $3,7\cdot10^{22}\,ta$ molekla bo'lar ekan. Bitta molekulaning massasi esa quyidagicha bo'ladi:

$$m_0=\frac{m}{N}=\frac{1\,gr}{3,7\cdot10^{22}}=2,7\cdot10^{-26}\,kg$$

II. Porshen ostida turgan biror massali gazni siqqanimizda kichikroq hajmga ham o'sha massali gaz joylashadi. Bunda molekulalar bir-birini ezayotgani yo'q, balki molekulalararo masofa kichraymoqda.

$10\,sm^3$ suvga $10\,sm^3$ solinganda taxminan $19\,sm^3$ dan ko'proq aralashma (aroq) hosil bo'ladi. Bundan ham ko'rinib turibdiki, molekulalararo bo'shliq mavjud ekan.

Mustahkam metall idishda turgan suyuqlikga $p=5000\,MPa$ bosim berilsa, suyuqlik molekulalari metall molekulalari orasiga singib kiradi. Yoki bo'lmasa, metallni qizdirganda hajmi kengayadi. Bunda ham molekula hajmi o'zgarmasdan, balki molekulalararo masofa kattalashadi.

III. Moleklular uzluksiz, betartib (xaotik) harakat qilishini Broun harakati va diffuziya hodisalari misollarida ko'rishimiz mumkin.

Broun harakati: Suyuqlik yoki gazda muallaq turgan zarrachaning qiladigan tinimsiz, betartib harakati ***Broun harakati*** deyiladi. 1927 yilda ingliz botanigi R. Broun gul changining suvda muallaq yurgan zarralarini mikroskop orqali kuzatdi. Ko'rgan narsasi uni hayron qoldirdi. Bu haqda u Shunday deb yozgan edi: «O'lchamlari juda kichik, uzunligi dyuymning to'rt ming biridan besh mingdan birigacha ulushicha kichik (ya'ni 5 — 6 mkm), suvga botirilgan zarralar Yoki donalar bilan ishlashda ularning ko'pchiligini harakatda. bo'lishini kuzatdim. Bu harakatlar shunday ediki, juda ko'p takroriy kuzatishlardan so'ng, men bu harakatlar suyuqlik oqimlaridan emas va uning doimiy bug'lanishidan emas, balki zarralarning o'ziga tegishli ekaniga ishonch hosil qildim». Broun, shuningdek, zarralarning juda xilma-xil traektoriyalar chizib harakatlanishini ta'kidladi; ular tartibsiz harakatlanar edilar. Broun harakatining sabablarini faqat 1850 yildan so'ng real tuShuntirib berish mumkin bo'ldi. U vaqtlarda *atomlar* va molekulalarning mavjudligiga ko'pchilik ishonmas edi, har holda to'g'ri eksperimental isbotlar yo'q edi. Shuning uchun avval zarrachalar o'zlariga xos «hayot kuchi» hisobiga harakatlanadi, deb faraz qilinar edi, chunki ular organik kelib chiqishga ega edilar. Biroq Broun tajribalari ko'p marta va turli xil, shu jumladan noorganik, mayda zarrachalarda takrorlanganda, effekt universal ekanligi va u hech qanday tashqi omillarga (temperaturadan tashqari) bog'liq emasligi aniqlandi. Temperatura ortishi bilan broun zarrachalarining harakat intensivligi sezilarli darajada ortib bordi. 1870-yillari oxiriga kelibgina broun harakatining sabablarini suyuqlik molekulalarining shu suyuqlikda muallaq, yurgan zarralar sirtiga urilishi bilan bog'lay boshladilar. Agar zarra katta bo'lganda edi, molekulalar uni har tomondan bir tekis itargan bo'lar va muallaq zarra joyida qo'zg'almay turar edi. Biroq kichik zarraning sirti ham kichik bo'lgani uchun turtishlar qarama-qarshi tomondan turlicha bo'ladi va ular bir-birini muvozanatlamaydi. Teng ta'sir qiluvchi kuch nolga teng emas va bu teng ta'sir etuvchining kattaligi va yo'nalishi hap doim

2.1.1.1-rasm

tinimsiz o'zgarib turadi, natijada zarra suyuqlikda tasodifiy daydib yuradi. Broun harakati hech qachon to'xtamaydigan harakatdir.

Diffuziya hodisasi: Ikki modda moleklalarining bir-biriga aralashib ketish hodisasi ***diffuziya*** deyiladi. Boshqacha aytganda diffuziya–turli xil atomlar yoki molekulalar bir jinsli bo'lmagan konsentratsiyasining o'z-o'zidan baravarlashishidir. Agar idishga turli gazlar porsiyalarini kiritsak, birmuncha vaqt o'taganda so'ng barcha gazlar bir tekis aralashadi: idishning hajmi birligida har bir xil molekulalar soni o'zgarmay qoladi, konsentratsiya barvarlashadi.

Xona burchagida ochiq turgan atir hidini difuziya tufayli sezamiz. Suvga tomizilgan margansovka biroz vaqtdan so'ng qizg'ish tusga kirishi ham diffuziya tufaylidir.Agar suv bilan siyohni ingichka (konveksiya bo'lmasligi uchun) probirkaga, kapillyarga ehtiyotkorlik bilan solinsa, avval aniq bo'lgan ajralish chegarasi yoyila boshlaydi va oxir oqibatda suyuqliklar aralashib ketadi. Agar qattiq jismlar bir-birida erisa, ularning atomlari ham aralashadi. Faqat bu protsess ancha sekin kechadi, Shuning uchun qattiq jismlardagi diffuziya faqat XIX asrning oxiridagina birincha marta kuzatiladi. 200^0C gacha qizdirib, so'ng kattaroq kuch bilan bir-biriga jips yopishtirib qo'yilgan oltin va qo'rg'oshin molekulalari bir-biriga $1 см$ chuqurlikkacha aralashib ketadi. Natijada ikkalasini bir-biridan ajratib bo'lmay qoladi. Bu hodisa ham diffuziya tufaylidir.

O'zaro aralashib ketish atomlar yoki molekulalar (yoki boshqa zarralar) ning tartibsiz daydishi natijasidir. Bu hodisa zarralarning issiqlik harakatlari tufayli amalga oshadi.

Diffuziya vaqtida zarralarning harakati mutloq tasodifiydir: zarraning navbatdagi siljish yo'li ixtiyoriydir, siljishning barcha yo'nalishlari teng ehtimollidir.

IV. Molekulalar orasida har doim tortishish va itarishish kuchlari mavjud. Ular bir-biriga juda yaqin kelganda itarishish kuchlari tortish kuchlaridan ustunlik qiladi. Biror kriik masofadan uzoqlasha boshlaganda esa totishish kuchlari ustunlik qila boshlaydi. Qattiq jismlar va suyuqliklarda har doim molekulalar qo'shni molekulalarni masofada tutib turadi va molekulalar bir-biriga biror kritik masofa atrofida yaqinlashib va uzoqlashib turadi, ya'ni tebranib turadi. Gazlarda esa molekulalararo masofa ancha katta bo'lgani sababli ular bir-birlarini masofada tutib tura olmaydilar. Ideal gazlar esa bir-birlarining borligini faqat to'qnashganda sezadilar.

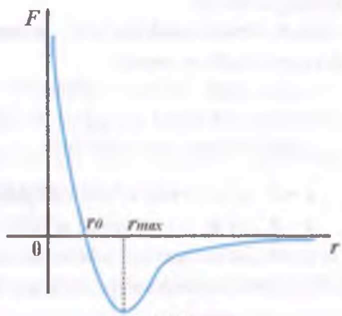
1). $r < r_0$ da itarishish kuchlari keskin oshadi

2). $r = r_0$ da itarishish va tortishish kuchlari kompensatsiya-lashadi.

3). $r = r_{\max}$ da tortishish kuchi eng katta qiymatga erishadi.

4). $r > r_{\max}$ da tortishish kuchi keskin kamayadi.

5). $r >> r_{\max}$ da tortish kuchi nolga teng bo'ladi. Bunga ideal gazlar misol bo'ladi.



2.1.1.2-rasm

V. Bir-biri bilan to'qnashuvchi ikki molekulani xuddi bilyard toshlari kabi shar shaklidagi absalyut qatiq jismlar deb hisoblanadi. Chunki molekulalar to'qnashganda energiya va impulsning saqlanish qonuni to'la bajariladi. Masalan idish devoriga urilgan molekula xuddi Shunday tezlik bilan undan sapchiydi. Shuni ham eslatib o'tish kerakki, ancha katta temperaturalarda harakatlanayotgan molekulalar to'qnashishi noelastik bo'lib, energiyaning bir qismi atomni uyg'onishiga sarf bo'ladi. Lekin bu haqda kvant fizikasida tanishiladi.

2.1.2. Mavzu: Molekula tezliklar kvadratining o'rtacha qiymati.

Avvalgi mavzuda Broun harakatining hech qachon to'xtamasligini ko'rdik. Demak Broun harakatini yuzaga keltiruvchi molekulalar harakati ham tinimsiz va betartib bo'lar ekan, va bu harakat temperatura ortishi bilan jadallashar ekan. Xo'sh bu molekulalar qanday telikda betartib harakatlanadilar?

Idishdagi gaz molekulalarrining qanday tezlikda harakatlanayotganligini bilish uchun barcha molekulalar tezliklarining o'rtacha qiymati olinmaydi. Chunki o'rtacha qiymat olish skalyar kattaliklarga xos bo'lib, tezlik esa vektor kattalikdir. Molekulalar harakati turli tomonga yo'nalgan bo'lib, barcha molekulalar tezliklarining geometrik yig'indisi nolni berishi tayin. Vektor kattalikni avval skalyar kattalikka aylantirib olishimiz kerak. Buning uchun tezliklar kvadratlarining o'rtacha qiymatini olashimiz kerak.

$$\overline{\vartheta}^2 = \frac{\vartheta_1^2+\vartheta_2^2+\vartheta_3^2+...+\vartheta_N^2}{N}$$

Tezliklar kvadratining o'rtacha qiymatidan olingan kadratik ildiz ***o'rtacha kvadratik tezlik*** deyiladi.

$$\overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{\vartheta_1^2+\vartheta_2^2+\vartheta_3^2+...+\vartheta_N^2}{N}}$$

Idishdagi barcha gaz molekulalari o'rtacha kvadratik tezlikga teng tezlikda harakatlanadi degani emas, bu tezlikdan katta va kichik tezlikda harakatlanayotgan molekulalar ham mavjud. Lekin molekulalarning aksariyat qismi o'rtacha kvadratik tezlikka yaqin tezlikda harakatlanishadi.

Gaz molekulalari tinimsiz, betartib (xaotik) harakat qilgani sababli ular idish devori bilan va o'zaro bir-biri bilan to'qnashib turadilar. Navbatdagi to'qnashuvdan keyin molekula qaysi yo'nalishni tanlashi barcha yo'nalishlar bo'yicha teng ehtimollidir. Biror bir yo'nalish afzallik, ustunlikka ega bo'lmagani sababli barcha yo'nalishlar teng imtiyozga ega. Shuning uchun o'rtacha kvadratik tezlikning o'qlardagi proeksiyalari o'zaro tengdir.

$$\overline{\vartheta}_x = \overline{\vartheta}_y = \overline{\vartheta}_z = \frac{1}{\sqrt{3}}\overline{\vartheta}$$

Isboti:

$$\overline{\vartheta}^2 = \vartheta_x^2+\vartheta_y^2+\vartheta_z^2 = 3\vartheta_x^2 = 3\vartheta_y^2 = 3\vartheta_z^2\ ;\ \rightarrow\ \vartheta_x^2 = \vartheta_y^2 = \vartheta_z^2 = \frac{1}{3}\overline{\vartheta}^2\ ;\ \rightarrow\ \overline{\vartheta}_x = \overline{\vartheta}_y = \overline{\vartheta}_z = \frac{1}{\sqrt{3}}\overline{\vartheta}.$$

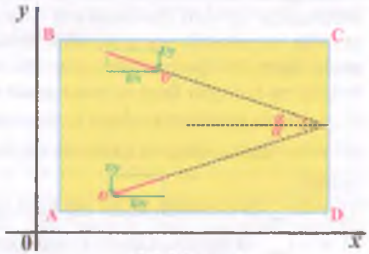
2.1.3. Mavzu: Molekulyar kinetik nazariyaning asosiy tenglamasi.

$ABCD$ berk idishga gaz qamalgan bo'lsin. S yuzaga ega bo'lgan CD devorga gazning beradigan bosimini aniqlaylik.

$m_0\vartheta_x$–bitta molekula CD devorga urilganda devorga beradigan impuls.

$2m_0\vartheta_x$–bitta molekula CD devorga urilib qaytganda devorga beradigan impuls.

$2m_0\vartheta_x z$–agar $1c$ vaqt ichida CD devorga z dona molekula urilib undan qaytganda devorga beradigan impuls.



2.1.3.1-rasm

z quyidagilarga bog'liq bo'ladi:

$z \sim S$, ya'ni $1s$ vaqt ichida urilishlar soni CD devor yuzasiga proporsional.

$z \sim \vartheta_x$, ya'ni $1s$ vaqt ichida urilishlar soni tezlikning o'qdagi tashkil etuvchisiga proporsional.

$z \sim n$, ya'ni $1s$ vaqt ichida urilishlar soni molekulalar konsentratsiyasiga bog'liq. Molekulalar konsentratsiyasi molekulalar zichligini bildirib quyidagicha ifodalanadi:

$$n = \frac{N}{V} \quad [m^{-3}]$$

Demak, $z \sim S\,\vartheta_x\,n$ ekan. Proporsionallikdan tenglikka o'tish uchun $\frac{1}{2}$ koeffitsient kiritamiz. Chunki barcha molekulalarning yarmi OX o'q yo'nalishida proeksiya bersa, qolgan yarmi bu o'qqa qarama-qarshi yo'nalishda proeksiya beradi. Yo'nalishlarning barchasi teng ehtimolli bo'lib, biror bir yo'nalish afzallikka ega emas. Shuning uchun biror yo'nalishni boshqasidan ustun qo'ya olmaymiz. Shunday qilib, $1s$ vaqt ichida urilishlar soni $z = \frac{1}{2}S\,\vartheta_x\,n$ bo'lar ekan. $1s$ vaqt ichida CD devor olgan impuls esa $\frac{\Delta p}{1c} = 2m_0\vartheta_x z = m_0\vartheta_x^2 S n = \frac{1}{3}m_0\vartheta^2 S n$ bo'lib, impulsning vaqt bo'yicha o'zgarishi CD devorga ta'sir qiluvchi kuchni beradi, ya'ni $F = \frac{1}{3} m_0 \vartheta^2 S n$ bo'ladi. Yuzaga ta'sir qiluvchi kuch esa bosimni beradi.

$p = \frac{F}{S} = \frac{1}{3} m_0 n \vartheta^2$ bo'ladi.

Molekulyar kinetik nazariyaning asosiy tenglamasi ushbu ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{\vartheta}^2}$$

Idishdagi gaz bosimining zichlik orqali ifodalanishi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{p = \frac{1}{3} \rho \overline{\vartheta}^2}$$

Isboti: $p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{\vartheta}^2 = \frac{1}{3} m_0 \frac{N}{V} \overline{\vartheta}^2 = \frac{1}{3} \frac{m}{V} \overline{\vartheta}^2 = \frac{1}{3} \rho \overline{\vartheta}^2$.

Idishdagi gaz bosimining molekulaning kinetik energiyasi orqali ifodalanishi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{p = \frac{2}{3} n E_0}$$

Isboti: $p = \frac{1}{3} m_0 n \overline{\vartheta}^2 = \frac{2}{3} \frac{m_0 \overline{\vartheta}^2}{2} n = \frac{2}{3} n E_0$.

2.1.4. Mavzu: Nisbiy atom massasi. Avogadro soni. Modda miqdori. Molyar massa. Molekulalar orasidagi o'rtacha masofa.

Nisbiy atom massasi deb modda molekulasi massasini uglerod atomi massasining $\frac{1}{12}$ qismiga nisbatiga teng bo'lgan kattalikka aytiladi.

$$\boxed{M_r = \frac{m_0}{\frac{1}{12} m_{0.C}}}$$

Bir birlik nisbiy atom massasi deb uglerod atomi massasining $\frac{1}{12}$ qismiga teng bo'lgan massaga aytiladi. Nisbiy atom massasi o'lchamsiz kattalikdir.

$$\boxed{1 m.a.b. = \frac{1}{12} m_{0C} = 1{,}66113 \cdot 10^{-27}\ kg}$$

$1 mol$ –moddaning shunday miqdoriki, undagi atom yoki molekulalar soni $12 gramm$ ugleroddagi atomlar soniga teng. Bu son Italyan olimi Avogadro sharafiga ***Avogadro soni*** deyiladi.

$$\boxed{N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}}$$

Har qanday moddaning $1 mol$ miqdorida $6{,}02 \cdot 10^{23}$ ta molekula yoki atom bo'ladi. Xuddi $20 ma$ sigaretani $1\ pachka$, $10 ta$ pachkani $1\ blok$, $50 ta$ blokni $1\ korobka$ deb ataganimiz kabi, $6{,}02 \cdot 10^{23}$ ta zarra(molekula yoki atom)ni $1 mol$ deb atar ekanmiz. Demak, modda miqdori sonlarning jamlanmasi bo'lib, har qanday moddaning $1 mol$ miqdorida $6{,}02 \cdot 10^{23}$ ta molekula yoki atom mujassam ekan.

$1\ mol$ moddaning massasi ***molyar massa*** deyiladi. Boshqacha aytganda, $6{,}02 \cdot 10^{23}$ ta molekula yoki atomning tarozidagi massasi molyar massa ekan. Mas: $M_{(H_2O)} = 18 \cdot 10^{-3} \left[\frac{kg}{mol}\right]$, $M_{(CO_2)} = 44 \cdot 10^{-3} \left[\frac{kg}{mol}\right]$, $M_{(O_2)} = 32 \cdot 10^{-3} \left[\frac{kg}{mol}\right]$, $M_{(H_2)} = 2 \cdot 10^{-3} \left[\frac{kg}{mol}\right]$.

Moddaning molyar massasini topish quyidagicha:

$$\boxed{M = m_0 N_A} \quad \left[\frac{kg}{mol}\right]$$

Modda miqdori quyidagicha aniqlanadi.

$$\boxed{\nu = \frac{N}{N_A} \quad yoki \quad \nu = \frac{m}{M}} \qquad [\text{моль}]$$

Moddadagi molekula yoki atomlar soni quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{N = \frac{m}{M} N_A}$$

Isboti: Modda miqdori formulasidan $\nu = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$, $\rightarrow$ $N = \frac{m}{M} N_A$ kelib chiqadi.

Molekulalar konsentratsiyasi va zichlik orasidagi bog'liqlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{n = \frac{N}{V}, \qquad n = \frac{\rho N_A}{M}}$$

Isboti: Konsentratsiya formulasidan $n = \frac{N}{V} = \frac{\frac{m}{M} N_A}{V} = \frac{\rho N_A}{M}$ kelib chiqadi.

Modda molekulalari tinimsiz betartib xaotik harakatda bo'lib, ular doimiy ravishda bir-biriga urilib, yaqinlashib va uzoqlashib turadi. Xo'sh, modda molekulalarining orasidagi o'rtacha masofa qanday? Modda molekulalari orasidagi o'rtacha masofani topish uchun barcha molekulalarni bir lahzaga o'z turgan joyida qotiramiz yoki ularni oniy lahza ichida sur'atga olishning imkoni bo'ldi deylik. Bunda har bir molekulani tomoni a bo'lgan kub ichiga joylaymiz va bitta molekula shu kub ichida orientatsiyalanadi deb hisoblaymiz, ya'ni bitta molekulaning territoriyasi $V_0 = a^3$ hajm deb hisoblanadi. To'la hajm V ni N ta molekula hajmi $V = N V_0 = N a^3$ tashkil qiladi deb hisoblaymiz.

Modda molekulalari orasidagi o'rtacha masofa quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{a = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}} \quad yoki \quad a = \sqrt[3]{\frac{kT}{p}}}$$

Isboti:

$$V_0 = \frac{V}{N} = \frac{1}{n} = \frac{M}{\rho N_A}, \rightarrow a^3 = \frac{M}{\rho N_A}, \rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{M}{\rho N_A}}.$$

$$yoki \quad V_0 = a^3 = \frac{1}{n}, \rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{1}{n}} = \sqrt[3]{\frac{kT}{p}}.$$

Tabiiy holatda atmosferamizning taxminan 78% ga yaqinini azot, 20% ini kislorod, 1% ini vodorod va qolgan 1% ini suv bug'i, is gazi, karbonat angidrid, xlor va boshqa gazlar tashkil qiladi. Shu gazlar aralashmasidan iborat atmosferamizning molyar massasi, ya'ni havoning molyar massasi $M_{havo} = 0{,}029\ {kg}/{mol}$. Aslida havo degan modda bo'lmasdan, yuqoridagi gazlarning ko'rsatilgan porsiyada aralashmasi biz nafas oladigan havoni tashkil etadi. Agar $100\,mol$ havo olsak, Shundan $78\,mol$ ga yaqinini azot, $20\,mol$ ini kislorod, $1\,mol$ ini vodorod va qolgan $1\,mol$ ini suv bug'i, is gazi, karbonat angidrid, xlor va boshqa gazlar tashkil qiladi. Xo'sh, bir necha gazlar aralashmasidan iborat gazning natijaviy molyar massasi qanday topiladi?

Agar M_1 gazdan ν_1 miqdor, M_2 gazdan ν_2 miqdor, va hokoza M_n gazdan ν_n miqdor arashtirilsa, aralashmaning natijaviy molyar massasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{M = \frac{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + ... + \nu_n M_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n}}$$

Isboti: Bu erda aralashtirilayotgan gazlar reaksiyaga kirishmaydi deb olamiz. Gazlar aralashtirilganda massalar va modda miqdorlari qo'shilib, umumiy massa va umumiy miqdorni hosil qiladi.

$$\begin{cases} m_{um} = m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n \\ \nu_{um} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n \end{cases}, \rightarrow \nu = \frac{m}{M}; \rightarrow M = \frac{m}{\nu}, \rightarrow M_{um} = \frac{m_{um}}{\nu_{um}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n}.$$

Agar miqdorlari teng $M_1, M_2, M_3, ..., M_n$ reaksiyaga kirishmaydigan gazlar aralashtirilsa, aralashma gazning natijaviy molyar massasi quyidagicha bo'ladi:

$$M = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + ... + M_n}{n}$$

Isboti: Barcha aralashtirilayotgan gazlarning modda miqdorlari teng bo'lgani uchun $\nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = ... = \nu_n = \nu$ deb olamiz. Natijaviy molyar massa esa $M = \frac{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + ... + \nu_n M_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n} = \frac{\nu M_1 + \nu M_2 + \nu M_3 + ... + \nu M_n}{\nu + \nu + \nu + ... + \nu} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + ... + M_n}{n}$ bo'ladi.

Agar miqdorlari teng M_1 va M_2 reaksiyaga kirishmaydigan ikkita gaz aralashtirilsa, aralashma gazning natijaviy molyar massasi quyidagicha bo'ladi:

$$M = \frac{M_1 + M_2}{2}$$

Agar M_1 moddadan m_1 massa, M_2 moddadan m_2 massa, va hokoza M_n moddadan m_n massa arashtirilsa, aralashmaning natijaviy molyar massasi quyidagicha bo'ladi:

$$M = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} + ... + \frac{m_n}{M_n}}$$

Isboti: Gazlar aralashtirilganda massalar va modda miqdorlari qo'shilib, umumiy massa va umumiy miqdorni hosil qiladi. $\begin{cases} m_{um} = m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n \\ \nu_{um} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n \end{cases}$; $\nu = \frac{m}{M}; \to M = \frac{m}{\nu};$

$$M_{um} = \frac{m_{um}}{\nu_{um}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} + ... + \frac{m_n}{M_n}}.$$

Agar massalari teng $M_1, M_2, M_3, ..., M_n$ reaksiyaga kirishmaydigan gazlar aralashtirilsa, aralashma gazning natijaviy molyar massasi quyidagicha bo'ladi:

$$M = \frac{n}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \frac{1}{M_3} + ... + \frac{1}{M_n}}$$

Isboti: Barcha aralashtirilayotgan gazlarning massalari teng bo'lgani uchun $m_1 = m_2 = m_3 = ... = m_n = m$ deb olamiz. Natijaviy molyar massa esa

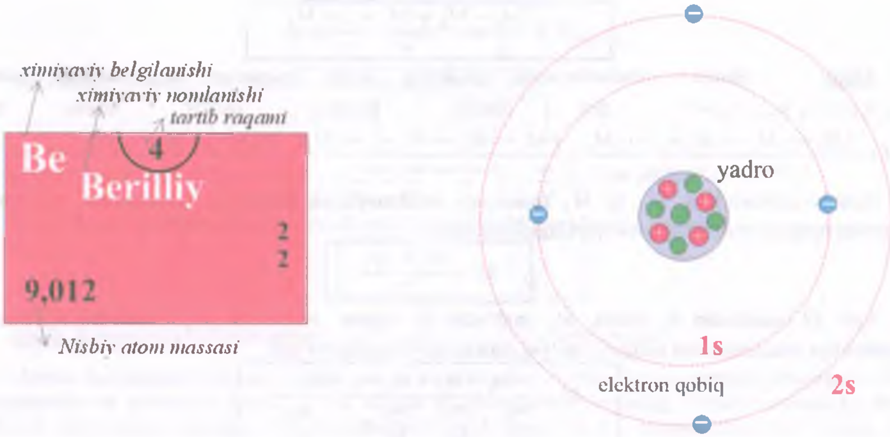
$$M = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_n}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \frac{m_3}{M_3} + ... + \frac{m_n}{M_n}} = \frac{m + m + m + ... + m}{\frac{m}{M_1} + \frac{m}{M_2} + \frac{m}{M_3} + ... + \frac{m}{M_n}} = \frac{n}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} + \frac{1}{M_3} + ... + \frac{1}{M_n}}$$ bo'ladi.

Agar miqdorlari teng M_1 va M_2 reaksiyaga kirishmaydigan ikkita gaz aralashtirilsa, aralashma gazning natijaviy molyar massasi quyidagicha bo'ladi:

$$M = \frac{2 M_1 M_2}{M_1 + M_2}$$

Isboti: Avvlgi formuladan foydalanamiz. $M = \frac{2}{\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}} = \frac{2}{\frac{M_2 + M_1}{M_1 M_2}} = \frac{2 M_1 M_2}{M_1 + M_2}$.

Endi ko'pchilikda qiyinchilik tug'diradigan Mendeleevning elementlar davriy sistemasidan qanday foydalanishni ko'rib chiqaylik. Davriy sistemadagi har bir katakcha bitta element uchun mo'ljallangan bo'lib, shu elementning barcha ximiyaviy xossalari shu katakcha ichida mujassam. Katakchadagi har bir raqam va belgi biror ma'noni bildiradi. Davriy sistemadan foydalanishni Berilliy (Be) misolida ko'rib chiqamiz (2.1.4.1-rasm).



2.1.4.1-rasm

1) Berilliy – elementning nomi;
2) Be – elementning ximiyaviy belgilanishi;
3) $4 - \begin{cases} tartib\ raqami\ (davriy\ sistemada\ 4-katakda\ turadi) \\ yadrodagi\ protonlar\ soni\ (4\ ta\ proton\ bor) \\ neytral\ atomdagi\ elektronlar\ soni\ (4\ ta\ elektron\ bor) \end{cases}$;
4) $9{,}012 - \begin{cases} nisbiy\ atom\ massasi\ \ (M_r = 9{,}012) \\ \dfrac{gramm}{mol}\ da\ ifodalangan\ molyar\ massa\ \ (M = 9{,}012\dfrac{gramm}{mol} = 9{,}012\cdot 10^{-3}\dfrac{kg}{mol}) \\ butun\ sondagi\ nuklonlar\ soni\ (9ta\ niklon,\ ya'ni\ 4ta\ proton\ va\ 5ta\ neytron\ bor) \end{cases}$.

Atom yoki molekulaning massasini 2 xil usulda topish mumkin. Buni Berilliy atomi misolida ko‘raylik.

1-usul: M_r ni $1 m.a.b.$ ga ko‘paytirish orqali

$m_0 = M_r \cdot 1 m.a.b. = 9{,}012 \cdot 1{,}66113 \cdot 10^{-27}\,kg = 1{,}497 \cdot 10^{-26}\,kg$.

2-usul: Molyar massani Avogadro soniga bo‘lish orqali

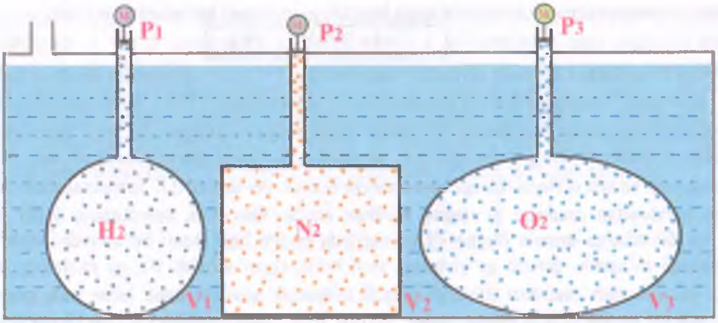
$$m_0 = \frac{M}{N_A} = \frac{9{,}012\cdot 10^{-3}\,\dfrac{kg}{mol}}{6{,}02\cdot 10^{23}\,\dfrac{1}{mol}} = 1{,}497\cdot 10^{-26}\,kg.$$

2.1.5. Mavzu: Bolsman doimiysi. Universal-gaz doimiysi. Absalyut harorat. Molekula o‘rtacha kinetik energiyasi va gaz bosimining temperaturaga bog‘liqligi.

Shvetsiyalik olim Bolsman uchta har xil idish olib, ularga vodorod (H_2), azot (N_2) va kislorod (O_2) gazlarini soldi. Har bir idishdagi bosimni o‘lchash uchun manometrlar o‘rnatildi. Uchala gaz qamalgan idish ham boshqa suvli idishga o‘rnatilgan bo‘lib, maqsad uchala idishdagi temperaturani birday saqlash edi. Dastlab idishga 0^0C li suv solinib, uchala gaz qamalgan idishlar bitta 0^0C temperaturaga keltirildi. Hisob-kitoblar shuni ko‘rsatdiki, uchala gazda ham 0^0C temperaturada bosimni hajmga ko‘paytirib molekulalar soniga bo‘lganda bir xil $3{,}76\cdot 10^{-21}\,J$ natija chiqdi.

$$p = \frac{2}{3} n E_0 = \frac{2}{3}\frac{N}{V} E_0; \quad \rightarrow \quad \frac{pV}{N} = \frac{2}{3} E_0 = \theta;$$

$$\theta_0 = \frac{p_{(H2)} V_{(H2)}}{N_{(H2)}} = \frac{p_{(N2)} V_{(N2)}}{N_{(N2)}} = \frac{p_{(O2)} V_{(O2)}}{N_{(O2)}} = 3{,}76\cdot 10^{-21}\,J.$$



2.1.5.1-rasm

Keyin uchala idishdagi temperatura ham bir xil 100^0C ga keltirildi. Hisob-kitoblar shuni ko'rsatdiki, uchala gazda ham 100^0C temperaturada bosimni hajmga ko'paytirib molekulalar soniga bo'lganda bir xil $5{,}14 \cdot 10^{-21}$ J ga teng natija chiqdi.

$$\theta_{100} = \frac{p_{(H2)} V_{(H2)}}{N_{(H2)}} = \frac{p_{(N2)} V_{(N2)}}{N_{(N2)}} = \frac{p_{(O2)} V_{(O2)}}{N_{(O2)}} = 5{,}14 \cdot 10^{-21}\ J.$$

Bolsman shunday xulosaga keldiki, θning qiymati temperatura ortishi bilan chiziqli ortar ekan, ya'ni $\theta \sim T$ bo'lar ekan. Proporsionallikdan tenglikka o'tish uchun koeffitsient kiritdi, ya'ni $\theta = kT$ deb belgilash kiritdi.

$$\begin{cases} \theta_0 = kT_0 & (1) \\ \theta_{100} = kT_{100} & (2) \end{cases}; \quad (2)-(1); \quad \rightarrow \quad \theta_{100} - \theta_0 = kT_{100} - kT_0; \quad \rightarrow \quad \theta_{100} - \theta_0 = k(T_{100} - T_0);$$

$$k = \frac{\theta_{100} - \theta_0}{T_{100} - T_0} = \frac{5{,}14 \cdot 10^{-21} - 3{,}14 \cdot 10^{-21}}{100} = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{J}{K}\right].$$

Bolsman doimiysi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{J}{K}\right]}$$

Molekulalarning ilgarilanma harakatdagi o'rtacha kinetik energiya quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{E_0 = \frac{3}{2} k\,T}$$

Isboti: $\theta = \frac{PV}{N} = \frac{2}{3}E_0 = kT; \quad \rightarrow \quad E_0 = \frac{3}{2}kT$.

Yuqoridagi formuladan ko'rinib turibdiki, modda molekulasining kinetik energiyasi modda turiga bog'liq bo'lmasdan, faqat uning temperaturasiga bog'liq bo'lar ekan. Biz avvaldan issiq va sovuq jism orasidagi issiqlik almashinuvi toki temperaturalar tenglashguncha davom etishini bilar edik. Bunda faqatgina temperaturalar tenglashib qolmasdan ularning molekulalarining kinetik energiyalari ham tenglashar ekan. Demak, bir xil temperaturada turgan har qanday modda molekulalarining kinetik energiyalari teng bo'lar ekan.

Idishdagi gaz bosimining temperaturaga bog'liqligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{P = n\,k\,T}$$

Isboti: $\theta = \frac{PV}{N} = \frac{2}{3}E_0 = kT, \quad \rightarrow \quad P = \frac{N}{V}kT = nkT$.

Temperatura birligi sifatida temperaturaning absalyut yoki Kelvin shkalasi qa'bul qilingan.

Absalyut nol gradusdan suvning uchlamchi, ya'ni qattiq, suyuq va gazsimon fazalarining muvlozonatli holatini aniqlovchi nuqta temperaturasigacha bo'lgan temperatura intervalining 1/273,15 qismi bir kelvin 1 K deb qa'bul qilingan.

Bu birlikdan tashqari, temperaturani o'lchashda Selsiy shkalasi ham keng ishlatiladi. Normal bosimda muzning erish va suvning qaynash oralig'i teng 100 ta bo'limga bo'linib, bir bo'limi bir gradus 1^0C deyiladi.

Absalyut temperaturaning Selsiy shkalasiga bog'liqigi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{T = t + 273{,}15 \quad [K]}$$

Yuqoridagi formuladan ko'rinib turibdiki, temperatura $1^0 C$ ga o'zgarganda absalyut temperatura ham $1K$ ga o'zgarar ekan. Faqatgina Kelvin shkalasi Selsiy shkalasidan 273,15 birlik oldinda yuradi.

Idishdagi gazning bosimi o'zgarmas bo'lganda hajmi nolga intiladigan, hajmi o'zgarmas bo'lganda esa bosimi nolga intiladigan temperaturaga $0K$ deyiladi. Idishdagi gazni sovitgan sari molekulalarning kinetik energiyasi va shu o'rinda tezligi ham susayib boradi. Absalyut $0K$ temperaturada esa molekulalar ilgarilanma harakatdan mutlaqo to'xtagan bo'lishi kerak. Shu bois molekulalar idish devoriga borib urilmaydi va devorlarga impuls bermaydi va natijada bosim ham hosil bo'lmaydi. Molekulalarni hech qachon mutlaqo to'xtatib, qotirib qo'yishning iloji bo'lmagani sababli $0K$ ga etishning ham iloji yo'q, faqat unga yaqinlashish mumkin. Hozirgi vaqtda mayatnik sovitish usuli bilan juda past, absolyut nol temperaturaga bir necha millikelvinga yaqin hamda juda yuqori–million kelvin (termoyadro plazmada) temperaturalarga erishilgan. Muz Kelvin shkalasida 273,15 K da eriydi, ya'ni 0^0C 273,15 K ga mos keladi.

Universal-gaz doimiysi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{R = 8{,}31 \quad \left[\frac{J}{mol \cdot K}\right]}$$

Isboti: $R = k \cdot N_A = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\frac{J}{K} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\frac{1}{mol} = 8{,}31 \quad \frac{J}{mol \cdot K}$.

2.1.6. Mavzu: Molekulalarning ilgarilanma harakat tezligi. Shtern tajribasi.

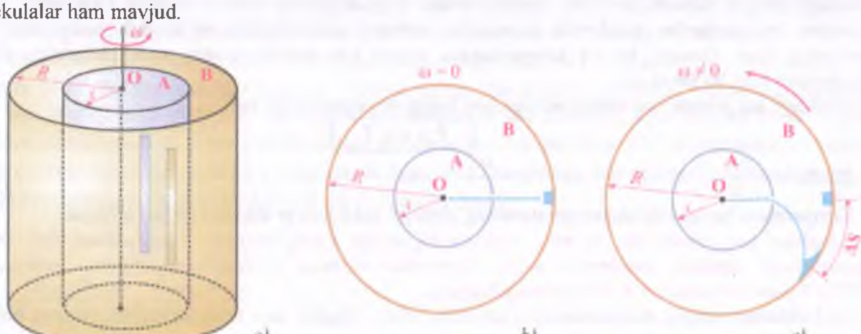
Molekulalarning ilgarilanma harakat kinetik energiyasi bir tomondan $E_0 = \frac{m_0\overline{\vartheta}^2}{2}$ bo'lsa, boshqa tomondan $E_0 = \frac{3}{2}kT$ formuladan aniqlanadi. Bulardan foydalanib, molekulalarning ilgarilanma harakatdagi o'rtacha kvadratik tezligini aniqlash mumkin.

$$\boxed{\overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} \qquad yoki \qquad \overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \approx 5\sqrt{\frac{T}{M}} \quad \left[\frac{m}{s}\right]}$$

Isboti: Kinetik energiya formulasidan $E_0 = \frac{m_0\overline{\vartheta}^2}{2} = \frac{3}{2}kT, \rightarrow \quad \overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$ bo'ladi. Yoki quyidagi

$\overline{\vartheta} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3kT}{\frac{M}{N_A}}} = \sqrt{\frac{3kN_AT}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \approx 5\sqrt{\frac{T}{M}}$ ko'rinishda ham bo'lishi mumkin.

Gaz molekulalarining tezligi statistik xarakterga ega bo'lib, idishdagi barcha gaz molekulalari aynan o'rtacha kvadratik tezlik bilan harakatlanmasdan, ko'pchilik molekulalar aynan shu tezlikka yaqin tezlikda harakatlanar ekan. Lekin o'rtacha kvadratik tezlikdan katta va kichik tezliklarda harakatlanadigan molekulalar ham mavjud.



2.1.6.1-rasm

Molekulalarning tezligini birinchi bo'lib, tajriba usulida nemis fizigi Shteyner aniqladi. O'zaro konsenrik joylashgan A va B aylanuvchi silindrlar olib, A silindrning o'qiga ingichka kumush sim joylashtirdi. Kumush simga kuchli elektr toki berilganda sim qizib o'zidan kumush atomlarini bug'lay boshlaydi. Bug'langan kumush atomlari turli tomonga qarab harakatlanadilar. Slindlar aylanma harakat qilgani bilan bug'langan kumush atomlari faqat ilgarilanma harakat qiladilar. A silindrning tirqishidan o'tgan atom B silindrga etib kelguncha silindrlar φ burchakka burilishga ulguradi. Slindrlarning radiuslarini va aylanish chastotasini bilgan holda kumush atomlarining tezligini aniqladi.

$$\boxed{\vartheta = \frac{2\pi\nu}{\varphi}(R-r) \quad \left[\frac{m}{s}\right]}$$

Isboti:

$$\varphi = \omega t = 2\pi\nu t, \quad \to \quad t = \frac{\varphi}{2\pi\nu}, \quad \to \quad \vartheta = \frac{R-r}{t} = \frac{2\pi\nu}{\varphi}(R-r).$$

2.1.7. Mavzu: Ideal-gaz holat (Mendeleev-Klapeyron) tenglamasi.

Gazning holati uchta makroskopik parametrlar: bosim (p), hajm (V), temperatura (T) bilan aniqlanadi. Gazning bosimi, hajmi va temperaturasi orasidagi bog'lanishni ifodalaydigan tenglama ***ideal gaz holat tenglamasi*** deyiladi.

Ideal gaz uchun holat tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{PV = \frac{m}{M}RT \qquad yoki \qquad PV = \nu RT}$$

Isboti: $p = nkT = \frac{N}{V}kT = \frac{\frac{m}{M}N_A}{V}kT = \frac{m}{VM}RT; \quad \to \quad PV = \frac{m}{M}RT = \nu RT.$

Odatda yuqoridagi formulani ***Mendeleev-Klapeyron tenglamasi*** deb ham yuritiladi.

Berk idishda turgan ma'lum massali ideal gaz uchun $\frac{pV}{T} = const$ bo'ladi. Bunga birlashgan gaz qonuni deyiladi.

$$\boxed{\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_3V_3}{T_3} = \ldots = \frac{p_nV_n}{T_n} = \nu R = const}$$

Isboti: $PV = \nu RT; \quad \to \quad \frac{PV}{T} = \nu R = const$. Demak, idishdagi ma'lum massali ideal gazning bosimi, hajmi va temperaturasi necha marta o'zgarmasin bosimni hajmga ko'paytirib temperaturaga nisbati o'zgarmay qolaverar ekan. $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_3V_3}{T_3} = \ldots = \frac{p_nV_n}{T_n} = \nu R = const$.

Agar idishga solingan ma'lum massali ideal gazning biror qismi teshikdan chiqib ketgan bo'lsa, $\frac{pV}{mT} = const$ bo'ladi.

$$\boxed{\frac{p_1V_1}{m_1T_1} = \frac{p_2V_2}{m_2T_2} = \frac{p_3V_3}{m_3T_3} = \ldots = \frac{p_nV_n}{m_nT_n} = \frac{R}{M} = const}$$

Isboti: $PV = \frac{m}{M}RT, \quad \to \quad \frac{PV}{mT} = \frac{R}{M} = const$. Demak, idishdagi gazning massasi, bosimi, hajmi va temperaturasi necha marta o'zgarmasin natija $\frac{R}{M}$ ga teng chiqaveradi.

$$\frac{p_1V_1}{m_1T_1} = \frac{p_2V_2}{m_2T_2} = \frac{p_3V_3}{m_3T_3} = \ldots = \frac{p_nV_n}{m_nT_n} = \frac{R}{M} = const.$$

0^0C temperaturada dengiz sathida bosim $760\,mm.sm.ust.$ ni ya'ni, $101325\,Pa$ ni tashkil qilar ekan. Ushbu holatga ***normal sharoit*** deyiladi. Ya'ni normal sharoitda $T = 273\,K$, $P_{AT} = 101325\,Pa$ bo'lar ekan.

Normal sharoitda turgan har qanday $1\,mol$ miqdordagi ideal gaz $V_0 = 22{,}4\,\ell$ hajm egallar ekan. Buni holat tenglamasidan isbotlashimiz mumkin.

$$PV = \nu RT; \quad \rightarrow \quad V_0 = \frac{\nu RT}{P} = \frac{1\,mol \cdot 8{,}31 \frac{J}{моль \cdot K} \cdot 273\,K}{101325\,Pa} = 0{,}02239\,m^3 \approx 22{,}4 \cdot 10^{-3}\,m^3 = 22{,}4\,\ell \cdot$$

Bundan shuni xulosa qilish mumkinki, normal sharoitda turgan $1\,m^3$ hajmli har qanday ideal gazda $44{,}5\,mol$ miqdorda gaz yoki $2{,}7 \cdot 10^{25}\,ta$ zarra bo'lar ekan. Bu songa ***Loshmidt soni*** deyiladi.

$$\boxed{n_0 = \frac{N_A}{V_0} = \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}}{22{,}4 \cdot 10^{-3}} = 2{,}7 \cdot 10^{25}\ m^{-3}}$$

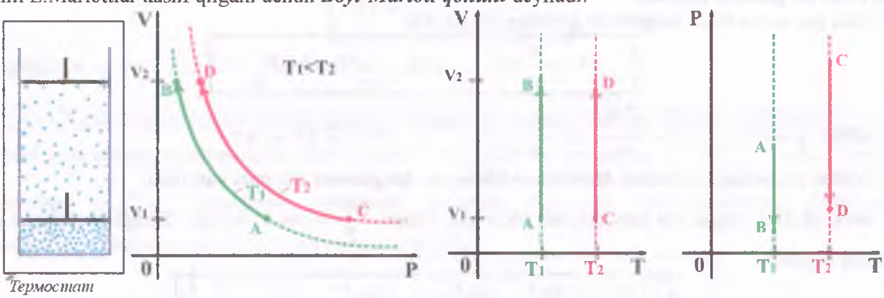
2.1.8. Mavzu: Izojarayonlar.

Idishga solingan ma'lum massali ideal gazning uchta parametridan bittasi o'zgarmas bo'lib, qolgan ikkitasi orasida kechadigan jarayonga ***izojarayonlar*** deyiladi.

Izotermik jarayon:

Idishga solingan ma'lum massali ideal gazning temperaturasi o'zgarmas bo'lib, bosim va hajm orasida kechadigan jarayonga ***izotermik jarayon*** deyiladi.

Bu jarayonni birinchi bo'lib 1667-yilda ingliz olimi R.Boyl va 1667-yilda undan bexabar holda fransuz olimi E.Mariottlar kashf qilgani uchun ***Boyl-Mariott qonuni*** deyiladi.



2.1.8.1-rasm

Boyl-Mariott qonuni quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad yoki \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}}$$

Isboti: Idishga qamalgan gaz uchun o'zgarmas temperatura sharoitida $PV = \nu RT = const$ bo'ladi. Shuning uchun $P_1 V_1 = P_2 V_2 = P_3 V_3 = ... = P_n V_n = \nu RT = const$ bo'ladi.

Izotermik jarayon uchun $V = V(P), V = V(T), P = P(T)$ izotermalar quyida rasmda keltirilgan. $V = V(P)$ izoterma $V = \frac{\nu RT}{P} = \frac{const}{P}$ formulaga ko'ra olingan bo'lib, buning grafigi matematikadagi $y = \frac{k}{x}$ funksiya grafigiga o'xshash giperboladan iborat. Kattaroq temperaturaga to'g'ri kelgan izoterma yuqoriroqda joylashadi.

Izotermik jarayonga doir quyidagi xusuiy formulalar chiqaramiz.

Agar P_1 bosimdagi V_1 hajmli, P_2 bosimdagi V_2 hajmli va hokoza P_n bosimdagi V_n hajmli idishlar ingichka nay bilan tutashtirilsa, qaror topgan natijaviy bosim quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{P = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2 + P_3 V_3 ... + P_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n}}$$

Isboti: Barcha idishlardagi temperaturalar o'zaro teng va bu ham tashqi atmosfera temperaturasiga teng. Ingichka naylarning hajmi hisobga olinmas darajada kichik deb hisoblanadi. Idishlar tutashtirilganda bitta katta idishga aylanadi. Shuning uchun hajmlar va modda miqdorlari qo'shilib ketadi. $V_{um} = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n$ va $\nu_{um} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n$ bo'ladi. $\nu = \frac{PV}{RT}$ formulaga muvofiq har biriga qo'yamiz.

$\frac{P_{um}V_{um}}{RT}=\frac{P_1V_1}{RT}+\frac{P_2V_2}{RT}+\frac{P_3V_3}{RT}+...+\frac{P_nV_n}{RT}$ ifodani ikkala tarafini RT ga ko‘paytiramiz.

$P_{um}V_{um}=P_1V_1+P_2V_2+P_3V_3+...+P_nV_n$.

Bundan $P_{um}=\frac{P_1V_1+P_2V_2+P_3V_3...+P_nV_n}{V_{um}}=\frac{P_1V_1+P_2V_2+P_3V_3...+P_nV_n}{V_1+V_2+V_3+...+V_n}$ ni olamiz.

Agar birinchi idishning bosimi P_1, modda miqdori ν_1 bo‘lsa, ikkinchi idishning bosimi P_2, modda miqdori ν_2 bo‘lsa va hokoza n-idishning bosimi P_n, modda miqdori ν_n bo‘lsa, bu idishlar ingichka nay bilan tutashtirilganda qaror topadigan temaperatura quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{P=\frac{\nu_1+\nu_2+\nu_3+...+\nu_n}{\frac{\nu_1}{P_1}+\frac{\nu_2}{P_2}+\frac{\nu_3}{P_3}+...+\frac{\nu_n}{P_n}}}$$

__Isboti:__ Barcha idishlardagi temperaturalar o‘zaro teng va bu ham tashqi atmosfera temperaturasiga teng. Ingichka naylarning hajmi hisobga olinmas darajada kichik deb hisoblanadi. Idishlar tutashtirilganda bitta katta idishga aylanadi. Shuning uchun hajmlar va modda miqdorlari qo‘shilib ketadi. $V_{um}=V_1+V_2+V_3+...+V_n$ va $\nu_{um}=\nu_1+\nu_2+\nu_3+...+\nu_n$ bo‘ladi. $V=\frac{\nu RT}{P}$ formulaga muvofiq har biriga qo‘yamiz.

$\frac{\nu_{um}RT}{P_{um}}=\frac{\nu_1RT}{P_1}+\frac{\nu_2RT}{P_2}+\frac{\nu_3RT}{P_3}+...+\frac{\nu_nRT}{P_n}$ ifodani ikkala tarafini RT ga bo‘lamiz.

$$\frac{\nu_{um}}{P_{um}}=\frac{\nu_1}{P_1}+\frac{\nu_2}{P_2}+\frac{\nu_3}{P_3}+...+\frac{\nu_n}{P_n}; \rightarrow P_{um}=\frac{\nu_1+\nu_2+\nu_3+...+\nu_n}{\frac{\nu_1}{P_1}+\frac{\nu_2}{P_2}+\frac{\nu_3}{P_3}+...+\frac{\nu_n}{P_n}}.$$

Ko‘l tubidan ko‘tarilib kelayotgan pufakchaning hajmi suv yuziga chiqquncha k marta kattalashgan bo‘lsa, ko‘lning chuqurligi qancha?

$$\boxed{h=10\cdot(k-1)\quad [m]}$$

__Isboti:__ Bu holda ham ko‘l tubi va suv yuzidagi haroratlar bir xil bo‘lgani uchun pufanchaning ichidagi havoning ko‘tarilishdagi kengayishini izotermik deb hisoblaymiz. Ko‘l tubidagi bosim tashqi atmosfera va gidrostatik bosimlar yig‘indisiga teng, ya’ni $P_1=P_{AT}+\rho gh=10^5+10^3\cdot10\cdot h=10^4(10+h)\ Pa$ bo‘ladi. Suv yuzida esa $P_2=P_{AT}=10^5\ Pa$ va $V_2=kV_1$ bo‘ladi. Boyl-Mariott qonuniga ko‘ra $P_1V_1=P_2V_2$; $\rightarrow$ $10^4(10+h)V_1=10^5\cdot kV_1$; $\rightarrow$ $10+h=10k$; $\rightarrow$ $h=10\cdot(k-1)$ bo‘ladi.

Izobarik jarayon:

Idishga solingan ma’lum massali ideal gazning bosimi o‘zgarmas bo‘lib, hajm va temperatura orasida kechadigan jarayonga ***izobarik jarayon*** deyiladi.

Bu qonunni birinchi bo‘lib 1802-yilda fransuz olimi Gey-Lyussak kashf qilgani uchun ***Gey-Lyussak qonuni*** deyiladi.

Gey-Lyussak qonunining ifodasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2};\quad yoki\quad \frac{T_2}{T_1}=\frac{V_2}{V_1}}$$

__Isboti:__ Idishga qamalgan gaz uchun o‘zgarmas bosim sharoitida $\frac{V}{T}=\frac{\nu R}{P}=const$ bo‘ladi. Shuning uchun

$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}=\frac{V_3}{T_3}=...=\frac{V_n}{T_n}=\frac{\nu R}{P}=const$ bo‘ladi.

Ammo Gey-Lyussak qonuning quyidagi ko‘rinishi ham mavjud.

$$\boxed{V=V_0(1+\alpha t)}$$

Bu erda: V_0–gazning 0^0C dagi hajmi;

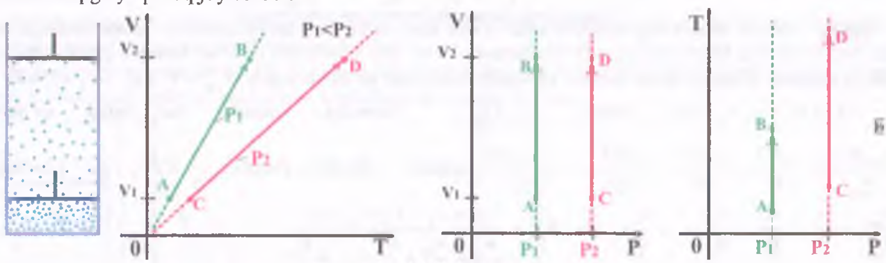
V–gazning t^0C dagi hajmi;

$\alpha = \frac{1}{273\,^0C}$ – hajmning chiziqli kengayish koeffitsienti.

Isboti: Dastlabki temperatura $T_1 = 273\,K$ bo'lsa, oxirgi temperatura $T_2 = T_1 + t = 273 + t$ bo'ladi. Dastlabki hajm bu 0^0C dagi hajm $V_1 = V_0$ bo'lsa, oxirgi hajm esa $V_2 = V$ bo'ladi. $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ formuladan foydalanamiz.

$$\frac{V_0}{273} = \frac{V}{273+t}; \quad \rightarrow \quad V = \frac{273+t}{273}V_0 = V_0\left(1+\frac{1}{273}t\right) = V_0(1+\alpha t).$$

Izobarik jarayon uchun $V = V(T)$, $V = V(P)$, $T = T(P)$ izobaralar quyida rasmda keltirilgan. $V = V(T)$ izobara $V = \frac{\nu R}{P}T = const \cdot T$ formulaga ko'ra olingan bo'lib, buning grafigi matematikadagi $y = k \cdot x$ funksiya grafigiga o'xshash to'g'ri chiziqdan iborat. Kattaroq bosimga to'g'ri kelgan izobara yotiqroq, ya'ni T o'qiga yaqinroq joylashadi.



2.1.8.2-rasm

Agar birinchi idishning temperaturasi T_1, modda miqdori ν_1 bo'lsa, ikkinchi idishning temperaturasi T_2, modda miqdori ν_2 bo'lsa va hokoza n-idishning temperaturasi T_n, modda miqdori ν_n bo'lsa, bu idishlar ingichka nay bilan tutashtirilganda qaror topadigan temperatura quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{T = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 + \nu_3 T_3 ... + \nu_n T_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n}}$$

Isboti: Barcha idishlardagi bosimlar o'zaro teng va bu ham tashqi atmosfera bosimiiga teng. Ingichka naylarning hajmi hisobga olinmas darajada kichik deb hisoblanadi. Idishlar tutashtirilganda bitta katta idishga aylanadi. Shuning uchun hajmlar va modda miqdorlari qo'shilib ketadi. $V_{um} = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n$ va $\nu_{um} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n$ bo'ladi. $V = \frac{\nu RT}{P}$ formulaga muvofiq har biriga qo'yamiz. $\frac{\nu_{um} RT_{um}}{P} = \frac{\nu_1 RT_1}{P} + \frac{\nu_2 RT_2}{P} + \frac{\nu_3 RT_3}{P} + ... + \frac{\nu_n RT_n}{P}$ ifodani ikkala tarafini $\frac{P}{R}$ ga ko'paytiramiz. $\nu_{um} T_{um} = \nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 + \nu_3 T_3 + ... + \nu_n T_n$. Bundan qaror topadigan temperatura $T_{um} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 + \nu_3 T_3 + ... + \nu_n T_n}{\nu_{um}} = \frac{\nu_1 T_1 + \nu_2 T_2 + \nu_3 T_3 + ... + \nu_n T_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n}$ ekanligi kelib chiqadi.

Agar T_1 temperaturadagi V_1 hajmli, T_2 temperaturadagi V_2 hajmli va hokoza T_n temperaturadagi V_n hajmli idishlar ingichka nay bilan tutashtirilsa, qaror topgan natijaviy temperatura quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{T = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n}{\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2} + \frac{V_3}{T_3} + ... + \frac{V_n}{T_n}}}$$

Isboti: Barcha idishlardagi bosimlar o'zaro teng va bu ham tashqi atmosfera bosimiiga teng. Ingichka naylarning hajmi hisobga olinmas darajada kichik deb hisoblanadi. Idishlar tutashtirilganda bitta katta idishga aylanadi. Shuning uchun hajmlar va modda miqdorlari qo'shilib ketadi. $V_{um} = V_1 + V_2 + V_3 + ... + V_n$ va $\nu_{um} = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + ... + \nu_n$ bo'ladi. $\nu = \frac{PV}{RT}$ formulaga muvofiq har biriga qo'yamiz.

$$\frac{PV_{um}}{RT_{um}} = \frac{PV_1}{RT_1} + \frac{PV_2}{RT_2} + \frac{PV_3}{RT_3} + \ldots + \frac{PV_n}{RT_n}$$ ifodani ikkala tarafini $\frac{R}{P}$ ga ko‘paytiramiz.

$$\frac{V_{um}}{T_{um}} = \frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2} + \frac{V_3}{T_3} + \ldots + \frac{V_n}{T_n}; \rightarrow T_{um} = \frac{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n}{\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2} + \frac{V_3}{T_3} + \ldots + \frac{V_n}{T_n}}.$$

Izoxorik jarayon:

Idishga solingan ma’lum massali ideal gazning hajmi o‘zgarmas bo‘lib, bosim va temperatura orasida kechadigan jarayonga ***izoxorik jarayon*** deyiladi.

Izoxorik jarayon uchun ifodani birinchi bo‘lib XVIII asr oxirida fransuz olimi J.SHarl va undan bexabar holda Gey-Lyussak kashf qilgan bo‘lib, bu qonun ***Sharl qonuni*** deyiladi.

Sharl qonunining ifodasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}; \quad yoki \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1}}$$

Isboti: Idishga qamalgan gaz uchun o‘zgarmas bosim sharoitida $\frac{P}{T} = \frac{\nu R}{V} = const$ bo‘ladi. Shuning uchun

$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} = \ldots = \frac{P_n}{T_n} = \frac{\nu R}{V} = const$ bo‘ladi.

Ammo Sharl qonuning quyidagi ko‘rinishi ham mavjud:

$$\boxed{P = P_0(1 + \beta t)}$$

Bu erda: P_0–gazning $0^0 C$ dagi bosimi;

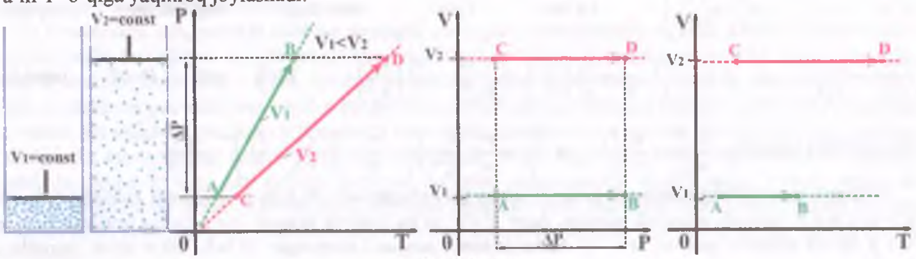
P–gazning $t^0 C$ dagi bosimi;

$\alpha = \frac{1}{273\,^0C}$ – bosimning chiziqli oshish koeffitsienti.

Isboti: Dastlabki temperatura $T_1 = 273\,K$ bo‘lsa, oxirgi temperatura $T_2 = T_1 + t = 273 + t$ bo‘ladi. Dastlabki bosim bu $0^0 C$ dagi bosim $P_1 = P_0$ bo‘lsa, oxirgi bosim esa $P_2 = P$ bo‘ladi.

$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ formuladan foydalanamiz. $\frac{P_0}{273} = \frac{P}{273 + t}$; $\rightarrow$ $P = \frac{273 + t}{273} P_0 = P_0\left(1 + \frac{1}{273} t\right) = P_0(1 + \beta t)$

Izoxorik jarayon uchun $P = P(T)$, $V = V(P)$, $V = V(T)$ izoxoralar quyida rasmda keltirilgan. $P = P(T)$ izoxora $P = \frac{\nu R}{V} T = const \cdot T$ formulaga ko‘ra olingan bo‘lib, buning grafigi matematikadagi $y = k \cdot x$ funksiya grafigiga o‘xshash to‘g‘ri chiziqdan iborat. Kattaroq hajmga to‘g‘ri kelgan izoxora yotiqroq, ya’ni T o‘qiga yaqinroq joylashadi.



2.1.8.3-rasm

Adiabatik jarayon:

Tashqi muhit bilan issiqlik almashmaydigan qilib izolyasiyalangan sistema ichida kechadigan jarayonga ***adiabatik jarayon*** deyiladi.

Adiabatik jarayonda P, V, T parametrlarning uchalasi ham o‘zgaruvchan bo‘ladi va ularning o‘zaro bog‘lanishi birlashgan gaz qonuniga bo‘ysunadi va quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}}$$

Adiabatik jarayonda $P\ va\ V$, $V\ va\ T$, $P\ va\ T$ orasidagi bog'lanish quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\boxed{\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma},\quad \frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1},\quad \frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

Bu erda: γ–Puasson koeffitsienti bo'lib, bir atomli gaz uchun $\gamma_1=\frac{5}{3}$, ikki atomli gaz uchun $\gamma_2=\frac{7}{5}$, uch va ko'p atomli gaz uchun $\gamma_3=\frac{4}{3}$ ga teng bo'ladi.

Isboti: Adiabatik jarayonda asosan $PV^{\gamma}=const$ deb olinadi. Bundan $P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}$; $\to \frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$ bo'ladi.

$V\ va\ T$ orasidagi bog'lanishni topamiz. $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$, $\to$ $\frac{T_2}{T_1}=\frac{P_2}{P_1}\cdot\frac{V_2}{V_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}\cdot\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$

$P\ va\ T$ orasidagi bog'lanishni topamiz. $\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2}$, $\to$ $\frac{P_2}{P_1}=\frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{V_1}{V_2}=\frac{T_2}{T_1}\cdot\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$.

Politropik jarayon:

Issiqlik mashinalarida kechadigan jarayon politropik jarayondir. Politropik jarayon o'z nomidan ham ko'rinib turibdiki ko'p parametrli jarayon hisoblanadi. Bunda P,V,T parametrlardan tashqari modda miqdori ν ham o'zgaruvchan bo'ladi va ular orasidagi bog'lanish quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\frac{p_1V_1}{\nu_1T_1}=\frac{p_2V_2}{\nu_2T_2}}$$

Isboti: $PV=\nu RT$, $\to$ $\frac{PV}{\nu T}=R=const$, $\to$ $\frac{p_1V_1}{\nu_1T_1}=\frac{p_2V_2}{\nu_2T_2}=\frac{p_3V_3}{\nu_3T_3}=...=\frac{p_nV_n}{\nu_nT_n}=R=const$.

Politropik jarayonda $PvaV$, $VvaT$, $PvaT$ orasidagi bog'lanish quyidagicha bo'ladi:

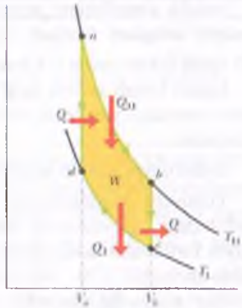
$$\boxed{\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n},\quad \frac{T_2}{T_1}=\frac{\nu_1}{\nu_2}\cdot\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1},\quad \frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{\nu_2}{\nu_1}\cdot\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}}$$

Isboti: Adiabatik jarayonda asosan $PV^{n}=const$ bo'ladi. Bu erda $1<n<\gamma$–politropik ko'rsatkich.. Bundan $P_1V_1^{n}=P_2V_2^{n}$; $\to\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n}$ bo'ladi. $VvaT$ orasidagi bog'lanishni topamiz. $\frac{p_1V_1}{\nu_1T_1}=\frac{p_2V_2}{\nu_2T_2}$, $\to$ $\frac{T_2}{T_1}=\frac{\nu_1}{\nu_2}\cdot\frac{P_2}{P_1}\cdot\frac{V_2}{V_1}=\frac{\nu_1}{\nu_2}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n}\cdot\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-1}=\frac{\nu_1}{\nu_2}\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}$. Endi esa $PvaT$ orasidagi bog'lanishni topamiz. $\frac{p_1V_1}{\nu_1T_1}=\frac{p_2V_2}{\nu_2T_2}$, $\to$ $\frac{P_2}{P_1}=\frac{\nu_2}{\nu_1}\cdot\frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{V_1}{V_2}=\frac{\nu_2}{\nu_1}\cdot\frac{T_2}{T_1}\cdot\left(\frac{\nu_2}{\nu_1}\cdot\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{n-1}}=\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}}$.

Politropik jarayon barcha izojarayonlarni o'z ichiga qamrab yuboradi. Bu erda n- politropik ko'rsatkich deyilib, u $-\infty<n<\infty$ oraliqda o'zgarish mumkin. Agar $n=0$ bo'lsa izobarik jarayon, $n=1$ bo'lsa izotermik jarayon, $n=\gamma$ bo'lsa adiabatik jarayon, $n=-\infty$ bo'lsa izoxorik jarayon kechayotgan bo'ladi. Lekin tabiiy sharoitlarda issiqlik mashinalarida $1<n<\gamma$ oralig'ida bo'ladi.

2.2. TERMODINAMIKA ASOSLARI.

Termodinamika XIX asrning birinchi yarmida fan sifatida shakllangan bo‘lib, issiqlik dinamikasi, ya’ni issiqlikdan kuch va harakat olish degan ma’noni anglatadi. Termodinamikaning yuzaga kelishi va rivojlanishi issiqlik dvigatellarining yaratilishi bilan bog‘liq. Dastlab, termodinamika yonilg‘i energiyasini mexanik energiyaga aylantirish bilan bog‘liq bo‘lgan muammolarni qamrab oldi. Termodinamikaning asoschilaridan biri fransuz olimi S.Karno edi. U 1824-yilda o‘zining “Olovning harakatlantiruvchi kuchi va bu kuchni ishlata oladigan mashinalar haqida mulohazalar” nomli asarida termodinamikaga asos soldi. Hozirgi kunda esa termodinamika metodlari nafaqat fizikada, balki ximiya, biologiya va boshqa fanlarda qo‘llanilayotgan mustaqil fandir.



Termodinamikada moddalardagi o‘zgarishlarni barcha hodisalar mexanizmi nuqtai-nazaridan emas, balki energiya o‘zgarishlari nuqtai-nazaridan qarab chiqiladi.

2.2.1. Mavzu: Issiqlik uzatish va uning usullari.

Mexanik ish bajarmasdan jismlar bilan atrofdagi muhit orasida ichki energiyasining almashinishiga ***issiqlik almashishi*** deyiladi. Issiqlik almashishi jismlar bir-biriga tegib turganda va bir-biridan ma’lum uzoqlikda bo‘lganda ham bo‘lib, bunda jismning ichki energiyasi o‘zgaradi (ichki energiya haqida keyingi mavzularda to‘xtalamiz).

Issiqlik almashinishi jismlar yoki jism qismlari orasida temperatura farqi bo‘lgandagina amalga oshadi. Bu farq katta bo‘lganda issiqlik almashish jadal kechadi. Jismlar yoki jism qismlari orasida temperaturalar tenglashganda issiqlik almashinishi to‘xtaydi va bu holatga ***termodinamik muvozonat*** deyiladi.

Tabiatda issiqlik almashish hodisasi *issiqlik o‘tkazuvchanlik*, *konveksiya* va *nurlanish* yo‘li bilan amalga oshadi.

1) ***Issiqlik o‘tkazuvchanlik*** deb, modda molekulalari va boshqa zarrachalarning tartibsiz xaotik harakati tufayli moddaning bir qismidan boshqa qismiga energiyaning uzatilishi hodisasiga aytiladi. Jismlar bir-biriga bevosita tegib turganda ularning molekulalarining bir-biriga urilib energiya almashinishi hisobiga kechadi. Temperaturachi yuqori bo‘lgan jismning molekulalari jadalroq harakatda bo‘ladi va sustroq harakatlanayotgan molekula bilan urilganda bir qism energiyani unga beradi. Shuning uchun issiq jism soviydi, sovuq jism esa isiydi. Masalan suvga yoki gaz qamalgan ballonga issiq temir kirgizilsa, biroz vaqt o‘tgach temir sovib suv yoki gaz isib qoladi. Yoki ikkita qattiq jism kontak holatida bir-biriga tegib turgan bo‘lsa, ularning temperaturasi biroz vaqt o‘tgach tenglashib qoladi. Issiqlik o‘tkazuvchanlik–qattiq jism bilan qattiq jism, qattiq jism bilan suyuqlik, qattiq jism bilan gaz orasida kechadigan issiqlik almashinuvidir.

2) ***Konveksiya*** deb, notekis isitilgan suyuqlik yoki gaz qatlamlarining og‘irlik kuchi ta’sirida siljishi sababli sodir bo‘ladigan issiqlik almashuv hodisasiga aytiladi. Aytaylik, suyuqlikka tepa tomonidan issiqlik uzatsak, biroz vaqt o‘tgach suvning yuzasi iliq pastki qismi esa sovuqligicha qolganini ko‘ramiz. Endi suyuqlik turgan idishning tagidan isitsak birozdan so‘ng suyuqlikning hamma qismi birday isiganini ko‘ramiz. Bu tajribani gaz bilan o‘tkazganda ham xuddi shunday natija bo‘ladi. Issiqlik idishning tagidan uzatilganda suyuqlikning pastki qismi isib kengayadi va zichligi kamayadi (engillashadi). Tepadagi sovuqroq suyuqlik yoki gaz zichligi kattaroq bo‘lgani uchun pastga tushib uning o‘rnini egallaydi. Boshqacha aytganda Arximed kuchi engil jismlarni tepaga ko‘tarib tashlagani kabi zichligi kichik bo‘lgan issiq suyuqlik yoki gaz ham Arximed kuchi ta’sirida tepaga ko‘tariladi. Shu tariqa barcha qatlam birday isib boradi.

3) ***Nuralanish deb***, jismlar o‘z energiyasini nur chiqarish yoki nur yutish orqali o‘zgartish hodisasiga aytiladi. Jismlar molekulalari kontakt bo‘libbir-biriga tegib turmaganda ham, hatto ular orasida bo‘shliq mavjud bo‘lganda ham issiqlik almashinuvi kuzatilar ekan. Issiq va sovuq jism vakuumda turgan sharoitda ham sovuq jismning isishi kuzatiladi. Issiq jism atrofga uzatayotgan issiqlik nurlanish tarzida tarqalib, bu issiqlikning bir qismi sovuq jismga ham yutiladi. Nurlanish asosan infraqizil nurlar (aniqrog‘i elektromagnit to‘lqin) ko‘rinishida bo‘lib, bu haqda atom fizikasida aytiladi. Quyoshdan bo‘shliq oralab bizga etib kelayotgan energiya ham nuralanish natijasidir.

2.2.2. Mavzu: Issiqlik miqdori.

Issiqlik almashinuvi jarayonida jism ustida mexanik ish bajarmasdan olingan yoki berilgan energiyaga ***issiqlik miqdori*** deyiladi. Issiqlik miqdori Q bilan belgilanadi. Issiqlik miqdori uzatilgan energiya bo‘lgani uchun uning o‘lchov birligi ham xuddi energiya kabi J (joul) larda o‘lchanadi.

Jismni isitish, eritish, bug‘lash uchun albatta unga issiqlik uzatish kerak bo‘ladi. Shuningdek, yonuvchi biror maxsulot yonganda ham atrofga issiqlik ajraladi. Ana shu turdagi issiqliklar bilan birma-bir tanishib chiqamiz.

Solishtirma yonish issiqligi:

Yonuvchi moddalarning yonish jarayoni–bu ximiyaviy jarayon bo‘lib, asosan bunda maxsulot tarkibidagi uglevodorodli birikmalar havodagi kislorod molekulalari bilan birikishi yoki parchalanib qayta birikmalar hosil qilish hodisasidir. Yonish jarayoni ekzotermik reaksiya bo‘lib, issiqlik ajralishi bilan kechadi.

$1kg$ yonuvchi maxsulot to‘la yonganda ajralib chiqadigan energiyaga ***solishtirma yonish issiqligi*** deyiladi va q bilan belgilanadi. Solishtirma yonish issiqligi–modda yonishidan hosil bo‘lgan issiqlikni modda turiga bog‘liqligini xarakterlaydigan kattalikdir. Masalan, $1kg$ benzin yoki kerosin to‘la yonganda $44-46\,MJ$ issiqlik ajralib chiqar ekan. Ichki yonish dvigatellarida xuddi ana shu issiqlikni mexanik energiyaga aylantirib foydali ishlar olinadi. Quyida jadvalda ba’zi yonuvchi maxsulotlarning solishtirma yonish issiqliklari berilgan.

Jadval

Yonilg‘i	$q, \frac{MJ}{kg}$	Yonilg‘i	$q, \frac{MJ}{kg}$
Benzin	46	Toshko‘mir (A I markali)	20,5
Dizel yonilg‘isi	42	Porox	3
Kerosin	43,1	Etil spirti	27,1
Pista ko‘mir	29,7	Shartli yonilg‘i	29,3
Toshko‘mir (A II markali)	30,3		

Yonuvchi modda yonganda ajralib chiqadigan umumiy isiqlik miqdori moddaning massasiga to‘g‘ri proporsional.

m massali yonuvchi maxsulot to‘la yonganda ajralib chiqadigan issiqlik quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{Q = qm}$$

Yonilg‘ini yoqqanimizda uning berayotgan hamma issiqligi hech qachon zarur bo‘lgan issiqlikka aylanmaydi. Chunki uning ma’lum bir qismi yonish natijasida hosil bo‘lgan maxsulot bilan birga chiqib ketadi, yana bir qismi atrof-muhitdagi narsalarni isitishga sarf bo‘ladi. Yonilg‘i yondiriladigan isitkichning effektivligini xarakterlaydigan kattalik isitkichning foydali ish koeffitsienti (F.I.K.) deyiladi va η bilan belgilanadi.

Isitkichning foydali ish koeffitsienti, yonilg‘ining yonishidan ajralib chiqqan Q_{um} umumiy issiqlikning qancha qismini to‘g‘ridan-to‘g‘ri foydalanishi zarur bo‘lgan maqsadga sarflanayotgan Q_f foydali issiqlik tashkil qilishini bildiradi.

$$\boxed{\eta = \frac{Q_f}{Q_{um}} \cdot 100\%}$$

Foydali issiqlik har doim umumiy issiqlikdan kam chiqadi va har doim $\eta \le 1$ bo‘ladi.

Solishtirma erish issiqligi:

Har qanday qattiq jismni isitib borsak qaysidir temperaturadan boshlab suyuqlikka aylana boshlaydi. Amorf jismlarda erish ma’lum temperaturalar oralig‘ida kechsa, kristall tuzilishga ega bo‘lgan jismlar esa aniq erish temperaturasiga ega bo‘ladi. Quyidagi jadvalda ba’zi kristal tuzilishag ega bo‘lgan jismlarning erish temperaturalari berilgan.

Jadval

Modda	$t, ^0C$	Modda	$t, ^0C$
Alyuminiy	659	Kumush	960
Volfram	3410	Po'lat	1400
Temir	1539	Rux	419
Oltin	1064		
Muz	0		

$1\,kg$ kristall jismni erish temperaturasida va normal atmosfera bosimi sharoitida suyuqlikka aylantirish uchun kerak bo'lgan energiyaga ***solishtirma erish issiqligi*** deyiladi va λ bilan belgilanadi. Solishtirma erish issiqligi–kristall tuzilishga ega bo'lgan jismni eritish uchun kerak bo'lgan issiqlikni modda turiga bog'liqligini xarakterlaydigan kattalikdir. Masalan $0^0\,C$ temperaturadagi $1\,kg$ muzni eritib $0^0\,C$ li suvga aylantirish uchun $330\,\kappa J$ issiqlik kerak bo'ladi. Solishtirma erish issiqligining qiymati ancha katta bo'lgani uchun ham qishki mavsumda dengiz va okeanlardagi barcha suv muzlab qolmas ekan. Boshqacha aytganda okeanlardagi suv sayyoramiz juda sovib ketmasligini oldini olar ekan. Quyida jadvalda ba'zi kristallarning solishtirma erish issiqliklari berilgan.

Jadval

Modda	$\lambda, \frac{kJ}{kg}$	Modda	$\lambda, \frac{kJ}{kg}$
Alyuminiy	380	Qo'rg'oshin	25
Temir	270	Kumush	88
Muz	330	Po'lat	210
Mis	180	Rux	120
Qalay	58		

Normal atmosfera bosimida va erish temperaturasida turgan m massali kristallni to'la eritish uchun kerak bo'lgan issiqlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{Q = \lambda m}$$

Erish jarayoniga teskari jarayon–bu qotishdir. Jism eriganda qancha issiqlik yutilgan bo'lsa, qotganda esa o'shancha issiqlik ajralib chiqadi.

Solishtirma bug'lanish issiqligi:

Suyuqlik bug'lanayotganda atrofdan unga issiqlik yutiladi va bu issiqlik suyuqlik molekulalarining sirt taranglik kuchini engib bug'ga aylanishiga sarf bo'ladi. Suyuqlikning qaynash temperaturasi–bu uning suyuq holdagi oxirgi temperaturasidir. Qaynash temperaturasida turgan suyuqlikka qancha issiqlik bermaylik, baribir uni boshqa isitolmaymiz. Berilgan issiqlik suyuqlikni jadalroq bug'lashga sarf bo'ladi. Quyidagi jadvalda ba'zi suyuqliklarning qaynash temperaturasi berilgan.

Jadval

Modda	$t, ^0C$	Modda	$t, ^0C$
Atseton	56,2	Simob	357
Benzin	150	Etil spirti	78
Benzol	80	Etil efir	35
Suv	100		

$1\,kg$ suyuqlikni normal atmosfera bosimida va qaynash temperaturasida to'la bug'ga aylantirish uchun kerak bo'ladigan issiqlik miqdoriga ***solishtirma bug'lanish issiqligi*** deyiladi va r bilan belgilanadi. Masalan, $100^0\,C$ temperaturadagi $1\,kg$ suvni $100^0\,C$ li bug'ga aylantirish uchun $2{,}3\,MJ$ issiqlik kerak bo'ladi. Suv uchun solishtirma issiqlik sig'imi ancha katta bo'lgani uchun ham Quyosh ta'sirida hech qachon okeanlardagi barcha suv to'la bug'lanib ketmas ekan. Boshqacha aytganda okeanlardagi suv plnetamizni $100^0\,C$ dan qizib ketmasligini oldini olar ekan.

Normal atmosfera bosimida va qaynash temperaturasida turgan m massali suyuqlikni to'la bug'lash uchun kerak bo'lgan issiqlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{Q = r\,m}$$

Bug'lanish jarayoniga teskari jarayon–bu ***kondensatsiyalanish***dir. Suyuqlik bug'langanda qancha issiqlik yutilgan bo'lsa, kondensatsiyalanganda esa o'shancha issiqlik ajralib chiqadi. YOzgi mavsumda dengiz va okeanlardan suv bug‘lansa, kuzgi va qishki mavsumda esa o‘sha bug‘langan suyuqlik yomg‘ir va qor ko‘rinishida kondensatsiyalanib qaytib tushadi.

Erish temperaturasi nisbatan yuqoriroq bo‘lgan qattiq jismlarni qizdirganda shunday hodisa ro‘y beradiki, jism yuza qismidagi molekulalar erimasdan turib bug‘ga aylanib ketadi. Boshqacha aytganda tashqaridan berilgan issiqlik birdaniga uni bug‘lashga etarli bo‘lib qoladi. Qattiq jismning erimasdan turib bug‘ga aylanish hodisasi ***sublimatsiya*** deyiladi.

Solishtirma issiqlik sig‘imi:

Jismni isitish va sovitish jarayonida jism ichki energiyasi o‘zgarishining modda turiga bog‘liqligini xarakterlaydigan c kattalikka solishtirma issiqlik sig‘imi deyiladi.

$1kg$ moddaning temperaturasini $1^0 C$ ga isitish uchun kerak bo‘lgan issiqlik miqdoriga ***solishtima issiqlik sig‘imi*** deyiladi va c bilan belgilanadi. Solishtirma issiqlik sig‘imi moddaning agregat holatiga bog‘liq. Masalan, muz uchun $c_{muz} = 2100\frac{J}{kg\cdot K}$ bo‘lsa, suv uchun $c_{suv} = 4200\frac{J}{kg\cdot K}$ ga teng. Undan tashqari gazni qizdirganda solishtirma issiqlik sig‘imining qiymati qaysi jarayonda qizdirilayotganiga bog‘liq bo‘ladi. Qattiq jismlarda esa solishtirma issiqlik sig‘imining qiymati juda past temperaturalarda ancha kichik bo‘lib, temperatura ortishi bilan ortib boradi. Odatdagi temperaturalarda esa bu o‘zgarish sust bo‘ladi. Solishtirma issiqlik sig‘imining jadvallarda beriladigan qiymati normal sharoitlardagi o‘rtacha qiymat bo‘lib, quyida jadvalda berilgan.

Jadval

Modda	$c, \frac{\kappa J}{kg\cdot K}$	Modda	$c, \frac{\kappa J}{kg\cdot K}$
Suv	4187	Muz	2090
Kerosin	2140	Temir, po‘lat	460
Glitserin	2430	Jez	380
Etil spirt	2430	Mis	380
Efir etil	2340	Qalay	250
Simob	120	Qo‘rg‘oshin	120
		Kumush	880

Moddani isitish uchun kerak bo‘lgan umumiy issiqlik miqdori moddaning massasiga to‘g‘ri proporsional.

m massali moddaning temperaturasini t_1 dan t_2 gacha oshirish uchun kerak bo‘lgan issiqlik miqdori quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{Q = cm(t_2 - t_1) = cm\Delta t}$$

Issiqlik sig‘imi:

Ba’zan moddaning $1kg$ ini emas, balki uni turishiga temperaturasini $1^0 C$ ga isitish xarakterliroq bo‘ladi. Buning uchun yangi *issiqlik sig‘imi* degan tushuncha kiritiladi.

Moddaning temperaturasini $1^0 C$ gi isitish uchun kerak bo‘lgan issiqlik miqdoriga ***issiqlik sig‘imi*** deyiladi va C bilan belgilanadi. Issiqlik sig‘imining o‘lchov birligi $\frac{J}{K}$.

Moddaning temperaturasini t_1 dan t_2 gacha oshirish uchun kerak bo‘lgan issiqlik miqdori quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{Q = C(t_2 - t_1) = C\Delta t}$$

Issiqlik sig‘imi va solishtirma issiqlik sig‘imi orasidagi bog‘lanish quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{C = cm}$$

Issiqlik sig‘imi ko‘proq kalorimetrlarda ishlatiladi. Kalorimetrning pasportiga uning issiqlik sig‘imi yozilgan bo‘ladi.

Molyar issiqlik sig‘imi:

$1mol$ moddaning temperaturasini $1^0 C$ ga isitish uchun kerak bo‘lgan issiqlik miqdoriga ***molyar issiqlik sig‘imi*** deyiladi va c' bilan belgilanadi.

ν miqdordagi moddaning temperaturasini t_1 dan t_2 gacha oshirish uchun kerak bo'lgan issiqlik miqdori quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{Q = c'\,\nu\left(t_2 - t_1\right) = c'\,\nu\,\Delta t}$$

Solishtirma issiqlik sig'imi va molyar issiqlik sig'imlari quyidagicha bog'langan:

$$\boxed{c' = c \cdot M}$$

Bu erda: M —moddaning molyar massasi.

Issiqlik muvozonati:

Agar issiqlik almashinuvi bitta sistema ichidagi bir nechta jismlar orasida kechayotgan bo'lsa, sovuroq jismlar isiydi, issqroq jismldar soviydi, natijada qandaydir t' temperatura qaror topadi. Sistema ichiga kiruvchi jismlar turli moddalar bo'lmasin, baribir ular orasida issiqlik almashinuvi toki ularning temperaturalari tenglashguncha davom etadi (eslatib o'tamiz: temperaturalar tenglashganda moddalar molekulalarining o'rtacha kinetik energiyalari ham tenglashadi).

1774-yilda raus olimi M.V.Lomonosov zamondoshi Peterburglik akademik G.V.Rixman bilan birgalikda kalorimetrik tajriba asosida bir jismdan boshqasiga issiqlik uzatilishini tekshirib, ***Issiqlik muvozonati*** qonunini kashf qildi.

Soviyotgan barcha jismlarning bergan issiqlik miqdorlari yig'indisi $\sum Q_{bergan}$ isiyotgan barcha jismlarning olgan issiqliklari yig'indisi $\sum Q_{olgan}$ ga teng bo'ladi.

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} Q_{bergan} = \sum_{j=1}^{m} Q_{olgan}}$$

Issiqlik almashinuvi bilan bog'liq barcha hisob-kitoblar energiyaning saqlanish qonuni asosida bajariladi. Shuningdek issiqlik muvozonati qonuni ham energiyaning saqlanish qonunining issiqlik hodisalarga tatbiq etilgan bir ko'rinishidir.

Masalan, m_1 massali t_1 temperaturali sovuq suvga m_2 massali t_2 temperaturali issiq suv aralashtirilganda qanday t' temperatura qaror topishi issiqlik muvozonati qonunidan chiqadi.

$$\boxed{t' = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}}$$

<u>**Isboti:**</u> Sovuq suv t_1 temperaturadan t' temperaturagacha isib, o'ziga $Q_{olgan} = c\,m_1(t' - t_1)$ miqdorda issiqlik oladi. Issiq suv esa t_2 temperaturadan t' temperaturagacha sovib, o'zidan $Q_{bergan} = c\,m(t_2 - t')$ miqdorda issiqlik beradi. Issiqlik muvozonati qonuniga ko'ra $Q_{olgan} = Q_{bergan}$ bo'ladi. Ya'ni,

$$c\,m_1(t' - t_1) = c\,m_2(t_2 - t'), \;\rightarrow\; c\,m_1 t' - c\,m_1 t_1 = c\,m_2 t_2 - c\,m_2 t', \;\rightarrow\; m_1 t' - m_1 t_1 = m_2 t_2 - m_2 t',$$

$$(m_1 + m_2)t' = m_1 t_1 + m_2 t_2, \;\rightarrow\; t' = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2} \text{ bo'ladi.}$$

m_1 massali sovuq suyuqlikni Δt_1 temperaturaga qizdirish uchun m_2 massali issiq suyuqlik Δt_2 temperaturaga sovishi kerak.

$$\boxed{\Delta t_2 = \frac{m_1}{m_2}\Delta t_1}$$

<u>**Isboti:**</u> $Q_{olgan} = Q_{bergan}, \;\rightarrow\; c\,m_1\,\Delta t_1 = c m_2 \Delta t_2, \;\rightarrow\; \Delta t_2 = \frac{m_1}{m_2}\Delta t_1.$

Agar ϑ tezlik bilan uchib ketayotgan o'q to'siqqa urilganda kinetik energiyasining η qismi o'qning ichki energiyasiga aylangan bo'lsa, u quyidagi Δt temperaturaga qiziydi:

$$\boxed{\Delta t = \eta\frac{\vartheta^2}{2c}}$$

Isboti: O‘q uchib borib to‘siqqa urilganda $\frac{m\vartheta^2}{2}$ kinetik energiyaning hammasi o‘q va to‘siqning ichki energiyalariga aylanib o‘q va to‘siq qiziydi. $\eta\frac{m\vartheta^2}{2}$ o‘q olgan energiya bo‘lsa, $(1-\eta)\frac{m\vartheta^2}{2}$ to‘siq olgan energiya bo‘ladi. Shuning uchun o‘q olgan issiqlik $Q_{olgan}=\eta\frac{m\vartheta^2}{2}$ bo‘ladi. Ikkinchi tomondan bu energiya $Q_{olgan}=cm\Delta t$ bo‘ladi. Bularni tenglashtirib natijaga erishamiz. $cm\Delta t=\eta\frac{m\vartheta^2}{2}, \rightarrow \Delta t=\eta\frac{\vartheta^2}{2}$.

Agar h balandlikdan erkin tushayotgan jism erdagi to‘chiqqa urilganda potensial energiyasining η qismi jismning ichki energiyasiga aylangan bo‘lsa, u quyidagi Δt temperaturaga qiziydi:

$$\boxed{\Delta t=\eta\frac{gh}{c}}$$

Isboti: Jism dastlab mgh potensial energiyaga ega bo‘lib, u erga urilganda dastlabki potensial energiyaning η qismi, ya’ni ηmgh energiya jismning qizishiga sarf bo‘lsa, qolgan $(1-\eta)mgh$ energiya esa to‘siqning qizishiga sarf bo‘ladi. Bu ichki energiyaning oshishi issiqlik tarzida namoyon bo‘ladi, ya’ni $cm\Delta t=\eta mgh$ bo‘ladi. Bundan temperaturaning o‘zgarishi $\Delta t=\eta\frac{gh}{c}$ kelib chiqadi.

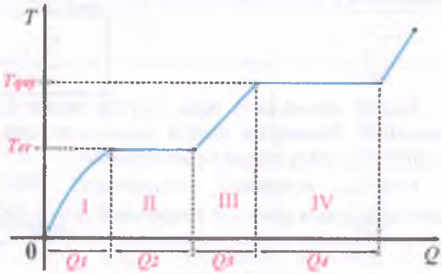
Qattiq jismni juda past temperaturadan gazga aylangunga qadar qizdirishda issiqlik miqdori va temperatura orasida bog‘lanish grafigi quyida keltirilgan:

I – qattiq faza. Bunda isish erish boshlangunga fadar davom etadi.

II – qattiq va suyuq faza. Bunda erish boshlangandan to erib tuguguncha issiqlik beriladi. Eriyotganda kristallarning temperaturasi o‘zgarmaydi. Q_2 – erish issiqligi

III – suyuq faza. Bunda isissh erish tugagandan to qaynash boshlanguncha beriladi.

IV – suyuq va gaz faza. Uzatilgan issiqlik faqat suyuqlikni bug‘lashga sarf bo‘ladi, temperatura o‘zgarmasligicha qolaveradi. Q_4 – bug‘lanish issiqligi.



2.2.2.1-rasm

V – gaz faza. Suyuqlik to‘liq bug‘ga aylanib bo‘ldi. Endi gazga uzatilgan issiqlik temperaturani oshirishga sarf bo‘ladi.

Kalorimetr:

Moddalarning solishtirma issiqlik sig‘imi va boshqa issiqlik kattaliklarni aniqlashda kalorimetr asbobidan foydalaniladi. Kalorimetr asbobida moddalar aralashmasi hosil qilinadi va natijaviy temperatura t' aniqlanadi. Kalorimetr yupqa devorli metall plastinka A bo‘lib, u tagida po‘kak yoki yog‘och tagligi bo‘lgan tashqi B metall stakan ichiga joylashgan. Klorimetr Shunday qilinganki, mumkin qadar kam issiqlik atrofga chiqsin. Unadn tashqari kalorimetrga temperaturani o‘lchash uchun T termometr va C aralashtirgich ham o‘rnatilgan (2.2.2.2-rasm).

Qattiq jismning solishtirma issiqlik sig‘imini aniqlash uchun jismni biror yuqoriroq temperaturagacha qizdirib, uni massasi va temperaturasi aniq bo‘lgan suvli kalorimetrga tushiriladi. Bu hol uchun quyidagi belgilarni kiritamiz: C_1–kalorimetrning pasportiga yozilgan issiqlik sig‘imi, m_2 va c_2– kalorimetrga quyilgan suvning massasi va temperaturasi, t_1–suvli kalorimetrning dastlabki temperaturasi, m_3 va t_3– solishtirma issiqlik sig‘imi aniqlanadigan qattiq jismning massasi va dastlabki temperaturasi, t'–qattiq jism suvli kalorimetrga tushirilganda qaror topgan temperatura.

Jismning c_3 solishtirma issiqlik sig‘imini aniqlash uchun issiqlik muvozonati tenglamasini tuzamiz.

1) Kalorimetr va suvning olgan energiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\left.\begin{array}{l} Q_1=C_1(t'-t_1) \\ Q_2=c_2m_2(t'-t_1) \end{array}\right\} \Rightarrow Q_{olgan}=Q_1+Q_2=C_1(t'-t_1)+c_2m_2(t'-t_1)=(C_1+c_2m_2)(t'-t_1)$$

2) Bergan issiqlik bu issiq jism suvga tushirilgandan to muvozonat qaror topguncha chiqgan issiqlik hisoblanadi.

$Q_{bergan} = Q_3 = c_3 m_3 (t_2 - t')$

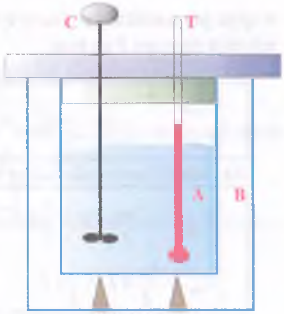
3) Issiqlik balansi tenglamasidan foydalanib natijani olamiz.

$Q_{olgan} = Q_{bergan}, \quad \rightarrow \quad (C_1 + c_2 m_2)\cdot(t' - t_1) = c_3 m_3 (t_2 - t')$.

Bundan qatiq jismning solishtirma issiqlik sig'imini hosil qilamiz.

$$\boxed{c_3 = \frac{(C_1 + c_2 m_2)\cdot(t' - t_1)}{m_3 (t_2 - t')}}$$

Shuni ham eslatib o'tish kerakki, bunda atrofga issiqlik tarqalmaydi va suvga tushirilgan qattiq jism erimaydi, reaksiyaga kirishmaydi va o'z xususiyatlarini yo'qotmaydi deb hisoblaymiz.



2.2.2.2-rasm

2.2.3. Mavzu: Erkinlik darajasi. Ichki energiya.

Harakatlanayotgan jism to'xtaganda mexanik energiya ichki energiyaga aylanadi deb ko'p eshitganmiz. Yo'lning ishqalanish kuchi va muhitning qarshilik kuchlari ta'sirida ham mexanik energiya ichki energiyaga aylanishini bilamiz. Xo'sh, ichki energiyaning o'zi nima ekan? Bu savolga javob berishdan oldin atom va molekulalar kinetik energiyasining erkinlik darajaga bog'liqligi bilan tanishib olaylik.

Atom yoki molekula kinetik energiyasining erkinlik daraja bo'yicha taqsimlanishi:

Kinetik energiya ilgarilanma va aylanma harakat kinetik energiyalarining yig'indisidan iboratdir. Absalyut $0\,K$ temperaturaga erishishning iloji bo'lmagani uchun atom va molekulalarni harakatdan mutlaqo to'xtatib qo'yishning ham iloji yo'q.. Demak, atom va molekulalar har doim kinetik energiyaga ega bo'lar ekan. Hisoblarning ko'rsatishichi atom va molekulalarning kinetik energiyasi erkinlik darajasi deb ataladigan kattalikka bog'liq bo'lar ekan. ***Molekulalarning harakati va uning fazodagi o'rnini aniqlash uchun lozim bo'lgan erkli koordinatalr soni erkinlik darajasi deyiladi.*** Erkinlik darajasini ilgarilanma i_{ilgar}, aylanma i_{ayl} va tebranma i_{tebr} harakatdagi erkinlik darajalariga bo'lish mumkin. Umumiy erkinlik darajasi $i_{um} = i_{ilgar} + i_{ayl} + i_{tebran}$ ga teng bo'ladi. Erkinlik darajalarining hech biri boshqasidan afzallik va imtiyozga ega emas, ular teng huquqli. Shu bois molekulaning o'rtacha kinetik energiyasi barcha erkinlik darajalar bo'yicha teng taqsimlangan bo'lib, har bir erkinlik darajasiga $\frac{1}{2}kT$ energiya to'g'ri kelar ekan. Molekulaning to'liq kinetik energiyasini esa har bir erkinlik darajasiga to'g'ri kelgan kinetik energiyalar tashkil etadi.

$$\boxed{E_{um} = (i_{ilgar} + i_{ayl} + i_{tebran})\frac{1}{2}kT = \frac{i_{um}}{2}kT}$$

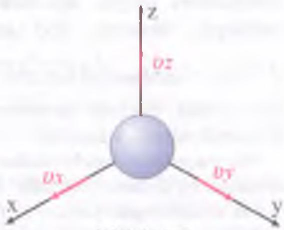
Yakka atomni xuddi billyard sharchasiga qiyoslash mumkin. Atom faqat Ox, Oy, Oz o'qlari bo'ylab ilgarilanma harakat qila oladi. Boshqa atom va molekulalar bilan to'qnashganda aylanma harakat yuzaga kelmaydi. Shuning uchun atomning erkinlik darajasi 3 ga teng.

Atom uchun erkinlik darajasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\begin{cases} i_{ilgar} = 3 \\ i_{ayl} = 0 \end{cases}; \rightarrow \quad i = i_{ilgar} + i_{ayl} = 3 + 0 = 3.}$$

Atom uchun kinetik energiya quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\begin{cases} E_{ilgar} = \frac{i_{ilgar}}{2}kT = \frac{3}{2}kT \\ E_{ayl} = \frac{i_{ayl}}{2}kT = 0 \end{cases}; \rightarrow \quad E = E_{ilgar} + E_{ayl} = \frac{3}{2}kT.}$$



2.2.3.1-rasm

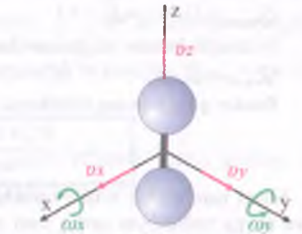
Ikki atomli molekulani xuddi gantelga qiyoslash mumkin. Atom Ox, Oy, Oz o'qlari bo'ylab ilgarilanma harakat qila oladi. Undan tashqari boshqa atom va molekulalar bilan to'qnashganda gantel o‘qiga perpendikulyar $2ta$ o‘q atorofida aylanma harakat ham sodir bo‘ladi. Shuning uchun atomning erkinlik darajasi 5 ga teng.

Ikki atomli molekula uchun erkinlik darajasi quyidagicha:

$$\begin{cases} i_{ilg\,ar} = 3 \\ i_{ayl} = 2 \end{cases}; \rightarrow \quad i = i_{ilg\,ar} + i_{ayl} = 3 + 2 = 5.$$

Ikki atomli molekula uchun kinetik energiya quyidagicha:

$$\begin{cases} E_{ilg\,ar} = \frac{i_{ilg\,ar}}{2} kT = \frac{3}{2} kT \\ E_{ayl} = \frac{i_{ayl}}{2} kT = \frac{2}{2} kT \end{cases}; \rightarrow \quad E = E_{ilg\,ar} + E_{ayl} = \frac{5}{2} kT.$$



2.2.3.2-rasm

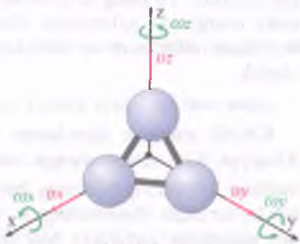
Uch va undan ko‘p atomli molekulani fazofiy jismga qiyoslash mumkin. Atom Ox, Oy, Oz o‘qlari bo‘ylab ilgarilanma harakat qila oladi. Undan tashqari boshqa atom va molekulalar bilan to‘qnashganda $3ta$ o‘zaro perpendikulyar o‘q atorofida aylanma harakat ham sodir bo‘ladi. Shuning uchun atomning erkinlik darajasi 6 ga teng.

Uch atomli molekula uchun erkinlik darajasi quyidagicha:

$$\begin{cases} i_{ilg\,ar} = 3 \\ i_{ayl} = 3 \end{cases}; \rightarrow \quad i = i_{ilg\,ar} + i_{ayl} = 3 + 3 = 5.$$

Uch atomli molekula uchun kinetik energiya quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} E_{ilg\,ar} = \frac{i_{ilg\,ar}}{2} kT = \frac{3}{2} kT \\ E_{ayl} = \frac{i_{ayl}}{2} kT = \frac{3}{2} kT \end{cases}; \rightarrow \quad E = E_{ilg\,ar} + E_{ayl} = \frac{6}{2} kT = 3kT$$



2.2.3.3-rasm

Atom kinetik energiyasining 100% ini ilgarilanma harakat kinetik energiyasi tashkil etadi.

Ikki atomli molekula kinetik energiyasining 60% ini ilgarilanma harakat, qolgan 40% ini aylanma harakat kinetik energiyalari tashkil etadi.

Uch atomli molekula kinetik energiyasining 50% ini ilgarilanma harakat, qolgan 50% ini aylanma harakat kinetik energiyalari tashkil etadi.

Biz yuqorida tebranma harakat haqida umuman to‘xtalmadik. Chunki odatdagi sharoitdagi temperaturalarda ideal gaz molekulalari ichida umuman tebranma harakat sodir bo‘lmaydi. Odatdagi sharoitlarda molekula tarkibidagi atomlarni bog‘lab turuvchi bog‘larni juda mustahkam deb hisoblaymiz. Molekulalar to‘qnashganda zarba molekula ichiga o‘tmaydi, to‘qnashuv absalyut elastik bo‘ladi, tebranma harakat kuzatilmaydi deb hisoblaymiz. Nisbatan anchagina yuqori temperaturalarda esa molekulalar ancha katta tezlikda to‘qnashgani bois zarba molekula ichiga o‘tadi, to‘qnashuv absalyut elastik bo‘lmaydi, atomlarni tutib turuvchi bog‘ (o‘q) bo‘ylab tebranma harakat kuzatiladi. Yuqori temperaturalarda molekula ichidagi atomlarni tutib turuvchi bog‘larni zaif bog‘ deb hisoblash mumkin. Temperatura oshgan sari tebranma harakat kuchayib, qo‘shimcha erkinlik darajalari paydo bo‘la boshlaydi. Masalan, ikki atomli molekulada $i_{tebran} = 2$ bo‘lib, to‘la kinetik energiyasi esa $E = \left(i_{ilg\,ar} + i_{ayl} + i_{tebran}\right)\frac{1}{2} kT = \frac{7}{2} kT$ bo‘ladi. O‘ta yuqori temperaturalarda esa tebranma harakat Shunchalik kuchayadiki, natijada atomlarni tutib turuvchi bog‘ uzilib ketib erkin atomlarga aylanadi, ya’ni dissosatsiyalanish kuzatiladi.

Biz yuqoridagi barcha hollarda faqat kinetik energiya haqida to‘xtaldik. Potensial energiya haqida ea umuman og‘iz ham ochmadik. Chunki, biz faqat ideal gazlar bilan ish ko‘ramiz. Ideal gaz molekulalari esa ta’sirlashmagani bois ta’sir (potensial) energiyasiga ega emas. Ideal gazlarda atom yoki molekulaning to‘la energiyasini faqat kinetik energiya tashkil etadi.

Ideal gaz ichki energiyasining erkinlik daraja bo‘yicha taqsimlanishi:

Ana endi “Ichki energiya nima?” degan savolga javob bera olamiz.

Moddaning ichki energiyasi–shu moddani tashkil etgan atom va molekulalarning kinetik va potensial energiyalari yig'indisidir.

Umumiy holda moddaning ichki energiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{U = N\left(E_{kin} + E_{pot}\right) = N\left(\left(E_{ilg.ar} + E_{ayl} + E_{tebran}\right) + E_{pot}\right)}$$

Yuqoridagi formula qattiq jism, suyuqlik va real gazlar uchun o'rinli. Ideal gazlarda esa molekulalar bir-biri bilan masofadan turib ta'sirlashmagani uchun ichki energiya quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{U = N E_{kin} = N\left(E_{ilg.ar} + E_{ayl} + E_{tebr}\right)}$$

Odatdagi sharoitdagi tamperaturalarda ideal gaz molekulasini hosil qiluvchi bog'lar bo'ylab tebranma harakat kuzatilmagani uchun ichki energiya quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{U = N E_{kin} = N\left(E_{ilg\,ar} + E_{ayl}\right)}$$

Bir atomli ideal gazning ichki energiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3}{2}\nu RT}$$

Isboti:

$$U = N\cdot\left(E_{ilg\,ar} + E_{ayl}\right) = \frac{m}{M}N_A\left(\frac{i_{ilg\,ar}}{2}kT + \frac{i_{ayl}}{2}kT\right) = \frac{i_{ilg\,ar} + i_{ayl}}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3+0}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3}{2}\nu RT.$$

Ikki atomli ideal gazning ichki energiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{U = \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{5}{2}\nu RT}$$

Isboti:

$$U = N\cdot\left(E_{ilg\,ar} + E_{ayl}\right) = \frac{m}{M}N_A\left(\frac{i_{ilg\,ar}}{2}kT + \frac{i_{ayl}}{2}kT\right) = \frac{i_{ilg\,ar} + i_{ayl}}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3+2}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{5}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{5}{2}\nu RT.$$

Uch atomli ideal gazning ichki energiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{U = 3\frac{m}{M}RT = 3\,\nu RT}$$

Isboti:

$$U = N\cdot\left(E_{ilg\,ar} + E_{ayl}\right) = \frac{m}{M}N_A\left(\frac{i_{ilg\,ar}}{2}kT + \frac{i_{ayl}}{2}kT\right) = \frac{i_{ilg\,ar} + i_{ayl}}{2}\frac{m}{M}RT = \frac{3+3}{2}\frac{m}{M}RT = 3\frac{m}{M}RT = 3\nu RT.$$

Bir atomli ideal gaz ichki energiyasining 100% ini molekulalar ilgarilanma harakat kinetik energiyasi tashkil etadi.

Ikki atomli ideal gaz ichki energiyasining 60% ini ilgarilanma harakat, qolgan 40% ini aylanma harakat kinetik energiyalari tashkil etadi.

Uch atomli ideal gaz ichki energiyasining 50% ini ilgarilanma harakat, qolgan 50% ini aylanma harakat kinetik energiyalari tashkil etadi.

Ideal gaz temperaturasini T_1 dan T_2 gacha o'zgartirganda ichki energiyaning o'zgarishi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}\nu R\,\Delta T}$$

Agar jism isiyotgan bo'lsa, $\Delta T > 0$ bo'lgani uchun $\Delta U > 0$ bo'ladi, ichki energiya oshadi.

Agar jism soviyotgan bo'lsa, $\Delta T < 0$ bo'lgani uchun $\Delta U < 0$ bo'ladi, ichki energiya kamayadi.

Agar jismning temperaturasi o'zgarmasa, ichki energiya ham o'zgarmaydi. YA'ni $\Delta T = 0$ bo'lsa, $\Delta U = 0$ bo'ladi.

Moddani isitganda temperaturasi oshdi degani shu moddani tashkil etgan atom va molekulalarning kinetik va potensial energiyalari oshdi deganidir. Harakatlanayotgan jism yo'lning ishqalanishi va muhitning qarshiligi tufayli to'xtaganda uning mexanik energiyasi yo'qoladi, lekin energiya yo'qolmaydi. Jismning molekulalari yo'l va muhitning molekulalari bilan urilib ularga energiyasini beradi, mexanik energiya ichki energiyaga aylanadi.

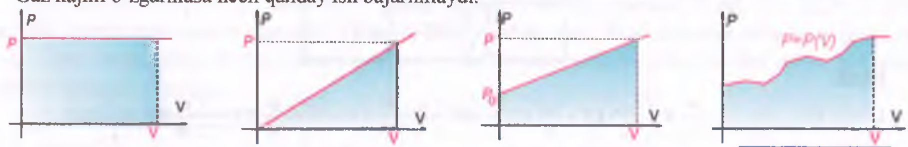
2.2.4. Mavzu: Izojarayonlarda bajarilgan ishlar.

Mexanika bo‘limidan ma’lumki, kuch va ko‘chish bog‘langan $F = F(x)$ funksiya bilan berilgan grafikda chegarlangan yuza $A = \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx$ ishni berar edi. Bunda $F = P \cdot S$ va $dx = \frac{dV}{S}$ ekanini hisobga olsak, $A = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV$ bo‘ladi. Demak, bosim va hajm bog‘langan har qanday $P = P(V)$ grafikda ham chegaralangan yuza ishni berar ekan. Boshqacha aytganda, $P = P(V)$ grafikda grafik tagidagi yuza gaz hajmini o‘zgartishda tashqi kuchlar bajargan ishni beradi.

Gaz kengayishida tashqi kuchlar manfiy, gazning o‘zi musbat ish bajaradi.

Gaz siqilishida esa tashqi kuchlar mubat, gazning o‘zi manfiy ish bajaradi.

Gaz hajmi o‘zgarmasa hech qanday ish bajarilmaydi.



$\boxed{A = P \cdot V}$ $\quad \boxed{A = \frac{1}{2} \cdot P \cdot V}$ $\quad \boxed{A = \frac{P + P_0}{2} \cdot V}$ $\quad \boxed{A = \int_0^V P(V)dV}$

2.2.4.1-rasm

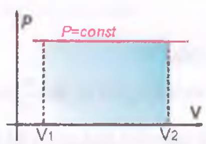
Yuqoridagi rasmlar misol tariqasida keltirilgan. Haqiqatda esa hech qachon gaz hajmi nolga teng bo‘lishi mumkin emas. Chunki, ideal gazni juda qattiq siqgan taqdirda ham molekulalarning xususiy hajmlari qolishi kerak.

Endi izojarayonlarda bajarilgan ishlar bilan tanishib chiqaylik.

Izobarik jarayon uchun:

Izobarik jarayonda bajarilgan ish rasmdagi to‘g‘ri to‘rtburchak yuziga teng bo‘ladi.

$$\boxed{A_P = P\Delta V = \nu R\, \Delta t}$$

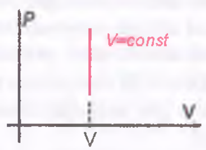


2.2.4.2-rasm

Izoxorik jarayon uchun:

Izoxorik jarayonda hajm o‘zgarmaganligi uchun bajarilgan ish nolga teng bo‘ladi. Boshqacha aytganda, idishdagi gazning bosim kuchi ta’sirida hech qanday ko‘chish sodir bo‘lmagani uchun ish bajarilmaydi.

$$\boxed{A_V = 0}$$

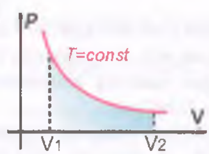


2.2.4.3-rasm

Izotermik jarayon uchun:

Izotermik jarayonda bajarilgan ish rasmdagi grafik bilan chegaralangan giperbola yuziga teng bo‘ladi.

$$\boxed{A_T = \nu RT \ \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ \ln\frac{P_1}{P_2}}$$



2.2.4.4-rasm

Isboti: Izotermik jarayonda bosim va hajm orasida $P = \frac{\nu RT}{V}$ bog‘lanish mavjud. Bajarilgan ish integrallash natijasida topiladi.

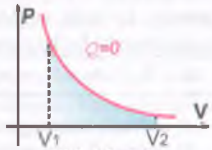
$A_T = \int_{V_1}^{V_2} P(V)\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT}{V} dV = \nu RT \ln V \,|_{V_1}^{V_2} = \nu RT \ \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ \ln\frac{P_1}{P_2}$. Bu erda biz izotermik jarayon uchun

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$ ifodadan foydalandik.

Adiabatik jarayon uchun:

Tashqi muhit bilan issiqlik almashmaydigan qilib izolyasiyalangan sistema ichida kechadigan jarayonga adiabatik jarayon deyiladi. Tashqi muhit bilan mutlaqo issiqlik almashmaydigan qilib izolyasiyalashning o'zi iloji yo'q. Lekin, issiqlik almashinishni ma'lum darajada susaytirishning imkoni bor. Demak, tashqi muhit bilan sust issiqlik almashadigan sistema ichida kechadigan jarayonni adiabatik jarayon deyish mumkin.Undan tashqari juda kichik vaqt oralig'ida tashqi muhit bilan sezilarli issiqlik almashinishga ulgurmagani bois, juda kichik vaqt oraliqlarini ham adiabatik jarayon deb hisoblash mumkin.

Adiabatik jarayonda bajarilgan ish rasmdagi grafik bilan chegaralangan figura yuziga teng bo'ladi.



2.2.4.5-rasm

$$\boxed{A_\gamma = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_1\left(1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_2\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}-1\right)}$$

Bu erda: γ–Puasson koeffitsienti bo'lib, bir atomli gaz uchun $\gamma_1 = \frac{5}{3}$, ikki atomli gaz uchun $\gamma_2 = \frac{7}{5}$, uch va ko'p atomli gaz uchun $\gamma_3 = \frac{4}{3}$ ga teng bo'ladi.

Isboti: Adiabatik jarayonda $PV^\gamma = const$ bo'lishini bilamiz. Yoki $const = PV^\gamma = PV\cdot V^{\gamma-1} = \nu RT\cdot V^{\gamma-1}$ bo'ladi. Bosim va hajm $P = \frac{const}{V^\gamma}$ ko'rinishda bog'lanadi. Bajarilgan ish esa integrallash natijasida topiladi.

$$A_\gamma = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV = \int_{V_1}^{V_2}\frac{const}{V^\gamma}dV = \frac{const}{1-\gamma}V^{1-\gamma}\Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{const}{1-\gamma}\left(\frac{1}{V_2^{\gamma-1}}-\frac{1}{V_1^{\gamma-1}}\right) = \frac{\nu RTV^{\gamma-1}}{\gamma-1}\left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}}-\frac{1}{V_2^{\gamma-1}}\right)$$

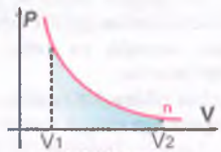
Bu erdan $A_\gamma = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_1V_1^{\gamma-1}\left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}}-\frac{1}{V_2^{\gamma-1}}\right) = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_1\left(1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right)$ bo'ladi yoki

$A_\gamma = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_2V_2^{\gamma-1}\left(\frac{1}{V_1^{\gamma-1}}-\frac{1}{V_2^{\gamma-1}}\right) = \frac{\nu R}{\gamma-1}T_2\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}-1\right)$ bo'ladi.

Politropik jarayon uchun:

Issiqlik mashinalarida kechadigan jarayon politropik jarayondir. Politropik jarayon o'z nomidan ham ko'rinib turibdiki ko'p parametrli jarayon hisoblanadi. Bunda P, V, T parametrlardan tashqari modda miqdori ν ham o'zgaruvchan bo'ladi.

Politropik jarayonda bajarilgan ish rasmdagi grafik bilan chegaralangan figura yuziga teng bo'ladi.



2.2.4.6-rasm

$$\boxed{A_n = \frac{R}{n-1}\nu_1T_1\left(1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right) = \frac{R}{n-1}\nu_2T_2\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1}-1\right)}$$

Bu erda: $1 < n < \gamma$-politropik ko'rsatkich.

Isboti: Politropik jarayon $PV^n = const$ qonuniga bo'ysunadi. Yoki $const = PV^n = PV\cdot V^{n-1} = \nu RT\cdot V^{n-1}$ bo'ladi. Bosim va hajm $P = \frac{const}{V^n}$ ko'rinishda bog'lanadi. Bajarilgan ish esa integrallash natijasida topiladi.

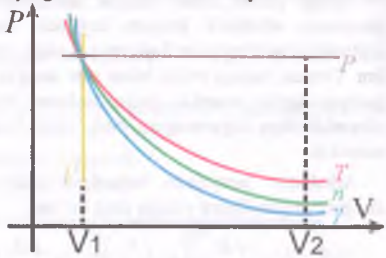
$$A_n = \int_{V_1}^{V_2} P(V)dV = \int_{V_1}^{V_2}\frac{const}{V^n}dV = \frac{const}{1-n}V^{1-n}\Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{const}{1-n}\left(\frac{1}{V_2^{n-1}}-\frac{1}{V_1^{n-1}}\right) = \frac{\nu RTV^{\gamma-1}}{n-1}\left(\frac{1}{V_1^{n-1}}-\frac{1}{V_2^{n-1}}\right)$$

Bu erdan $A_n = \frac{R}{n-1}\nu_1T_1V_1^{n-1}\left(\frac{1}{V_1^{n-1}}-\frac{1}{V_2^{n-1}}\right) = \frac{R}{n-1}\nu_1T_1\left(1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right)$ bo'ladi Yoki bo'lmasa

$A_n = \frac{R}{n-1}\nu_2T_2V_2^{n-1}\left(\frac{1}{V_1^{n-1}}-\frac{1}{V_2^{n-1}}\right) = \frac{R}{n-1}\nu_2T_2\left(\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1}-1\right)$ bo'ladi.

Politropik jarayonda $PV^n = const$ qonuniyat asosiy rol o'ynaydi. Politropik jarayon barcha izojarayonlarni o'z ichiga qamrab yuboradi. Bu erda n- politropik ko'rsatkich deyilib, u $-\infty < n < \infty$ oraliqda o'zgarish mumkin. Agar $n = 0$ bo'lsa izobarik jarayon, $n = 1$ bo'lsa izotermik jarayon, $n = \gamma$ bo'lsa adiabatik jarayon, $n = -\infty$ bo'lsa izoxorik jarayon kechayotgan bo'ladi. Lekin tabiiy sharoitlarda issiqlik mashinalarida $1 < n < \gamma$ oralig'ida bo'ladi va $P = P(V)$ grafikda politropa chizig'i izoterma va adiabata chiziqlari oralig'ida yotadi.

Dastlab bir xil P_1, V_1, T_1, ν_1 parametrlarga ega bo'lgan beshta bir xil slindrlardagi ideal gazlar uchun kechadigan izojarayonlarda $P = P(V)$ grafik rasmda tasvirlangan.



2.2.4.7-rasm

Rasmdan ko'rinib turibdiki izojarayonlarda bajarilgan ishlar quyidagicha bo'lar ekan.

$$\boxed{A_V = 0, \quad A_V < A_\gamma < A_n < A_T < A_P}$$

a) izobarik kengayganda gaz isiydi
1. b) izotermik kengayganda temperatura o'zgarmaydi
v) politropik kengayganda gaz soviydi
g) adiabatik kengayganda gaz soviydi
a) izobarik kengayganda gaz issiqli yutadi
2. b) izotermik kengayganda gaz issiqlik yutadi
v) politropik kengayganda gaz issiqlik yutadi
g) adiabatik kengayganda issiqlik almashilmaydi

2.2.5. Mavzu: Termodinamikaning birinchi qonuni.

Energiyaning saqlanish qonunining issiqlik hodisalariga tatbiq etilishi ***termodinamikaning birinchi qonuni*** deyiladi. Termodinamikaning birinchi qonuniga asosan ikkita ta'rif keltirilgan.

1-ta'rif: Sistema bir holatdan ikkinchi holatga o'tganda ichki energiyaning o'zgarishi sistemaga uzatilgan issiqlik miqdori bilan tashqi kuchlarning sistema ustidan bajargan ishi yig'indisiga teng bo'ladi.

$$\boxed{\Delta U = Q + A}$$

Bu erda: ΔU—ichki energiyaning o'zgarishi;
Q—sistemaga uzatilgan issiqlik miqdori;
A—tashqi kuchlarning sistema ustidan bajargan ishi.

Biz sistema degan so'zni bir necha marta ishlatdik. Sistema deganda juda ko'p sondagi atom va molekulalardan tashkil topgan sistemani, ya'ni ideal gazni nazarda tutishimiz kerak. Sistema bu real gaz ham, suyuqlik va qattiq jism ham bo'lishi mumkin. Lekin biz faqat eng osoni—ideal gaz bilan cheklanamiz.

1-ta'rifdan ko'rinadiki, sistema ichki energiyasini oshirish (isitish)ning ikki usuli bor ekan: 1)sistemaga issiqlik uzatish orqali; 2)sistema ustidan ish bajarish (gazni siqish) orqali.

2-ta'rif: Sistemaga uzatilgan issiqlik miqdori ichki energiyaning o'zgarishi bilan sitemaning tashqi kuch ustidan bajargan ishi yig'indisiga teng.

$$\boxed{Q = \Delta U + A'}$$

Bu erda: $A' = -A$ —sistemaning tashqi kuch ustidan bajargan ishi (kengayish).

Demak, sistemaga uzatilgan issiqlik miqdori isishga va kengayishga sarf bo'ladi.

Agar sistemaga tashqaridan issiqlik uzatilsa $Q > 0$, sistema tashqariga issiqlik uzatsa esa $Q < 0$ bo'ladi.

Agar sistema tashqi kuchlar ustidan ish bajarsa (kengayish) $\begin{cases} A' > 0 \\ A < 0 \end{cases}$, tashqi kuchlar sistema ustidan ish bajarganda esa (siqilish) $\begin{cases} A' < 0 \\ A > 0 \end{cases}$ bo'ladi.

Agar sistemaga 100 J issiqlik uzatilgan bo'lib, Shundan $80\,J$ energiya ichki energiyani oshirishga sarf bo'lgan bo'lsa, qolgan $20\,J$ energiya esa kengayib ish bajarishga sarf bo'ladi. Agar $65\,J$ energiya ichki energiyani oshirshga sarf bo‘lgan bo‘lsa, qolgan $35J$ energiya kengayib ish bajarishga sarf bo‘ladi. Xullas issiqlikni $100J = 80J + 20J = 65J + 35J = 10J + 90J = -15J + 115J$... ko‘rinishlarda yozish mumkin.

Shuni ham qayd qilish kerakki, sistemaga uzatilgan issiqlik miqdori hamma hollarda ham ichki energiyani oshirishga xizmat qilavermaydi. Agar sistema unga uzatilgan issiqlik miqdoridan ko‘ra ko‘proq ish bajarsa, ya’ni $A > Q$ bo‘lsa ichki energiya kamayishi (sovish) kuzatiladi. Boshqacha aytganda sistema tashqaridan unga uzatilgan issiqlik va o‘z ichki energiyasining kamayishi evaziga ish bajargan bo‘ladi.

Oladigan issiqlik miqdoriga nisbatan ko‘proq ish bajaradigan xayoliy mashinani ***birinchi tur abadiy dvigatel (perpettum mobile)*** deyiladi. Termodinamikaning birinchi qonuni birinchi tur abadiy dvigatel (perpettum mobile) yaratish yo‘lidagi urinishlarga chek qo‘ydi. Issiqlik dvigatellarida yoqilg‘ining yonishi tufayli ajraladigan issiqlik miqdori evaziga ish bajariladi, lekin sistema davriy ravishda o‘zining boshlang‘ich holatiga qaytib turadi. Demak, sistema ichki energiyasi bir davrdan keyin avvalgi holatini tiklab, ichki energiya o‘zgarmaydi, ya’ni $\Delta U = 0$ bo‘ladi. Bundan termodinamikaning birinchi qonuni $Q = A$ ko‘rinishga keladi. Bundan, davriy ravishda ishlaydigan dvigatelning bajaradigan ishi unga uzatilgan issiqlik miqdoridan katta bo‘la olmaydi, degan xulosa kelib chiqadi. Termodinamikaning birinchi qonuniga quyidagi uchinchi ta’rifni keltirish mumkin.

3-ta’rif: Birinchi tur abadiy dvigatel yasash mumkin emas.

Termodinamikaning birinchi qonuniga berilgan ta’riflarning hammasi energiyaning saqlanish qonunini bildiradi.

2.2.6. Mavzu: Termodinamikaning birinchi qonunining izojarayonlarga tatbiqi.

Endi termodinamikaning birinchi qonunini izojarayonlarga tatbiq qilganda qanday bo‘lishi bilan tanishib chiqaylik.

Izobarik jarayon uchun:

Izobarik jarayonda sistemaga uzatilgan issiqlik miqdori ichki energiyani oshirishga (isitishga) va tashqi kuchlar ustidan ish bajarishga (kengayishga) sarf bo‘ladi.

$$\boxed{Q = \Delta U + A'}$$

Izobarik jarayonda sistemaga uzatilgan issiqlik miqdori ΔU va A' larga hohlagan nisbatda taqsimlanmasdan, ma’lum bir qonuniyat asosida taqsimlanadi. Bu taqsimlanish esa ideal gaz molekulalarining erkinlik darajasiga bog‘liq bo‘ladi.

Umumiy holda ΔU va A' larni Q orqali ifodalash quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A' = \frac{2}{i+2}Q, \qquad \Delta U = \frac{i}{i+2}Q}$$

<u>**Isboti:**</u> $Q = \Delta U + A' = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T + \frac{m}{M}R\,\Delta T = \frac{i+2}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T = \frac{i+2}{2}A'$. Bu erdan $A' = \frac{2}{i+2}Q$ bo‘ladi. Ichki energiyaning o‘zgarishi esa $\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T = \frac{i}{2}A' = \frac{i}{2}\frac{2}{i+2}Q = \frac{i}{i+2}Q$ bo‘ladi.

Xususiy hollarda bir atomli, ikki atomli va uch atomli gazlar uchun ΔU va A' larni Q orqali ifodalash quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\begin{cases} A'_1 = \frac{2}{5}Q \\ \Delta U_1 = \frac{3}{5}Q \end{cases} \qquad \begin{cases} A'_2 = \frac{2}{7}Q \\ \Delta U_2 = \frac{5}{7}Q \end{cases} \qquad \begin{cases} A'_3 = \frac{1}{4}Q \\ \Delta U_3 = \frac{3}{4}Q \end{cases}}$$

Izotermik jarayon uchun:

Izotermik jarayonda $T = const$ bo‘lgani uchun $\Delta U = 0$ bo‘ladi. Bu jarayon uchun termodinamikaning birinchi qonuni quyidagicha:

$$\boxed{Q = A' = A_T = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln\frac{P_1}{P_2}}$$

Agar $Q > 0$ bo‘lsa, $A' > 0$ bo‘ladi (isitilganda gaz kengayib ish bajaradi)

Agar $Q < 0$ bo‘lsa, $A' < 0$ bo‘ladi (sovitilganda gaz siqiladi, tashqi kuchlar ish bajaradi)

Izotermik jarayonda sistemaga uzatilgan issiqlik miqdorining hammasi tashqi kuchlar ustidan ish bajarishga (kengayishga) sarf bo‘ladi.

Izoxorik jarayon uchun:

Izoxorik jarayonda $V = const$ bo‘lgani uchun $A' = 0$ bo‘ladi. Bu jarayon uchun termodinamikaning birinchi qonuni quyidagicha:

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R \,\Delta T = \frac{i}{2} \nu \, R \,\Delta T$$

Agar $Q > 0$ bo‘lsa, $\Delta U > 0$ bo‘ladi (issiqlik berilganda gaz temperaturasi oshadi)

Agar $Q < 0$ bo‘lsa, $A' < 0$ bo‘ladi (issiqlik olinganda gaz temperaturasi pasayadi)

Izotermik jarayonda sistemaga uzatilgan issiqlik miqdorining hammasi tashqi ichki energiyani oshirishga (isishga) sarf bo‘ladi.

Adiabatik jarayon uchun:

Tashqi muhit bilan issiqlik almashmaydigan qilib izolyasiyalangan sistema ichida kechadigan jarayonga ***adiabatik jarayon*** deyiladi. Tashqi muhit bilan mutlaqo issiqlik almashmaydigan qilib izolyasiyalashning o‘zi iloji yo‘q. Lekin issiqlik almashinishni ma’lum darajada susaytirishning imkoni bor. Demak, tashqi muhit bilan sust issiqlik almashadigan sistema ichida kechadigan jarayonni adiabatik jarayon deyish mumkin.Undan tashqari juda kichik vaqt oralig‘ida tashqi muhit bilan sezilarli issiqlik almashinishga ulgurmagani bois, juda kichik vaqt oraliqlarini ham adiabatik jarayon deb hisoblash mumkin.

Adiabatik jarayonda $Q = 0$ bo‘ladi. Bu jarayon uchun termodinamikaning birinchi qonuni quyidagicha bo‘ladi:

$$A' = -\Delta U \qquad yoki \qquad A = \Delta U$$

$$A' = A_\gamma = A_\gamma = \frac{\nu R}{\gamma - 1} T_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right) = \frac{\nu R}{\gamma - 1} T_2 \left(\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma - 1} - 1 \right)$$

Agar gaz kengayib tashqi kuchlar ustidan ish bajarayotgan bo‘lsa, gazning ichki energiyasi kamayadi, ya’ni gaz o‘z ichki energiyasi hisobiga ish bajaradi (gazning temperaturasi pasayadi).

Qanday qilib gaz kengayganda temperaturasi pasayadi? Axir gaz sovitkichda turgan bo‘lmasa? Buni quyidagicha tushuntirish mumkin. Gaz kengayayotganda siljiyotgan porshen tagiga sekundiga trillionlab molekulalar uriladi va uzoqlashayotgan porshendan avvalgi turkini ololmaydi. Buni futbolchining kelayotgan koptokka oyog‘i bilan yo‘l berib uni sekinlatib olishiga o‘xshatish mumkin. Shu bois urilgandan keyingi tezlik urilish tezligidan kichik bo‘lib qoladi. Bu degani sekundiga trillionlab molekulalarning kinetik energiyalari oz bo‘lsada kamaydi deganidir. Kinetik energiya kamayishi $E = \frac{3}{2} k T$ formulaga ko‘ra temperatura kamayishi demakdir.

Agar tashqi kuchlar gazni siqib ish bajarayotgan bo‘lsa, gazning ichki energiyasi ortadi (gazning temperaturasi ortadi).

Qanday qilib gaz siqilganda temperaturasi ortadi? Axir gazning tagidan o‘t yoqilayotgan bo‘lmasa? Buni quyidagicha tushuntirish mumkin. Gaz siqilayotganda siljiyotgan porshen tagiga sekundiga trillionlab molekulalar uriladi va yaqinlashayotgan porshendan avvalgidan kuchliroq turtki oladi. Buni futbolchining kelayotgan koptokni kelgan tomoniga oyog‘i bilan bir tepib qaytarib yuborishiga o‘xshatish mumkin. Shu bois urilgandan keyingi tezlik urilish tezligidan katta bo‘lib qoladi. Bu degani sekundiga trillionlab molekulalarning kinetik energiyalari oz bo‘lsada ortadi deganidir. Kinetik energiya ortishi $E = \frac{3}{2} k T$ formulaga ko‘ra temperatura ortishi demakdir.

Izojarayonlarda solishtirma issiqlik sig‘imlari:

Adiabatik siqilish jarayonda tashqaridan hech qanday issiqlik olmasa ham isish mumkin, Yoki aksincha adiabatik kengayish jarayonida esa sovish mumkin. Demak, adiabatik jarayonda ideal gazning temperaturasini $1K$ ga o‘zgartish uchun uzatiladigan issiqlik miqdori $Q = 0$ bo‘lgani uchun, adiabatik jarayonda solishtirma issiqlik sig‘imi $c_\gamma = 0$ bo‘ladi.

Izotermik jarayonda esa sistemaga qancha ko‘p issiqlik bermaylik baribir uning temperaturasini oshirib bo‘lmaydi. Chunki bu jarayon o‘z nomi o‘zi bilan izotermik jarayondir. Shuning uchun izotermik jarayonda solishtirma issiqlik sig‘imi $c_T = \infty$ bo‘ladi.

Umumiy holda izobarik, izoxorik jarayonlarda solishtirma issiqlik sig‘imlari quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{c_P = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}, \qquad c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}}$$

Isboti: Izobarik jarayonda solishtirma issiqlik sig‘imi quyidagicha topiladi: $Q = \Delta U + A'$

$$c_P m\Delta T = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T + \frac{m}{M}R\,\Delta T \;/ : (m\Delta T), \quad \rightarrow \quad c_P = \frac{i}{2}\frac{R}{M} + \frac{R}{M} = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}.$$

Izoxorik jarayonda solishtirma issiqlik sig‘imi quyidagicha topiladi:

$$Q = \Delta U, \rightarrow \quad c_V m\Delta T = \frac{i}{2}\frac{m}{M}R\,\Delta T \;/ : (m\Delta T), \quad \rightarrow \quad c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}.$$

Xususiy hollarda izobarik, izoxorik jarayonlarda bir atomli, ikki atomli va uch atomli ideal gazlar uchun solishtirma issiqlik sig‘imlari quyidragicha bo‘ladi:

$$\left\{\begin{aligned} c_{P1} &= \frac{5}{2}\frac{R}{M} \\ c_{P2} &= \frac{7}{2}\frac{R}{M} \\ c_{P3} &= 4\frac{R}{M} \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} c_{V1} &= \frac{3}{2}\frac{R}{M} \\ c_{V2} &= \frac{5}{2}\frac{R}{M} \\ c_{V3} &= 3\frac{R}{M} \end{aligned}\right.$$

$c' = c\,M$ formulaga ko‘ra molyar issiqlik sig‘imlari quyidagi ko‘rinishlarni oladi.

$$\boxed{c'_P = \frac{i+2}{2}R, \qquad c'_V = \frac{i}{2}R.}$$

$$\left\{\begin{aligned} c'_{P1} &= \frac{5}{2}R \\ c'_{P2} &= \frac{7}{2}R \\ c'_{P3} &= 4R \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} c'_{V1} &= \frac{3}{2}R \\ c'_{V2} &= \frac{5}{2}R \\ c'_{V3} &= 3R \end{aligned}\right.$$

Molyar issiqlik sig‘imining qiymati modda turiga bog‘liq bo‘lmasdan, erkinlik darajasiga bog‘liq bo‘ladi.

Izojarayonlarda gazlar aralashmasining solishtirma issiqlik sig‘imlari:

Bizga reaksiyaga kirishmaydigan bir necha gazlar aralashmasi berilgan bo‘lib, bu aralashmaning turli izojarayonlardagi solishnirma issiqlik sig‘imlari so‘ralgan bo‘lsin. Bu aralashmadagi gazlarning erkinlik darajalari $i_1, i_2, i_3, \ldots i_n$ va modda miqdorlari $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \ldots \nu_n$ bo‘lsin. Yuqorida aytilgani kabi gazlar aralashmasi uchun ham adiabatik jarayonda $c_Y = 0$ va izotermik jarayonda $c_T = \infty$ bo‘ladi.

Umumiy holda izobarik, izoxorik jarayonlarda gazlar aralashmasining solishtirma issiqlik sig‘imlari quyidagicha bo‘ladi:

$$c_P = \frac{(i_1+2)\nu_1 + (i_2+2)\nu_2 + (i_3+2)\nu_3 + \ldots + (i_n+2)\nu_n}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + \ldots + \nu_n M_n}\cdot\frac{R}{2}$$

$$c_V = \frac{i_1\nu_1 + i_2\nu_2 + i_3\nu_3 + \ldots + i_n\nu_n}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + \ldots + \nu_n M_n}\cdot\frac{R}{2}$$

Isboti: Gazlar aralashtirilganda massalar va modda miqdorlari qo‘shilib ketadi. Shunga asosan umumiy massa $m = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n$, umumiy modda miqdori $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_n$, umumiy modda molyar massa esa $M = \frac{m}{\nu} = \frac{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + \ldots + \nu_n M_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_n}$ bo‘ladi. Izobarik jarayonda solishtirma

issiqlik sig'imini topish uchun har bir gazga $Q = \Delta U + A'$ termodinamikaning 1-qonunini qo'llaymiz. $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_n = (\Delta U_1 + A_1') + (\Delta U_2 + A_2') + (\Delta U_3 + A_3') + \ldots + (\Delta U_n + A_n') =$
$= \left(\frac{i_1+2}{2}\nu_1 + \frac{i_2+2}{2}\nu_2 + \frac{i_3+2}{2}\nu_3 + \ldots \frac{i_n+2}{2}\nu_n\right)R\Delta T$. Issiqlik miqdori $Q = c\,m\,\Delta T = c\,\nu\,M\,\Delta T$ ekanini e'tiborga olsak, izobarik jaraayonda solishnirma issiqlik sig'imi $c_p = \frac{(i_1+2)\nu_1 + (i_2+2)\nu_2 + (i_3+2)\nu_3 + \ldots + (i_n+2)\nu_n}{2(\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + \ldots + \nu_n M_n)}$ bo'ladi. Izoxorik jarayonda ham shunga o'xshash topiladi. $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \ldots + Q_n =$
$= \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_3 + \ldots + \Delta U_n = (i_1\nu_1 + i_1\nu_1 + i_1\nu_1 + \ldots + i_1\nu_1)\frac{R\Delta T}{2}$. $Q = c\,m\,\Delta T = c\,\nu\,M\,\Delta T$ ekanini e'tiborga olsak, izoxorik jaraayonda solishnirma issiqlik sig'imi $c_V = \frac{i_1\nu_1 + i_2\nu_2 + i_3\nu_3 + \ldots + i_n\nu_n}{2(\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3 + \ldots + \nu_n M_n)}$ bo'ladi.

Yuqoridagi formuladan $i_1 = 3, i_2 = 5, i_3 = 6$ ekanini hisobga olsak, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$c_P = \frac{5\nu_1 + 7\nu_2 + 8\nu_3}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3}\cdot\frac{R}{2}, \qquad c_V = \frac{3\nu_1 + 5\nu_2 + 6\nu_3}{\nu_1 M_1 + \nu_2 M_2 + \nu_3 M_3}\cdot\frac{R}{2}$$

$c' = c\,M$ formulaga ko'ra molyar issiqlik sig'imlari quyidagi ko'rinishlarni oladi.

$$c_P' = \frac{(i_1+2)\nu_1 + (i_2+2)\nu_2 + (i_3+2)\nu_3 + \ldots + (i_n+2)\nu_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_n}\cdot\frac{R}{2}, \qquad c_V' = \frac{i_1\nu_1 + i_2\nu_2 + i_3\nu_3 + \ldots + i_n\nu_n}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \ldots + \nu_n}\cdot\frac{R}{2}$$

Yuqoridagi formuladan $i_1 = 3,\ i_2 = 5,\ i_3 = 6$ ekanini hisobga olsak, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$c_P' = \frac{5\nu_1 + 7\nu_2 + 8\nu_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}\cdot\frac{R}{2}, \qquad c_V' = \frac{3\nu_1 + 5\nu_2 + 6\nu_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}\cdot\frac{R}{2}$$

Puasson koeffitsienti:

O'zgarmas bosim sharoitidagi solishtirma issiqlik sig'imining o'zgarmas hajm sharoitidagi solishtirma issiqlik sig'imiga nisbatiga teng γ kattalikga Puasson koeffitsienti deyiladi.

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{i+2}{i}$$

Bir atomli, ikki atomli, uch atomli gazlar uchun Puasson koeffitsientlari quyidagicha bo'ladi:

$$\gamma_1 = \frac{5}{3} \qquad \gamma_2 = \frac{7}{5} \qquad \gamma_3 = \frac{4}{3}$$

Agar bir necha reaksiyaga kirishmaydigan gazlar aralashtirilsa, Puasson koeffitsientini aniqlash formulasi biroz murakkabroq bo'ladi.

Modda miqdorlari $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \ldots \nu_n$ bo'lgan gazlarning erkinlik darajalari mos holda $i_1, i_2, i_3, \ldots i_n$ bo'lsa, Puasson koeffitsienti quyidagicha bo'ladi.

$$\gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{(i_1+2)\nu_1 + (i_2+2)\nu_2 + (i_3+2)\nu_3 + \ldots + (i_n+2)\nu_n}{i_1\nu_1 + i_2\nu_2 + i_3\nu_3 + \ldots + i_n\nu_n}$$

Yuqoridagi formuladan $i_1 = 3,\ i_2 = 5,\ i_3 = 6$ ekanini hisobga olsak, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\gamma = \frac{5\nu_1 + 7\nu_2 + 8\nu_3}{3\nu_1 + 5\nu_2 + 6\nu_3}$$

Adiabatik jarayonda makroparametrlar orsidagi bog'lanishlar:

Adiabatik jarayonda gazning uchala parametri ham o'zgaradi. Holat tenglamasidan olingan differensialga ko'ra parametralar orasidagi bog'lanish quyidagicha bo'ladi:

$$P\,dV + V\,dP = \nu\,R\,dT$$

Aynan adiabatik jarayonda gazning bajargan ishi $dA' = p\,dV = -dU = \frac{i}{2}\nu\, R\,dT$ e'tiborga olib, yuqoridagi ifodani quyidagicha yozish mumkin.

$$V\,dP = \left(\frac{i}{2}+1\right)\nu\, R\,dT$$

Hosil bo'lgan tenglikni iT ga bo'lib, $\frac{V}{T} = \nu\frac{R}{P}$ ekanini hisobga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{1}{i}\cdot\frac{dP}{P}\cdot\nu\, R = \frac{i+2}{2i}\cdot\frac{dT}{T}\cdot\nu\, R\,; \quad \rightarrow \quad \frac{2}{i}\cdot\frac{dP}{P} = \frac{i+2}{2}\cdot\frac{dT}{T}.$$

Bu erdan adiabatik ko'rsatkich $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{2}$ va $\frac{2}{i} = \gamma - 1$ ekanini hisobga olib quyidagiga ega bo'lamiz.

$$(\gamma-1)\frac{dP}{P} = \gamma\frac{dT}{T}, \quad \rightarrow \quad (\gamma-1)\int\frac{dP}{P} = \gamma\int\frac{dT}{T}.$$

Integrallash natijasi quyidagiga olib keladi.

$$\boxed{\frac{P^{\gamma-1}}{T^{\gamma}} = const \qquad yoki \qquad \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\gamma}}$$

Bu formulada bosimning o'rniga $P = \nu R\frac{T}{V}$ ifodani qo'ysak, hajm va temperatura orasidagi bog'lanishga ega bo'lamiz.

$$\boxed{T\,V^{\gamma-1} = const \qquad yoki \qquad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}$$

Ideal-gaz holat tenglamasidan foydalanib, temperaturaning o'rniga $T = \frac{PV}{\nu R}$ ni qo'ysak, bosim va hajm orasidagi bog'lanishga ega bo'lamiz.

$$\boxed{P\,V^{\gamma} = const \qquad yoki \qquad \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}}$$

2.2.7. Mavzu: Muvozonatli sistema, qaytar, qaytmas va aylanma jarayonlar. Termodinamikaning ikkinchi qonuni.

Muvozonatli sistema:

Ma'lum bir hajmli idishdagi gaz aralashmasi mauvozonatli holatni egallasa, uning hamma nuqtalaridagi bosim va temperatura bir xil bo'ladi. Agar idishning o'rtasiga faqat molekulalarni o'tkazadigan filtr qo'yilgan deb faraz qilinsa, birlik vaqt ichida filtrni har ikki tomoniga o'tgan molekulalar teng bo'ladi. Demak, muvozonatli sistemada diffuziya, issiqlik o'tkazuvchanlik, qovushqoqlik hodisalari kuzatilmaydi. Gazning hamma qismlarida molekulalar konqentratsiyasi, gazning zichligi, bosimi va temperaturaning o'rtacha qiymati bir xil bo'ladi. Lekin gazlardagi muvozonatli sistema mexnikadagi tinchlik holatidan farq qilib, zarralarning tartibsiz harakati yo'qolmaydi. Ularning bu harakati tufayli sistemaning u yoki bu qismidagi makroskopik parametrlar, ularning o'rtacha qiymatlaridan biroz farq qilish mumkin. Statistik sistema parametralarining bu tarzada o'zgarishi ***fluktuatsiya*** deyiladi. Ammo parametrlarning fluktuatsiyasi statik sistemada sodir bo'layotgan jarayonning o'tishiga ta'sirqilmaydi. Statik sistema muvozonat holatidan chiqarilsa u albatta muvozonat holatiga qaytadi. Bu qaytish ***relaksatsiya***, unga ketgan vaqt intervali ***relaksatsiya vaqti*** deyiladi.

Qaytar jarayon:

Mexanik sistema muvozonatsiz holati bilan gazli sistema muvozonatsiz holati o'rtasida katta farq bor. Masalan, absalyut elastik sirtda muvozonatli holatni egallagan sharchani biror H balandlikka ko'tarib erkin tashlasak, u muvozonatli holatiga qaytib yana H balandlikka ko'tariladi. Ikkinchi misol, ipga osilgan sharchani muvozonat vaziyatidan chiqarib qo'yib yuborsak, u muvozonatli holatiga aynan shu yo'l bilan qaytib, yana muvozonatsiz holatga o'tadi. Keltirilgan misollar bo'yicha qaytar jarayonga quyidagicha ta'rif berish mumkin:

Biror holat o'zgarishlari orqali muvozonatsiz holatga chiqarilgan sistema o'z-o'zidan muvozonatli holatga aynan shu holatlar orqali qaytib, yana o'zining muvozonatsiz holatiga aynan shu holatlar orqali teskari ketma-ketlikda o'tsa, va jarayon davomida atrof-muhitda va sistemada hech qanday o'zgarishlar sodir bo'lmasa, bu o'tish lar ***qaytar jarayon*** deyiladi.

Ishqalanish va qarshilik kuchlaridan holi bo'lgan hamma mexanik sistemalarda kechadigan jarayon ideal qaytar jarayon bo'ladi. Qaytar jarayonda sistemaning mexanik energiyasi o'zgarmas va uning kattaligi orqali vaqtning ixtiyoriy oni uchun koordinata, tezlik, tezlanish kabi parametrlarini baholash mumkin.

Qaytmas jarayon:

Real sharoitlarda sistemaning mexanik energiyasi yo'lning ishqalnishi va muhitning qarshiligi tufayli kamayib boradi. Kamaygan mexanik energiya issiqlik tarzida ichki energiyaga aylanadi. Bu energiya ishqalanuvchi sirtlar orqali atrof muhitga tarqaladi va sistemaga qaytib kelmaydi. Demak, ishqalanish va qarshilik kuchlari bilan bog'liq bo'lgan mexanik sistemalar qaytmas bo'ladi. Harakat davomida yo'qotilgan energiyani tashqaridan to'ldirilib turish kerak bo'ladi. Bu esa mexanik sistema atrofidagi jismlarda o'zgarishlarni yuzaga keltiradi.

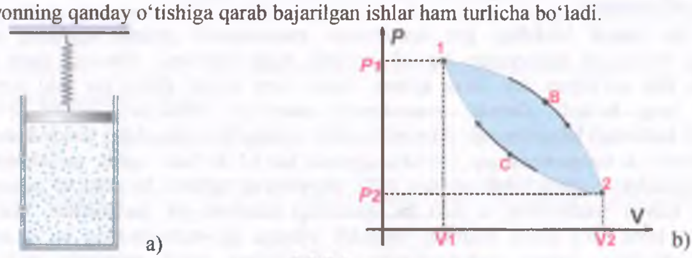
Temaperaturalari har xil bo'lgan ikki gaz o'o'zaro kontaktda bo'lsa, sistema muvozonatli holatidan chiqadi. Issiqlik o'tkazuvchanlik tufayli relaksatsiya vaqtida u muvozonatli holatga qaytadi. Lekin o'z-o'zidan yana avvalgi muvozonatsiz holatiga o'tmaydi. Qaytmas jarayonga quyidagicha ta'rif berish mumkin:

Muvozonatli holatidan chiqarilgan sistema o'z-o'zidan muvozonatli holatiga qaytib, yana muvozonatsiz holatga bormasa yoki qaytib borganda atrof-muhit va jismda o'zgarish yuz bersa, bunday jarayon ***qaytmas jarayon*** bo'ladi.

Diffuziya, issiqlik o'tkazuvchanlik, plastik deformatsiya, tashqi ishqalanish va qarshilik kuchlari bilan bog'liq jarayonlar qaymas jarayonlardir.

Aylanma jarayon:

Tashqi muhit bilan issiqlik almashuvida bo'ladigan silindrdagi gaz erkin siljiydigan porshen bilan ajratilgan bo'lsin. Dastlab porshen bilan gaz muvozonatli holatda bo'ladi. Sistemani o'zgarmas temperatura sharoitida juda sekinlik bilan qizdirsak va har onda hajmning hamma qismida gaz bosimining bir xilligini ta'minlasak, gazda kvazistatik jarayon sodir bo'ladi. Gaz kengayganda tashqi elastik kuchga qarshi musbat ish bajarib, mexanik sistemaning potensial energiyasini oshiradi. Kengayishda gaz bajargan ish 2.2.7.1- b, rasmdagi $1B2V_2V_11$ egri chiziq bilan chegaralangan yuzaga teng. Issiqlik berish to'xtatilsa, prujina sekin-asta muvozonatli holatiga qaytib gaz ustida ish bajaradi. Siqilishda elastik kuch bajargan ish $2V_2V_11\tilde{N}2$ egri chiziq ostidagi yuzaga teng.Ikki ishni taqqoslab ish bu jarayon ekaniga ishonch hosil qilamiz. Jarayonning qanday o'tishiga qarab bajarilgan ishlar ham turlicha bo'ladi.



2.2.7.1-rasm

Muvozonatli holatdan chiqarilgan sistema o'zining avvalgi muvozonatli holatiga qaytib borishi ***aylanma jarayon*** yoki ***sikl*** deyiladi. Aylanma jarayonda bajarilgan ish $1B2\tilde{N}1$ egri chiziq bilan chegaralangan yuzaga teng. Bu yon uchun termodinamikaning 1- qonuni $\int_1^2 dQ = U_2 - U_1 + \int_1^2 P\,dV$ ko'rinishni oladi. Sisitema avvalgi holatiga qaytib kelsa, $U_2 = U_1$ bo'ladi va yuqoridagi ifoda

$$\oint dQ = \oint dA \quad \text{yoki} \quad Q = A$$

ko'rinishni oladi. Q—sikl davomida sistemaga berilgan issiqlik miqdori. A—aylanma jarayonda bajarilgan ish. Kvazistatik jarayonlardan tashkil topgan aylanma jarayonda maksimal ish bajariladi. Yuqoridagi formuladan Shunday xulosa kelib chiqadi: sistemaga energiya bermasdan turib davriy ishlaydigan mexanizm qurish mumkin emas. Energiya olmasdan turib ishlaydigan mexanizm ***birinchi tur perpettum mobile*** yoki ***abadiy dvigatel*** deyiladi.

Termodinamikaning ikkinchi qonuniga ta'riflar:

Termodinamikaning birinchi qonuni tabiatda energiya saqlanish qonunining issiqlik hodisalariga tatbiqi bo'lib, sistemaga uzatilgan issiqlik nimalarga sarf bo'lishini tushuntirib beradi. Lekin jarayon qaysi yo'nalishda sodir bo'lishi mumkin-u, qaysi yo'nalishda mumkin emas, bu haqda hech narsa deya olmaydi. Aynan tabiatda energiyaning aylanish, harakat yo'nalishini ko'rsatib beradigan qonun — bu ***termodinamikaning ikkinchi qonuni***dir. Energiya bu shunday xususiyatga ega ekanki, u aynan o'zi tanlagan yo'nalishda tashqi kuchlar aralashuvisiz harakatlanadi. Qarama-qarshi yo'nalishda harakatlantirish uchun esa boshqa tashqi majburiy kuchlar vositasidagina harakatlanishi mumkin. Termodinamikaning ikkinchi qonuniga juda ko'plab ta'riflar keltirilgan bo'lib, ularning hammasida bitta umumiylik bor. Energiyaning harakat yo'nalishi.

1-ta'rif: Tabiatdagi bacha makroskopik jarayonlar faqat tayinli bir yo'nalishda sodir bo'ladi. Teskari yo'nalishda esa ular o'z-o'zidan sodir bo'la olmaydi.

Masalan, suvga tashlangan tosh o'z mexanik energiyasini suv molekulalariga berib, to'lqinlar hosil qiladi, bora-bora bo' to'lqinlar ham ichki ishqalanish tufayli so'nadi. Lekin, hech qachon suv molekulalari harakatni bir tomonga jamlab, suvdagi toshni tepaga otib yubormaydi. Yana bir misol, ipga osilgan sharcha tebranib-tebranib to'xtaydi. Uning mexanik energiyasi atrofdagi havo molekulalariga uzatiladi va ular biroz qiziydi. Lekin, hech qachon sharcha atrofidagi molekulalar harakatni bir joyga jamlab, sharchani tebranma harakatga keltira olmaydi. Energiyaning harakat yo'nalishi mexanik energiyadan ichki energiya tomonga yo'nalganligi ta'kidlanmoqda.

2-ta'rif: Agar sovuqroq sistema bilan issiqroq sistema atrofidagi jismlarda hech qanday o'zgarishlar yuz bermasa, hech qachon sovuqroq sistemadan issiqroq sistemaga issiqlik o'tkazib bo'lmaydi.

Buni ham tajriba orqali tekshirib ishonch hosil qilish mumkin. Bu erda ham energiyaning harakat yo'nalishi, ya'ni faqat temperaturasi yuqori bo'lgan jismdan past bo'lgan jismga qarab oqishini ta'kidlanmoqda.

3-ta'rif: Barcha turdagi (mexanik, yorug'lik, ximiyaviy, elektr, to'lqin va h.) energiyalarni to'liq ichki energiyaga aylantirish mumkin, lekin ichki energiyani boshqa turdagi energiyaga to'liq aylantirish mumkin emas.

Demak, nafaqat mexanik energiya ishqalanish tufayli ichki energiyaga 100% aylanar ekan, balki ichki energiyadan boshqa barcha turdagi energiyaga o'z-o'zidan 100% aylana olar ekan. Masalan, elektr energiyasidan mexanik energiya yoki yorug'lik energiyasi olmoqchi bo'lsak, baribir energiyaning qandaydir qismi qizishga sarf bo'ladi. Bir turdagi energiyadan boshqa turdagi energiyaga o'tish jarayonida baribir biror qism energiya ichki energiyaga aylanmaslikning iloji yo'q ekan. Endi ichki energiyadan to'liq boshqa turdagi masalan mexanik energiya olishga harkat qilaib ko'raylik. Hisoblarning ko'rsatishicha ichki yonuv dvigatellarida benzin yonishidan ajralgan issiqlikning atigi $24-28\%$, dizel yoqilg'isi yonishidan ajralgan issiqlikning esa atigi $30-40\%$i mexanik energiyaga aylanar ekan. Qolgan qismi esa detallarning va atmosferaning qizishi va ishqalanish tufayli yana ichki energiyaga aylanar ekan.

Go'yoki ichki energiya soylikda joylashgan ko'l-u, boshqa turdagi energiyalar esa bu soylikka quyuluvchi turli jilg'alar. Jilg'alardagi suvlar o'z-o'zidan ko'lga kelib quyulaveradi. Lekin, ko'ldagi suvni soylikdan chiqarib olishga qancha urinmaylik, baribir poyonop suv (oqava suv) yana ko'lga kelib quyulaveradi. Shuning uchun ko'ldagi suvni butunlay chiqarib olib bo'lmagani kabi, ichki energiyani ham boshqa turdagi energiyaga to'liq aylantirib bo'lmas ekan.

4-ta'rif: Isitkichdan olingan issiqlikning bir qismini sovitkichga uzatmasdan turib davriy ishlaydigan mashina qurish mumkin emas. Boshqacha aytganda F.I.K. $\eta=1$ bo'lgan II-tur perpettum mobile qurish mumkin emas.

Bu haqda quyidagi mavzuda issiqlik mashinalar bilan tanishilganda gap boradi. Energiyani isrof qilmasdan (sovitkichga uzatmasdan) ish bajarib bo'lmasligini ko'rsatadi.

2.2.8. Mavzu: Issiqlik mashinalari va ularning foydali ish koeffitsientlari.

Ichki energiyadan mexanik energiya hosil qilib beradigan qurilmaga issiqlik mashinalari deyiladi. Hozirda issiqlik mashinalarining juda ko‘p turi mavjud bo‘lib, eng dastlabki issiqlik mashinalari bu bug‘ mashinalari bo‘lgan. Undan so‘ngra ichki yonuv dvigatellari, reaktiv dvigatellar ixtiro qilindi. SHulardan turmushimizda eng ko‘p qo‘llaniladigan, har kun duch keladigan issiqlik mashinasi—ichki yonuv dvigatelining ishlash prinsipi bilan qisqacha tanishamiz.

Ichki yonuv dvigateli haqida qisqacha ma’lumot:

Yoqilg‘ining ichki energiyasini mexanik energiyaga aylantirib beradigan qurilmaga ichki yonuv dvigateli (IYoD) deyiladi. Boshqacha aytganda ichki yonuv dvigatellari issiqlikdan harakat olish uchun mo‘ljallangan.

IYoD asosan 2 turga bo‘linadi:

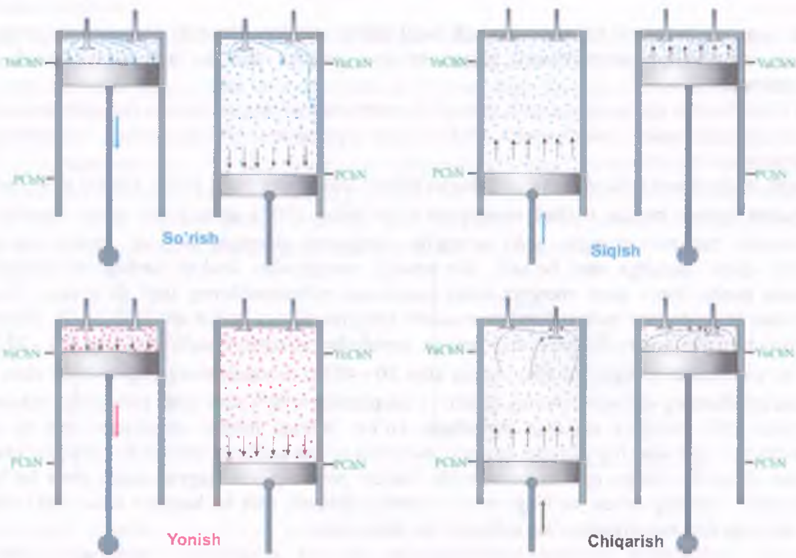
1)aralashma silindrdan tashqarida hosil qilinadigan (karbyuratorli) dvigatel. Karbyuratorli dvigateli benzinda ishlaydi. Uni birinchi bo‘lib 1867-yilda nemis ixtirochisi N.Otto kashf qilgan.

2)aralashma slindr ichkarisida hosil qilinadigan (dizel) dvigatel. Dizel dvigateli solyar moyida ishlaydi. Uni birinchi bo‘lib nemis ixtirochisi 1897-yilda R.Dizel kashf etdi.

IYoDlarning bir ish sikli to‘rtta taktdan iborat bo‘lib, har bir takt tirsakli valning yarim aylanishidan iborat. Demak, bir ish sikli tirsakli valning ikki aylanishidan iborat ekan.

Birinchi takt (so‘rish takti)—porshen pastga qarab harakatlanadi va silindrga kirituvchi klapan orqali karbyuratorda tayyorlangan benzin-havo aralashmasini so‘rib kiradi. Bu taktda porshen yuqorigi chetki nuqta (Yu.Ch.N.)dan pastki chetki nuqta(P.Ch.N.)ga tirsakli valning yarim aylanishi natijasida tushib boradi.

Ikkinchi takt (siqish takti)—porshen yuqoriga qarab harakatlanadi. Kirituvchi klapan berkilib, aralashma taxminan $4-7$ marta siqiladi. Taktning oxirida bosim $6-12\,at$ ga, temperatura esa $200-400^0C$ gacha etadi. Bu taktda porshen P.Ch.N.dan Yu.Ch.N.ga tomon tirsakli valning yarim aylanishi natijasida chiqib boradi.



2.2.8.1-rasm

Uchinchi takt (yonish yoki ishchi takti)—taktning boshida elektr uchqun yordamida yonuvchi aralashma yondiriladi (dizel dvigatellarida katta bosim tufayli o‘z-o‘zidan alangalanish sodir bo‘ladi) va portlash natijasida temperatura $1600-1800^0C$ gacha, bosim esa $25-50\,at$ gacha etadi. Natijada porshen kuchli tepki olib tez pastga qarab harakatlanadi va o‘zining energiyasini tirsakli valga uzatadi. Tirsakli val esa bu harakat energiyasini maxovikka, uzatmalar qutisi va kardan val orqali etakchi g'ildiraklarga uzatadi. Ana shundan avtomobillar harakatga keladi. Bu taktda porshen Yu.Ch.N.dan P.Ch.N.ga tirsakli valning yarim aylanishi natijasida tushib boradi.

To'rtinchi takt (chiqarish takti)—porshen yuqoriga harakatlanib, ish bajargan $400-600^0 C$ temperaturali gaz qoldig'ini so'ndirgich va chiqarish trubasi orqali atmosferaga siqib chiqaradi. Bu taktda porshen P.Ch.N.dan Yu.Ch.N.ga tomon tirsakli valning yarim aylanishi natijasida chiqib boradi.

Real issiqlik mashinalarining F.I.K.:

Issiqlik mashinalari asosan uch qism bilan ishlaydi (2.2.8.2-rasm). Temperaturasi T_1 bo'lgan isitkich, kengayish xususiyatiga ega bo'lgan ishlovchi jism-gaz va temperaturasi T_2 bo'lgan sovitkich. IYoDlarida maxsus qurilmalar yoqilg'i va havo aralashmasini tayyorlab, yonish kamerasiga uzatadi. Aralashma kamerada portlashsimon tarzda yonib, katta bosim hosil qiladi va kengayadi. Yonish maxsulotining o'zi isitkich va ishchi jism rolini o'ynaydi. Ishchi jism kengayish davomida slindrlardan birini harakatga keltirib mexanik ish bajaradi. Gazning kengayishi to'xtaganda, siklik jarayonning keyingi bosqichida porshen muvozonatli holatiga qaytib gaz(aralashma)ni siqadi. Siqilgan gazda yoqilg'i resurslari tugagan bo'lgani uchun u tashqari atmosferaga chiqarib yuboriladi. Kameraga yangi ishlovchi jismning porsiyasi kiritiladi va shu tarzda sikl davriy ravishda takrorlanadi. Demak, real dvigatellarda isitkich rolini yoqilg'i, ishchi jism rolini yoqilg'i aralashgan havo porsiyasi, sovitkich rolini havo atmosferasi bajaradi.

Yuqorida aytilgan aylanma siklda bajarilgan A' ish yonish davrida ajralgan issiqlik Q dan kichik bo'ladi. Chunki, har bir sikl tugallanganda atmosfera temperaturasidan yuqori temperaturadagi ishchi jismni tashqariga chiqarib yubordik. Undan tashqari bir qism energiya qaytmas jarayon bo'lmish issiqlik o'tkazuvchanlikka sarflandi. Demak, IYoDlar uchun bir siklda ish

$$\oint dQ \sim \oint dA$$

shaklda yozilishi mumkin. Proporsionallikdan tenglikka o'tish uchun samaradorlikni bildiradigan koeffitsient kiritamiz.

$$\oint dQ = \eta \oint dA \qquad \text{yoki} \qquad -\int_{Q_1}^{Q_2} dQ = \eta \oint dA$$

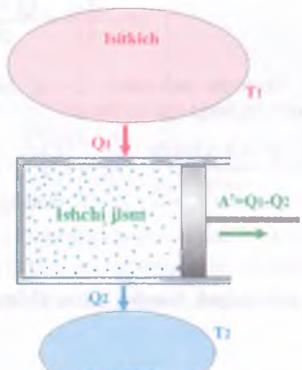
$(-)$ ishora mexanik ish issiqlik energiyasining kamayish hisobiga bajarilishini bildiradi. η—foydali ish koeffitsienti (FIK).

Bir siklda bajarilgan ish $\oint dA = Q = Q_1$ ekanini hisobga olsak FIK quyidagicha:

$$\boxed{\eta_{real} = \frac{Q_1 - Q_2}{\oint dA} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}}$$

yoki foydali ish $A' = Q_1 - Q_2$ ekanini hisobga olsak, FIKni quyidagicha yozish mumkin:

$$\boxed{\eta_{real} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A'}{Q_1}}$$



2.2.8.2-rasm

Ideal issiqlik mashinalarining F.I.K.:

Kvazistatik jaaryonning mohiyati shundan iboratki, bu siklda bajarilgan ish termodinamikaning 1-qonuniga ko'ra maksmal bo'ladi va siklning samaradorligi $\eta = 1$ bo'ladi. Issiqlik dvigatellarida esa $\eta < 1$ bo'ladi. Dvigatelda sodir bo'ladigan protsessni kvastatik sikl bilan almashtirsak,FIKning qiymati maksimal bo'lish kerak. Dvigatel samaradorligining maksimal qiymati chegarasini birinchi bo'lib Karno ko'rsatib berdi.

Karno bu siklga izoxorik va izobarik jarayonlarni kiritmadi. Chunki bu jarayonlarning birida issiqlikning hammasi, ikkinchisida esa bir qismi ichki energiyaga aylanadi. Demak, izotermik va adiabatik jarayonlar Karno siklining tarkibiy qismi bo'lishi kerak edi. Karno sikli kvazistatik ikkita izotermik va ikkita adiabatik jarayonlardan iborat. Bu jarayonlar aynan rasmda keltirilgan ketma-ketlikda kelsagina, siklning FIK eng yuqori bo'lar ekan.

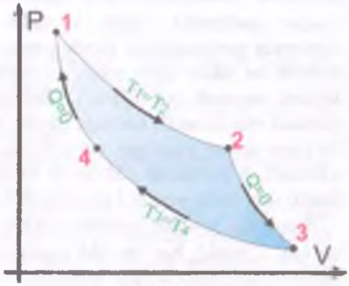
Dastlab gazning parametrlari P_1, V_1, T_1 bo‘lib, $1 \to 2$ o‘tish jarayonida gaz isitkichdan Q_1 issiqlik oladi va A_1 mexanik ish bajaradi. Jarayon izotermik bo‘lgani uchun

$$Q_1 = A_1 = \nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$$

bo‘ladi. Sistema 2 holatni egallaganda uning parametrlari P_2, V_2, T_2 qiymatlarni egallaydi, bunda $T_2 = T_1$–isitkichning temperaturasi.

Endi gaz $2 \to 3$ o‘tish jarayonida adiabatik kengayib, parametrlari P_3, V_3, T_3 qiymatlarni egallaydi. Bunda bajarilgan ish $A_2 = U_2 - U_3 = U_1 - U_3$ bo‘ladi.

Keyingi $3 \to 4$ o‘tish izotermik siqilish bo‘lib, gaz parametrlari yangi P_4, V_4, T_4 qiymatlarni egallaydi, bunda $T_4 = T_3$–sovitkichning temperaturasi.



2.2.8.3-rasm

Temperatura o‘zgarmas bo‘lganidan tashqi kuchning bajargan A_3 ishi hisobiga ishchi jism sovitkichga Q_2 issiqlik uzatadi. Bu o‘tishda bajarilgan ish quyidagicha bo‘ladi:

$$A_3 = -Q_2 = \nu R T_3 \ln\frac{V_4}{V_3}$$

Nihoyat oxirgi $4 \to 1$ o‘tish adiabatik siqilish bo‘lib, gaz dastlabki P_1, V_1, T_1 holatga qaytadi. Bunda bajarilgan ish

$A_4 = U_4 - U_1 = U_3 - U_1 = -A_2$ bo‘ladi.

Bitta siklning to‘liq ishi $A_{foy} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = A_1 + A_3 = Q_1 - Q_2$ bo‘ladi.

Isitkichdan olingan Q_1 issiqlikning A_{foy} qismi foydali (mexanik) ishga aylanayotganidan Karno siklining FIKni topish mumkin.

$$\eta = \frac{A_{foy}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + \nu R T_3 \ln\frac{V_4}{V_3}}{\nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + T_3 \ln\frac{V_4}{V_3}}{T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}}$$

Ikkinchi tomondan, $2 \to 3$ va $4 \to 1$ o‘tish jarayonlariga Puasson tenglamasini tatbiq qilsak quyidagilarga ega bo‘lamiz:

$2 \to 3$ o‘tishda $\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1}$, $4 \to 1$ o‘tishda $\frac{T_1}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1}$

Bu erda $T_2 = T_1$, $T_4 = T_3$ ekanligini e’tiborga olsak va tenglamalarni bir-biriga ko‘paytirsak

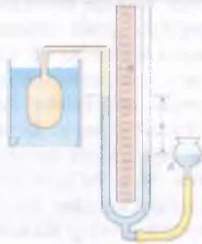
$$1 = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\gamma-1} \quad \text{yoki} \quad \frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$$

kelib chiqadi. Bundan Karno siklining FIKni topamiz.

$$\boxed{\eta = \frac{T_1 - T_3}{T_1}}$$

Real issiqlik mashinasining FIK har doim karno hisoblab topgan ideal issiqlik mashinasining FIKdan kichik bo‘ladi. Shuningdek Karno issiqlik mashinalarining FIKni hech qachon 62%dan oshirib bo‘lmasligini ham isbotlab bergan.

2.3. MODDALARNING TUZILISHI VA XUSUSIYATLARI.



Bo‘ bo‘limda modda va ularning turlari ular, bilan sodir bo‘ladigan turli tabiat hodisalari o‘rganiladi. Moddalarning ichki tuzilishi, ularning agregat holatlari, turli xossalarning temperaturaga bog‘liqligi, qattiq jismning mexanik xossalari, kristall tuzilishi, suyuqliklarda sirt taranglik va kapillyar hodisalar, bug‘ va uning turlari, atomosferada suv bug‘ining ahamiyati va boshqa mavzular bilan tanishamiz. Bu mavzularni o‘zlashtirishda avval o‘tgan “Molekulyar-kinetik nazariya” va “Termodinamika asoslari” bo‘limlari bizga tayanch bo‘ladi.

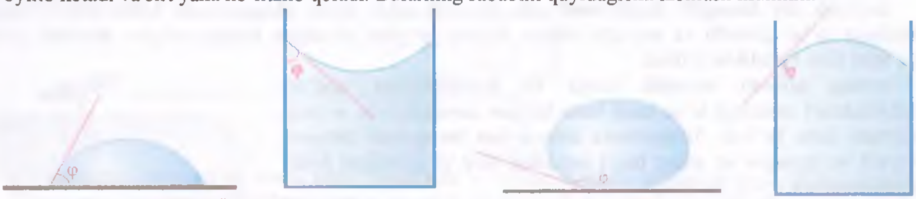
2.3.1. Mavzu: Suyuqliklarning xossalari.

Suyuqliklar— tabiatda moddaning qattiq, suyuq va gaz agregat holatlaridan biridir. Qattiq jismni qizdirganda, molekulalarning kinetik energiyasi oshib boradi va Shunday nuqtaga keladiki, unda kinetik energiya potensial energiyadan katta bo‘lib qoladi. Bunda molekula qo‘shni molekulalar ta’siridan sitilib chiqib molekulalararo bo‘shliq bo‘ylab erkin ko‘cha oladi. Bu qattiq jismning suyuqlikka aylanishidir. Suyuqlik molekulalari xuddi gaz molekulalari singari xaotik betartib harakatda bo‘ladi. Lekin bu betartib harakat sakrashsimon xarakterga ega bo‘ladi. Molekula biror joyda ma’lum vaqt o‘troq yashab, so‘ngra yangi holatga sakrab o‘tadi. Suyuqliklar oquvchan xarakterga ega bo‘lib, hohlagan idish shaklini egallaydi. Lekin gazlardan farqli ravishda hajmini o‘zgarmas saqlaydi. Shuning uchun suyuqliklarni yarim qattiq jismga, yarim gazga o‘xshatish mumkin.

Endi suyuqliklar bilan sodir bo‘ladigan ba’zi tabiat hodisalari bilan qisqacha tanishaylik.

Ho‘llanish hodisasi:

Moylangan sirtga suv to‘kilsa, suv tomchi-tomchi shaklarini egallaydi, ya’ni sirt ho‘llanmaydi. Agar suvni oyna ustiga to‘ksak, suv yoyilib ketadi va oyna ho‘llanadi. Endi shu oynaga simob to‘kilsa, simob tomchi-tomchi shaklini egallaydi, sirt ho‘llanmaydi. Agar simobni qo‘rg‘oshinli sirtga to‘kilsa, simob yoyilib ketadi va sirt yana ho‘llanib qoladi. Bularning sababini quyidagicha izohlash mumkin.



$\varphi < 90^0$ da ho‘llanadi $\qquad$ $\varphi > 90^0$ da ho‘llanmaydi

2.3.1.1-rasm

Ikki qo‘shni suyuqlik molekulalari orasidagi tortishish kuchi F_1, ikki qo‘shni turgan suyuqlik va sirt molekulalari orasidagi tortishish kuchi F_2 bo‘lsin. Sirtning ho‘llanish va ho‘llanmaslik shartlari quyidagicha bo‘ladi:

Agar $F_1 < F_2$ bo‘lsa, sirt ho‘llanadi, bunda $\varphi < 90^0$ bo‘ladi.

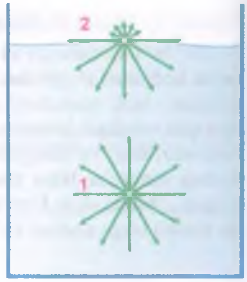
Agar $F_1 > F_2$ bo‘lsa, sirt ho‘llanmaydi, bunda $\varphi > 90^0$ bo‘ladi.

Sirt taranglik kuchi va sirt taranglik kuchi:

Sachratib yuborilgan suyuqlik tomchilari darrov shar shaklini egallashini bilamiz. Xo‘sh, buning sababi nimada? Buning sababini quyidagicha izohlash mumkin:

Hajmlari teng va har xil geometrik shakllarga ega bo‘lgan jismlar, masalan shar, kub, parallepiped, prizma, konus va slindrlarni olib ularning tashqi sirt yuzalarini hisoblab chiqaylik. Hisoblashlar shuni ko‘rsatadiki, eng kichik tashqi sirtga ega bo‘lgan jism —bu shar sirti ekan. Nafaqat yuqorida keltirilgan jismlar orsida, balki tabiatda har qanday shaklga ega bo‘lgan teng hajmli jismlar ichida shar eng kichik tashqi yuzaga ega bo‘lgan jism shar bo‘lar ekan. Demak, vaznsizlik holatida suyuqlik minimal tashqi yuzaga ega bo‘lishga, ya’ni shar shaklini egallashga intilar ekan. Demak, suyuqlik tashqi erkin sirtini mumkin qadar qisqartishga intiladigan qandaydir ichki kuch mavjud ekan.

Idishga suyuqlik solamiz va suyuqlik ichida hamda suyuqlikning erkin sirtida bittadan molekula tanlaymiz. Suyuqlik ichidagi molekula bir xil uzoqlikda xuddi Shunday molekulalar bilan o'ralgan. Bu molekulani hamma tomondan bir xil miqdordagi kuchlar tortib turadi va bu kuchlar o'zaro kompensatsiyalashadi. Ikkinchi molekulani esa ichki tomondan suyuqlik molekulalari kattaroq kuchlar bilan, tashqi tomondan esa havo molekulalari ancha kichik kuchlar bilan tortib turadi. Havo molekulalari orasidagi masofa suv molekulalari orasidagi masofadan taxminan $8-10$ marta katta bo'lgani uchun havo molekulalarining ta'sir kuchlari suv molekulalrinikidan $64-100$ marta kichik deb hisoblashimiz mumkin. Suyuqlik sirtidagi ikkinchi molekulaga ta'sir qila digan barcha kuchlarning teng ta'sir etuvchisi suyuqlik sirtiga perpendikulyar va ichkari tomonga yo'nalgan bo'lib chiqadi. Ana shu kuch suyuqlikning erkin sirtini minimalashtirishga intiladi va ***sirt taranglik kuchi*** deyiladi.



2.3.1.2-rasm

Suyuqlikning erkin sirtidagina mavjud bo'lib, erkin sirtga tik holda suyuqlik ichiga tomon yo'nalgan va suyuqlik erkin sirtini mumkin qadar kichraytiradigan kuch sirt taranglik kuchi deyiladi.

Sirt taranglik kuchi faqat suyuqlikning erkin sirtidagina mavjud bo'lib, uning ta'sir zonasi molekulalararo masofaga teng. Suyuqlikning ichki qismida esa sirt taranglik kuchi mavjud emas.

Sirt taranglik kuchi suyuqlikning erkin sirti tegib turgan liniya uzunligiga to'g'ri proporsional.

$$F_{tar} \sim \ell$$

Proporsionallikdan tenglikka o'tishda koeffitsient kiritiladi.

$$\boxed{F_{tar} = \sigma \ell}$$

Bu erda: $\sigma = \frac{F_{tar}}{\ell}$ $\left[\frac{N}{m} = \frac{J}{m^2}\right]$ — suyuqlikning sirt taranglik koeffitsienti.

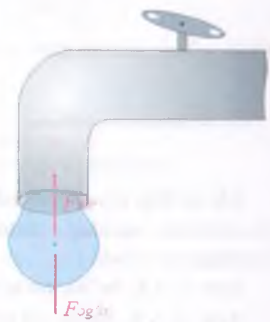
Masalan, sirt taranglik koeffitsienti suv uchun $\sigma = 72\frac{mN}{m}$, kerosin uchun $\sigma = 24\frac{mN}{m}$ qiymatga ega.

Suyuqlik ***sirt taranglik koeffitsienti*** deb, suyuqlik erkin sirtini chegaralovchi konturning uzunlik birligiga ta'sir qiluvchi va suyuqlik sirtiga urinma bo'ylab yo'nalgan kuchga miqdor jihatidan teng bo'lgan fizik kattalikka aytiladi.

σ ning qiymati suyuqlik turiga va temperaturaga bog'liq. Molekulalari orasidagi ta'sir kuch katta bo'lgan suyuqliklarda σ ning qiymati katta bo'ladi. Temperatura oshgan sari bu qiymat kamayib boradi va suyuqlik va uning bug'i orasidagi farq yo'qoladigan kritik temperaturada $\sigma = 0$ bo'ladi.

Sirt taranglik koeffitsientini bilgan holda jo'mrakdan tomadigan tomchi massasini aniqlash mumkin.

$$\boxed{m = \frac{2\pi\sigma R}{g}}$$


2.3.1.3-rasm

<u>**Isboti:**</u> jo'mrakdan tomadigan tomchi og'irligi sirt taranglik kuchiga tenglashguncha kattalashdi va tenglashganda tomchi uziladi. $F_{tar} = F_{og'ir}$

$$\sigma\ell = mg, \quad \rightarrow \quad \sigma \cdot 2\pi R = mg, \quad \rightarrow \quad m = \frac{2\pi\sigma R}{g}.$$

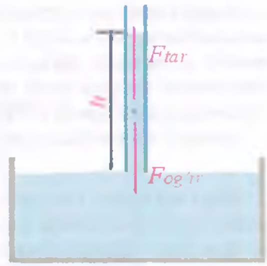
Kapillyar hodisalar:

Suv doimo pastga qarab oqishini bilamiz. Lekin, suv soyga oqar ekan, nega daraxt ildizlari pastdan tepadagi shox va barglargacha suvni etkazib beradi? Baland teraklarning uchidagi barglarda ham suv bo'ladi. Axir bu erda suv tepaga oqyaptiku?

Kapillyar (yupqa) naychalarda suyuqlik ustunining ko'tarilish hodisasi ***kapillyar hodisa*** deyiladi. Kapillyar hodiaslariga sabab, sirt taranglik kuchining mavjudligidir.

R radiusli kapillyar naychada suyuqlikning ko'tarilish balandligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{h=\frac{2\sigma}{\rho R g}}$$



2.3.1.4-rasm

Isboti: ko‘tarilish toki suyuqlik ustunining og‘irligi sirt taranglik kuchiga tenglashguncha davom etadi va tenglashganda to‘xtaydi. $F_{tar}=F_{og'ir}$

$$\sigma\ell=mg,\ \rightarrow\ \sigma\cdot 2\pi R=\rho\pi R^2 hg,\ \rightarrow\ h=\frac{2\sigma}{\rho R g}$$

Agar kapillyar naychaning ko‘ndalang kesimi tomoni a bo‘lgan kvadratdan iborat bo‘lsa, ustunning ko‘tarilish balandligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{h=\frac{4\sigma}{\rho a g}}$$

Isboti: ko‘tarilish toki suyuqlik ustunining og‘irligi sirt taranglik kuchiga tenglashguncha davom etadi va tenglashganda to‘xtaydi. $F_{tar}=F_{og'ir},\ \rightarrow\ \sigma\ell=mg,\ \rightarrow\ \sigma\cdot 4a=\rho a^2 hg,\ \rightarrow\ h=\frac{4\sigma}{\rho a g}$

Agar kapillyar naychaning ko‘ndalang kesimi tomoni a va b bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakdan iborat bo‘lsa, ustunning ko‘tarilish balandligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{h=\frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$$

Isboti: bunda ham avvalgilar kabi ko‘tarilish toki suyuqlik ustunining og‘irligi sirt taranglik kuchiga tenglashguncha davom etadi va tenglashganda to‘xtaydi.

$$F_{tar}=F_{og'ir},\ \rightarrow\ \sigma\ell=mg,\ \rightarrow\ \sigma\cdot 2(a+b)=\rho abhg,\ \rightarrow\ h=\frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

Orasidagi masofa d bo‘lgan ikkita uzun parallel plastinka orasidagi suyuqlikning ko‘tarilish balandligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{h=\frac{2\sigma}{\rho d g}}$$

Isboti: avvalgi misolda $a=d$, $b=\infty$ desak javobni olamiz.

$$h=\frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{\infty}\right)=\frac{2\sigma}{\rho g}\left(\frac{1}{d}+0\right)=\frac{2\sigma}{\rho d g}$$

Agar kapillyar naycha idishi bilan birgalikda a tezlanish bilan ko‘tarilayotgan liftga o‘rnatilgan bo‘lsa, axvol o‘zgaradi. Kapillyar ichidagi suyuqlik og‘irlashadi va ko‘tarilish avvalgidan kamroq bo‘ladi. Yuqoridagi to‘rtta formula quyidagi ko‘rinishlarni oladi.

$$h=\frac{2\sigma}{\rho R(g+a)}\qquad h=\frac{4\sigma}{\rho a(g+a)}$$

$$h=\frac{2\sigma}{\rho(g+a)}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\qquad h=\frac{2\sigma}{\rho d(g+a)}$$

Agar kapillyar naycha idishi bilan birgalikda a tezlanish bilan pastga tushayotgan liftga o‘rnatilgan bo‘lsa, axvol yana o‘zgaradi. Kapillyar ichidagi suyuqlik engillashadi va ko‘tarilish avvalgidan ko‘proq bo‘ladi. Yuqoridagi to‘rtta formula quyidagi ko‘rinishlarni oladi.

$$h=\frac{2\sigma}{\rho R(g-a)}\qquad h=\frac{4\sigma}{\rho a(g-a)}$$

$$h=\frac{2\sigma}{\rho(g-a)}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\qquad h=\frac{2\sigma}{\rho d(g-a)}$$

Agar kapillyar nay va ho‘llovchi suyuqlik vaznsizlik holatida (erkin tushayotgan Yoki kosmik kemada) bo‘lsa, $h\rightarrow\infty$ bo‘lib, suyuqlik nayning butun uzunligini egallab oladi.

Suyuqlik erkin sirt potensial energiyasi:

Suyuqliklarda sirt taranglik kuchi hisobiga erkin sirtining qisqarishi kuzatiladi va sirtdagi ba'zi molekulalar suyuqlik ichiga o'tishga to'g'ri keladi. Molekula suyuqlik ichiga o'tganda sirt taranglik kuchi musbat ish bajaradi. Aksincha, ichkaridagi molekulani suyuqlik sirtiga chiqarish uchun esa tashqi kuchlar sirt taranglik kuchiga qarshi ish bajarish kerak. Binobarin, suyuqlik sirt qatlamini hosil qilgan molekulalar ichkaridagiga qaraganda ortiqcha potensial energiyaga ega.

Suyuqlik erkin sirtining potensial energiyasi uning sirt yuzasiga proporsional.

$$\boxed{W = \sigma S \quad [J]}$$

Bizga ma'lumki, har qanday sistema potensial energiyasi minimal holatga o'tishga intiladi. Shuning uchun muvozonat holatda suyuqlik minimal tashqi yuzaga ega bo'lishi kerak. Minimal tashqi sirtga ega bo'lgan jism — bu shar demakdir. Shuning uchun kosmik kemada, umuman vaznsizlik holatida suyuqlik tomchisi shar shaklini egallaydi.

Suyuqlikning erkin sirtini oshirish uchun sirt taranglik kuchiga qarshi tashqi kuch ish bajarish kerak. Bajariladigan ish dastlabki va oxirgi potensial energiyalar farqiga teng bo'ladi. Bunga quyidagi misollarni keltirishimiz mumkin.

Sovun pufagi radiusini R_1 dan R_2 gacha oshirishda tashqi kuchning bajargan ishi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{A = W_2 - W_1 = 4\pi\sigma\left(R_2^2 - R_1^2\right)}$$

Har birining erkin sirt potensial energiyasi W_0 bo'lgan n ta tomchi qo'shilishidan hosil bo'lgan katta tomchining potensial energiyasi W va ichki energiyaning ortishi ΔU quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{W = \sqrt[3]{n^2}\cdot W_0, \qquad \Delta U = \left(n - \sqrt[3]{n^2}\right)\cdot W_0}$$

Isboti: Hammasi bo'lib n ta tomchida $n \cdot W_0$ potensial energiya bor edi. Kichkina tomchining radiusi R_0 bo'lsa, katta tomchining radiusi esa R bo'ladi. Bunda katta tomchining hajmi kichik tomchilar hajmlari yig'indisiga teng, ya'ni $V = n \cdot V_0$ bo'ladi. $\frac{4}{3}\pi R^3 = n\cdot\frac{4}{3}\pi R_0^{\ 3}$, $\rightarrow$ $R = \sqrt[3]{n}\cdot R_0$. Erkin sirt potensial energiyalaridan foydalanmiz. $\begin{cases} W_0 = 4\pi\sigma R_0^2 & (1) \\ W = 4\pi\sigma R^2 & (2) \end{cases}$, $(2):(1)$ $\rightarrow$ $\frac{W}{W_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt[3]{n}\cdot R_0}{R_0}\right)^2 = \sqrt[3]{n^2}$.

Bu erdan $W = \sqrt[3]{n^2}\cdot W_0$ kelib chiqadi. Ko'rinib turibdiki, $W \neq n\cdot W_0$ ekan. Demak tomchilar qo'shilayotganda ichki ishqalanish tufayli mexanik energiya ichki energiyaga aylanmoqda. Ichki energiyadagi o'zgarish dastlabki va oxirgi potensial energiyalar farqiga teng bo'ladi. $\Delta U = n\cdot W_0 - \sqrt[3]{n^2}\cdot W_0 = \left(n - \sqrt[3]{n^2}\right)\cdot W_0$.

2.3.2. Mavzu: Bug' va uning xossalari.

Bug'lanish:

Bug'lanish – suyuqlik molekulalarining suyuqlik sirtini uzib chiqib gaz holatiga o'tish hodisasidir.

Suyuqlikning qotish temperaturasi bilan, qaynash temperaturasi oralig'ida har qanday temperaturada bug'lanish sodir bo'ladi. Suyuqlik molekulasining kinetik energiyasi sirt taranglik kuchini engib chiqib ketishga etsa, u bug'lanadi.

Ma'lumki, suyuqlik sirtidan ko'tarilgan molekulalarning hammasi ham butunlay suyuqlik sirtidan uzoqlashib ketavermaydi. Bug'langan molekulalar betartib xaotik harakatda ishtirok etgani bois, "adashgan" molekulalar yana qaytib suyuqlikka qulashi ham ehtimoldan holi emas. "Adashgan" molkulalar sonini kamaytirish uchun idishning og'zi keng, suyuqlik sirti idish og'ziga yaqin va tashqarida shamol esib turgan bo'ishi kerak. Undan tashqari, atmossfera bosimi va namligi past, temperaturasi esa yuqori bo'lsa, bug'lanish jadal bo'ladi.

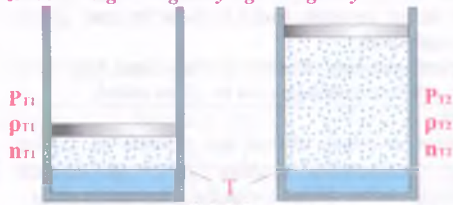
Shunday qilib, bug'lanish jadalligi tashqi atmosfera bosimi, temperatursi va namligiga, idish og'zining yuzasiga, shamolning tezligiga bog'liq bo'lar ekan.

To'yingan bug':

Agar idish og'zi berk tursa, istagancha uzoq vaqt o'tsa hamki idishdagi suyuqlik kamaymaydi. Bunda qanday jarayon yuz berishini tekshirib ko'raylik. Suyuqlik solingan slindrik idishning og'zini porshen bilan berkitaylik *(2.3.2.1-rasm)*. Dastlab bir sekund vaqt ichida suyuqlik sirtidan bug'langan molekulalar soni shu vaqt ichida suyuqlikka qaytib tushgan molekulalar sonidan ortiq bo'ladi. Biroz vaqt o'tgach bir sekund vaqt ichida bug'lanayotgan molekulalar soni shu vaqt ichida suyuqlikka qaytib tushayotgan molekulalar soniga teng bo‘lib qoladi. Shunday qilib, suyuqlik va uning bug‘i orasida harakatchan (dinamik) muvozonat qaror topadi.

O‘zining suyuqligi bilan dinamik muvozonatda turgan bug‘ to‘yingan bug‘ deyiladi.

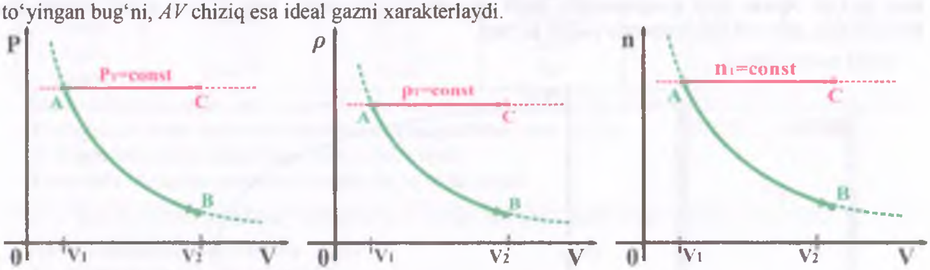
$$\begin{cases} P_{T1} = P_{T2} \\ \rho_{T1} = \rho_{T2} \\ n_{T1} = n_{T2} \end{cases}$$



2.3.2.1 -rasm

Aynan bitta temaperaturada to‘yingan bug‘ning bosimi (yoki zichligi yoki konsentratsiyasi) aynan bitta qiymatga ega bo‘ladi. Hajmni o‘zgartirish bilan to‘yingan bug‘ning bosimini (yoki zichligini yoki konsentratsiyasini) o‘zgartirib bo‘lmaydi. Ya’ni, o‘zgarmas temperaturada to‘yingan bug‘ning bosimi (yoki zichligi yoki konsentratsiyasi) Boyl-Mariott qonunuiga bo‘ysunmaydi.

Bunga quyidagicha ish qilib ishonch hosil qilishimiz mumkin. Endi porshenni yuqoriga siljitib to‘yingan bug‘ hajmini oshirsak, to‘yingan bug‘ darhol to‘yinmagan bug‘ga aylanadi. Ya’ni biror vaqt ichida bug‘lanayotgan molekulalar soni kondensatsiyalanyotgan molekulalar sonidan ko‘proq bo‘lib qoladi. Lekin bu hodisa uzoq davom emaydi. Biroz vaqt o‘tgach yana avvalgi dinamik muvozonat qaror topadi. Avvalgi to‘yingan bug‘ bosimi (yoki zichligi yoki konsentratsiyasi) tiklanadi. Idish hajmini qanchaga kengaytirsak shu hajm avvalgi zichlikdagi to‘yingan bug‘ bilan to‘ldi, suyuqlik sirtidan qo‘shimcha massa bug‘landi. Agar tajribani teskarisiga bajarsak, ya’ni porshenni siqsak nima bo‘ladi? Bunda dastlab bug‘lanayotgan molekulalardan kondensatsiyalanayotgan molekulalar ko‘proq bo‘ladi. Biroz vaqt o‘tgach dinamik muvozonat qaror topadi. Hajm qanchaga kamaygan bo‘lsa, shu hajmga to‘g‘ri kelgan suyuqlik bug‘lari kondensatsiyalanib ketadi. Demak, hajmni o‘zgartirish bilan to‘yingan bug‘ning bosimini (yoki zichligini yoki konsentratsiyasini) o‘zgartirib bo‘lmas ekan. Quyidagi rasmlarda to‘yingan bug‘ va oddiy ideal gaz uchun bosim, zichlik va konsentratsiyaning o‘zgarmas temperatura sharoitida hajmga bog‘lanish grafiklari tasvirlangan bo‘lib, to‘yingan bug‘ning bosimi (yoki zichligi yoki konsentratsiyasi) Boyl-Mariott qonunuiga bo‘ysunmasligini bilib olish mumkin. Rasmda *AS* chiziq to‘yingan bug‘ni, *AV* chiziq esa ideal gazni xarakterlaydi.



2.3.2.2-rasm

To‘yingan bug‘ bosimining haroratga bog‘liqligi:

T temperaturadagi to‘yingan bug‘ bosimi quyidagicha topiladi:

$$\boxed{P_T = \frac{\rho R T}{M} \quad yoki \quad P_T = n_T k T}$$

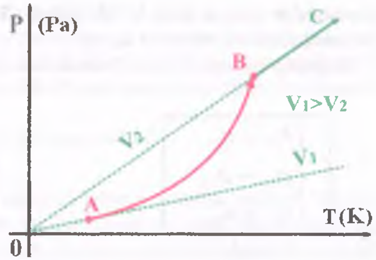
Bu erda: n_T – to‘yingan bug‘ning *T* temperaturadagi konsentratsiyasi.

Berk idishga solingan suyuqlikning to‘yingan bug‘ining bosimi temperatura ortishi bilan ortib boradi. Lekin bosim ortishi izoxorik jarayondagiga qaraganda jadalroq bo‘ladi. Chunki temperaturani oshirganda dastlabki to‘yingan bug‘ning bosimi chiziqli oshadi. Undan tashqari suyuqlik sirtidan qo‘shimcha massa bug‘lanadi.

AB–to‘yingan bug‘ bosimi. Idishda suyuqlik ham, bug‘ ham bor.

B nuqta – suyuqlikning bug‘lanaverib tugab qolish nuqtasi. Idishdagi suyuqlik uncha ko‘p bo‘lmagani uchun bug‘lanib tugab qoldi.

BC–to‘yinmagan bug‘ bosimi. Idishda faqat bug‘ bor. Endi bosim ortishi izoxorik jarayon bo‘yicha oshadi.



2.3.2.3-rasm

Qaynash:

Plita ustiga qo‘yilgan idishga suv solamiz va qizdira boshlaymiz. Temperatura taxmina 70^0C ga etganda suyuqlik tubidan kichik-kichik pufakchalar ko‘tarilib chiqa boshlaydi va vijillagan ovoz eshitiladi. Buning sababi temperatura ko‘tarilganda suyuqlik ichidagi to‘yingan bug‘ hajmi kengayib, kichik pufakcha shaklini egallaydi. Lekin, pufakcha ko‘tarilayotib suyuqlikning sirtki qatlamida past temperaturaga duch keladi va tezda kondensatsiyalanib yorilish (puchayish) sodir bo‘ladi. Hamma pufakchalarning bunday yorilishlari qo‘shilib, o‘ziga xos vijillagan shovqinni hosil qiladi. Harorat taxminan 95^0C gacha etganda shovqin to‘xtaydi. Bunda idish tubidagi temperatura idish yuzirdagi temperaturaga teng bo‘lib qolgani tufayli pufakcha yorilishlari to‘xtaydi. Temperatura 100^0Cgacha etganda suyuqlik ichidagi to‘yingan bug‘ bosimi tashqi atmosfera bosimiga tenglashadi va pufakcha tez kattalashib qaynash boshlanadi.

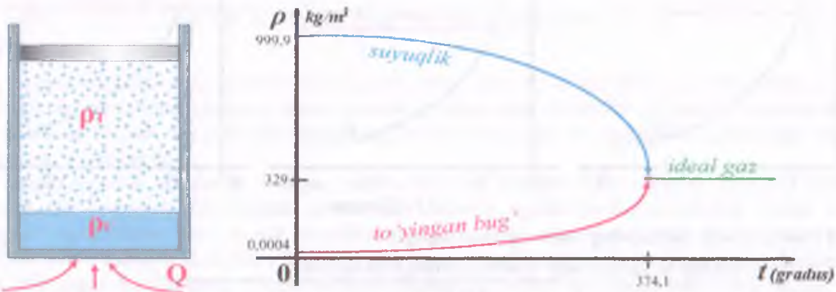
Suyuqlik ichidagi to‘yingan bug‘ bosimi tashqi atmosfera bosimiga tenglashganda qaynash hodisasi ro‘y beradi.

Tashqi atmosfera bosimi qancha kichik bo‘lsa, suyuqlik Shuncha past temperaturada qaynaydi. Mas: Pomir tog‘i cho‘qqisisda ($h = 7200\,m, P_{atm} = 40\,kPa$) suv 70^0C da qaynaydi. Bu joyda suyuq ovqat pishirib bo‘lmaydi. Chunki ovqatning suyuqligi qaynab-qaynab tugab ketadi-yu, lekin ichidagi masalliqlar pishmay qoladi. Chunki haroratni 70^0C dan oshirishning iloji yo‘q.. $P = 1{,}6\,MPa$ bosimda esa suyuqlik 200^0C da ham qaynamaydi.

Hech bir suyuqlikning temperaturasini qaynash temperaturasidan oshirib bo‘lmaydi. Tashqaridan uzatilgan issiqlik isitishgamas, balki bug‘lashga sarflanadi.

Normal atmosfera bosimida qaynayotgan hamma suyuqlikning to‘yingan bug‘i bosimi *101325 Pa* ga teng bo‘ladi. Aynan bitta temperaturada qaysi suyuqlikning to‘yingan bug‘ bosimi kichik bo‘lsa, shu suyuqlikning qaynash temperaturasi yuqori bo‘ladi.

Kritik temperatura:



2.3.2.4-rasm

Ma’lumki, suyuqlikning 4^0C temperaturadagi zichligi eng katta bo‘lib, taxminan $1000\,kg/m^3$ ga teng. Bu temperatura atrofida suv molekulalari H_2O dan tashqari $(H_2O)_2$ va $(H_2O)_3$ ko‘rinishlarda ko‘proq uchraydi. 4^0C dan kichik temperaturada H_2O ko‘rinishdagi molekulalar ko‘proq bo‘lgani uchun ko‘proq hajm egallab, zichligi kamroq bo‘ladi. 4^0Cdan katta temperaturalarda esa chiziqli kengayish hisobiga zichlik kamayib boradi.

Suvi bor idish og‘zini porshen bilan berkitib uni qizdira boshlaymiz. Idishdagi suyuqlik etralicha ko‘proq bo‘lish kerakki, qizdirganda bug‘lanaverib tugab qolmasin. Temperaturani oshirib borgan sari suyuqlik zichligi kamayib, to‘yingan bug‘ining zichligi esa ortib boradi. Temperatura shunday bir qiymatga etadiki, bunda suyuqlik va uning to'yingan bug'i zichligi teng bo'lib qoladi, grafikdagi ikkita egri chiziq tutashib ketadi. Endi ularning qaysi biri suyuqligu, qaysi biri to'yingan bug' ekanini bilib bo'lmay qoladi, ularning orasida farq yo'qoladi.

Suyuqlik va uning to'yingan bug'i orasidagi farq yo'qoladigan temaperatura kritik temperatura deyiladi.

Quyidagi jadvalda turli temperaturalarda suvning zichligi, to'yingan bug'ning bosimi va zichligi berilgan.

Temperatura, (^0C)	Suvning zichligi (kg/m^3)	Bug'ning zichligi (kg/m^3)	Bosim ($\cdot 10^5 Pa$)
0	999,9	$4\cdot10^{-3}$	0,006
50	988	$8,3\cdot10^{-2}$	0,122
100	958	0,6	1,013
150	917	2,5	4,75
200	863	8,0	15,54
250	799	19,9	39,76
300	712	46,2	85,88
350	575	113,6	165,34
374,1	329	329,0	217,72

Kriik temperaturadan yuqori temperaturada hech bir gazni qanchalik siqmaylik suyuqlikka aylantirib bo'lmaydi. Agar gaz o'ta yuqori bosimda ham suyuqlikka aylanmayotgan bo'lsa, demak biz gazni hali etarlicha sovitmaganmiz.

Gazning kritik temperaturadaga bosimi ***kritik bosim*** deyiladi. Gazni suyuqlikka aylantirish uchun uni kritik temperaturagacha sovitishning o'zi kifoya qilmasdan, balki kritik bosimgacha siqish ham kerak bo'ladi. Quyidagi jadvalda turli gazlar uchun kritik temperatura va kritik bosimning qiymatlari berilgan.

Modda	Temperatura. (^0C)	Bosim ($\cdot10^5 Pa$)	Modda	Temperatura. (^0C)	Bosim ($\cdot10^5 Pa$)
Geliy (He^3)	-269,8	1,18	Kislorod	-118,85	50,34
Geliy (He^4)	-267,5	2,29	Metan	-82,55	46,39
Vodorod	-239,95	13,29	Karb.angid.	31,05	73,94
Neon	-228,85	26,23	Ammiak	132,45	112,94
Azot	-147,15	33,93	Xlor	143,95	77,08
Argon	-122,05	48,62	Suv	374,1	217,72

Kritik temperaturadan past temperaturada turgan gazni uch xil usulda suyuqlikka aylantirish mumkin:

1) o'zgarmas hajm sharoitida shudring nuqtasigacha sovitish orqali;
2) o'zgarmas temperatura sharoitida siqish orqali;
3) sovitish va siqish amallarini birgalikda bajarish orqali.

2.3.3. Mavzu: Absalyut namlik. Nisbiy namlik. Yog'ingarchilik. Psixrometr.

Havoning namligi ikki turga bo'linadi:

1) Absalyut namlik yoki elastiklik;
2) Nisbiy namlik.

Absalyut namlik:

Absalyut namlik deb havo tarkibidagi birlik hajmdagi suv bug'ining grammlarda ifodalangan massasiga aytiladi.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V} \quad \left[\frac{kg}{m^3}\right]}$$

Absalyut namlikni havodagi suv bug'ining zichligi deyish mumkin.

Nisbiy namlik:

Suv bug'ining ***parsial bosimi (yoki parsial zichligi yoki parsial konsentratsiyasi)*** deb, atmosfera bosimining (yoki zichligining yoki konsentratsiyasining) faqat suv bug'lariga to'g'ri kelgan hissasiga aytiladi va P_0 (yoki ρ_0 yoki n_0) bilan belgilanadi.

Havoning nisbiy namligi deb, atmosferadagi suv bug'i parsial bosimining (yoki zichligining yoki konsentratsiyasining) shu temperaturadagi to'yingan bug' bosimiga (yoki zichligiga yoki konsentratsiyasiga) nisbatiga teng bo'lgan kattalikka aytiladi va φ bilan belgilanadi.

$$\boxed{\varphi = \frac{P_0}{P_T}\cdot 100\%, \qquad \varphi = \frac{\rho_0}{\rho_T}\cdot 100\%, \qquad \varphi = \frac{n_0}{n_T}\cdot 100\%}$$

Nisbiy namliy havoning suv bug'lari to'yinishga qanchalik yaqin yoki undan qanchalik uzoq ekanligini bildiradi. Agar havo suv bug'lariga to'yingan bo'lsa $\varphi = 100$ % bo'ladi.

Nisbiy namlik qancha yuqori bo'lsa, suv bug'i shuncha to'yinishga yaqin bo'ladi va bug'lanish shunchalik sustlasha boradi. Namlik yuqori bo'lganda dorga osilgan kiyimlarning qurishi qiyin bo'ladi. Agar havo suv bug'lariga to'yingan bo'lsa, ya'ni, nisbiy namlik 100 % bo'lsa, dorga osilgan kiyimlar hech qachon qurimaydi.

Turli xil namlikdagi havolar aralashtirilganda qaror topadigan namlik o'rta vaznlilik qoidasiga bo'ysunadi.

Agar hajmlari V_1, V_2, V_3,..., V_n bo'lgan ballonlardagi nisbiy namliklar mos holda φ_1, φ_2, φ_3,..., φ_n bo'lsa, ularni ingichk anay bilan tutashtirishdan hosil bo'ladigan natijaviy nisbiy namlik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\varphi_{nat} = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2 + \varphi_3 V_3 + \ldots + \varphi_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n}}$$

<u>**Isboti:**</u> Har bir idishdagi namlikni bilgan holda har bir idishdagi suv bug'i massalarini aniqlash mumkin.

$$\begin{cases} \varphi_1 = \dfrac{\rho_{01}}{\rho_T} = \dfrac{m_1}{V_1\,\rho_T} \\ \varphi_1 = \dfrac{\rho_{01}}{\rho_T} = \dfrac{m_1}{V_1\,\rho_T} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \varphi_1 = \dfrac{\rho_{01}}{\rho_T} = \dfrac{m_1}{V_1\,\rho_T} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \phi_1\,V_1\,\rho_T \\ m_1 = \phi_2\,V_2\,\rho_T \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ m_n = \phi_n\,V_n\,\rho_T \end{cases}$$

Idishlar tutashtirilganda hajmlar va massalar qo'shilib ketadi. $\begin{cases} V_{um} = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n \\ m_{um} = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n \end{cases}$

$$m_{um} = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n = \varphi_1 V_1 \rho_T + \varphi_2 V_2 \rho_T + \varphi_3 V_3 \rho_T + \ldots + \varphi_n V_n \rho_T = (\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2 + \varphi_3 V_3 + \ldots + \varphi_n V_n)\rho_T$$

$$\varphi_{nat} = \frac{m_{y.u}}{V_{yu}\,\rho_T} = \frac{(\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2 + \varphi_3 V_3 + \ldots + \varphi_n V_n)\rho_T}{(V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n)\rho_T} = \frac{\varphi_1 V_1 + \varphi_2 V_2 + \varphi_3 V_3 + \ldots + \varphi_n V_n}{V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_n}$$

Atmosfera temperaturasi ko'tarilib borgan sari havo suv bug'lariga to'yinishdan uzoqlashib, nisbiy namlik pasayib boradi.

Agar t_1 haroratda to'yingan bug'ning bosimi P_{T1}, nisbiy namlik φ_1 bo'lsa, t_2 $(t_2 > t_1)$ haroratda to'yingan bug'ning bosimi berilgan bo'lsa, bu holatda nisbiy namlik φ_2 quyidagicha:

$$\boxed{\varphi_2 = \frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{P_{T1}}{P_{T2}}\cdot\varphi_1}$$

<u>**Isboti:**</u> t_1 haroratdagi namlik $\varphi_1 = \frac{P_{01}}{P_{T1}}$ bo'ladi. Bundan parsial bosim $P_{01} = \varphi_1 \cdot P_{T1}$ bo'ladi. Izoxorik jarayonda bosim va temperatura orasidagi bog'lanish $\frac{P_{02}}{P_{01}} = \frac{T_2}{T_1}$ ekanligidan $P_{02} = \frac{T_2}{T_1}\cdot P_{01} = \frac{T_2}{T_1}\cdot\varphi_1 P_{T1}$ ni aniqlaymiz. t_2 $(t_2 > t_1)$ haroratda nisbiy namlik $\varphi_2 = \frac{P_{02}}{P_{T2}} = \frac{T_2}{T_1}\cdot\frac{P_{T1}}{P_{T2}}\cdot\varphi_1$ kelib chiqadi.

Nisbiy namlik inson hayotida ham muhim o'rin tutadi. Nisbiy namlik 60–70% oralig'ida bo'lishi inson salomatligi uchun eng optimaldir. Nisbiy namliy to'yinishga juda yaqin bo'lganda holsizlanish va yurak bezovta qilishi kabi holatlar kuzatiladi. Ayniqsa bu keksa kishilar va yurak xuruji bor kishilar uchun juda xavflidir. Havo juda quruq bo'lishi esa teridan ko'p suv bug'lanishiga olib keladi. Oqibatda teri, yuz va lablar qurub yorila boshlaydi, teri kasalligiga chalinishga olib kelishi mumkin. Shuning uchun $\varphi<40\%$ bo'lsa o'ta quruq, $\varphi = 40 - 60$ % bo'lsa quruq, $\varphi=60–70\%$ bo'lsa normal, $\varphi>70\%$ bo'lsa nam havo hisoblanadi.

Misol:

Hajmi $V_1=1\ m^3$ bo'lgan idishdagi havo temperaturasi $t_1=20^0C$, nisbiy namlik $\varphi=60\%$. 20^0C temperaturada to'yingan bug' bosimi $\rho_{T\,20}=17{,}3\frac{g}{m^3}$ ga teng. Qanday usullar bilan havoni suv bug'lariga to'yintirish mumkin?

Yechish:

1-usul: hajm va temperaturani o'zgartirmasdan qo'shimcha massa suv bug'lash orqali.

Nisbiy namlik formulasidan berilgan hajmdagi suv bug'i massasini topamiz. $\varphi_{20}=\frac{\rho_{0.20}}{\rho_{T.20}}=\frac{m_0}{V_1\,\rho_{T.20}};\ \rightarrow\ m_0=\varphi_{20}V_1\,\rho_{T\,20}=0{,}6\cdot 1m^3\cdot 17{,}3\frac{g}{m^3}=10{,}4\,g$. Agar havo suv bug'lariga to'yinganda edi, unda berilgan hajmda $m_T=V\,\rho_T=1m^3\cdot 17{,}3\frac{g}{m^3}=17{,}3\,g$ suv bug'i bo'lardi. Demak, havoni suv bug'lariga to'yintirish uchun yana $\Delta m=m_T-m_0=17{,}3\,g-10{,}4\,g=6{,}9\,g$ massali qo'shimcha suv bug'lash kerak.

2-usul: hajmni o'zgartirmasdan shudring nuqtasigacha sovitish orqali.

Idishdagi suv bug'ining parsial zichligi $\rho_{0\,20}=\varphi_{20}\cdot\rho_{T\,20}=0{,}6\cdot 17{,}3\frac{г}{м^3}=10{,}4\frac{g}{m^3}$ ga teng. Jadvaldan foydalanib to'yingan bug' bosimining aynan shu qiymatga $t_2=11{,}5^0C$ da teng bo'lishini bilamiz, ya'ni $\rho_{T\,11,5}=10{,}4\frac{g}{m^3}$. Hajmni o'zgartirmasdan temperaturani $t_1=20^0C$ dan $t_2=11{,}5^0C$ gacha, ya'ni shudring nuqtasigacha sovitish kerak.

3-usul: temperaturani o'zgartirmasdan siqish orqali.

Idish hajmini dastlabki $V_1=1\ m^3$ bo'lgan hajmdan Shunday V_2 hajmgacha siqish kerakki, bunda parsial zichlik to'yingan bug' zichligiga teng bo'lib qolish kerak. Siqish vaqtida idish ichidagi bug' massasi o'zgarmay qoladi. $\rho_{T\,20}=\frac{m_0}{V_2}=\frac{\varphi_{20}V_1\,\rho_{T.20}}{V_2};\ \rightarrow\ V_2=\varphi_{20}\cdot V_1=0{,}6\cdot 1m^3=0{,}6m^3$.

Shunday qilib, havoni suv bug'lariga to'yintirishni 3 xil usulda: 1) $\Delta m=6{,}9\,g$ massali qo'shimcha suv bug'lash orqali; 2) temperaturani shudring nuqtasi $t_2=11{,}5^0C$ gacha sovitish orqali; 3) hajmni $V_2=0{,}6\,m^3$ gacha siqish orqali amalga oshirish mumkin ekan. Agar temperatura shudring nuqtasidan past $t_2<11{,}5^0C$ gacha sovitilsa Yoki hajm $V_2<0{,}6\,m^3$ gacha siqilsa idishdagi ortiqcha massa shudring bo'lib idish tagiga tusha boshlaydi.

Yog'ingarchiliklar:

Havoning suv bug'lariga to'yinadigan temperaturasi ***shudring nuqtasi*** deyiladi. Havo shudring nuqtasidan past temperaturagacha soviganda turli tabiiy hodisalar (shudring va qirov tushishi, yomg'ir, do'l va qor yog'ishi) kuzatiladi.

Shudring: bahor va kuzda ertalabki paytlarda o't-o'lanlar usti nam bo'lish, deraza oynasining ichki tomoni terlash hodisalarining guvohi bo'lganmiz. Buning sababini quyidagicha tushuntiramiz. Kunduzi kun issiq bo'lib ko'p miqdordagi suv atomosferaga bug'lanadi. Kechqurun esa havo shudring nuqtasidan past temperaturagacha sovish natijasida ortiqcha suv kondensatsiyalanib, erga, o't-o'lanlar ustiga tushadi va namiqib qoladi. Deraza oynasining temperaturasi tashqi atmosfera temperaturasiga teng bo'lgani bois, xonadagi suv bug'lari xaotik harakatlanib oynaga etib borganda shudring nuqtasigacha sovib kondensatsiyalanadi. Natijada deraza oynasining ichki tomoni terlab qoladi. Shuning uchun qishda tashqaridan kirib kelgan kishining ko'zoynagi terlab qoladi, yoki etarlicha qizdirilgandan keyin hammom devorlari ham terlab qoladi. Qishda shaxtada trubalarni ushlamasdan ham trubalardan qaysi biri issiq suv, qaysi biri sovuq suv ekanini darrov bilib olish mumkin. Terlab turgan tuba sovuq suv bo'ladi, albatta. Demak, havodagi suv bug'lari soviq jismlarga o'tirib qolish xususiyatiga ega ekan.

Qirov: erta bahor va kech kuzda ertalabki paytlarda o't-o'lanlar usti oppoq muzga o'xshash qirov bo'lib qolganini, deraza oynasining ichki tomoni xar xil shakldagi muz bilan qoplaganini ko'p ko'rganmiz. Yosh bolalar buni "Qorbobo oqshomda derazamizga sur'at chizib ketibdi" deyishadi. Buning sababini quyidagicha tuShuntiramiz. Bunda kechasi atmosfera temperaturasi nafaqat shudring nuqtasigacha, balki, $0^0\tilde{N}$ dan past temperaturagacha soviydi. Havodan kondensatsiyalanib tushgan yoki kondensatsiyalanib derazaning ichki oynasiga o'tirgan suv tomchilari muzlab qoladi.

Tuman: agar havo suv bug'lariga to'yinib turganda birdaniga qattiq sovuq tushsa, suv bug'i shudring bo'lib erga tushishga ulgurmaydi. Havo suv bug'lariga to'yingandan boshlab havoda mayda-mayda suv tomchilari paydo bo'la boshlaydi, suv bug'i havoning o'zida kondensatsiyalanishni boshlaydi. Natijada turgan joyida juda kichkina tomchiga aylanib havoning o'zida muallaq turaveradi. Juda ko'p sondagi bunday kichkina tomchilarning muallaq turishi tumanni hosil qiladi. Tuman – suv bug'i emas, balki suv tomchilaridir. Shuningdek, qishda dimog'imizdan chiqayotgan bug' emas, balki, mayda suv tomchilaridir.

Bulut: Bahorgi vaqtlarda ertalab osmon ochiq musaffo bo'lib, tushdan boshlab osmonda katta-katta bulutlar paydo bo'lishini ko'p kuzatganmiz. Buning sababini quyidagicha tuShuntiramiz. Ertalab kun ochiq bo'lganda Quyosh chiqib erni qizdiradi va katta massali suv nam tuproqdan bug'lanib osmonga ko'tariladi. Lekin, er sirtidan 1,5–2 km.balandlikdagi temperatura er sirtidagidan ancha past bo'lgani uchun o'sha balandlikda to'yinish sodir bo'ladi. Bu to'yinish tushlardan boshlanadi. To'yingan suv bug'lari ko'zimizga oppoq bulut bo'lib ko'rinadi.

Yomg'ir: Yomg'ir yog'ish oldidan bulutlarning tagidagi suv bug'lari to'yinadi, mayda tomchilarga aylanadi va bu tomchilar qo'shilish natijasida yirik tomchiga aylanadi. Yirik tomchilar bulutlardan uzilib yomg'ir bo'lib yog'a boshlaydi. Bulutlardan uzilish paytida tomchilar ancha yirik bo'ladi. Tushish paytida havoning qarshiligi, ya'ni olddan esgan shamol ta'sirida parchalanib odatdagi o'zimiz bilgan tomchilarga aylanadi.

Do'l: Yomg'ir tomchilari bulutlardan uzilish paytida bulutning tagi juda kuchli, ya'ni $0^0\tilde{N}$ dan past temperaturagacha sovisa, uzilayotgan tomchilar muzlab do'lga aylanadi.

Qor: Qor yog'ganda esa bulutlar tagida to'yinish bo'lganda kuchli sovish kuzatiladi. Juda kichik tomchichalar qo'shilib tomchiga aylanmasdan avval muzlaydi va o'ziga xos shakllardagi pag'a-pag'a qor parchalarini hosil qiladi.

Qishda absalyut namlik past, nisbiy namlik yuqori bo'ladi. Yozda esa absalyut namlik yuqori, nisbiy namlik past bo'ladi.

Psixrometr:

Nisbiy namlik ***psixrometr*** asbobi bilan o'lchanadi. Psixrometrda ikkita termometr bo'ladi. Ulardan birinchisi nam termometr, ikkinchisi esa quruq termometr deyiladi. Quruq termometr havo temperaturasini ko'rsatadi. Nam termometrga esa bir uchi suyuqlikka tushirilgan latta o'ralgan bo'ladi. Nisbiy namlik qancha past bo'lsa, ho'l lattadan suvning bug'lanishi shunchalik tez bo'ladi va nam termometrning ko'rsatishi quruq termometrnikidan shuncha past bo'ladi, latta termometrni shunchalik kuchli sovitadi. Agar havoning nisbiy namligi 100% bo'lsa, lattadan suv bug'lanishi sodir bo'lmaydi. Natijada ikkala termometr ham bir xil temperaturani, ya'ni xona temperaturasini ko'rsatadi. Termometrlar ko'rsatishlari farqiga qarab nisbiy namlikni aniqlaydigan maxsus tuzilgan jadval bo'ladi. Shu jadvaldan foydalanib nisbiy namlikni aniqlash mumkin. Bu jadval ilovada berilgan bo'lib, har bir psixrometr asbobining pasportida ham mavjud bo'ladi (2.3.3.1-rasm).

2.3.3.1-rasm

Misol:

$5{,}3x3{,}2x3$ o'lchamli xona devoriga osilgan psixrometrning quruq termometri *24^0C*ni, nam termometri esa *21^0C*ni ko'rsatmoqda. Psixrometrik jadvaldan foydalanib nisbiy namlikni toping. Shu xonada necha gram suv bug'i bor? *24^0C* temperaturada to'yingan bug' bosimi $\rho_{T24} = 21{,}8\frac{g}{m^3}$ ga teng.

Yechish:

Termomertlar ko'rsatishlari farqi *3^0C*. Psixrometrik jadvaldan foydalanib, satrlardan *24^0C* va ustunlardan *3^0C*ning kesishgan joyini topamiz va bundan nisbiy namlik $\varphi_{24}=77$ % ekanini ko'ramiz. Xonaning hajmi $V = 5{,}3m\cdot 3{,}2m\cdot 3m \approx 51m^3$ ga tengligini hisoblaymiz.Nisbiy namlik formulasi $\varphi_{24} = \frac{\rho_{0.24}}{\rho_{T24}}\cdot 100\%$ dan parsial zichlik $\rho_{024} = \varphi_{24}\cdot\rho_{T24} = 0{,}6\cdot 21{,}8\frac{g}{m^3} \approx 17\frac{g}{m^3}$ ekanini topamiz. Bundan foydalanib, xonadagi suv bug'i massasini topamiz, ya'ni $\rho_{024} = \frac{m_0}{V}$, $m_0 = \rho_{024}\cdot V = 17\frac{g}{m^3}\cdot 51m^3 = 867\,g$. Demak, xonadagi nisbiy namlik $\varphi_{24}=77$ % bo'lib, suv bug'i massasi esa *$m_0=867$ gramm* ekan.

3 – BO‘LIM. ELEKTRODINAMIKA ASOSLARI

Elektrodinamika–zaryadlangan jismlarning o‘zaro elektromagnit ta’sirini hamda bu ta’sirni uzatuvchi va materiyaning maxsus turi bo‘lgan elektromagnit maydonning xossasini va uning o‘ziga xos qonuniyatlarini o‘rganuvchi fizikaning bo‘limidir.

Hozirgacha fan aniqlagan ta’sir uzatishning asosiy to‘rtta turi: gravitatsion, elektromagnit, yadro va zaif ta’sirlar ichida elektromagnit ta’sir eng ko‘p tarqalgani bo‘lib, o‘zining xilma-xiligi bilan birinchi o‘rinda turadi. Bunga sirtning ishqalanish kuchi, muhitning qarshilik kuchi, kulon kuchi, amper kuchi, Lorens kuchi, elastiklik kuchi, tayanchning reaksiya kuchi va boshqa kuchlarni misol qilish mumkin. Bir qarashda elastiklik, ishqalanish, qarshilik va reaksiya kuchlari mexanik kuchlaridek tuyulsa-da, aslida deyarli barcha mexanik kuchlar elektromagnit ta’sirga kiradi. Chunki, yaqindan qaraganda moddani tashkil qilgan molekula va atomlar elektron qobiqlarga ega bo‘lib, bu qobiqlar orqali tortishish va itarishish kuchlari yuzaga keladi. Atom va molekulalarning joylashuv o‘rni o‘zgarganda ana shu elektron qobiqlar orqali tortish yoki itarish kuchlardan biri ustunlik qiladi. Ana shunda yuqorida aytilgan mexanik kuchlar yuzaga keladi.

Elektrodinamika oliy o‘quv yurtlarida alohida nazariy fan sifatida o‘tiladi. Lekin ushbu kitobda biz elektrodinamikaning asosini tashkil qiluvchi asosiy qonuniyatlar haqida o‘rganuvchiga mumkin qadar oson va tushunarli bo‘lishi uchun qisqacha to‘xtalamiz hamda sodda til bilan tuShuntirishga harakat qilamiz.

Ushbu kitobda elektrodinamika asoslari bo‘limini 4 qismga bo‘lib o‘rganamiz.

3.1. Elektr
3.2. Turli muhitda elektr toki
3.3. Magnetizm
3.4. Elektr tebranishlari va to‘lqinlari

3.1. ELEKTR

Ushbu bobda biz elektr zaryadi va uning ikki turi, elektr zaryadlarining o‘zaro ta’sir qonuni, elektr maydoni, elektr maydonida zaryadni ko‘chirishda bajarilgan ish, ekvipotensial sirlar va uning xossalari, o‘tkazgich va dielektriklarning xosalari, elektr sig‘im, elektr qarshilik, elektr toki, o‘zgarmas tok manbalari va boshqalar haqida ma’lumot beramiz.

3.1.1. Mavzu: Elektrlanish.

Jismlarning elektrlanishi:

Juda qadimdan quruq sochni taroq bilan taralganda taroq o‘ziga engil bo‘lgan narsalarni (masalan mayda qog‘oz bo‘laklarini) tortishi ma’lum bo‘lgan. Ushbu hodisa sababi ko‘pchilikni qiziqtirgan bo‘lsa-da, XVIII asrgacha noma’lumligicha qolib kelgan. Bu hodisani *“elektrlanish”* deb atashgan xolos (elektr so‘zi grekcha “elektron”–qahrabo so‘zidan olingan).

XVI asrda ingliz olimi Jilbert tomonidan bir qator tajribalar o‘tkazilib, qahrabodan tashqari shisha, ebonit, olmos, tog‘ xrustali, oltingugurt, smola va shu kabi boshqa jismlar ham ipak, jun, mo‘ynaga ishqalanganda o‘ziga engil narsani tortishi aniqlandi. Shuningdek taroqni sochga ishqalashdan tashqari shisha yoki plastmassani mo‘ynaga yoki sochga ishqalaganda, shishani charmga ishqalaganda ham o‘ziga engil narsalarni tortar ekan.

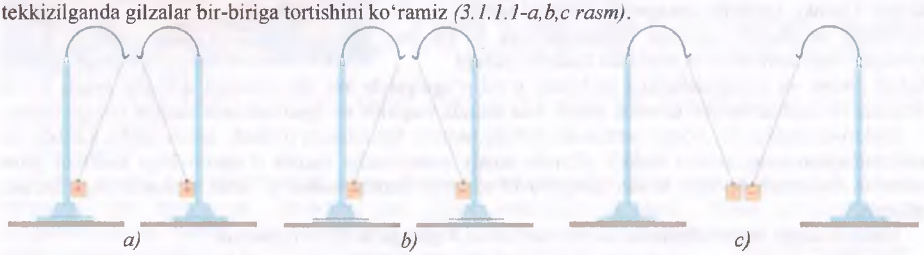
Umuman jismlarni bir-biriga ishqalaganda elektrlanish kuzatilar ekan. Elektrlangan jismlar o‘ziga boshqa mayda jismlarni o‘ziga tortish xususiyatiga ega bo‘lib qolar ekan, ya’ni ularda *elektr zaryad*lari paydo bo‘lar ekan. Bundan ishqalangan jismlar elektr zaryadlari hosil qilar ekan degan tuShunchaga kelish mumkin. Aslida esa elektr zaryadlari hamma jismlarda mavjud, chunki elektr zaryadli zarralar hamma jismlardagi atom va molekulalarning ajralmas qismidir.

Jismlarni faqatgina bir-biriga ishqalash orqali emas, balki elektrlangan jismni boshqa jismga tekkizganda ham elektrlanish paydo bo‘lar ekan. Bunday elektrlash *tekkizib elektrlash* deyiladi. Tekkizib elektrlaganda elektr zaryadi bir jismdan boshqasiga ko‘chish natijasida ikkinchi jism ham elektrlanib qoladi.

Elekt zaryadining ikki turi,zaryadlarning o‘zaro ta’siri:

1733-yili fransuz fizigi Sharl Dyufe (1698–1739) ishqalangan jismlarda elektr zaryadining ikki turi paydo bo‘lishini tajriba yordamida birinchi bo‘lib aniqladi. Elektr zaryadining birinchi turi shishada, qimmatbaho toshlarda, sochda, mo‘ynada hosil bo‘lishini, ikkinchi turi esa qahrabo smola ipakda hosil bo‘lishini ko‘rsatdi. Keyinchalik shartli ravishda elektr zaryadining birinchi turi charmga ishqalangan shishada hosil bo‘lgan zaryadlar–musbat zaryadlar va ikkinchi turi–mo‘ynaga ishqalangan qahraboda hosil bo‘lgan zaryadlar esa–manfiy zaryadlar deb atala boshlandi.

Bularni tajribada o‘zimiz ham gilzalar (qog‘ozdan o‘ralgan va ipak ipga osilgan kichkina naycha) yordamida tekshirib ko‘rishimiz mumkin. Masalan, charmga ishqalangan ikkita shishani yonma-yon turgan ikita gilzaga tekkizilganda ular bir-biridan qochganini ko‘rishimiz mumkin. Xuddi shuningdek mo‘ynaga ishqalangan ikkita ebonitni ham o‘sha gilzalarga tekkizilganda ham avvalgi manzaraga guvoh bo‘lamiz. Endi charmga ishqalangan shisha va mo‘ynaga ishqalangan ebonitni o‘sha gilzalarga tekkizilganda gilzalar bir-biriga tortishini ko‘ramiz *(3.1.1.1-a,b,c rasm)*.



3.1.1.1-rasm

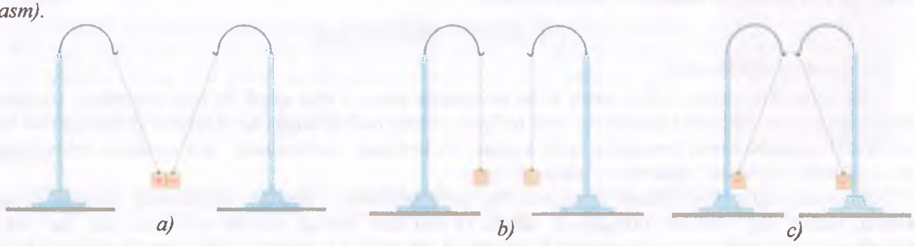
Faqatgina ishqalaganda emas, balki jismlarni bir-biriga tekkizganda ham elektrlanadi. Ishqalashdan maqsad jismlarning kontakt yuzasini oshirishdir.

Elektr zaryadlarining ta’siri tekshirilib, quyidagi qonun kashf etildi:

Bir xil ishorali zaryadlar o‘zaro itarishadi, har xil ishorali zaryadlar esa tortishadi. Bu kuchlarni elektr kuchlari deyiladi.

Elektr zaryadlarining neytrallanishi, zaryad kattaligi haqida tushuncha:

Yonma-yon turgan ikkita bir xil gilzani turli ismli elektr bilan zaryadlaymiz *(3.1.1.2-a rasm)*. Elektr kuchlari natijasida ular bir-biriga tortiladi va tekkandan so‘ng ular orasidagi ta’sir yo‘qoladi *(3.1.1.2-b rasm)*.



3.1.1.2-rasm

Elektrlangan jismlarning bir-biriga tekkandan keyin ular orasidagi ta’sir yo‘qolishiga zaryadlarning neytrallanishi deyiladi. Neytrallanganda jismlardagi elektr zaryadlari yo‘qoldi degan fikr noto‘g‘ridir. Chunki, jismni elektrlaganda zaryad hosil bo‘lmaydi va neytrallanganda yo‘q bo‘lmaydi. Neytrallanganda zaryad shunday qayta taqsimlanadiki, bunda zaryadning borligi namoyon bo‘lmaydi. Boshqacha aytganda elektrik neytral jismda musbat va manfiy zaryadlar teng miqdorda bo‘ladi. Jismni zaryadlash degani--bu unda biror ismli zaryad ko‘proq bo‘lib qolishi deganidir. Demak, yuqorida o‘tkazilgan tajribada gilzalarda teng miqdorda musbat va manfiy zaryadlar bo‘lgani uchun ham ular tekkizilganda *3.1.1.2–b rasm*dagidek elektr ta’sir yo‘qoldi.

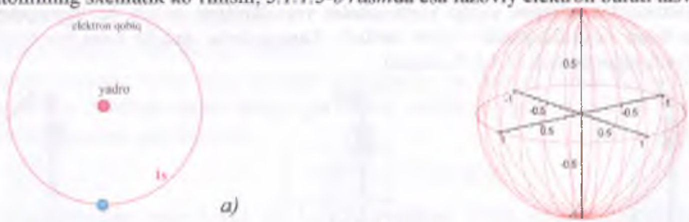
Keling, *3.1.1.2–a rasm*da gilzalarda musbat va manfiy zaryadlar turli miqdorda bo‘lsin, aytaylik manfiy zaryadning miqdori ko‘proq bo‘lsin. Ular bir-biriga tekkizilgach *3.1.1.2–c rasm*dagi manzara hosil bo‘ladi. Bunda gilzalar bir-biriga tekkandan keyin hosil bo‘lgan elektr miqdorining yig‘indisi gilzalarning bir-biriga tegmasdan oldingi zaryad miqdorlarining farqiga teng bo‘ladi. Manfiy zaryad ko‘proq bo‘lgani uchun ikkala zaryad manfiy zaryadlanib qoladi va bu bir xil ismli zaryadlar bir-biridan qochadi.

Shunday qilib, zaryadlangan jism zaryadlanmagan jismga tekkanda zaryadlanmagan jism elektr zaryadi oladi, ularning umumiy yig‘indi zaryadi esa o‘zgarmay qolar ekan.

Atom tuzilishi haqida tushuncha:

Barcha moddalar molekula va atomldardan tuzilgan. Atomlar esa musbat zaryadlangan atom yadrosi va yadro atrofida aylanuvchi manfiy zaryadlangan zarralar–elektronlardan tashkil topgan. Turli ximiyaviy elementlarning atom yadrolari turlicha bo‘lib, massasi va zaryad kattaligi bilan farq qiladi. Elektronlar esa, hammasi aynan birday, lekin ularning joylashishi, soni turli atomlarda turlicha. Atomning deyarli butun massasi uning yadrosida mujassamlashgan bo‘ladi.

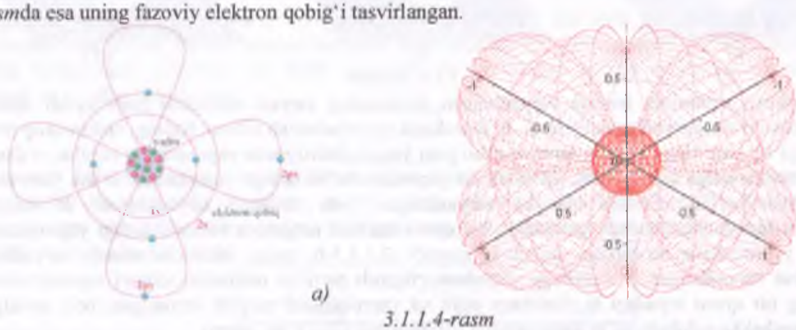
Vodorod H atomi eng sodda tuzilishga ega bo‘lib, yadro atrofida faqat bitta elektron aylanadi*(3.1.1.3-a,b rasm)*. Vodorod atomi yadrosi proton deb ataladi. Protonning zaryadi musbat, kattaligi jihatdan esa elektronnikiga teng. Proton va elektron tabiatdagi eng kichik elementar zaryadli zarralar hisoblanadi. Vodorod atomining o‘lchami yadro o‘lchamidan taxminan 10^5 marta katta bo‘lar ekan. *3.1.1.3–a rasm*da vodorod atomining sxematik ko‘rinishi, *3.1.1.3-b rasm*da esa fazoviy elektron buluti tasvirlangan.



a) *b)*

3.1.1.3-rasm

Tajribaning ko‘rsatishicha, murakkabroq atomlarda elektronlar atom yadrosi atrofida qavat-qavat joylaShar ekan. Neytral atomda elektronlarning yig‘indi manfiy zaryad miqdor jihatdan yadroning musbat zaryadiga teng bo‘lar ekan. Masalan, 3.1.1.4-*a rasm*da uglerod $\bar{N}$ atomining sxematik ko‘rinishi, 3.1.1.4-*b rasm*da esa uning fazoviy elektron qobig‘i tasvirlangan.



a) *b)*

3.1.1.4-rasm

Yadro va elektronlar zaryadlari turli ismli bo‘lgani uchun elektronlar yadroga tortilib turadi. Eng tashqi qavatdagi elektronlar valent elektronlar deyilib, bu elektronlar yadroga zaif bog‘langan bo‘ladi. Moddalarda ximiyaviy reaksiyalar ana shu valent elektronlar orqali amalga oshiriladi. Undan tashqari jismlarni ishqalaganda ana shu valent elektronlargina yadrodan uzilib, erkin elektronga aylanadi va jismning bir joyidan boshqa joyiga yoki bir jismdan boshqa jismga o‘tadi. Ana shunda elektrlanish kuzatiladi.

O‘tkazgich va dielektriklarning elektrlanishi:

Agar metall jism sirtining biror qismiga elektr zaryadlari berilsa, u holda bu zaryadlar uning butun sirti bo‘ylab o‘z-o‘zidan tarqaladi. Elektr zaryadlari erkin ko‘cha oladigan jismlar *o‘tkazgichlar* deyiladi. Bularga metalar, ko‘mir, grafit, kislota, ishqorli eritmalar, asoslar, tuzlar va boshqalar kiradi. Metallarda atomlarning tashqi qobig'idagi valent elektronlar yadroga zaif bog'langan bo'ladi. Ozgina tashqi ta'sir ham bu bog'ni uzib yuborib, uni erkin elektronga aylantira oladi. Erkin elektronlar esa kristall panjara tuganlari oralab hohlagancha daydib yuraveradi. Shuning uchun, bu elektronlar u yoki bu atomga tegishli bo'lmasdan, balki butun kristallga tegishli bo'ladi. Ana shu elektronlar o'tkazuvchanlik elektronlari deyilib, zaryadni bir joydan boshqa joyga tashishda ishtirok etadi.

Shunday moddalar borki, ularda elektr zaryadlari erkin ko'cha olmaydi va tajribalar vaqtida ular jismning qaerida hosil bo'lsa, o'sha joyda turaveradi. Bunday moddalar *o'tkazmaydigan moddalar*, *izolyatorlar* yoki *dielektriklar* deyiladi. Bularga shisha, chinni, smola, kauchuk, ipak, ebonit, suv, kerosin, gazlar va boshqa ko'pgina moddalar kiradi. Dielektriklarda har bir atomning tashqi qobig'idagi valent elektron yadroga mustahkam bog'langan bo'ladi va bu bog' osongina echilib erkin elektronga aylanolmaydi. Shuning uchun, dielektriklarda zaryadni bir joydan boshqa joyga ko'chiradigan erkin elektronlar o'tkazgichlardagiga nisbatan ancha kam bo'lgani bois, zaryad bir joydan boshqa joyga erkin ko'chishi qiyin kechadi.

Elektroskop:

Jismlarning elektirlanganligini aniqlashga imkon beradigan asbobga *elektroskop* deyiladi. Uning ishlashi zaryadlarning o'zaro ta'sir qonuniga asoslangan. Elektroskop shisha bankadan iborat bo'lib, yuqori uchiga *B* metall sharcha kiydirilgan *A* metall sterjendan iborat. Sterjenning pastki uchiga papiros qog'ozi yoki alyuminiydan qilingan yupqa yaproqchalar yopishtirilgan bo'lib, bu yaproqchalar bir xil ishorali zaryadlar bilan zaryadlanganda o'zaro itariladi. Yaproqchalar qancha katta burchakka ochilsa, shuncha ko'p zaryadlangan bo'ladi (3.1.1.5-a rasm).

a) *b)* *c)*

3.1.1.5-rasm

Elektroskop yordamida boshqa zaryadlangan jismlarning zaryad ishorasini ham aytish mumkin. Buning uchun o'sha zaryadlangan jismni *B* sharchaga yaqinlashtirish kifoya. Keling, elektroskop musbat zaryaga ega bo'lsin. Unga boshqa zaryadlangan jism yaqinlashtirilganda yaproqchalar ochilsa, o'sha jism ham musbat zaryadga ega bo'ladi, va aksincha yaproqchalar bir-biriga yaqinlashsa, o'sha jism manfiy zaryadlangan bo'lad. Chunki musbat zaryadlangan jism musbat zaryadlangan *B* sharchaga yaqinlashtirilganda sharchadagi zaryadning bir qismi itarilish natijasida banka ichidagi yaproqchalarga o'tadi va yaproqchalar bir-biridan qochib kengayadi (3.1.1.5-b, rasm). Aksincha manfiy zaryadlangan jism musbat zaryadlangan *B* sharchaga yaqinlashtirilganda tortilish natijasida ichkari yaproqchalardagi zaryadning bir qismi tepadagi *B* sharchaga oqib va yaproqchalar zaryadi kamaygani bois avvalgidan kamroq burchakka ochiladi, ya'ni yaproqchalar yaqinlashadi (3.1.1.5-c, rasm).

Elektr zaryadining saqlanish qonuni:

Jismlar ishqalish orqali elektrlanganda, bir vaqtning o'zida ikkala jism elektrlanadi, shu bilan birga ulardan biri musbat, ikkinchisi esa manfiy zaryadlanadi. Agar ikkala jism ham elektrlangunga qadar zaryadlanmagan bo'lsa, birinchi jismning musbat zaryad miqdori ikkinchi jismning manfiy zaryad miqdoriga teng bo'ladi. Agar bu elektrlangan ikkalajism birlashtirilsa, jismlar yana zaryadsizlanib qoladi, ya'ni neytrallashadi. Shunga qator tajribalar asosida elektr zaryadlarining quyidagicha saqlanish qonuni kashf qilindi:

Elektr zaryadlari o'z-o'zidan paydo bo'lmaydi va yo'qolmaydi, ular faqat bir jismdan boshqasiga uzatiladi yoki berilgan jism ichida ko'chadi va berk sistema ichida elektr zaryadlarining algebraik yig'indisi o'zgarmay qoladi.

$$\boxed{q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n = const}$$

Hozirgi zamon tasavvuriga ko'ra, elektr zaryadi "atom" tuzilishiga ega, ya'ni har qanday jismning elektr zaryadi karrali musbat va manfiy elementar zaryadlardan tashkil topgandir. Agar elektr zaryadini $\bar{e}$ bilan belgilasak, har qanday jismning zaryadi karrali $\bar{e}$ ga teng, jismni zaryadlaganda unga $0, \pm e, \pm 2e, \pm 3e, \; ... , ... \pm N e$ zaryad uzatiladi.

$$\boxed{q = 0, \pm e, \pm 2e, \pm 3e, \; ... , ... \pm N e}$$

Manfiy zaryadga ega bo'lgan eng kichik elementar zarracha *elektron* deb ataladi. Uning zaryadi $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\, Kl$ va massasi $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\, kg$ ga teng. Musbat zaryaddan iborat eng kichik barqaror elementar zarracha *proton* deb ataladi. Protonning zaryadi elektronning zaryadiga teng, massasi esa elektronning massasidan 1836,1 marta katta, ya'ni protonning zaryadi $p = +1{,}6 \cdot 10^{-19}\, Kl$ va massasi $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\, kg$ ga teng. Shunday qilib, hozirgi zamon fizikasi tili bilan aytganda elektr zaryadi kvantlangandir, ya'ni zaryad miqdori uzluksiz ravishda o'zgarmay, diskret ravishda o'zgaradi.

Zaryad miqdorinin SI sistemasidagi o'lchov birligi *Kl* (Kulon) bo'lib, bu asosiy birliklar qatoriga kirmaydi. Elektrodinamikada asosiy elektr o'lchov birligi qilib tok kuchi *A* (Amper) qa'bul qilingan.

Kuchi 1 A bo'lgan tokli o'tkazgichning ko'ndalang kesim yuzidan 1s vaqt ichida oqib o'tgan zaryad miqdoriga 1 Kl zaryad miqdori deyiladi.

Zaryadning hajmiy, sirtiy, chiziqli zichligi:

Agar zaryad jismning butun hajmi bo'ylab tarqalgan bo'lsa, hajmiy zichlik tuShunchasi kiritiladi. Bir birlik hajmga to'g'ri kelgan zaryad miqdoriga hajmiy zichlik deyiladi va ρ bilan belgilanadi. O'rtacha hajmiy zichlik formulasi quyidagicha:

$$\boxed{\rho = \frac{Q}{V}} \quad [\text{ Kl/m}^3 \text{]}$$

Agar zaryad jismning butun tashqi sirti bo'ylab tarqalgan bo'lsa, sirtiy zichlik tuShunchasi kiritiladi. Bir birlik hajmga to'g'ri kelgan zaryad miqdoriga sirtiy zichlik deyiladi va σ bilan belgilanadi. O'rtacha sirtiy zichlik formulasi quyidagicha:

$$\boxed{\sigma = \frac{Q}{S}} \quad [\text{ Kl/m}^2 \text{]}$$

Agar zaryadlangan jism bitta o'lchovga (masalan, ip, shnur, sim kabi jismlar faqat uzunligi bilan baholanadi) ega bo'lsa, zaryad bunday jismning faqat uzunligi bo'ylab tarqalgan bo'ladi. Bunda chiziqli zichlik tuShunchasi kiritiladi. Bir birlik uzunlikka to'g'ri kelgan zaryad miqdoriga chiziqli zichlik deyiladi va τ bilan belgilanadi.

$$\boxed{\tau = \frac{Q}{L}} \quad [\text{ Kl/m]}$$

Umumiy holatda zaryad jismning butun hajmi (sirti, uzunligi) bo'ylab bir tekis taqsimlanmaydi. Jismning har bir nuqtasida zaryadning hajmiy (sirtiy, chiziqli) zichliklari qiymatlari turlicha bo'ladi. Jismning ayni bitta nuqtasidagi zaryad zichligini topish uchun zaryaddan o'sha nuqtada hajm (yuza, uzunlik) bo'yicha hosila olinadi.

$$\boxed{\rho = \frac{dq}{dV}, \qquad \sigma = \frac{dq}{dS}, \qquad \tau = \frac{dq}{d\ell}}$$

Jismning umumiy zaryadini topish uchun zaryad zichligi hajm (yuza, uzunlik) bo'yicha integrallanadi.

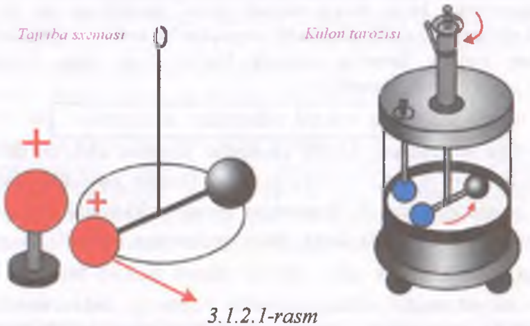
$$\boxed{Q = \int_V \rho\, dV, \qquad Q = \int_S \sigma\, dV, \qquad Q = \int_L \tau\, dV}$$

3.1.2. Mavzu: Zaryadlarning ta'sir qonuni – Kulon qonuni.

Kulon tajribasi, Kulon qonuni:

Elektr zaryadlarining itarishish yoki tortishishida hosil bo'lgan elektr zaryadlarining o'zaro ta'sir kuchlari *elektr kuchlari* deyiladi. Elektr kuchlari elektr zaryadlari tomonidan yuzaga keltiriladi va zaryadlangan jismlar yoki zarrachalarga ta'sir qiladi. Mazkur mavzuda va bundan keyin zaryadlangan jismlarning ta'sir kuchini o'rganayotganda ularni nuqtaviy zaryadlar deb hisoblaymiz. Ushbu mavzuda yoritiladigan Kulon qonuni ham faqat nuqtaviy zaryadlar uchun o'rinlidir.

Nuqtaviy zaryad deb, tekshirilayotgan masofaga nisbatan o'lchamlari juda kichik bo'lgan zaryadli jismlarga aytiladi.



3.1.2.1-rasm

Elektr ta'sirlarni miqdoriy tekshirishlarni 1785 yilda birnichi bo'lib fransuz fizigi Sharl Kulon (1736 – 1806) buralma tarozi yordamida aniqladi (*3.1.2.1-rasm*). Tajribada elastik ipga osilgan engil sterjendan foydalanildi. Sterjen uchlariga ikkita shar biriktirilib, ulardan biri zaryadlangan. Bunga boshqa bir zaryadlangan Sharcha yaqinlashtirilganda elastik ip buriladi va bu burilish burchagini bilgan holda elektr ta'sir topildi. Bunda gravitatsion kuch hisobgan olinmaydi.

Tajribadan zaryadlarning o'zaro ta'ssir kuchi aniqlanadi va zaryadlar miqdorlari saqlangan holda ular orasidagi masofa ikki, uch, to'rt marta orttirilganda ta'sir kuchi to'rt, to'qqiz, o'n olti marta kamayganini kuzatdi. Kulon o'zaro ta'sir kuchi (elektr kuch) zaryadlar markazlari orasidagi masofaning kvadratiga teskari proporsional, ya'ni $F \sim \frac{1}{r^2}$ ekanini aniqladi. Tajribani yana davom ettirib, zaryadlardan biridagi zaryad miqdorini yana (Shunday zaryadsiz Sharchalarga tekkizish orqali) ikki marta, uch marta, to'rt marta kamaytirganda ta'sir kuchi ham ikki marta, uch marta, to'rt marta kamayganini kuzatdi. Kulon zaryadlarning o'zaro ta'sir kuchi har bir Sharchadagi zaryad miqdoriga to'g'ri proporsional, boshqacha aytganda zaryad miqdorlari ko'paytmasiga proporsional, ya'ni $F \sim q_1 \cdot q_2$ ekanini aniqladi. Damak, zaryadlarning o'zaro ta'sir kuchi $F \sim \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$ ekan. Proporsionallikdan tenglikka koeffitsient kiritish orqali o'tdi.

$$\boxed{F_0 = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}} \qquad [\mathrm{N}]$$

Bu erda: $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{N \cdot m^2}{Kl^2}\right]$ – proporsionallik koeffitsienti

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \left[\frac{Kl^2}{N \cdot m^2} = \frac{F}{m}\right]$ – vakuumning absalyut dielektrik singdiruvchanligi yoki elektr doimiysi.

Vakuumda bir-biridan 1m masofada joylashgan va 1 Kl dan zaryad miqdorlariga ega bo'lgan nuqtaviy zaryadlar bir-birlari bilan 9·10⁹ N kuch bilan ta'sirlashadilar.

Muhitning dielektrik singdiruvchanligi:

Zaryadlarning o'zaro ta'siri haqida Kulon qilgan xulosa faqatgina havoda turgan zaryadlar uchun o'rinli edi. Lekin keyinchalik turli dielektriklarda o'tkazilgan tajribalar va kuzatishlar shu zaryadni o'rab olgan muhitning dielektrik xossasiga ham bog'liq ekanini ko'rsatdi. Muhitning dielektrik xususiyati elektr kuchini kamaytirishi aniqlandi. Masalan, ikki nuqtaviy zaryadning ta'sir kuchi vakuumdagiga nisbatan kerosinda *2* marta, suvda *81*, moyda *2,5* marta kamayishi ma'lum bo'ldi. Shuning uchun Kulon qonunining formulasiga muhitning elektr xossasini e'tiborga oluvchi koeffitsient kiritildi. Muhitning elektr xossasini e'tiborga oluvchi bu koeffitsientga muhitning *nisbiy dielektrik singdiruvchanligi* deyiladi va grekcha ε (epsilon) bilan belgilanadi.

Shunday qilib, dielektrik muhit uchun Kulon qonuni quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{F = k\frac{q_1 \cdot q_2}{\varepsilon r^2} = \frac{F_0}{\varepsilon}}$$

Demak, muhitning dielektrik singdiruvchanligi moddaning elektr xossasini xarakterlaydigan va zaryadlarning bu muhitdagi o'zaro ta'sir kuchi ularning vakuumdagi ta'sir kuchidan necha marta kichik bo'lishini ko'rsatuvchi fizik kattalikdir.

$$\boxed{\varepsilon = \frac{F_0}{F}}$$

Vakuum uchun nisbiy dielektrik singdiruvchanlik $\varepsilon = 1$ ga teng.

Kulon kuchlarini qo'shish:

Vaqt o'tishi bilan elektr kuchi o'rniga Kulon kuchi iborasi ishlatila boshlandi. Barcha kuchlar kabi Kulon kuchi ham vektor kattalikdir. Zaryadga boshqa zaryadlar tomonidan ta'sir qiluvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini topish uchun har bir kuch vektor qo'shiladi(3.1.2.2-rasm).

$$\boxed{\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n}$$

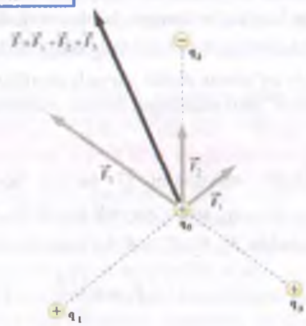
Teng ta'sir etuvchi kuchning o'qlardagi proeksiyalari quyidagicha:

$$\boxed{\begin{cases} \vec{R}_x = \vec{F}_{1x} + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x} + \ldots + \vec{F}_{nx} \\ \vec{R}_y = \vec{F}_{1y} + \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} + \ldots + \vec{F}_{ny} \\ \vec{R}_z = \vec{F}_{1z} + \vec{F}_{2z} + \vec{F}_{3z} + \ldots + \vec{F}_{nz} \end{cases}}$$

Teng ta'sir etuvchi kuchlar proeksiyalar orqali quyidagicha bog'langan:

$$\boxed{R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}}$$

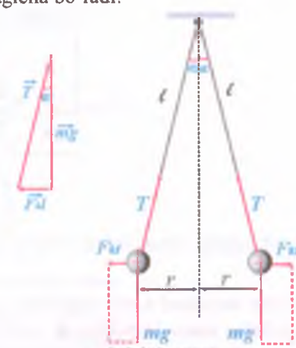
Yuqorida keltirilgan uchta formula bilan statika bo'limida ham tanishganmiz.



3.1.2.2-rasm

Agar bir xil massali va bir xil miqdorda zaryadlangan Sharlar vaznsiz ipga bitta nuqtaga osilgan bo'lsa, Kulon kuchi ta'sirida sharlar bir-biridan qochib iplarning har biri vertikal bilan biror α burchak hosil qiladi. Bunda har bir Sharcha uchta kuch– Kulon kuchi, og'irlik kuchi va ipning taranglik kuchi ta'siri ostida vertikaldan α burchakka og'gan holda muvozonatda turadi. Kulon kuchi F_{Kl}, ipning taranglik kuchi T va ipning vertikaldan og'ish burchagi tangensi $tg\alpha$ quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\begin{aligned} F_{Kl} &= k\frac{q^2}{r^2} \\ \vec{T} + \vec{F}_{Kl} + \overrightarrow{mg} &= 0 \\ T &= \sqrt{F_{Kl}^2 + (mg)^2} \\ tg\alpha &= \frac{F_{Kl}}{mg} = \frac{r}{\ell} \end{aligned}}$$



3.1.2.3-rasm

3.1.3. Mavzu: Elektr maydoni. Elektr maydonining kuchlanganligi.

Elektr maydoni:

Shu vaqtgacha biz bilgan ta'sirlarning barchasini uzatish uchun vositachi–moddiy muhit mavjud bo'lishi shart edi. Masalan, qo'ng'iroqni jiringlatish uchun yoki qo'ng'iroqning tiliga ip bog'lab ipni tebrantirish kerak yoki qo‘g‘iroqqa biron bir toshni otish kerak bo‘ladi. Bu erda ta’sir ikki xil usulda uzatilmoqda, lekin ikkala holda ham ta’sir uzatuvchi vosita (ip yoki tosh) mavjud.

Elektr ta’sirlari esa hatto muhit bo‘lmagan vakuumda ham uzatiladi. Xo‘sh, elektr ta’sirlarini uzatuvchi muhit qani? – Elektr ta’sirlari ham maxsus moddiy muhit – *elektr maydoni* vositasida uzatiladi. Elektr maydoni materiyaning alohida bir turi bo‘lib, qo‘zg‘almas zaryadlar atrofida hosil bo‘ladi. Elektr maydonini elektrostatik maydoni ham deyiladi. Shunday qilib, elektr zaryadlari va elektr maydoni materiyaning ikkita ajralmas turi ekan.

Ingliz fizigi Maykl Faradey (1791–1867) g‘oyalariga ko‘ra, qo‘zg‘almas elektr zaryadlari bir-biri bilan bevosita ta’sirlashmas ekan. Ulardan har biri o‘zining atrofida elektr maydoni hosil qiladi va ta’sirlashuv ana shu maydonlar vositasida amalga oshiriladi. Har qanday ta’sirni bir onda uzatishning iloji bo‘lmagani kabi, elektr ta’siri ham bir onda uzatilmas ekan. Elektr va magnit ta’sirlarning maydon orqali uzatilishini ingliz olimi Maksvell (1831–1879) tekshirdi hamda bu ta’sirlar fazoda chekli tezlik bilan tarqalishini nazariy isbotlab berdi. Shunday qilib, maydon o‘zaro ta’siri fazoda 300 000 km/s ga teng bo‘lgan yorugliknin g tarqalish tezligi bilan uzatiladi.

Elektr zaryadlari atrofida hosil bo‘lgan elektr maydoni moddiy va cheksizlikkacha tarqalgan bo‘lib, u bizga bog‘liq bo‘lmagan holda mavjuddir. Elektr maydoni faqat elektr zaryadlariga ta’sir qiladi.

Elektr maydon kuchlanganligi tushunchasi:

Qo‘zg‘almas elektr zaryadi atrofida hosil bo‘lgan elektrostatik (yoki qisqacha elektr) maydoni “*sinov zaryadi*” deb ataladigan zaryad yordamida tekshiriladi.

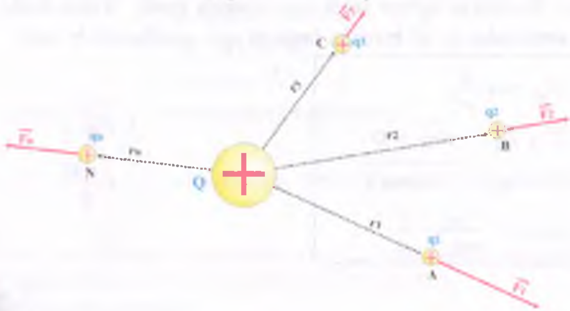
“Sinov zaryadi” deb, tekshirilayotgan maydonning xususiyatini sezilarli darajada o‘zgartirmaydigan juda kichik, musbat zaryadga ega nuqtaviy zaryadga aytiladi.

Elektr maydonini Q zaryad hosil qilayotga‘n bo‘lsin va bu maydonning turli nuqtalariga $q_1, q_2, q_3, ... q_n$ sinov zaryadi kiritaylik. Sinov zaryadiga elektr maydoni tomonidan ta’sir qiluvchi kuchlar mos holda $F_1, F_2, F_3, ... F_n$ bo‘lsin *(3.1.3.1-rasm)*.

$$F_1 = k\frac{Qq_1}{\varepsilon r_1^2}, \quad F_2 = k\frac{Qq_2}{\varepsilon r_2^2}, \quad F_3 = k\frac{Qq_3}{\varepsilon r_3^2}, \; ....., \; F_n = k\frac{Qq_n}{\varepsilon r_n^2}$$

Bu kuchlarni kiritilgan sinov zaryadlariga bo‘linsa, sinov zaryadining katta-kichikligiga bog‘liq bo‘lmagan kattalik hosil bo‘lar ekan, ya’ni quyidagicha bo’ladi:

$$\frac{F_1}{q_1} = k\frac{Q}{\varepsilon r_1^2}, \quad \frac{F_2}{q_2} = k\frac{Q}{\varepsilon r_2^2}, \quad \frac{F_3}{q_3} = k\frac{Q}{\varepsilon r_3^2}, \; ....., \; \frac{F_n}{q_n} = k\frac{Q}{\varepsilon r_n^2}$$



3.1.3.1-rasm

Elektr maydoni tomonidan sinov zaryadiga ta’sir qiluvchi kuchning sinov zaryadiga nisbati sinov zaryadining katta-kichikligiga bog‘liq bo‘lmaydi va bu nisbat o‘sha nuqtadagi (sinov zaryadi kiritilgan nuqtadagi) elektr maydon kuchlanganligi deyiladi.

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}} \quad [\, N/Kl = V/m \,]$$

$$\boxed{E = \frac{F}{q} = k\frac{Q}{\varepsilon r^2}}$$

Elektr maydon kuchlanganligi vektor kattalik bo‘lib, elektr maydonni kuch jixatidan xarakterlaydi.

Elektr maydon kuch chiziqlari, superpozitsiya prinsipi:

Elektr maydon kuch chizig‘i deb, shunday chiziqqa aytiladiki, bu chiziqning har bir nuqtasida elektr maydon kuchlanganlik vektori shu chiziqqa urinma holda yo‘nalgan bo‘ladi *(3.1.3.2-rasm)*.

3.1.3.2-rasm

3.1.3.3-rasm

Musbat zaryadning elektr maydon kuch chiziqlari zaryad sirtidan boshlanib, cheksizlikkacha davom etadi. Manfiy zaryadniki esa cheksizlikdan boshlanib, zaryad sirtida tugaydi (*a,b-rasm*). Demak, elektr maydonining boshi va oxiri mavjud bo‘lib, ular zaryadlarning o‘zlari ekan. Boshqacha aytganda, elektr maydonining manbasi elektr zaryadlarining o‘zlari bo‘lar ekan.

Elektr maydon kuchlanganligi kuchlanganlik chiziqlarining zichligini bildiradi. Zaryadga yaqin joyda kuchlanganlik chiziqlari zich bo‘lgani uchun bu nuqtalarda kuchlanganlikning qiymati ham katta bo‘ladi va bu nuqtalarda elektr ta’siri ham kuchliroq seziladi. ***Agar fazoning biror sohasidan olingan barcha nuqtalarda maydon kuchlanganligining qiymatlari bir xil bo‘lsa, bunday maydon bir jinsli elektr maydoni deyiladi.*** Bir jinsli maydonda elektr maydon kuch chiziqlari parallel bo‘ladi. Agar kuch chiziqlari tarqalib, siyraklashib ketayotgan bo‘lsa, kuchlanganlik qiymati ham kamayib, susayib ketayotgan bo‘ladi va aksincha. Demak, elektr maydon kuchlanganligining qiymati kuch chiziqlari zich joyda katta, kuch chiziqlari siyrak joyda kichik va kuch chiziqlari parallel joyda teng bo‘lar ekan.

Fazoning biror nuqtasidagi zaryadlar sistemasi hosil qilgan natijaviy maydon kuchlanganligini topish uchun, shu nuqtadagi har bir zaryad hosil qilgan maydon kuchlanganlik vektorlari geometrik qo‘shiladi. ***Maydonlarni qo‘shishning bunday usuli maydonlar superpozitsiya prinsipi deyiladi.***

$$\boxed{\vec{E}_{nat} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_n} \qquad [N/Kl]$$

Barcha maydon kuchlanganliklari qo‘shilib, bitta natijaviy maydon kuchlanganlik vektori hosil qilinadi va buni teng ta’sir etuvchi vektor deyiladi. Qo‘shib chiqilgan maydonlarni esa tashkil etuvchilar yoki komponentalar deyiladi.

Maydonlar qo‘shilganda ularning o‘qlardagi proeksiyalari ham qo‘shiladi.

$$\boxed{\begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} + E_{3x} + \ldots + E_{nx} \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} + E_{3y} + \ldots + E_{ny} \\ E_z = E_{1z} + E_{2z} + E_{3z} + \ldots + E_{nz} \end{cases}}$$

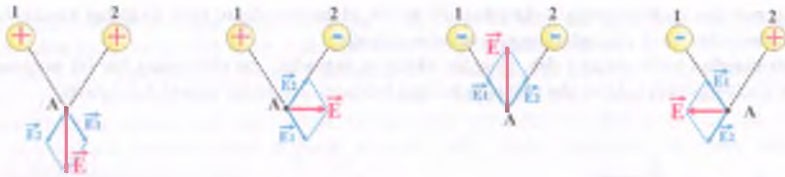
Teng ta’sir etuvchi proeksiyalar orqali quyidagicha bog‘langan:

$$\boxed{E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}}$$

Teng ta’sir etuvchining yo‘naltiruvchi kosinuslari (koordinata o‘qlari bilan hosil qilgan burchak kosinuslari) quyidagicha:

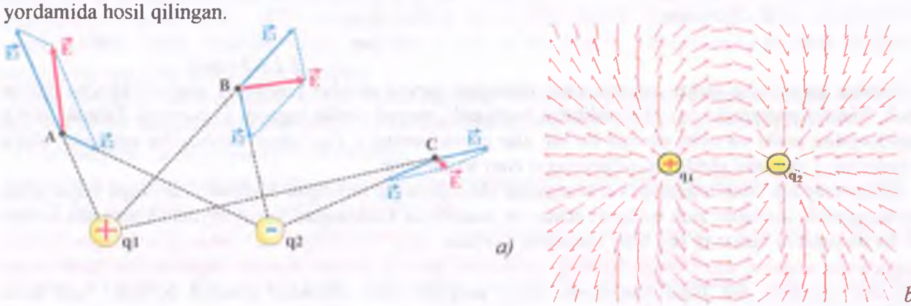
$$\boxed{\cos\alpha = \frac{E_x}{E} \qquad \cos\beta = \frac{E_y}{E} \qquad \cos\gamma = \frac{E_z}{E}}$$

Masalan, miqdorlari teng musbat-musbat, musbat-manfiy va manfiy-manfiy zaryadlarning zaryadlardan teng uzoqlikda olingan $\dot{A}$ nuqtada xosil qilgan natijaviy maydon kuchlanganlik yo‘nalishlari quyidagicha bo‘ladi:



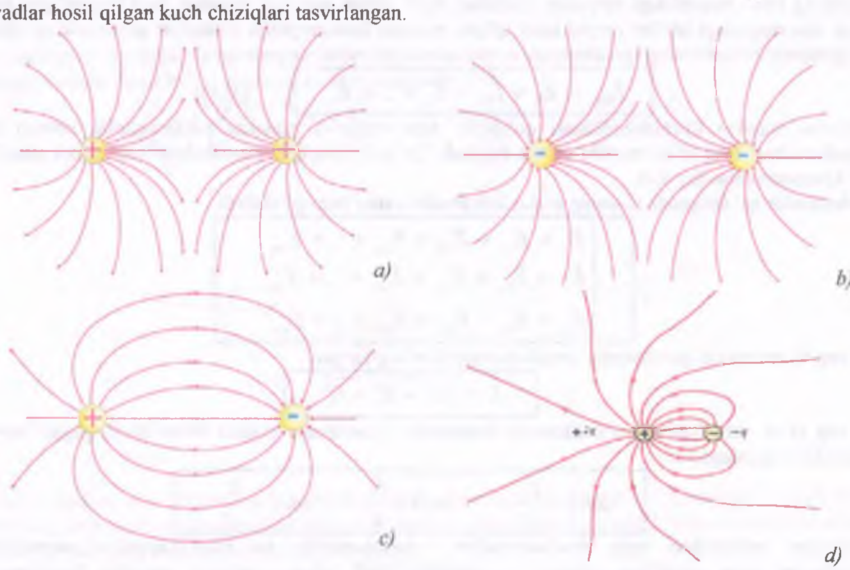
3.1.3.4-rasm

*3.1.3.5a-rasm*da ikkita zaryad hosil qilgan natijaviy maydon kuchlanganligining ixtiyoriy A, B, C nuqtalardagi yo'nalishlari parallelogramm qoidasi bo'yicha ko'rsatilgan. *3.1.3.5b-rasm*da esa ikkita zaryad hosil qilgan natijaviy maydon kuchlanganligining barcha nuqtalardagi yo'nalishlari dastur yordamida hosil qilingan.



3.1.3.5-rasm

Teng miqdordagi musbat-musbat, musbat-manfiy, manfiy-manfiy zaryadlar hosil qilgan kuch chiziqlari quyidagi *3.1.3.6 a,b,c-rasm*larda tasvirlangan. *3.1.3.6 d-rasm*da esa zaryadlari $q_1 = 2q$, $q_2 = -q$ zaryadlar hosil qilgan kuch chiziqlari tasvirlangan.



3.1.3.6-rasm

Elektr maydon kuch chiziqlarini tajriba yordamida ham ko'rish mumkin. Buning uchun moy yoki neft solingan idishga maydalangan bug'doy yormasi yoki qipiq solinib aralashtiriladi. Aralashmaga ikkita plastina tushirib ularga zaryad berilganda yuqoridagi rasmlarga o'xshash manzaraga guvoh bo'lamiz. Quyidagi rasmda tajribadan namunalar keltirilgan.

a) b) c)

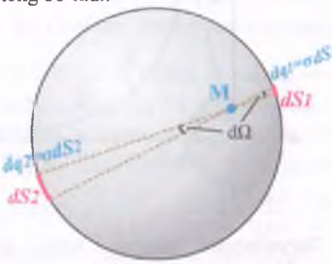
3.1.3.7-rasm

Turli jismlarning elektr maydon kuchlanganliklarini topish:

Odatda zaryad o‘tkazgichning tashqi sirtida bo‘ladi, ichki hajm bo‘ylab zaryad bo‘lmaydi. Masalan, metall shar manfiy zaryadlangan bo‘lsa, ortiqcha elektronlar sharning tashqi sirti bo‘lab yoyilib ketadi. Chunki, metallar o‘tkazgich bo‘lgani sababli zaryad bir joydan boshqa erkin ko‘cha oladi. Ortiqcha elektronlar bir-biridan mumkin qadar uzoqlashib o‘tkazgichning sirtiga yoyilib chiqadi.

Zaryadlangan shar ichidagi elektr maydon kuchlanganligi nolga teng bo‘ladi.

$$\boxed{E = 0}$$



3.1.3.8-rasm

__Isboti:__ Sharning ichidan ixtiyoriy M nuqta tanlab, shu nuqtadan ixtiyoriy yo‘nalishda juda kichik, elementar $d\Omega$ fazoviy burchak ajratamiz. Bu fazoviy burchak Shar sirtidan dS_1 va dS_2 elementar yuzalar ajratadi. Bu yuzalar M nuqtadan r_1 va r_2 masofalarda joylashgan bo‘lsin. Bunda yuzalar $dS_1 = d\Omega\, r_1^2$ va $dS_2 = d\Omega\, r_2^2$ bo‘ladi. Zaryad Shar sirti bo‘ylab σ sirtiy zichlik bilan tekis taqsimlangan bo‘lgani uchun elementar yuzachalarga to‘g‘ri kelgan elementar zaryadlar $dq_1 = \sigma\, dS_1 = \sigma\, d\Omega\, r_1^2$ va $dq_2 = \sigma\, dS_2 = \sigma\, d\Omega\, r_2^2$ bo‘ladi. Bu elementar zaryadlar hosil qilgan elementar maydon kuchlanganliklari $dE_1 = k\dfrac{dq_1}{r_1^2} = k\sigma\, d\Omega$ va $dE_2 = k\dfrac{dq_2}{r_2^2} = k\sigma\, d\Omega$ bo‘ladi. Demak, $dE_1 = dE_2$ ekan. Lekin, ularning yo‘nalishlari $d\vec{E}_1 = -d\vec{E}_2$ bo‘lgani uchun M nuqtadagi natijaviy kuchlanganlik $d\vec{E} = d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 = 0$ bo‘ladi.

Hisob-kitoblar nafaqat shar ichida, balki barcha zaryadlangan o‘tkazgichlar ichida maydon kuchlanganligi nolga teng bo‘lishini ko‘rsatdi.

Sirtiy zaryadlangan sharning sirtida $(r = R)$ maydon kuchlanganligi quyidagicha:

$$\boxed{E_0 = k\frac{Q}{R^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

Agar zaryad sharning butun hajmi bo‘ylab bir tekis taqsimlangan bo‘lsa, elektr maydon kuchlanganligining qiymati shar markazidan sirtigacha chiziqli holda oshib boradi. Hajmiy zaryadlangan Shar markazidan ixtiyoriy $r < R$ masofadagi elektr maydon kuchlanganligi quyidagicha:

$$\boxed{E = k\frac{Q}{R^3}r = E_0\frac{r}{R}}$$

Bu erda: $E_0 = k\dfrac{Q}{R^2}$ – Shar sirtidagi maydon kuchlanganligi.

__Isboti:__ Shar markazidan ixtiyoriy $r < R$ radiusli sharcha ajratamiz. Bu Sharchaning hajmi $V_r = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}\pi R^3\left(\dfrac{r}{R}\right)^3 = V\left(\dfrac{r}{R}\right)^3$. Bu hajmga to‘g‘ri kelgan zaryad miqdori $q_r = \rho V_r = \rho V\left(\dfrac{r}{R}\right)^3 = Q\left(\dfrac{r}{R}\right)^3$. Ushbu q_r zaryad hosil qilgan maydon kuchlanganligi $E_r = k\dfrac{q_r}{r^2} = k\dfrac{Q\left(\dfrac{r}{R}\right)^3}{r^2} = k\dfrac{Q\,r}{R^3} = E_0\dfrac{r}{R}$ bo‘ladi.

Hajmiy zaryadlangan shar sirtida $(r = R)$ maydon kuchlanganligi quyidagicha:

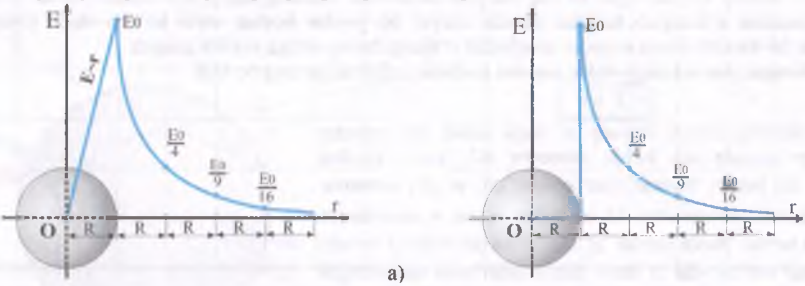
$$\boxed{E_0 = k\frac{Q}{R^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\rho R}{3\varepsilon_0}}$$

Isboti: $E_0 = k\frac{Q}{R^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\rho V}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\rho\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\rho R}{3\varepsilon_0}$.

Sharcha hoh hajmiy, hoh sirtiy zaryadlangan bo'lsin sharchadan tashqaridagi $(r > R)$ nuqtalarda ular hosil qilgan elektr maydon kuchlanganliklari bir xil bo'ladi. Maydon kuchlanganligining qiymati xuddi sharning butun zaryadi shar markazidagi bitta nuqtaga to'planganda hosil bo'lgan qiymat kabi bo'ladi. Shar tashqarisida maydon kuchlanganligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{E = k\frac{Q}{\varepsilon r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}}$$

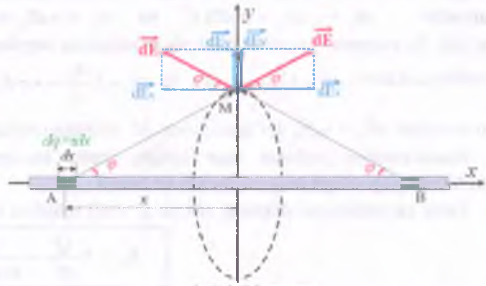
Quyida keltirilgan rasmlarda hajmiy va sirtiy zaryadlangan sharlar hosil qilgan elektr maydon kuchlanganligining masofaga bog'liqlik grafigi tasvirlangan.



3.1.3.9-rasm

Zaryadlangan cheksiz uzun ipdan d uzoqlikda yotgan nuqtada elektr maydon kuchlanganligi quyidagicha:

$$\boxed{E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 d}}$$



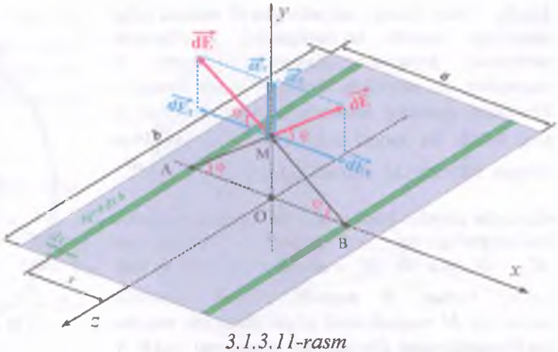
3.1.3.10-rasm

Isboti: Zaryadlangan ip cheksiz uzun bo'lgani uchun ipning qaysi nuqtasini olmaylik, shu nuqtaning o'ng va chap qismlari o'zaro simmetrik bo'ladi. Koordinatalar sistema sini boshini ipning ixtiyoriy O nuqtasida olib, Ox o'qini ip bo'yicha va Oy o'qini ipga perpendikulyar qilib joylashtiramiz. Koordinata boshidan ixtiyoriy x masofada A nuqtada dx elementar qism ajratamiz. Bu elementar qismning zaryadi $dq = \tau\, dx$ hamda M nuqtadagi elementar maydon kuchlanganligi $dE = k\frac{dq}{\varepsilon r^2} = k\tau\frac{dx}{\varepsilon r^2}$ bo'ladi. Bu elementar maydon kuchlanganligining o'qlardagi proeksiyalari $dE_x = dE\cos\varphi$ va $dE_y = dE\sin\varphi$ ga teng bo'ladi. Lekin, boshqa B nuqtada olingan elementar qismning M nuqtada hosil qilgan elementar maydon kuchlanganligining Ox o'qdagi proeksiyasi xuddi A nuqtadagi kabi $dE_x = dE\cos\varphi$ miqdoran teng va qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi. Shuning uchun, natijaviy maydon kuchlanganligini dE_y lar yig'indisi tashkil qilib, natijaviy kuchlanganlik yo'nalishi ipga perpendikulyar bo'lib qoladi, ya'ni $\vec{E} = \int d\vec{E} = \int d\vec{E}_y$ bo'ladi. $dE_y = dE\sin\varphi = k\tau\frac{dx}{\varepsilon r^2}\cdot\frac{d}{r} = \frac{\tau d}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{dx}{r^3} = \frac{\tau d}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{dx}{(x^2+d^2)^{3/2}}$ ni $-\infty$ dan $+\infty$ gacha integrallab, ipdan d uzoqdikdagi natijaviy maydon kuchlanganlik qiymati topiladi.

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\tau d}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{dx}{(x^2+d^2)^{3/2}} = \frac{\tau d}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{(x^2+d^2)^{3/2}} = \frac{\tau d}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{d^2}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+d^2}}\Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 d}\cdot(1+1) = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 d}.$$

Tekis zaryadlangan cheksiz plastinkaning elektr maydon kuchlanganligi quyidagicha:

$$\boxed{E=\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}}$$



3.1.3.11-rasm

Isboti: Tekis zaryadlangan cheksiz plastinkani eni a va bo'yi b chekiz uzun bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shaklida tasvirlaymiz. Bu tekislikning hohlagan joyidan o'q o'tkazib ikkiga ajratsak, bu ikki qism o'zaro simmetrik bo'ladi. Shuning uchun koordinata boshini rasmda ko'rsatilgandek to'g'ri to'rtburchakning markaziga joylashtiramiz. Koordinata boshidan ixtiyoriy x masofada yotuvchi A nuqtadan o'tuvchi eni dx va bo'yi b bo'lgan elementar yuzacha (tasma) ajratamiz. Bu tasmaning elementar yuzasi $dS = b\,dx$ hamda elementar zaryadi $dq = \sigma\, dS = \sigma\, b\, dx$ ga, Oy o'qda olingan M nuqtadagi elementar maydon kuchlanganlik qiymati esa $dE=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}=\frac{dq}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 b\,r}=\frac{\sigma\, b\, dx}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 b\,r}=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dx}{r}$ ga teng bo'ladi. Bu elementar maydon kuchlanganligining o'qlardagi proeksiyalari $dE_x = dE\cos\varphi$ va $dE_y = dE\sin\varphi$ ga teng bo'ladi. Lekin, boshqa B nuqtada olingan elementar tasmaning M nuqtada hosil qilgan elementar maydon kuchlanganligining Ox o'qdagi proeksiyasi xuddi A nuqtadagi kabi $dE_x = dE\cos\varphi$ miqdoran teng va qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi. Shuning uchun, natijaviy maydon kuchlanganligini dE_y lar yig'indisi tashkil qilib, natijaviy kuchlanganlik yo'nalishi tekislikka perpendikulyar bo'lib qoladi, ya'ni $\vec{E}=\int d\vec{E}=\int d\vec{E}_y$ bo'ladi. $dE_y = dE\sin\varphi=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dx}{r}\cdot\frac{d}{r}=\frac{\sigma d}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dx}{r^2}$ ni $-\infty$ dan $+\infty$ gacha integrallab, tekislikdan d uzoqdikdagi natijaviy maydon kuchlanganlik qiymati topiladi.

$$E=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sigma d}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{dx}{r^2}=\frac{\sigma d}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{(x^2+d^2)}=\frac{\sigma d}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{d}\cdot arctg\left(\frac{x}{d}\right)\Big|_{-\infty}^{+\infty}=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\left(arctg(+\infty)-arctg(-\infty)\right)=$$

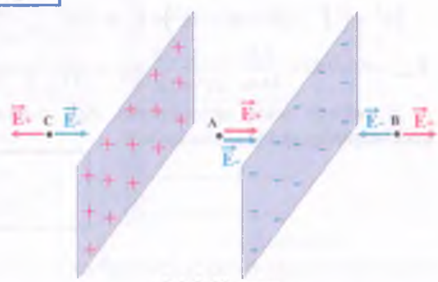
$$=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)=\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Qarama-qarshi ishora bilan bir xil tekis zaryadlangan parallel ikki plastinkalarning orasidagi elektr maydon kuchlanganligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{E=\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}}$$

Isboti: Bunda plastinkalarning har biri $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ maydon hosil qiladi. Platinkalar tashqarisida bu maydonlar qarama-qarshi yo'nalgan bo'lgani uchun bir-birini to'la so'ndiradi. Plastinkalar orasida esa ular yo'nalishdosh bo'lgani uchun bir-birini kuchaytiradi va natijaviy kuchlanganlik qiymati musbat va manfiy plastinkalar hosil qilgan kuchlanganliklar yig'indisiga teng bo'ladi.

$$E=E_+ + E_- =\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}+\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

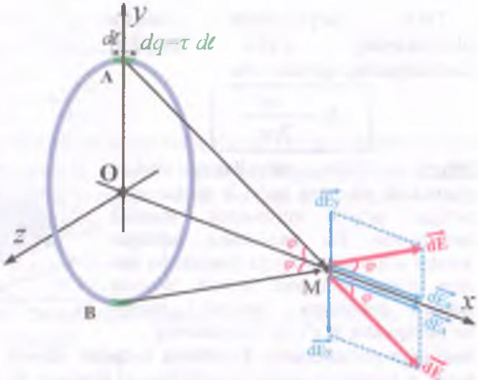


3.1.3.12-rasm

Tekis chiziqli zaryadlangan R radiusli xalqaning markazidan xalqa o'qi bo'yicha L uzoqlikda yotgan nuqtadagi elektr maydon kuchlanganligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{E=\frac{\tau R}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{L}{\left(R^2+L^2\right)^{3/2}}=\frac{kQ}{\varepsilon}\cdot\frac{L}{\left(R^2+L^2\right)^{3/2}}}$$

Isboti: Tekis chiziqli zaryadlangan R radiusli xalqa markaziga rasmda ko‘rsatilgandek koordinatalar sistemasini joylaymiz. Xalqaning ixtiyoriy A nuqtasidan $d\ell$ uzunlikda elementar qism ajratamiz. Elementar qismning elementar zaryadi $dq = \tau\, d\ell$ ga teng bo‘lib, bu zaryad xalqa o‘qidan L uzoqlikda olingan ixtiyoriy M nuqtada $dE = k\frac{dq}{\varepsilon r^2} = k\tau\frac{d\ell}{\varepsilon r^2}$ elementar maydon hosil qiladi. Bu elementar maydon kuchlanganligining o‘qlardagi proeksiyalari $dE_x = dE\cos\varphi$ va $dE_y = dE\sin\varphi$ ga teng bo‘ladi. Lekin, boshqa B nuqtada olingan elementar tasmaning M nuqtada hosil qilgan elementar maydon kuchlanganligining Oy o‘qdagi proeksiyasi xuddi A nuqtadagi kabi $dE_y = dE\sin\varphi$ miqdoran teng va qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi. Shuning uchun,



3.1.3.13-rasm

natijaviy maydon kuchlanganligini dE_x lar yig‘indisi tashkil qilib, M nuqtadagi natijaviy kuchlanganlik yo‘nalishi xalqa tekisligiga perpendikulyar bo‘lib qoladi, ya’ni $\vec{E} = \int d\vec{E} = \int d\vec{E}_x$ bo‘ladi. $dE_x = dE\cos\varphi = k\tau\frac{d\ell}{\varepsilon r^2}\cdot\frac{L}{r} = \frac{k\tau L}{\varepsilon r^3}\cdot d\ell$ ni 0 dan $2\pi R$ gacha integrallab, M nuqtadagi natijaviy maydon kuchlanganlik qiymati topiladi $E = \int dE_x = \frac{k\tau L}{\varepsilon r^3}\cdot\int_0^{2\pi R} d\ell = \frac{k\tau L}{\varepsilon r^3}\cdot(2\pi R - 0) = k\tau 2\pi R\cdot\frac{L}{\varepsilon r^3} = \frac{kQ}{\varepsilon}\cdot\frac{L}{(R^2+L^2)^{3/2}}$ bo‘ladi. Buni $E = \frac{kQ}{\varepsilon}\cdot\frac{L}{(R^2+L^2)^{3/2}} = \frac{\tau\cdot 2\pi R}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{L}{\varepsilon r^3} = \frac{\tau R}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{L}{(R^2+L^2)^{3/2}}$ ko‘rinishda ham ifodalash mumkin.

Tekis chiziqli zaryadlangan R radiusli xalqaning markazidan xalqa o‘qida hosi bo‘ladigan eng katta kuchlanganlik qiymati E_{max} va bu nuqtadan xalqa markazigacha masofa L_0 quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{E_{max} = \frac{\sqrt{6}\,\tau}{18\varepsilon\varepsilon_0 R} = \frac{\sqrt{6}}{9\varepsilon}k\frac{Q}{R^2}, \qquad L_0 = \sqrt{2}\,R}$$

Isboti: Elektr maydon kuchlanganligining L ga bog‘liqlik funksiyasini $E = E(L)$ tuzamiz va bu funksiyaning L bo‘yicha hosilasi $E'(L) = 0$ bo‘lganda o‘zining ekstremal qiymatiga erishadi. $E'(L) = \frac{\tau R}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{1\cdot(R^2+L^2)^{3/2} - L\cdot 3/2\cdot(R^2+L^2)^{1/2}\cdot 2L}{(R^2+L^2)^3} = 0; \rightarrow (R^2+L^2)^{3/2} - 3L^2(R^2+L^2)^{1/2} = 0;$

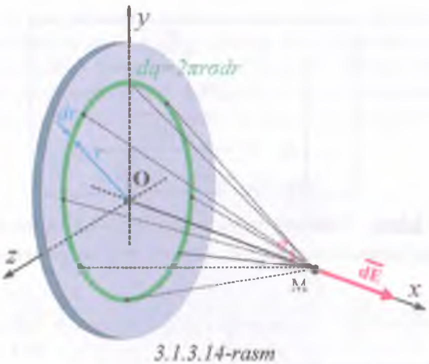
$(R^2+L^2)^{1/2}\cdot(R^2+L^2-3L^2) = 0$. demak, $L_0 = 2R$ da elektr maydon kuchlanganligi o‘zining maksimal $E_{max} = E(\sqrt{2}R) = \frac{\tau R}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{\sqrt{2}R}{(R^2+2R^2)^{3/2}} = \frac{\sqrt{6}\,\tau}{18\varepsilon\varepsilon_0 R} = \frac{\sqrt{6}}{9\varepsilon}k\frac{Q}{R^2}$ qiymatiga erishadi.

R radiusli tekis zaryadlangan disk markazidan L uzoqlikda yotgan nuqtada elektr maydon kuchlanganligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\left(1 - \frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}}\right)}$$

Isboti: Diskdan dr qalinlikdagi ixtiyoriy $r\,(r \leq R)$ radiusli xalqa ajratamiz. Xalqaning elementar zaryadi $dq = 2\pi r\sigma\, dr$ bo‘lib, xalqa o‘qidan olingan M nuqtadagi elementar maydon kuchlanganligi $dE = \frac{k\,dq}{\varepsilon}\cdot\frac{L}{(r^2+L^2)^{3/2}} = \frac{2\pi r\sigma\, dr}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{L}{(r^2+L^2)^{3/2}} = \frac{\sigma L}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{r\,dr}{(r^2+L^2)^{3/2}}$ ga teng bo‘ladi. Buni 0 dan R gacha integrallab diskning berilgan nuqtadagi kuchlanganligini topamiz.

$$E = \int dE = \frac{\sigma L}{2\varepsilon\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{(r^2+L^2)^{3/2}} = -\frac{\sigma L}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{(r^2+L^2)^{1/2}}\Big|_0^R = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\left(1-\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}}\right).$$



3.1.3.14-rasm

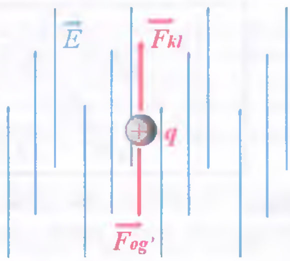
Elektr maydonida elektr zaryadi:

Elektr maydonida m massa va q zaryadga ega bo‘lgan tomchi muallaq turgan bo‘lsa, elektr maydon kuchlanganlik qiymati qanday bo‘ladi?

$$\boxed{E = \frac{mg}{q}}$$

Isboti: m massali tomchi Yer markaziga yo‘nalgan $F_{og'ir} = mg$ og‘irlik kuchi va tepaga yo‘nalgan elektr maydonining $F_K = qE$ Kulon kuchlari ta’siri ostida tinch turadi. Bu kuchlar miqdor jixatidan teng va qarama-qarshi yo‘nalgan.

$$F_{og'ir} = F_K, \rightarrow \; mg = qE, \quad E = \frac{mg}{q}$$

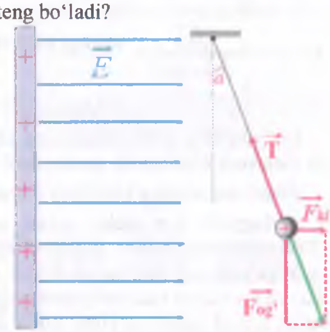


3.1.3.15-rasm

Agar m massali ipga osilgan sharcha gorizontal yo‘nalgan kuchlanganligi E bo‘lgan bir jinsli maydonga kiritilsa, ipning vertikaldan ochilish burchagi α nimaga teng bo‘ladi?

$$\boxed{tg\alpha = \frac{mg}{qE}}$$

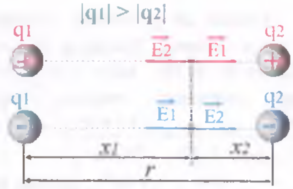
Isboti: m massali ipga osilgan sharchaga Yer markaziga yo‘nalgan $F_{og'ir} = mg$ og‘irlik kuchi, gorizontal yo‘nalgan elektr maydonining $F_K = qE$ Kulon kuchi hamda ipning T taranglik kuchlari ta’siri ostida tinch turadi. Bu kuchlar uchburchagi berk bo‘ladi. To‘g‘ri burchakli uchburchakdan $tg\alpha = \frac{F_{og'ir}}{F_{kl}} = \frac{mg}{qE}$ ekanligini topish mumkin.



3.1.3.16-rasm

Agar q_1 va q_2 zaryadlar bir xil ishorali bulsa, bu zaryadlarni tutashtiruvchi chizikda va zaryadlar orasida shunday nuqta mavjudki (bu nuqta moduli katta zaryaddan uzoqda va moduli kichik zaryadga yaqin joylashgan), shu nuqtadagi natijaviy maydon kuchlanganligi nolga teng buladi. Ushbu nuqtanig 1-zaryaddan uzoqligi x_1 va 2- zaryaddan uzoqligi x_2 quyidagicha (r-zaryadlararo masofa):

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|}+\sqrt{|q_2|}}\, r \\ x_2 = \dfrac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}+\sqrt{|q_2|}}\, r \end{cases}$$



3.1.3.17-rasm

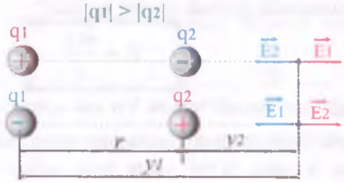
Isboti: Natijaviy maydon kuchlanganligi nolga teng bo‘lgan nuqtada har bir zaryad hosil qilgan maydon kuchlanganliklari miqdor jihatidan teng va qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi, ya’ni $\begin{cases} \vec{E}_2 = -\vec{E}_1 \\ E_2 = E_1 \end{cases}$ bo‘ladi. Bundan

$$k\frac{|q_1|}{x_1^2} = k\frac{|q_2|}{x_2^2}; \;\rightarrow\; x_2 = \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}}\cdot x_1 \;;\; \rightarrow\; r - x_1 = \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}}\cdot x_1 \;;\rightarrow\; x_1 = \frac{\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|}+\sqrt{|q_2|}}\cdot r \quad \text{va} \quad x_2 = r - x_1 = \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}+\sqrt{|q_2|}}\cdot r$$

ekanligi kelib chiqadi.

Agar q_1 va q_2 zaryadlar xar xil ishorali bulsa, bu zaryadlarni tutashtiruvchi chiziqda va zaryadlar tashqarisida shunday nuqta mavjudki (bu nuqta moduli katta zaryaddan uzoqda va moduli kichik zaryadga yaqin joylashgan), shu nuqtadagi natijaviy maydon kuchlanganligi nolga teng bo‘ladi. Ushbu nuqtanig 1- zaryaddan uzoqligi y_1 va 2- zaryaddan uzoqligi y_2 quyidagicha (r—zaryadlararo masofa):

$$\begin{cases} Y_1 = \dfrac{\sqrt{|q_1|}}{\left|\sqrt{|q_1|}-\sqrt{|q_2|}\right|}\, r \\ Y_2 = \dfrac{\sqrt{|q_2|}}{\left|\sqrt{|q_1|}-\sqrt{|q_2|}\right|}\, r \end{cases}$$



3.1.3.18-rasm

Isboti: Natijaviy maydon kuchlanganligi nolga teng bo‘lgan nuqtada har bir zaryad hosil qilgan maydon kuchlanganliklari miqdor jihatidan teng va qarama-qarshi yo‘nalgan bo‘ladi, ya’ni $\begin{cases} \vec{E}_2 = -\vec{E}_1 \\ E_2 = E_1 \end{cases}$ bo‘ladi. Bundan

$$k\frac{|q_1|}{y_1^2} = k\frac{|q_2|}{y_2^2}; \;\rightarrow\; y_2 = \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}}\cdot y_1 \;;\; \rightarrow\; y_1 - r = \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}}\cdot y_1 \;;\rightarrow\; y_1 = \frac{\sqrt{|q_1|}}{\sqrt{|q_1|}-\sqrt{|q_2|}}\cdot r \quad \text{va}$$

$$y_2 = y_1 - r = \frac{\sqrt{|q_2|}}{\sqrt{|q_1|}-\sqrt{|q_2|}}\cdot r$$ ekanligi kelib chiqadi.

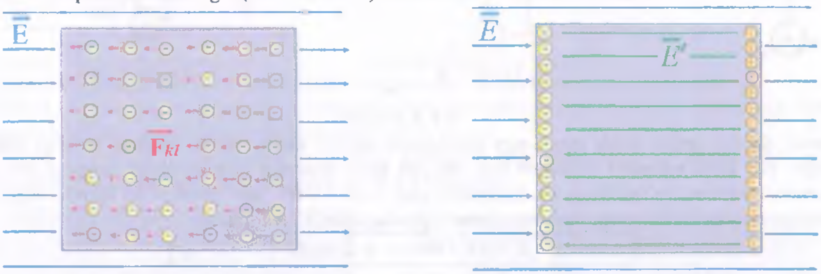
3.1.4. Mavzu: O‘tkazgich va dielektriklarda elektr maydoni.

Biz yuqorida elektr maydoning zaryadlarga ta’sirini o‘rgandik. Endi esa elektr maydoniga o‘tkazgich va dielektrik kiritilganda qanday hodisa ro‘y berishini alohida-alohida qarab chiqamiz.

Elektr maydoniga kiritilgan o‘tkazgich:

O‘tkazgich deb elektr tokini yaxshi o‘tkazish xususiyatiga ega bo‘lgan moddalarga aytiladi. O‘tkazgichlarni tashkil qilgan molekula va atomlarning eng tashqi qavatida joylashgan elektronlar yadroga juda zaif bog‘langan bo‘lib, bu elektronlar deyarli ozgina tashqi ta’sir (issiqlik, yorug‘lik, elektr toki va h.) tufayli ham erkin elektronga aylanib ketadi va butun molekula va atomlar orasidagi bo‘shliqda butun kristal hajmi bo‘yicha erkin daydib yuradi. Odatdagi sharoitda barcha metallar (mis, alyuminiy, volfram, temir, xrom va b.) o‘tkazgichlar hisoblanadi. O‘tkazgichlarda zaryad jismning bir joyidan boshqa joyiga hech bir qiyinchiliksiz erkin ko‘cha oladi. Buning sababi zaryadni eltuvchi erkin elektronlarning mavjudligidir. Hajm birligidagi erkin elektronlar soniga ***erkin elektronlar konsentratsiyasi*** deyiladi. O‘tkazgichlarda erkin elektronlar konsentratsiyasi $n = 10^{25} - 10^{29}\, m^{-3}$ oralig‘ida bo‘ladi.

Elektr maydoniga metall plastina kiritaylik (3.1.4.1a-rasm). Tashqi elektr maydoni o‘tkazgich ichidagi bog‘langan va erkin zaryadlarning barchasiga ta’sir etadi. Bog‘langan zaryadlar (elektronini yo‘qotib musbat ionga aylangan atom) kristal panjarasi tugunlarida mustahkam yacheykalar hosil qilib turgani bois, elektr maydon ta'sirida bu zaryadlar qo'zg'ala olmaydi (rasmda bog'langan zaryadlar tasvirlanmagan). Erkin zaryadlar esa tashqi elektr maydoni ta'sirida o'tkazgichning bir joyidan boshqa joyiga erkin ko'cha oladi. Rasmda elektronlar kuchlanganlik chiziqlariga qarama-qarshi harakatlanib chap tomonga harakatlanishi ko'rsatilgan. O'tkazgich plastinaning chap tomonida ortiqcha elektronlar yig'ilib manfiy zaryadlanib qolishi, o'ng tomonida esa elektronlar etishmovchiligi paydo bo'lib musbat zaryadlanib qolishi tasvirlangan(3.1.4.1b-rasm).



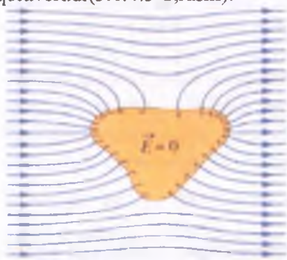
a) b)

3.1.4.1-rasm

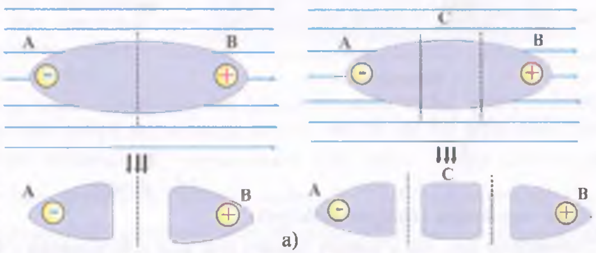
Elektr maydoniga kiritilgan o'tkazgich ichida elektr zaryadlari ajralib, o'tkazgichning qarama-qarshi tomoniga to'planish hodisasi elektrostatik induksiya hodisasi deyiladi.

Tashqi elektr maydon qanchalik kuchli bo'lsa, elektrostatik induksiya hodisasi ham shunchalik kuchli seziladi,ya'ni qarama-qarshi tomonlarga shuncha ko'p miqdordagi zaryadlar to'planadi. Elektrostatik induksiya hodisasi natijasida tashqi maydondan tashqari o'tkazgich ichida ikkilamchi E' maydon bo'ladi(3.1.4.1b-rasm). Hisoblarning ko'rsatishicha E' maydon E maydonga miqdor jihatidan teng va qarma-qarshi yo'nalgan bo'ladi, ya'ni $\begin{cases} \vec{E}' = -\vec{E} \\ E' = E \end{cases}$ bo'ladi. Shuning uchun elektr maydonga kiritilgan o'tkazgich ichida natijaviy maydon $\vec{E}_{nat} = \vec{E} + \vec{E}' = \vec{E} - \vec{E} = 0$ bo'ladi. Boshqacha aytganda, elektr maydoni o'tkazgich ichiga kirmaydi (*3.1.4.2-rasm*)

Elektrostatik induksiya hodisasidan foydalanib, maydonga kiritilgan o'tkazgichni ikkiga bo'lib, miqdor jixatidan teng va qarama-qarshi ishorali zaryadlar olish mumkin (3.1.4.3-a,rasm). Elektr maydonga kiritilgan o'tkazgichni uch va undan ko'p bo'laklarga bo'lganda faqat ikkita chetki bo'laklarda miqdor jixatidan teng va qarama-qarshi ishorali zaryadlar olish mumkin, o'rta qismlar esa neytralligicha qolaveradi(3.1.4.3-b,rasm).



3.1.4.2-rasm



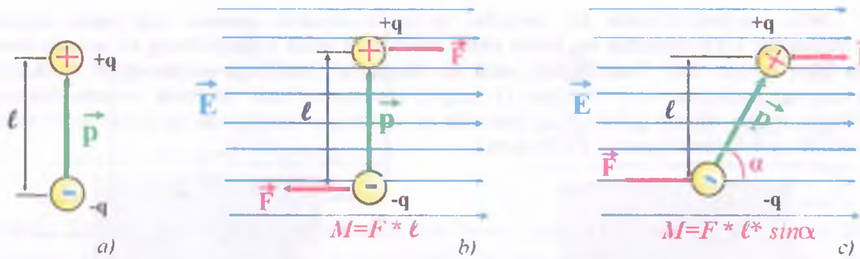
3.1.4.3-rasm

Elektrik dipol:

Bir-biridan biror ℓ masofada joylashgan hamda $+q$ va $-q$ zaryadlarga ega bo'lgan zaryadlar sistemasiga ***elektrik dipol*** deyiladi. Dipol zaryadining zaryadlar orasidagi masofaga ko'paytmasiga teng bo'lgan vektor kattalikka ***dipolning elektr momenti*** deyiladi.

$$\boxed{\vec{p} = q \cdot \vec{\ell}} \qquad [Kl \cdot m]$$

Manfiy zaryaddan musbat zaryadga yo'nalgan yo'nalishni elektr moment yo'nalishi qilib qabul qilingan (3.1.4.3-rasm).



3.1.4.3-rasm

Elektrik dipolni tashqi elektr maydonga kiritilganda dipolni uning ohirlik markazi atrofida burishga intiladigan juft kuch momenti paydo bo'ladi. Bu juft kuch momenti qiymati elektr moment yo'nalishi tashqi elektr maydon yo'nalishiga tik bo'lganda eng katta bo'lib, ular parallel bo'lganda nolga teng bo'ladi. Umumiy holda burovchi moment qiymati quyidagicha (3.1.4.3-rasm):

$$\boxed{M = F \cdot d = qE\ell\sin\varphi = pE\sin\varphi} \qquad [N \cdot m]$$

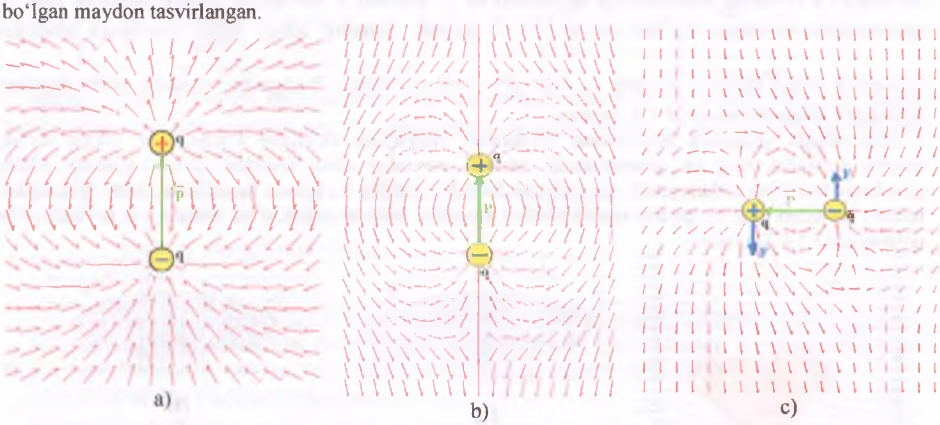
Bu erda: φ – elektr maydon kuchlanganligi va elektr momenti vektorlari orasidagi burchak.

Tashqi elektr maydoni dipolni o'z yo'nalishigacha burishda ish bajaradi. Elektr maydon yo'nalishiga tik turgan dipolni o'z yo'nalishigacha burishda maydon bajaradigan ish quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{A = p\,E}$$

Isboti: $A = \int_0^{\pi/2} M(\varphi)\,d\varphi = \int_0^{\pi/2} pE\sin\varphi\,d\varphi = -pE\cos\varphi\,\Big|_0^{\pi/2} = pE$.

Quyidagi rasmda elektrik dipolning maydoni va bu dipol tashqi elektr maydoniga kiritilganda hosil bo'lgan maydon tasvirlangan.



3.1.4.4-rasm

Elektr maydoniga kiritilgan dielektrik:

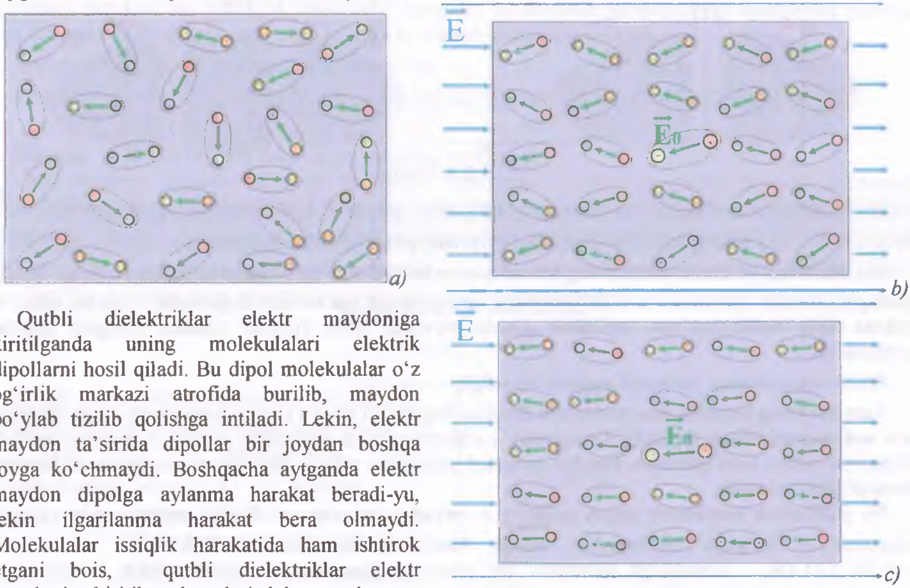
Dielektriklar deb, tok o'tkazish xossasi juda past yoki umuman o'tkazmaydigan moddalarga aytiladi. Dielektriklarni tashkil qilgan molekula va atomlarning eng tashqi qavatida joylashgan elektronlar ham yadroga ancha mustahkam bog'langan bo'lib, bu elektronlar juda kuchli tashqi ta'sir (issiqlik, yorug'lik, elektr toki va h.) bo'lmasa, deyarli umuman yadroni tark etib erkin elektronga aylana olmaydi. Dielektriklarga odatdagi sharoitda barcha gazlar, suv, shisha, turli plastmassa va rezinalar kiradi.Dielektriklarda zaryad jismning qayerida hosil qilinsa, bu zaryad o'sha joyda turaveradi va jismning boshqa joyiga ko'chmaydi. Buning sababi zaryadni eltuvchi erkin elektronlarning yo'qligidir. Dielektriklarda erkin elektronlar konsentratsiyasi $n = 10^{11} - 10^{21}\ m^{-3}$ oralig'ida bo'ladi va Shuning uchun ham dielektriklarning o'tkazuvchanligi deyarli umuman sezilmaydi.

3.1.4.5-rasm

Dielektriklarning 2 turi bor: 1)qublangan dielektriklar; 2) qublanmagan dielektriklar.

Musbat va manfiy zaryadlarining markazlari ustma-ust tushmaydigan atom va molekulalardan tashkil topgan dielektrikka ***qutbli dielektrik*** deyiladi (3.1.4.5a-rasm).

Musbat va manfiy zaryadlarining markazlari ustma-ust tushadigan atom va molekulalardan tashkil topgan dielektrikka ***qutbsiz dielektrik*** deyiladi (3.1.4.5b-rasm).



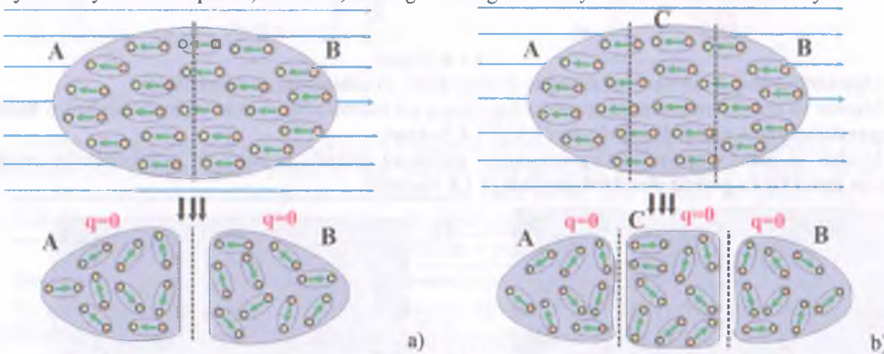
3.1.4.6-rasm

Qutbli dielektriklar elektr maydoniga kiritilganda uning molekulalari elektrik dipollarni hosil qiladi. Bu dipol molekulalar o'z og'irlik markazi atrofida burilib, maydon bo'ylab tizilib qolishga intiladi. Lekin, elektr maydon ta'sirida dipollar bir joydan boshqa joyga ko'chmaydi. Boshqacha aytganda elektr maydon dipolga aylanma harakat beradi-yu, lekin ilgarilanma harakat bera olmaydi. Molekulalar issiqlik harakatida ham ishtirok etgani bois, qutbli dielektriklar elektr maydoniga kiritilganda tashqi elektr maydon yo'nalishi atrofida tebranma harakat qiladi. Tashqi maydon qanchalik kuchli bo'lsa, qutbli molekulalar Shunchalik maydon yo'nalishi bo'ylab tartibli joylashishga intiladi. Bunda har bir dipol tashqi elektr maydoniga qarama-qarshi yo'nalgan ikkilamchi $\vec{E}_0$ maydonchalar hosil qiladi. Tashqi elektr maydon kuchaygan sari $\vec{E}_0$ maydonchalar ham proporsional ravishda kuchayadi (3.1.4.6-a,b,c-rasmlar). Har bir qutbli molekula hosil qilgan $\vec{E}_0$ maydonchalar geometrik qo'shilib tashqi maydonni ε marta susayishiga sabab bo'ladi. Demak, dielektrik ichida natijaviy elektr maydon kuchlanganligi tashqi maydon kuchlanganligidan ε marta kichik bo'lar ekan.

$$\boxed{E_{muhit} = \frac{E_{vakuum}}{\varepsilon}}$$

Qutbsiz dielektriklarda molekulalar ichidagi musbat va manfiy zaryadlar elektr maydonga kiritilgunga qadar ustma-ust yoki deyarli ustma-ust tushadi. Tashqi elektr maydoni ta'sir qilganda bu musbat va manfiy zaryadlar biroz siljib, ular orasida elka hosil bo'ladi va bu zaryadlar dipolga aylanadi. Qutbsiz dielektriklar tashqi elektr maydonini qutbli molekulalari kabi susaytira olmaydilar. Chunki, dipollarning elektr momentlari qutbli molekulalarda ancha katta bo'ladi. Shuning uchun ham dielektrik singdiruvchanlik qiymatlari ham qutbli dielektriklarda qutbsiz dielektriklardagiga qaraganda ancha katta bo‘ladi. Qutbli dilektriklar ichida suv molekulasining elektr momenti eng katta bo‘lib, suv uchun dielektrik singdiruvchanlik qiymati $\varepsilon = 81$ ga tengdir.

Elektr maydoniga kiritilgan dielektriklarni ikki, uch, ... bo‘laklarga bo‘lib, so‘ngra maydondan tashqariga olib chiqilsa, barcha bo‘laklar elektroneytral bo‘lib qoladi (3.1.4.7-a,b rasmlar). Chunki, dielektriklarda faqatgina qutblanish hodiasasi (dipol molekulaning og‘irlik markazi atrofida burilib maydon bo‘ylab tizilib qolishi) kuzatilib, o‘tkazgichlardagi kabi zaryadlar ko‘chkisi kuzatilmaydi.



3.1.4.7-rasm

3.1.5. Mavzu: Elektr maydonidagi nuqtaviy zaryadni ko‘chirishda bajarilgan ish. Elektr maydonidagi nuqtaviy zaryadning potensial energiyasi.

Biz mexanika bo‘limida kuchlarning tabiati qanday bo‘lishidan qat’iy nazar ta’sirlashuvchi har qanday jism yoki jismlar sistemasi o‘z ta’sir (potensial) energiyasiga ega bo‘ladi degan edik. Shunday ekan, bu xulosa elektr kuchlariga ham tegishlidir. Ushbu mavzuda elektr kuchlari tabiatini energetik jihatdan o‘rganamiz.

Elektr maydonining potensial maydon ekanligi:

Agar kuchning bajargan ishi traektoriya shakliga bog‘liq bo‘lsa, bu kuchni ***konservativ kuch***, aksincha esa ***nokonservtiv kuch*** deyiladi. Konservativ kuchlarning ta’sir maydonini ***potensial maydon*** deyiladi. Elektr zaryadlari hosil qiladigan maydon potensial maydonmi yoki yo‘qmi degan savolga javob berishga harakat qilib ko‘raylik.

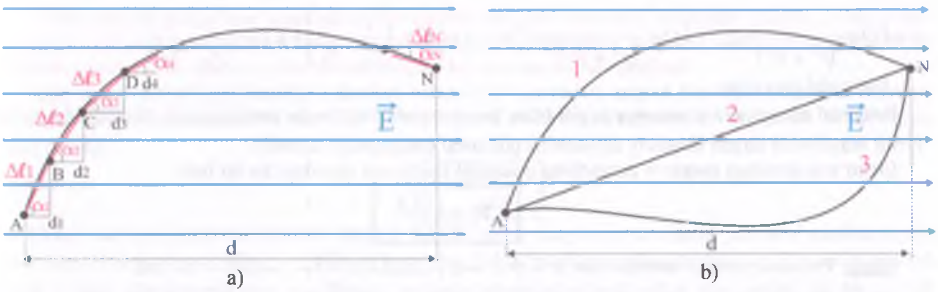
Bir jinsli elektr maydonida turgan nuqtaviy q zaryadni ixtiyoriy egri chiziqli traektoriya bo‘yicha A nuqtadan N nuqtaga ko‘chiraylik. Xo‘sh, bunda qanday ish bajariladi? AN traektoriyani $AB, BC, CD, DE, ...$ kesmalarga ajrataylik. Bu ajratilgan kesmalar shunchalik kichik bo‘lsinki, bu kesmalarni $\overset{\smile}{AB}, \overset{\smile}{BC}, \overset{\smile}{CD}, \overset{\smile}{DE}, ...$ yoylar bilan ustma-ust tushsin. Shunda bu kesmalarni elementar kesmalar deyish mumkin (*3.1.5.1a-rasm*). Har bir elementar qism uchun bajarilgan ishlar $A = F s \cos\alpha$ formula yordamida hisoblab topiladi va ularni qo‘shib chiqib umumiy traektoriyadagi bajarilgan ish topiladi.

$$A = \sum A_i = A_1 + A_2 + A_3 + ...A_N = F_1\Delta\ell_1 \cos\alpha_1 + F_2\Delta\ell_2 \cos\alpha_2 + F_3\ell s_3 \cos\alpha_3 + ... + F_N\Delta\ell_N \cos\alpha_N =$$

$$= q\,E\cdot(AB\cos\alpha_1 + BC\cos\alpha_2 + CD\cos\alpha_3 + ... + MN\cos\alpha_N) = qE\cdot(\Delta d_1 + \Delta d_2 + \Delta d_3 + ... + \Delta d_N) = q\,E\,d$$

Rasmdan ko‘rinib turibdiki, d – traektoiyaning maydon yo‘nalishiga proeksiyasi. Demak, $A = q\,E\,d$ ga ko‘ra nuqtaviy zaryadni elektr maydonida ko‘chirishda bajarilgan ish trayektoriyaning maydon yo‘nalishiga proeksiyasiga bog‘liq bo‘lar ekan, traektoiya shakliga esa mutlaqo bog‘liq bo‘lmas ekan. Trayektoriya shakllari turlicha, lekin trayektoriyaning maydon yo‘nalishidagi proeksiyalari bir xil d ga teng bo‘lgan barcha trektoriyalarda teng ish bajariladi (*3.1.5.1b-rasm*).

Traektoriya shakli qanday bo‘lishidan qat’iy nazar agar $d = 0$ bo‘lsa, bajarilgan ish nolga teng bo‘ladi. Boshqacha aytganda elektr maydonida berk kontur bo‘ylab zaryadni ko‘chirishda ish bajarilmas ekan.



3.1.5.1-rasm

Yuqoridagilardan xulosa qilib shuni aytish mumkinki, haqiqatan ham elektr kuch konservativ kuch, bu kuchning maydoni esa potensial maydondir. Zaryadni ko‘chirishda bajarilgan ish traektoriya shakliga bog‘liq emas va zaryadni berk kontur bo‘ylab ko‘chirishda ish bajarilmaydi.

Nuqtaviy zaryadni ko‘chirishda bajarilgan ish:

Nuqtaviy zaryadni bir jinsli maydonda ko‘chirishda bajarilgan ish quyidagicha bo‘ladi:

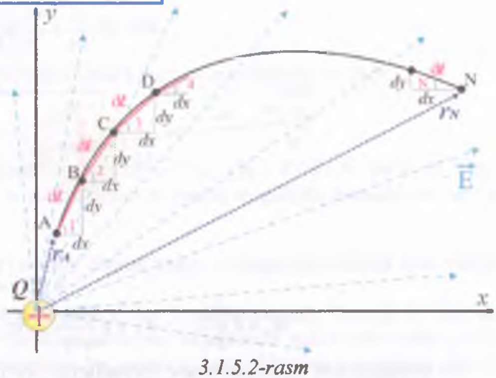
$$\boxed{A = qE\ell\cos\alpha = qEd}$$

Bu erda: d –traektoiyaning maydon yo‘nalishiga proeksiyasi

Agar nuqtaviy zaryadni bir jinsli bo‘lmagan maydonda ixtiyoriy traektoriya bo‘ylab ko‘chirilsa, bajarilgan ish qanday bo‘ladi degan savol tug‘ilishi tabiiy. Aytaylik, qo‘zg‘almas va musbat Q zaryad maydonida turgan nuqtaviy q zaryadni A nuqtadan ixtiyoriy traektoriya bo‘ylab N nuqtaga ko‘chiraylik. A nuqtaning Q zaryaddan uzoqligi r_A, N nuqtaning uzoqligi esa r_N bo‘lsin. Bunda zaryadni ko‘chirishda elektr maydoni bajargan ish quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A = kQq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)}$$

Isboti: Q zaryadni koordinatalar tekisligining boshiga joylaymiz. Traektoriyaning boshi $A(x_A; y_A)$ va oxiri $N(x_N; y_N)$ koordinatalarga ega. Traektoriyaning ixtiyoriy $(x; y)$ nuqtasida q zaryad turgan bo‘lsin. Bunda radius vektor $\vec{r} = x\cdot\vec{i} + y\cdot\vec{j}$ bo‘ladi. Unga ta’sir etuvchi kulon kuchi esa $F = k\frac{Qq}{r^2}$ bo‘ladi. Kulon kuchining o‘qlardagi proeksiyalari $F_X = F\cdot\cos\alpha = k\frac{Qq}{r^2}\cdot\frac{x}{r} = kQq\cdot\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}$ va $F_Y = F\cdot\cos\beta = k\frac{Qq}{r^2}\cdot\frac{y}{r} = kQq\cdot\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}$ bo‘ladi.



3.1.5.2-rasm

Kuch vektori proeksiyalari orqali $\vec{F} = F_X\cdot\vec{i} + F_Y\cdot\vec{j}$ ko‘rinishda ifodalanadi. Traektoriyani elementar $d\ell$ uzunliklarga ega bo‘lgan $AB, BC, CD, DE, ...$ teng kesmachalarga ajratamiz. Bu kesmachalarning bittasida bajarilgan elementar ish $dA = \vec{F}\cdot d\vec{\ell} = \vec{F}\cdot d\vec{r} = (F_X\cdot\vec{i} + F_Y\cdot\vec{j})\cdot(dx\cdot\vec{i} + dy\cdot\vec{j}) = F_X dx + F_Y dy$. Har bir elementar kesmada bajarilgan ishlar yig‘indisi butun traektoriyada bajarilgan ishni beradi. Kesmachalar soni qancha ko‘p bo‘lsa, hisob-kitob shunchalik aniq chiqadi va $\sum$ belgisi $\int$ belgisiga aylanib ketadi. $A = \sum_{i=1}^{n}\Delta A_i = \int dA$ formulaga ko‘ra integrallaymiz.

$$A = \int dA = \int F_X dx + F_Y dy = \int_{x_A}^{x_N} kQq\cdot\frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}dx + \int_{y_A}^{y_N} kQq\cdot\frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}}dy =$$

$$= -kQq\cdot\frac{1}{\left(x^2+y^2\right)^{1/2}}\Big|_{x_A}^{x_N} - kQq\cdot\frac{1}{\left(x^2+y^2\right)^{1/2}}\Big|_{y_A}^{y_N} = ... = -kQq\cdot\left(\frac{1}{r_N}-\frac{1}{r_A}\right) = kQq\cdot\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_N}\right)$$

Potensial energiya:

Potensial energiyaning umumiy ta'rifi bilan biz mexanika bo'limida tanishganmiz. Shu ta'rifga ko'ra elektr maydonida turgan nuqtaviy zaryadning potensial energiyasini topamiz.

Elektr maydonidagi nuqtaviy zaryadning potensial energiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{W = k\frac{Qq}{r}}$$

Isboti: Potensial energiya formulasidan $W = \vec{F}\cdot\vec{r} = F\,r\cos\alpha = k\frac{Qq}{r^2}r\cdot 1 = k\frac{Qq}{r}$ bo'ladi.

Demak, markaziy kuch maydonida nuqtaviy zaryadni ko'chirishda bajarilgan ish traektoriya boshidagi va oxiridagi potensial energiyalar farqiga teng bo'lar ekan.

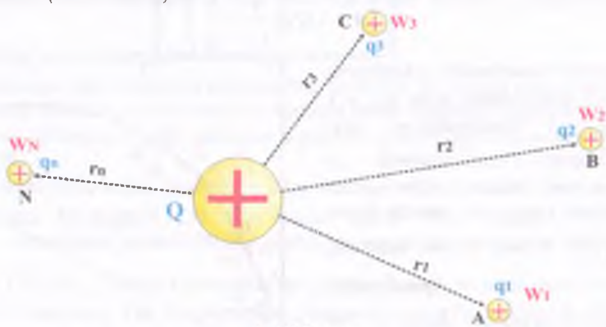
$$\boxed{A = kQq\left(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B}\right) = k\frac{Qq}{r_A} - k\frac{Qq}{r_N} = W_A - W_N}$$

3.1.6. Mavzu: Potensial. Ekvipotensial sirtlar. Potensial uchun xususiy hollar.

Biz avvalgi mavzularda elektr maydonni kuch jihatidan xarakterlaydigan elektr maydon kuchlanganligi tushunchasini kiritgan edik. Lekin, elektr maydonni energetik jihatidan ham xarakterlaydigan Shunday kattalik borki, bu maydon potensialidir. Ushbu mavzuda maydon potensiali xususida so'z yuritamiz.

Elektr maydon potensiali:

Elektr maydonini Q zaryad hosil qilayotgan bo'lsin va bu maydonning turli nuqtalariga $q_1, q_2, q_3, ...q_n$ sinov zaryadlarini kiritaylik. Bu nuqtalarda sinov zaryadlarining pgotensial energiyalari mos holda $W_1, W_2, W_3, ...W_n$ bo'lsin *(3.1.6.1-rasm)*.



3.1.6.1-rasm

$$W_1 = k\frac{Qq_1}{\varepsilon r_1},\quad W_2 = k\frac{Qq_2}{\varepsilon r_2},\quad W_3 = k\frac{Qq_3}{\varepsilon r_3},\ .....,\ W_n = k\frac{Qq_n}{\varepsilon r_n}$$

Bu energiyalarni kiritilgan sinov zaryadlariga bo'linsa, sinov zaryadining katta-kichikligiga bog'liq bo'lmagan kattalik hosil bo'lar ekan, ya'ni quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{W_1}{q_1} = k\frac{Q}{\varepsilon r_1},\quad \frac{W_2}{q_2} = k\frac{Q}{\varepsilon r_2},\quad \frac{W_3}{q_3} = k\frac{Q}{\varepsilon r_3},\ .....,\ \frac{W_n}{q_n} = k\frac{Q}{\varepsilon r_n}$$

Elektr maydoniga kiritilgan sinov zaryadi potensial energiyasining sinov zaryadiga nisbati sinov zaryadining katta-kichikligiga bog'liq bo'lmaydi va bu nisbat o'sha nuqtadagi (sinov zaryadi kiritilgan nuqtadagi) elektr maydon potensiali deyiladi.

$$\boxed{\varphi = \frac{W}{q'}}$$

Elektr maydon potensialiga quyidagicha ta'rif ham beriladi:

Elektr maydonning biror nuqtasidagi potensiali deb, shu nuqtaga kiritilgan musbat birlik sinov zaryadini maydon tomonidan cheksizlikkacha (maydon bo'lmagan nuqtaga, maydon tashqarisiga) siljitishda bajarilgan ishga miqdor jihatidan teng bo'lgan kattalikka aytiladi.

Agar elektr maydoniga kiritilgan musbat birlik sinov zaryadini zaryad kiritilgan nuqtadan maydon tashqarisigacha siljitishda elektr maydoni $1J$ ish bajarsa, o'sha nuqtadagi maydon potensiali $1V$ (Volt)ga teng bo'ladi.

$$\boxed{1V = \frac{1J}{1Kl}}$$

Elektr maydon potensiali ***skalyar*** kattalik bo'lib, elektr maydonni energetik jihatidan xarakterlaydi. $(+)$ ishorali zaryadlar atrofida $(+)$ ishorali potensial, $(-)$ ishorali zaryadlar atrofida $(-)$ ishorali potensial hosil bo'ladi. Maydonning biror nuqtasidagi natijaviy potensialni topish uchun shu nuqtada har bir zaryad hosil qilgan potensiallar algebraik qo'shiladi.

$$\boxed{\varphi_{nat} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + ... + \varphi_N}$$

Zaryadlangan o'tkazgichlarning potensiali:

Ixtiyoriy shakldagi o'tkazgich zaryadlanganda uning zaryadi o'tkazgich sirti bo'ylab joylashadi. Chunki, o'tkazgichlarda zaryad bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga erkin ko'cha oladi. O'tkazgich zaryadni bir xil ishorali elementar zarrachalar tashkil etgani uchun ular mumkin qadar bir-biridan uzoqlashib eng chetki joyga ya'ni, o'tkazgich sirtiga joylashib oladi. O'tkazgich qanday shaklda bo'lmasin, uning sirtidagi barcha nuqtalarda elektr potensiali bir xil bo'ladi. Agar o'tkazgichning biror nuqtasida potensial kattaroq bo'lsa, demak bilish kerakki, hali zaryadning o'tkazgich sirti bo'ylab taqsimoti oxiriga etmagan. Elektr maydoni zaryadni potensiali katta nuqtadan potensiali kichikroq bo'lgan nuqtalarga ko'chishga majbur qiladi va bu ko'chki toki o'tkazgich sirtidagi barcha nuqtalarda potensial tenglashguncha davom etadi.

Sirtiy zaryadlangan Sharning sirtida $(r = R)$ potensial quyidagicha:

$$\boxed{\varphi_0 = k\frac{Q}{\varepsilon R}}$$

Isboti: Potensialning ta'rifiga binoan $\varphi = \frac{W}{q'} = k\frac{Qq'}{\varepsilon R q'} = k\frac{Q}{\varepsilon R}$ bo'ladi.

Sirtiy zaryadlangan Shar ichidagi $(r < R)$ barcha nuqtalarda bir xil va quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\varphi = k\frac{Q}{R}}$$

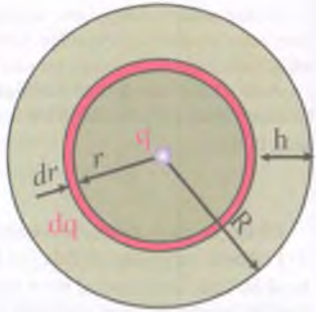
Isboti: Sharning ichida elektr maydoni bo'lmagani uchun ham $U = \varphi_1 - \varphi_2 = E\Delta d = 0$, ya'ni, $\varphi_1 = \varphi_2$ bo'ladi. Agar Shar vakuumda bo'lsa, uning sirtki va ichki qismlarida barcha nuqtalarda potensial bir xil va $\varphi = k\frac{Q}{R}$ ga teng bo'ladi.

Hisob-kitoblar nafaqat shar ichida, balki barcha sirtiy zaryadlangan o'tkazgichlar ichida ham elektr maydon potensiali bir xil bo'lishini ko'rsatdi.

Dielektriklarda jismning qaerida zaryad hosil qilinsa, u o'sha joyda turaveradi. Zaryad bir joydan boshqa joyga osonlikcha ko'chmaydi. Chunki, dielektriklarda zaryad eltuvchi erkin elektronlar yo'q. Agar zaryad jismning butun hajmi bo'yicha hosil qilinsa, bu zaryad o'tkazgichlardagi kabi sirtiga chiqib ketmasdan hajm bo'yicha turaveradi. Endi hajmiy zaryadlangan sharning potensialini ko'rib chiqamiz.

Hajmiy zaryadlangan Shar markazida elektr maydon potensiali quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\varphi = \frac{3}{2}\cdot k\frac{Q}{R} = \frac{3}{2}\varphi_0}$$



3.1.6.2 -rasm

Isboti: Shar markazidan r masofada elementar dr qalinlikda elementar Shar qatlami ajratamiz. Bu qatlamning elementar zaryadi $dq = \rho\, dV = 4\pi \rho r^2 dr$ bo'ladi. Bu elementar qatlam va Shar markazida turgan q sinov zaryadining tortishi tufayli yuzaga kelgan elementar potensial energiya $dW_I = k\dfrac{q \cdot dq}{r} = -4\pi \rho k q r\, dr$ bo'ladi. Buni noldan R gacha oraliqda integrallab to'la potensial energiyani topish mumkin.

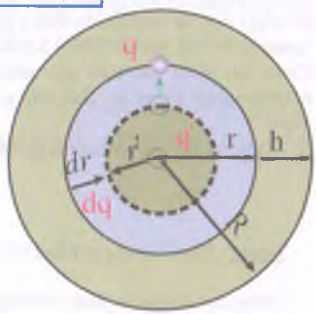
$$W_I = \int dW_I = \int_0^R 4\pi \rho k q r\, dr = 2\pi \rho k q R^2 = \frac{3}{2} k \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot q \cdot \frac{1}{R} =$$

$$= \frac{3}{2} k \rho V q \cdot \frac{1}{R} = \frac{3}{2} k \frac{Qq}{R} = \frac{3}{2} W_0$$

Potensialning ta'rifiga binoan $\varphi = \dfrac{W}{q} = \dfrac{3}{2} k \dfrac{Q}{R} = \dfrac{3}{2}\varphi_0$ bo'ladi. Demak, yuqoridagi formuladan shunday xulosaga kelish mumkinki, shar markazidagi potensial uning miqdor jihatidan 1,5 marta ko'p ya'ni bo'lar ekan.

Hajmiy zaryadlangan shar markazidan r masofada (yoki shar sirtidan h chuqurlikda) elektr maydon potensiali quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\varphi_r = \frac{3}{2} k \frac{Q}{R} - \frac{1}{2} k \frac{Q}{R} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}\varphi_0 \left(3 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)}$$



3.1.6.3-rasm

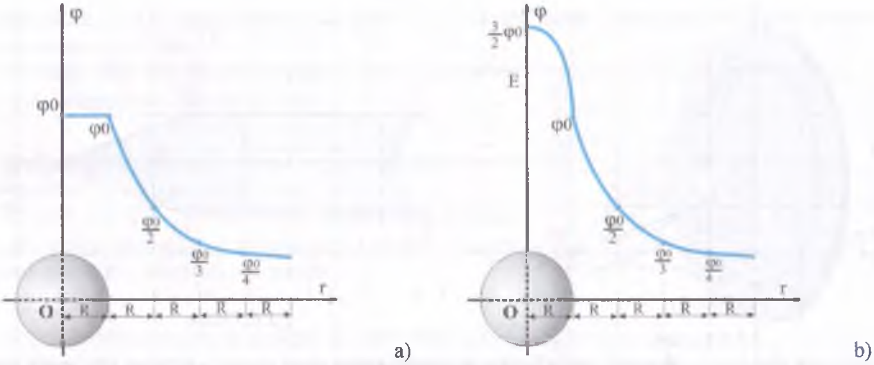
Isboti: Buni topish uchun q sinov zaryadni shar markazidan r masofaga ko'chirishda bajarilgan ishni topish etarli. r radiusli sfera ichida ixtiyoriy $r'(0 < r' < r)$ radiusli sharni fikran ajratamiz. Bu sharning zaryadi $q' = \rho V' = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r'^3 = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \left(\frac{r'}{R}\right)^3 = Q\left(\frac{r'}{R}\right)^3$ bo'ladi. Bu shar va q sinov zaryadi $F' = k\dfrac{q'q}{r'^2} = k\dfrac{Qq}{R^3} \cdot r'$ kuch bilan tortishadi. Bu kuch ta'sirida q sinov zaryadini elementar dr masofaga ko'chirishda $dA = F' dr = k\dfrac{Qq}{R^3} \cdot r' dr$ elementar ish bajariladi. Elementar ishni noldan r gacha integrallab q sinov zaryadini shar markazidan r masofaga ko'chirishda bajarilgan ishni topamiz.

$A = \int dA = \int_0^r F' dr = k\dfrac{Qq}{R^3} \cdot \int_0^r r' dr = k\dfrac{Qq}{R^3} \cdot \dfrac{r^2}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot k\dfrac{Qq}{R} \cdot \left(\dfrac{r}{R}\right)^2$. Shar markazidan r masofada m massali jismni potensial energiyasi $W_r = W_0 - A = \dfrac{3}{2} k \dfrac{Qq}{R} - \dfrac{1}{2} k \dfrac{Qq}{R} \left(\dfrac{r}{R}\right)^2$ bo'ladi. Potensialning ta'rifiga binoan $\varphi = \dfrac{W}{q} = \dfrac{3}{2} k \dfrac{Q}{R} - \dfrac{1}{2} k \dfrac{Q}{R} \left(\dfrac{r}{R}\right)^2 = \dfrac{1}{2}\varphi_0 \left(3 - \left(\dfrac{r}{R}\right)^2\right)$ bo'ladi.

Sharcha hoh hajmiy, hoh sirtiy zaryadlangan bo'lsin sharchadan tashqaridagi $(r > R)$ nuqtalarda ular hosil qilgan elektr maydon potensiallari bir xil bo'ladi. Maydon potensialining qiymati xuddi sharning butun zaryadi shar markazidagi bitta nuqtaga to'planganda hosil bo'lgan qiymat kabi bo'ladi. Shar tashqarisida maydon potensiali quyidagicha:

$$\boxed{\varphi = k\frac{Q}{\varepsilon r} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon \varepsilon_0 r}}$$

Quyida keltirilgan rasmlarda sirtiy va hajmiy zaryadlangan sharlar hosil qilgan elektr maydon potensiallarining masofaga bog'liqlik grafigi tasvirlangan.



3.1.6.4-rasm

Yuqoridagi rasmlar sharchalar musbat zaryadlangan hol uchun berilgan.

Tekis chiziqli zaryadlangan R radiusli xalqaning markazidan xalqa o'qi bo'yicha L uzoqlikda yotgan nuqtadagi elektr maydon potensiali quyidagicha *(3.1.6.5-rasm)*:

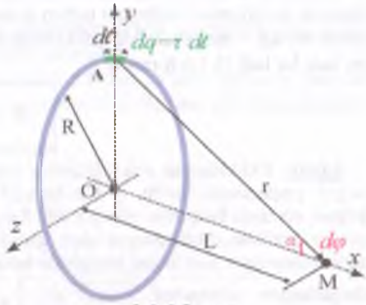
$$\boxed{\varphi = \frac{\tau}{2\varepsilon\varepsilon_0}\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2}}} \quad \text{yoki} \quad \boxed{\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\sqrt{R^2+L^2}} = k\frac{Q}{\varepsilon r}}$$

Isboti: Tekis chiziqli zaryadlangan R radiusli xalqa markaziga rasmda ko'rsatilgandek koordinatalar sistemasini joylaymiz. Xalqaning ixtiyoriy A nuqtasidan $d\ell$ uzunlikda elementar qism ajratamiz. Elementar qismning elementar zaryadi $dq = \tau\, d\ell$ ga teng bo'lib, bu zaryad xalqa o'qidan L uzoqlikda olingan ixtiyoriy M nuqtada $d\varphi = k\frac{dq}{\varepsilon r} = k\tau\frac{d\ell}{\varepsilon r}$ elementar potensial hosil qiladi. Bu elementar maydon potensialini 0 dan $2\pi R$ gacha integrallab berilgan xalqaning M nuqtada hosil qilgan natijaviy potensiali topiladi.

$$\varphi = \int d\varphi = \frac{k\tau}{\varepsilon R}\int_0^{2\pi R} d\ell = \frac{k\tau}{\varepsilon r}\cdot 2\pi R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{\varepsilon r}\cdot 2\pi R = \frac{\tau}{2\varepsilon\varepsilon_0}\frac{R}{\sqrt{R^2+L^2}}.$$

Agar xalqaning chiziqli zichligi τ o'rniga zaryadi Q berilgan bo'lsa, potensial $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\sqrt{R^2+L^2}} = k\frac{Q}{\varepsilon_0 r}$ hosil bo'ladi.

Tekis chiziqli zaryadlangan R radiusli xalqaning markazida potensial o'zining eng katta $\varphi = k\frac{Q}{\varepsilon_0 R}$ qiymatiga ega bo'ladi va bu nuqtadan boshlab potensial $\varphi \sim \frac{1}{r}$ qonuniyatga ko'ra kamayib boradi.

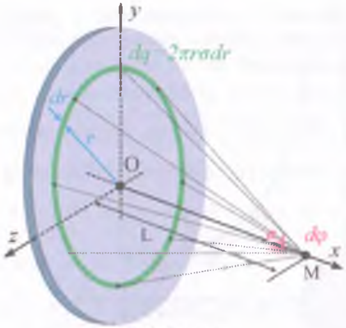


3.1.6.5-rasm

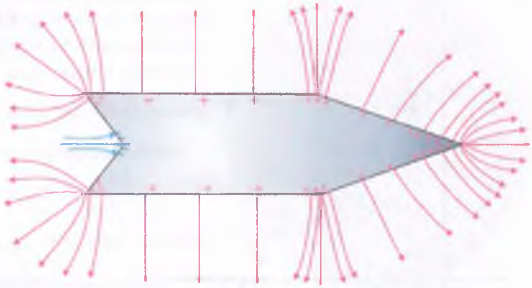
R radiusli tekis zaryadlangan disk markazidan L uzoqlikda yotgan nuqtada elektr maydon potensiali quyidagicha bo'ladi *(3.1.6.6-rasm)*:

$$\boxed{\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\left(\sqrt{R^2+L^2}-L\right)}$$

Isboti: Diskdan dr qalinlikdagi ixtiyoriy $r\,(r \le R)$ radiusli xalqa ajratamiz. Xalqaning elementar zaryadi $dq = 2\pi r\sigma\, dr$ bo'lib, xalqa o'qidan olingan M nuqtadagi elementar maydon potensialii $d\varphi = \frac{k\,dq}{\varepsilon\sqrt{R^2+L^2}} = \frac{2\pi r\sigma\, dr}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0\left(r^2+L^2\right)^{1/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{r\,dr}{\left(r^2+L^2\right)^{1/2}}$ ga teng bo'ladi. Buni 0 dan R gacha integrallab diskning berilgan nuqtadagi potensialini topamiz. $\varphi = \int d\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\int_0^R\frac{r\,dr}{\left(r^2+L^2\right)^{1/2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\left(r^2+L^2\right)^{1/2}\Big|_0^R = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+L^2}-L\right).$



3.1.6.6-rasm



3.1.6.7-rasm

Ixtiyoriy shakldagi o‘tkazgich zaryadlanganda zaryad uning qaysi qismida ko‘proq to‘planadi degan savol tug‘ilishi tabiiy. Buning uchun bir-biriga tegib turgan R_1 va R_2 radiusli Sharchalarga zaryad berilganda qaysi Sharda zaryad zichligi kattaroq bo‘lishini tekshirib ko‘raylik. Sharchalar tegib turgani uchun ularning potensiallari o‘zaro teng ya’ni, $\varphi_1 = \varphi_2$ bo‘ladi. Bundan

$k\frac{q_1}{R_1} = k\frac{q_2}{R_2}; \rightarrow \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R^2{}_1}\cdot R_1 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2{}_2}\cdot R_2; \rightarrow \frac{q_1}{S_1}\cdot R_1 = \frac{q_1}{S_1}\cdot R_1; \rightarrow \sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2$ kelib chiqadi.

Demak, sirt zichliklari nisbati o‘lchamlarning teskari nisbatiga teng bo‘lar ekan.

$$\boxed{\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{R_1}{R_2}}$$

Formuladan ko‘rinib turibdiki, radiusi kichik zaryadning sirt zichligi kattaroq ya’ni, kichik sharchada zaryad quyuqroq, tig‘isroq bo‘lar ekan. Shuning uchun ixtiyoriy shakldagi o‘tkazgichning ham radiusi kichik ya’ni, egriligi katta, o‘tkirroq joylarida ko‘proq zaryad to‘planar ekan.

Jismlarni zaryadlayotganda uning zaryadi ko‘paygan sari potensiali ham oshib boradi. Potensial ish bajarish qobiliyatini bildirgani uchun demak, zaryadlanayotgan jismning elektr (potensial) energiyasi ham oshib boradi. Umumiy holda yakkalangan o‘tkazgichni zaryadlashda unga berilgan energiya quyidagicha bo‘ladi bo‘ladi (3.1.6.8-rasm):

$$\boxed{W = \frac{1}{2}q\varphi = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} \quad [J]}$$

Isboti: YAkkalangan o‘tkazgichning olgan zaryadi uning potensialiga to‘g‘ri proporsional bo‘lib, $q=C\varphi$ formula bo‘yicha topiladi. Bu haqda kelgusi mavzuda batafsil to‘xtab o‘tiladi. Zaryad va potensial bog‘langan har qanday grafikda chegaralangan yuza zaryadlashda bajarilgan ishni, ya’ni zaryadlanayotgan jism olgan energiyani beradi. 3.1.6.8-rasmdan foydalanib chegarlangan uchburchak yuzasi $W = \frac{1}{2}q\varphi$ ekanini ososngina topish mumkin. Bundan esa yana $W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$ formulalarni ham keltirib chiqarish mumkin bo‘ladi.

3.1.6.8-rasm

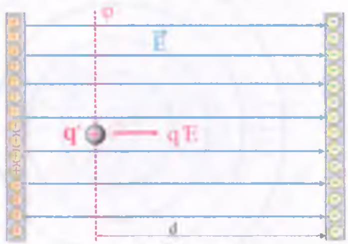
Xususiy holda yakkalangan shar energiyasi uchun quyidagi uchta formulani olish mumkin:

$$\boxed{W = \frac{1}{2}q\varphi = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 R\varphi^2 = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon\varepsilon_0 R} \quad [J]}$$

Isboti: Bu erda yakkalangan shar sig‘imi uchun $S = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R$ formuladan foydalanildi.

Potensiallar farqi, kuchlanish:

Qarama-qarshi ishorali va teng miqdorda zaryadlangan parallel plastinkalar orasidagi maydonni bir jinsli maydon deyish mumkin. Bir jinsli maydonga kiritilgan q' sinov zaryadiga elektr maydoni tomonidan $F_K = q'E$ kulon kuchi ta'sir qiladi. Ta'sir kuchi ostida turgan jism esa ta'sir (potensial) energiyasiga ega bo'ladi.



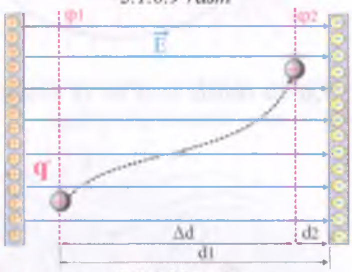
3.1.6.9-rasm

Bir jinsli elektr maydoniga kiritilgan q' sinov zaryadining potensial energisi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{W = q'E\,d = q'\varphi}$$

Isboti: Potensial energiyasini topishning umumiy formulasidan foydalanamiz. $W = F \cdot r = q'Ed = q'\varphi$.

Bu erda $\varphi = Ed$ – bir jinsli elektr maydonining ixtiyoriy d nuqtasidagi potensiali. d masofa zaryad turgan nuqtadan zaryad qulaydigan plastinagacha masofa.



3.1.6.10-rasm

Bir jinsli elektr maydoniga kiriilgan q' sinov zaryadini d_1 masofadan d_2 masofagacha ko'chirishda eletkr maydoni bajargan ish quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\begin{cases} A = W_1 - W_2 = q'E(d_2 - d_1) = q'E\,\Delta d \\ A = q'(\varphi_1 - \varphi_2) = q'U \end{cases}}$$

Elektr maydon kuchlanganligi va kuchlanish orasidagi bog'lanish quyidagicha bo'ladi:

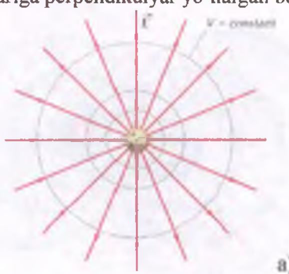
$$\boxed{E = \frac{U}{\Delta d}}$$

Isboti: Bir jinsli maydonda zaryadni ko'chirishda bajarilgan $A = q'E\,\Delta d$ va $A = q'U$ formulalarni tenglashtirsak, $E = \dfrac{U}{\Delta d}$ ifoda kelib chiqadi.

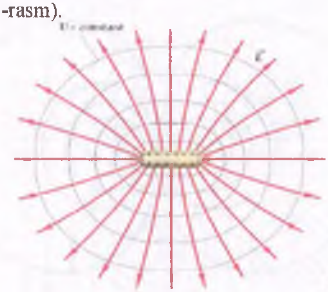
Ekvipotensial sirtlar:

Bir xil potensialga ega bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni ***ekvipotensial sirt*** degan sirt hosil qiladi. Nomlanishidan ham teng potensialli degan ma'noni berishi ko'rinib turibdi.

Nuqtaviy zaryadlarning ekvipotensial sirtlari konsentrik sferalardan iborat bo'ladi. Ixtiyoriy jismniki esa maydon kuchlanganligi jism sirtiga tik chiquvchi bo'lib, ekvipotensial sirtlar esa shu kuchlanganlik chiziqlariga perpendikulyar yo'nalgan bo'ladi (3.1.6.11-rasm).



a)

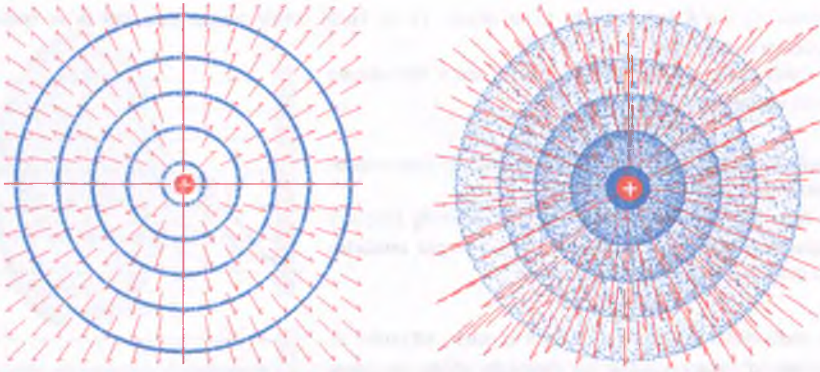


b)

3.1.6.11-rasm

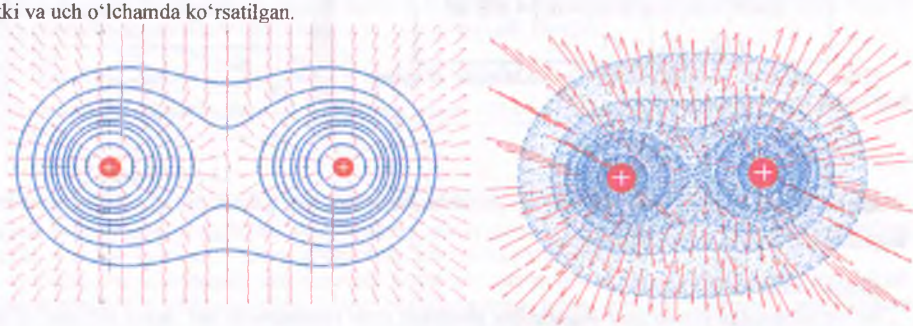
Ekvipotensial sirtning barcha nuqtalarida zaryadning potensial energiyalari bir xil bo'ladi. Bitta ekvipotensial sirtning bir nuqtasidan boshqa hohlagan nuqtasiga zaryadni ko'chirishda ish bajarilmaydi. Chunki, bunda potensial energiya o'zgarmaydi. Zaryadni bir ekvipotensial sirtning ixtiyoriy nuqtasidan ikkinchi ekvipotensial sirtning ixtiyoriy nuqtasiga ko'chirishda bir xil $A = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$ ish bajariladi. Quyida zaryad va zaryadlar sistemasining kompyuter dasturi yordamida olingan elektr maydoni va ekvipotensial sirtlarini tasvirlaymiz.

Quyida rasmda nuqtaviy zaryad maydoni va uning ekvipotensial sirtlari ikki va uch o'lchamda berilgan.



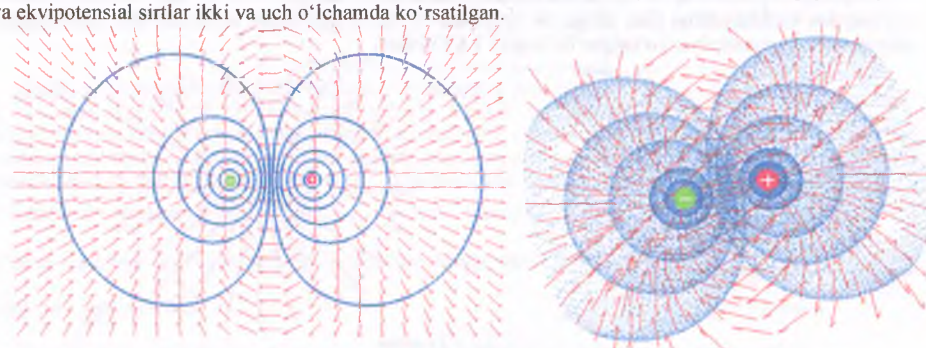
3.1.6.12-rasm

Quyida rasmda ikkita bir xil musbat nuqtaviy zaryadlar hosil qilgan maydon va ekvipotensial sirtlar ikki va uch o'lchamda ko'rsatilgan.



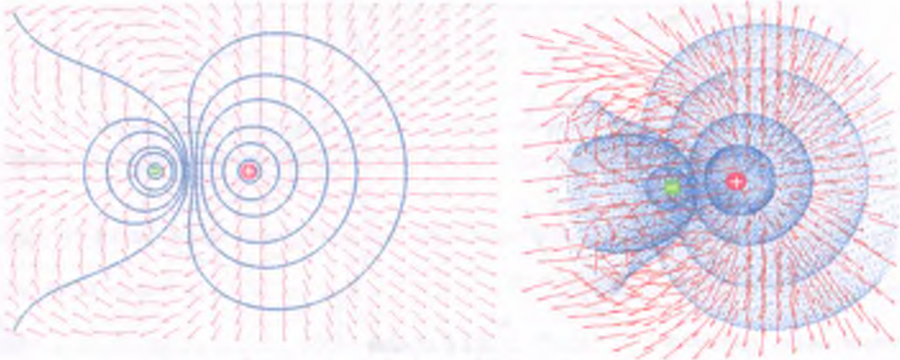
3.1.6.13-rasm

Quyida rasmda miqdor jihatidan teng va qarma-qarshi ishorali nuqtaviy zaryadlar hosil qilgan maydon va ekvipotensial sirtlar ikki va uch o'lchamda ko'rsatilgan.



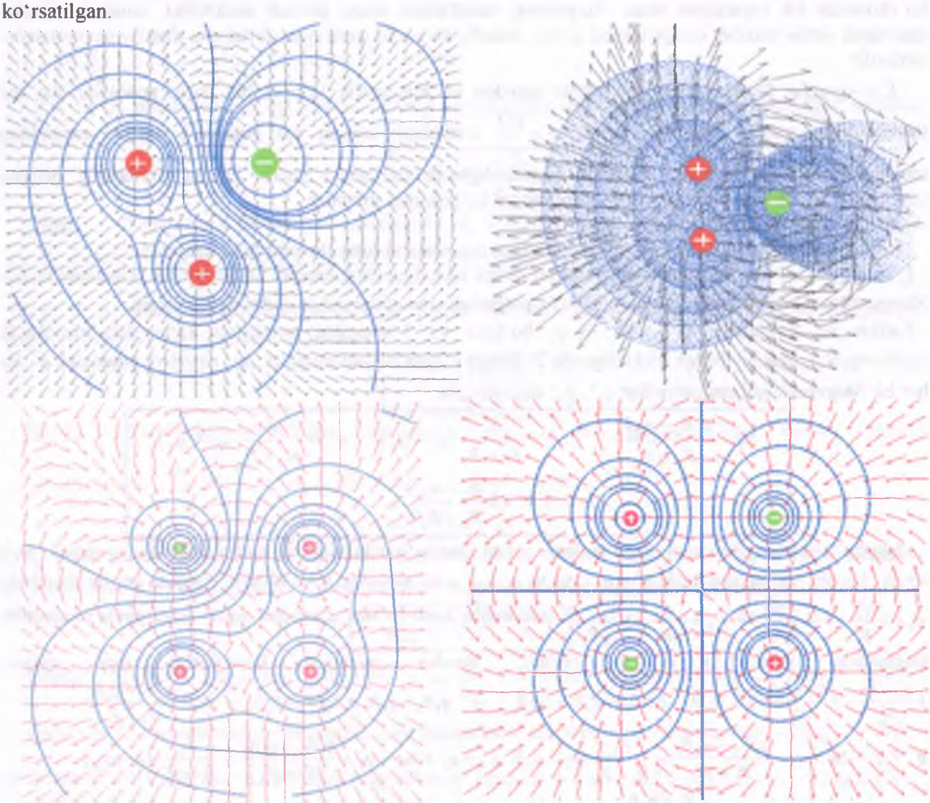
3.1.6.14-rasm

Quyida rasmda miqdor jihatidan ikki marta farq qiladigan, ya'ni $q_1 = 10\,nKl$ va $q_2 = -5\,nKl$ ga teng nuqtaviy zaryadlar hosil qilgan maydon va ekvipotensial sirtlar ikki va uch o'lchamda ko'rsatilgan.



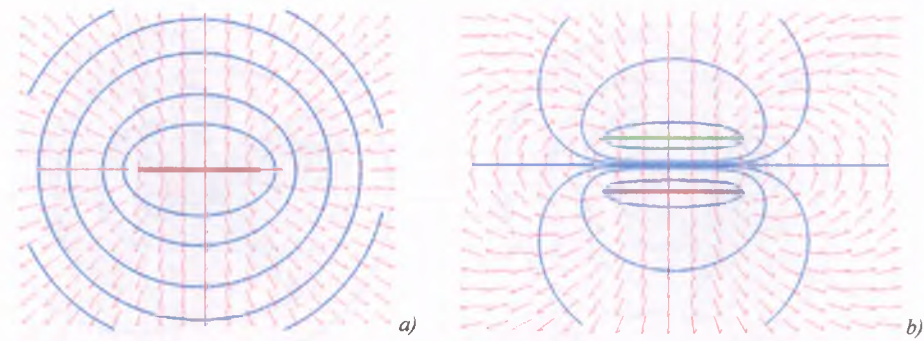
3.1.6.15-rasm

Quyida zaryadlar sistemasi hosil qilgan elektr maydon va ekvipotensial sirtlardan namunalar ko‘rsatilgan.



3.1.6.16-rasm

Quyida chiziqli zaryad va qarama-qarshi ishorali chiziqli zaryad hosil qilgan elektr maydon va ekvipotensial sirtlardan namunalar ko‘rsatilgan.



3.1.6.17-rasm

Barcha rasmlardan koʻrishimiz mumkinki, har bir nuqtada maydon kuchlanganlik vektorlari ekvipotensial sirtlarga perpendikulyar yoʻnalar ekan. Shuning uchun har bir sirtning oʻzida zaryadni koʻchirishda ish bajarilmas ekan. Yuqoridagi rasmlardan shuni koʻrish mumkinki, musbat zaryadni qamragan sirtlar musbat ekvipotensial sirtlar, manfiy zaryadni qamragan sirtlar esa manfiy ekvipotensial sirtlardir.

$\vec{E} = -grad\,\varphi$ formulaga asosan elektr maydon kuchlanganlik vektori har doim potensial eng tez kamayadigan tomon yoʻnalish kerak. $\varphi = \frac{kQ}{r}$ formulaga asosan esa potensial musbat zaryaddan uzoqlashganda yoki manfiy zaryadga yaqinlashganda kamayishi kerak. Ushbu fikrlarning isbotini yuqoridagi koʻrib oʻtgan barcha rasmlarda yaqqol koʻrishimiz mumkin.

Potensial uchun xususiy hollar:

Endi masalalar ishalashda koʻp duch keladigan masalalarni formula tarzida kiritamiz.

1. Ikkita har xil zaryadlangan sharchalar bir biriga tekizilganda potensiali katta shardan potensiali kichik Sharga zaryad oqib oʻtadi. Zaryad oqish toki potensiallar tenglashgunga qadar davom etadi.

Radius va zaryadlari R_1, q_1 va R_2, q_2 boʻlgan va 1–sharning potensiali katta deb hisoblasak ($q_1/R_1 > q_2/R_2$), ular bir-biriga tekkizilganda 2–sharga oʻtgan zaryad miqdori Δq, natijiviy potensial φ' va har bir Sharchada qolgan zaryadlar q_1', q_2' quyidagicha.

$$\Delta q = \frac{q_1R_2 - q_2R_1}{R_1+R_2}, \quad q'_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}(q_1+q_2), \quad q'_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}(q_1+q_2),$$
$$\varphi' = k\frac{q_1+q_2}{R_1+R_2}$$

Isboti: 1-sharning potensiali katta boʻlgani uchun sharchalar tekkizilganda undan 2-Sharga Δq zaryad oqib oʻtadi. Shunda har bir sharchada $q_1' = q_1 - \Delta q$ va $q_2' = q_2 + \Delta q$ zaryadlar hosil boʻladi. Natijada har bir sharchada $\varphi'_1 = k\frac{q'_1}{R_1} = k\frac{q_1 - \Delta q}{R_1}$ va $\varphi'_2 = k\frac{q'_2}{R_2} = k\frac{q_2+\Delta q}{R_2}$ potensiallar hosil boʻladi. Zaryadlar oqishi toʻxtaganda potensiallar tenglashadi, ya'ni $\varphi'_1 = \varphi'_2 = \varphi'$ boʻladi. Bundan soʻralgan kattaliklarni topa olamiz.

$$k\frac{q_1-\Delta q}{R_1} = k\frac{q_2+\Delta q}{R_2}; \rightarrow q_1R_2 - \Delta q R_2 = q_2R_1 + \Delta q R_1; \rightarrow q_1R_2 - q_2R_1 = \Delta q(R_1+R_2); \rightarrow \Delta q = \frac{q_1R_2-q_2R_1}{R_1+R_2}$$

$$q'_1 = q_1 - \Delta q = q_1 - \frac{q_1R_2-q_2R_1}{R_1+R_2} = \frac{R_1}{R_1+R_2}(q_1+q_2), \quad q'_2 = q_2 + \Delta q = q_2 + \frac{q_1R_2-q_2R_1}{R_1+R_2} = \frac{R_2}{R_1+R_2}(q_1+q_2).$$

$$\varphi' = \varphi'_1 = k\frac{q_1-\Delta q}{R_1} = k\frac{q_1 - \frac{q_1R_2-q_2R_1}{R_1+R_2}}{R_1} = k\frac{q_1+q_2}{R_1+R_2}.$$

2. Agar R_1 radiusli sharning potensiali φ_1 boʻlsa, R_2 radiusli sharning potensiali φ_2 $(\varphi_1 < \varphi_2)$ boʻlsa, bu sharchalar tekkizilganda, 1-shardan 2-sharga oqib oʻtadigan zaryad miqdori Δq, har bir sharchada hosil boʻladigan zaryadlar q_1', q_2', qaror topadigan natijaviy potensial φ' quyidagicha boʻladi:

$$\Delta q=\frac{R_1\cdot R_2\cdot(\varphi_1-\varphi_2)}{k\cdot(R_1+R_2)},\quad q'_1=\frac{R_1\cdot(\varphi_1\cdot R_1+\varphi_2\cdot R_2)}{k\cdot(R_1+R_2)},\quad q'_2=\frac{R_2\cdot(\varphi_1\cdot R_1+\varphi_2\cdot R_2)}{k\cdot(R_1+R_2)},$$
$$\varphi'=\frac{\varphi_1\cdot R_1+\varphi_2\cdot R_2}{R_1+R_2}$$

Isboti: Zaryadlarning potensiallari $\begin{cases}\varphi_1=k\dfrac{q_1}{R_1}\\ \varphi_2=k\dfrac{q_2}{R_2}\end{cases}$ dan sharchalardagi zaryad miqdorlari $\begin{cases}q_1=\dfrac{\varphi_1R_1}{k}\\ q_2=\dfrac{\varphi_2R_2}{k}\end{cases}$ ni topamiz.

So‘ralgan kattaliklarni bundan oldin gi chiqarilgan tayyor formullardan foydalanib topamiz. 1-shardan 2-siga o‘tgan zaryad miqdori $\Delta q=\dfrac{q_1R_2-q_2R_1}{R_1+R_2}=\dfrac{\dfrac{\varphi_1R_1}{k}R_2-\dfrac{\varphi_2R_2}{k}R_1}{R_1+R_2}=\dfrac{R_1\cdot R_2\cdot(\varphi_1-\varphi_2)}{k\cdot(R_1+R_2)}$ bo‘ladi. 1-sharchadagi zaryad miqdori $q'_1=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}(q_1+q_2)=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}\left(\dfrac{\varphi_1R_1}{k}+\dfrac{\varphi_2R_2}{k}\right)=\dfrac{R_1\cdot(\varphi_1\cdot R_1+\varphi_2\cdot R_2)}{k\cdot(R_1+R_2)}$ va 2-sharchadagi zaryad miqdori $q'_2=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}(q_1+q_2)=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}\left(\dfrac{\varphi_1R_1}{k}+\dfrac{\varphi_2R_2}{k}\right)=\dfrac{R_2\cdot(\varphi_1\cdot R_1+\varphi_2\cdot R_2)}{k\cdot(R_1+R_2)}$ bo‘ladi. Hosil bo‘lgan potensial $\varphi'=k\dfrac{q_1+q_2}{R_1+R_2}=k\dfrac{\dfrac{\varphi_1R_1}{k}+\dfrac{\varphi_1R_1}{k}}{R_1+R_2}=\dfrac{\varphi_1\cdot R_1+\varphi_2\cdot R_2}{R_1+R_2}$ bo‘ladi.

3. φ_1 va φ_2 potensiallarga ega radiuslari teng bo‘lgan ikki shar tekkizilsa, qaror topadigan natijaviy potensial quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\varphi'=\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}}$$

Isboti: Yuqoridagi formuladan foydalanib $R_1=R_2=R$ deb olamiz. Qaror topgan potensial $\varphi'=\dfrac{\varphi_1\cdot R_1+\varphi_2\cdot R_2}{R_1+R_2}=\dfrac{\varphi_1\cdot R+\varphi_2\cdot R}{R+R}=\dfrac{(\varphi_1+\varphi_2)\cdot R}{2R}=\dfrac{\varphi_1+\varphi_2}{2}$ bo‘ladi.

4. φ_1 va φ_2 potensiallarga ega va zaryadlari teng bo‘lgan ikki shar bir-biriga tekkizilsa, qaror topadigan natijaviy potensial φ' quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\varphi'=\frac{2\varphi_1\varphi_2}{\varphi_1+\varphi_2}}$$

Isboti: Yuqoridagi formuladan foydalanib $q_1=q_2=q$ deb olamiz. Qaror topgan potensial $\varphi'=\dfrac{\varphi_1\cdot R_1+\varphi_2\cdot R_2}{R_1+R_2}=\dfrac{\varphi_1\cdot k\dfrac{q_1}{\varphi_1}+\varphi_2\cdot k\dfrac{q_2}{\varphi_2}}{k\dfrac{q_1}{\varphi_1}+k\dfrac{q_2}{\varphi_2}}=\dfrac{k(q_1+q_2)}{k\left(\dfrac{q_1}{\varphi_1}+\dfrac{q_2}{\varphi_2}\right)}=\dfrac{2q}{q\left(\dfrac{1}{\varphi_1}+\dfrac{1}{\varphi_2}\right)}=\dfrac{2\varphi_1\varphi_2}{\varphi_1+\varphi_2}$ bo‘ladi.

5. Agar zaryadlangan kichik tomchining potensiali φ_0 bo‘lsa, xuddi Shunday N ta tomchining qo‘shilishidan hosil bulgan katta tomchining natijaviy potensiali φ_{nat} quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\varphi_{nat}=\sqrt[3]{N^2}\cdot\varphi_0}\ \text{[V]}$$

Isboti: Kichkina tomchining potensiali $\varphi_0=k\dfrac{q_0}{R_0}$ dan uning zaryadi $q_0=\dfrac{\varphi_0R_0}{k}$ topiladi. Shunday tomchilardan N ta tomchining qo‘shilishidan hosil bulgan katta tomchining natijaviy zaryadi $q=Nq_0=N\dfrac{\varphi_0R_0}{k}$, hajmi esa $V=NV_0$ bo‘ladi. Katta tomchining radiusini topamiz. $V=NV_0;\to\dfrac{4}{3}\pi R^3=N\dfrac{4}{3}\pi R_0^3;\ \to\ R=\sqrt[3]{N}\,R_0$.

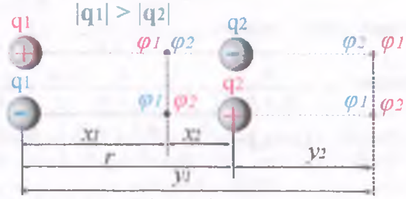
Natijaviy potensial $\varphi=k\dfrac{q}{R}=k\dfrac{N\dfrac{\varphi_0R_0}{k}}{\sqrt[3]{N}\,R_0}=\dfrac{N}{\sqrt[3]{N}}\varphi_0=\sqrt[3]{N^2}\,\varphi_0$ bo‘ladi.

6. Agar zaryadlar turli ishorali bo‘lsa, bu zaryadlarni tutashtiruvchi chiziqda shunday 2 ta nuqta mavjudki, bu nuqtalarda zaryadlar hosil kilgan natijaviy potensial nolga teng buladi.

Agar q_1 va q_2 zaryadlar turli ishorali bulsa, natijaviy potensial nolga teng bo‘ladigan nuqtalarning har bir zaryaddan uzoqliklari quyidagicha (r —zaryadlar orasidagi masofa):

$$\boxed{\begin{cases} x_1 = \dfrac{|q_1|}{|q_1|+|q_2|}\cdot r \\ x_2 = \dfrac{|q_2|}{|q_1|+|q_2|}\cdot r \end{cases} \quad \text{va} \quad \begin{cases} y_1 = \dfrac{|q_1|}{\left||q_1|-|q_2|\right|}\cdot r \\ y_2 = \dfrac{|q_2|}{\left||q_1|-|q_2|\right|}\cdot r \end{cases}}$$

Bu erda: x_1 va x_2 (y_1 va y_2)—natijaviy potensial nolga teng buladigan ichki (tashqi) nuqtadan zaryadlargacha bo‘lgan masofa.



3.1.6.18-rasm

Isboti: 1-nuqtada har bir zaryad hosil qilgan potensiallar $\begin{cases} \varphi_1 = k\dfrac{|q_1|}{x_1} \\ \varphi_1 = k\dfrac{|q_2|}{x_2} \end{cases}$ bo‘ladi. Potensialla miqdor jihatidan teng bo‘lgani uchun $\varphi_1 = \varphi_2$ bo‘ladi. $k\dfrac{|q_1|}{x_1} = k\dfrac{|q_2|}{x_2}$, $\to$ $\dfrac{|q_1|}{x_1} = \dfrac{|q_2|}{r - x_1}$, $\to$ $|q_1|r - |q_1|x_1 = |q_2|x_1$, $\to$

$x_1 = \dfrac{|q_1|}{|q_1|+|q_2|}r$. $x_2 = r - x_1 = r - \dfrac{|q_1|}{|q_1|+|q_2|}r = \dfrac{|q_2|}{|q_1|+|q_2|}r$. 2-nuqtada har bir zaryad hosil qilgan potensiallar $\begin{cases} \varphi_1 = k\dfrac{|q_1|}{y_1} \\ \varphi_1 = k\dfrac{|q_2|}{y_2} \end{cases}$ bo‘ladi. Potensiallar miqdor jihatidan teng bo‘lgani uchun $\varphi_1 = \varphi_2$ bo‘ladi

$k\dfrac{|q_1|}{y_1} = k\dfrac{|q_2|}{y_1}$; $\to$ $\dfrac{|q_1|}{y_1} = \dfrac{|q_2|}{y_1 - r}$; $\to$ $|q_1|y_1 - |q_1|r = |q_2|y_1$; $\to$ $y_1 = \dfrac{|q_1|}{|q_1|-|q_2|}r$. $y_2 = y_1 - r =$
$= \dfrac{|q_1|}{|q_1|-|q_2|}r - r = \dfrac{|q_2|}{|q_1|-|q_2|}r$.

3.1.7. Mavzu: Elektr sig‘im. Kondensator va ularning turlari. Kondensatorlarni ketma-ket va parallel ulash. Kondensator uchun xususiy hollar.

Elektr sig‘imi, yakkalangan o‘tkazgichning elektr sig‘imi, o‘zaro elektr sig‘im, kondensator:

Zaryadlangan o‘tkazgichning sirtidagi barcha nuqtalari bir xil potensialli, ya’ni uning sirti ekvipotensial sirtdan iborat bo‘lib, uning potensiali zaryadga bog‘liq bo‘ladi. Shuning uchun, o‘tkazgichning zaryadini bilgan holda uning potensialini va aksincha, o‘tkazgich potensialiga qarab uning zaryadini aniqlash masalasi juda muhim masaladir.

Bu masalani hal qilish uchun yangi elektr sig‘ imi deb ataluvchi fizik kattalik tuShunchasi kiritiladi. Avvalo yakkalangan o‘tkazgichning elektr sig‘imiga to‘xtalib o‘taylik.

Yakkalangan o‘tkazgich deb, elektr jihatidan izolyasiyalangan va boshqa o‘tkazgichlardan etarlicha uzoqlikda joylashgan o‘tkazgichga aytiladi.

Agar yakkalangan o‘tkazgichga q zaryad berilsa, bu zaryad o‘tkazgichning sirti biror φ potensialli ekvipotensial sirtga aylanguncha o‘tkazgich sirti bo‘ylab tarqaladi. O‘tkazgich sirtining potensiali φ unga berildgan zaryad q ga proporsional ravishda o‘zgarar ekan.

O‘lchashlar natijasida ma’lum bo‘ldiki, o‘tkazgich zaryadini potensialga bo‘lgan nisbati, ya’ni $\dfrac{q}{\varphi}$ zaryadning katta-kichikligiga bog‘liq bo‘lmasdan, faqat o‘tkazgichning o‘lchami, shakli va o‘tkazgich atrofidagi dielektrikning xususiyatlariga bog‘liq bo‘lar ekan. Bu nisbatga ***yakkalangan o‘tkazgichning elektr sig‘imi*** deyiladi va $\tilde{N}$ harfi bilan belgilanadi.

$$\boxed{\tilde{N} = \frac{q}{\varphi}}$$

Yuqoridagi ifodaga asosan elektr sig‘imni quyidagicha ta’riflash mumkin:

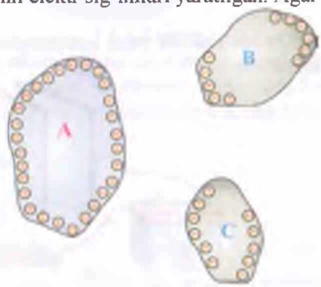
YAkkalangan o'tkazgichning elektr sig'imi deb, uning potensialini bir birlikka o'zgartirish uchun zarur bo'lgan zaryadga miqdor jihatidan teng bo'lgan fizik kattalikka aytiladi.

Elektr sig'imi farada (F) larda o'lchanadi. Yakkalangan o'tkazgichga $1C$ zaryad barilganda u $1V$ potensialga ega bo'lsa, bu o'tkazgichning eletr sig'imi $1F$ ga teng bo'ladi.

$$\boxed{1F = \frac{1Kl}{1V}}$$

$1Kl$ elektr zaryadi juda katta zaryad bo'lgani uchun $1F$ elektr sig'imi ham juda katta sig'imdir. Amalda $1F$ elektr sig'imiga umuman ishimiz tushmaydi. Shuning uchun masalalarda bu sig'imning ulushlari mikrofarada $(mkF = \mu F)$, nanofarada (nF), pikofarada (pF)lar bilan ish ko'ramiz. Masalan, radiusi $R = 9 \cdot 10^6\ km$ bo'lgan yakkalangan sharning elektr sig'imi $1F$ ga teng bo'lar ekan. Bu o'lcham Yerdan Oygacha bo'lgan masofadan taxminan 19 marta kattadir. Radiusi Yernikiday keladigan o'tkazgich sharning elektr sig'imi taxminan $700\,mkF$ ga teng bo'ladi.

Yuqorida ko'rdikki, boshqa o'tkazgichlar ta'siridan izolyasiyalangan o'tkazgichlarning sig'imi juda kichik bo'lganda ham ularning o'lchamlari juda katta bo'lar ekan. Bunday o'tkazgichlarni elektr sig'imi sifatida texnikada umuman ishlatib bo'lmagani sababli kichik o'lchamli elektr sig'imlari yaratilgan. Agar o'tkazgich yakkalanmagan, ya'ni uning yaqinida boshqa o'tkazgichlar mavjud bo'lsa, uning elektr sig'imi yakkalangan holatdagidan ancha kattaroq bo'lar ekan (3.1.7.1-rasm). Bunga sabab, q zaryadli A o'tkazgich atrofidagi o'tkazgichlarning yaqin sirtlarida q zaryadga teskari ishorali induksiyalangan zaryadlar hosil bo'lib, u ham o'z o'rnida A o'tkazgichning potensialini kamaytiradi va uning elektr sig'imini oshiradi. O'tkazgichlar sistemasi hosil qilgan sig'im ***o'zaro sig'im*** deyiladi. Amalda esa oralari dielektrik bilan ajratilgan va qarama-qarshi ishorali zaryadlar bilan zaryadlangan o'tkazgichlar sistemasi yordamida eng katta elektr sig'imi hosil qilinadi.



3.1.7.1-rasm

Agar $+q$ va $-q$ zaryadlar bilan zaryadlangan o'tkazgichlar sistemasi orasida potensiallar ayirmasi (kuchlanish) $U = \varphi_1 - \varphi_2$ bo'lsa, bu ikki o'tkazgichning o'zaro elektr sig'imi C quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\tilde{N} = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}}$$

Yuqoridagi ifodaga asosan elektr sig'imni quyidagicha ta'riflash mumkin:

Ikki o'tkazgichning o'zaro elektr sig'imi deb, ular orasidagi potensiallar ayirmasini bir birlikka o'zgartirish uchun bir o'tkazgichdan ikkinchisiga olib o'tiladigan zaryadga miqdor jihatidan teng bo'lgan kattalikka aytiladi.

$1F$ elektr sig'imiga quyidagicha ta'rif ham berish mumkin. Ikki o'tkazgichning orasida $1V$ potensiallar farqi hosil qilinganda har bir o'tkazgichda $+1Kl$ va $-1Kl$ zaryad hosil bo'lsa, bu o'tkazgichlarning o'zaro elektr sig'imi $1F$ ga teng bo'ladi.

$$\boxed{1F = \frac{1Kl}{1V}}$$

O'zida zaryad to'plash uchun mo'ljallangan o'tkazgichlar sistemasiga ***kondensator*** deyiladi. O'tkazgichlarni esa ***kondensator qoplamalari*** deyiladi. Kondensator lotincha "*kondensatsiya*" so'zidan olingan bo'lib, to'plovchi, quyuqlovchi degan ma'noni anglatadi. Kondensator o'ziga berilgan zaryadni to'plovchi va uzoq vaqt saqlovchi qurilmadir. Zaryad kondensatorning qoplamalarida to'planadi, elektr maydon energiyasi esa qoplamalar orasidagi fazoda to'planadi.

Turli kondensatorlarning elektr sig'imlari:

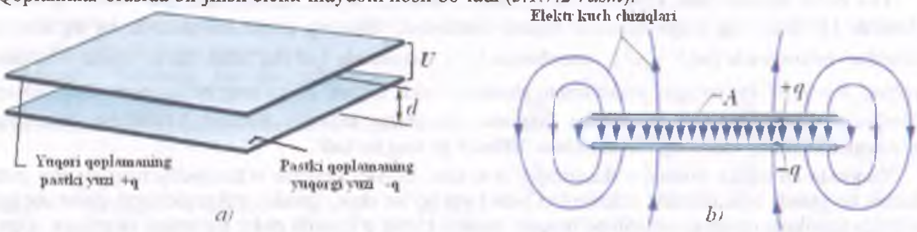
Kondensatorlarning quyidagi turlari bor:

1) yassi kondensator;
2) sferik kondenstaor;

3) yakkalangan shar;

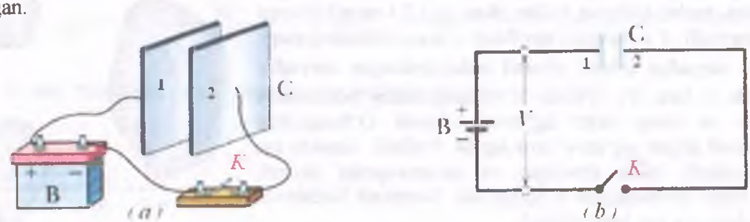
4) slindrik kondensator.

Shu kondensatorlardan turmushda va masalalarda eng ko‘p duch keladiganimiz – bu yassi kondensatordir. Qarama-qarshi ishorali zaryadlar bilan zaryadlangan, dielektrik bilan ajratilgan, bir-biriga yaqin turuvchi ikkita parallel o‘tkazgich plastinaga ***yassi kondensator*** deyiladi. Yassi kondensator zaryadlanganda har bir qoplamaning tashqi tomoni elektroneytral bo‘lib, bu qoplamalarning biri-biriga qaragan ichki yuzalarida qarama-qarshi ishorali va teng miqdorda $+q$ va $-q$ zaryadlar to‘planadi. Qoplamalar orasida bir jinsli elektr maydoni hosil bo‘ladi (*3.1.7.2-rasm*).



3.1.7.2-rasm

Quyida rasmda yassi kondensatorning o‘zgarmas tok manbaiga ulanish rasmi va sxematik ko‘rinishi tasvirlangan.



3.1.7.3-rasm

Yassi kondensatorning elektr sig‘imi quyidagicha:

$$\boxed{C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}}$$

Bu erda: S – bitta qoplamaning yuzi, d – qoplamalar orasidagi masofa.

Isboti: Sig‘imning formulasidan foydalanamiz.

$$C=\frac{q}{U}=\frac{q}{Ed}=\frac{q}{\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}d}=\frac{q}{\frac{q}{S\varepsilon\varepsilon_0}d}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}.$$

Qarama-qarshi ishorali zaryadlar bilan zaryadlangan o‘zaro konsentrik ikkita sferik o‘tkazgichga ***sferik kondensator*** deyiladi. Zaryadlar qoplamalarning bir-biriga qaragan yuzalarida, elektr maydon energiyasi esa qoplamalar orasidagi fazoda to‘planadi.

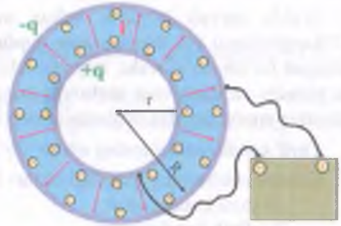
Sferik kondensatorning elektr sig‘imi quyidagicha *(3.1.7.4-rasm)*:

$$\boxed{C=\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 Rr}{R-r}}$$

Isboti: Bunda har bir sferik qoplamada teng miqdorda va qarama-qarshi ishorali zaryadlar yig‘iladi. Musbat qoplama hosil qilgan potensial $\varphi_+=k\frac{q}{\varepsilon r}$, manfiy qoplama hosil qilgan potensial $\varphi_-=-k\frac{q}{\varepsilon R}$ va natijaviy potensial

$$U=\varphi_++\varphi_-=k\frac{q}{\varepsilon r}-k\frac{q}{\varepsilon R}=\frac{kq}{\varepsilon}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)=\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}q\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)$$ bo‘ladi.

Endi elektr sig‘imi uchun formula chiqaramiz.



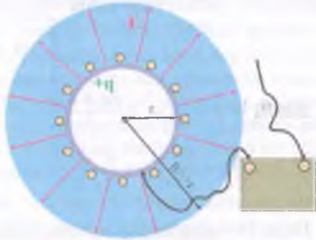
3.1.7.4-rasm

$$C=\frac{q}{U}=\frac{q}{\frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}q\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R}\right)}=\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 Rr}{R-r}.$$

Agar sferik kondensatorda qoplamalar orasidagi $R-r=d$ masofa sfera o'lchamlaridan ancha kichik, ya'ni $d<<r\approx R$ bo'lsa, qoplamalar orasida bir jinsli elektr maydoni hosil bo'ladi. Bunday kondensator yassi kondensatorga aylanadi. Chunki, elektr sig'imini hisoblash formulasi $\tilde{N}=\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 Rr}{R-r}\approx\frac{4\pi r^2\varepsilon\varepsilon_0}{d}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ xuddi yassi kondensatordagi kabi bo'ladi.

Agar sferik kondenstorda $R>>r$ bo'lsa, bunday kondensator ***yakkalangan shar*** deyiladi. Yakkalangan sharning elektr sig'imi quyidagicha *(3.1.7.5-rasm)*:

$$\boxed{\tilde{N}=4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$$



3.1.7.5-rasm

Isboti: Bunda $R>>r$ bo'lgani uchun $\frac{1}{R}=0$ deb hisoblaymiz.

$$\tilde{N}=\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 Rr}{R-r}=\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\frac{1}{r}-\frac{1}{R}}\approx\frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}{\frac{1}{r}-0}=4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r.$$

Qarama-qarshi ishorali zaryadlar bilan zaryadlangan o'zaro koaksial ikkita slindrik o'tkazgichga ***slindrik kondensator*** deyiladi. Zaryadlar qoplamalarning bir-biriga qaragan yuzalarida, elektr maydon energiyasi esa qoplamalar orasidagi fazoda to'planadi. Slindr uzunligi uning radiuslaridan ancha katta, ya'ni $L>>R$ deb hisoblaymiz.

Slindrik kondensatorning elektr sig'imi quyidagicha *(3.1.7.6-rasm)*:

$$\boxed{\tilde{N}=\frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}}$$

Isboti: Bunda slindr hosil qilgan maydon avval 3.1.3-mavzuda zaryadlangan cheksiz uzun ip uchun hisoblab topilgan $E=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}=\frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r L}$ formula bo'yicha topiladi. Ixtiyoriy nuqtadagi potensial esa $d\varphi=E\,dr=\frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}\frac{dr}{r}$ formulaga ko'ra topiladi. Buni r dan R gacha integrallasak, slindrik qoplamalar orasidagi kuchlanishga ega bo'lamiz.

$$U=\int d\varphi=\frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}\int_r^R\frac{dr}{r}=\frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}\ln\left(\frac{R}{r}\right).$$

Endi sig'imni topamiz.

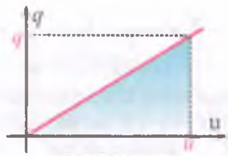
$$C=\frac{q}{U}=\frac{q}{\frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}\ln\left(\frac{R}{r}\right)}=\frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$

3.1.7.6-rasm

Agar slindrlar orasidagi masofa $d=R-r$ ularning radiuslaridan juda kichik, ya'ni $d<<r\approx R$ bo'lsa, qoplamalar orasida bir jinsli elektr maydoni hosil bo'ladi. Bunday kondensator yassi kondensatorga aylanadi. Chunki, formulada $\ln\left(\frac{R}{r}\right)=\ln\left(1+\frac{d}{r}\right)\approx\frac{d}{r}$ bo'lishini hisobga olsak, $C=\frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 L}{d/r}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 2\pi rL}{d}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ kelib chiqadi.

Kondensator energiyasi, energiya zichligi, ponderomotor kuchlar:

Kondensatorni zaryadlash jarayonida unga elementar dq zaryad berishda elektr kuchlari elementar $dA=U\,dq=CU\,du$ ish bajaradi. Agar buni 0 dan U gacha integrallasak, kondensatorni zaryadlash jarayonidagi jami bajarilgan ish, ya'ni elektr maydon tomonidan kondensator olgan energiya $A=\int dA=CU\int_0^U du=\frac{CU^2}{2}=W$ kelib chiqadi. Boshqacha aytganda zaryad va kuchlanish bog'langan grafikda grafik tagidagi yuza kondensatorni zaryadlashda bajarilgan ishni berar ekan *(3.1.7.7-rasm)*.



3.1.7.7-rasm

Umumiy holda kondensator energiyasi quyidagi uch ko'rinishda bo'lishi mumkin ekan.

$$\boxed{W=\frac{1}{2}qU=\frac{CU^2}{2}=\frac{q^2}{2C}}\quad [J]$$

Masalalar echishda yassi kondensatorga ko'p duch kelganimiz bois, yuqoridagi uchta formuladan yassi kondensator uchun yana uchta formula hosil qilish mumkin.

$$\boxed{W=\frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2Sd}{2}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0SU^2}{2d}=\frac{\sigma^2Sd}{2\varepsilon\varepsilon_0}}$$

Isboti: 1) $W=\frac{CU^2}{2}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0SE^2d^2}{2d}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2Sd}{2}$; 2) $W=\frac{CU^2}{2}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0SU^2}{2d}$;

3) $W=\frac{q^2}{2C}=\frac{(\sigma S)^2}{2\frac{\varepsilon\varepsilon_0S}{d}}=\frac{\sigma^2Sd}{2\varepsilon\varepsilon_0}$.

Hajm birligiga to'g'ri kelgan elektr maydon energiyasiga ***energiya zichligi*** deyiladi. Energiya zichligi quyidagicha topiladi:

$$\boxed{\omega=\frac{W}{V}}\quad \left[\frac{J}{m^3}\right]$$

Xususiy holda yassi kondensator energiya zichligi quyidagi uchta ko'rinishda bo'lishi mumkin:

$$\boxed{\omega=\frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2}{2}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0U^2}{2d^2}=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}}$$

Shuni yana bir eslatib o'tish kerakki barcha turdagi kondensatorlarda zaryad qoplamalarda, maydon energiyasi esa qoplamalar orasidagi fazoda to'planadi.

Zaryadlangan kondensator qoplamalari har xil ishorali bo'lgani uchun Kulon qonuniga ko'ra har xil ishorali zaryadlar bir-biri bilan tortishadi. Tortishish natijasida qoplamalar orasidagi masofa mumkin qadar qisqarishga intiladi. Zaryadlangan makroskopik jismlar orasida vujudga kelgan bunday mexanik kuchni ponderomotor kuch deyiladi. Umumiy holatda potensial energiya va kuch orasidagi bog'lanishni ifodalaydigan $W=\vec{F}\cdot\vec{r}=-Fr$ formulaga ko'ra ponderomotar kuch quyidagicha bo'adi:

$$\boxed{F=-\frac{W}{r}}\quad [N]$$

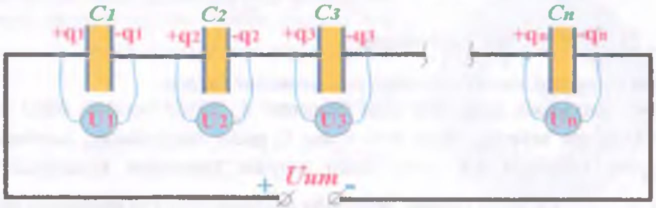
Bu erda: $(-)$ ishora qoplamalarning tortishishini bildiradi, W – kondensator energiyasi.

Xususiy holda yassi kondensator uchun ponderomotor kuchni aniqlaydigan yana uchta formula hosil qilish mumkin.

$$\boxed{F=\frac{\varepsilon\varepsilon_0E^2S}{2}=\frac{\varepsilon\varepsilon_0SU^2}{2d^2}=\frac{\sigma^2S}{2\varepsilon\varepsilon_0}}$$

Kondensatorlarni ketma-ket va parallel ulash:

Kondensatorlarni quyida rasmdagidek ulash ketma-ket ulash hisoblanadi. Bunda 1-kondensatorning 2-qoplamsiga 2-kondensatorning 1-qoplamasi, 2-kondensatorning 2-qoplamasiga 3-kondensatorning 1-qoplamasi va hokozo ketma-ketlikda ulanadi.



3.1.7.8-rasm

Kondensatorlarni ketma-ket ulaganda umumiy zaryad, umumiy kuchlanish va umumiy sig'im quyidagicha bo'ladi:

$$q_{um} = q_1 = q_2 = q_3 = ... = q_n$$
$$U_{um} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$$
$$\frac{1}{C_{um}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n}$$

<u>Isboti:</u> Kondensatorlarni ketma-ket ulaganda 1-kondensatorning 1-qoplamasi manbaning $(+)$ qutbiga, oxirgi $n-$ kondensatorning 2-qoplamasi esa manbaning $(-)$ qutbiga ulangan bo'ladi. Oradagi qoplama va kondensatorlar hech qanday manbaga ulanmagan bo'lsa ular qanday zaryadlanadi degan savol tug'ilishi tabiiy. Bunga sabab elektrostatika induksiya hodisasidir. Bu erda oraliqda joylashgan qoplama va kodensatorlar manbaga ulangan ikki chetdagi qoplamalarning elektr maydonida turgani bois, ular elektr maydonga kiritilgan o'tkazgich vazifasini o'taydi. Har bir o'tkazgichning (bir-biriga ulangan qo'shni kondensator qoplamalarining) qarama-qarshi tomonida teng miqdordagi va qarama-qarshi ishorali zaryadlar to'planadi. Natijada tok manbaiga ketma-ket ulagan kondensatorlarning har bir qoplamasi teng miqdorda $+q$ va $-q$ zaryadlarga ega bo'ladi. Shuning uchun $q_{um} = q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n$ bo'ladi. Tashqaridan berilgan umumiy kuchlanish barcha kondensatorlarga taqsimlanib ketgani sababli $U_{\ddot{o}l} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$ bo'ladi. Umumiy sig'im esa quyidagicha bo'ladi:

$$U_{um} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n; \rightarrow \frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} + \frac{q_3}{C_3} + ... \frac{q_n}{C_n}; / : q \rightarrow \frac{1}{C_{UM}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n}$$

Kondenstorlar ketma-ket ulanganda hosil bo'ladigan umumiy sig'im berilgan kondensator sig'imlari ichida eng kichik sig'imdan ham kichikroq bo'ladi.

Agar n ta bir xil kondensator ketma-ket ulansa, umumiy sig'im quyidagicha bo'ladi:

$$C_{um} = \frac{C}{n}$$

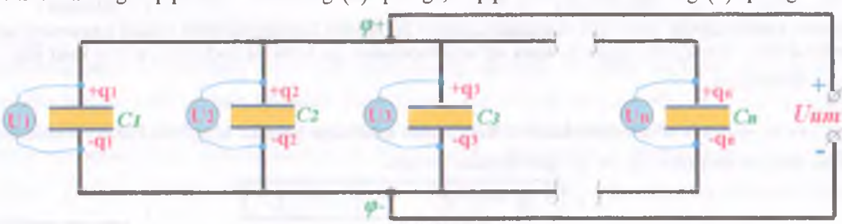
<u>Isboti:</u> Berilgan barcha sig'imlar teng bo'lgani uchun ularning har birini C ga teng deb olamiz. Umumiy sig'im $\frac{1}{C_{um}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + \frac{1}{C} + ... + \frac{1}{C} = \frac{n}{C}; \rightarrow C_{umum} = \frac{C}{n}$ bo'ladi.

Agar sig'imlar C_1 va C_2 bo'lgan kondensatorlar ketma-ket ulansa, umumiy sig'im quyidagicha:

$$C_{umum} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

<u>Isboti:</u> $\frac{1}{C_{um}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2}; \rightarrow C_{um} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$.

Kondensatorlarni quyida rasmdagidek ulash parallel ulash hisoblanadi. Bunda hamma kondensatorlarning 1-qoplamsi manbaning $(+)$ qutbiga, 2-qoplamasi esa manbaning $(-)$ qutbiga ulanadi.



3.1.7.9-rasm

Kondensatorlarni parallel ulaganda umumiy zaryad, umumiy kuchlanish va umumiy sig'im quyidagicha bo'ladi:

$$q_{um} = q_1 + q_2 + q_3 + ... + q_n$$
$$U_{um} = U_1 = U_2 = U_3 = ... = U_n$$
$$C_{um} = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n$$

Isboti: Hamma kondensatorlarning yuqorigi 1-qoplamalari to‘g‘ridan to‘g‘ri manbaning $(+)$ qutbiga ulangan. Shuning uchun bu qoplamalarning hammasida bir xil manbaning $(+)$ qutbining potensialiga teng bo‘lgan φ_+ potensial hosil bo‘ladi. Hamma kondensatorlarning pastki 2-qoplamalari to‘g‘ridan to‘g‘ri manbaning $(-)$ qutbiga ulangan. Shuning uchun bu qoplamalarning hammasida bir xil manbaning $(-)$ qutbining potensialiga teng bo‘lgan φ_- potensial hosil bo‘ladi *(3.1.7.9-rasm)*. Har bir qoplamadagi potensiallar farqi o‘zaro teng bo‘ladi va bu potensiallar farqi manbaning kuchlanishiga teng, ya’ni $\varphi_+ - \varphi_- = U$ bo‘ladi. Demak kondensatorlarning hammasidagi kuchlanishlar bir xil va manbaning kuchlanishiga teng, ya’ni $U_{um} = U_1 = U_2 = U_3 = \ldots = U_n$ bo‘ladi. Kondensatorlar har biri zaryadlanish jarayonida zaryadni tok manbatdan olgani bois kondesatorlar sistemasining umumiy zaryadi barcha kodensatorlarda to‘plangan zaryadlar yig‘indisiga teng, ya’ni $q_{um} = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n$ bo‘ladi. Kondensatorlar sistemasining umumiy sig‘imi quyidagicha bo‘ladi: $q_{um} = q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n$; $\rightarrow$ $C_{um}U_{um} = C_1U_1 + C_2U_2 + +C_3U_3 + \ldots + C_nU_n \,/ : C$ $\rightarrow$ $\rightarrow C_{um} = C_1 + C_2 + C + \ldots + C_n$.

Kondenstorlar parallel ulanganda hosil bo‘ladigan umumiy sig‘im berilgan kondensator sig‘imlari ichida eng katta qarshilikdan ham kattaroq bo‘ladi.

Agar n ta bir xil kondensator parallel ulansa, umumiy sig‘im quyidagicha:

$$\boxed{C_{um} = nC}$$

Isboti: Berilgan barcha sig‘imlar teng bo‘lgani uchun ularning har birini C ga teng deb olamiz. Umumiy sig‘im $C_{um} = C + C + C + \ldots + C$; $\rightarrow$ $C_{um} = nC$ bo‘ladi.

Kondensator uchun xususiy hollar:

Quyida keltirib chiqarilgan formulalar hammasi xususiy formulalar bo‘lib, ular masalalar echish jarayonini tezlashtirish uchun juda qulaydir.

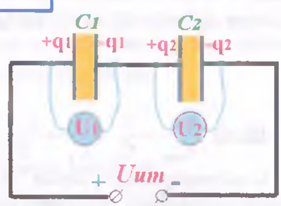
1. C_1 va C_2 sig‘imli kondensatorlarni U kuchlanish manbaiga ketma-ket ulaganda har bir kondensatorda hosil bo‘ladigan kuchlanishlar U_1 va U_2 quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot U; \qquad U_2 = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot U}$$

Isboti: Ikkita kondensatorning umumiy sig‘imi $C_{um} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$ bo‘lib zaryadlar $q_{um} = q_1 = q_2$ bo‘ladi. Har bir kondensatordagi kuchlanishlar esa quyidagicha:

$$U_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q_{um}}{C_1} = \frac{C_{um}U_{um}}{C_1} = \frac{C_1C_2U_{um}}{(C_1 + C_2)C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}U_{um}$$

$$U_1 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_{um}}{C_2} = \frac{C_{um}U_{um}}{C_2} = \frac{C_1C_2U_{um}}{(C_1 + C_2)C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}U_{um}$$



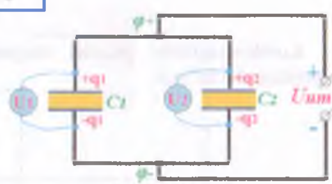
3.1.7.10-rasm

Demak, kondensatorlar ketma-ket ulanganda umumiy kuchlanish kondensatorlarga teskari proporsiya bo‘yicha taqsimlanar ekan. Boshqacha aytganda, katta sig‘imli kondensatorga kichkina kuchlanish to‘g‘ri kelar ekan, ya’ni $\frac{U_1}{U_2} = \frac{C_2}{C_1}$ bo‘lar ekan.

2. C_1 va C_2 sig‘imli kondensatorlarni U kuchlanish manbaiga parallel ulaganda har bir kondensatorda xosil bo‘ladigan zaryadlar q_1 va q_2 quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{q_1 = C_1 \cdot U, \qquad q_2 = C_2 \cdot U}$$

Isboti: Bunda $U_{um} = U_1 = U_2$ va $Ñ = \frac{q}{U}$ formulalardan foydalansak, kondensatorlardagi zaryadlar $q_1 = C_1U_1 = C_1U_{um}$ va $q_2 = C_2U_2 = C_2U_{um}$ kelib chiqadi. Demak, katta sig‘imli kondensatorda ko‘proq zaryad jamlanar ekan, ya’ni $\frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1}{C_2}$ bo‘ladi.



3.1.7.11-rasm

3. q_1 va q_2 zaryadlargacha zaryadlangan C_1 va C_2 sig'imli kondensatorlarni manbadan uzib, ularni parallel ulanganda, har bir kondensatordagi zaryadlar (q'_1 va q'_2), oqib o'tgan zaryad miqdori Δq va qaror topgan kuchlanish U quyidagicha bo'ladi:

$$q_1' = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot (q_1 + q_2), \quad q_2' = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot (q_1 + q_2), \quad \Delta q = \frac{q_1 C_2 - q_2 C_1}{C_1 + C_2}; \quad U' = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2}$$

3.1.7.12-rasm

Isboti: Ikkita kondensator zaryadlanib bo'lingach bir-biriga ulanganda umumiy sig'im $C = C_1 + C_2$ bo'ladi. Zaryadlarning saqlanish qonuniga ko'ra kondensatorlardagi dastlabki zaryadlar yig'indisi $q_{um} = q_1 + q_2$ ular ulangandan keyingi hosil bo'lgan zaryadlar yig'indisi $q'_{um} = q'_1 + q'_2$ ga teng bo'ladi, ya'ni $q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$ bo'ladi. Zaryad katta kuchlanishli kondensatordan kichik kuchlanishli kondensatorga oqib o'tadi va ulardagi zaryadlar almashinuvi toki ularning kuchlanishi $U' = U'_1 = U'_2$ tenglashguncha davom etadi. Endi har bir kondensatorda hosil bo'ladigan zaryadlarni topish mumkin:

$$q'_1 = C_1 U'_1 = C_1 U' = C_1 \frac{q'_{um}}{C_{um}} = C_1 \frac{q'_1 + q'_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}(q_1 + q_2)$$

$$q'_2 = C_2 U'_2 = C_2 U' = C_2 \frac{q'_{um}}{C_{um}} = C_2 \frac{q'_1 + q'_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_2}{C_1 + C_2}(q_1 + q_2)$$

Oqib o'tgan zaryad miqdori esa dastlabki va oxirgi zaryadlar farqiga teng bo'ladi

$$\Delta q = q_1 - q'_1 = q_1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2}(q_1 + q_2) = \frac{q_1 C_2 - q_2 C_1}{C_1 + C_2}$$

Qaror topgan kuchlanish umumiy zaryadning umumiy sig'imga nisbatiga teng bo'ladi. $U' = \frac{q_{um}}{U_{um}} = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2}$

4. U_1 va U_2 potensiallar farqi hosil qilinib, manbadan uzilgan C_1 va C_2 kondensatorlarni o'zaro parallel ulanganda, har bir kondensatordagi zaryadlar (q'_1 va q'_2), oqib o'tgan zaryad miqdori Δq va qaror topgan kuchlanish U quyidagicha bo'ladi:

$$q_1' = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot (C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2), \quad \Delta q = \frac{(U_1 - U_2) C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$q_2' = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot (C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2), \quad U' = \frac{C_1 \cdot U_1 + C_2 \cdot U_2}{C_1 + C_2}$$

Isboti: Ikkita kondensator zaryadlanib bo'lingach bir-biriga ulanganda umumiy sig'im $C = C_1 + C_2$ bo'ladi. Zaryadlarning saqlanish qonuniga ko'ra kondensatorlardagi dastlabki zaryadlar yig'indisi $q_{um} = q_1 + q_2$ ular ulangandan keyingi hosil bo'lgan zaryadlar yig'indisi $q'_{um} = q'_1 + q'_2$ ga teng bo'ladi, ya'ni $q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$ bo'ladi. Zaryad katta kuchlanishli kondensatordan kichik kuchlanishli kondensatorga oqib o'tadi va ulardagi zaryadlar almashinuvi toki ularning kuchlanishi $U' = U'_1 = U'_2$ tenglashguncha davom etadi *(3.1.7.12-rasm)*.

$U' = \frac{q'_{um}}{C_{um}} = \frac{q'_1 + q'_2}{C_1 + C_2} = \frac{q_1 + q_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1 + C_2 U_2}{C_1 + C_2}$. Qolgan kattaliklarni esa oldingi formuladan keltirib chiqarish qiyin emas.

5.1. Sig'imi C bo'lgan yassi kondensatorning qoplamalari orasidagi masofaning yarmi ε_1 dielektrik bilan, qolgan yarmi ε_2 dielektrik bilan to'ldirilsa, hosil bo'lgan sig'im C' quyidagicha o'zgaradi:

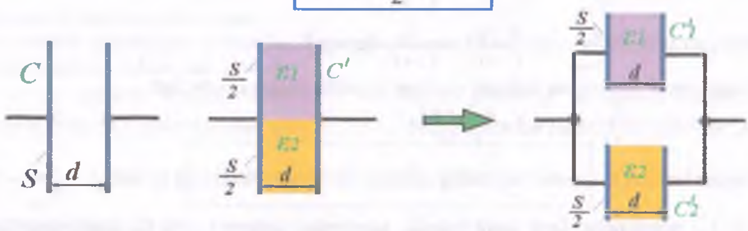
$$C' = \frac{2 \cdot \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \cdot C$$

3.1.7.13-rasm

Isboti: Berilgan kondensatorning sig'imi $C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$ ga teng. Bu kondensatorning qoplamalari orasiga singdiruvchanligi ε_1 va ε_2 bo'lgan dielektriklar kiritilganda sig'imi C' bo'lgan yangi kondensator hosil bo'ladi. Bu kondensatorlarni sig'imlari C'_1 va C'_2 bo'lgan ikkita ketma-ket ulangan kondensatorlar deb hisoblash mumkin. Bunda ular $C'_1=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S}{d/2}=2\varepsilon_1 C$ va $C'_2=\frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S}{d/2}=2\varepsilon_2 C$ sig'imlarga ega bo'ladilar. Natijaviy sig'im $C'=\frac{C'_1 C'_2}{C'_1+C'_2}=\frac{2\varepsilon_1 C\cdot 2\varepsilon_2 C}{2\varepsilon_1 C+2\varepsilon_2 C}=\frac{2\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}C$ bo'ladi.

5.2. Sig'imi C bo'lgan yassi kondensatorning qoplamalari yuzasining yarmi ε_1 dielektrik bilan, qolgan yarmi ε_2 dielektrik bilan to'ldirilsa, hosil bo'lgan sig'im C' quyidagicha o'zgaradi:

$$\boxed{C'=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}\cdot C}$$



3.1.7.14-rasm

Isboti: Berilgan kondensatorning sig'imi $C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$ ga teng. Bu kondensatorning qoplamalari orasiga singdiruvchanligi ε_1 va ε_2 bo'lgan dielektriklar kiritilganda sig'imi C' bo'lgan yangi kondensator hosil bo'ladi. Bu kondensatorlarni sig'imlari C'_1 va C'_2 bo'lgan ikkita parallel ulangan kondensatorlar deb hisoblash mumkin. Bunda ular $C'_1=\frac{\varepsilon_1\varepsilon_0 S/2}{d}=\frac{\varepsilon_1}{2}C$ va $C'_2=\frac{\varepsilon_2\varepsilon_0 S/2}{d}=\frac{\varepsilon_2}{2}C$ sig'imlarga ega bo'ladilar. Natijaviy sig'im $C'=C'_1+C'_2=\frac{\varepsilon_1}{2}C+\frac{\varepsilon_2}{2}C=\frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}C$ bo'ladi.

Bundan keyingi formulalarga o'tishdan oldin quyidagilarni eslatib o'tamiz.

1) Agar kondensator tok manbaiga ulangan bo'lsa, qoplamalar orasidagi masofani o'zgartirish yoki qoplamalar orasiga dielektrik kiritishdan qat'iy nazar kuchlanish o'zgarmasligicha qoladi.

2) Agar kondensator zaryadlab so'ng tok manbaidan ajratilgan bo'lsa, qoplamalar orasidagi masofani o'zgartirish yoki qoplamalar orasiga dielektrik kiritishdan qat'iy nazar qoplamalardagi zaryad miqdori o'zgarmasligichi qoladi.

6.1. Agar zaryadlab ***manbadan uzilgan*** yassi kondensatorning qoplamalari orasiga singdiruvchanligi ε bo'lgan dielektrik kiritilsa, u holda C, q, U, W, E quyidagicha o'zgaradi:

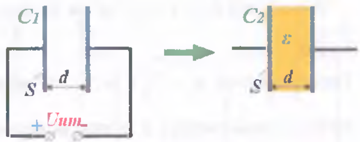
$$\boxed{C_2=\varepsilon\cdot C_1,\quad q_2=q_1,\quad U_2=\frac{U_1}{\varepsilon},\quad W_2=\frac{W_1}{\varepsilon},\quad E_2=\frac{E_1}{\varepsilon}}$$

Isboti: Sig'im dastlab $C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$ bo'lsa, so'ngra $C_2=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}=\varepsilon C_1$ bo'ladi.

Manbadan uzilgani uchun $q_2=q_1$ bo'ladi.

Kuchlanish dastlab $U_1=\frac{q_1}{C_1}$ bo'lsa, so'ngra $U_2=\frac{q_2}{C_2}=\frac{q_1}{\varepsilon C_1}=\frac{U_1}{\varepsilon}$ bo'ladi.

Energiya dastlab $W_1=\frac{q_1U_1}{2}$ bo'lsa, so'ngra $W_2=\frac{q_2U_2}{2}=\frac{q_1U_1}{2\varepsilon}=\frac{W_1}{\varepsilon}$ bo'ladi. Bunda energiya ε marta kamaymoqda. Bu erda ham energiyaning saqlanish qonuni bajariladi. Energiya yo'qolmasdan, balki dielektrikni qutblantirishga sarf bo'lgan.



3.1.7.15-rasm

Kuchlanganlik dastlab $E_1=\frac{U_1}{d_1}$ bo'lsa, so'ngra $E_2=\frac{U_2}{d_2}=\frac{U_1}{\varepsilon d_1}=\frac{E_1}{\varepsilon}$ bo'ladi.

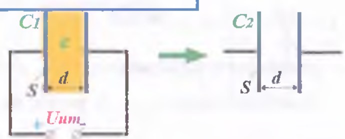
6.2. Agar zaryadlab ***manbadan uzilgan*** yassi kondensatorning qoplamalari orasidagi singdiruvchanligi ε bo'lgan dielektrik olib tashlansa, u holda C,q,U,W,E quyidagicha o'zgaradi:

$$\boxed{C_2=\frac{C_1}{\varepsilon};\quad q_2=q_1,\quad U_2=\varepsilon\cdot U_1,\quad W_2=\varepsilon\cdot W_1,\quad E_2=\varepsilon\cdot E_1}$$

Isboti: Sig'im dastlab $C_1=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ bo'lsa, so'ngra $C_2=\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{C_1}{\varepsilon}$ bo'ladi.

Manbadan uzilgani uchun $q_2=q_1$ bo'ladi.

Kuchlanish dastlab $U_1=\frac{q_1}{C_1}$ bo'lsa, so'ngra $U_2=\frac{q_2}{C_2}=\frac{\varepsilon q_1}{C_1}=\varepsilon U_1$ bo'ladi.



3.1.7.16-rasm

Energiya dastlab $W_1=\frac{q_1U_1}{2}$ bo'lsa, so'ngra $W_2=\frac{q_2U_2}{2}=\frac{q_1\varepsilon U_1}{2}=\varepsilon W_1$ bo'ladi. Bunda energiya ε marta ortmoqda. Bu erda ham energiyaning saqlanish qonuni bajariladi. Energiya yo'qdan bor bo'lmasdan, balki dielektrikni chiqarib olishga tashqi kuch $A=W_2-W_1=(\varepsilon-1)W_1$ ga teng ish bajaradi.

Kuchlanganlik dastlab $E_1=\frac{U_1}{d_1}$ bo'lsa, so'ngra $E_2=\frac{U_2}{d_2}=\frac{\varepsilon U_1}{d_1}=\varepsilon E_1$ bo'ladi.

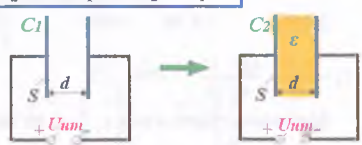
6.3. Agar ***manbaga ulangan*** yassi kondensatorning qoplamalari orasiga singdiruvchanligi ε bo'lgan dielektrik kiritilsa, u holda C,q,U,W,E quyidagicha o'zgaradi:

$$\boxed{C_2=\varepsilon\cdot C_1,\quad q_2=\varepsilon\cdot q_1,\quad U_2=U_1,\quad W_2=\varepsilon\cdot W_1,\quad E_2=E_1}$$

Isboti: Sig'im dastlab $C_1=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$ bo'lsa, so'ngra $C_2=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}=\varepsilon C_1$ bo'ladi.

Manbaga ulangani uchun $U_2=U_1$ bo'ladi.

Zaryad dastlab $q_1=C_1U_1$ bo'lsa, so'ngra $q_2=C_2U_2=\varepsilon C_1U_1=\varepsilon q_1$ bo'ladi.



3.1.7.17-rasm

Energiya dastlab $W_1=\frac{q_1U_1}{2}$ bo'lsa, so'ngra $W_2=\frac{q_2U_2}{2}=\frac{\varepsilon q_1U_1}{2}=\varepsilon W_1$ bo'ladi. Bunda energiya ε marta ortmoqda. Bu erda ham energiyaning saqlanish qonuni bajariladi. Qo'shimcha energiya tok manbaidan olinadi.

Kuchlanganlik dastlab $E_1=\frac{U_1}{d_1}$ bo'lsa, so'ngra $E_2=\frac{U_2}{d_2}=\frac{U_1}{d_1}=E_1$ bo'ladi.

6.4. Agar ***manbaga ulangan*** yassi kondensatorning qoplamalari orasidagi singdiruvchanligi ε bo'lgan dielektrik olib tashlansa, u holda C,q,U,W,E quyidagicha o'zgaradi:

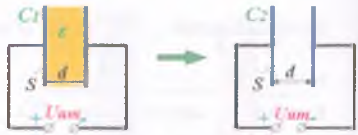
$$\boxed{C_2=\frac{C_1}{\varepsilon},\quad q_2=\frac{q_1}{\varepsilon},\quad U_2=U_1,\quad W_2=\frac{W_1}{\varepsilon},\quad E_2=E_1}$$

Isboti: Sig'im dastlab $C_1=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ bo'lsa, so'ngra $C_2=\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{C_1}{\varepsilon}$ bo'ladi.

Manbaga ulangani uchun $U_2=U_1$ bo'ladi.

Zaryad dastlab $q_1 = C_1U_1$ bo‘lsa, so‘ngra $q_2 = C_2U_2 = \frac{C_1}{\varepsilon}U_1 = \frac{q_1}{\varepsilon}$ bo‘ladi.

Energiya dastlab $W_1 = \frac{q_1U_1}{2}$ bo‘lsa, so‘ngra $W_2 = \frac{q_2U_2}{2} = \frac{q_1U_1}{2\varepsilon} = \frac{W_1}{\varepsilon}$ bo‘ladi. Bunda energiya ε marta kamaymoqda. Bu erda ham energiyaning saqlanish qonuni bajariladi. Energiya yo‘qolmasdan, balki tok manbaiga qaytariladi.



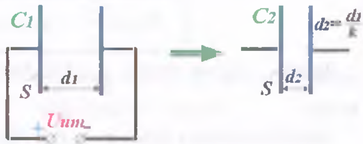
3.1.7.18-rasm

Kuchlanganlik dastlab $E_1 = \frac{U_1}{d_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{U_1}{d_1} = E_1$ bo‘ladi.

7.1. Agar zaryadlab ***manbadan uzilgan*** yassi kondensatorning qoplamalari orasidagi masofa k marta kamaytirilsa, u holda C, q, U, W, E quyidagicha o‘zgaradi:

$$\boxed{C_2 = k \cdot C_1, \quad q_2 = q_1, \quad U_2 = \frac{U_1}{k}, \quad W_2 = \frac{W_1}{k}, \quad E_2 = E_1}$$

Isboti: Sig‘im dastlab $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1/k} = kC_1$ bo‘ladi.



3.1.7.19-rasm

Manbadan uzilgani uchun $q_2 = q_1$ bo‘ladi.

Kuchlanish dastlab $U_1 = \frac{q_1}{C_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_1}{kC_1} = \frac{U_1}{k}$ bo‘ladi.

Energiya dastlab $W_1 = \frac{q_1U_1}{2}$ bo‘lsa, so‘ngra $W_2 = \frac{q_2U_2}{2} = \frac{q_1U_1}{2k} = \frac{W_1}{k}$ bo‘ladi. Bunda energiya k marta kamaymoqda. Bu erda ham energiyaning saqlanish qonuni bajariladi. Energiya yo‘qolmasdan, balki qoplamalarni yaqinlashtirishda elektr maydon o‘z hisobidan ish bajarmoqda.

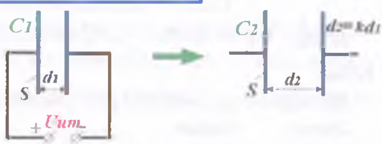
Kuchlanganlik dastlab $E_1 = \frac{U_1}{d_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{U_1/k}{d_1/k} = \frac{U_1}{d_1} = E_1$ bo‘ladi.

7.2. Agar zaryadlab ***manbadan uzilgan*** yassi kondensatorning qoplamalari orasidagi masofa k marta oshirilsa, u holda C, q, U, W, E quyidagicha o‘zgaradi:

$$\boxed{C_2 = \frac{C_1}{k}, \quad q_2 = q_1, \quad U_2 = k \cdot U_1, \quad W_2 = k \cdot W_1, \quad E_2 = E_1}$$

Isboti: Sig‘im dastlab $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{kd_1} = \frac{C_1}{k}$ bo‘ladi.

Manbadan uzilgani uchun $q_2 = q_1$ bo‘ladi.



3.1.7.20-rasm

Kuchlanish dastlab $U_1 = \frac{q_1}{C_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_1}{C_1/k} = kU_1$ bo‘ladi.

Energiya dastlab $W_1 = \frac{q_1U_1}{2}$ bo‘lsa, so‘ngra $W_2 = \frac{q_2U_2}{2} = \frac{q_1kU_1}{2} = kW_1$ bo‘ladi. Bunda energiya k marta ortmoqda. Bu erda ham energiyaning saqlanish qonuni bajariladi. Energiya yo‘qdan bor bo‘lmasdan, qoplamalarni uzoqlashtirishda tashqi kuch ish bajarmoqda.

Kuchlanganlik dastlab $E_1 = \frac{U_1}{d_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{kU_1}{kd_1} = \frac{U_1}{d_1} = E_1$ bo‘ladi.

7.3. Agar ***manbaga ulangan*** yassi kondensatorning qoplamalari orasidagi masofa k marta kamaytirilsa, u holda C, q, U, W, E quyidagicha o‘zgaradi:

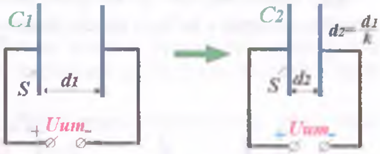
$$\boxed{C_2 = k \cdot C_1, \quad q_2 = k \cdot q_1, \quad U_2 = U_1, \quad W_2 = k \cdot W_1, \quad E_2 = k \cdot E_1}$$

Isboti: Sig‘im dastlab $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1/k} = kC_1$ bo‘ladi.

Manbaga ulangani uchun $U_2 = U_1$ bo‘ladi.

Zaryad dastlab $q_1 = C_1U_1$ bo‘lsa, so‘ngra $q_1 = C_2U_2 = kC_1U_1 = kq_1$ bo‘ladi.

Energiya dastlab $W_1 = \frac{q_1U_1}{2}$ bo‘lsa, so‘ngra $W_2 = \frac{q_2U_2}{2} = \frac{kq_1U_1}{2} = kW_1$ bo‘ladi. Bunda energiya k marta ortmoqda. Bu erda ham energiyaning saqlanish qonuni bajariladi. Qo‘shimcha energiya tok manbaidan olinadi.



3.1.7.21-rasm

Kuchlanganlik dastlab $E_1 = \frac{U_1}{d_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{U_1}{d_1/k} = kE_1$ bo‘ladi.

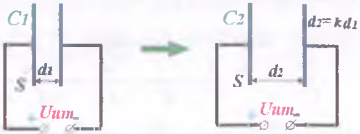
7.4. Agar ***manbaga ulangan*** yassi kondensatorning qoplamalari orasidagi masofa k marta oshirilsa, u holda C, q, U, W, E quyidagicha o‘zgaradi:

$$\boxed{C_2 = \frac{C_1}{k}, \quad q_2 = \frac{q_1}{k}, \quad U_2 = U_1, \quad W_2 = \frac{W_1}{k}, \quad E_2 = \frac{E_1}{k}}$$

Isboti: Sig‘im dastlab $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{kd_1} = \frac{C_1}{k}$ bo‘ladi.

Manbaga ulangani uchun $U_2 = U_1$ bo‘ladi.

Zaryad dastlab $q_1 = C_1U_1$ bo‘lsa, so‘ngra $q_1 = C_2U_2 = \frac{C_1}{k}U_1 = \frac{q_1}{k}$ bo‘ladi.



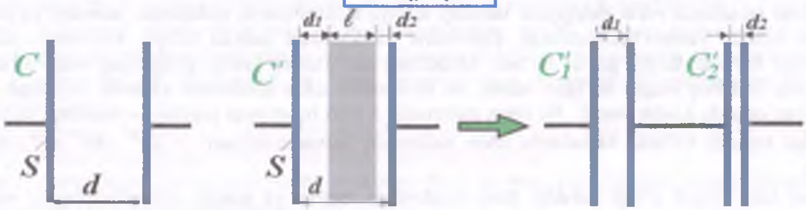
3.1.7.22-rasm

Energiya dastlab $W_1 = \frac{q_1U_1}{2}$ bo‘lsa, so‘ngra $W_2 = \frac{q_2U_2}{2} = \frac{q_1U_1}{2k} = \frac{W_1}{k}$ bo‘ladi. Bunda energiya k marta kamaymoqda. Bu erda ham energiyaning saqlanish qonuni bajariladi. Energiya yo‘qolmasdan, balki tok manbaining o‘ziga qaytariladi.

Kuchlanganlik dastlab $E_1 = \frac{U_1}{d_1}$ bo‘lsa, so‘ngra $E_2 = \frac{U_2}{d_2} = \frac{U_1}{kd_1} = \frac{E_1}{k}$ bo‘ladi.

8.1. Agar sig‘imi S bo‘lgan yassi kondensator qoplamalari orasiga $\ell\,(\ell < d)$ qalinlikdagi o‘tkazgich plastina kiritilsa, hosil bo‘lgan sig‘im quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{C' = \frac{d}{d-\ell}C}$$



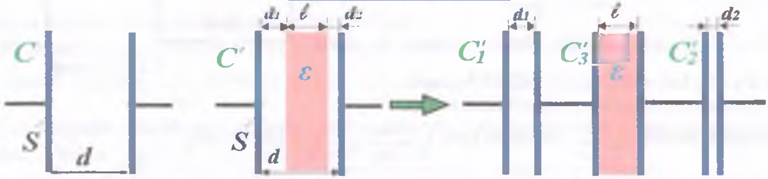
3.1.7.23-rasm

Isboti: Berilgan kondensatorning sig‘imi $C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ ga teng. Berilgan kondensator qoplamalari orasiga metall o‘tkazgich kiritilganda, qoplamalari orasidagi masofalar d_1 va d_2 bo‘lgan ketma-ket ikkita kondensator hosil bo‘ladi. Bu kondensatorlarning sig‘imlari $C_1' = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1}$ va $C_2' = \frac{\varepsilon_0 S}{d_2}$ bo‘ladi. Bu erda $d_1 + d_2 = d - \ell$ bo‘ladi. Natijaviy sig‘im S' ikkita ketma-ket ulangan C'_1 va C'_2 sig‘imlardan hisoblab topiladi.

$$C' = \frac{C_1'C_2'}{C_1' + C_2'} = \frac{\frac{\varepsilon_0 S}{d_1}\frac{\varepsilon_0 S}{d_2}}{\frac{\varepsilon_0 S}{d_1} + \frac{\varepsilon_0 S}{d_2}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1 + d_2} = \frac{\varepsilon_0 S}{d-\ell} = \frac{d}{d-\ell}\frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{d}{d-\ell}C$$

8.1. Agar sig'imi S bo'lgan yassi kondensator qoplamalari orasiga $\ell(\ell < d)$ qalinlikdagi singdiruvchanligi ε bo'lgan dielektrik kiritilsa, hosil bo'lgan sig'im quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{C'=\frac{\varepsilon d}{\varepsilon d+(1-\varepsilon)\ell}C}$$



3.1.7.24-rasm

Isboti: Berilgan kondensatorning sig'imi $C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$ ga teng. Berilgan kondensator qoplamalari orasiga dielektrik kiritilganda, qoplamalari orasidagi masofalar d_1, d_2 va ℓ bo'lgan ketma-ket uchta kondensator hosil bo'ladi. Bu kondensatorlarning sig'imlari $C_1'=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1}, C_2'=\frac{\varepsilon_0 S}{d_2}$ va $C_2'=\frac{\varepsilon_0 S}{\ell}$ bo'ladi. Bu erda $d_1+d_2=d-\ell$ bo'ladi. Natijaviy sig'im S' ikkita ketma-ket ulangan C'_1, C'_2 va C'_3 sig'imlardan hisoblab topiladi.

$$\frac{1}{C'}=\frac{1}{C'_1}+\frac{1}{C'_2}+\frac{1}{C'_3}=\frac{d_1}{\varepsilon_0 S}+\frac{d_2}{\varepsilon_0 S}+\frac{\ell}{\varepsilon\varepsilon_0 S}=\frac{\varepsilon(d_1+d_2)+\ell}{\varepsilon\varepsilon_0 S}=\frac{\varepsilon(d-\ell)+\ell}{\varepsilon\varepsilon_0 S}=\frac{\varepsilon d+(1-\varepsilon)\ell}{\varepsilon\varepsilon_0 S}; \rightarrow$$

$$C'=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{\varepsilon d+(1-\varepsilon)\ell}=\frac{\varepsilon d}{\varepsilon d+(1-\varepsilon)\ell}\frac{\varepsilon_0 S}{d}=\frac{\varepsilon d}{\varepsilon d+(1-\varepsilon)\ell}C.$$

3.1.8. Mavzu: Elektr toki. Elektr qarshilik. Zanjirning bir qismi uchun Om qonuni

Elektr toki haqida tushuncha:

Kundalik hayotda elektr tokini barcha biladi. Elektr toki yordamida elektropoezdlar, tramvay va trolleybuslar harakatlanadi telefon, televizor, kompyuter va hokoza uy jihozlari ishlaydi.

Elektr tokini osongina hosil qilish mumkin. Masalan, ikkita sharni qarama-qarshi ishoralar bilan zaryadlab ularni ingichki sim bilan tutashtirish natijasida qisqa muddatli tok hosil qilish mumkin.

"Tok" so'zining o'zbek tiliga tarjimasi "oqim" deganidir. Demak, tok–elektr zaryadlarining oqimidir.

Elektr toki deb, elektr zaryadlarining bir tomonga qiladigan tartibli harakatiga aytiladi.

Elektr zaryadini asosan elektronlar, protonlar, musbat va manfiy ionlar tashkil qiladi. Shulardan protonlar har doim qo'zg'almas holatda yadroda turgani sababli, ular ko'chmaydi va tok ham hosil qilmaydi. Umumiy holatda elektr tokini elektron, musbat va manfiy ionlar hosil qiladi. Shu jumladan, elektr toki metallarda erkin elektronlar harakati tufayli, elektrolitlarda elektronlar, anionlar va kationlar harakati tufayli, yarimo'tkazgichlarda, elektronlar va kovaklar harkati tufayli, vakuumda esa faqat elektronlar harakati tufayli paydo bo'ladi. Metallarda atomlarning tashqi qobig'idagi elektronlar yadro bilan juda zaif bog'langan bo'lgani sabab, bu elektronlar erkin eletkronga aylanadi va butun kristall panjaralari orasida daydib yuradi. Bu erkin elektronlar u yoki bu atomga tegishli bo'lmasdan, balki butun kristallga tegishli bo'ladi. Metallarda erkin elektronlar konsentratsiyasi $n=10^{25}-10^{29}\ m^{-3}$ oralig'ida bo'ladi.

Shuni ham eslatib o'tish kerakki, teng miqdordagi musbat va manfiy zaryadlarning bir tomonga qiladigan tartibli harakatidan (masalan, neytral atomlar harakatidan) elektr toki vujudga kelmaydi. Chunki, bunda biror yuzadan o'tgan jami zaryadlar yig'indisi nolga teng. Shuning uchun ham elektr tokini umumiy holatda quyidagicha ta'riflash mumkin:

Elektr toki deb, kompensatsiyalashmagan ortiqcha musbat yoki ortiqcha manfiy zaryadlarning tartibli harakatiga aytiladi.

O'tkazgichlar ichida eletkr maydoni tufayli hosil bo'ladigan tokni ***o'tkazuvchanlik toki*** deyiladi. Lekin tokni bunday tor ma'noda tuShunmaslik kerak. Masalan biror zaryadlangan jism, masalan, meteorit o'zi bilan zaryad tashiyotgani uchun buni ham tok deyish mumkin. Bunday tok boshqa toklardan farqli ravishda ***konveksion tok*** deyiladi.

Tokning yo'nalishi deb musbat zaryadli zarralarning harakat yo'nalishi (yoki manfiy zaryadli zarralar harakatiga qarama-qarshi yo'nalish) qa'bul qilingan.

Metallarda tokni elektronlar hosil qilgani uchun ularda tok yo'nalishi elektronlar harakatiga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

O'tkazuvchanlik tokini hosil qilgan zaryadli zarralar harakatini bevosita kuzatib bo'lmaydi. Lekin o'tkazgichdagi tokning mavjudligini uning ta'siri, u bilan sodir bo'ladigan u yoki bu hodisalardan bilish mumkin.

1. Har qanday tok va harakatlanayotgan zaryadli zarra o'z atrofida magnit maydon hosil qiladi, ya'ni tokning magnit ta'siri kuzatiladi.

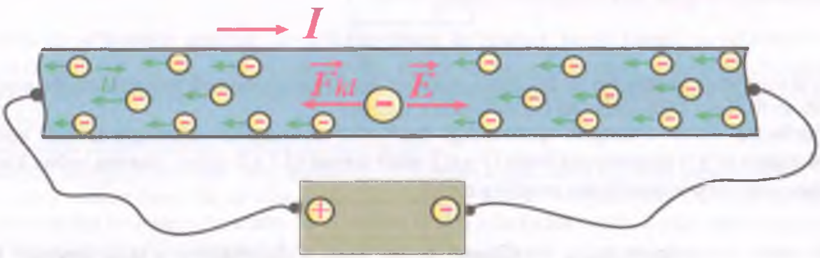
2. O'tkazgichlardan tok o'tayotganda erkin elektronlarning panjara tugunlari bilan noelastik to'qnashuvi tufayli o'tkazgich qiziydi, ya'ni tokning issiqlik ta'siri kuzatiladi.

3. Elektrolit, ishqor va tuz eritmalaridan tok o'tganda elektrolitik dissosatsiyalanish va modda ajralishi kuzatiladi, ya'ni tokning ximiyaviy ta'siri kuzatiladi.

Vaqt o'tishi bilan miqdor va yo'nalishi o'zgarmaydigan tokga ***o'zgarmas tok*** deyiladi. Zanjirdagi tok o'zgarmas bo'lishi uchun zanjirning ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi potensiallar farqi o'zgarmas bo'lishi kerak.

Tok kuchi va tok zichligi:

Metall o'tkazgich ichida son-sanoqsiz erkin elektronlar issiqlik harakatida ishtirok etadi. Lekin bu elektronlar harakati turli tomonga betartib yo'nalgan bo'lgani uchun ular elektr tokini hosil qila olmaydilar. O'tkazgich ichidan kichkina yuzacha ajratsak, birlik vaqt ichida shu yuzachadan qarama-qarshi tomonga teng miqdordagi erkin elektronlar o'tadi. Shuning uchun ham natijaviy tok nolga teng bo'ladi.



3.1.8.1-rasm

Endi metall sim uchlariga potensiallar farqi berilsa, metall ichida elektr maydon vujudga keladi va bu maydon elektronlarga $F = eE$ kuch bilan ta'sir qiladi. Bu kuch esa elektronlarni o'z yo'nalishida va kuchlanganlik chiziqlariga qarama-qarshi yo'nalishda ko'chirishga majbur qiladi. Ana shunda zaryadli zarrachalarning bir tomonga tartibli ko'chkisi vujudga keladi va zanjirda tok hosil bo'ladi *(3.1.8.1-rasm)*.

Metall o'tkazgich ichida elektr toki erkin elektronlarning tartibli harakati tufayli paydo bo'ladi. Elektronlarning yo'nalishi kulon kuchi yo'nalishi bilan bir xil bo'lib, kuchlanganlik chiziqlariga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi. Shuningdek tok kuchi yo'nalishi ham elektronlar yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

O'tkazgichning ko'ndalang kesim yuzasidan vaqt birligi ichida oqib o'tgan zaryad mirqdoriga miqdor jihatidan teng bo'lgan skalyar kattalikka tok kuchi deyiladi.

Agar o'tkazgichning ko'ndalang kesim yuzasidan biror Δt vaqt oralig'ida Δq zaryad miqdori oqib o'tsa, o'rtacha tok kuchi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{I = \frac{\Delta q}{\Delta t}}$$

Agar o'tkazgichning ko'ndalang kesim yuzasidan juda kichik elementar dt vaqt oralig'ida juda kichik elemaentar dq zaryad miqdori oqib o'tsa, oqib o'tish onidagi oniy tok kuchi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{I = \lim_{\Delta q \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} = q',}$$

Demak, tok kuchi zaryaddan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosila ekan.

Tok kuchining o'lchov birligi bu o'lchov birligini kiritgan olim Amper sharafiga *Amper* (A) larda o'lchanadi.

Agar o‘tkazgichning ko‘ndalang keism yuzasidan $1s$ vaqt ichida $1Kl$ zaryad miqdori oqib o‘tsa, bunday tokning kuchi $1\grave{A}$ ga teng bo`ladi.

$$\boxed{1A = \frac{1Kl}{1s}}$$

O‘tkazgichdagi tok kuchining ko‘ndalang kesim yuziga nisbatiga teng bo‘lgan vektor kattalikga tok zichligi deyiladi. Boshqacha aytganda tok zichligi yuza birligidan o‘tuvchi tok kuchidir.

$$\boxed{J = \frac{I}{S}} \qquad \left[\frac{A}{m^2}\right]$$

Tok zichligi vektor kattalik bo‘lib, uning yo‘nalishi musbat zaryad oqib chiqayotgan yuzaning tashqi yo`nalishi bilan mos tushadi. Yuzasi katta bo‘lgan kesimda tok zichligi kamroq, va aksincha kattaroq qiymatga ega bo‘ladi. Tok zichligi qancha katta bo‘lsa, zaryadli zarralar shuncha tig‘is harakatlanayotgan bo‘ladi.

Zanjirning bir qismi uchun Om qonuni:

O‘tkazgich bo‘ylab zaryadlarning harakatlanishi uchun o‘tkazgich uchlarida potensiallar farqining bo‘lishi, ya’ni o‘tkazgich ichida elektr maydon bo‘lishi kerak. O‘tkazgich uchlaridagi potensiallar farqi elektrostatikadan farqli ravishda ***kuchlanish*** deb ham yuritiladi va lotincha U harfi bilan belgilanadi.

O‘tkazgich uchlaridagi potensiallar ayirmasi yoki kuchlanish deb, bir birlik musbat zaryadni o‘tkazgich bo‘ylab ko‘chirishda o‘tkazgichdagi elektr maydoni kuchning bajargan ishiga miqdor jihatidan teng bo‘lgan fizik kattalikka aytiladi.

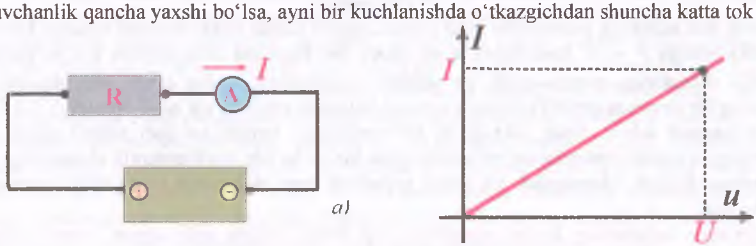
$$U = \frac{A}{q}$$

O‘tkazgichdagi kuchlanish va tok kuchi orasidagi bog‘lanishni aniqlash bo`yicha tajribalarni birinchi bo‘lib nemis fizigi 1826-yilda Om Georg Simon o‘tkazgan.

Tajribagag ko‘ra o‘tkazgich qutblaridagi kuchlanishni asta-sekin oshirilganda tok kuchi ham kuchlanishga to‘g‘ri proporsional holda $(I \sim U)$ oshib borgan *(3.1.8.2-rasm)*. Shuning uchun koeffitsient kiritish orqali proporsionallikdan tenglikka o‘tildi.

$$\boxed{I = G\,U}$$

Bu erda: G – proporsionallik koeffitsienti bo‘lib, unga ***o‘tkazgichning o‘tkazuvchanligi*** deyiladi. O‘tkazuvchanlik qancha yaxshi bo‘lsa, ayni bir kuchlanishda o‘tkazgichdan shuncha katta tok o‘tadi.



3.1.8.2-rasm

SIda o‘tkazuvchanlikning birligi qilib simens $(\tilde{N}\grave{i})$ qa’bul qilingan.

$1Sm$ deb, ularida $1V$ kuchlanish bo‘lganda $1\grave{A}$ tok o‘tadigan o‘tkazgichning o‘tkazuvchanligiga aytiladi.

Odatda esa, amaliy hisoblashlarda o‘tkazuvchanlikka teskari bo‘lgan ifoda – o‘tkazgich qarshiligi ishlatiladi.

$$\boxed{R = \frac{1}{G}}$$

Turli xil o‘tkazgichlar zanjirdan o‘tayotgan tokni turlicha cheklaydi yoki tokka turlicha qarshilik ko‘rsatadi.

O‘tkazgichning zanjirdagi tokni cheklash xossasiga o‘tkazgich qarshiligi deyiladi.

O‘tkazgich qarshiligi R orqali tok kuchi I ning kuchlanish U ga bog‘liqligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{I=\frac{U}{R}}$$

Yuqoridagi bog‘lanishni birichi bo‘lib G.S.Om aniqlagani uchun bu bog‘lanish uning sharafiga ***zanjirning bir qismi uchun Om qonuni*** deb ataladi. Bu qonun quyidagicha ta’riflanadi:

Zanjirning bir qismidan o‘tayotgan tokning kuchi o‘tkazgich uchlaridagi kuchlanishga to‘g‘ri proporsional va o‘tkazgichning qarshiligiga teskari proporsionaldir.

O‘tkazgich qarshiligi Om $(Om=\Omega)$da o‘lchanadi.

$1Om$ qarshilik deb, uchlaridagi kuchlanish $1V$ bo‘lganda $1\dot{A}$ tok o‘tkazadigan o‘tkazgichning qarshiligiga aytiladi.

O‘tkazgichning qarshiligi uning geometrik o‘lchamlariga va material turiga bog‘liq bo‘lgan kattalikdir. O‘tkazgichning ko‘ndalang kesim yuzasi qancha katta bo‘lsa, erkin elektronlar yugurishi uchun shuncha keng yo‘lakcha qilib qo‘yilgan va bu elektronlar bir-biriga turtilmasdan Shuncha bemalol yugurishadi deb fikr yuritsak, qarshilik o‘tkazgichning ko‘ndalang kesim yuzasiga teskari proporsional degan xulosaga kelamiz. O‘tkazgich uzunligi qancha uzun bo‘lsa, erkin elektronlar bu uzun yo‘lda Shuncha ko‘p kristal panjaralaridagi tugunlar bilan to‘qnashadi deb fikr yuritsak, qarshilik o‘tkazgichning uzunligiga to‘g‘ri proporsional degan xulosaga kelamiz.

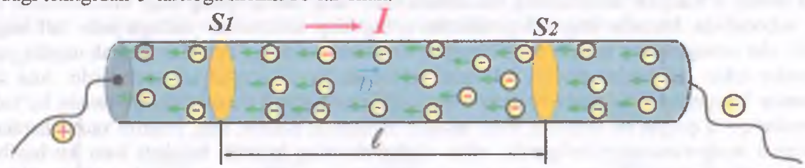
O‘tkazgich qarshiligi o‘tkazgichning geometrik o‘lchamlariga va materila turiga quyidagicha bog‘langan:

$$\boxed{R=\rho\frac{\ell}{S}}$$

Bu erda: $\ell-$o‘tkazgich uzunligi; $S-$o‘tkazgichning ko‘ndalang kesim yuzasi; $\rho-$o‘tkazgichning solishtirma qarshiligi bo‘lib, har xil materiallar uchun uning son qiymati turlichadir. Solishtirma qarshilikning son qiymatlari har xil materiallar uchun ilovada berilgan. Solishtirma qarshilikning o‘lchov birligi $[\rho]=[Om\cdot m]$.

O‘tkazgichda elektronlarning tartibli harakat tezligi:

O‘tkazgich ulariga potensiallar farqi berilganda, o‘tkazgich ichida elektr maydoni vujudga keladi va bu maydon erkin elektronlarni bir tarafga tartibli ko‘chira boshlaydi. Natijada dreyf harakat kuzatiladi. Hisob-kitoblarning ko‘rsatishicha ushbu dreyf harakat tezligi juda kichik bo‘lib, u elektronlarning issiqlik harakatidagi tezligidan 5 tartibga kichik bo‘lar ekan.



3.1.8.3-rasm

O‘tkazgich ichidagi elektronlarning tartibli harakat tezligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\vartheta=\frac{I}{enS}=\frac{J}{en}}\quad\left[\frac{m}{s}\right]$$

Bu erda: $n-$o‘tkazgichdagi erkin elektronlar konsentratsiyasi bo‘lib, u metall turiga bog‘liq.;

$S-$o‘tkazgichning ko‘ndalang kesim yuzasi;

$e=1{,}602\cdot10^{-19}\,Kl-$elektronning elektr zaryadi.

<u>**Isboti:**</u> Biror Δt vaqt oralig‘ida o‘tkazgichning 1 ko‘ndalang kesim yuzasidan o‘tgan elektronlar ℓ yo‘lni bosib o‘tib 2 yuzasidan ham o‘tadi. 1 va 2 kesim oralig‘idagi hajm $V=S\,\ell=S\,\vartheta\,\Delta t$ ga, bu hajmdagi elektronlar soni esa $N=nV=nS\,\vartheta\,\Delta t$ ga teng bo‘ladi. Tok kuchining formulasidan foydalanib dreyf tezlikni topamiz.

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{Ne}{\Delta t}=\frac{nS\,\vartheta\,\Delta t\,e}{\Delta t}=nS\,\vartheta\,e;\ \rightarrow\ \vartheta=\frac{I}{enS}=\frac{J}{en}.$$

<u>***Masala:***</u> Ko‘ndalang kesim yuzasi $1mm^2$ bo‘lgan o‘tkazgichdan $1\dot{A}$ tok o‘tayotgan bo‘lsa, elektronlarning dreyf harakat tezligi qanday? O‘tkazgichdagi erkin elektronlar konsenetratsiyasini $n=10^{28}\,m^{-3}$ deb oling. Chiqqan natijani xona temperaturasidagi issiqlik harakat tezligi bilan solishtiring.

Echish: Elektronlarning dreyf tezligi $\vartheta_1 = \frac{I}{enS} = \frac{1}{1,6\cdot10^{-19}\cdot10^{28}\cdot10^{-6}} = 6,25\cdot10^{-4}\ m/s = 0,625\ mm/s$ bo'ladi.

Issiqlik harakatidagi tezlik esa $\vartheta_2 = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3\cdot1,38\cdot10^{-23}\cdot290}{9,1\cdot10^{-31}}} \approx 115000\ м/с = 115\ km/s$ ga teng bo'ladi. Bularning nisbati $\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1} = \frac{115000}{0,000625} \approx 1,84\cdot10^{8} = 184\ mln.$ ga teng.

Demak, yuqoridagi masalada elektronlarning tartibsiz issiqlik harakatidagi tezligi tartibli dreyf tezligidan $184\,m$ln. marta katta ekan. Lekin shuncha katta tezlikda harakatlanishi bilan ham ular betartib bo'lgani uchun tokni hosil qilolmas ekan. "Elektronlarning tartibli harakatdagi tezligi shunchalik kichik ekan, nima uchun vklyuchatelni yoqishimiz bilan butun binoning hamma chiroqlari birdan yonadi yoki tranformatordan tokni qo'shganda butun qishloqdagi elektr chiroqlari shu zahotiyoq baravar yonadi" degan savol tug'iladi. Bunga javob shuki, tok qo'shilganda o'tkazgich ichida elektr maydoni vujudga keladi va bu maydon yorug'lik tezligida tarqalib barcha o'tkazgichlar ichidagi elektronlarni deyarli bir vaqtda harakatga keltiradi.

O'tkazgich ichida elektr maydon kuchlanganligi:

O'tkazgichdan tok o'tayotgan bo'lsa, uning ichida zaryadli zarralarni harakatga keltirayotgan elektr maydoni mavjud bo'ladi. Chunki o'tkazgichni tok manbaiga ulaganda $(+)$ qutbdan $(-)$ qutbga yo'nalgan elektr maydoni paydo bo'ladi. Elektr maydoni zaryadni potensiali katta bo'lgan nuqtadan potensiali kichik bo'lgan nuqtaga ko'chirishga majbur qiladi. Shunda elektr toki paydo bo'ladi.

Tokli o'tkazgich ichida elektr maydon kuchlanganligining son qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{E = \rho\frac{I}{S}}$$

Isboti: Biror ℓ uzunlikdagi o'tkazgichning uchlaridagi potensiallar farqi U bo'lsa, o'tkazgich ichida elektronlar harakatiga E elektr maydon sababchi bo'ladi. Elektr maydon kuchlanganligining son qiymati $E = \frac{U}{l} = \frac{IR}{l} = \frac{I\rho\ell}{\ell S} = \rho\frac{I}{S} = \rho J$ ga teng bo'lib, yo'nalishi elektronlar haraktiga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi *(3.1.8.1-rasm)*.

Elektr qarshiligining temperaturaga bog'liqligi:

Ma'lumki, o'tkazgich metallarning metallmaslardan farqi tashqi qobig'idagi elektronlarini osongina berib yuborishida. Metallar eng tashqi elektron qobig'idagi elektronlar yadroga juda zaif bog'langani sababli, ular osongina bog'ni uzib metall kristal panjaralari orasidagi bo'shliq bo'ylab daydib yuradi. Bu elektronlar erkin elektronlar deyilib, tok hosil bo'lishida asosiy zaryad tashuvchilardir. Ana shu erkin elektronlar konsentratsiyasi katta bo'lgan o'tkazgichlarning tok o'tkazuvchanligi yaxshi bo'ladi. Erkin elektronlar qotib qolgan bo'lmasdan, balki issiqlik harakatida ishtirok etib, betartib xaotik harakat qiladi. O'tkazgich temperaturasi oshirilganda, erkin elektronlarning betartib harakati ham kuchayib boradi. Natijada ushbu betartiblik ularning bir tomonga qiladigan tartibli harakatiga, ko'chki hosil bo'lishiga xalaqit bera boshlaydi. Demak, bundan o'tkazgich temperaturasi oshirilganda uning elektr qarshiligi oshib, tok o'tkazish xususiyati pasayib boradi deyish mumkin. Hisob-kitoblarning ko'rsatishicha qarshilik va solishtirma qarshilik temperaturaga chiziqli bog'langan ekan.

Solishtirma qarshilik va elektr qarshilikning temperaturaga bog'liqligi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{\rho = \rho_0(1+\alpha t), \qquad R = R_0(1+\alpha t)}$$

Bu erda: ρ_0, R_0 – o'tkazgichning 0^0C dagi solishtirma qarshiligi va elektr qarshiligi; ρ_0, R_0 – o'tkazgichning t^0C dagi solishtirma qarshiligi va elektr qarshiligi; α – qarshilikning temperaturaviy koeffitsienti, $[\alpha] = \left[\frac{1}{gradus}\right]$.

Agar o'tkazgichning qarshiligi t_1 haroratda R_1 bo'lsa, t_2 haroratdagi qarshiligi R_2 quyidagicha topiladi:

$$\boxed{R_2 = \frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}R_1}$$

Isboti: O'tkazgichning t_1 haroratdagi qarshiligi $R_1 = R_0(1+\alpha t_1)$ dan uning 0^0C dagi qarshiligi $R_0 = \frac{R_1}{1+\alpha t_1}$ ni topib, uni t_2 haroratdagi qarshiligi R_2 ga qo'yib, so'ngra $R_2 = R_0(1+\alpha t_2) = \frac{R_1}{1+\alpha t_1}(1+\alpha t_2) = \frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}R_1$ ni hosil qilamiz.

0^0C temperaturadagi o'tkazgichni necha gradusgacha qizdirganda uning qarshiligi k marta ortib ketadi?

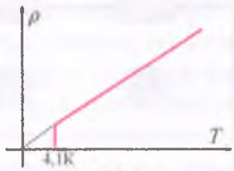
$$\boxed{t = \frac{k-1}{\alpha}}$$

Isboti: O'tkazgichning t^0C dagi qarshiligi $R = R_0(1+\alpha t)$ dan $1+\alpha t = \frac{R}{R_0} = k$ bundan esa $t = \frac{k-1}{\alpha}$ kelib chiqadi.

Shuni eslatib o'tish kerakki, o'tkazgich isitilganda uning qarshiligi necha marta oshsa, undan o'tayotgan tok kuchi shuncha marta kamayadi. Demak, o'tkazgichlardagi (ayniqsa elektr lampalari va plita spirallaridagi) tok kuchi ishchi rejimida sovuq holatdagidan kam bo'lar ekan. Metallar qarshiligining temperaturaga bog'lanishiga asoslanib qarshilik termometrlari yasaladi.

Ayrim sof metallarda solishtirma qarshilik absalyut nolga yaqin temperaturalarda keskin nolga aylanishi ma'lum bo'ldi *(3.1.8.4-rasm)*. Bu hodisa o'ta o'tkazuvchanlik deb nomlanib, uni birinchi bo'lib 1911 yilda gollandiyalik fizik Kamerling–Onnes tajriba asosida kashf qildi. U simobni suyuq geliyda sovitganda dastlab simobning qarshiligi $\rho = \rho_0(1+\alpha t)$ formulaga muvofiq kamayib borib, temperatura 4,1$\hat{E}$ ga etganda sakrab birdaniga nolga tushib qolganligi aniqlandi.

Agar o'ta o'tkazuvchan holatda bo'lgan xalqa shaklidagi o'tkazgichda tok hosil qilinsa, istalgancha uzoq vaqt undagi tokning qiymati o'zgarmay qolar ekan. Kamerling–Onnes $7\,K$ temperaturadagi qo'rg'oshin EYuK ta'siri to'xtagandan keyin 4 sutka davomida elektr toki o'tib turganini kuzatdi.

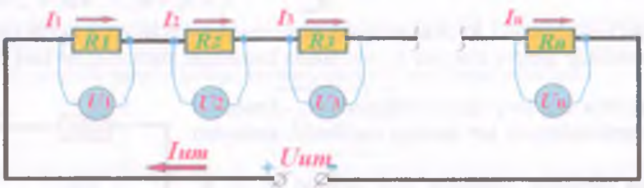


3.1.8.4-rasm

3.1.9. Mavzu: Qarshiliklarni ketma-ket va parllel ulash.

Qarshiliklarni ulashning ikki turi bor: 1) ketma-ket ulash; 2) parallel ulash.

O'tkazgichlarni ketma-ket ulash:



3.1.9.1-rasm

Qarshiliklarni quyida rasmdagidek ulash ketma-ket ulash hisoblanadi. Bunda 1-qarshilikning iziga 2-qarshilik, 2-qarshilikning iziga 3-qarshilik va hokoza ulanib, 1-va n -qarshiliklar o'zgarmas tok manbaining mos holda $(+)$ va $(-)$ qutblariga ulanadi.

Qarshiliklarni ketma-ket ulaganda umumiy tok, umumiy kuchlanish va umumiy sig'im quyidagicha:

$$\boxed{\begin{aligned} I_{um} &= I_1 = I_2 = I_3 = \ldots = I_n \\ U_{um} &= U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + U_n \\ R_{um} &= R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n \end{aligned}}$$

Isboti: Qarshiliklarni ketma-ket ulaganda 1-qarshilikning boshi manbaning $(+)$ qutbiga, oxirgi $n-$ qarshilikning oxiri esa manbaning $(-)$ qutbiga ulangan bo'ladi *(3.1.9.1-rasm)*. Manbaning $(+)$ qutbidan chiqqan zaryad (aslida esa manbaning $(-)$ qutbidan elektron chiqadi) $1-, 2-, 3-, \ldots n-$ qarshiliklar orqali o'tib manbaning $(-)$ qutbiga (aslida esa manbaning $(+)$ qutbiga elektronlar etib keladi) to‘la-to‘kis etib keladi. Hech qanday tarmoqlanish bo‘lmagani sababli har bir qarshilikda vaqt birligi ichida teng miqdordagi zaryad oqib o‘tadi. Demak, ulardagi tok kuchlari teng, ya’ni $I_{um} = I_1 + I_2 + I_3 + ... + I_n$ bo‘ladi. Tashqaridan berilgan umumiy kuchlanish barcha qarshiliklarga taqsimlanib, singib ketgani sababli $U_{um} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n$ bo‘ladi. Umumiy qarshilik esa quyidagicha bo‘ladi:

$$U_{um} = U_1 + U_2 + U_3 + ... + U_n; \rightarrow \frac{q}{C} = I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 + ...I_nR_n; / : I \rightarrow R_{um} = R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_n$$

Qarshiliklar ketma-ket ulanganda hosil bo‘ladigan umumiy qarshilik berilgan qarshiliklar ichida eng katta qarshilikdan ham katttaroq bo‘ladi.

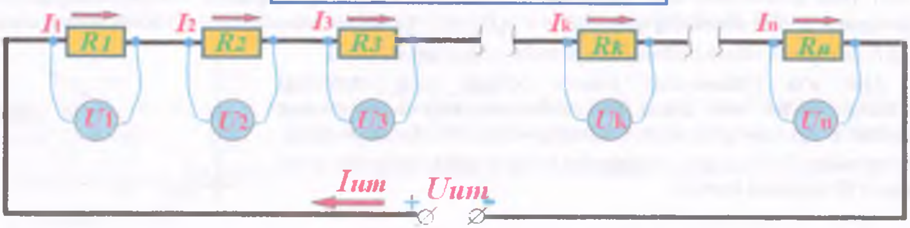
Agar n ta bir xil qarshilik ketma-ket ulansa, umumiy qarshilik quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{R_{um} = nR}$$

Isboti: Berilgan barcha qarshiliklar teng bo‘lgani uchun ularning har birini R ga teng deb olamiz. Umumiy qarshilik $R_{um} = R + R + R + ... + R = nR$ bo‘ladi.

U kuchlanish manbaiga ketma-ket qilib ulangan n ta qarshilikning ixtiyoriy $(1 < k < n)$ k – qarshilikdagi kuchlanish tushuvi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{U_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + R_3 + ...R_k ... + R_n} U}$$



3.1.9.2-rasm

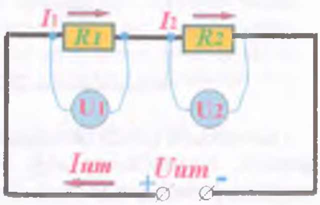
Isboti: Ixtiyoriy iste’molchidagi kuchlanish tushuvi o‘sha iste’molchi va undan o‘tayotgan tok kuchining ko‘paytmasiga teng bo‘ladi. $U_k = I_k \cdot R_k = I_{um} \cdot R_k = \frac{U_{um}}{R_{um}} \cdot R_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + R_3 + ... + R_k + ... + R_n} U$.

Formuladan ko‘rinib turibdiki, kuchlanish tushuvi katta qarshilikda ko‘proq, kichik qarshilikda kamroq bo‘lar ekan. Qarshiliklar qanday nisbatda bo‘lsa, ularda tushadigan kuchlanishlar ham Shunday nisbatda bo‘ladi.

Masalalar echishda eng ko‘p duch keladiganimiz – ketma-ket ulangan ikkita qarshiliklarning har biridagi kuchlanish tushuvlari so‘ralishidir.

U kuchlanish manbaiga ketma-ket qilib ulangan R_1 va R_2 qarshiliklarning har biridagi kuchlanish tushuvlari nimaga teng bo‘ladi?

$$\boxed{U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U; \qquad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U;}$$



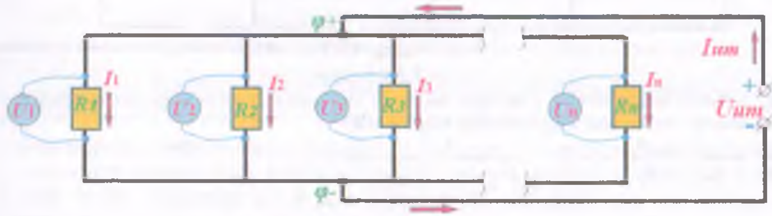
3.1.9.3-rasm

O‘tkazgichlarni parallel ulash:

Qarshiliklarni quyida rasmdagidek ulash parallel ulash hisoblanadi. Bunda hamma qarshiliklarning bir uchi manbaning $(+)$ qutbiga, 2-uchlari esa manbaning $(-)$ qutbiga ulanadi.

Qarshiliklarni parallel ulaganda umumiy tok kuchi, umumiy kuchlanish va umumiy qarshilik quyidagicha:

$$\boxed{\begin{aligned} I_{um} &= I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n \\ U_{um} &= U_1 = U_2 = U_3 = \ldots = U_n \\ \frac{1}{R_{um}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n} \end{aligned}}$$



3.1.9.4-rasm

Isboti: Hamma qarshiliklarning tepadagi 1-uchlari to‘g‘ridan to‘g‘ri manbaning $(+)$ qutbiga ulangan. Shuning uchun bu uchlarning hammasida bir xil manbaning $(+)$ qutbining potensialiga teng bo‘lgan φ_+ potensial hosil bo‘ladi. Hamma qarshiliklarning pastki 2-uchlari to‘g‘ridan to‘g‘ri manbaning $(-)$ qutbiga ulangan. Shuning uchun bu uchlarning hammasida bir xil manbaning $(-)$ qutbining potensialiga teng bo‘lgan φ_- potensial hosil bo‘ladi *(3.1.9.4-rasm)*. Har bir qarshilikdagi potensiallar farqi o‘zaro teng bo‘ladi va bu potensiallar farqi manbaning kuchlanishiga teng, ya’ni $\varphi_+ - \varphi_- = U$ bo‘ladi. Demak qarshiliklarning hammasidagi kuchlanishlar bir xil va manbaning kuchlanishiga teng, ya’ni $U_{um} = U_1 = U_2 = U_3 = \ldots = U_n$ bo‘ladi. Manbaning $(+)$ qutbidan chiqqan zaryad (aslida manbaning $(-)$ qutbidan elektronlar chiqadi) barcha qarshiliklarga bo‘linib tarqalib ketadi va qarshiliklarning pastki uchlaridan chiqgach qo‘shilib manbaning $(-)$ qutbiga etib boradi (aslida esa elektronlar manbaning $(+)$ qutbiga etib boradi). Demak, tarmoqlanmagan qismdagi zaryad barcha qarshiliklarga taqsimlanib ketgandan keyin to kuchi $I_{um} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n$ bo‘ladi. Qarshiliklar sistemasining umumiy qarshiligi quyidagicha bo‘ladi: $I_{um} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n$; $\rightarrow$ $\frac{q_{um}}{R_{um}} = \frac{q_1}{R_1} + \frac{q_2}{R_2} + \frac{q_3}{R_3} + \ldots + \frac{q_n}{R_n} / : q$

$$\frac{1}{R_{um}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}.$$

Qarshiliklar parallel ulanganda hosil bo‘ladigan umumiy qarshilik berilgan qarshiliklar ichida eng kichik qarshilikdan ham kichikroq bo‘ladi.

Agar n ta bir xil qarshilik parallel ulansa, umumiy qarshilik quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{R_{um} = \frac{R}{n}}$$

Isboti: Berilgan barcha qarshiliklar teng bo‘lgani uchun ularning har birini R ga teng deb olamiz. Umumiy qarshilik $\frac{1}{R_{um}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \ldots + \frac{1}{R} = \frac{n}{R}$; $\rightarrow$ $R_{um} = \frac{R}{n}$ bo‘ladi.

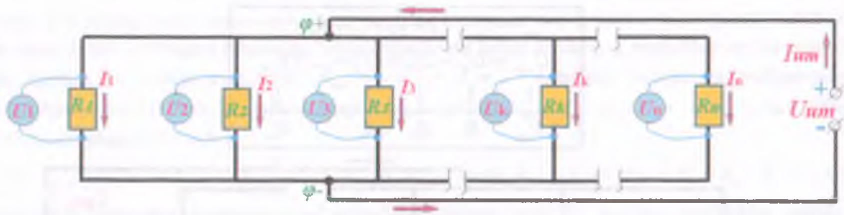
Agar R_1 va R_2 qarshiliklar parallel ulansa, umumiy qarshilik quyidagicha:

$$\boxed{R_{um} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

Isboti: $\frac{1}{R_{um}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$; $\rightarrow$ $R_{um} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

Agar zanjirning tarmoqlanmagan qismidagi tok kuchi I bo‘lsa, manbaga parallel qilib ulangan n ta qarshilikning ixtiyoriy $(1 < k < n)$ k – qarshilikdagi tok kuchi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{I_k = \frac{1}{R_k\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_k} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right)} I}$$



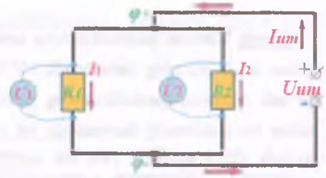
3.1.9.5-rasm

Isboti: Ixtiyoriy iste'molchidan o'tayotgan tok kuchi Om qonuniga ko'ra o'sha iste'molchidagi kuchlanish tushuvining shu iste'molchi qarshiligiga nibatiga teng bo'ladi.

$$I_k=\frac{U_k}{R_k}=\frac{U_{um}}{R_k}=\frac{I_{um}R_{um}}{R_k}=\frac{1}{R_k\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\dots+\frac{1}{R_k}+\dots+\frac{1}{R_n}\right)}I.$$

Agar zanjirning tarmoqlanmagan qismidagi tok kuchi I bo'lsa, manbaga parallel qilib ulangan R_1 va R_2 qarshiliklarning har biridan o'tadigan tok kuchlari quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I, \qquad I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I}$$

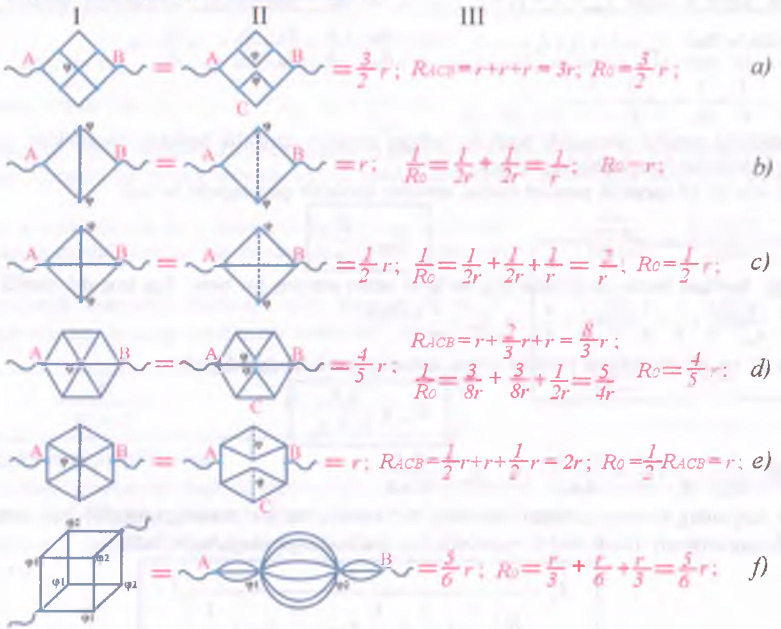


3.1.9.6-rasm

Isboti: Bundan oldingi chiqarilgan formuladan foydalanamiz. Tok kuchlari

$$I_1=\frac{1}{R_1\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}I=\frac{R_1R_2}{R_1(R_1+R_2)}I=\frac{R_2}{(R_1+R_2)}I \quad \text{va} \quad I_2=\frac{1}{R_2\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)}I=\frac{R_1R_2}{R_2(R_1+R_2)}I=\frac{R_1}{(R_1+R_2)}I$$ bo'ladi.

Turli zanjirlarda natijaviy qarshilikni topish:



3.1.9.7-rasm

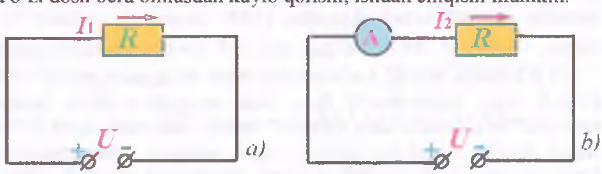
Har bir zvenosining qarshiligi r ga teng bo'lgan yuqoridagi 3.1.9.7-rasmda tasvirlangan va simdan yasalgan turli geometrik shakllarning natijaviy to'la qarshiligi R ni topish shu rasmning o'zida berilgan. Rasmdagi har bir shakllardagi ulanish sxemalari murakkab bo'lgani bilan ularni echish uchun simmetriyadan foydalanamiz. Ma'lumki, zaryad potensiali katta nuqtadan potensiali kichik bo'lgan nuqtaga oqadi. Agar ikki nuqtaning potensiali teng bo'lsa, bu nuqtalarni birlashtirish yoki ularni orasidagi mavjud zvenoni olib tashlash bilan sxema qarshiligi o'zgarib qolmaydi. Rasmda I raqami bilan murakkab shakl, II raqami bilan soddalashgan shakl, III raqami bilan esa to'la qarshilik R_0 ni topish, ya'ni masalani echish yo'li ko'rsatilgan. Teng potensialli nuqtalar φ bilan ko'rsatilgan.

3.1.10. Mavzu: O'lchov asboblari. O'lchov chegaralarini oshirish.

Ampermetr. Ampermetr yordamida o'lchash chegarasini oshirish:

Tok kuchi ampermetr asbobi bilan o'lchanadi *(3.1.10.1-rasm)*. Ampermetr qarshilikga ketma-ket qilib ulanadi. Ampermetr yordamida tok kuchini o'lchashdan maqsad, ampermetr ulanmagan holatda qanaqa jarayon sodir bo'lsa, ulangandan keyin ham deyarli xuddi o'sha jarayonga ega bo'lish, boshqacha aytganda ampermetr yordamida haqiqiy tok kuchini olishdir. Ampermetr ulanmagan vaqtda tarmoqdagi tok kuchi $I_1 = \frac{U}{R}$ bo'lsa, ampermetr ulanganda esa tok kuchi $I_2 = \frac{U}{R+r_A} = \frac{R}{R+r_A}\frac{U}{R} = \frac{R}{R+r_A}I_1$ bo'ladi *(3.1.10.2-rasm)*. Ampermetrning ham ichki qarshiligi bo'lganligi sababli har doim $I_2 < I_1$ bo'ladi. Chunki har doim $\frac{R}{R+r_A} < 1$ bo'ladi. Shuning uchun I_1 va I_2 orasidagi farqni oshirib yubormaslikka, ya'ni $I_2 < I_1$ bo'lsa ham $I_2 \approx I_1$ natijaga ega bo'lishga intilishimiz kerak. I_1 va I_2 orasidagi farqni oshirib yubormaslik uchun esa ampermetrning ichki qarshiligi r_A ni mumkin qadar kichikroq $(r_A \ll R)$ qilib tanlash kerak va hech qachon ampermetrni tok tarmog'iga parallel qilib ulanmaslik kerak. Chunki, ampermetr qarshilikka parallel ulanganda uning ichki qarshiligi ancha kichik bo'lgani sababli undan ancha katta tok o'tadi va ushbu tokka o'zi dosh bera olmasdan kuyib qolishi, ishdan chiqishi mumkin.

3.1.10.1-rasm



3.1.10.2-rasm

Ko'p hollarda har xil tok kuchlari bilan ishlaganda ularni o'lchash uchun har xil ampermetrlar kerak bo'ladi. Masalan, katta toklarni o'lchashda ampermetrdan foydalanilsa, kichik toklarni o'lchashda esa milliampermetrdan foydalaniladi. Agar ixtiyorimizda faqat bitta, aytaylik faqat milliampermetr bo'lsa unda nima qilamiz? Bunda milliampermetrni katta tok kuchiga ulansa, asbob kuyib ishdan chiqib qoladi. Maqsadga erishish uchun tanlagan milliampermetrimizning o'lchash chegarasini oshirishimiz kerak bo'ladi. Ampermetrning o'lchash chegarasini oshirish uchun unga parallel holda Shunt ulanadi. Qo'shimcha ulanadigan Shuntning qarshiligi quyidagicha bo'ladi:

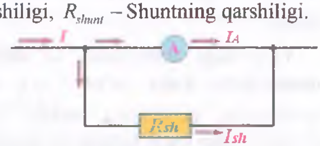
$$\boxed{R_{shunt} = \frac{r_A}{n-1}, \qquad n = \frac{I}{I_A}}$$

Bu erda: n – sezgirlik koeffitsienti, r_A – ampermetrning ichki qarshiligi, R_{shunt} – Shuntning qarshiligi.

Isboti: Ampermetrdan o'tayotgan tok kuchi $I_A = \frac{R_{sh}}{R_{sh} + r_A} I$ bo'ladi.

Bundan $n = \frac{I}{I_A} = \frac{R_{shunt} + r_A}{R_{shunt}}$; $\to nR_{shunt} = R_{shunt} + r_A$; $\to R_{shunt} = \frac{r_A}{n-1}$

ekanligi kelib chiqadi.



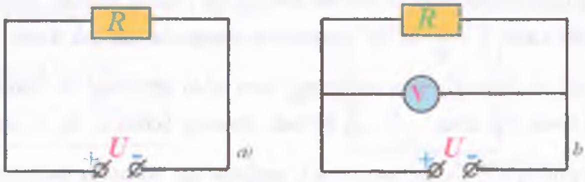
3.1.10.3-rasm

Yuqoridagi formuladan ko'rinib turibdiki, shuntning qarshiligi har doim ampermetrning ichki qarshiligidan kichik, ya'ni $R_{shunt} < r_A$ bo'lar ekan. Chunki, tarmoqlanmagan qismdagi I tokning katta qismi Shunt orqali o'tib, ampermetrdan esa faqatgina mo'ljaldagi (ampermetrning eng katta ko'rsatishidan oshib ketmagan) tok o'tishi kerak. Shundagina ampermetrni kuyishdan saqlab qolish mumkin. Masalan, ampermetr faqat $I_A = 10\,mA$ gacha tok kuchini o'lchashga mo'ljallangan bo'lib, uni tarmoqdagi tok kuchi $I = 100\,mA$ toka ulash kerak bo'lsa, Shuntning qarshiligi Shunday tanlanish kerakki, bunda ampermetrdan mo'ljaldagi $10\,mA$ tok o'tib, qolgan $90\,mA$ tok esa Shunt orqali o'tish kerak. Shundagina ampermetrni kuyishdan saqlab qolamiz.

Voltmetr. Voltmetr yordamida o'lchash chegarasini oshirish:

Kuchlanish voltmetr asbobi bilan o'lchanadi *(3.1.10.4-rasm)*. Voltmetr qarshilikkka parallel qilib ulanadi. Voltmetrning ichki qarshiligi mumkin qadar katta qilib tanalanadi. Odatda, voltmetrning ichki qarshiligi iste'molchilar qarshiliklaridan ancha katta qilib tanlanadi. Chunki, voltmetr qarshilikka paralle ulangani uchun undagi kuchlanish manbaning kuchlanishiga teng bo'ladi. Voltmetrda katta quvvat ajralib chiqib asbobni ishdan chiqarib qo'ymasligi uchun $P_V = \frac{U^2}{R_V}$ formulaga binoan ichki qarshilik etarlicha katta bo'lishi kerak. Voltmetrning ichki qarshiligi uning pasportida yozilgan bo'ladi *(3.1.10.5-rasm)*.

3.1.10.4-rasm



3.1.10.5-rasm

Hech qachon voltmetrni tok tarmog'iga ketma-ket qilib ulab bo'lmaydi. Chunki, bunda uning ichki qarshiligi ancha katta bo'lgani sababli manbaning barcha kuchlanishini o'zi yutib yuboradi va iste'molchiga tushadigan kuchlanish juda kichik bo'lib qoladi. Natijada, iste'molchining ishchi jarayoni butunlay o'zgarib ketadi. Masalan, elektr lampasi va voltmetr ketma-ket qilib 220 V tok tarmog'iga ulansa, voltmetrga $200V$, lampaga esa $20V$ kuchlanish tushib qoladi va lampa arang cho'g'lanadi.

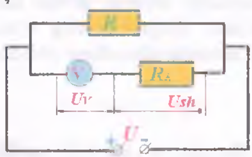
Ko'p hollarda har xil kuchlanishlar bilan ishlaganda ularni o'lchash uchun har xil voltmetrlar kerak bo'ladi. Agar ixtiyorimizda faqat bitta, aytaylik o'rtacha kuchlanishlarni o'lchashga mo'ljallangan voltrmetr bo'lsa unda nima qilamiz? Bunda voltmetrni katta kuchlanishga ulansa, asbob kuyib ishdan chiqib qoladi. Maqsadga erishish uchun tanlagan voltmetrimizning o'lchash chegarasini oshirishimiz kerak bo'ladi. Voltmetrning o'lchash chegarasini oshirish uchun unga ketma-ket qilib qo'shimcha qarshilik ulanadi. Qo'shimcha ulanadigan qarshilik quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{R_q = (n-1)r_V\,, \qquad n = \frac{U}{U_V}}$$

Bu erda: n – sezgirlik koeffitsienti, r_V – voltmetrning ichki qarshiligi, R_q – ulangan qo'shimcha qarshilik.

<u>**Isboti:**</u> Voltmetrdagi kuchlanish $U_V = \frac{r_V}{R_q + r_V}U$ ga teng bo'ladi. Bundan

$n = \frac{U}{U_V} = \frac{R_q + r_V}{r_V}; \;\rightarrow\; n r_V = R_K + r_V\,; \rightarrow\; R_q = (n-1)r_V$ ekanligi kelib chiqadi.

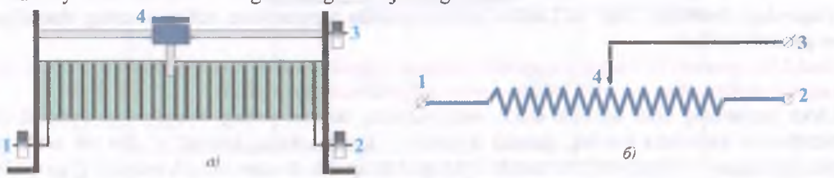


3.1.10.6-rasm

Yuqoridagi formuladan ko'rinib turibdiki, qo'shimcha qarshilik har doim voltmetrning ichki qarshiligidan katta, ya'ni $R_q > r_V$ bo'lar ekan. Chunki, manbadagi U kuchlanishning katta qismi qo'shimcha qarshilikka tushib, voltmetrga esa faqatgina mo'ljaldagi (voltmetrning eng katta ko'rsatishidan oshib ketmagan) kuchlanish tushishi kerak. Shundagina voltmetrni kuyishdan saqlab qolish mumkin. Masalan, voltmetr faqat $U_V = 100V$ gacha kuchlanishni o'lchashga mo'ljallangan bo'lib, uni kuchlanishi $U = 1000V$ bo'lgan manbaga ulash kerak bo'lsa, qo'shimcha qarshilikning qarshiligi shunday tanlanish kerakki, bunda voltmetrga mo'ljaldagi $100V$ kuchlanish tushib, qolgan $900V$ kuchlanish esa qo'shimcha qarshilikka tushishi kerak. Shundagina voltmetrni kuyishdan saqlab qolamiz.

Reostat. Reostat yordamida tok kuchi va kuchlanishni o'zartirish:

Tok kuchi yoki kuchlanishni o'zgartirishga mo'ljallangan asbob reostat deb ataladi.



3.1.10.7-rasm

Reostatlar qo'llanilishiga qarab slindrga o'ralgan aniq qarshilikli nikel yoki nixrom simlar cho'lg'amidan iborat bo'ladi. 3.1.10.7-a,b rasmlarda rolik kontaktli reostatlardan birining umumiy va sxematik ko'rinishi keltirilgan. Reostatlar tok kuchini o'zgartirish uchun rostlovchi, kuchlanishni o'zgartirish uchun esa potensiometr ko'rinishida zanjirga ulanadi.

3.1.10.8-rasm

Agar reostat $2-3$ yoki $1-3$ qisqichlari orqali zanjirga ketma-ket ulanib, 4 kontaktli siljitish bilan qarshiligi o'zgartirilsa, zanjirdagi tokning kuchi o'zgaradi *(3.1.10.8- rasm)*. Bu holatda reostatdan rostlovchi sifatida foydalanilmoqda.

3.1.10.9-rasm

Reostat potensiometr ko'rinishida zanjirga ulanganda uning $1-2$ qisqichi manbaga, $2-3$ yoki $1-3$ qisqichlari iste'molchiga ulanib, sirpanuvchi kontakt 4 vaziyatini o'zgartirish bilan kuchlanish o'zgartiriladi*(3.1.10.9- rasm)*.

Har bir reostatning eng katta qarshiligi va yo'l qo'yilishi ruxsat etilgan eng katta tok kuchi bo'lib, ular reostatning pasportiga yozilgan bo'ladi.

3.1.11. Mavzu: Joul-Lens qonuni. Quvvat.

O'tkazgichdan elektr toki o'tganda zaryadlar potensiali katta bo'lgan nuqtadan potensiali kichik bo'lgan nuqtaga ko'chadi. Boshqacha aytganda o'tkazgich ichidagi elektr maydoni erkin zaryadlarni katta potensialli nuqtadan kichik potensialli nuqtaga ko'chiradi. O'tkazgich uchlaridaga potensiallar ayirmasi–kuchlanish U ga teng bo'lganda elektr maydonining t vaqt davomida q zaryadni katta potensialli nuqtadan kichik potensialli nuqtaga ko'chirishda bajargan ishi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{A = qU = IUt}$$

Yuqoridagi formulani yana boshqa ko'rinishlarda ham ifodalash mumkin.

$$\boxed{A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t}$$

Energiyaning saqlanish qonuniga ko'ra elektr tokining bajargan ishi atrofdagi energiya o'zgarishiga teng bo'lishi kerak. Boshqacha aytganda, elektr tokining bajargan ishi issiqlikka aylanadi, ya'ni tokning bajargan ishi o'tkazgichda ajralib chiqqan issiqlik miqdoriga teng bo'ladi. Yuqoridagi formulani quyidagicha yozish ham mumkin:

$$\boxed{Q = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t}$$

Yuqoridagi formulani Joul va Lenslar alohida-alohida topganliklari uchun ularning sharafiga ***Joul-Lens qonuni*** deyiladi.

Joul-Lens qonuni: O'tkazgichda ajralib chiqqan issiqlik miqdori o'tkazgichdagi tok kuchi kvadrati, o'tkazgich qarshiligi va tok o'tib turish vaqtlari ko'paytmasiga tengdir.

Elektr zanjirining biror qismida elektr energiyasining boshqa turdagi energiyasiga aylanish tezligini xarakterlovchi kattalikka tokning quvvati deyiladi. U holda tokning quvvati P deb tok o'tib turgan t vaqtda bajarilgan A ishga yoki shu vaqtda o'tkazgichda ajralib chiqqan issiqlik miqdori Q ga aytiladi.

$$\boxed{P = \frac{A}{t} = \frac{Q}{t}; \qquad P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}}$$

Ko'pincha masalalar echishda bir necha qarshiliklar biror ishni bajarish vaqtlari berilib, ular birgalikda shu ishni bajarish vaqti so'raladi. Masalan, bir necha elektr plitalaridagi spirallarning choyni qaynatish vaqtlari berilib, shu spirallar birga bo'lgan holdagi choyni qaynatish vaqti so'ralishi mumkin. Shu masalani qarab chiqaylik.

Agar choyni birinchi spiral t_1 vaqtda, ikkinchi spiral t_2 vaqtda va hokoza n-spiral t_n vaqtda qaynatsa, ular birgalikda shu choyni qancha vaqtda qaynatadi?

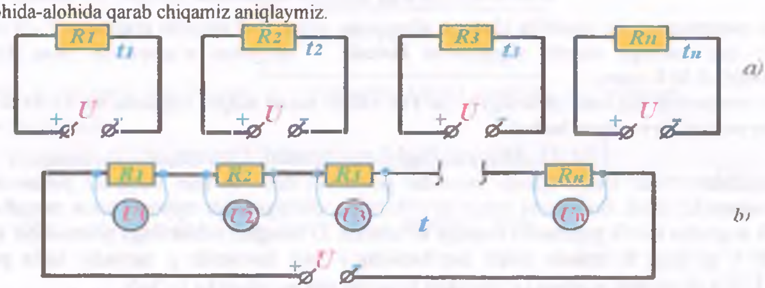
$$\boxed{t = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n}$$

a) ketma-ket

$$\boxed{\frac{1}{t} = \frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \ldots + \frac{1}{t_n}}$$

b) parallel

<u>**Isboti:**</u> Har bir spiralni U kuchlanish manbaiga alohida-alohida ulaganda ularda ajralgan issiqlik miqdorlari $Q_1 = \frac{U^2}{R_1}t_1$, $Q_2 = \frac{U^2}{R_2}t_2$, $Q_3 = \frac{U^2}{R_3}t_3$, ..., $Q_n = \frac{U^2}{R_n}t_n$ bo'ladi. Bundan qarshiliklarni aniqlasak $R_1 = \frac{U^2}{Q_1}t_1$, $R_2 = \frac{U^2}{Q_2}t_2$, $R_3 = \frac{U^2}{Q_3}t_3$, ..., $R_n = \frac{U^2}{Q_n}t_n$ bo'ladi. Barcha spirallarni ketma-ket qilib yana o'sha U kuchlanish manbaiga ulaganda ajralgan issiqlik miqdorlari $Q = \frac{U^2}{R_{yu}}t$ bo'ladi. Barcha holatlarda ham issiqlik miqdoralari aynan suvni qaynatishga sarflanayotgan bo'lgani uchun bu issiqlik miqdorlari o'zaro teng, ya'ni $Q = Q_1 = Q_2 = Q_3 = \ldots = Q_n = Q_{cyw}$ bo'ladi. Shularni bilgan holda so'ralgan vaqtni ketma-ket va parallel holatlar uchun alohida-alohida qarab chiqamiz aniqlaymiz.

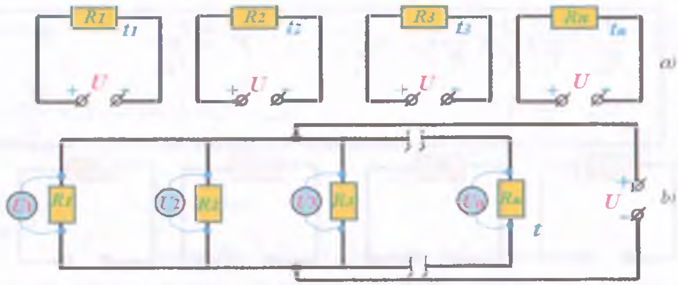


3.1.11.1-rasm

a) umumiy qarshilikni qarshiliklar orqali ifodalab, so'ralgan kattalikni topamiz. Natijada biz

$$Q = \frac{U^2}{R_{yu}}t = \frac{U^2}{R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n}t = \frac{U^2}{\frac{U^2}{Q_1}t_1 + \frac{U^2}{Q_2}t_2 + \frac{U^2}{Q_3}t_3 + \ldots + \frac{U^2}{Q_n}t_n}t = \frac{QU^2}{(t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n)U^2}t = \frac{Q}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n}t;$$

$t = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n$ natijaga erishamiz.



3.1.11.2-rasm

b) umumiy qarshilikni qarshiliklar orqali ifodalab, so'ralgan kattalikni topamiz. Natijada biz

$$Q=\frac{U^2}{R_{ум}}t=\left(\frac{U^2}{R_1}+\frac{U^2}{R_2}+\frac{U^2}{R_3}+...+\frac{U^2}{R_n}\right)t=\left(\frac{Q_1}{t_1}+\frac{Q_2}{t_2}+\frac{Q_3}{t_3}+...+\frac{Q_n}{t_n}\right)t=\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+...+\frac{1}{t_n}\right)Qt,$$

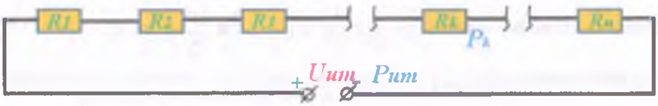
$\frac{1}{t}=\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+...+\frac{1}{t_n}$ natijaga erishamiz.

3.1.12. Mavzu: Quvvat uchun xususiy hollar.

Qarshiliklar ketma-ket ulanganda xususiy hollar:

1.1. U kuchlanish manbaiga ketma-ket qilib ulangan n ta qarshilikning ixtiyoriy k – qarshilikdagi quvvat P_k va umumiy quvvat $P_{ум}$ quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} P_K=I^2R_n=\dfrac{R_K}{(R_1+R_2+R_3+...+R_n)^2}U^2_{ум} \\ P_{УМ}=P_1+P_2+P_3+...+P_n=\dfrac{U^2_{ум}}{R_1+R_2+R_3+...+R_n} \end{cases}$$



3.1.12.1-rasm

Isboti: k – qarshilikdagi quvvatni topamiz.

$$P_k=I_k^2\cdot R_k=I^2\cdot R_k=\left(\frac{U_{um}}{R_{um}}\right)^2R_k=\frac{R_k}{(R_1+R_2+R_3+...+R_n)^2}U^2_{um}$$

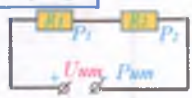
Umumiy quvvatni topamiz.

$$P_{um}=P_1+P_2+P_3+...+P_n=\frac{U^2}{(R_1+R_2+R_3+...+R_n)^2}(R_1+R_2+R_3+...+R_n)=\frac{U^2_{um}}{R_1+R_2+R_3+...+R_n}$$

1.2. Agar qarshiliklar ikkita bo'lsa, har bir qarshilikdagi quvvat va umumiy quvvat quyidagicha:

$$P_1=\frac{R_1}{(R_1+R_2)^2}U^2_{um},\qquad P_2=\frac{R_2}{(R_1+R_2)^2}U^2_{um},\qquad P_{um}=\frac{U^2_{um}}{R_1+R_2}$$

Isboti: Bundan oldingi topilgan formuladan foydalanib osongina chiqarishimiz mumkin.

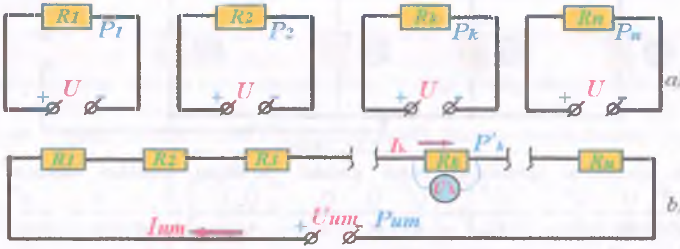


3.1.12.2-rasm

2.1. Ayni bir U kuchlanishga ulanganda $P_1, P_2, P_3, ... P_n$ quvvatlar hosil qiladigan iste'molchilarni ketma-ket qilib o'sha U kuchlanishga ulanganda, tarmoqdagi umumiy quvvat $P_{\ddot{o}l}$, ixtiyoriy k – iste'molchidagi quvvat P'_k, ixtiyoriy k – iste'molchidagi kuchlanish U'_k, tarmoqdagi umumiy tok kuchi I_{um} quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{1}{P_{um}} = \frac{1}{P_1}+\frac{1}{P_2}+\frac{1}{P_3}+.....+\frac{1}{P_n}, \qquad P'_K=\frac{P^2_{um}}{P_K}$$

$$U'_K = \frac{P_{um}}{P_K}\cdot U, \qquad I_{um}=I_1=I_2=....=I_n=\frac{P_{um}}{U}$$



3.1.12.3-rasm

Isboti: Rasmda keltirilgan iste'molchilar alohida-alohida ulangan hol uchun quvvatlarni yozamiz.

$$P_1=\frac{U^2}{R_1}; \quad P_2=\frac{U^2}{R_2}; \quad P_3=\frac{U^2}{R_3}; \quad ...... \quad P_n=\frac{U^2}{R_n}$$

Bulardan iste'molchilarning qarshiliklarini quvvatlari orqali yozamiz.

$$R_1=\frac{U^2}{P_1}; \quad R_2=\frac{U^2}{P_2}; \quad R_3=\frac{U^2}{P_3}; \quad ...... \quad R_n=\frac{U^2}{P_n}$$

Umumiy quvvatni topish formulasini chiqaramiz.

$$P_{um}=\frac{U^2}{R_{um}}; \rightarrow \frac{1}{P_{um}}=\frac{R_{um}}{U^2}=\frac{R_1+R_2+R_3+...+R_n}{U^2}=\frac{R_1}{U^2}+\frac{R_2}{U^2}+\frac{R_3}{U^2}+...+\frac{R_n}{U^2}=\frac{1}{P_1}+\frac{1}{P_2}+\frac{1}{P_3}+.....+\frac{1}{P_n}$$

k – iste'molchidagi quvvatni topamiz. $P'_K=I'^2_k R_k=I^2_{um}R_k=\left(\frac{P_{um}}{U}\right)^2\frac{U^2}{P_k}=\frac{P^2_{um}}{P_K}$

k – iste'molchidagi kuchlanishni topamiz. $U'_K=I'_k R_k=I R_k=\frac{P_{um}}{U}\frac{U^2}{P_k}=\frac{P_{um}}{P_K}\cdot U$

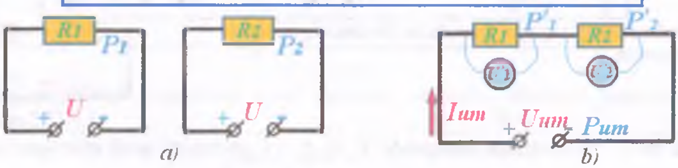
Umumiy tok kuchini topamiz. $I_{um}=I_1=I_2=....=I_n=\frac{P_{um}}{U}$

Shuni ta'kidlash kerakkki, iste'molchilar ketma-ket ulanganda hosil bo'ladigan natijaviy quvvat har bir iste'molchi pasportida yozilgan quvvatlarning eng kichigidan ham kichikroq chiqadi.

2.2. Ayni bir U kuchlanishga ulanganda P_1 va P_2 quvvatlar hosil qiladigan iste'molchilarni o'sha U kulanishga ketma-ket qilib ulanganda, tarmoqdagi umumiy quvvat P_{um}, har bir iste'molchidagi quvvat P'_1 va P'_2, har bir iste'molchidagi kuchlanish U'_1 va U'_2, tarmoqdagi tok kuchi I_{um} quyidagicha:

$$P_{УМ}=\frac{P_1\cdot P_2}{P_1+P_2}, \qquad P'_1=\left(\frac{P_2}{P_1+P_2}\right)^2\cdot P_1, \qquad P'_2=\left(\frac{P_1}{P_1+P_2}\right)^2\cdot P_2,$$

$$U'_1=\frac{P_2}{P_1+P_2}\cdot U, \qquad U'_2=\frac{P_1}{P_1+P_2}\cdot U, \qquad I_{УМ}=I_1=I_2=\frac{P_{УМ}}{U}$$



3.1.12.4-rasm

Isboti: Buni 2.1.formulalarning iste'molchilar soni 2ta bo'lgan xususiy holi deyish mumkin.

Umumiy quvvat $\frac{1}{P_{um}}=\frac{1}{P_1}+\frac{1}{P_2}=\frac{P_1+P_2}{P_1P_2}$; $\rightarrow$ $P_{um}=\frac{P_1P_2}{P_1+P_2}$ bo'ladi.

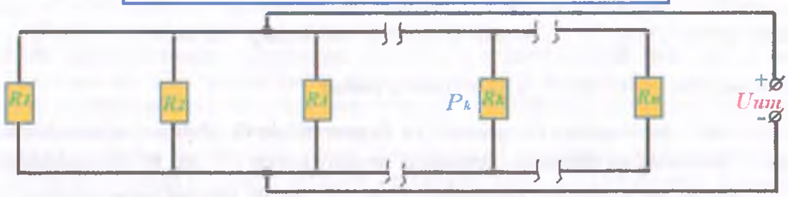
Iste'molchilarning har biridagi quvvat $P'_1 = \frac{P^2_{um}}{P_1} = \frac{1}{P_1}\left(\frac{P_1P_2}{P_1+P_2}\right)^2 = \left(\frac{P_2}{P_1+P_2}\right)^2 P_1$ va $P'_2 = \frac{P^2_{um}}{P_2} = \frac{1}{P_2}\left(\frac{P_1P_2}{P_1+P_2}\right)^2 = \left(\frac{P_1}{P_1+P_2}\right)^2 P_2$ bo'ladi.

Iste'molchilarning har biridagi kuchlanish $P'_1 = \frac{P^2_{um}}{P_1} = \frac{1}{P_1}\left(\frac{P_1P_2}{P_1+P_2}\right)^2 = \left(\frac{P_2}{P_1+P_2}\right)^2 P_1$ va $P'_2 = \frac{P^2_{um}}{P_2} = \frac{1}{P_2}\left(\frac{P_1P_2}{P_1+P_2}\right)^2 = \left(\frac{P_1}{P_1+P_2}\right)^2 P_2$ bo'ladi.

Qarshiliklar parallel ulanganda xususiy hollar:

1.1. U kuchlanish manbaiga parallel qilib ulangan n ta qarshilikning ixtiyoriy k – qarshilikdagi quvvat P_k va umumiy quvvat P_{um} quyidagicha:

$$P_k = \frac{U^2}{R_k}, \qquad P_{um} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots \frac{1}{R_k} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right) U^2$$



3.1.12.5-rasm

Isboti: Qarshiliklar parallel ulanganda barcha qarshiliklarda kuchlanishlar teng bo'lgani uchun ixtiyoriy k - qarshilikdagi quvvat $P_k = \frac{U_k^2}{R_k} = \frac{U^2}{R_k}$ bo'ladi. To'la quvvat esa barcha qarshiliklardagi quvvatlar yig'indisiga tengdir.

$$P_{um} = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n = \frac{U^2}{R_1} + \frac{U^2}{R_2} + \frac{U^2}{R_3} + \ldots + \frac{U^2}{R_n} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right) \cdot U^2$$

1.2. Agar qarshiliklar ikkita bo'lsa, har biridagi quvvat P_1, P_2 va umumiy quvvat P_{um} quyidagicha:

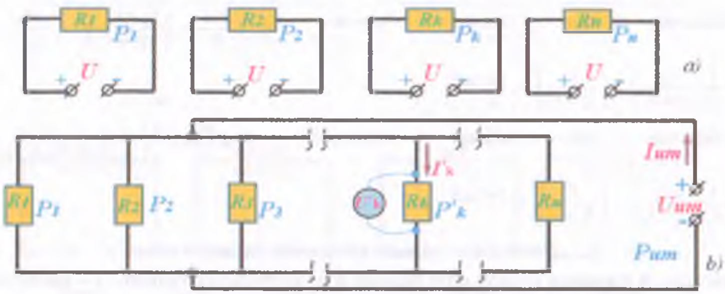
$$P_1 = \frac{U^2}{R_1}, \quad P_2 = \frac{U^2}{R_2}, \quad P_{um} = P_1 + P_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot U^2$$

Isboti: parallel ulangan ikkita qarshilik parallel ulangan n ta qarshilikning xususiy holidir.

3.1.12.6-rasm

2.1. Ayni bir U kuchlanishga ulanganda $P_1, P_2, P_3, \ldots P_n$ quvvatlar hosil qiladigan iste'molchilarni parallel qilib o'sha U kuchlanishga ulanganda, tarmoqdagi umumiy quvvat P_{um}, ixtiyoriy k – iste'molchidagi quvvat P'_k, ixtiyoriy k – iste'molchidagi kuchlanish U'_k, ixtiyoriy k – iste'molchidagi tok kuchi I_k, tarmoqdagi umumiy tok kuchi I_{UM} quyidagicha:

$$P_{um} = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots + P_n, \qquad P'_k = P_k;$$
$$U'_k = U, \qquad I'_k = \frac{P_k}{U}, \qquad I_{um} = \frac{P_{um}}{U}$$

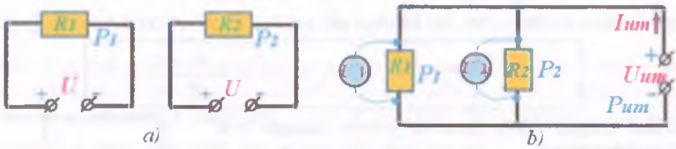


3.1.12.7-rasm

Isboti: Qarshiliklar parallel ulanganda barcha qarshiliklarda kuchlanishlar teng bo‘ladi, ya’ni $U = U_1 = U_2 = ... = U_k = ... = U_n$ bo‘ladi. Tok kuchi esa tarmoqlanid ketgani bois $I = I_1 + I_2 + ... + I_k + ... + I_n$ bo‘ladi. Umumiy quvvat $P_{um} = (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... \frac{1}{R_k} + ... + \frac{1}{R_n})U^2 = \frac{U^2}{R_1} + \frac{U^2}{R_2} + ... \frac{U^2}{R_k} + ... + \frac{U^2}{R_n} = P_1 + P_2 + ... + P_k + ... P_n$ bo‘ladi. Ixtiyoriy k -iste’molchigi quvvat $P'_k = \frac{U_k}{R_k} = \frac{U}{R_k} = P_k$ bo‘ladi. Ixtiyoriy k -iste’molchigi tok kuchi $I'_k = \frac{P'_k}{U_k} = \frac{P_k}{U} = I_k$ bo‘ladi. Umumiy tok kuchi esa quvvat orqali $I_{um} = \frac{P_{um}}{U}$ ko‘rinishda yoziladi.

2.2. Ayni bir U kuchlanishga ulanganda P_1 va P_2 quvvatlar hosil qiladigan iste’molchilarni parallel qilib o‘sha U kuchlanishga ulanganda, tarmoqdagi umumiy quvvat P_{um}, har bir iste’molchidagi quvvat P'_1 va P'_2, har bir iste’molchidagi kuchlanish U'_1 va U'_2, har bir iste’molchidan o‘tadigan tok kuchi I'_1 va I'_2 tarmoqdagi tok kuchi I_{um} quyidagicha:

$$P_{УМ} = P_1 + P_2, \quad \begin{cases} P'_1 = P_1 \\ P'_2 = P_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} U'_1 = U_1 \\ U'_2 = U_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} I'_1 = \frac{P_1}{U} \\ I'_2 = \frac{P_2}{U} \end{cases}, \quad I_{um} = \frac{P_{um}}{U}$$



3.1.12.8-rasm

Isboti: Parallel ulangan ikkita qarshilik parallel ulangan n ta qarshilikning xususiy holidir. Bundan oldingi formuladan $n = 2$ deb foydalansak, yuqoridagi formulalarga ega bo‘lamiz.

3.1.13. Mavzu: To‘liq zanjir uchun Om qonuni. To‘liq zanjir uchun Joul-Lens qonuni.

Doimiy tok manbalari:

O‘tkazgichlarda elektr tokini vujudga keltirish uchun bu o‘tkazgich ichida elektr maydonini hosil qilish kerak bo‘ladi. Bu vazifani esa tok manbalari bajaradi.

Tok manbalari turli-tuman bo‘lib, ularning barchasida ikkita joyga musbat va manfiy zaryadlarni ajratish ishi bajariladi. Ajratilgan zaryadlar manbaning qutblarida to‘planadi. Qutb – bu manbaning iste’molchilar klemmalariga ulanadigan joyidir. Tok manbalarining hammasida ikkita qutb bo‘lib, bu qutblarning birida musbat va ikkinchisida esa manfiy zaryadlar to‘planadi. Bu qutblar orasida ichki elektr maydon mavjud bo‘lib, qutblar biror o‘tkazgich orqali bir-biriga ulanganda esa tashqi elektr maydoni paydo bo‘ladi. O‘tkazgich ichida hosil bo‘lgan elektr maydoni erkin elektronlarni o‘tkazgich bo‘ylab ko‘chirishi natijasida elektr toki hosil bo‘ladi.

Tok manbalarida zaryadlarni qutblarga ajratish jarayonida mexanik, ximiyaviy, yorug‘lik, ichki va boshqa turdagi energiyalar elektr energiyasiga aylanadi. Demak, elektr energiyasi bashqa turdagi energiya hisobiga olinar ekan.

Masalan, elektrofor mashinasida mexanik energiya, termoelementda ichki energiya, fotoelementda yorug'lik energiyasi, akkumlyator va galvanik elementlarda esa ximiyaviy energiyalar elektr energiyasiga aylanadi.

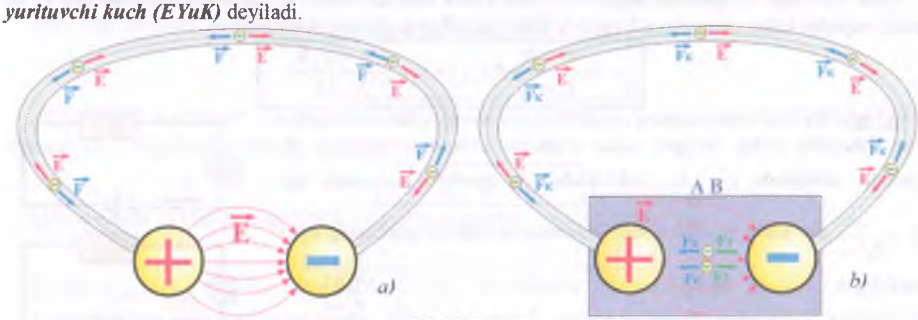
Hamma galvanik elementlarda elektrodlar emirilib eritma sarf bo'ladi. Shuning uchun ma'lum vaqt o'tgach elektrodlar almashtirib turiladi.

Akkumlyatorlarda esa elektrodlar emirilmaydi. Eng ko'p ishlatiladigan akkumlyator sulfat kislota eritmasiga botirilgan ikkita qo'rg'oshin plastina(elektrod)dir. Akkumlator tok manbai bo'lishi uchun uni avval zaryadlash kerak. Buning uchun esa akkumlyatorni boshыa tok manbaiga ulab zaryadlash kerak bo'ladi. Zaryadlashda akkumlyatorning (+) va (-) qutblarini tok manbasining xuddi shu ishorali qutblariga ulash kerak bo'ladi. Zaryadlash jarayonida elektr toki ish bajarib akkumlyatorning ximiyaviy energiyasini oshiradi. Razryadlanish jarayonida esa akkumlyator biror iste'molchiga ulanadi, bunda ximiyaviy energiya elektr energiyasiga aylanadi.

Manbaning EYuK:

Ikkita sharcha turli ishorali zaryadlar bilan bir xil miqdorda zaryadlangan bo'lsin. Ularni bir-biriga tekkizilganda Kulon kuchlari ta'sirida bu sharchalar tezda neytrallashadi. Manfiy zaryadlangan sharchadagi ortiqcha elektronlar Kulon kuchlari bo'yicha va elektr maydon kuch chiziqlariga qarama-qarshi yo'nalishda musbat zaryadli sharchaga tomon harakatlanadi(3.1.12.1-a,rasm). Musbat zaryadli sharchaga etib kelgan elektronlar etishmayotgan elektronlarni to'ldirib neytrallashadi. Musbat va manfiy zaryadli Sharchalar sim bilan tutashtirilganda qisqa vaqt davomida simlarda elektr toki paydo bo'ladi. Sharchalar neytrallashganda esa tok o'tishi ham to'xtaydi. Har doim tok oqib turishi uchun har doim sharchalarda musbat va manfiy zaryadlar mavjud bo'lishi kerak. Buning uchun tashqi biror kuch elektronlarni (+) qutbdan sug'urib olib, ularni Kulon kuchlari yo'nalishiga qarama-qarshi va elektr maydon yo'nalishi bo'yicha (-) qutbga ko'chirib ish bajarish kerak (3.1.13.1-b,rasm). Shundagina har doim (+) va (-) qutblar orasida potensiallar mavjud bo'ladi va yopiq sistemada tok beto'xtov aylanadi.

Kulon kuchidan tashqari barcha kuchlar tashqi kuch bo'lishi mumkin. Masalan, galvanik elementlarda ximiyaviy kuchlar Kulon kuchlariga qarshi ish bajaradi. Tashqi kuchlarning zaryadlarga ta'sirini ***elektr yurituvchi kuch (EYuK)*** deyiladi.



3.1.13.1-rasm

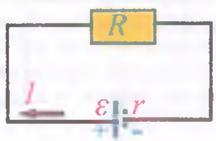
Berk konturdagi EYuK miqdor jihatidan tashqi kuchlarning birlik musbat zaryadni berk kontur bo'ylab ko'chirishda bajargan ishiga tengdir.

$$\boxed{\varepsilon = \frac{A_{tash.}}{q} \quad [J/Kl = V]}$$

Zanjir ochiq bo'lganda manbaning EYuK uning qutblaridagi potensiallar ayirmasiga teng bo'ladi. Shuning uchun ham EYuK xuddi kuchlanish kabi voltlarda o'lchanadi.

To'liq zanjir uchun Om qonuni. EYuK va ichki qarshilikni aniqlash:

Tok manbaiga biror R rezistor ulab yopiq zanjir hosil qilaylik (3.1.13.2-rasm). Tok manbasining EYuK ε va ichki qarshiligi r bo'lsin. Generatorlarda ichki qarshilik r deganda cho'lg'amlarning qarshiligi, galvanik elementlarda esa elektrolit eritmasi va elektrodlar qarshiligi tuShuniladi. Yopiq zanjirda tarmoqlanish bo'lmagani uchun berk zanjirda tashqi R va ichki r qarshiliklardan o'tuvchi bitta I tok kuchi mavjud



3.1.13.2-rasm

bo‘ladi.

Om qonunini yopiq zanjir uchun tatbiq qilganda yopiq zanjirdagi tok kuchi I ni EYuK ε va yopiq zanjirning to‘la qarshiligi $(R+r)$ bilan bog‘laydi. Bunda zanjirning tashqi va ichki qismlaridagi kuchlanish tushuvlari yig‘indisi manbaning EYuKni beradi.

$$\boxed{\varepsilon = U_R + U_r = IR + Ir}$$

Yuqoridagi formuladan to‘liq zanjirning tashqi va ichki qismidagi kuchlanish tushuvlarini yozishimiz mumkin.

$$\boxed{U_R = IR, \qquad U_r = Ir}$$

Yopiq zanjirdagi tok kuchini aniqlashimiz mumkin.

$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R+r}}$$

Yuqoridagi formula yopiq zanjir uchun Om qonunining matematik ifodasi bo‘lib, uni quyidagicha ta’riflash mumkin:

YOpiq zanjirdan o‘tayotgan tokning kuchi manbaning EYUKiga to‘g‘ri proporsional va zanjirning to‘la qarshiligiga teskari proporsionaldir.

Agar tok manbaining klemmalari sim bilan tutashtirilsa, bunda qisqa tutashuv sodir bo‘ladi. Qisqa tutashuvda hosil bo‘ladigan tok kuchi eng katta qiymatga ega bo‘lib, manbani biror iste’molchiga ulaganda har doim zanjirda qisqa tutashuv tokidan kichik tok hosil bo‘ladi.

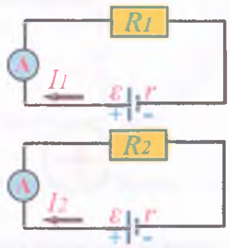
Qisqa tutashuvdagi tok kuchi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{I_0 = \frac{\varepsilon}{r}, \qquad I < I_0}$$

Tok manbaining ichki qarshiligi va EYuKining aniq qiymatini biror o‘lchash ishlari orqali topib bo‘lmaydi. Ularni ixtiyorimizda ikkita turli qarshiliklar, voltmetr va ampermetr bo‘lsagina, hisob-kitob orqali topish mumkin bo‘ladi.

Agar manbaga R_1 qarshilik ulaganda I_1 tok kuchi vujudga kelsa, R_2 qarshilik ulaganda esa I_2 tok kuchi vujudga kelsa, manbaning EYuK va ichki qarshiligi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{R_1 - R_2}{I_2 - I_1} I_1 I_2, \qquad r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}}$$

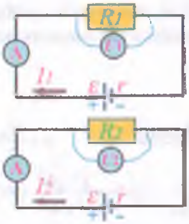


3.1.13.3-rasm

__Isboti:__ Bu erda ampermetrning qarshiligini manbaning ichki qarshiligidan ham nihoyatda kichik bo‘lgani uchun e’tiborga olmaymiz. Manbaga R_1 qarshilik ulanganda $I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}$ tok kuchi, R_2 qarshilik ulanganda esa $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}$ tok kuchi vujudga keladi. Bularning nisbatidan manbaning ichki qarshiligini topish mumkin. $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + r}{R_1 + r}; \rightarrow$ $I_1 R_1 + I_1 r = I_2 R_2 + I_2 r; \rightarrow r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}$. Manbaning EYuKini esa $\varepsilon = I_1(R_1 + r)$ yoki $\varepsilon = I_2(R_2 + r)$ formulalardan ixtiyoriy biridan aniqlash mumkin. Natijada $\varepsilon = I_1(R_1 + r) = I_1\left(R_1 + \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}\right) = I_1 \frac{I_2 R_1 - I_1 R_1 + I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1} = \frac{R_1 - R_2}{I_2 - I_1} I_1 I_2$ bo‘ladi.

Agar manbaga biror qarshilik ulanganda zanjirda I_1 tok kuchi vujudga kelib o‘tkazgichdagi kuchlanish tushuvi U_1 bo‘lsa, boshqa bir qarshilik ulanganda esa zanjirda I_2 tok kuchi vujudga kelib o‘tkazgichdagi kuchlanish tushuvi U_2 bo‘lsa, manbaning EYuK, ichki qarshiligi hamda ulangan qarshiliklar quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{I_2 - I_1}, \qquad r = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1}, \qquad R_1 = \frac{U_1}{I_1}, \qquad R_2 = \frac{U_2}{I_2}}$$



3.1.13.4-rasm

Isboti: Bu erda ampermetrning qarshiligini manbaning ichki qarshiligidan ham nihoyatda kichik bo‘lgani uchun e’tiborga olmaymiz. Voltmetrning ichki qarshiligi esa ulanadigan R_1 va R_2 qarshiliklardan nihoyatda katta bo‘lgani uchun voltmetr orqali o‘tadigan tokni e’tiborga olmaymiz. Manbaning EYuK va ichki qarshiligini oldingi formuladan keltirib chiqarish mumkin. Bunda EYuK uchun $\varepsilon = \frac{R_1 - R_2}{I_2 - I_1} I_1 I_2 = \frac{R_1 I_1 I_2 - R_2 I_2 I_1}{I_2 - I_1} = \frac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{I_2 - I_1}$ hamda ichki qarshilik uchun $r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1} = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1}$ natijalarga ega bo‘lamiz. Manbaga ulangan noma’lum qarshiliklarni esa voltmetr va ampermetrlarning ko‘rsatkichlari nibatidan aniqlash mumkin. Ya’ni $R_1 = \frac{U_1}{I_1}$ va $R_2 = \frac{U_2}{I_2}$ bo‘ladi.

To‘liq zanjir uchun Joul-Lens qonuni. Manbaning FIK:

Tashqi kuchlarning zaryadni berk kontur bo‘ylab ko‘chirishda bajargan ishi to‘liq zanjirda ajralgan issiqlik miqdoriga teng bo‘lishi haqida gapirgan edik.

$$\boxed{A_{tash} = Q_{to'liq}}$$

To‘liq zanjirda bajarilgan ish quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A_{tash} = I^2 (R + r)\Delta t = \frac{\varepsilon^2}{R + r}\Delta t = I\,\varepsilon\,\Delta t}$$

Isboti: EYuK tashqi kuchlarning bajargan ishi ekanligidan va to‘liq zanjir uchun Om qonunidan foydalanamiz.

$\varepsilon = \frac{A_{tash}}{q}$; $\rightarrow$ $A_{tash} = \varepsilon\, q = \varepsilon\, I\,\Delta t$, $\rightarrow$ $A_{tash} = \varepsilon\, I\,\Delta t = I(R + r)I\,\Delta t = I^2 (R + r)\Delta t$, $\rightarrow$

$A_{tash} = \varepsilon\, I\,\Delta t = \varepsilon \frac{\varepsilon}{R + r}\Delta t = \frac{\varepsilon^2}{R + r}\Delta t$.

Yuqorida topilgan formula to‘liq zanjir uchun Joul-Lens qonunining matematik ifodasidir.

Joul-Lens qonunini quvvat uchun yozsak, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\boxed{P_{to'liq} = I^2 (R + r) = \frac{\varepsilon^2}{R + r} = I\,\varepsilon}$$

To‘liq zanjirda ajralgan issiqlik miqdori manba ichida ajralgan Q_r issiqlik va manba tashqarisida ajralgan Q_R issiqlik miqdorlari yig‘indisiga teng bo‘ladi.

$$\boxed{Q_{to'liq} = Q_r + Q_R}$$

Manba ichida va tashqarisida ajralgan issiqlik miqdorlari quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{Q_r = I^2 r\,\Delta t\,, \qquad Q_R = I^2 R\,\Delta t}$$

Isboti: $Q_{to'liq} = A_{tash} = \varepsilon\, I\,\Delta t = I(R + r)I\,\Delta t = I^2 (R + r)\Delta t = I^2 R\,\Delta t + I^2 r\,\Delta t = Q_R + Q_r$.

To‘liq zanjirda ajralgan quvvat manba ichida ajralgan P_r quvvat va manba tashqarisida ajralgan P_R quvvatlar yig‘indisiga teng bo‘ladi.

$$\boxed{P_{to'liq} = P_r + P_R}$$

Manba ichida va tashqarisida ajralgan quvatlar quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{P_r = I^2 r\,, \qquad P_R = I^2 R}$$

Tok manbasidan foydalanishdan maqsad, manba hosil qilgan elektr energiyasidan esa biror iste’molchiga ulab ko‘zlangan maqsadga erishishdir. Masalan, akkumlyator batareyasini lampaga ulab yorug‘ligidan foydalanamiz yoki elektroplitaga ulab issiqligidan foydalanamiz. Nima bo‘ganda ham biz manba tashqarisiga chiqqan energiyadan foydalanamiz, manba ichida ajralgan energiyadan esa foydalanishning iloji yo‘q. Shuning uchun manba tashqarisida ajralgan energiya – bu ko‘zda tutilgan, reja qilingan, maqsad qilingan ish bo‘lib, uni ***foydali ish*** deb ataymiz. Manba ichida ajralgan energiya esa – bu rejada bo‘lmagan, ko‘zda tutilmagan, maqsaddan adashgan ish bo‘lib, uni ***isrof bo‘lgan ish*** deb ataymiz. Chunki, rejamiz akkumlyatorning o‘zini qizdirish emas, balki bu energiyani tashqariga chiqarib iste’molchiga etkazib berishdan aboratdir.

Tok manbasida ajralgan jami energiyaning qanday qismi maqsad sari yo'nalayotganini bildiruvchi kattalikka ***tok manbasining FIK*** deyiladi.

$$\boxed{\eta = \frac{Q_R}{Q_{to'liq}} \cdot 100\% = \frac{U_R}{\varepsilon} \cdot 100\% = \frac{R}{R+r} \cdot 100\%}$$

Isboti: $\eta = \frac{Q_{foyd}}{Q_{to'liq}} \cdot 100\% = \frac{Q_R}{Q_{to'liq}} \cdot 100\% = \frac{I^2 R \Delta t}{I^2 (R+r) \Delta t} \cdot 100\% = \frac{R}{R+r} \cdot 100\%$; $\eta = \frac{Q_{foyd}}{Q_{to'liq}} \cdot 100\% =$ $= \frac{Q_R}{Q_{to'liq}} \cdot 100\% = \frac{I U_R \Delta t}{I \varepsilon \Delta t} \cdot 100\% = \frac{U_R}{\varepsilon} \cdot 100\%$.

Yuqoridagi formuladan ham ko'rinib turibdiki, tashqi qarshilik kattalashib borgan sari FIK ham ortib borara ekan. Cheksiz katta qarshilikka ulanganda FIKning qiymati taxminan $\eta \approx 100\%$ bo'ladi. Masalan, tok manbasini voltmetrga ulaganda, voltmetrning qarshiligi manba ichki qarshiligidan nihoyatda katta bo'lgani uchun voltmetr taxminan $U_R \approx \varepsilon$ ni ko'rsatadi.

Tashqi qarshilikning qanday qiymatida tashqi zanjirda eng katta quvvat ajraladi va bunda tashqi quvvat nimaga teng bo'ladi?

$$\boxed{R = r \ \ da \ \ P_R = \frac{\varepsilon^2}{4r} \ \ bo'ladi}$$

Isboti: Manba tashqarisida ajralgan quvvat uchun $P_R = I^2 R = \frac{R}{(R+r)^2}\varepsilon^2$ formuladan foydalanamiz. Bu erda ε va r kattaliklar o'zgarmas sonlardir. Shuning uchun tashqi quvvat faqat R ga bog'langan bir o'zgaruvchili funksiya ekan. Funksiya o'zining eng katta yoki eng kichik qiymatlariga o'zgaruvchi bo'yicha olingan hosilasi nolga teng bo'lganda erishishini matematikadan yaxshi bilamiz. Demak, tashqi quvvatdan tashqi qarshilik bo'yicha olingan hosilani nolga tenglab maqsadga erishish mumkin ekan. $P'_R = \left(\frac{R}{(R+r)^2}\varepsilon^2\right)' = \varepsilon^2 \frac{1\cdot(R+r)^2 - 2(R+r)\cdot R}{(R+r)^4} = \varepsilon^2 \frac{R+r-2R}{(R+r)^3} = \varepsilon^2 \frac{r-R}{(R+r)^3} = 0$; $\rightarrow$ $R = r$. Shunday qilib, $R = r$ da eng katta tashqi quvvatga ega bo'lar ekanmiz. Bunda tashqi quvvat $P_R(r) = \frac{r}{(r+r)^2}\varepsilon^2 = \frac{\varepsilon^2}{4r}$ ga teng qiymatga erishar ekan.

Agar tok manbasiga R_1 va R_2 qarshiliklar ulaganda bu qarshiliklardagi quvvatlar bir xil bo'lsa, manbaning ichki qarshiligi quvvat quyidagicha bo'ladi:

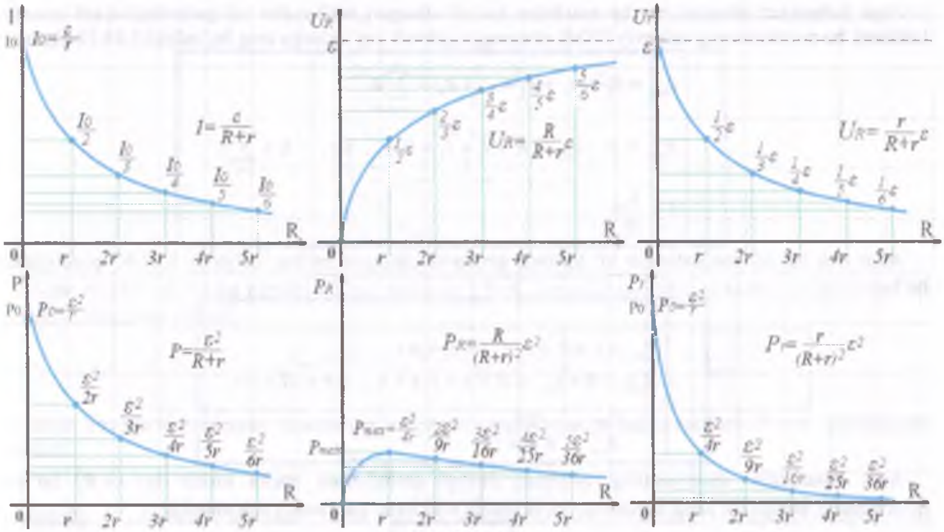
$$\boxed{r = \sqrt{R_1 R_2}}$$

Isboti: Manbaga R_1 qarshilik ulagandagi quvvat $P_{R1} = \frac{R_1}{(R_1+r)^2}\varepsilon^2$, R_2 qarshilik ulagandagi quvvat esa $P_{R2} = \frac{R_2}{(R_2+r)^2}\varepsilon^2$ ga teng bo'ladi. Masala Shartiga ko'ra $P_{R1} = P_{R2}$ ekanligini e'tiborga olsak, $\frac{R_1}{(R_1+r)^2}\varepsilon^2 = \frac{R_2}{(R_2+r)^2}\varepsilon^2$; $\rightarrow$ $\frac{R_2+r}{R_1+r} = \frac{\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1}}$; $\rightarrow$ $R_2\sqrt{R_1} + r\sqrt{R_1} = R_1\sqrt{R_2} + r\sqrt{R_2}$; $\rightarrow r\left(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}\right) = R_2\sqrt{R_1} - R_1\sqrt{R_2}$; $\rightarrow r\left(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}\right) = \sqrt{R_1 R_2}\left(\sqrt{R_2} - \sqrt{R_1}\right)$; $\rightarrow$ $r = \sqrt{R_1 R_2}$ so'ralgan kattalika ega bo'lamiz.

Kattaliklarning tashqi qarshilikka bog'liqligi:

Endi biror berilgan tok manbasini o'zgaruvchan tashqi qarshilikka ulaganda tok kuchi, kuchlanish, quvvat kabi kattaliklar qanday o'zgarishini tekshirib ko'raylik.

Bizga EYuK ε va ichki qarshiligi r bo'lgan doimiy tok manbasi berilgan bo'lib, bu manbaga ulash uchun esa ixtiyorimizda $R = r, 2r, 3r, 4r, 5r, ..., nr$ qarshiliklar bo'lsin. Bu qarshiliklarni navbatma-navbat tok manbasiga ulab so'ralgan kattaliklarning qiymatlarini hisoblab boramiz. Hisob-kitob natijasida esa quyidagi rasmlardagi grafiklarga ega bo'lamiz. Kattaliklarni ifodalaydigan tenglamalar ham rasmlarning o'zida tasvirlangan.



3.1.13.5-rasm

3.1.14. Mavzu: Tok manbalarini ulash.

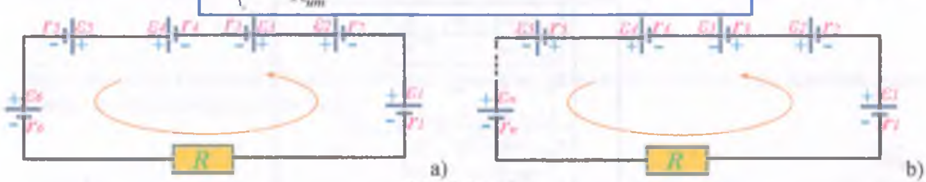
Tok manbalarini ham xuddi o‘tkazgichlarni ulagandagi kabi ketma-ket va parallel ulash mumkin. Bunda natijaviy EYuK, tok kuchi va to‘la qarshilikni topish masalasi bizni qiziqtiradi.

Tok manbalarini ketma-ket ulash:

Tok manbalarini birining iziga ikkinchisini, ikkinchisining iziga uchinchisi va hokoza qilib ulashga ***ketma-ket ulash*** deyiladi. Boshqacha aytganda, manbalarni ketma-ket ulaganda tarmoqlanish bo‘lmaydi.

Bir nechta tok manbalari va tashqi qarshilik ketma-ket qilib ulangan bo‘lsin. Konturni aylanib chiqishda ixtiyoriy biror bir yo‘nalishni musbat yo‘nalish deb qa’bul qilamiz. Masalan, soat strelkasiga qarama-qarshi yo‘nalishni musbat yo‘nalish deb qa’bul qilamiz va shu yo‘nalishda tokni yuzaga keltiruvchi manbalarning EYuKlarini musbat $(\varepsilon > 0)$ deb olamiz, soat strelkasi bo‘yicha tokni yuzaga keltiruvchi manbalarning EYuKlarini esa manfiy $(\varepsilon < 0)$ deb olamiz. Boshqacha aytganda berk konturni soat strelkasiga qarama-qarshi yo‘nalishda aylanib chiqishda manbaning (-) qutibidan (+) qutbiga o‘tilsa, $(\varepsilon > 0)$ deb va aksincha $(\varepsilon < 0)$ deb olamiz (3.1.14.1a-rasm). Bunda natijaviy EYuK, umumiy qarshilik va berk konturdagi tok kuchi quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{cases} \varepsilon_{um} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4 - \varepsilon_5 + \varepsilon_6 \\ R_{um} = R + r_{um} = R + r_1 + r_2 + \ldots + r_6 = R + \sum_{i=1}^{6} r_i \\ I = \dfrac{\varepsilon_{um}}{R_{um}} \end{cases}$$



3.1.14.1-rasm

Agar ketma-ket ulangan barcha manbalar bir xil ulangan bo'lsa (bir xil yo'nalishda tok yuzaga keltirsa), bu manbalarning natijaviy EYuK ularning algebraik yig'indisiga teng bo'ladi (3.1.14.1b-rasm).

$$\begin{cases} \varepsilon_{um} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \ldots + \varepsilon_n = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i \\ R_{um} = R + r_{um} = R + r_1 + r_2 + r_3 + \ldots + r_n = R + \sum_{i=1}^{n} r_i \\ I = \dfrac{\varepsilon_{um}}{R_{um}} \end{cases}$$

Agar n ta bir xil manbalar bir xil tartibda ketma-ket ulangan bo'lsa, natijaviy EYUK quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} \varepsilon_{um} = \varepsilon + \varepsilon + \varepsilon + \ldots + \varepsilon = n\varepsilon \\ R_{um} = R + r_{um} = R + r + r + r + \ldots + r = R + nr \\ I = \dfrac{\varepsilon_{um}}{R_{um}} = \dfrac{n\varepsilon}{R + nr} \end{cases}$$

Agar batareyalar sistemasining qarshiligi tashqi qarshilikdan ancha kichik $(nr << R)$ bo'lsa, batareyalarni ketma-ket ulash foydalidir, ya'ni bunda maksimal tok kuchi olish mumkin.

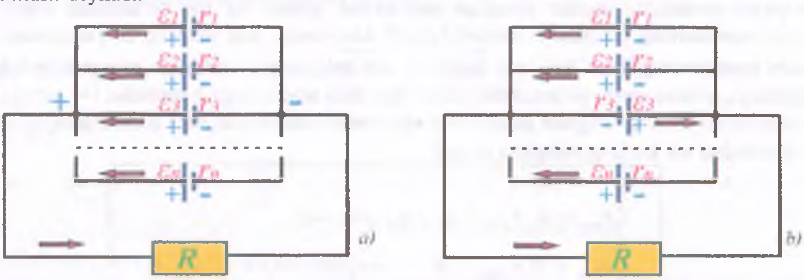
$$I \approx \frac{n\varepsilon_0}{R}$$

Tashqi qarshilik manbaning ichki qarshiligidan ancha kichik $(R << r)$ bo'lsa, batareyalarni ketma-ket ulash foydasizdir, ya'ni bunda olinadigan tok kuchi bitta manbaning qisqa tutashuv tokiga teng bo'ladi.

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr} \approx \frac{n\varepsilon}{nr} = \frac{\varepsilon}{r} = I_0$$

Tok manbalarini parallel ulash:

Tok manbalarinining (+) qutblari bitta tugunga, (-) qutblari bitta tugunga ulansa, bunday ulashga ***parallel ulash*** deyiladi.



3.1.14.2-rasm

Tok manbalarini parallel ulaganda, batareyalar sistemasining natijaviy EYuK, umumiy qarshilik va tashqi qarshilikdagi tok kuchi quyidagicha bo'ladi (3.1.14.2a-rasm):

$$\begin{cases} \dfrac{\varepsilon_{um}}{r_{um}} = \dfrac{\varepsilon_1}{r_1} + \dfrac{\varepsilon_2}{r_2} + \dfrac{\varepsilon_3}{r_3} + \ldots + \dfrac{\varepsilon_n}{r_n} \\ R_{um} = R + r_{um} \\ \dfrac{1}{r_{um}} = \dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2} + \dfrac{1}{r_3} + \ldots + \dfrac{1}{r_n} \\ I = \dfrac{\varepsilon_{um}}{R_{um}} \end{cases}$$

Agar tok manbalaridan birortasining qutblari almashtirib ulansa, o‘sha manba uchun $\varepsilon < 0$ deb olinadi(3.1.14.2b-rasm):

$$\boxed{\begin{cases} \dfrac{\varepsilon_{um}}{r_{um}} = \dfrac{\varepsilon_1}{r_1} + \dfrac{\varepsilon_2}{r_2} - \dfrac{\varepsilon_3}{r_3} + \ldots + \dfrac{\varepsilon_n}{r_n} \\ R_{umumiy} = R + r_{um} \\ \dfrac{1}{r_{um}} = \dfrac{1}{r_1} + \dfrac{1}{r_2} + \dfrac{1}{r_3} + \ldots + \dfrac{1}{r_n} \\ I = \dfrac{\varepsilon_{um}}{R_{um}} \end{cases}}$$

Agar n ta bir xil manba parallel ulansa, natijaviy EYuK, umumiy qarshilik va tashqi qarshilikdagi tok kuchi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\varepsilon_{um} = \varepsilon, \quad R_{um} = R + r_{um} = R + \frac{r}{n}, \quad I = \frac{\varepsilon_{um}}{R_{um}} = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{n}} = \frac{n\varepsilon}{nR + r}}$$

Agar n ta parallel ulangan manbaning EYuKlari teng bo‘lsa, u holda natijaviy EYuK quyidagicha bo‘ladi:

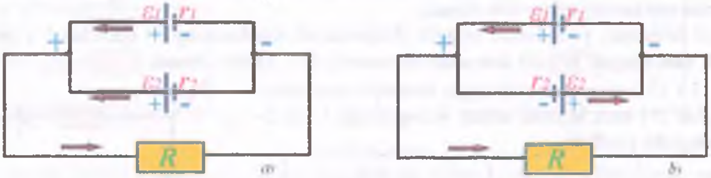
$$\boxed{\varepsilon_{um} = \varepsilon}$$

Isboti: Masala Shartiga ko‘ra $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \ldots = \varepsilon_n = \varepsilon$ bo‘ladi. Natijaviy EYuK esa $\frac{\varepsilon_{um}}{r_{um}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} + \frac{\varepsilon_3}{r_3} + \ldots + \frac{\varepsilon_n}{r_n} = \frac{\varepsilon}{r_1} + \frac{\varepsilon}{r_2} + \frac{\varepsilon}{r_3} + \ldots + \frac{\varepsilon}{r_n} = \varepsilon\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \ldots + \frac{1}{r_n}\right) = \varepsilon\frac{1}{r_{um}}; \rightarrow \varepsilon_{um} = r_{um}$ bo‘ladi.

Agar n ta parallel ulangan manbaning ichki qarshiliklari teng bo‘lsa, u holda natijaviy EYUK quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{\varepsilon_{um} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \ldots + \varepsilon_n}{n}}$$

Isboti: Masala shartiga ko‘ra $r_1 = r_2 = r_3 = \ldots = r_n = r$ bo‘ladi. Shuning uchun batareyalar sistemasining umumiy ichki qarshiligi $r_{умум} = \frac{r}{n}$ bo‘ladi. Natijaviy EYuK esa $\frac{\varepsilon_{um}}{r_{um}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} + \frac{\varepsilon_3}{r_3} + \ldots + \frac{\varepsilon_n}{r_n} = \frac{\varepsilon_1}{r} + \frac{\varepsilon_2}{r} + \frac{\varepsilon_3}{r} + \ldots + \frac{\varepsilon_n}{r} = \frac{1}{r}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \ldots\varepsilon_n), \rightarrow \frac{\varepsilon_{um}}{r/n} = \frac{1}{r}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \ldots\varepsilon_n), \rightarrow \varepsilon_{um} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \ldots + \varepsilon_n}{n}$ bo‘ladi.



3.1.14.3-rasm

Agar ikkita o‘zaro parallel ulangan turli manbalar tashqi manbaga ulansa, natijaviy EYuK quyidagicha bo‘ladi (3.1.14.3a-rasm):

$$\boxed{\varepsilon_{um} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}}$$

Agar yuqoridagi formulani EYuKlari turlicha, lekin ichki qarshiliklari bir xil bo‘lgan manbalar uchun qo‘llasak, quyidagi ifodaga ega bo‘lamiz:

$$\boxed{\varepsilon_{um} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}}$$

Agar ikkita o‘zaro teskari parallel ulangan turli manbalar tashqi manbaga ulansa, natijaviy EYuK quyidagicha bo‘ladi (3.1.14.3b-rasm):

$$\varepsilon_{um} = \frac{\varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_2 r_1}{r_1 + r_2}$$

Agar yuqoridagi formulani EYuKlari turlicha, lekin ichki qarshiliklari bir xil bo‘lgan manbalar uchun qo‘llasak, quyidagi ifodaga ega bo‘lamiz:

$$\varepsilon_{um} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2}$$

3.1.15. Mavzu: Kirxgof qonunlari va ulardan kelib chiqadigan natijalar.

Agar elektr zanjirlari tarmoqlangan bo‘lsa, bu zanjirlarning alohida qismlaridan o‘tayotgan tok kuchlari miqdori va yo‘nalishlari har xil bo‘lgani uchun ularni to‘g‘ridan-to‘g‘ri Om qonuni bo‘yicha hisoblash juda qiyindir. Bunday murakkab vaziyatdan qutulishni birinchi bo‘lib 1847-yilda nemis fizigi Kirxgof tomonidan yaratilgan ikkita qonun asosida oson hal etish mumkin.

Kirxgof qonunlari:

Kirxgofning 1-qonuni: elektr zanjririning tugunida uchrashgan toklarning algebraik yig‘indisi nolga teng, ya’ni tugunga kelayotgan toklar yig‘indisi tugundan ketuvchi toklar yig‘indisiga teng bo‘ladi (3.1.15.1-rasm).

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \quad yoki \quad I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

Bu erda: n -tugunda uchrashgan toklar soni bo‘lib, $n \geq 3$ bo‘lgandagina tugun hosil bo‘ladi.
Kixgofning 1-qonuni tugunda uchrashuvchi toklarga taalluqli bo‘lgani uchun ham bu qonuni tugunlar qonuni deb ham ataladi.

3.1.15.1-rasm

Kirxgofning 2-qonuni: Tarmoqlangan elektr zanjirining ixtiyoriy berk konturidagi tok manbalarining EYuKlari yig‘indisi har doim qarshiliklardagi kuchlanish tushuvlari yig‘indisiga teng bo‘ladi.

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{n} U_i \quad yoki \quad \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i = \sum_{i=1}^{n} I_i R_i$$

Bu erda tok manbalarining ichki qarshiliklaridagi kuchlanish tushuvlari ham hisobga olinishi kerak.

Kirxgofning 2-qonuni tarmoqlangan elektr zanjririning iyotiyoriy berk konturi uchun bo‘lib, shuning uchun bu qonunni konturlar qonuni deb ham ataladi.

Kirxgofning 2-qonunidan foydalanishda quyidagi shartlarga amal qilish kerak bo‘ladi:

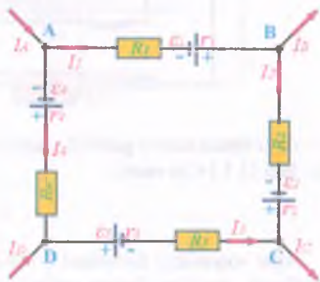
1. yo‘nalishi tanlangan aylanish yo‘nalishi bilan mos tushgan toklarni musbat toklar, teskari yo‘nalganlarini esa manfiy toklar deb olinadi;

2. konturni tanlangan yo‘nalishda aylanib chiqishda tok manbasining (-) qutbidan (+) qutbiga o‘tilsa, manbaning EYuK musbat $(\varepsilon > 0)$ deb, aksincha manfiy $(\varepsilon < 0)$ deb olinadi.

Masalan, 3.1.15.2-rasmda tasvirlangan tarmoqlangan elektr zanjirining *ABCDA* berk konturi uchun Kirxgofning 1- va 2-qonuni quyidagicha yoziladi:

$$A: \; I_A - I_1 - I_4 = 0, \qquad B: \; I_1 - I_B - I_2 = 0$$
$$C: \; I_2 + I_3 - I_C = 0 \qquad D: \; I_D + I_4 - I_3 = 0$$
$$ABCD: \; \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4 = I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_2 + r_2) - I_3(R_3 + r_3) - I_4(R_4 + r_4)$$

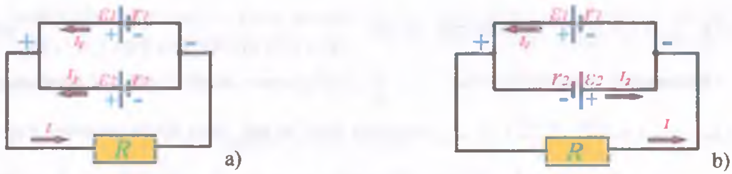
Shunday qilib, Kirxgofning ikkita qonunidan foydalanib, har qanday murakkab tarmoqli elektr zanjiridagi noma’lum kattaliklarni ham hisoblab topish mumkin ekan.



3.1.15.2-rasm

Kirxgof qonunlaridan kelib chiqadigan natijalar:

Kirxgof qonunlaridan foydalanib ko‘p uchraydigan masalalardan ba’zilari uchun xususiy formulalar chiqarishimiz mumkin.



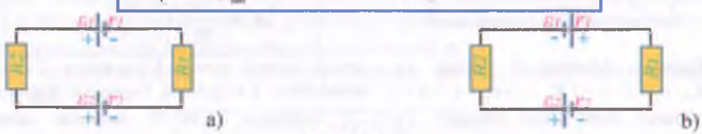
3.1.15.3-rasm

O'zaro parallel ulangan ikkita turli manbani tashqi R qarshilikka ulaganda har bir elementdan o'tuvchi tok kuchlari quyidagicha bo'ladi(3.1.15.3-a,rasm):

$$\begin{cases} \varepsilon_{um} = \dfrac{\varepsilon_1 \cdot r_2 + \varepsilon_2 \cdot r_1}{r_1 + r_2} \\ R_{um} = R + r_{um} = R + \dfrac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} \\ I_{um} = \dfrac{\varepsilon_{um}}{R_{um}} \end{cases} \qquad \begin{cases} I_1 = \dfrac{\varepsilon_1 - I \cdot R}{r_1} \\ I_2 = \dfrac{\varepsilon_2 - I \cdot R}{r_2} \\ I_{um} = I_1 + I_2 \end{cases}$$

O'zaro teskari parallel ulangan ikkita turli manbani tashqi R qarshilikka ulaganda har bir elementdan o'tuvchi tok kuchlari quyidagicha bo'ladi(3.1.15.3-b,rasm):

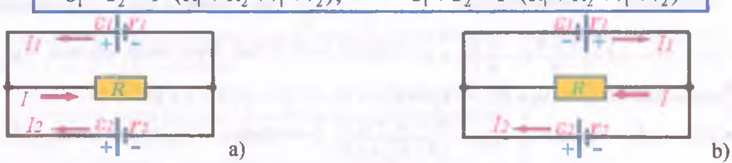
$$\begin{cases} \varepsilon_{um} = \dfrac{\varepsilon_1 \cdot r_2 - \varepsilon_2 \cdot r_1}{r_1 + r_2} \\ R_{um} = R + r_{um} = R + \dfrac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} \\ I_{um} = \dfrac{\varepsilon_{um}}{R_{um}} \end{cases} \qquad \begin{cases} I_1 = \dfrac{\varepsilon_1 - I \cdot R}{r_1} \\ I_2 = \dfrac{\varepsilon_2 + I \cdot R}{r_2} \\ I_{um} = I_1 - I_2 \end{cases}$$



3.1.15.4-rasm

3.1.15.4-rasmda tasvirlangan zanjir uchun Kirxgofning 2-qonuni quyidagicha bo'ladi:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I \cdot (R_1 + R_2 + r_1 + r_2); \qquad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = I \cdot (R_1 + R_2 + r_1 + r_2)$$



3.1.15.5-rasm

3.1.15.5-a,rasmda tasvirlangan zanjir uchun Kirxgofning ikkala qonunidan foydalanib tok kuchlarini aniqlash mumkin.

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = I_1 r_1 + I R \\ \varepsilon_2 = I_2 r_2 + I R \\ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 r_1 - I_2 r_2 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases} \quad \text{yoki} \quad \begin{cases} I_1 = \dfrac{\varepsilon_1 r_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} \\ I_2 = \dfrac{\varepsilon_2 r_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} \\ I = \dfrac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} \end{cases}$$

Isboti: Rasmdagi I-kontur, II –kontur va tashqi kontur uchun Kirxgofning 2-qonunini qo'llab, $\varepsilon_1 = I_1 r_1 + I R$, $\varepsilon_2 = I_2 r_2 + I R$, $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 r_1 - I_2 r_2$ formulalarni, Kirxgofning 1-qonunini tugun uchun qo'llab, $I = I_1 + I_2$ formulani hosil qilish mumkin. $I = I_1 + I_2$ formulani I- va II –konturlar uchun chiqarilgan

$\varepsilon_1 = I_1 r_1 + I R$, $\varepsilon_2 = I_2 r_2 + I R$ formulalarga qo‘yib, $\begin{cases} \varepsilon_1 = I_1 r_1 + (I_1 + I_2)R = I_1(r_1 + R) + I_2 R \\ \varepsilon_2 = I_2 r_2 + (I_1 + I_2)R = I_1 R + I_2(r_2 + R) \end{cases}$ sistemaga ega bo‘lamiz. Sistemaning 1-tenglamasidan $I_2 = \frac{\varepsilon_1}{R} - \frac{r_1 + R}{R} I_1$ ni topib, uni 2-tenglamaga qo‘ysak, $\varepsilon_2 = I_1 R + I_2(r_2 + R) = I_1 R + \left(\frac{\varepsilon_1}{R} - \frac{r_1 + R}{R} I_1\right)(r_2 + R)$ tenglama hosil bo‘ladi. Buni ikkala tomonini R ga ko‘paytirsak,

$$\varepsilon_2 R = I_1 R^2 + \varepsilon_1(r_2 + R) - (r_1 + R)(r_2 + R) I_1; \rightarrow \varepsilon_2 R - \varepsilon_1(r_2 + R) = \left(R^2 - r_1 r_2 - (r_1 + r_2)R - R^2\right) I_1; \rightarrow$$

$(r_1 r_2 + (r_1 + r_2)R) I_1 = \varepsilon_1(r_2 + R) - \varepsilon_2 R$; $\rightarrow$ $I_1 = \frac{\varepsilon_1 r_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R}$ 1-manbadan o‘tuvchi tok kuchi kelib chiqadi. 2-manbadan o‘tuvchi tok kuchi esa $I_2 = \frac{\varepsilon_1}{R} - \frac{r_1 + R}{R} I_1 = \frac{\varepsilon_1}{R} - \frac{r_1 + R}{R} \cdot \frac{\varepsilon_1 r_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} =$

$= \frac{\varepsilon_1 r_1 R + \varepsilon_1 r_1 r_2 + \varepsilon_1 r_2 R - \varepsilon_1 r_1 r_2 - \varepsilon_1 r_2 R - \varepsilon_1 r_1 R - \varepsilon_1 R^2 + \varepsilon_2 r_1 R + \varepsilon_2 R^2}{R(r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R)} = \frac{\varepsilon_2 r_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R}$ ifoda kelib chiqadi.

Qarshilikdagi tok kuchi $I = I_1 + I_2 = \frac{\varepsilon_1 r_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} + \frac{\varepsilon_2 r_1 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_1 R - \varepsilon_2 R + \varepsilon_2 r_1 + \varepsilon_2 R - \varepsilon_1 R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} =$

$= \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_2 r_1}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R}$ kelib chiqadi.

3.1.15.5-b,rasm rasmda tasvirlangan zanjir uchun Kirxgofning ikkala qonunidan foydalanib tok kuchlarini aniqlash mumkin.

$$\boxed{\begin{cases} \varepsilon_1 = I_1 r_1 + I R \\ \varepsilon_2 = I_2 r_2 - I R \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = I_1 r_1 + I_2 r_2 \\ I = I_1 - I_2 \end{cases}} \quad \text{yoki} \quad \boxed{\begin{cases} I_1 = \dfrac{\varepsilon_1 r_2 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} \\ I_2 = \dfrac{\varepsilon_2 r_1 + (\varepsilon_2 + \varepsilon_1)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} \\ I = \dfrac{\varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_2 r_1}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} \end{cases}}$$

Isboti: Rasmdagi I-kontur, II –kontur va tashqi kontur uchun Kirxgofning 2-qonunini qo‘llab, $\varepsilon_1 = I_1 r_1 + I R$, $\varepsilon_2 = I_2 r_2 - I R$, $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = I_1 r_1 + I_2 r_2$ formulalarni, Kirxgofning 1-qonunini tugun uchun qo‘llab, $I = I_1 - I_2$ formulani hosil qilish mumkin. $I = I_1 - I_2$ formulani I- va II –konturlar uchun chiqarilgan $\varepsilon_1 = I_1 r_1 + I R$, $\varepsilon_2 = I_2 r_2 - I R$ formulalarga qo‘yib, $\begin{cases} \varepsilon_1 = I_1 r_1 + (I_1 - I_2)R = I_1(r_1 + R) - I_2 R \\ \varepsilon_2 = I_2 r_2 - (I_1 - I_2)R = -I_1 R + I_2(r_2 + R) \end{cases}$ sistemaga ega bo‘lamiz. Sistemaning 1-tenglamasidan $I_2 = \frac{r_1 + R}{R} I_1 - \frac{\varepsilon_1}{R}$ ni topib, uni 2-tenglamaga qo‘ysak, $\varepsilon_2 = -I_1 R + I_2(r_2 + R) = -I_1 R + \left(\frac{r_1 + R}{R} I_1 - \frac{\varepsilon_1}{R}\right)(r_2 + R)$ tenglama hosil bo‘ladi. Buni ikkala tomonini R ga ko‘paytirsak,

$$\varepsilon_2 R = -I_1 R^2 + (r_1 + R)(r_2 + R) I_1 - \varepsilon_1(r_2 + R); \rightarrow \varepsilon_2 R + \varepsilon_1(r_2 + R) = \left(-R^2 + r_1 r_2 + (r_1 + r_2)R + R^2\right) I_1; \rightarrow$$

$(r_1 r_2 + (r_1 + r_2)R) I_1 = \varepsilon_1(r_2 + R) + \varepsilon_2 R$; $\rightarrow$ $I_1 = \frac{\varepsilon_1 r_2 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R}$ 1-manbadan o‘tuvchi tok kuchi kelib chiqadi. 2-manbadan o‘tuvchi tok kuchi esa $I_2 = \frac{r_1 + R}{R} I_1 - \frac{\varepsilon_1}{R} = \frac{r_1 + R}{R} \cdot \frac{\varepsilon_1 r_2 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} - \frac{\varepsilon_1}{R} =$

$= \frac{\varepsilon_1 r_1 r_2 + \varepsilon_1 r_2 R + \varepsilon_1 r_1 R + \varepsilon_1 R^2 + \varepsilon_2 r_1 R + \varepsilon_2 R^2 - \varepsilon_1 r_1 R - \varepsilon_1 r_1 r_2 - \varepsilon_1 r_2 R}{R(r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R)} = \frac{\varepsilon_2 r_1 + (\varepsilon_2 + \varepsilon_1)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R}$ ifoda kelib chiqadi.

Qarshilikdagi tok kuchi $I = I_1 - I_2 = \frac{\varepsilon_1 r_2 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} - \frac{\varepsilon_2 r_1 + (\varepsilon_2 + \varepsilon_1)R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} = \frac{\varepsilon_1 r_2 + \varepsilon_1 R + \varepsilon_2 R - \varepsilon_2 r_1 - \varepsilon_2 R - \varepsilon_1 R}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R} =$

$= \frac{\varepsilon_1 r_2 - \varepsilon_2 r_1}{r_1 R + r_1 r_2 + r_2 R}$ kelib chiqadi.

3.1.15.5-b,rasm rasmda tasvirlangan zanjir uchun quyidagi Shart bajarilganda R qarshilikdan tok o‘tmaydi.

$$\boxed{\frac{\varepsilon_1}{r_1} = \frac{\varepsilon_2}{r_2}}$$

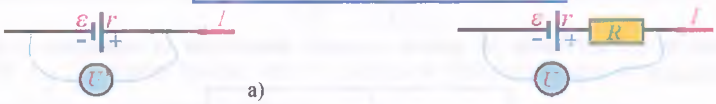
Isboti: R qarshilikdan tok o‘tmaslik uchun bu qarshilikning ikkala tomonida potensiallar ten bo‘lishi kerak, ya’ni $\varphi_1 - \varphi_2 = U = I\,R = 0$ bo‘lish kerak Bundan esa $I = 0$ ekanligi ma’lum bo‘ladi. Kirxgofning 1-qonunidan $I_1 = I + I_2 = I_2$ bo‘ladi. Kirxgofning 1-qonunidan esa $\begin{cases}\varepsilon_1 = I_1 r_1 + IR = I_1 r_1 \\ \varepsilon_2 = I_2 r_2 - IR = I_2 r_2\end{cases}$ bo‘ladi. Sistemadagi tenglamalarni bo‘lib $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{I_1 r_1}{I_2 r_2} = \frac{r_1}{r_2}, \rightarrow \frac{\varepsilon_1}{r_1} = \frac{\varepsilon_2}{r_2}$ so‘ralgan natija kelib chiqadi.

3.1.15.6-rasm

Akkumlyator zaryadsizlanayotgan vaqtda uning qutblaridagi kuchlanish manbaning EYuKdan kichik bo‘ladi. Chunki manbaning ichki qarshiligi hisobiga manba ichida kuchlanish tushuvi sodir bo‘ladi.

3.1.15.6-rasm akkumlyatorning zaryadsizlanish jarayoni bo‘lib, bunda voltmetrning ko‘rsatishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{U = \varepsilon - I\,r\,, \qquad U = \varepsilon - I(R + r)}$$



3.1.15.7-rasm

Akkumlyator zaryadlanayotgan vaqtda zaryadlovchi tok yo‘nalishi manbaning (+) qutbi tomon yo‘nalishi kerak. Undan tashqari manbaning qutblaridagi kuchlanish manbaning EYuKdan katta bo‘lishi shart. Chunki manba zaryadlovchi qurilma qutblaridagi potensial manba qutblaridagi potensialdan katta bo‘lgan taqdirdagina, manbaga majburan zaryad kiritish mumkin.

3.1.15.7-rasm akkumlyatorning zaryadlanish jarayoni bo‘lib, bunda voltmetrning ko‘rsatishi quyidagicha bo‘ladi:

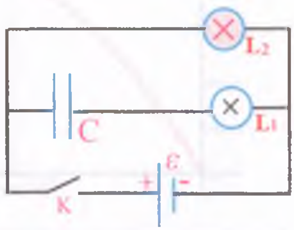
$$\boxed{U = \varepsilon + I\,r; \qquad U = \varepsilon + I(R + r)}$$

3.1.16. Mavzu: Kondensatorning zaryadlanish va razryadlanish jarayoni.

Kondensatorni o‘zgarmas tok manbaiga ulash:

Ko‘pincha rezistor va kondensatordan iborat zanjirga duch kelamiz. Biz bunday zanjirni RC zanjir deb ataymiz *(3.1.15.1 va 3.1.15.2-rasmlar)*.

K kalit ulanganda 1-lampa ravshan yonadi, ikkinchisi esa kalit ulanish onida bir marta qisqa muddat (kondensator zaryadlanguncha) milt etib yonadi va so‘ngra o‘chadi *(3.1.15.1-rasm)*. Agar kondensator sig‘imi oshirilsa, zaryadlanish vaqti uzaygani bois, 2-lampaning milt etishini payqashimiz mumkin. K kalit uzilganda 1-lampa darhol o‘chadi, 2-lampada esa yana qisqa muddat (kondensator razryadlanguncha) milt etib yonadi va so‘ngra o‘chadi. Demak, kondensator zaryadlanayotganda va razryadlanayotganda tok paydo bo‘ladi va 2-lampa tolasini qizdirib qisqa muddat milt etishiga sabab bo‘lmoqda deyish mumkin. Keling, kondensatorni o‘zgarmas tok manbaiga ulaganda tok kuchining vaqtga bog‘liqlik tenglamasini keltirib chiqaramiz.



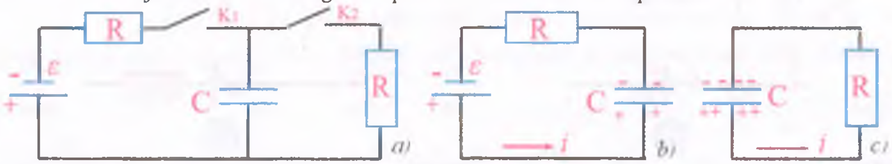
3.1.16.1-rasm

*3.1.15.2a-rasm*dagidek zanjir yig‘amiz va dastlab kalitlar uzuq bo‘lsin. K_1 kalit ulangan holat 3.1.15.*2b-rasm*da ko‘rsatilgan. Bunda zanjirdan tok o‘ta boshlaydi va kondensatorning yuqori qoplamasiga $(-)$, pastkisiga esa $(+)$ ishorali zaryadlar to‘plana boshlaydi. Zaryadlanish jarayoni bir maromda bormasdan, balki borgan sari sekinlasha boshlashini oddiy mushohada qilib ham bilish mumkin. Chunki etarlicha ko‘p vaqt o‘tgandan keyin kondensatordagi kuchlanish U_C manbaning EYuK ε ga tenglashishi va zaryad oqishi to‘xtashi kerak.

Kondenstordagi zaryadning vaqtga bog‘liqligini Kirxgofning konturlar qonunidan foydalanib topamiz.

$$\varepsilon = U_R + U_C = I\,R + \frac{q}{C}$$

Bu erda: R—zanjir hamda manbaning ichki qarshiliklaridan iborat to‘la qarshilik.



3.1.16.2-rasm

$I = \frac{dq}{dt}$ ekanini hisobga olib, yuqoridagi formulani quyidagicha yozamiz:

$$\varepsilon = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

Matematik almashtirishlar bajarib quyidagini olamiz:

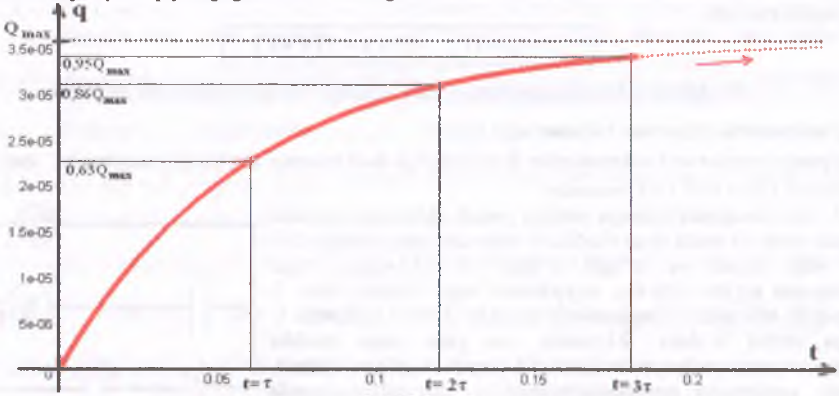
$$\frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{dt}{RC}$$

Bu formulani integrallash hamda bir qancha matematik almashtirish va amallardan so‘ng $q = q(t)$ tenglamani olamiz.

$$\boxed{q = C\,\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

Demak, zaryadlanish jarayoni ekponensial qonuniyat bo‘yicha amalga oshar ekan.

Masalan, kattaliklar $C = 3\,mkF$, $R = 20\ kOm$ va $\varepsilon = 12V$ bo‘lgan hol uchun kondensatorning zaryadlanish jarayoni quyidagi grafikda tasvirlangan.

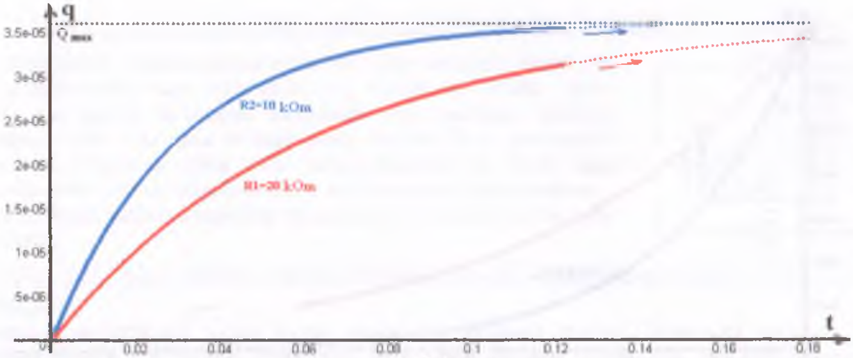


3.1.16.3-rasm

Yuqoridagi rasmdan ko‘rinib turibdiki, $t \to \infty$ da $Q_{\max} = C\,\varepsilon$ bo‘lar ekan.

$\tau = RC$ ***vaqt doimiysi*** deb nomlaniib, $t = \tau$ vaqt o‘tganda kondensator $q \approx 0{,}63C\varepsilon$ zaryad, ya’ni o‘zining 63% zaryadini olib bo‘lgan bo‘ladi. Xuddi shu kabi $t = 2\tau$ vaqtdan keyin $q \approx 0{,}86C\varepsilon$, $t = 3\tau$ vaqtdan keyin esa $q \approx 0{,}95C\varepsilon$ zaryadga ega bo‘ladi.

Formulaga ko‘ra qarshilik qancha kam bo‘lsa, zaryadlanish vaqti shuncha tez bo‘ladi, qarshilik oshirilganda esa kondensatorning zaryad olishi sustroq kechadi. Yuqoridagi masalani $R_1 = 20\ kOm$ va $R_2 = 10\ kOm$ bo‘lgan ikki holat uchun qo‘llasak, quyidagi grafikga ega bo‘lamiz:



3.1.16.4-rasm

Kondensatorni tok manbaidan ajratish:

Endi 3.1.16.*2a-rasm*da K_1 kalitni uzib K_2 kalitni ulaymiz(3.1.16.*2v-rasm)*. Bunda qarshilik tufayli elektr energiyasi issiqlikka aylanadi va nochiziqli ravishda razryad(zaryadsiz)lanish jarayoni kechadi. Razryadlanish qonuniyatini topish uchun yana Kirxgofning 2-qonuniga murojaat qilamiz.

$$0 = IR + \frac{q}{C}$$

Bu erda $I = \frac{dq}{dt}$ ekanini hisobga olib va matematik almashtirishlardan so'ng, yuqoridagi ifodani differensial tenglama ko'rinishga keltiramiz.

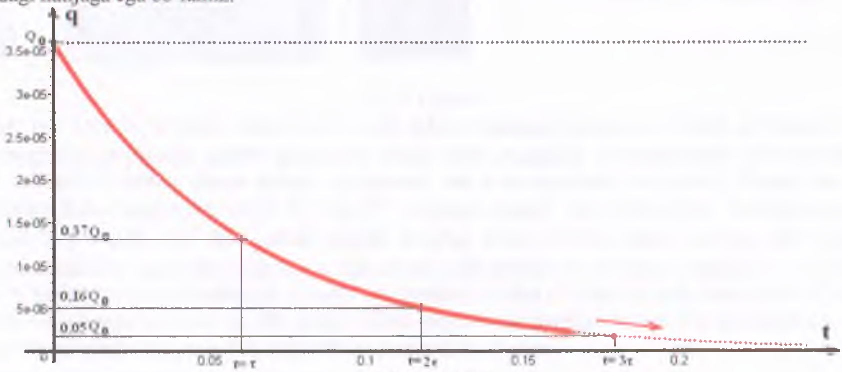
$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC}$$

Bu ifodadan integrallash hamda bir qancha matematik almashtirish va amallardan so'ng $q = q(t)$ tenglamani olamiz.

$$\boxed{q = q_0\, e^{-\frac{t}{RC}}}$$

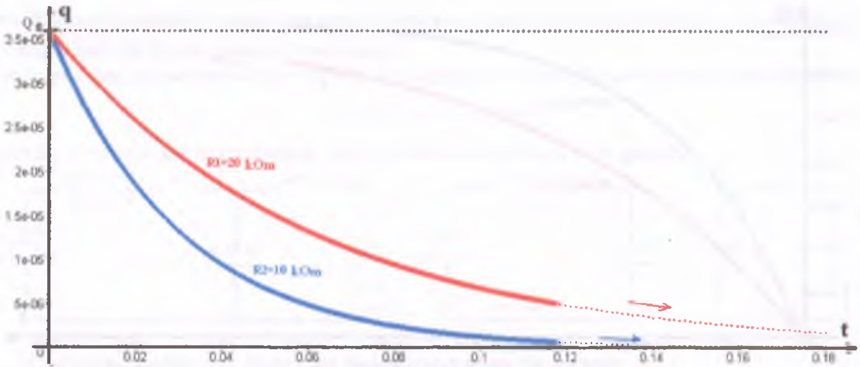
Demak, zaryadsizlanish jarayoni ham ekponensial qonuniyat bo'yicha amalga oShar ekan.

Masalan, kattaliklar $C = 3mkF$, $R = 20\ kOm$ va $q_0 = 100nKl$ bo'lgan hol uchun algoritm tuzsak, quyidagi natijaga ega bo'lamiz:



3.1.16.5-rasm

Razryadlanish jarayoni ham xuddi zaryadlanishga o'xshash juda tez kechadigan jarayondir. Qarshilik qancha kam bo'lsa, zaryadsizlanish Shuncha sekin kechadi va aksincha. Yuqoridagi masalani $R_1 = 20\ км$ va $R_2 = 10\ kOm$ bo'lgan ikki holat uchun qo'llasak, quyidagi grafikga ega bo'lamiz:

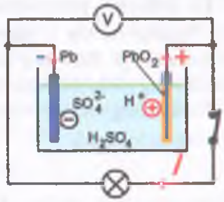


3.1.16.6-rasm

Yuqoridagi grafiklardan ma'lum bo'ladiki, kondebsatordning zaryadlanish yoki razryadlanish jarayoni eksponensial qonunga bo'ysunib, bu jarayonning qanchalik tez sodir bo'lishi o'tkazgich qarshigiga ham bog'liq bo'lar ekan.

3.2. TURLI MUHITLARDA ELEKTR TOKI

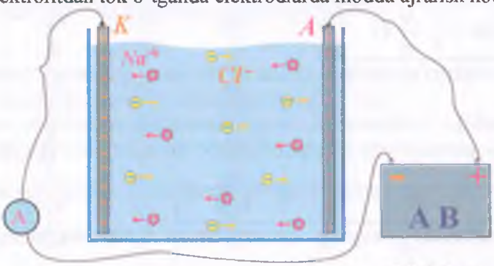
Odingi bobda faqat metallarda elektr toki bilan tanishdik. Metallarda zaryad tashuvchilar faqat erkin elektronlar ekanini bilib oldik. Ushbu bobda esa metall bo'lmagan muhitlarda yoki umuman muhitsiz vakuumda elektr toki nima hisobiga paydo bo'lishi bilan tanishamiz. Jumladan, suyuqlikda elektr toki, yarimo'tkazgichlarda elektr toki, gazlarda elektr toki va vakuumda elektr toki mavzulari bilan tanishamiz. Undan tashqari yarimo'tkazgichlar va ularning turli xossalari bilan ham tanishamiz



3.2.1. Mavzu: Suyuqliklarda elektr toki. Elektroliz qonunlari

Elektroliz:

Musbat va ionlardan tashkil topgan suyuqlikka ***elektrolit*** deyiladi. Boshqacha aytganda ionli o'tkazuvchanlika ega bo'lgan eritmalarga ***elektrolitlar*** deyiladi. Manbaning (+) qutbig aulangan elektrodni ***anod (A)*** deb, (-) qutbiga ulangan elektrodni esa ***katod (K)*** deb ataladi. Eritmadan tok o'tganda eruvchi (tuz, ishqor, kislota vab .) molekulalarining musbat va manfiy ionlarga ajralish jarayoniga ***elektrolitik dissotsatsiyalanish*** deyiladi. Elektrolitik dissotsatsiyalanishga teskari jarayon (musbat va manfiy ionlarning qo'shilib neytral molekulaga aylanishi) ***rekombinatsiyalanish*** deyiladi. Anodga tomon harakatlanuvchi ionlarni ***anionlar*** deyiladi. Anionlar manfiy zaryadlangan ionlardir. Katodga tomon harakatlanuvchi ionlarni ***kationlar*** deyiladi. Kationlar musbat zaryadlangan ionlardir. Suyuqliklarda elektr toki teng miqdordagi musbat va manfiy ionlarning qarama-qarshi tomonga qiladigan tartibli harakatidan iborat. Masalan, Mis sulfat $(CuSO_4)$ suvda eritilganda musbat (Cu^+) va manfiy (SO_4^-) ionlarga ajraladi, ya'ni elektrolitik dissotsatsiyalanish sodir bo'ladi. Eritmani tok manbaiga ulanganda Cu^+ ioni manfiy qutbga ulangan plastina (katod)ga tomon harakatlanib unga yopishadi, SO_4^- ioni esa manfiy qutbga ulangan plastina (anod)ga tomon harakatlanadi. Plastinalarni ***elektrodlar*** deyiladi. Elektrolitdan tok o'tganda elektrodlarda modda ajralish hodisasiga ***elektroliz*** deyiladi.



$$Na^{+1} + e^{-1} \longrightarrow Na$$

$$Cl^- + Cl^- - 2e^{-1} \longrightarrow Cl_2$$

3.2.1.1-rasm

Osh tuzi $(NaCl)$ kristalini ampermetr orqali tokka ulanganda ampermetr nolni ko'rsatadi. Toza distillangan suvga plastina tushirib ampermetr orqali tokka ulanganda ham ampermetr nolni ko'rsatadi. Endi osh tuzi kristalini suvga eritsak, ampermetr tok o'tayotganligini ko'rsatadi. Bunda osh tuzi molekulasi elektr maydoni ta'sirida Na^+ va Cl^- ionlariga ajraladi, ya'ni elektrolitik dissotsatsiyalanish hodisasi ro'y beradi. Na^+ ioni kation sifatida katodga tomon harakatlanadi. Katodga etib borgach katoddan etishmayotgan bitta elektronni o'ziga qa'bul qilib neytral Na atomiga aylanadi. Cl^- ioni anion sifatida anodga tomon harakatlanadi. Anodga etib borgach anodga o'zidagi ortiqcha bitta elektronni berib neytral Cl atomiga aylanadi va shu zahoti ikkita neytral Cl atomlari birikib Cl_2 molekulasini hosil qiladi. Bu molekula esa gaz bo'lib uchib chiqib ketadi (3.2.1.1-rasm).

Faradeyning elektroliz qonunlari:

1833 yilda ingliz fizigi M.Faradey tajribalar natijasiga asosan elektrolizning ikkita qonunini kashf qildi. Bu qonunlar keyinchalik uning nomi bilan Faradey qonunlari deb atala boshlandi.

Faradeyning 1-qouni: Elektroliz vaqtida elektrodlarda ajralgan moddaning massasi elektrolit orqali o'tayotgan zaryad miqdoriga to'g'ri proporsionaldir.

Faradeyning 1-qouning matematik ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{m = k\,q}$$

Bu erda: m – elektrodda ajralgan massa, q – elektrolitdan o‘tgan zaryad miqdori, k – proporsionallik koeffitsienti bo‘lib, u elektrodlarning shakliga ham elektrodlar orasidagi maga ham, tok kuchiga ham, temperaturaga ham bog‘liq bo‘lmasdan, faqatgina moddaning turiga bog‘liq bo‘lgan kattalik bo‘lib, moddaning ***elektroximiyaviy ekvivalenti*** deb ataladi.

Moddaning elektroximiyaviy ekvivalenti elektrolitdan $1\,Kl$ zaryad o‘tganda elektrodda qancha massa ajralishini bildiradi.

$$\boxed{k = \frac{m}{q}\left[\frac{kg}{Kl}\right]}$$

Faradeyning 1-qounini $q = I\,t$ formuladan foydalanib, quyidagi ko‘rinishda yozish ham mumkin:

$$\boxed{m = k\,I\,t}$$

Yuqoridagi formulaga asosan, Faradeyning 1-qounini quyidagicha ta’riflash ham mumkin:

Elektroliz vaqtida elektrodlarda ajralgan moddaning massasi tok kuchiga va tokning o‘tib turish vaqtiga to‘g‘ri proporsionaldir.

Faradeyning 2-qouni: Moddalarning elektroximiyaviy ekvivalenti ularning ximiyaviy ekvivalentiga to‘g‘ri proporsionaldir.

Faradeyning 2-qouning matematik ifodasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{k = \frac{1}{F}\,\frac{M}{n}}$$

Bu erda: $F = e\,N_A = 96500\ [Kl/mol]$ – Faradey doimiysi bo‘lib, bir mol modda ajralganda o‘tgan zaryad miqdorini bildiradi, M – elektrodda ajralgan moddaning molyar massasi, n – elektrodda ajralgan moddaning valentligi.

Faradeyning ikkita qonunini birlashtirsak, elektrodda ajralgan massa uchun quyidagi fulani yozish mumkin bo‘ladi:

$$\boxed{m = \frac{1}{F}\,\frac{M}{n}\,I\,t}$$

Turli moddalarning elektroximiyaviy ekvivalentlari qiymatlari turlicha bo‘lib, uning qiymatlari ilovada keltirilgan.

Elektrolitdan o‘tadigan tok kuchi manbaning kuchlanishiga, eritma konsentratsiyasi(erigan tuz, ishqor, kislota miqdori)ga, elektrodlarning aktiv yuzasiga to‘g‘ri proporsional bo‘lib, elektrodlar orasidagi masofaga teskari proporsional va quyidagicha:

$$\boxed{I \sim U, \quad I \sim n, \quad I \sim S, \quad I \sim t, \quad I \sim 1/d}$$

Eritmaning muzlash va qaynash temperaturalari oralig‘ida harorat ortishi bilan elektrolitning qarshiligi kamayib, o‘tkazuvchanligi oshadi.

Elektrolitlarda elektr toki teng miqdorda manfiy va musbat ionlar harakatidan hosil bo‘ladi.

$$\boxed{I_{um} = I_{(+)} + I_{(-)} = 2\,I_{(+)} = 2\,I_{(-)}}$$

Elektrolizning texnikada qo‘llanilishi:

Elektroliz yordamida metall buyumlar sirtiga boshqa metalni silliq yupqa qilib qoplash ***galvonastegiya*** deyiladi. Metallarni zanglash va turli korroziyadan saqlash uchun ularning sirti nikel, xrom, oltin va kumush suvi yuritiladi.

Elektroliz yo‘li bilan ximiyaviy toza metal olish ***metallarni rafinlash*** deyiladi. Tabiiy rudalar tarkibidan toza mis, toza oltin va boshqa toza metallar ajratib olish maqsadida elektrolizning bu turidan foydalaniladi.

Buyumlarning shaklini qayta tiklash uchun uning sirtida bir nech millimetr qalinlikda metall qatlami hosil qilinadigan elektrolizga ***galvanostegiya*** deyiladi. Bu usuldan buyumlar, tanga va medallardan nusxa ko‘chirishda foydalaniladi.

Elektroliz paytida anod bo‘lib xizmat qiladyotgan metall tok zichligi ko‘p joyda ko‘p eriydi. Metallning g‘adir-budur sirtining uchli, do‘nglik joylarida elektr maydon kuchli bo‘lgani bois, bu joydan chiquvchi tok zichlishi ham katta bo‘ladi. Shuning uchun do‘nglik joylar tez edirilib silliqlanib qoladi. O‘yiq joylar esa emirilmay qoladi. Elektrolizning bunday tatbiqi ***elektrolitik silliqlash*** deyiladi.

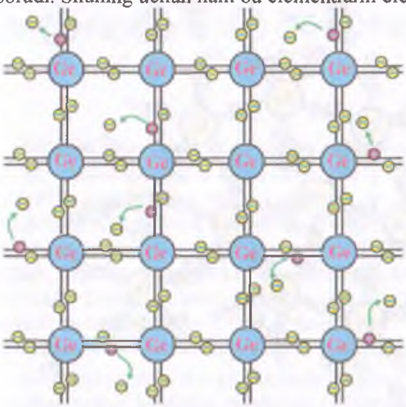
Vodorod atomi o'rnida atom massasi 2ga teng bo'lgan vodorod izotopiga deyteriy (D) deyiladi. Bu izotop kislorod bilan birikkanda og'ir suv (D_2O) olinadi. Tabiiy suv tarkibida juda kam miqdorda bo'lsa ham og'ir suv bo'ladi. Elektroliz yordamida suvning tarkibidan og'ir suvni ajratib olish mumkin ekan. Og'ir suv molekulasi oddiy suvnikidan og'ir bo'lgani uchun elektroliz jarayonida uning harakatchanligi past bo'ladi. Shuning uchun ham elektroliz jarayonida ajralgan gazlarda engil vodorod yokm oddiy suv molekulalari bo'lib, elektrolitda esa og'ir suvning konsentratsiyasi qoladi. Natijada ,elektroliz yo'li bilan D_2O ning konsentratsiyasi ko'p bo'lgan suv olinadi. Bunga ***og'ir suv olish*** deyiladi.

3.2.2. Mavzu: Yarim o'tkazgichlarda elektr toki

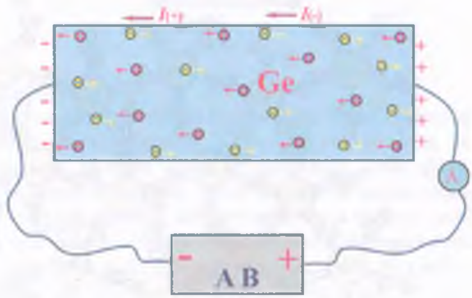
Yarim o'tkazuvchilar deb ataluvchi elementlar D.I.Mendeleev jadvalida ixcham gruppani tashkil qiluvchi 12ta ximiyaviy edementdan iborat bo'lib, undan tashqari ko'pgina anorganik va organik birikmalar ham kiradi. Fizikada faqat yarimo'tkazgichlar bilan shug'ullanuvchi bo'lim bo'lib, uni yarimo'tkazgichlar fizikasi deyiladi. Zamonaviy texnika muvaffaqiyatlarini yarim o'tkazgichlar fizikasisiz tasavvur qilib bo'lmaydi.

Sof yarim o'tkazgich:

Ximiyaviy elementlarning Mendeleev davriy sistemasida Germaniy (Ge), kremniy (Si), indiy (In), galliy (Ga), mishyak (As), fosfor (P), surma (Sb) kabi elementlar borki, ular elektr xossalariga ko'ra o'tkazgichlar va dielektriklar oralig'ida turadi. Bu elementlar juda past temperaturalarda o'zini dielektrik kabi tutadi. Temperatura ortib borgan sari tok o'tkazgich xususiyati ham tobora o'tkazgichlarga o'xshab boradi. Shuning uchun ham bu elementlarni elektr xossalariga ko'ra ***yarim o'tkazgichlar*** deyiladi.



a)



b)

3.2.2.1-rasm

Keling, IV-gruppada joylashgan germaniy (Ge) yoki kremniy (Si) sof yarim o'tkazgichlaridan birining, masalan germaniyning elektr xossalarini tekshirib ko'raylik. Davriy sistemaning 32-katagida turuvchi bu elementda 32ta elektron bo'lib, shulardan 28tasi ichki elektron qobiqlarda, 4tasi esa tashqi qobiqda joylashgan. Shuning uchun ham germaniy davriy sistemada IV-gruppadan o'rin olgan. Boshqacha aytganda uning valentligi 4ga teng, 4ta tashqi elektronlar orqali qo'shni atomlar bilan bog' hosil qilishi mumkin. Sof germaniyda har bir atom atrofidagi 4ta germaniy atomi bilan valentlik elektronlari orqali kovalent bog' (juft bog') hosil qiladi. Juda past temperaturalarda sof yarim o'tkazgich umuman tok o'tkazmaydi. Chunki uning tok tashuvchi erkin elektronlari yo'q, 4ta valentlik elektronlari ham o'z o'rnida mahkam turibdi. Temperatura ko'tarilgan sari o'tkazgichlardan farqli ravishda sof yarim o'tkazgichlarning elektr qarshiligi kamayib, o'tkazuvchanligi yaxshilanadi, ya'ni undan o'tadigan tok kuchi ortadi. Chunki, kovalent bog'lanishdagi valentlik elektronlari yadroga zaifroq bog'langanligi sababli issiqlik ta'sirida bu elektronlar yadrodan uzilib erkin elektronlarga aylanadilar. Uzilgan elektron butun kristal panjaralari oralab betartib, xaotik harakat qiladilar. Elektronning joyida esa bo'shab qolgani tufayli elektron etishmovchiligi paydo bo'ladi. Bu bo'sh, vakant joyni ***kovak*** deb ataymiz. Kovaklar $+e$ zaryadga ega. Agar sof yarim o'tkazgichga elektr maydoni ta'sir ettirilsa, elektronlar $(+)$ qutbga tomon, kovaklar esa $(-)$ qutbga tomon harakatlana boshlaydilar (3.2.2.1-rasm).

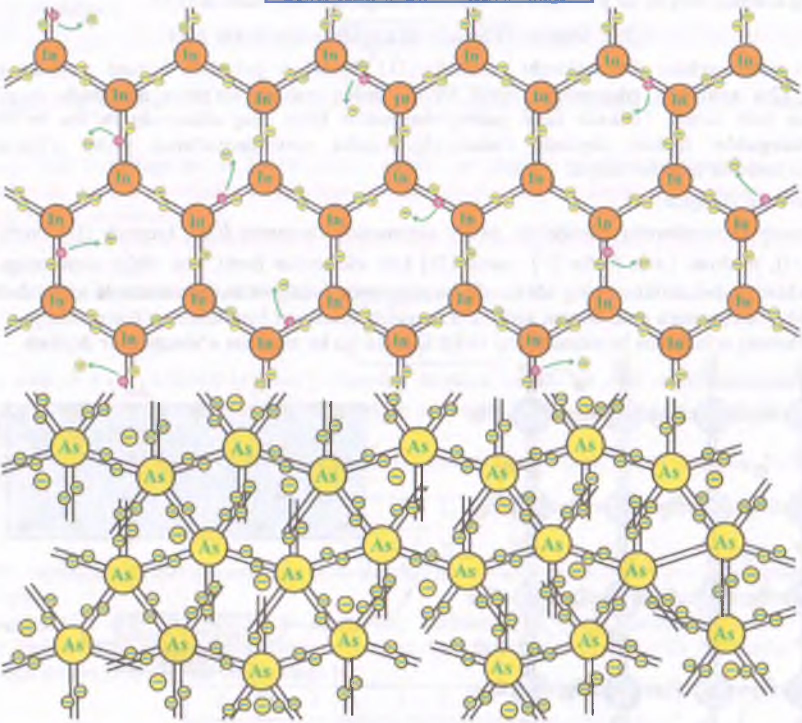
Sof yarim o'tkazgichda elektr toki kovak va elektronlarning harakati tufayli sodir bo'ladi.

Kovaklar soni elektronlar soniga teng bo'lgani uchun ular harakati tufayli hosil bo'lgan tok kuchlari ham teng bo'ladi.

$$\boxed{I_{KOV} = I_{EL}}$$

Sof yarim o'tkazgichda umumiy elektr toki quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{I_{um} = I_{KOV} + I_{EL} = 2\,I_{KOV} = 2\,I_{EL}}$$



a)

b)

3.2.2.2-rasm

Agar biz sof yarimo'tkazgichni IV-gruppadan emas, balki III-gruppa yoki V-gruppadan tanlasak, nima bo'lardi? Masalan, III-gruppadagi indiy (In) yoki V-gruppadagi mishyak (As) elementlarini olsak, bu sof yarim o'tkazgichlarning valentlik elektronlari 3 yoki 5ga teng bo'lgani uchun ularning tashqi qobiqlarida 3ta yoki 5ta valentlik elektronlari bor. Demak, har bir indiy atomining 3ta, mishyak elementining esa 5ta qo'shnisi bo'lib, shular bilan valentlik elektronlari orqali kovalent bog'lar hosil qiladi (3.2.2.2-rasm). IV-gruppadagi element kabi III-gruppa yoki V-gruppa elementlari ham past temperaturalarda o'zini dielektrik kabi tutib, temperatura ko'tarilgan sari o'tkazuvchanlik yaxshilanib boradi. Indiy atomi valentlik bog'lari tekislikda bo'lgani uchun chiroyli tasvirlangan. Mishyak atomi esa qo'shni atomlar bilan fazoviy yacheyka hosil qilgani uchun tekislikda tasviri chalkashlikka ega.

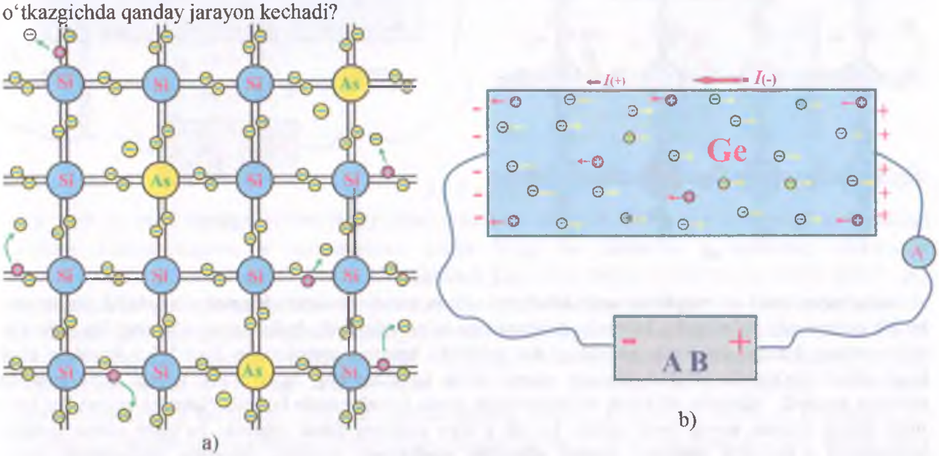
Sof yarimo'tkazgichlarning solishtirma qarshiligi juda katta $\left(\sim 10^{-3}\,Om \cdot m\right)$ bo'lib, bu sof yarimo'tkazgichga atigi *0,001%* miqdorda III-gruppa yoki IV-gruppa elementlaridan aralashtirilsa, hosil bo'lgan aralashmali yarimo'tkazgichning solishtirma qarshiligi 10^5 marta, ya'ni $\left(\sim 10^{-8}\,Om \cdot m\right)$ gacha oshadi.

Sof yarimo'tkazgichga boshqa yarimo'tkazgichdan juda oz miqdorda qo'shilsa (masalan, germaniyga fosfor yoki kremniyga indiy elementidan umumiy atom sonining *0,001%* miqdorida aralashtirilsa) yarimo'tkazgichning solishtirma qarshiligi keskin kamayib, uning elektr o'tkazuvchanligi keskin ortadi.

Bunda aralashtirilayotgan yarimo'tkazgichning valentligi farq qilish kerak. Bunday aralashmali yarimo'tkazgichlar ikki tipda bo'lishi mumkin.

n-tipdagi yarimo'tkazgich:

IV-gruppada joylashgan germaniy (Ge) yoki kremniy (Si) kristaliga V-gruppadagi mishyak (As) yoki fosfor (P) yoki surma (Sb) kabi elementlardan bittasidan oz miqdorda aralashtirilgan bo'lsin. Aytaylik, kremniy (Si) kristaliga oz miqdorda mishyak (As) aralashtirilgan bo'lsin. Bunday aralashmali yarim o'tkazgichda qanday jarayon kechadi?



3.2.2.3-rasm

Mishyak atomi juda oz miqdorda aralashtirilgani uchun asosiy struktura kremniyning 4talik strukturasi bo'lib qolaveradi, ya'ni mishyak kremniy strukturasiga ta'sir qilmaydi. Mishyak atomi o'zining 5ta valentlik elektronidan 4tasi orqali 4ta qo'shni kremniy atomlari bilan kovalent bog' hosil qiladi. Beshinchi elektroni esa kovalent bog'lanishda ishtirok etmaydi. Shuning uchun bu elektron ozgina tashqi ta'sir natijasida erkin elektronga aylanishi mumkin. Har bitta mishyak atomi bitadan erkin elektron hosil qiladi. Shuning uchun elektronini beradigan bunday aralashmali o'tkazgich ***donor (beruvchi) aralashma*** deyiladi. Donor aralashmali yarim o'tkazgichda elektr toki elektronlar harakatidan sodir bo'lganligi tufayli bunday tipdagi yarim o'tkazgichlar ***n-tipdagi yarim yarim o'tkazgichlar*** deyiladi. Bu erda $n-negative$ so'zidan olingan bo'lib, manfiy degan ma'noni bildiradi (3.1.2.3-rasm).

n-tipdagi yarim o'tkazgichlarlarda kovalent bog'da ishtirok etmagan erkin elektrondan tashqari issiqlik harakati tufayli ham teng miqdordagi elektron-kovak juftliklari paydo bo'ladi. Lekin umumiy elektronlar soni baribir umumiy kovaklar sonidan ko'pligicha qolaveradi.

n-tipdagi yarim o'tkazgichlarlarda elektronlar asosiy zaryad tashuvchilar, kovaklar esa noasosiy zaryad tashuvchilar hisoblanadi.

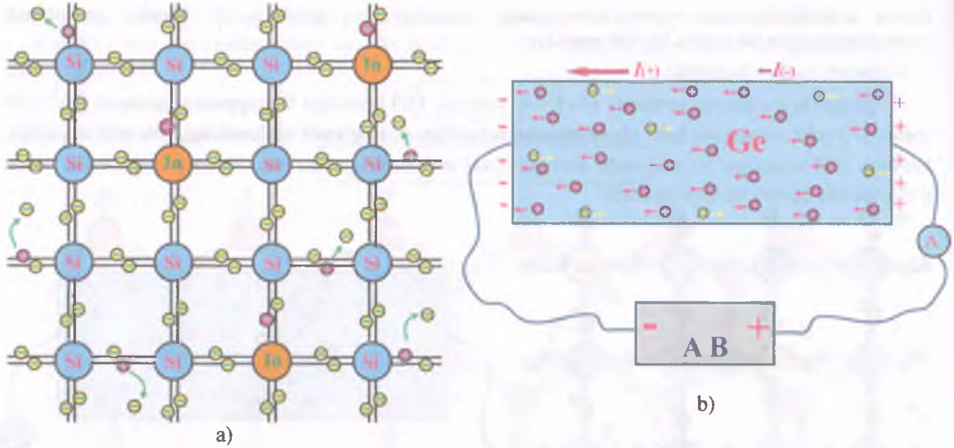
n-tipdagi yarim o'tkazgich kristaliga elektr maydoni ta'sir qilganda, asosiy tok tashuvchi elektronlar va noasosiy tok tashuvchi kovaklar qarama-qarshi tomonga harakatlanib, umumiy tokni hosil qiladi. Lekin, elektronlar harakatidan hosil bo'layotgan tok kovaklar harakatidan hosil bo'layotgan tokka qaraganda ancha katta bo'ladi.

$$\boxed{I_{EL} >> I_{KOV}, \qquad I_{um} = I_{EL} + I_{KOV} \approx I_{EL}}$$

Shunday qilib, n-tipdagi yarim o'tkazgichdagi tok deyarli elektronlar harakatidan yuzaga kelar ekan.

p-tipdagi yarimo'tkazgich:

IV-gruppada joylashgan germaniy (Ge) yoki kremniy (Si) kristaliga III-gruppadagi indiy (In) yoki galliy (Ga) kabi elementlardan bittasidan oz miqdorda aralashtirilgan bo'lsin. Aytaylik, kremniy (Si) kristaliga oz miqdorda indiy (In) aralashtirilgan bo'lsin. Bunday aralashmali yarim o'tkazgichda qanday jarayon kechadi?



3.2.2.4-rasm

Indiy atomi juda oz miqdorda aralashtirilgani uchun asosiy struktura kremniyning 4talik strukturasi bo‘lib qolaveradi, ya’ni indiy kremniy strukturasiga ta’sir qilmaydi. Indiy atomi o‘zining 3ta valentlik elektronining hammasini berib, atrofidagi 4ta qo‘shnisi kremniy atomlaridan 3tasi bilan kovalent bog‘ hosil qiladi. To‘rtinchi qo‘shni kremniy atomi bilan kovalent bog‘ hosil qilish uchun indiy atomida elektron etmaydi. Natijada, elektron etishmayotgan joyda kovak paydo bo‘ladi. Shuning uchun har bitta indiy atomi bitadan kovak hosil qiladi. Kovak o‘ziga elektron qabul qiluvchi bo‘lgani uchun bunday aralashmali o‘tkazgich ***akseptor (qabul qiluvchi) aralashma*** deyiladi. Akseptor aralashmali yarim o‘tkazgichda elektr toki kovaklar harakatidan sodir bo‘lganligi tufayli bunday tipdagi yarim o‘tkazgichlar ***p-tipdagi yarim yarim o‘tkazgichlar*** deyiladi. Bu erda $p - positive$ so‘zidan olingan bo‘lib, musbat degan ma’noni bildiradi (3.2.2.4-rasm).

p-tipdagi yarim o‘tkazgichlarlarda kovalent bog‘ hosil qilishga etmay qolgan elektron o‘rnida hosil bo‘lgan kovaklardan tashqari issiqlik harakati tufayli ham teng miqdordagi elektron-kovak juftliklari paydo bo‘ladi. Lekin umumiy kovaklar soni baribir umumiy elektronlar sonidan ko‘pligicha qolaveradi.

p-tipdagi yarim yarim o‘tkazgichlarlarda kovaklar asosiy zaryad tashuvchilar, elektronlar esa noasosiy zaryad tashuvchilar hisoblanadi.

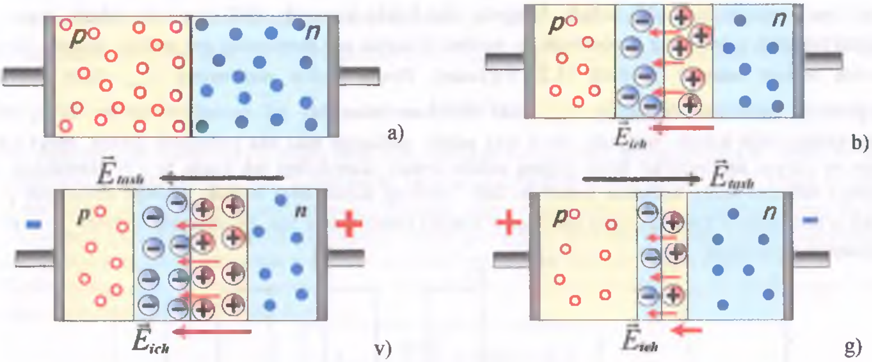
p-tipdagi yarim o‘tkazgich kristaliga elektr maydoni ta’sir qilganda, asosiy tok tashuvchi kovaklar va noasosiy tok tashuvchi elektronlar qarama-qarshi tomonga harakatlanib, umumiy tokni hosil qiladi. Lekin, kovaklar harakatidan hosil bo‘layotgan tok elektronlar harakatidan hosil bo‘layotgan tokka qaraganda ancha katta bo‘ladi.

$$\boxed{I_{KOV} >> I_{EL}, \qquad I_{um} = I_{KOV} + I_{EL} \approx I_{KOV}}$$

Shunday qilib, n-tipdagi yarim o‘tkazgichdagi tok deyarli elektronlar harakatidan yuzaga kelar ekan.

p- n o‘tish hodisasi:

p-tipdagi yarimo‘tkazgich bilan n-tipdagi yarimo‘tkazgichni kontakt holiga keltiraylik (3.2.2.5-a,rasm). Bu yarimo‘tkazgichlarni oddiy mexanik yo‘l bilan kontaktga keltirib bo‘lmaydi. Chunki, bu usul yordamida ularni atomlar o‘lchami qadar bir-biriga yaqinlashtirishning iloji yo‘q. Ularni kontaktga keltirishni quyidagicha faraz qilish mumkin: IV-gruppada joylashgan germaniy (Ge) yoki kremniy (Si) kristalidan bittasi berilgan bo‘lsin. Bu sof yarimo‘tkazgichning birinchi yarmiga III-gruppadagi indiy (In) yoki galliy (Ga) kabi elementlardan bittasidan oz miqdorda, ikknchi yarmiga esa V-gruppadagi mishyak (As) yoki fosfor (P) yoki surma (Sb) kabi elementlardan bittasidan oz miqdorda aralashtirilgan bo‘lsin. Ana Shunda p-tipdagi va n-tipdagi yarimo‘tkazgichlar eng ideal kontakt holiga keltirilgan deb tasavvur qilish mumkin bo‘ladi. Undan tashqari bu aralashmali yarim o‘tkazgichlardan birini eritib ikkinchisining ustiga quyib yopishtirish orqali ham ulardan kontakt hosil qilish mumkin.

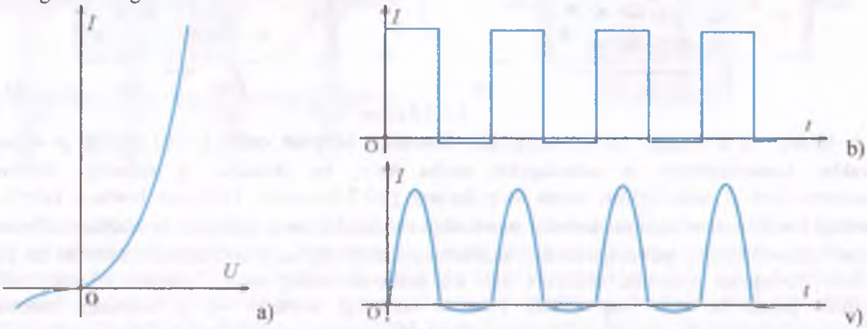


3.2.2.5-rasm

p -tipdagi va n -tipdagi yarimo'tkazgichlar kontaktga keltirish onida $(t = 0)$ dastlab p -sohadagi kovaklar konsentratsiyasi n -sohadagidan ancha ko'p, va aksincha, n -sohadagi elektronlar konsentratsiyasi p -sohadagidan ancha ko'p bo'ladi (3.2.2.5-a,rasm). Diffuziya hodisasi tufayli p -sohadagi kovaklar n -sohaga va aksincha n -sohadagi elektronlar esa p -sohaga o'ta boshlaydi. Bu asosiy zaryad tashuvchilarning qarma-qarshi tomonga harakati tufayli ***diffuziya toki*** deb nomlanuvchi tok paydo bo'ladi. Boshqacha aytganda, diffuziya toki tok tashuvchilarning asosiy sohadan noasosiy sohaga o'tishida paydo bo'ladi. Vaqt o'tishi bilan n -sohadagi kovaklar va p -sohadagi elektronlar konsentratsiyasi orta boshlaydi. Natijada, xaotik harakat tufayli n -sohadagi kovaklar p -sohaga, p -sohadagi elektronlar esa n -sohaga (dastlab kelgan joyiga) qaytib o'tib qolishi ham mumkin. Bunda ***dreyf toki*** deb ataladigan tok hosil bo'ladi. Boshqacha aytganda, dreyf toki tok tashuvchilarning noasosiy sohadan asosiy sohaga o'tishida paydo bo'ladi. Kontakt hosil qilingan paytdan boshlab diffuzion tok kamayib, dreyf tok esa ortib boradi. Ma'lum bir vaqt o'tgandan keyin bu toklar miqdor jihatidan tenglashadi va kontakt chegarasida dinamik (harakatli) muvozonat qaror topadi. Ana shu hodisaga p - n o'tish hodisasi deyiladi.

p -tipdagi va n -tipdagi yarimo'tkazgichlar kontaktga keltirish onidan $(t = 0)$ boshlab p -sohadagi kovaklar, n -sohadagi elektronlar konsentratsiyasi kamaya boshlaydi. Bitta kovak n -sohaga o'tganda p -sohada kovak etishmasligi tufayli bitta manfiy ion paydo bo'ladi. Xuddi Shunigdek, bita elektron p -sohaga o'tganda n -sohada elektron etishmasligi tufayli bitta musbat ion paydo bo'ladi. Lekin bu ionlar kontakt chegarasida hosil bo'ladi. Vaqt o'tishi bilan p -sohada manfiy ionlar soni, n -sohada esa musbat ionlar soni ortib boradi. Ma'lum vaqtdan keyin kontakt chegarasida xuddi kondensator qoplamalari kabi qarama-qarshi ioshrali ionlar hosil bo'lib, bunda mubat qoplamadan manfiy qoplamaga yo'nalgan ichki $\vec{E}_{ich}$ elektr maydoni hosil bo'ladi. Bu elektr maydoni diffuziya tokini tormozlash, dreyf tokini tezlashtirish xususiyatiga ega. Boshqacha aytganda, bu $\vec{E}_{ich}$ maydon noasosiy tok tashuvchilar uchun doimo ochiq bo'lib, asosiy zaryad tashuvchilar uchun esa potensial to'siq vazifasini o'taydi. O'tkazgichlar kontakt holiga keltirilgan ondan boshlab potensial to'siq kuchaya boshlaydi va dinamik muvozonat paytida esa bu to'siq o'zining eng maksimal qiymatiga erishadi. Shuning uchun ham ma'lum bir vaqtdan keyin diffuzion va dreyf toklari miqdor jihatidan tenglashadi va kontakt chegarasida dinamik (harakatli) muvozonat qaror topadi. Dinamik muvozonat qaror topgan paydta p -sohadagi kovaklar, n -sohadagi elektronlar konsentratsiyasi o'zining eng kichik qiymatiga erishadi va bundan ham kamayishiga potensial to'siq yo'l qo'ymaydi.

Dinamik muvozonat paytida potensial to'siq ma'lum bir qalinlikka ega bo'ladi (3.2.2.5-b,rasm). Agar dinamik muvozonat holida turgan p - n yarim o'tkazgichlari tashqi manbaga ulansa, nima hodisa ro'y berishi mumkin? Agar p - yarimo'tkazgich manbaning (+) qutbiga, n - yarimo'tkazgich esa manbaning (-) qutbiga ulansa, bunday ulanish ***to'g'ri ulanish*** deyiladi (3.2.2.5-v,rasm). Bunda tashqi manbaning $\vec{E}_{tash}$ elektr maydoni chegaradagi potensial to'siqning $\vec{E}_{ich}$ ichki maydoniga qarama-qarshi yo'naladi va bu to‘siq enini qisqarishiga olib keladi. Natijada, dreyf toki kamayib, diffuzion toki oshadi. Agar p - yarimo‘tkazgich manbaning (-) qutbiga, n - yarimo‘tkazgich esa manbaning (+) qutbiga ulansa, bunday ulanish ***teskari ulanish*** deyiladi (3.2.2.5-g,rasm). Bunda tashqi manbaning $\vec{E}_{tash}$ elektr maydoni chegaradagi potensial to‘siqning $\vec{E}_{ich}$ ichki maydoni bilan bir xil yo‘naladi va bu to‘siq enini kengayishiga olib keladi. Natijada, dreyf toki oshib diffuzion toki esa kamayadi. Lekin, dreyf tokini noasosiy zaryad tashuvchilar hosil qilgani uchun teskari ulanishdagi tok kuchi to‘g‘ri ulanishdagi tok kuchiga nisbatan ming martalab kichik bo‘ladi. Shuning uchun ham kontakt holatga keltirilgan p - n yarim o‘tkazgichlari tokni faqat bir tomonga o‘tkazish xususiyatiga ega. Diodlarning ishlashi p - n o‘tish hodisasiga asoslangan.



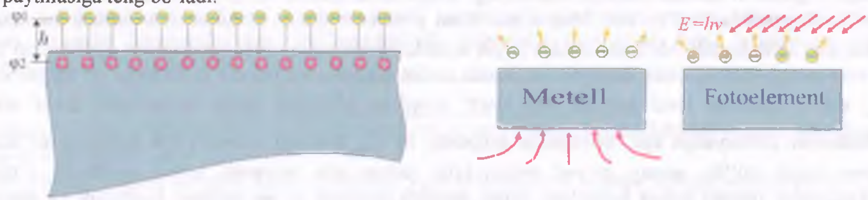
3.2.2.5-rasm

Diod uchun volt-amper xarakteristikasi 3.2.2.6-a,rasmda tasvirlangan. Agar diodni uchlarini o‘zgarmas tok manbaining qutblariga teng vaqtlar ichida almashtirib ulab turilsa, 3.2.2.6-b,rasmdagi grafik bo‘yicha tok o‘tadi. Agar diodni uchlarini o‘zgaruvchan tok manbaining qutblariga ulansa, bu tok manbaining qutblari avtomatik ravishda alamashib turgani bois 3.2.2.6-v,rasmdagi grafik bo‘yicha tok o‘tadi.

3.2.3. Mavzu: Vakuumda elektr toki

Elektron emissiya:

Metall atomlarining tashqi qavatidagi valentlik elektronlari yadroga ancha zaif bog‘langan bo‘ladi. SHu boisdan ham bu elektronlar u yoki bu atomga tegishli bo‘lmasdan, balki butun kristalga, kristaldagi barcha atomlarga tegishli bo‘ladi. Metalldagi erkin elektronlar soni valentlik elektronlarini atomlar soniga ko‘paytmasiga teng bo‘ladi.



3.2.3.1-rasm

Erkin elektronlar metall ichida issiqlik harakatida ishtirok etadi va kristal panjaralari oralab taxminan $\vartheta \approx 100\ km/s$ tezlikda xaotik harakat bilan daydib yuradi. Kristal panjaralarida o‘tirgan atomlar esa tugun atrofida fazoviy tebranma harakat qiladi. Erkin elektronlar harakati davomida tugundagi atomga kelib urilishi ham yoki tugunlardagi atomlar oralab o‘tib ketishi ham mumkin. Metall sirtiga kelib qolgan erkin elektron atomlar orasidan sakrab kristal panjaralardan tashqariga chiqishi va mutlaqo erkin bo‘lib qolishi ham mumkin (3.2.3.1-rasm). Lekin, bunga etarlicha katta tezlik kerak bo‘ladi. Chunki, elektron kristaldan tashqariga chiqqanda kristalda elektron etishmovchiligi paydo bo‘ladi va kristal sirti $+e$ zaryadga bo‘ladi. Bu zaryadning elektr maydoni esa uchib chiqqan elektronni tormazaydi va kristal sirtini tark etib ketishga yo‘l qo‘ymaydi. Xuddi osmonga otilgan tosh biror balandlikka ko‘tarilib qaytib tushgani kabi metall sirtida ham mikrosakrashlar bo‘ladi. Metall sirtining har $1\,см^2$ yuzasidan sekundiga trillionlab elektronlar kristal sirtidan tashqariga chiqib yana qaytib tushib turadi, ya'ni trillionlab mikrosakrashlar sodir bo'ladi. Bu mikrosakrash balandligini $\frac{m_e \vartheta^2}{2} = \frac{k e^2}{r}$ dan topish mumkin. Unga ko'ra mikrosakrash balandligi $h = r = \frac{2k}{m_e}\left(\frac{e}{\vartheta}\right)^2 \sim 0{,}05\ mkm$ tartibida bo'ladi. Metallning sirti (+) ishora bilan, sakrab chiqqan elektronlar esa (-) ishora bilan zaryadlangan kondensator qoplamalariga o'xshash bo'ladi. Bu qatlamlar orasida $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ potensiallar farqiga ega bo'lgan taxminan bir jinsli elektr maydoni hosil bo'lib, bu maydon metall sirtidan uchib chiqqan elektronlarni tormozlash xususiyatiga ega bo'ladi (3.2.3.1-rasm). Uchib chiqayotgan elektronning kinetik energiyasi Shunday qiymatga ega bo'lish kerakki, bu energiyaga teng ish bajarilganda tormozlovchi elektr maydonini butunlay engib chiqa olsin.

Elektronning metall sirtini butunlay uzib chiqib ketishi uchun kerak bo'lgan energiyaga metall sirtidan elektronning chiqish ishi deyiladi.

$$\boxed{A_{chiq} = \frac{m\vartheta_0^2}{2} = e(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

Turli metallar uchun elektronning chiqish ishi turlicha bo'lib, deyarli barcha metallar uchun chiqish ishining qiymati $A_{chiq} > 1\,eV$ bo'ladi. Odatdagi xona temperaturasida metalldagi elektronning o'rtacha kinetik energiyasi $E \sim 0{,}04\,eV$ ga yaqin bo'lib, hatto $0{,}1\,eV$ energiyali elektronlar soni jami erkin elektronlarning juda kam qismini tashkil etadi. Shuning uchun odatdagi temperaturalarda issiqlikdan elektron chiqishi umuman sodir bo'lmaydi. Ko'pchilik metallarni ancha yuqori, ya'ni $2000^0 Kl$ temperaturadan baland temperaturalarda elektronlarning issiqlik harakatidan chiqishi sodir bo'lar ekan.

Qizdirilgan metall sirtidan elektronning chiqish hodisasiga termoelektron emissiya hodisasi deyiladi.

Umuman olganda, elektronlar chiqish uchun kerak bo'lgan energiyani faqat isitish tufayli emas, balki turli yo'llar bilan berish mumkin. Masalan, yorug'lik, ultrabinafsha, rentgen nurlari bilan yoritish, α-nurlari bilan bombordimon qilish, kuchli elektr maydoni yordamida sug'urib olish va hokoza. Metall ichidagi erkin elektronni yorug'lik ta'sirida chiqarishga ***fotoelektron emissiya*** deb, issiqlik ta'srida chiqarishga ***termoelektron emissiya*** deb, kuchli elektr maydoni ta'sririda chiqarishga esa ***avtoelektron emissiya*** deb ataladi.

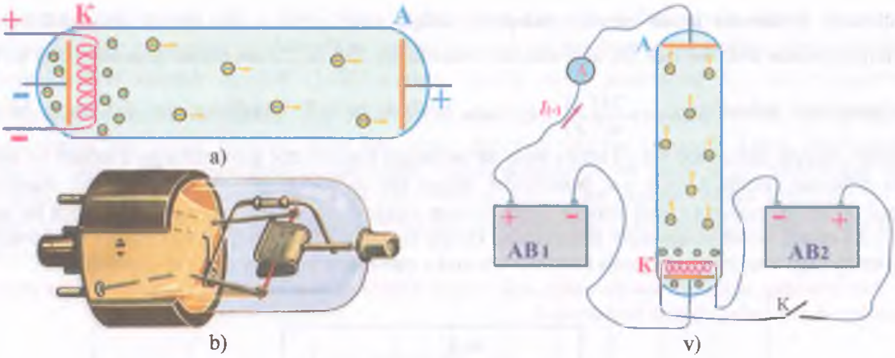
Elektronga uzatilgan umumiy energiya chiqish ishiga va elektronning maksimal kinetik energiyasiga sarf bo'ladi.

$$\boxed{E = A_{chiq} + \frac{m_e\vartheta_{max}^2}{2} \quad yoki \quad h\nu = A_{chiq} + \frac{m_e\vartheta_{max}^2}{2}}$$

Ikki elektrodli elektron lampa–diod:

Teroelektron emissiyani kuzatish uchun ichida ikkita elektrodi bo'lgan vakuumli lampadan foydalanish mumkin. Elektrodlardan biri erish temperaturasi yuqori bo'lgan metal(volfram, molibden va b.)dan va tok bilan qizdiriladigan elektrod bo'lib, uni ***katod*** deyiladi. Ikkinchi elektrod esa katoddan chiqqan elektronlarni o'zida to'playdigan sovuq elektrod bo'lib, uni ***anod*** deyiladi (3.2.3.2,a-rasm). 3.2.3.2,b-rasmda zamonaviy vakuumli diod tasvirlangan. 3.2.3.2,v-rasmda vakuumli lampaga kalitlar orqali o'zgaruvchan kuchlanishga ega bo'lgan ikkita akkumlyatorlar batareyasi AB_1 va AB_2 ulangan. Batareyalardan biri AB_1 katod va anod orasiga har xil potensiallar ayirmasi berib, bu elektrodlar orasidagi fazoda kuchli yoki kuchsiz elektr maydoni hosil qilish imkoniga ega. Batareyalardan ikkinchisi AB_2 katodni yuqori temperaturagacha qizdirib, katod sirtidan tormoelektronlarni bug'laydi va katod atrofida elektronlar buluti hosil bo'ladi. AB_2 batareyaning kuchlanishi qancha katta bo'lsa, katod atrofidagi elektronlar buluti ham shuncha quyuqlashadi. Bu termoelektronlar AB_1 batareya hosil qilgan elektr maydoni yordamida anodga tomon yo'naltiriladi.

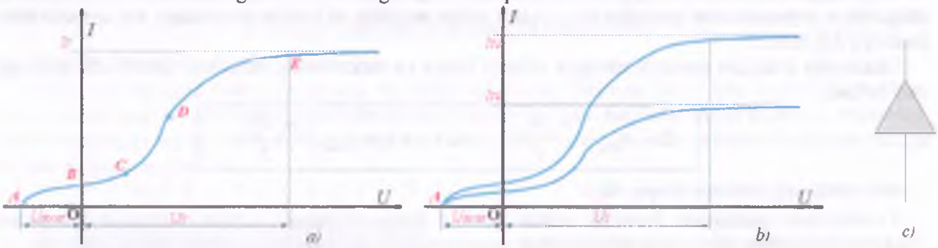
Dastlab, K_1 kalit ulangan K_2 kalit uzuq holatni qaraylik. Bunda, katod tok manbaidan ajratilgan bo'lgani uchun u sovuq holatda bo'ladi va o'zidan elektronlar chiqarmaydi. Shuning uchun katod va anod orasidagi vakuumda tok tashuvchi zaryadli zarralar bo'lmaydi. Natijada, K_1 kalit ulangan bo'lsa ham zanjirdagi milliampermetr mA nolni ko'rsatadi.



3.2.3.2-rasm

Endi K_2 kalitni ulasak, katod asta-sekin qiziy boshlaydi. Temperatura etarlicha ko'tarilganda termoelektron emissiya hodisasi tufayli katod metali o'zidan elektronlarni bug'lay boshlaydi. Bug'langan elektronlar katod atrofida elektronlar bulutini hosil qiladi. K_1 kalit ulangan, lekin AB_1 batareya kuchlanishi nol bo'lsa ham milliampermetr mA zanjirda oz bo'lsa-da tok o'tayotganligini ko'rsatadi. Bunga sabab, katoddan bug'langan elektronlarning qandaydir ozgina qismi xaotik harakat tufayli anodga borib tushib turadi. Bu holat 3.2.3.3,a-rasmdagi B nuqtaga to'g'ri kelib, bunda zanjirdagi tok kuchi I_{OB} qiymatga teng bo'ladi.

Endi AB_1 batareya kuchlanishi asta-sekin oshirila boshlansa, -rasmda ko'rsatilgan $BCDE$ egri chizig'a ega bo'lamiz. Zanjirdagi tok kuchi oshishi D nuqtadan boshlab sekinlasha boshlaydi. Batareya kuchlanishini qanchalik oshirmaylik tok kuchining qiymati I_T dan oshmaydi. Tok kuchining bu qiymatiga ***to'yinish toki*** deyiladi. Bunda vaqt birligida katodda qancha elektron bug'lanayotgan bo'lsa, shu vaqt ichida o'sha elektronlarning hammasi anodga etib kelmoqda.



3.2.3.3-rasm

To'yinish tokining qiymatini yanada oshirish uchun AB_2 batareyaning kuchlanishini oshirish kerak, ya'ni ionlantirgich quvvatini oshirish kerak bo'ladi. Shunda vaqt birligida katoddan ko'proq elektronlar bug'lanadi va zanjirdagi tok kuchi ham oshadi. Bunda to'yinish tokining qiymati kattaroq bo'ladi. 3.2.3.3, b-rasmda katod kuchsiz va kuchli qizdirilgan ikki holat uchun volt-amper xarakteristika berilgan. Bu ikki holatga mos to'yinish toklarining qiymatlari I_{T1} va I_{T2} bo'lib, ular ayni bir U_T qiymatdan boshlanadi.

AB_1 batareya kuchlanishi nol bo'lganda ham zanjirda I_{OB} qiymatga teng tok kuchi bor edi. Zanjirda tok kuchi nol bo'lishi uchun nima qilish kerak degan savol tug'iladi. Buning uchun AB_1 batareya kuchlanishi tormozlovchi xususiyatga ega bo'lishi kerak. Boshqacha aytganda AB_1 batareyaning (-) qutbi anodga, (+) qutbi esa katodga ulanishi kerak, ya'ni batareya qutblari almashtirib ulanishi kerak. Batareyaga biror manfiy potensial berilganda katoddan bug'langan eng tez elektronlar ham anodgacha etib kela olmaydi, ya'ni termoelektronning maksimal kinetik energiyasi elektr maydoniga qarshi harakatlanishga sarf bo'ladi.

$$\boxed{\frac{m_e \vartheta^2_{max}}{2} = eU_T}$$

Bu erda: U_T – AB_1 batareyanig tormozlovchi potensiali.

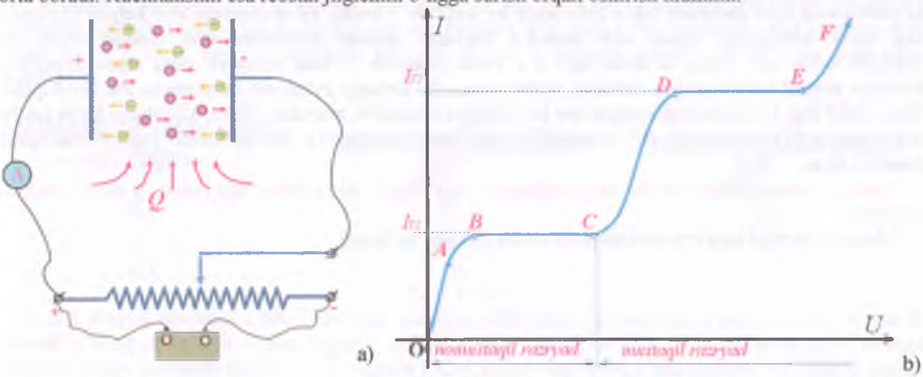
3.2.3.3-a, b rasmda vakuum uchun volt-amper xarakteristika grafigi tasvirlangan.

Ikki elektrodli elektron lampalar tokni bir tomonga o'tkazish xususiyatiga ega. Termoelektronlar katoddan anodga tomon harakatlanada, lekin anoddan katodga tomon harakatlanmaydi. Shuning uchun tok anoddan katodga tomon o'tadi, katoddan anodga tomon esa o'tmaydi. Tokni bir tomonga o'tkazuvchi qurilmani ***diod*** deb ataladi. 3.2.3.3-v, rasmda diodning sxematik tasviri berilgan. Bundan tashqari diodlar o'zgaruvchan tokni to'g'irlash, o'zgarmas tokka aylantirish vazifasida ham qo'llaniladi. Lampali diodlar o'tgan asrning oxirgi o'n yilliklarigacha mikroelektronika va radiotexnikada qo'llanilgan bo'lib hozirgi kunda uning vazifasini yarimo'tkazgichli diolar va tranzistorlar egallagan.

3.2.4. Mavzu: Gazlarda elektr toki. Razryad va uning turlari.

Agar atom neytral bo'lmasa (elektron etishmasa yoki ortiqcha bo'lsa), bunday atom ***ion*** deyiladi. Agar elektron ortiqcha bo'lsa, manfiy ion deb, elektron etishmasa musbat ion deb ataymiz.

Gaz molekulalari bir-biri bilan to'qnashganda, agar to'qnashuv etarlicha kuchli bo'lsa, atomdagi birorta atom tashqariga chiqib ketadi yoki qo'shni atomga o'tib ketadi, ya'ni neytral molekulaning ionlanishi sodir bo'ladi. Xona temperaturasida havo molekulalarining issiqlik harakati tufayli o'zaro to'qnashuvi bu molekulalarni ionlantirishga etarli emas. Demak, bu molekulalarni ionlantirish uchun tashqi qo'shimcha ta'sir kerak. 3.1.4.1-a,rasmdagi zanjirni yig'aylik. Dastlab ampermetr nolni ko'rsatadi. Chunki, xona temperaturasida kondensator qoplamalari orasidagi havo dielektrik hisoblanadi. Agar qoplamalar orasidagi havoni gaz alangasida qizdirsak yoki qoplamalar oralig'ini ultrabinafsha nurlari bilan yoritsak, ampermetr tok o'tayotganini ko'rsatadi. Kuchlanishni oshirib borish bilan tok kuchi ham orta boradi. Kuchlanishni esa reostat jilgichini o'ngga surish orqali oshirish mumkin.



3.2.4.1-rasm

Gazlarda tok o'tish hodisasiga ***gaz razryadi*** deyiladi. 3.1.4.1-a,rasmdagi keltirilgan gaz razryadini 3.1.4.1-b,rasmdagi keltirilgan volt-amper xarakteristikasi bilan tuShuntiramiz.

OA – kuchlanish oshib borishi bilan tok kuchi proporsional holda oshadigan oraliq. Kuchlanish qancha ko'p oshsa, shuncha ko'p ionlar qoplamalarga etib boryapti. Bu oraliq kichik kuchlanishlarda kuzatiladi.

AB – tok ortishi sekinlashadi;

BC – tok oshishi to'xtaydi. Ionlantirgich orqali vaqt birligi ichida nechta ion hosil qilinsa, shu vaqt ichida hama ionlar qoplamalarga etib boryapti;

CD – tok oshishi yana kuzatiladi. Qoplamalar orasida elektronlarning ikki to'qnashuv orasida elektr maydonidan oladigan $W = eE\lambda$ energiyasi atom bilan to'qnashganda undan elektronni urib chiqarishga etadi. Bu oraliqda ionlar atomlar bilan to'qnashganda undan elektron urib chiqara olmaydi. Chunki, ionlarning o'lchami elektron o'lchamidan ancha katta bo'lgani uchun ionlarning erkin yugurish yo'li elektronlarnikidan ancha kichik va bu erkin yugurish yo'lida oladigan energiyasi ham ancha kichik bo'ladi. Shu boisdan ham elektronlarning energiyasi neytral atomni ionlashtirishga etarli bo'lgan vaqtda ionlarniki esa ionlashtirish energiyasidan ko'p marta kichik bo'ladi. Grafikning bu qismida tok kuchi yana oshishiga sabab ionlantirgichdan tashqari erkin elektronlar ham yo‘l-yo‘lakay qo‘shimcha ionlashtirgich vazifasini bajaryapti;

DE – tok oshishi yana to‘xtaydi. Qoplamalar orasidagi hamma atomlar to‘liq ionlangan bo‘lib, ularning hammasi tok tashishda ishtirok etmoqda;

E – bu nuqtadan boshlab kuchlanish oshirilsa, tok oshishi yana kuzatiladi. Qoplamalar orasidagi barcha atomlar ionlangan bo‘lsa tokning yana oshishi nima evaziga sodir bo‘lmoqda degan savol tug‘iladi. Bunda musbat ionlar erkin yugurish yo‘lida shunday bir energiyaga erishadiki, ular katodga borib urilganda katod sirtidan elektronlarni urib chiqara oladi, ya’ni musbat ionlarning energiyasi chiqish ishiga tenglashadi. Bunda hosil bo‘lgan elektronlar ***avtoelektronlar*** deb ataladi.

Shunday qilib, gazlarda elektr toki musbat ionlar, manfiy ionlar hamda elektronlarning tartibli harakati tufayli sodir bo‘ladi. Musbat ionlar harakatidan hosil bo‘lgan tok kuchi manfiy ionlar va elektronlar harakatidan hosil bo‘lgan tok kuchlari yig‘indisiga teng bo‘ladi.

$$\boxed{I_{YM} = I_{(+)} + I_{(-)} + I_{el}\,, \qquad I_{(+)} = I_{(-)} + I_{el}}$$

Ionlarning ikki to‘qnashuv orasida bosib o‘tgan masofasiga ***erkin yugurish yo‘li*** deyiladi. Erkin yugurish yo‘lida elektronlarning elektr maydoni tomonidan oladigan energiyasi quyidagicha bo‘ladi.

$$\boxed{W = eE\lambda}$$

Nomustaqil va mustaqil razryadlar:

3.1.4.1-b,rasmdagi grafikning *OC* qismi nomustaqil razryad deyiladi. Chunki, bu oraliqda razryad faqat tashqi ionlantiruvchi ta’sir evaziga sodir bo‘ladi. Tashqi ta’sir to‘xtatilganda esa zanjirdan tok o‘tishi ham to‘xtaydi, ya’ni ampermetr nolni ko‘rsatadi.

Faqat tashqi ionlantiruvchi ta’sir tufayli amalga oshadigan razryadga nomustaqil razryad deyiladi.

3.1.4.1-b,rasmdagi grafikning *CF* qismi nomustaqil razryad deyiladi. Chunki, bu oraliqda qoplamalar oralig‘ini ionlantiruvchi alanga o‘chirilganda yoki yorituvchi ultrabinafsha nurlari bilan yoritilish to‘xtatilganda ham zanjirdan tok o‘tishi sodir bo‘laveradi. Chunki, (-) qoplamaga etib kelgan (+) ionlar shu qadar energiyaga egaki, ular bemalol qoplama sirtidan elektronni urib chiqara oladi. Bu avtoelektronlar esa tashqi ta’sirsiz ham o‘z erkin yugurish yo‘lida energiya jamg‘argan energiyasi hisobiga neytral molekulalarni elektron, mubat vamanfiy ionlarga aylantirib qo‘shimcha tok hosil qiladi. Buni xuddi tog‘ boshidan tushayotgan qor ko‘chkisiga o‘xshatish mumkin. Hisob-kitoblarga ko‘ra har bir avtoelektron (+) qoplamaga etib kelguncha o‘nminglab musbat va manfiy ionlar juftini hosil qilish mumkin ekan.

Tashqi ionlantiruvchi ta’sir to‘xtatilganda ham sodir bo‘ladigan razryadga mutaqil razryad deyiladi.

Mastaqil razryad ham o‘z navbatida bir necha turlarga bo‘linadi.

3.3. MAGNETIZM

Oddiy magnit hodisalar bizning eramizdan ilgari ham ma'lum bo'lgan. Lekin, elektr toki va magnit hodisalar orasida bog'lanish borligi haqidagi dalillar XVIII asrga tegishlidir. Fransuz fizigi Arago o'zining "Momoqaldiroq va yashin" degan kitobida yashin urgan kemadagi kompaslarning ishdan chiqqanligini va yashin tushgan uydagi po'latdan yasalgan pichoq, sanchiq, qoshiq kabi buyumlarning magnitlanib qolgani haqida yozgan.

Oldingi bobda elektr maydoni elektr zaryadlari tomonidan hosil qilinishi bilan, ya'ni elektr maydonini manbasi elektr zaryadlari ekanligi bilan tanishgan edik. Bu bob magnit hodisalariga bag'ishlanar ekan, oldingi bobdagi kabi magnit maydoni ham magnit zaryadlari tomonidan hosil qilinadi degan aniq javobni berishimiz aniq. Lekin, kuzatish va tajribalar hamda zamonaviy hisob-kitoblar tabiatda elektr zaryadlariga o'xshash "magnit zaryadlari" yo'qligini ko'rsatdi. "Unda magnit maydonini manbasi nima?" degan savol bizni qiziqtirib qo'yadi.

Ushbu bobda biz magnit maydonini hosil qiluvchi manbalar, magnit hodisalari, moddalarning magnit xususiyatlari, elektromagnit induksiya hodisasi, elektromagnit induksiya qonuni hamda o'zgaruvchan tok qanday olinishi bilan tanishamiz.

3.3.1. Mavzu: Magnit maydonning mavjudligin isbotlovchi tajribalar.

Ersted tajribasi:

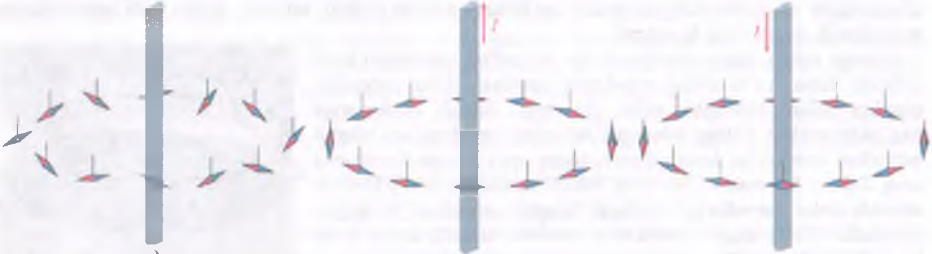
Elektr tokining magnit ta'siri 1820 yilda Daniyalik fizik Ersted tomonidan tajriba yo'li bilan aniqlandi va o'rganildi. Erstedning bu yangiligi fizika fanining rivojiga eng katta turtkilardan biri bo'ldi. Bu esa o'z navbatida keyinchalik Bio, Savar, Laplas, Amper, Faradey, Maksvell kabi olimlarning elektromagnetizm ustida ish olib borib uni rivojlanishiga sababchi bo'ldi. Erstedning qanday tajriba o'tkazgani bilan tanishaylik.

3.3.1.1-rasm

Ersted magnit strelkani tokli o'tkazgich yaqiniga olib keldi va ularning o'zaro ta'sirini o'rgandi. Dastlab o'tkazgichdan tok o'tmayotganda, magnit strelka befarq bo'ladi, ya'ni strelkani qaysi holatga keltirilsa o'sha vaziyatda turadi (3.3.1.1-a,rasm). O'tkazgich orqali tok o'tkazilganda esa magnit strelka qat'iy bir holatni egallaydi. Magnit strelkani vaziyatini o'zgartirmoqchi bo'lganda yana avvalgi holatiga qaytaveradi (3.3.1.1-b, rasm). Endi o'tkazgichdan o'tayotgan tok yo'nalishini qarama-qarshi tomonga o'zgartirilsa, magnit strelka 180^0 burchakka burilib qutblari o'rni almashinib qoladi. Natijada yangi qat'iy vaziyat qaror topadi (3.3.1.1-c,rasm).

Tokli o'tkazgich vertikal holatda joylashtirilib, bu simdan teng masofalarda parallel iplarga magnit strelkalar osib qo'yilgan bo'lsin. Dastlab o'tkazgichdan tok o'tmayotganda, magnit strelkalar befarq bo'lib ularni joylashuvida biror tartib bo'lmaydi (3.3.1.2-a,rasm). O'tkazgich orqali tok o'tkazilganda esa magnit strelkalar qat'iy bir holatni egallab aylana hosil qiladi. Magnit strelkalarni vaziyatini o'zgartirmoqchi bo'lganda yana avvalgi holatiga qaytaveradi (3.3.1.2-b, rasm). Endi o'tkazgichdan o'tayotgan tok yo'nalishini qarama-qarshi tomonga o'zgartirilsa, magnit strelkalar ham 180^0 burchakka burilib qutblari o'rni almashinib qoladi. Natijada yangi qat'iy vaziyat qaror topadi va yana aylana hosil qiladi (3.3.1.2-c,rasm).

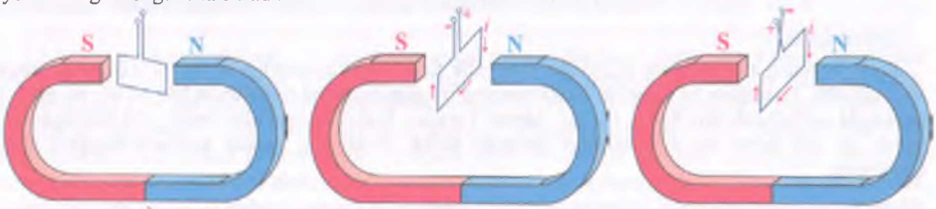
Ersted tajribasidan ko'rdikki, magnit strelkalar tokli o'tazgichda tok bo'lgandagina u bilan ta'sirlashdi. Boshqacha aytganda magnit strelkalar tokning hosil qilgan magnit maydoni bilan ta'sirlashdi. Endi Ersted tajribalaridagi tokli magnit srtelkalar o'rniga boshqa srtelkalar – temir yoki alyuminiy yoki rezina srtelkalar joylashtirilsa, o'tkazgichdagi tokning qiymati qanchalik katta bo'lmasin ular o'zaro ta'sirlashmaydilar. Bundan magnit strelkaning ham o'z atrofida xususiy magnit maydoni bor degan xulsa kelib chiqadi. Demak, magnit strelka o'zi hosil qilgan magnit maydoni bilan tokli o'tkazgich hosil qilgan maydonga ta'sir ko'rsatar ekan, ya'ni magnit maydoni boshqa bir magnit maydonini uchratganda ular o'zaro ta'sirlashar ekan.



a) b) c)

3.3.1.2-rasm

Ersted tajribasi olimlarni elektr toki o'tib turgan o'tkazgich atrofida magnit maydon hosil bo'ladi degan xulosaga olib keldi. Xuddi shu maydon magnit strelkasiga ta'sir etib uni joylashuv vaziyatini o'zgartiradi. Boshqacha aytganda tokli o'tkazgich erkin aylanuvchi magnit strelkalarni o'z maydoni yo'nalishiga tushguncha buradi.



a) b) c)

3.3.1.3-rasm

Biz 3.3.1.1- va 3.3.1.2- rasmlarda tokli o'tkazgich qo'zg'almas bo'lib, magnit strelkalar erkin turgan holni ko'rdik. Agar kattaroq qo'zg'almas magnittosh olib uning qutblari orasiga erkin aylanuvchi tokli sim ramka joylashtirsak nima bo'ladi?

Dastlab sim ramkadan tok o'tmayotganda, sim ramka befarq bo'ladi, qaysi holatga keltirsak shu hvaziyatda tinch turadi (3.3.1.3-a,rasm). O'tkazgich orqali tok o'tkazilganda esa sim ramka qutblar orasida magnit chiziqlariga tik bo'lgan qat'iy bir holatni egalladi. Sim ramkanini vaziyatini o'zgartirmoqchi bo'lganda yana avvalgi holatiga qaytaveradi (3.3.1.3-b, rasm). Endi o'tkazgichdan o'tayotgan tok yo'nalishini qarama-qarshi tomonga o'zgartirilsa, sim ramka ham 180^0 burchakka burilib qoladi. Natijada yangi qat'iy vaziyat qaror topadi (3.3.1.3-c,rasm).

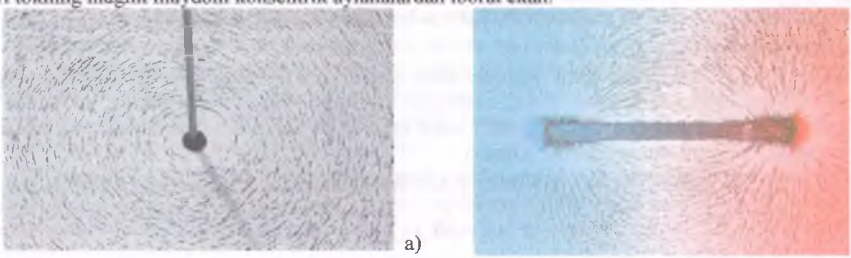
Demak, yuqoridagi bara tajribalardan shunday xulosa kelib chiqadi: tokli o'tkazgich va magnit strelka yoki magnittosh biri-birining maydoniga tushishga intilar ekan. Magnit strelka erkin bo'lgandau burilib tokli o'tkazgichning maydoni ko'rsatadi. Sim ramka erkin bo'lganda esa, u burilib magnittoshning maydonini ko'rsatadi.

Faqatgina o`tkazgichdan tok o'tgandagina uning atrofida magnit maydon paydo bo'lishi magnit maydonning manbasi – bu elektr toki (harakatlanayotgan elektr zaryadi) ekan degan xulosaga olib keladi. Shunday qilib, Ersted kashfiyoti fizika fanining rivojlanishida katta turtkilardan biri bo'lib, bu kashfiyot keyinchalik elektromagnetizm sohasida muhim kashfiyotlarni ochilishiga poydevor bo'ldi.

Toklarnlng va magnit sterjenning magnit chiziqlari:

Tokli o'tkazgich magnit maydon hosil qilar ekan, uni qanday ko'rinishda ekanligini tajribada tekshirib ko'rish mumkinmi? – Albatta mumkin.

Karton qog'oz olib uni gorizontal holatda tutamiz. Bu karton qog'ozni vertikal holatda teshib o'tuvchi to'g'ri tokli o'tkazgichni joylashtiramiz. Karton qog'oz ustiga mayda temir qirindi (qipiqlari)ni to'kamiz. Temir qipiqlari o'tkazgichdan tok o'tmaganda hech qanday biror shakl yasamaydi. O'tkazgichdan tok o‘tkazilganda esa 3.3.1.4-a,rasmda ko‘rsatilgani kabi konsentrik aylanalar shaklini yasaydi. Demak, to‘g‘ri tokning magnit maydoni konsentrik aylanalardan iborat ekan.

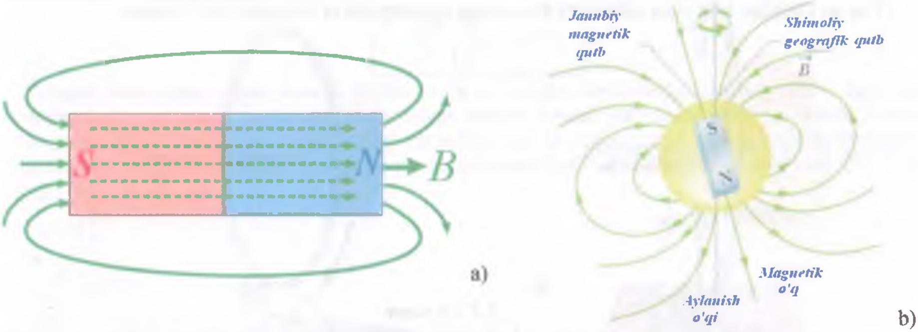


3.3.1.4-rasm

Ersted tajribasidan magnit srtelka va tokli o‘tkazgichlar o‘zlari hosil qilgan magnit maydonlari orqali ta’sirlashadi degan xulosaga kelgan edik. Magnit strelka ham o‘z atrofida magnit maydoni hosil qilar ekan, uni qanday ko‘rinishda ekanligini tajribada tekshirib ko‘rish mumkinmi? – Albatta mumkin.

Shisha olib uni gorizontal holatda tutamiz va uning ustiga temir qipiqlarini to‘kamiz. Endi magnit strelkani shishaning tagidan olib kelib gorizontal holatda tutamiz. Shunda temir qipiqlari o‘z joylashuv vaziyatlarini o‘zgartirib 3.3.1.4-b,rasmda ko‘rsatilgani kabi magnit strelkaning magnit maydonini hosil qiladi. Demak, magnit srtelkaning magnit maydoni uning bir qutbidan chiqib boshqa qutbiga tomon yo‘nalar ekan.

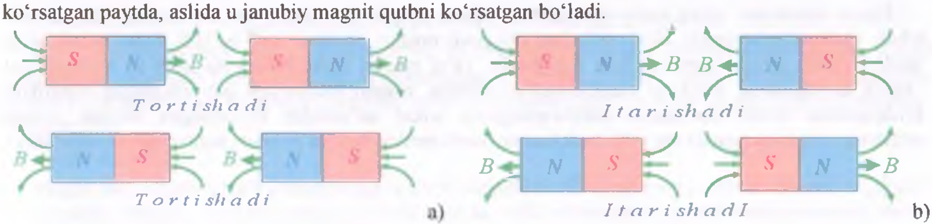
Erkin aylanuvchi magnit strelka Yerning magnit maydoni ta’sirida taxminan meridian chizig‘i bo‘ylab joylashadi. Strelkaning bir uchi shimol tomonni ikkinchi uchi esa janub tomonni ko‘rsatadigan vaziyatni egallaydi. Strelkaning shimolni ko‘rsatadigan uchini shimoliy qutb deyiladi va $N(N - North - shimol)$ harfi bilan belgilanadi. Strelkaning janubni ko‘rsatadigan uchini janubiy qutb deyiladi va $S(S - South - janub)$ harfi bilan belgilanadi.



3.3.1.5-rasm

Magnit kuch chiziqlari magnittosh ichida shimoliy qutbdan janubiy qutbga, magnittosh tashqarisida esa shimoliy qutbdan janubiy qutbga yo‘naladi, ya’ni magnit kuch chiziqlari har doim berk, uyurmaviy bo‘ladi. Boshqacha aytganda magnit kuch chiziqlarining boshi va oxiri bo‘lmaydi.

3.3.1.5-rasmda magnittosh va Yerning magnit maydonlari tasvirlangan. Magnit strelka shimolni ko‘rsatgan paytda, aslida u janubiy magnit qutbni ko‘rsatgan bo‘ladi.



3.3.1.6-rasm

Magnit sterjenlarni bir xil qublari bilan yaqinlashtirganda ularning magnit chiziqlari qarama-qarshi yo'nalgani bois ular itarishadi (3.3.1.6-a,rasm). Magnit sterjenlarni har xil qublari bilan yaqinlashtirganda ularning magnit chiziqlari yo'nalishdosh bo'lgani uchun ular tortishadi (3.3.1.6-b,rasm).

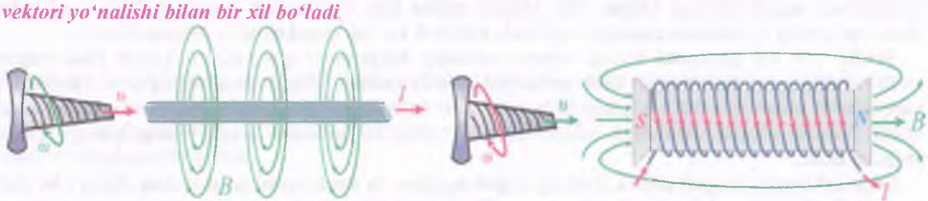
O'ng parma va o'ng qo'l qoidasi:

Ersted tajribasi va mayda temir qipiqlari bilan o'tkazilgan tajribalar tokli o'tkazgichning magnit maydoni konsenrik aylanalardan iborat ekanligini ko'rsatadi. Lekin bu aylanalar yo'nalishi qaysi yo'nalishda ekanligi noma'lumligicha qoldi. Magnit maydon yo'nalishini xalqaro kelishuvga asosan o'ng parma qoidasiga ko'ra aniqlash qa'bul qilingan.

O'ng parma qoidasi to'g'ri va aylanma toklar uchun quyidagicha ta'riflanadi(3.3.1.7-rasm):

Agar o'ng parmaning ilgarilanma harakati yo'nalishi o'tkazgichdagi to'g'ri tok yo'nalishi bilan bir xil bo'lsa, u holda parma dastasining aylanish yo'nalishi magnit induksiya vektorining yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.

Agar tokli o'tkazgich aylanma tok bo'lsa va tokning aylanish yo'nalishi bilan o'ng parmaning aylanish yo'nalishi bir xil bo'lsa, u holda parmaning ilgarilanma harakat yo'nalishi magnit induksiya vektori yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi

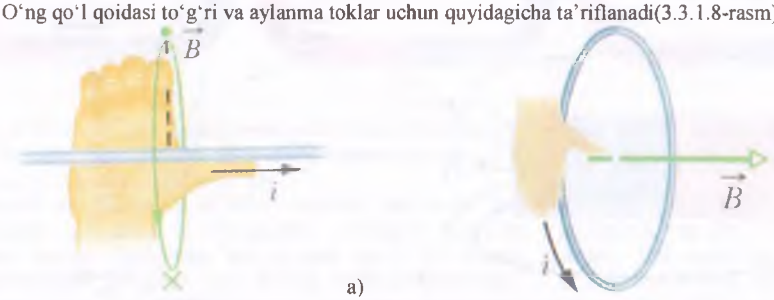


a) b)

3.3.1.7-rasm

Lekin, ko'pchilik g'arb davlatlarida tokning magnit maydoni yo'nalishi o'ng parma qoidasi bilan emas, balki o'ng qo'l qoidasi bilan tushuntiriladi.

O'ng qo'l qoidasi to'g'ri va aylanma toklar uchun quyidagicha ta'riflanadi(3.3.1.8-rasm):



a) b)

3.3.1.8-rasm

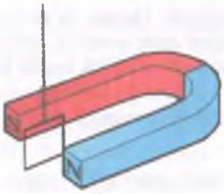
Agar o'ng qo'limizning 90^0ga kerilgan bosh barmog'i to'g'ri tok yo'nalishini ko'rsatsa, u holda parma dastasining aylanish yo'nalishi magnit induksiya vektorining yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.

Agar o'ng qo'limizning to'rt barmog'i aylanish yo'nalishi aylanma tok yo'nalishini ko'rsatsa, u holda 90^0ga kerilgan bosh barmog'imiz magnit induksiya vektori yo'nalishini ko'rsatadi.

Magnit maydon induksiyasi:

Elektr maydonini qo'zg'almas zaryad hosil qilsa, magnit maydonini esa harakatdagi zaryad hosil qiladi. Boshqacha aytganda, elektr maydoni siljiganda magnit maydoni hosil bo'ladi. Elektr maydonidan farqli ravishda magnit maydoni berk maydondir, ya'ni magnit maydonining na oxiri va na boshi bor. Magnit maydonining miqdoriy xarakteristikasi sifatida, magnit induksiyasi deb ataladigan kattalikdan foydalaniladi. Elektr maydonini tekshirayotganda sinov zaryadidan foydalangan bo'lsak, magnit maydonni o'rganayotganda esa tokli berk kontur (simli ramka) dan, ya'ni sinov konturidan foydalanamiz.

Yuzi S bo'lgan va I tok o'tayotgan tokli ramkani doimiy magnit qutblari orasiga joylashtiraylik (3.3.1.9-rasm). Doimiy magnit va tokli ramkaning magnit maydonlari ta'sirlashib, ramkani vertikal o'q atrofida buruvchi moment hosil qiladi. Tajribalarning ko'rsatishicha bu burovchi moment ramkadan o'tayotgan tok kuchiga, ramka yuziga va ramkaning kattaligiga bog'liq ekan. Magnit maydon yo'nalishi ramka tekisligiga perpendikulyar bo'lganda burovchi moment nolga teng, parallel bo'lganda esa burovchi moment maksimal bo'lar ekan.



3.3.1.9-rasm

Tokli ramkaga ta'sir qiluvchi burovchi momentning maksimal qiymati ramka yuzi va ramkadan o'tayotgan tok kuchiga proporsional ekan.

$$M_{max} \sim I \cdot S$$

Turli yuza va tok kuchiga ega bo'lgan ramkalar uchun ramkaga ta'sir qiluvchi burovchi momentning qiymati ham turlicha bo'lib, lekin M_{max} ning $I \cdot S$ ko'paytmaga nisbati tokli ramka kiritilgan nuqta uchun o'zgarmas kattalik ekan. Bu nisbat tashqi magnit maydonni kuch jihatdan xarakterlab, tokli ramka kiritilgan nuqtadagi magnit maydonining induksiyasi deyiladi.

$$\boxed{B = \frac{M_{max}}{I \cdot S}}$$

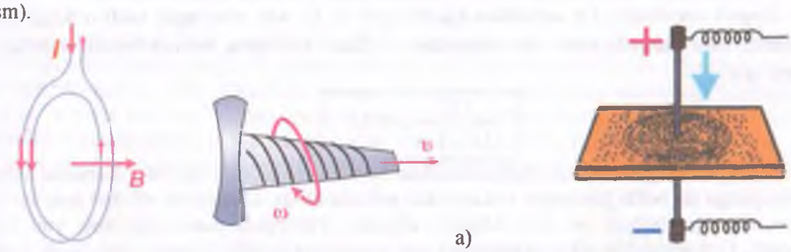
Maydonning biror nuqtadagi magnit induksiyasi shu nuqtada induksiya chiziqlariga parallel joylashtirilgan birlik yuzaga ega bo'lgan berk konturdan birlik tok kuchi o'tganda hosil bo'ladigan burovchi momentga miqdor jihatidan teng bo'ladi.

Magnit induksiyasining o'lchov birligi Tl (Tesla) bo'lib unga quyidagicha ta'rif beriladi:

Bir jinsli magnit maydoniga $1m^2$ yuzaga ega bo'lgan va $1A$ tok o'tayotgan sim ramka kiritilganda, bu ramkaga maydon tomonidan $1N \cdot m$ maksmal burovchi moment ta'sir qilsa, bu maydonning induksiyasi $1Tl$ ga teng bo'ladi.

$$\boxed{\frac{1N \cdot m}{1A \cdot 1m^2} = 1\ Tl}$$

Magnit induksiyasi vektor kattalik bo'lib, uning yo'nalishi maydonning tekshirilayotgan nuqtasiga kiritilgan tokli ramkaning muvozonat vaziyatidagi musbat normali yo'nalishi bilan aniqlanadi. Eslatib o'tamiz, musbat normal degani ramka yuziga perpendikulyar joylashgan o'ng parma dastasini ramkadagi aylanma tok yo'nalishida burash natijasida parma erishgan ilgarilanma harakat yo'nalishidir (3.3.1.10-rasm).



a) b)

3.3.1.10-rasm

3.3.2. Mavzu: Amper kuchi va uning yo'nalishi.

Biz oldingi mavzuda magnit strelkalar va tokli o'tkazgichlar o'z atrofida hosil qilgan magnit maydonlari vositasida bir-birlari bilan ta'sirlashishini o'rgandik. Magnit strelka va tokli o'tkazgichlar o'zaro ta'sirlashar ekan, bu ta'sirni miqdoriy xarakterlaydigan qonun va ta'sir yo'nalishini ko'rsatadigan qoida bormi?

Amper kuchi:

Magnit maydonining tokli o'tkazgichga ta'sirini birinchi bo'lib Amper o'rgandi. Gorizontal erkin tokli o'tkazgichni magnit qutblari orasiga joylashtirganda, tokli o'tkazgich qutblar orasiga tomon tortildi (3.3.2.1-rasm). O'tkazgichdagi tok kuchining miqdorini oshirganda qutblar orasiga tortilish yanada kuchaydi. Demak, ta'sir kuchi tok kuchiga proporsional ekan. Tokli o'tkazgichning magnit maydonda turgan qism uzunligi oshirilganda ham ta'sir kuchi proporsional holda oshdi. Undan tashqari magnit maydoni qanchalik kuchli bo'lsa ham ta'sir kuchi shuncha ortar ekan.

Yuqoridagi fikrlarni xulosa qilib, magnit maydonining tokli o'tkazgichga ta'sir kuchini quyidagicha yozishimiz mumkin ekan:

$$\boxed{F_A = B\,I\,\ell \sin\alpha = B_{\perp} I\,\ell \quad [N]}$$

Bu yerda: $B_{\perp} = B\sin\alpha$ – magnit maydonining tlkli o'tkazgichga perpendikulyar tashkil etuvchisi, α – magnit induksiya yo'nalishi va tok oqish yo'nalishi orasidagi burchak.

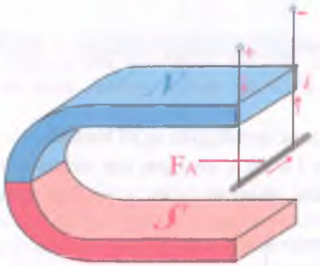
Magnit maydoni tomonidan tokli o'tkazgichga ta'sir qiluvchi kuchga Amper kuchi deyiladi.

Yuqoridagi formuladan agar $\alpha = 90^0$, ya'ni magnit induksiyasi tokli o'tkazgichga tik bo'lsa, u holda magnit maydoni o'tkazgichga eng katta, maksimal kuch bilan ta'sir qilayotgan bo'ladi.

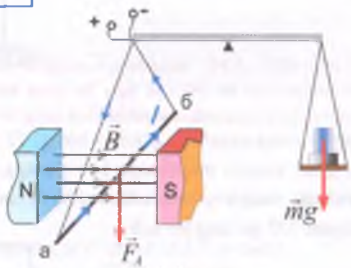
$$\boxed{F_{A\,MAX} = B\,I\,\ell}$$

Ushbu formuladan magnit induksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{B = \frac{F_{A\,MAX}}{I\,\ell}}$$



3.3.2.1-rasm



3.3.2.2-rasm

Yuqoridagi formuladan magnit induksiyasiga boshqacha ta'rif berish ham mumkin bo'ladi.

Maydonning biror nuqtadagi magnit induksiyasi shu nuqtada induksiya chiziqlariga perpendikulyar joylashtirilgan o'tkazgich orqali birlik tok kuchi o'tayotganda uning birlik uzunligiga ta'sir qiluvchi kuchga miqdor jihatidan teng bo'ladi.

Magnit induksiyasining o'lchov birligi Tl (Tesla) bo'lib unga quyidagicha ta'rif beriladi:

Bir jinsli magnit maydoniga $1m$ uzunlikka ega bo'lgan va $1A$ tok o'tayotgan tokli o'tkazgich tik holda kiritilganda, bu o'tkazgichga maydon tomonidan $1N$ kuch ta'sir qilsa, bu maydonning induksiyasi $1Tl$ ga teng bo'ladi.

$$\boxed{\frac{1N}{1A \cdot 1m} = 1\ Tl}$$

Amper kuchining kattaligini miqdoriy baholash uchun 3.3.2.2-rasmdagidek tajriba o'tkazamiz. Magnit induksiya chiziqlariga tik holda gorizontal o'tkazgichni joylashtiramiz. O'tkazgich elkalari teng bo'lgan tarozining bir elkasiga osilgan va uni ikkinchi elkasida o'tkazgich massasiga teng yuk bilan muvozonatlanadi. O'tkazgichdan tok o'tkazilganda esa muvozonat buzilib birinchi elka bosib ketadi. Muvozonatni tiklash uchun esa ikkinchi pallaga qo'shimcha mg yuk qo'yiladi. Elkalar teng bo'lgani uchun Amper kuchi qo'shimcha qo'yilgan yuk og'irligiga teng, ya'ni $F_A = mg$ bo'ladi.

Magnit maydoniga kiritilgan tokli o'tkazgichni maydon bo'ylab ko'chirilsa, u holda mexanik ish bajariladi. Agar tokli o'tkazgichni Amper kuchi bilan ixtiyoriy φ burchak hosil qilib biror d masofaga ko'chirilsa, bajarilgan ish quyidagicha bo'ladi:

$$\boxed{A = \vec{F}_A \cdot \vec{d} = F_A d\cos\varphi = (B\,I\,\ell\sin\alpha)\cdot(d\cos\varphi)\ \ [J]}$$

Agar magnit maydon tok yo'nalishida $(\alpha = 0)$ bo'lsa yoki o'tkazgichni tok yo'nalishida $(\varphi = \pi/2)$ ko'chirilsa, bajarilgan ish nolga teng bo'ladi.

Agar magnit maydon o‘tkazgichga tik $(\alpha = \pi/2)$ bo‘lib, o‘tkazgich ham Amper kuchi yo‘nalishida $(\varphi = 0)$ ko‘chirilsa, bajarilgan ish maksimal bo‘ladi va u quyidagicha ifodalanadi:

$$\boxed{A_{\max} = BI\ell d}$$

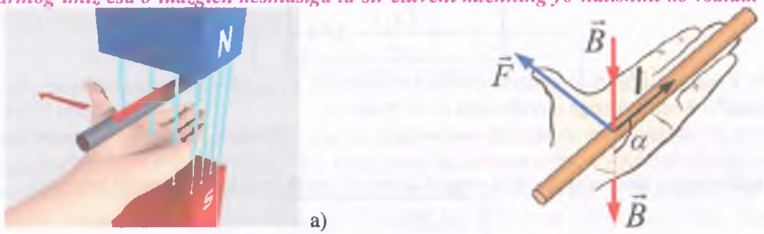
Oldingi boblarda elektr maydoni va Kulon kuchi parallel bo‘lishini ko‘rgan edik. Lekin, Amper kuchining yo‘nalishi magnit maydoni yo‘nalishi bilan mos tushmaydi. Yuqorida topilgan tokli o‘tkazgichga magnit maydoni ta’sir qiladigan kuch formulasi faqatgina Amper kuchining miqdorini aniqlashga yordam beradi.

Chap qo‘l qoidasi:

Amper kuchi vektor kttalik ekan, u yo‘nalishga ega. Amper kuchining yo‘nalishi chap qo‘l qoidasiga asosan aniqlanadi (3.3.2.3-a,b,rasm).

Chap qo‘l qoidasi quyidagicha ta’riflanadi:

Agar chap qo‘limizni induksiya vektorining o‘tkazgichga perpendikulyar bo‘lgan tashkil etuvchisi kaftimizga kiradigan qilib tutib, yoyilagn to‘rt barmoq tok yo‘nalishi bo‘yicha ochilsa, 90^{0}ga kerilgan bosh barmog‘imiz esa o‘tkazgich kesmasiga ta’sir etuvchi kuchning yo‘nalishini ko‘rsatadi

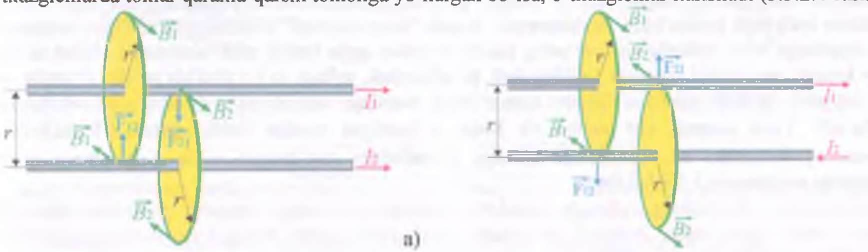


3.3.2.3-rasm

Parallel toklarning ta’siri:

3.3.2.4-rasm

Tokli o‘tkazgich faqat magnittosh qutblariga kiritilganda Amper kuchi ta’sir qilmas ekan. Tokli o‘tkazgich har qanday magnit maydoniga kiritilsa bas, bu o‘tkazgichga ta’sir qiluvchi Amper kuchi paydo bo‘ladi. Jumladan, tokli o‘tkazgich boshqa bir tokli o‘tkazgichning maydoniga kiritilganda ham ular o‘zaro ta’sirga kirishadi. O‘zaro parallel toklarning qanday ta’sirlashishi tajribalardan ma’lum. Agar parallel o‘tkazgichlarda toklar bir tomonga yo‘nalgan bo‘lsa, o‘tkazgichlar tortishadi. Agar parallel o‘tkazgichlarda toklar qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan bo‘lsa, o‘tkazgichlar itarishadi (3.3.2.4-rasm).



3.3.2.5-rasm

Tortishish va itarishish sabablarini esa chap qo‘l qoidasi yordamida osongina tushuntirish mumkin. Ma’lumki, to‘g‘ri tokli o‘tkazgich o‘z atrofida konsentrik aylanalar ko‘rinishida magnit maydon hosil qiladi. Agar o‘tkazgichlar orasidagi masofa r ga teng bo‘lsa, o‘tkazgichlardan birining hosil qilgan maydon r radiusli aylana bo'yicha ikkinchisiga perpendikulyar bo'ladi, ikkinchisiniki ham shu r radiusli aylana bo'yicha birinchisiga perpendikulyar bo'ladi. Chap qo'limizdan foydalanib Amper kuchining yo'nalishini osongina aniqlashimiz mumkin (3.3.2.5-rasm).

Parallel toklarning o'zaro ta'sir kuchini miqdoriy o'lchash tajriba yo'li bilan topilgan. Tajriba natijalariga ko'ra parallel toklarning o'zaro ta'sir kuchi har bir o'tkazgichdagi tok kuchiga proporsional, ya'ni $F_A \sim I_1, F_A \sim I_2$ bo'ladi. Bundan toklarning o'zaro ta'sir kuchi tok kuchlari ko'paytmasiga to'g'ri proporsional, ya'ni $F_A \sim I_1 \cdot I_2$ degan xulosa kelib chiqadi. Undan tashqari tajribalardan ta'sir kuchi o'tkazgichlarning bir-biri bilan ta'sirlashayotgan qism uzunligiga to'g'ri proporsional, ya'ni $F_A \sim \ell$ ekanligi aniqlandi. O'tkazgichlar bir-biridan qancha uzoq joylashtirilsa, ular shuncha kam kuch bilan ta'sirlashadi, ya'ni $F_A \sim 1/r$ ekan.

Shunday qilib, parallel toklarning o'zaro ta'sir kuchi uchun

$$F_A \sim \frac{I_1 I_2 \ell}{r}$$

ekani aniqlandi. Proporsionallikdan tenglikka har doimgidek koeffitsient kiritish orqali o'tiladi.

$$\boxed{F = k\frac{I_1 I_2 \ell}{r} \quad [N]}$$

Bu yerda: $k = 2 \cdot 10^{-7} [N/A^2]$ – proporsionallik koeffitsienti.

Proporsionallik koeffitsientiga quyidagicha ta'rif beramiz:

Vakuumda bir-biridan 1m masofada joylashgan va har biridan 1A.dan tok o'tayotgan ikkita parallel o'tkazgichning har 1m qism uzunligi bir-biri bilan $2 \cdot 10^{-7}$ N kuch bilan ta'sirlashadi.

Parallel toklarning o'zaro ta'sir kuchini magnit doimiysi orqali quyidagicha yozish mumkin:

$$\boxed{F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi r} \quad [N]}$$

Bu yerda: $\mu_0 = 2\pi k = 4\pi \cdot 10^{-7} [N/A^2]$ – magnit doimiysi.

Agar parallel toklar biror muhitda turgan bo'lsa, yuqoridagi formula quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\boxed{F_M = \frac{\mu \mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi r} \quad [N]}$$

Bu yerda: $\mu_0 = \frac{F_M}{F}$ – muhitning magnit singdiruvchanligi bo'lib, muhit magnit xossalari tufayli ta'sir kuchi vakuumga nisbatan necha marta ortishini bildiradi. Turli muhitning magnit xosalari va ularning magnit singdiruvchanligi haqida keyingi mavzularda batafsil to'xtalamiz.

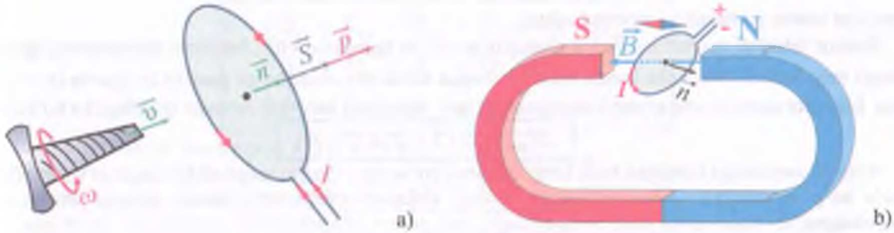
3.3.3. Mavzu: Magnit maydoniga kiritilgan tokli kontur. Tokli konturning magnit momenti, burovchi momenti va potensial energiyasi.

Magnit maydoniga kirtilgan tokli kontur:

Elektr maydonini tekshirganda nuqtaviy "sinov zaryadi" dan foydalangan edik. Xuddi shunday magnit maydonini tekshirganda "magnit strelka" (strelka shaklidagi kichkina doimiy magnit) yoki "sinov kontur" (kichkina tokli berk kontur)idan foydalanamiz. Bunda "sinov konturi" maydonning berilgan nuqtasidagi xususiyatlariga ta'sir etmasligi uchun uning yuzasi mumkin qadar kichik qilib tanalanadi. Undan tashqari sinov konturining yuzasi ixtiyoriy (uchburchak, to'otburchak, aylana va h.) shaklda bo'lib, o'ramlar soni ham ixtiyoriy bo'lishi mumkin. "Sinov konturi"ning fazodagi vaziyati yuza normali yo'nalishi bilan aniqlanadi. Yuza normali sirt yuziga tik holda o'tkazilgan musbat birlik normal $\vec{n}$ $(n = 1)$ dir. $\vec{n}$ normalning yo'nalishi esa konturdagi tokning yo'nalishiga bog'langan holda o'ng parma qoidasi yordamida aniqlanadi (3.3.3.1-a,rasm).

O'ng parma dastasining aylanma harakat yo'nalishi konturdagi tokning yo'nalishi bilan mos tushsa, uning ilgarilanma harakat yo'nalishi esa kontur yuziga o'tkazilgan musbat normalning yo'nalishini ko'rsatadi.

Oldingi mavzularda aylanma tokning magnit maydoniga ham xuddi shunday ta'rif bergan edik. Demak, kontur normalining yo'nalishi kontur markazidagi magnit maydon yo'nalishi bilan mos tushar ekan.



3.3.3.1-rasm

Kontur yuzasini yuza normaliga ko'paytmasi yuza vektorini beradi (3.3.1.1-a,rasm).

$$\boxed{\vec{S} = S \cdot \vec{n}}$$

Magnit moment:

"Sinov konturi" konturning magnit momenti deb ataluvchi vektor kattalik bilan xarakterlanadi.

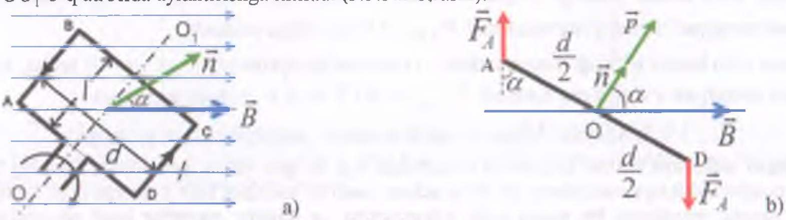
Konturning magnit momenti deb konturdan o'tayotgan tok kuchining yuza vektoriga ko'paytmasiga teng bo'lgan vektor kattalikka aytiladi.

$$\boxed{\vec{P} = I \cdot \vec{S} = I \cdot S \cdot \vec{n}\,, \qquad P = I \cdot S}$$

Demak, yuza normali, yuza vektori va magnit momenti vektorlari yo'nalishdosh ekan (3.3.3.1-a,rasm).

Burovchi moment:

Magnit maydon chiziqlariga tik OO_1 o'q atrofida aylanuvchi to'g'ri to'rtburchak shaklidagi $ABCD$ tokli konturni olaylik (3.3.3.2-a,rasm). Bu konturning bo'yi $AB = CD = \ell$ ga, eni esa $BC = DA = d$ ga teng. Bu konturning to'rttala tomoni ham magnit maydoniga kiritilgan tokli o'tkazgichlar bo'lgani uchun ularning har biriga magnit maydoni tomonidan Amper kuchlari ta'sir qiladi. Jumladan, konturning AB va CD tomonlariga teng miqdorda $F_{AB} = F_{CD} = BI\ell$ ga teng, BC va DA tomonlariga esa $F_{BC} = F_{DA} = BId$ ga teng amper kuchlari ta'sir qiladi. BC va DA tomonlariga ta'sir qiluvchi Amper kuchlari har doim bir tekislikda yotadi, miqdoran teng bo'lib qarama-qarshi tomonga yo'naladi, bu kuchlar orasidagi elka har doim nolga teng bo'ladi. Shuning uchun bu kuchlar juft kuchlarni (burovchi momentni) hosil qilmaydi va bu kuchlar ta'sirida aylanma harakat yuzaga kelmaydi. Konturning AB va CD tomonlariga ta'sir qiluvchi Amper kuchlari esa juft kuchlarini (burovchi momentni) hosil qiladi. Chunki, bu kuchlar orasidagi masofa $x = d\sin\alpha$ ga teng parallel chiziqlarda yotib, yo'nalishlari esa qarama-qarshi bo'ladi. Shuning uchun bu juft kuchlar ta'sirida burovchi moment paydo bo'lib, sim ramkani OO_1 o'q atrofida aylantirishga intiladi (3.3.3.2-b,rasm).



3.3.3.2-rasm

Magnit maydoniga kiritilgan berk konturda hosil bo'ladigan burovchi moment quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\boxed{M = BIS\sin\alpha = Bp\sin\alpha \quad [N \cdot m]}$$

<u>**Isboti:**</u> Mexanikaning statika bo'limidan ma'lumki, juft kuch va bu kuchlar orasidagi elka ko'paytmasi burovchi momentni beradi. Unga ko'ra $M = F_A \cdot x = BI\ell d\sin\alpha = BIS\sin\alpha = Bp\sin\alpha$ bo'ladi.

Yuqoridagi formulani vektor ko'rinishda yozadigan bo'lsak, quyidagiga ega bo'lamiz.

$$\boxed{\vec{M} = \vec{B} \times \vec{p} = I\left(\vec{B} \times \vec{S}\right) = IS\left(\vec{B} \times \vec{n}\right)}$$

Demak, burovchi moment vektori magnit induksiya vektori bilan magnit momenti vektorining vektorli ko'paytmasiga teng bo'lar ekan. Yuqoridagi rasmda moment vektori OO_1 o'q bo'ylab O_1 nuqtadan O

nuqtaga tomon yo‘naladi va moment vektor.

Kontur tekisligi magnit induksiya chiziqlariga tik bo‘lganda $(\alpha = 0)$, burovchi momentning qiymati nolga teng bo‘ladi. Aksincha kontur tekisligi magnit induksiya chiziqlariga parallel bo‘lganda $(\alpha = \pi / 2)$ esa, burovchi momentning qiymati maksimal bo‘ladi. Maksimal burovchi moment quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{M_{\max} = B I S = B p \ [N \cdot m]}$$

Magnit maydoniga kiritilgan beok konturda hosil bo‘ladigan magnit maydonidan hayotda va texnikada juda ko‘p qo‘llaniladi. Xususan, barcha turdagi elektrodvigatellarning ishlash prinsipi ana shunga asoslangan.

Konturni burishda bajarilgan ish, konturning potensial energiyasi:

Mexanikaning dinamika bo‘limidan bizga ma’lumki, potensial energiya – bu ta’sir energiyasi. Ta’sirlashuvchi har qanday jismlar ish bajarish qobiliyatiga, shuningdek potensial energiyaga ega bo‘ladi.

Tokli konturni burishda magnit maydoni bajaradigan ish quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A_{mag} = W_{p.1} - W_{p.2} = B I S(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) = B p(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) \quad [J]}$$

Isboti: Qattiq jismlar mexanikasidan ma’lumki, burovchi moment va burilish burchagi bog‘langan grafik tagidagi yuza ishni beradi, ya’ni $A = \int_{\alpha 1}^{\alpha 2} M(\varphi) d\varphi$ bo‘ladi. Shunga ko‘ra magnit maydonining konturni burishda bajargan ishi $A_{mag} = \int_{\alpha 1}^{\alpha 2} M(\varphi) d\varphi = \int_{\alpha 1}^{\alpha 2} B I S \sin\varphi d\varphi = B I S(-\cos\varphi)\Big|_{\alpha 1}^{\alpha 2} = -B I S \cos\alpha_2 - (-B I S \cos\alpha_1) =$ $= W_{p1} - W_{p2} = B I S(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) = B p(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$ ga teng bo‘ladi. Bu yerda magnit maydonlagi tokli konturning potensial energiyasini $W_p = -B I S \cos\alpha$ deb belgiladik.

Tokli konturni magnit maydoniga qarshi burishda tashqi kuchning bajaradigan ish quyidagicha bo‘ladi:

$$\boxed{A_{tash} = W_{P2} - W_{P1} = B I S(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2) = B p(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)}$$

Isboti: Mexanikadan ichki va tashqi kuchlar jismni qarama-qarshi tomonga ko‘chirishga intilishini, hamda bu kuchlar bajargan ishlar ham o‘zaro (-) ishora bilan bog‘langanini bilamiz. Xuddi shuningdek tashqi kuchlar bajargan ish magnit maydoni bajargan ish bilan (-) ishora bilan bog‘langan, ya’ni $A_{tash} = -A_{mag}$ bo‘ladi.

Magnit maydoniga kiritilgan tokli berk konturning potensial energiyasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\boxed{W_P = -B I S \cos\alpha = -\vec{B} \cdot \vec{p}}$$

Demk, yuqoridagi formuladan quyidagilarni xulosa qilish mumkin:

1) agar tokli kontur tekisligi magnit induksiya chiziqlariga parallel $(\alpha = \pi / 2)$ bo‘lsa, konturning potensial energiyasi o‘zining eng maksimal $W_{p\,\max} = 0$ qiymatiga erishadi;

2) agar tokli kontur tekisligi magnit induksiya chiziqlariga pperpendikulyar $(\alpha = 0)$ bo‘lsa, konturning potensial energiyasi o‘zining eng minimal $W_{P\,\min} = -B I S = -B p$ qiymatiga erishadi.

3.3.4. Mavzu: Magnit maydon uchun superpozitsiya prinsipi.

Magnit induksiya vektori miqdor va yo‘nalishga ega bo‘lgan vektor kattalikdir. SHuning uchun bir nechta magnit induksiya vektorlarini qo‘shish uchun ularni yo‘nalishini ham e’tiborga olish kerak bo‘ladi.

Agar magnit maydonini bir necha tokli o‘tkazgichlar va doimiy magnitlar hosil qilayotgan bo‘lsa, fazoning biror nuqtasidagi natijaviy magnit induksiya vektorini topish uchun shu nuqtada har bir tokli o‘tkazgich va doimiy magnitlar hosil qilgan maydon induksiya vektorlari geometrik qo‘shiladi. ***Maydonlarni qo‘shishning bunday usuli maydonlar superpozitsiya prinsipi deyiladi.***

$$\boxed{\vec{B}_{nat} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \ldots + \vec{B}_n}$$

Barcha maydon kuchlanganliklari qo‘shilib, bitta natijaviy maydon kuchlanganlik vektori hosil qilinadi va buni teng ta’sir etuvchi vektor deyiladi. Qo‘shib chiqilgan maydonlarni esa tashkil etuvchilar yoki komponentalar deyiladi.

Maydonlar qo‘shilganda ularning o‘qlardagi proeksiyalari ham qo‘shiladi.

$$
\begin{cases}
B_x = B_{1x} + B_{2x} + B_{3x} + \ldots + B_{nx} \\
B_y = B_{1y} + B_{2y} + B_{3y} + \ldots + B_{ny} \\
B_z = B_{1z} + B_{2z} + B_{3z} + \ldots + B_{nz}
\end{cases}
$$

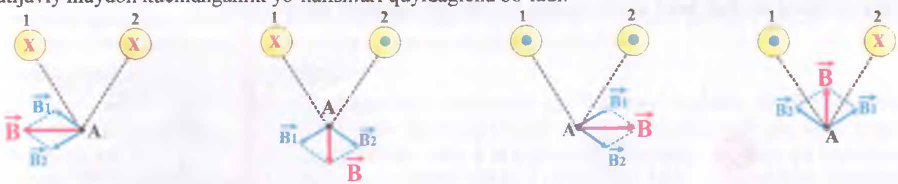
Teng ta'sir etuvchi proeksiyalar orqali quyidagicha bog'langan:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}$$

Teng ta'sir etuvchining yo'naltiruvchi kosinuslari (koordinata o'qlari bilan hosil qilgan burchak kosinuslari) quyidagicha:

$$\cos\alpha = \frac{B_x}{B} \qquad \cos\beta = \frac{B_y}{B} \qquad \cos\gamma = \frac{B_z}{B}$$

Agar biga keluvchi tokni (•) bilan, bizdan ketuvchi tokni esa (×) bilan belgilasak, miqdor jihatidan teng bo'lgan ikkita tokli o'tkazgichning o'tkazgichlardan bir xil uzoqlikdagi A nuqtada xosil qilgan natijaviy maydon kuchlanganlik yo'nalishlari quyidagicha bo'ladi:



3.3.4.1-rasm

Tokli o'tkazgich yoki bir nechta tokli o'tkazgichlar sistemasi hosil qilgan magnit maydon yo'nalishlarini aniqlash uchun kompyuter dasturidan foydalanish mumkin.

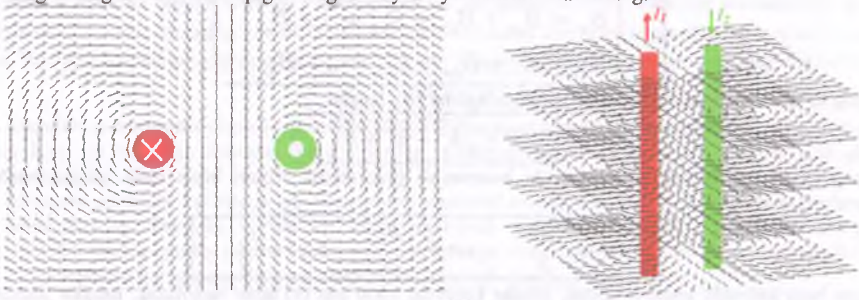
Quyidagi rasmda bitta o'tkazgichning o'z atrofida hosil qilgan magnit maydon yo'nalishlari tasvirlangan.

3.3.4.2-rasm

Quyidagi rasmda bir yo'nalishda miqdoran teng tok o'tayotgan ikkita o'tkazgichning atrofida hosil qilgan magnit maydon yo'nalishlari tasvirlangan.

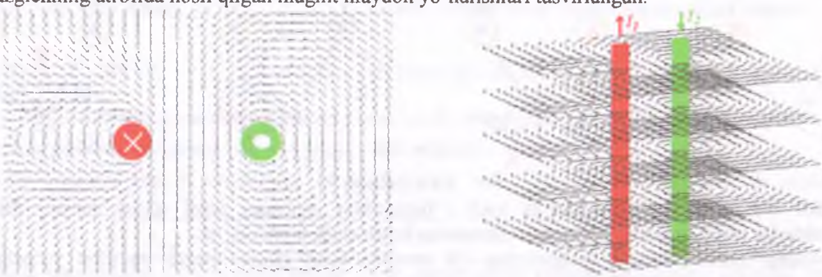
3.3.4.3-rasm

Navbatdagi rasmda esa qarama-qarshi yo'nalishda miqdoran teng tok o'tayotgan ikkita o'tkazgichning atrofida hosil qilgan magnit maydon yo'nalishlari tasvirlangan.



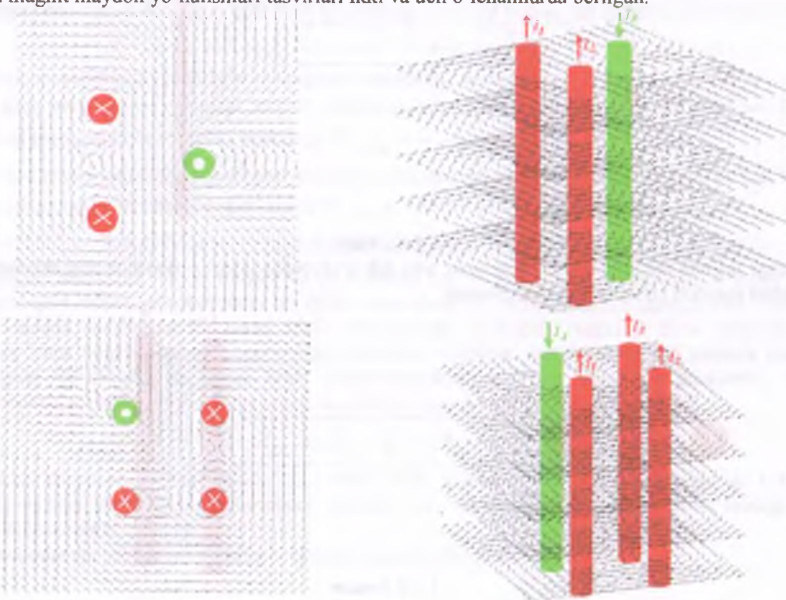
3.3.4.4-rasm

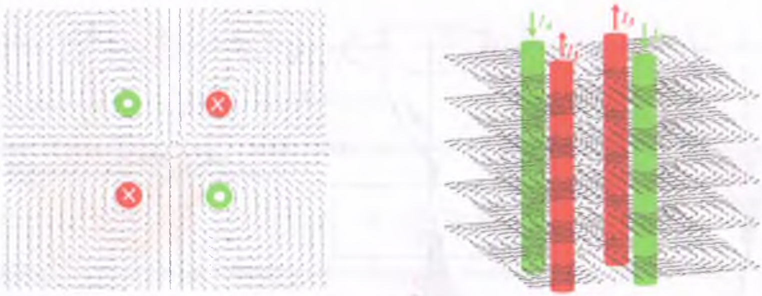
Quyidagi rasmda qarama-qarshi yo'nalishda miqdoran teng bo'lmagan tok o'tayotgan ikkita o'tkazgichning atrofida hosil qilgan magnit maydon yo'nalishlari tasvirlangan.



3.3.4.5-rasm

Quyidagi rasmlarda bir nechta parallel tokli o'tkazgichlarda tok kuchlari teng bo'lganda ular hosil qilgan magnit maydon yo'nalishlari tasvirlari ikki va uch o'lchamlarda berilgan.





3.3.4.6-rasm

3.3.5. Mavzu: Bio-Savar-Laplas qonuni va undan kelib chiqadigan natijalar.

Magnit maydonni tokli o'tkazgichlar hosil qilishini bilib oldik. Tokli o'tikazgichlar ichida esa zaryad tashuvchi erkin elektironlar harakatlanadi. Shuning uchun magnit maydonini harakatlanayotgan zaryadli zarra hosil qiladi yoki elektr maydoni siljiganda magnit maydoni hosil bo'ladi deyish mumkin. SHunday ekan, tokli o'tkazgichlarning magnit maydoni qanday hisoblab topiladi?

Bio-Savar-Laplas qonuniga ta'rif:

Tokli o'tkazgichlarning magnit maydonini hisoblash ustida Bio, Savar va Laplaslar ish olib borganlar. Bio va Savar turli shakldagi tokli o'tkazgichlar atrofidagi magnit maydonlarni tekshirish natijasida magnit induksiyasi tok kuchi I ga to'g'ri proporsional, tokli o'tkazgichgacha bo'lgan masofa r ga esa teskari proporsional degan xulosaga kelishganlar. Laplas ixtiyoriy shakldagi tokli o'tkazgichlar atrofidagi nuqtalar uchun magnit induksiyasini aniqoash imkonini beradigan formulani taklif qilgan.

Laplas maydonlar superpozitsiya prinsipidan foydalanib shunday xulosaga keldi: bir necha toklar hosil qilayotgan natijaviy maydon har bir tok hosil qilayotgan maydonlarning geometrik yig'indisiga teng bo'lar ekan, ixtiyoriy shakldagi tokli o'tkazgichning maydoni ham bu o'tkazgichni mayda qismlarga bo'laklaganda har bir qism hosil qilgan maydonlarning geometrik yig'indisiga teng bo'lish kerak deya ta'kidladi. Laplas birinchi bo'lib ***tok elementi*** tushunchasini kiritdi.

Ixtiyoriy shakldagi o'tkazgichni elementar $d\ell$ bo'lakchalarga ajratish mumkin. Elementar bo'lakcha $d\ell$ ni tok kuchi I ga ko'paytmasini, ya'ni tok oqayotgan tomonga yo'nalgan $I\,d\vec{\ell}$ vektor kattalikni ***tok elementi*** deb atadi.

Olimlar Bio-Savar-Laplas tok elementi hosil qilgan magnit induksiya vektorini ko'rsatuvchi quyidagi formulani kashf qilishdi:

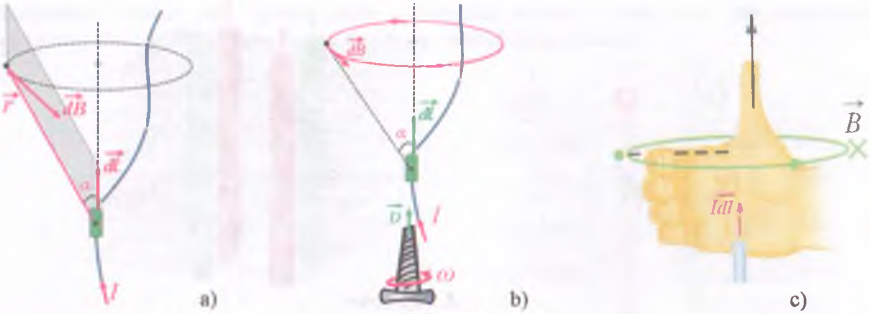
$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left|d\vec{\ell}\times\vec{r}\right|}{r^3}}$$

Magnit maydon $d\vec{B}$ ning yo'nalishi $d\vec{\ell}\times\vec{r}$ vektorli ko'paytma yo'nalishi bilan mos tushadi. $d\vec{\ell}\times\vec{r}$ vektorli ko'paytmaning miqdori esa $d\vec{\ell}$ va $\vec{r}$ vektorlarga qurilgan parallelogramning yuziga teng bo'ladi, ya'ni $\left|d\vec{\ell}\times\vec{r}\right| = d\ell\, r\sin\alpha$ bo'ladi. Magnit maydon $d\vec{B}$ ning yo'nalishini aniqlash uchun 3ta ta'rif keltiramiz (3.3.5.1-rasm):

<u>1-ta'rif (vektor ko'paytma ta'rifi):</u> $d\vec{B}$ vektor shunday yo'naladiki, bu vektorning uchidan qaraganda $d\vec{\ell}$ vektorni $\vec{r}$ vektor bilan eng qisqa yo'l bilan ustma-ust tushirishda aylanma harakat soat strelkasiga qarama-qarshi ko'rinish kerak (3.3.5.1-a,rasm).

<u>2-ta'rif (o'ng parma qoidasi):</u> Agar o'ng parmaning ilgarilanma harakati $d\vec{\ell}$ vektorning yo'nalishini ko'rsatsa, u holda parma dastasining aylanish yo'nalishi $d\vec{B}$ vektorning yo'nalishini ko'rsatadi (3.3.5.1-b,rasm).

<u>3-ta'rif (o'ng qo'l qoidasi):</u> Agar o'ng qo'limizning 90^0ga kerilgan bosh barmog'i to'g'ri tok yo'nalishini ko'rsatsa, u holda parma dastasining aylanish yo'nalishi magnit induksiya vektorining yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi (3.3.5.1-c,rasm).



a) b) c)

3.3.5.1-rasm

Shunday qilib, $d\vec{B}$ vektorning yo‘nalishi $d\vec{\ell}$ va $\vec{r}$ vektorlardan o‘tuvchi tekislikka perpendikulyar, ya’ni $d\vec{B} \perp d\vec{\ell}$, $d\vec{B} \perp \vec{r}$ bo‘lar ekan.

Bio-Savar-Laplas qonuniga ko‘ra tok elementi hosil qilgan magnit maydon induksiyasi son jihatdan quyidagicha topiladi:

$$\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell\,\sin\alpha}{r^2} \qquad [Тл]}$$

Ixtiyoriy shakldagi tokli o‘tkazgichning maydoni tok elementlari hosil qilgan maydonlarning geometrik yig‘indisiga teng bo‘ladi.

$$\boxed{\vec{B} = \int d\vec{B}}$$

Endi Bio-Savar-Lapalas qonunini turli shakldagi o‘tkazgichlar uchun tatbiq qilib, bu o‘tkazgichlarning magnit maydon induksiyasini topamiz.

To‘g‘ri chiziqli tekis harakatlanayotgan nuqtaviy zaryadning magnit maydoni:

Ma’lumki, zaryadli zarrachalarning bir toionga ko‘chkisi tokni hosil qiladi. Shunday ekan, har qanday tok elementida ham ma’lum sondagi tok tashuvchi zaryadli zarrachalar mavjud. Bu zaryadli zarrachalarning yig‘indi zaryadini $q = Ne$, uning harakatidan hosil bo‘lgan tokni $I = \frac{q}{dt} = \frac{Ne}{dt}$, tok elementini esa $I\,d\ell = \frac{q}{dt}d\ell = q\vartheta$ bilan belgilash mumkin.

Tok elementi o‘rniga harakatlanayotgan nuqtaviy zaryadni olsak, uning magnit maydon induksiyasi quyidagicha bo‘ladi (3.3.5.1-a,rasm):

$$\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vartheta\sin\alpha}{r^2}}$$

To‘g‘ri tokning magnit maydoni:

Chekli uzunlikdagi to‘g‘ri tokli o‘tkazgichning o‘tkazgichdan d masofadagi magnit induksiyasi quyidagicha bo‘ladi (3.3.5.2-a,rasm):

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\sin\alpha + \sin\beta) = k\frac{I}{2r}(\sin\alpha + \sin\beta)}$$

Isboti: Biror uzunlikdagi chekli to‘g‘ri tokli o‘tkazgich berilgan bo‘lib, bu o‘tkazgichdan ixtiyoriy d masofadagi A nuqtada magnit induksiyasi so‘ralgan bo‘lsin. A nuqtadan o‘tkazgich uchlariga qaraganda α va β burchaklar ostida ko‘rinsin. A nuqtadan Oy o‘qini, o‘tkazgich orqali esa Ox o‘qini o‘tkazamiz. Koordinata boshidan ixtiyoriy x masofada $d\ell = dx$ uzunlikdagi $I\,d\ell = I\,dx$ tok elementini olamiz. Bu tok elementining A nuqtadagi magnit induksiyasi $dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell\,\sin\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dx}{x^2+d^2}\cdot\frac{d}{\sqrt{x^2+d^2}} = \frac{\mu_0 I d}{4\pi}\cdot\frac{dx}{(x^2+d^2)^{3/2}}$ ga teng bo‘ladi.

Bu elementar magnit induksiyasini $-\ell_1$ dan $+\ell_2$ gacha integrallab so‘ralgan kattalikni aniqlashimiz mumkin.

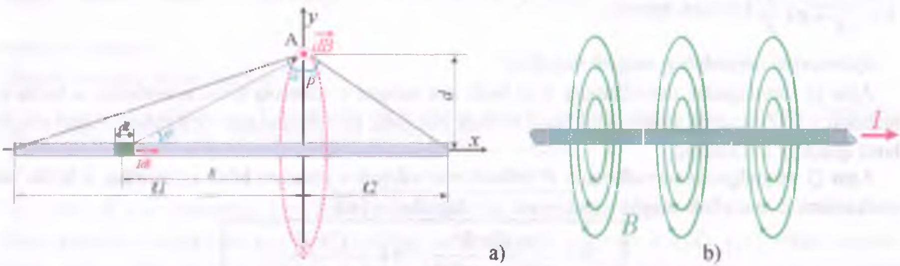
$$\vec{B}=\int d\vec{B}=\frac{\mu_0 I\,d}{4\pi}\cdot\int_{-\ell_1}^{\ell_2}\frac{dx}{\left(x^2+d^2\right)^{3/2}}=\frac{\mu_0 I\,d}{4\pi}\cdot\frac{1}{d^2}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+d^2}}\Bigg|_{-\ell_1}^{\ell_2}=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}\left(\frac{\ell_2}{\sqrt{\ell_2^2+d^2}}-\frac{-\ell_1}{\sqrt{\ell_1^2+d^2}}\right)=$$

$=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}\cdot(\sin\alpha+\sin\beta)=k\frac{I}{2d}\cdot(\sin\alpha+\sin\beta)$ kelib chiqadi.

Cheksiz uzunlikdagi to'g'ri tokli o'tkazgichning o'tkazgichdan d masofadagi magnit induksiyasi quyidagicha bo'ladi (3.3.5.2-b,rasm):

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}=k\frac{I}{r}}$$

Isboti: Chekli uzunlikdagi o'tkazgich uchun chiqarilgan formulaga $\alpha=\beta=90^0$ qiymatlarni qo'yib so'ralgan kattalikni aniqlash mumkin. $B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left(\sin 90^0+\sin 90^0\right)=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}(1+1)=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}=k\frac{I}{r}$.

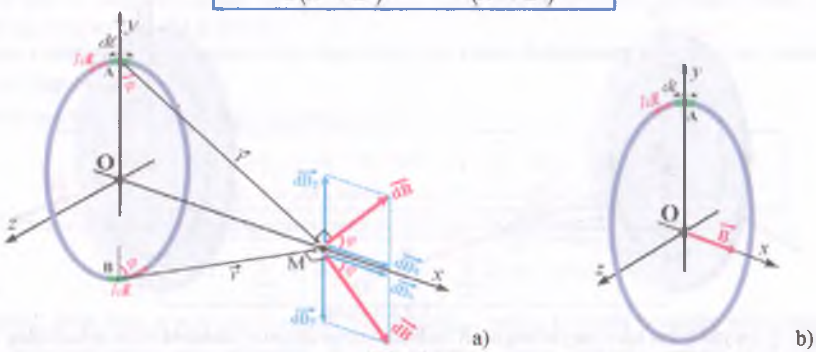


3.3.5.2-rasm

Aylanma tokning magnit maydon:

R radiusli aylanma tokning markazidan ixtiyoriy L masofada magnit induksiyasi quyidagicha bo'ladi (3.3.5.3-a,rasm):

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2+L^2\right)^{3/2}}=\pi k\frac{I R^2}{\left(R^2+L^2\right)^{3/2}}}$$



3.3.5.3-rasm

Isboti: Aylanma tokning ixtiyoriy A nuqtasidan $d\ell$ uzunlikdagi $I\,d\vec{\ell}$ tok elementini olamiz. $d\vec{\ell}$ vektor va M nuqtaga o'tkazilgan $\vec{r}$ radius-vektor orasidagi burchak α har doim 90^0 ga teng. Tok elementining M nuqtadagi magnit induksiyasi $dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell\sin\alpha}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\ell\sin 90^0}{\sqrt{R^2+L^2}}=\frac{\mu_0 I}{4\pi\sqrt{R^2+L^2}}d\ell$ ga teng bo'ladi. Bu elementar magnit induksiyasining Ox va Oy o'qlardagi proeksiyalari mos holda $\begin{cases}dB_x=dB\cos\varphi\\ dB_y=dB\sin\varphi\end{cases}$ bo'ladi. Lekin, aylananing qarama-qarshi tomonlaridan olingan A va B nuqtalaridagi magnit induksiyalarining Oy o'qdagi proeksiyalari qarama-qarshi tomonga yo'nalgan va miqdorlari teng bo'lgani uchun bu proeksiyalar yig'indisi nolga teng bo'ladi.