

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI
TOSHKENT ARXITEKTURA QURILISH INSTITUTI

“QURILISH MEXANIKASI VA INSHOOTLAR ZILZILABARDOSHLIGI”
kafedrası

B.A.HOBILOV, M.Q. NAZAROVA, Z.S.UMAROVA

“Qurilish mexanikasi” fanidan
“QURILISH MEXANIKASIDAN MISOL VA
MASALALAR”

o‘quv qo‘llanma, 2-qism

Toshkent 2016

UDK:69.04

Mualliflar: B.A.Hobilov, M.Q.Nazarova, Z.S.Umarova

“Qurilish mexanikasidan misol va masalalar” o‘quv qo‘llanma,
2-qism.

“Qurilish mexanikasidan misol va masalalar” nomli o‘quv qo‘llanmada misol va masalalar yechimi batafsil bayon etilgan.

Qo‘llanmada qurilish mexanikasidan andozaviy misollar berilgan, ularning yechimi eng zamonaviy uslublarga asoslangan, konstruksiyalarning ishlash holati tahlil etilgan.

Mazkur o‘quv qo‘llanma 5340200- bino va inshootlar qurilishi (turlari bo‘yicha) yo‘nalishi bo‘yicha va qurilish yo‘nalishidagi oliy ta’lim muassasalarida ta’lim olayotgan talabalarga mo‘ljallangan. Shuningdek, loyiha tashkilotlari, muhandislar ham foydalanishlari mumkin.

Taqrizchilar: f.m.f.n., dotsent E.V.Rojkova – ToshTYMI «Qurilish
mexanikasi» kafedra mudiri.

Q.S.Abdurashidov – TAQI “Qurilish mexanikasi va
inshootlar zilzilabardoshligi” kafedra professori.

*O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligining
2015 yil, 2-fevraldagi 32-sonli buyrug‘iga asosan o‘quv qo‘llanma sifatida nashr
etishga ruxsat berildi (gr.№ 32-137).*

© TAQI-2016

MUNDARIJA

Soʻz boshi.....	4
VIII - BOB. Statik noaniq sistemalarni kuchlar usulida hisoblash.....	6
8.1. Umumiy maʼlumotlar.....	6
8.2. Kuchlar usulini statik noaniq ramalar hisobiga tadbiri	9
IX – BOB. Statik noaniq ramalarni koʻchishlar usulida hisoblash.....	30
9.1. Umumiy maʼlumotlar.....	30
9.2 Statik noaniq ramalarni koʻchishlar usulida hisoblashga doir misollar.....	32
X - BOB. Uzluksiz balkalar hisobi	57
10.1. Umumiy maʼlumotlar.....	57
10.2. Uzluksiz balkalarni uch momentlar tenglamasi yordamida hisoblash	59
10.3. Uzluksiz balkalarni hisoblashning moment fokuslari usuli.....	86
XI-BOB. Inshootlar dinamikasi asoslari.....	95
11.1. Umumiy maʼlumotlar.....	93
11.2. Uzluksiz balkani dinamik taʼsirlarga hisoblash	96
11.3. Ramalarni dinamik kuchlar taʼsiriga hisoblash	99
XII - BOB. Deformatsiyalanuvchi sistemalarning ustuvorligi	110
12.1. Umumiy maʼlumotlar.....	110
12. 2. Ramalar ustuvorligi.....	113
12.3. Arkalar ustuvorligi	126
Aadabiyotlar roʻyxati.....	128

SO‘Z BOSHI

Jonajon Vatanimiz mustaqillikka erishgandan so‘ng butun mamlakatimiz qurilish maydoniga aylandi, desak mubolag‘a bo‘lmaydi. Respublikamizda qurilish montaj ishlari olib borilmayotgan birorta shahar yoki qishloqni topolmaysiz. Ayniqsa, keyingi yillarda qishloq hududlarida zamonaviy turar joy binolari qurilishiga katta ahamiyat berilmoqda.

Hozirgi zamon bino va inshootlari oldindan tayyorlangan loyihalar asosida bunyod etilishi hech kimga sir emas. Loyihada bino va inshootlarning umumiy o‘lchamlari bilan bir qatorda har bir alohida elementning o‘lchamlari ham to‘liq ko‘rsatiladi.

Konstruksiya elementlarining uzunliklari hamda ko‘ndalang kesim o‘lchamlari elementlarga ta’sir etuvchi kuchlar va elementning materialiga bog‘liq holda hisoblash yo‘li bilan aniqlanadi. Hisoblash usullari esa qurilish mexanikasi va materiallar qarshiligi fanlarida bayon etiladi.

Qurilish mexanikasi fanining asosiy vazifalaridan biri tashqi kuchlar (yuklar) ta’sirida konstruksiya elementlarida hosil bo‘ladigan ichki kuchlarni (zo‘riqishlarni) aniqlashdan iboratdir. Zo‘riqish nimaligini to‘liqroq tasavvur etish uchun oddiy bir misol keltiramiz. Ikki qo‘lingizda suv to‘ldirilgan ikki chelakni ko‘tarib turibsiz, deylik. Dastlabki daqiqalarda qo‘lingiz toliqish yoki og‘riqni xis etmaydi. Biroq, vaqt o‘tgan sayin qo‘lingizda og‘riqqa o‘xshash engil toliqish paydo bo‘ladi va u borgan sari ko‘chayib boradi. Ana shu og‘riqqa o‘xshash toliqish mexanika tilida zo‘riqish yoki ichki kuch deb ataladi. Konstruksiya elementlariga qo‘yilgan tashqi kuchlarning (masalan, chelakdagi suv) miqdori ma’lum bo‘lsa, elementlarda hosil bo‘ladigan zo‘riqishlarni aniqlash qiyin emas. Konstruksiya elementlarining ko‘ndalang kesim o‘lchamlari aniqlangan zo‘riqishlarning miqdoriga qarab belgilanadi.

Tashqi kuchlar ta’sirida inshoot va uning elementlarida hosil bo‘ladigan solqilik, ko‘chish va tebranish amplitudalarini aniqlash kabi masalalar ham qurilish mexanikasi fani doirasidagi masalalardan hisoblanadi.

Hozirgi kunda qurilish mexanikasi fani binokorlik va muhandislik amaliyotida har taraflama sinovdan o'tgan ko'plab hisoblash usullariga ega. Bu usullar sodda va mukammal bo'lib, shu bilan birga ishonchlidir. Biroq bundan qurilish mexanikasi o'z vazifalarini to'liq bajarib bo'ldi, degan ma'no chiqmaydi, albatta. Qurilish mexanikasi ham boshqa fanlar singari o'sib borayotgan qurilish sanoatining talablariga mos ravishda muttasil rivojlanib, takomillashib bormoqda.

Mazkur o'quv qo'llanma 1999 yilda Q.S.Abdurashidov, B.A.Hobilov, N.J.To'ychiyev va A.G.Rahimboyevlar tomonidan chop etilgan qurilish mexanikasi darsligiga ilova tariqasida yozilgan bo'lib, bunda darslikdagi nazariy tavsilotlariga doir misol va masalalar berilgan, aniqrog'i, misol va masalalarni yechish tartibi bayon etilgan.

VIII BOB. STATIK NOANIQ SISTEMALARNI KUCHLAR USULIDA HISOBLASH

8.1. Umumiy ma'lumotlar

Binokorlikda shunday konstruksiyalar uchraydiki, ularni hisoblash uchun, ya'ni ichki kuchlarini aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalari kifoya qilmaydi. Chunki, ularda ortiqcha bog'lanishlar mavjud bo'lib, har bir bog'lanishda noma'lum reaksiyalar vujudga keladi. Noma'lumlar sonini tenglamalar soniga, tenglashtirish uchun qo'shimcha tenglamalar tuzish talab etiladi. Ana shunday sistemalar **statik noaniq sistemalar** deb ataladi.

Bog'lanish deganda nuqtalar va kesimlarning o'zaro qo'zg'alishiga qarshilik ko'rsatuvchi har qanday to'siq tushuniladi. "Ortiqcha" bog'lanish atamasi bog'lanishning "keraksizligini" emas balki "keragidan ortiqcha" ekanligini anglatadi. Agar statik noaniq sistemadagi ortiqcha bog'lanishlar tashlab yuborilsa, u holda statik aniq, geometrik o'zgarmas sistema hosil bo'ladi. Demak, ortiqcha bog'lanishlar soni sistemaning **statik noaniqlik darajasini** belgilar ekan.

Ramalrning statik noaniqlik darajasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

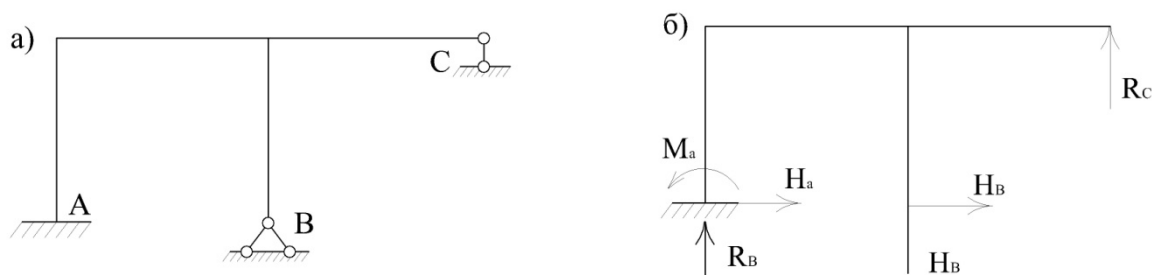
$$S_n = 3K - SH,$$

bunda K - yopiq konturlar soni;

SH – oddiy sharnirlar soni.

Oddiy sharnirlar soni disklar, ya'ni sterjenlar sonidan bitta kam bo'ladi. Quyida ramalarning statik noaniqlik darajasini aniqlashga doir bir necha misol ko'rib o'tamiz.

1 – misol. 8.1 *a* – rasmda berilgan ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlansin.



8.1-rasm.

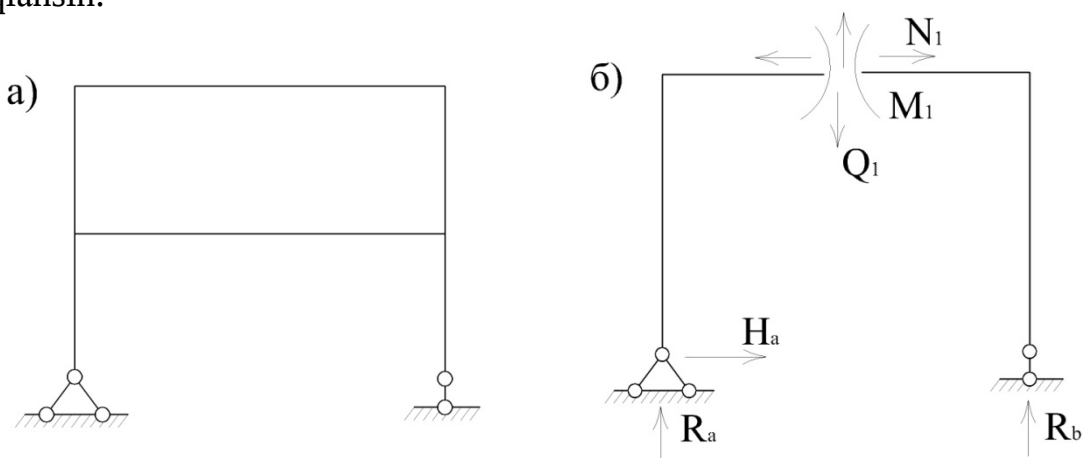
Konturlar sonini belgilashda A , V , S tayanchlari hayolan tutashtiri-ladi. U holda $K = 2$ bo'ladi.

Sharnirlar sonini belgilashda sharnirli qo'zg'almas tayanchda $SH = 1$ deb, qo'zg'aluvchi tayanchda esa, $SH = 2$ deb olinadi:

$$S_n = 3 \cdot 2 - 3 = 3.$$

Demak, mazkur rama uch marta statik noaniq ekan.

2 – misol. 8.2 a – rasmda tasvirlangan ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlansin.



8.2 – rasm.

Yopiq konturlar soni $K = 2$; oddiy sharnirlar soni $SH = 2 + 1 = 3$

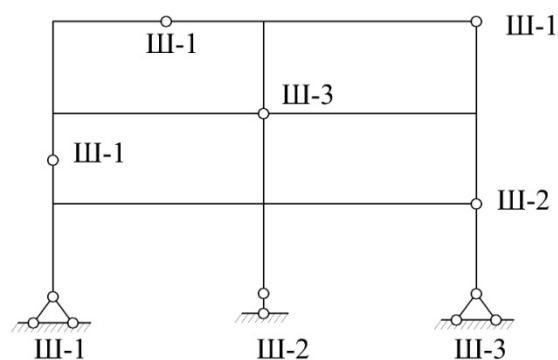
$$S_n = 3 \cdot 2 - 3 = 3.$$

Demak, bu rama ham uch marta statik noaniq ekan.

3 – misol. 8.3 – rasmda ko'rsatilgan ramaning statik noaniqlik darajasi aniqlansin.

Yopiq konturlar soni $K = 6$; oddiy sharnirlar soni $SH = 12$; $S_n = 3 \cdot 6 - 12 = 6$.

Demak, rama olti marta statik noaniq ekan.



8.3 – rasm.

Statik noaniq sistemalar quyidagi xossalarga egadir:

1. Statik noaniq sistemalar tarkibida ortiqcha bog‘lanishlarning mavjudligi tufayli o‘ziga mos statik aniq sistemaga nisbatan bikirligi yuqoriroq bo‘ladi.

2. Statik noaniq sistemalar o‘ziga mos statik aniq sistemalarga nisbatan tejamliroq bo‘ladi.

3. Statik noaniq sistemalarda biror ortiqcha bog‘lanining shikastlanishi inshootning butunlay ishdan chiqishiga olib kelmaydi. Statik aniq sistemalarda birorta bog‘lanish buzulsa, inshoot butunlay ishdan chiqadi.

4. Statik noaniq sistemalarda haroratning o‘zgarishi va tayanchlarning cho‘kishi natijasida qo‘shimcha zo‘riqishlar paydo bo‘ladi. Sistema elementlarining uzunligidagi farqlari, elementlarni yig‘ishda yo‘l qo‘yilgan ba’zi noaniqliklar ham sistemada qo‘shimcha zo‘riqishlar uyg‘otadi. Statik noaniq sistemalarni hisoblashni kuchlar usulidan boshlaymiz. Bu usul qadimiy va puxta ishlangan usullardan biri bo‘lib, qamrovining kengligi, o‘zlashuvining osonligi bilan boshqa usullardan ajralib turadi.

8.2. Kuchlar usulini statik noaniq ramalar hisobiga tadbiqu

Asosiy sistemasini tanlash

Har qanday statik noniq sistemaning hisobi uning noaniqlik darajasini aniqlashdan boshlanadi. Shundan so'ng **asosiy sistema** tanlanadi. Berilgan sistemaning asosiy sistemalari bir nechta bo'lishi mumkin. Hisoblash uchun shularning ichidan eng qulayi tanlab olinadi. Keyingi hisoblar ana shu tanlangan sistema ustida olib boriladi.

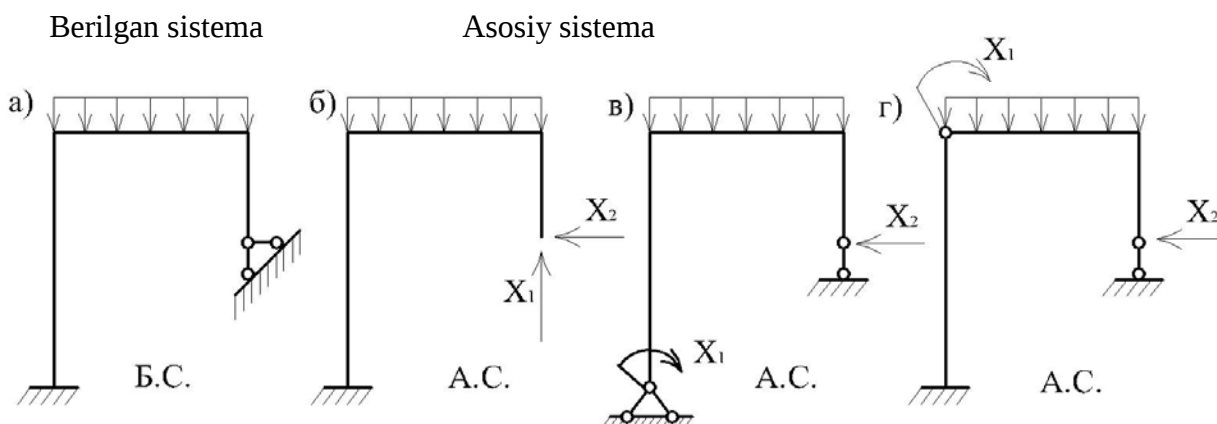
Xo'sh, asosiy sistemaning o'zi nima va u qanday hosil qilinadi?

Asosiy sistema statik naiq va geometrik o'zgarmas bo'lib, u berilgan sistemadagi ortiqcha bog'lanishlarni tashlab yuborish yo'li bilan hosil qilinadi.

Asosiy sistema hosil qilishning uch xil yo'li bor:

- a) ortiqcha deb qabul qilingan tayanchlar yoki tayanch sterjenlari tashlab yuboriladi;
- b) berilgan sistemaga sharnirlar kiritiladi;
- v) berilgan sistemaning biror kesimi qirqiladi.

Har uchchala holda ham amalda ortiqcha bog'lanishlar tashlab yuborilgan deb hisoblanadi. Shundan so'ng, berilgan sistemaning dastlabki muvozanat holatini tiklash maqsadida yo'qitilgan bog'lanishlar o'rniga ularning vazifasini bajaruvchi noma'lum kuchlar (X_1 , X_2 , X_3 va h. k.) qo'yiladi. 8.4 – rasmda ikki noma'lumli, 8.5 – rasmda uch noma'lumli ramaning turli asosiy sistemalari aks ettirilgan.



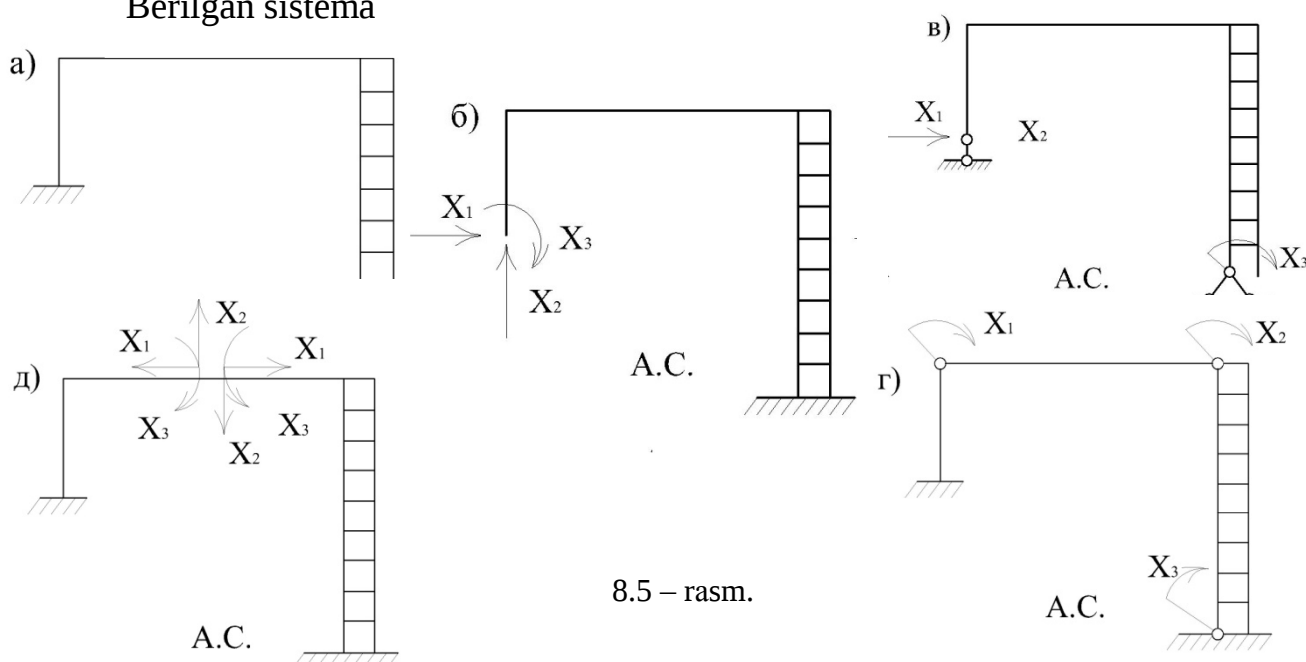
Rasmlarga izoh beramiz. 8.4 б, в, г – rasmda 8.4 а – rasmda berilgan ramaning uch xil asosiy sistemasi tasvirlangan. 8.4 б – rasmda sharnirli qo‘zg‘almas tayanch tashlab yuborilib, uning o‘rniga tayanch reaksiyalari

X_1 va X_2 qo‘yilgan. 8.4 в -rasmda chapdagi sharnirsiz tayanch sharnirli qo‘zg‘almas tayanch bilan, o‘ngdagisi esa sharnirli qo‘zg‘aluvchi tayanch bilan almashtirilgan. Inkor etilgan bog‘lanishlar o‘rniga reaksiya kuchlari tasvirlangan. 8.4 г -rasmda ramaning chapki bikir tuguniga sharnir kiritilgan va sharnir tufayli yo‘qotilgan bog‘lanish o‘rniga moment X_1 qo‘yilgan. Ramaning o‘ng tayanchidagi gorizontol sterjen tashlab yuborilib, o‘rniga reaksiya kuchi X_2 qo‘yilgan.

Uchchala asosiy sistema ham geometrik o‘zgarmas, statik aniqdir. Hisob ishlari uchun ular ichidan istalgan sistemani tanlab olish mumkin. Uchchala holda ham hisob natijalari bir xil chiqaveradi. Biroq 8.4 б – rasmda tasvirlangan asosiy sistema bular ichida eng maqbulidir. Chunki bunday sistemaning M epyuralarini qurish va ko‘chishlarini aniqlash boshqalarga nisbatan birmuncha qulay.

8.5 – rasmda uch noma‘lumli ramaning to‘rt xil asosiy sistemasi tasvirlangan. Bularning dastlabki uchitasi (8.5 б,в,г– rasm) avvalgi rasmdan o‘xshash. Oxirgisi (8.5 д– rasm) qirqish usulida hosil qilingan. Qirqilgan kesimga tashqi kuchlar ta‘sirida shu kesimda hosil bo‘ladigan ichki kuchlar – bo‘ylama kuch X_1 , ko‘ndalang kuch X_2 va eguvchi moment X_3 lar qo‘yilgan. Bu to‘rt asosiy sistemaning birinchisi va oxirgisi hisoblash uchun qulaydir.

Berilgan sistema



Kuchlar usulining kanonik tenglamalari

Asosiy sistemalarda ortiqcha bog'lanishlar noma'lum kuchlar bilan almashtirilishini ko'rdik. Endigi vazifa ana shu noma'lum kuchlarni aniqlashdan iborat. Bunday kuchlar **kanonik** tenglamalardan topiladi. Kanonik tenglamalar ma'lum qonuniyat asosida tuziladigan tenglamalar bo'lib, noma'lum kuchlar soni nechta bo'lsa, o'shancha tuziladi; boshqacha aytganda, tuzilajak tenglamalar soni sistemaning statik noaniqlik darajasiga bog'liq. Masalan, uch noma'lumli rama uchun kanonik tenglamalar quyidagi ko'rinishga ega:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} = 0;$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2p} = 0;$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} = 0$$

8.1 bandda ifodalangan kanonik tenglamalarda noma'lum sifatida kuchlar (X_1 , X_2 , $X_3 \dots$) turibdi. Mazkur usulning «kuchlar» usuli deb atalishining sababi ham aynan ana shunda. Ushbu tenglamalardagi birlik ko'chishlar (δ_{ik}) -koeffitsient, tashqi kuchlardan hosil bo'lgan ko'chishlar (Δ_{ip}) esa ozod had vazifasini o'taydi. Ko'chishlarning o'zaro munosabati haqidagi Maksvel teoremasiga binoan $\delta_{ik} = \delta_{ki}$ bo'ladi.

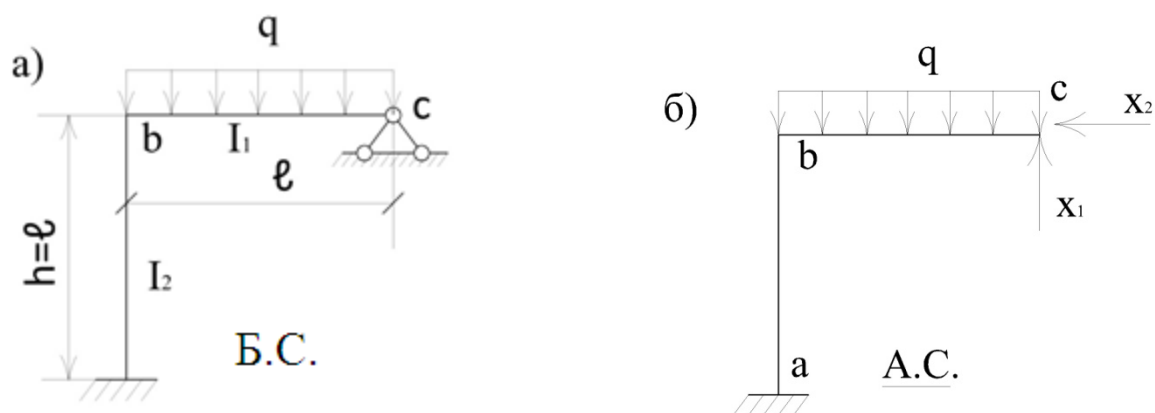
Bir xil indeksi birlik ko'chishlar (δ_{11} , δ_{22}) ning ishoralari hamisha musbat bo'ladi. Shu sababli ular hech qachon nolga aylanmaydi va hamma vaqt tenglama tarkibidaishtirok etadi. Shu sababli ular **bosh ko'chishlar** deb ataladi.

Turli indeksi ko'chishlar (δ_{13} , δ_{21} , ...) esa musbat va manfiy ishoralarga ega bo'lishi va demak, nol bo'lishi ham mumkin. Shuning uchun bular **ikkinchi darajali ko'chishlar** deb ataladi.

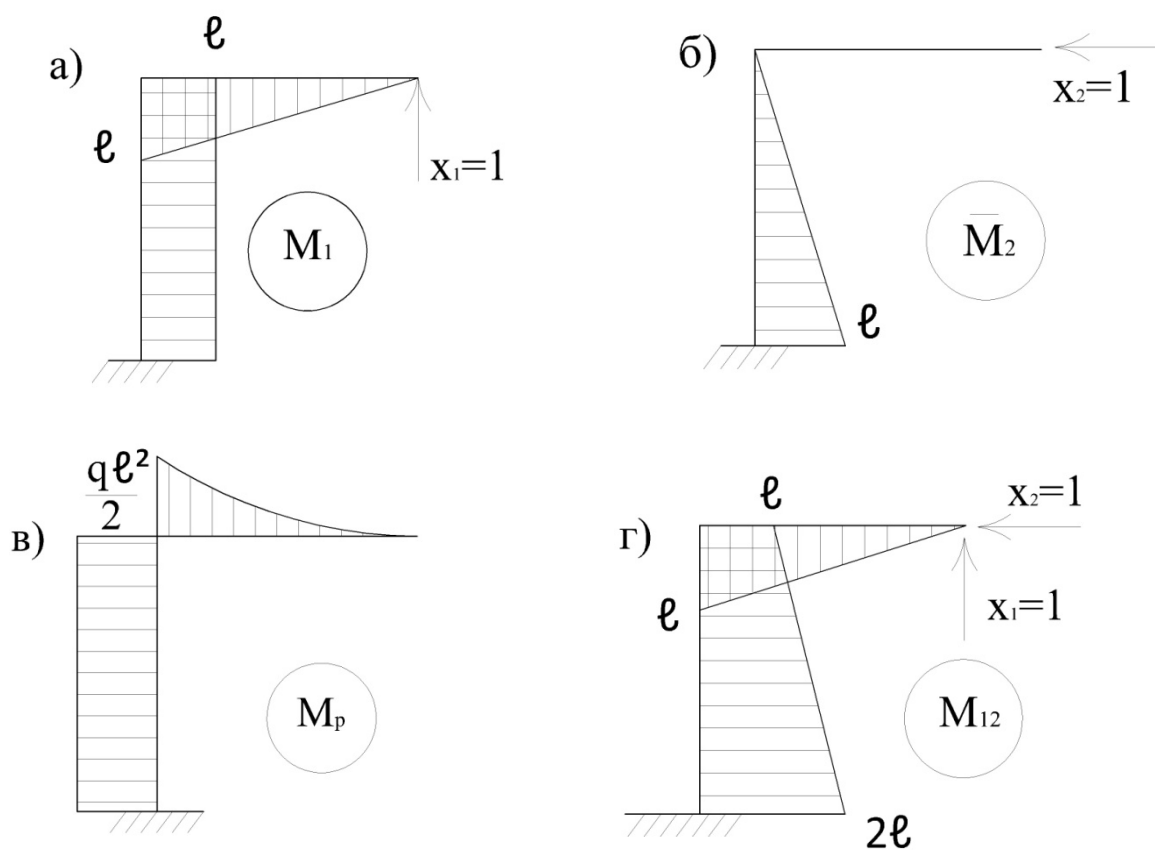
Kuchlar usulining kanonik tenglamalarini yechish uchun, ya'ni ulardagi noma'lum kuchlar va momentlarni aniqlash uchun avval tenglamalarning koeffitsientlari va ozod hadlari topiladi.

Ma'lumki kanonik tenglamalarning koeffitsient va ozod hadlari ko'chishlardir. Shuning uchun ularni aniqlashda 7 bobda bayon etilgan ko'chishlar nazariyasidan foydalanamiz.

8.6 – rasmdagi ramaning ko‘chishlarini aniqlaymiz. Buning uchun birlik kuchlar ta’sirida eguvchi momentlarnin birlik epyuralarini (8.7 a, 6 – rasm) qurib olamiz. Tashqi kuchlar ta’siridagi M_r epyurasi 8.7 – rasm, v da aks ettirilgan.



8.6– rasm.



8.7 – rasm.

Birlik ko'chishlar quyidagi formulalardan topiladi:

$$\delta_{11} = \sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_1^2}{EI} dx; \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_2}{EI} dx; \quad \delta_{22} = \sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_2^2}{EI} dx.$$

Bu yerda $\bar{M}_1$ – asosiy sistemaning istalgan kesimida birlik kuch $X_1 = 1$ dan hosil bo'lgan moment;

$\bar{M}_2$ o'sha kesimda $X_2 = 1$ kuchidan hosil bo'lgan moment;

n – rama sterjenlari soni.

Tashqi yuklardan hosil bo'lgan ko'chishlar quyidagi formulalardan topiladi:

$$\Delta_{1p} = \sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_1 M_p}{EI} dx; \quad \Delta_{2p} = \sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_2 M_p}{EI} dx.$$

Vereshchagin formulasidan foydalanib, eguvchi moment epyuralaridan (8.7 a , 6 – rasm) quyidagilarni aniqlaymiz:

$$\delta_{11} = \frac{4\ell^3}{3EI}; \quad \delta_{12} = \frac{\ell^3}{2EI}; \quad \delta_{22} = \frac{\ell^3}{3EI};$$

$$\Delta_{1p} = \frac{5q\ell^4}{8EI}; \quad \Delta_{2p} = \frac{q\ell^4}{4EI}.$$

Bu yerda: $I_1 = I_2 = I$ deb olingan.

To'g'ri yechimga ega bo'lish uchun ko'chishlar to'g'ri topilgan bo'lishi kerak. Bularning to'g'ri yoki noto'g'ri topilganligini tekshirib ko'rsa bo'ladi. Ikki xil tekshirish bor: qatorma – qator tekshirish va yalpi tekshirish.

Tekshirish uchun birlik epyuralarni qo'shib, yig'indi epyura ($\bar{M}_{12}$ quriladi (8.7 r – rasm). **Qatorma** – **qator** tekshirish quyidagi formula asosida amalga oshiriladi:

$$(\delta_{11} + \delta_{22}) = \sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_{12}}{EI} dx;$$

Ya'ni kanonik tenglamaning birinchi qatoridagi koeffitsientlar yig'indi

$\bar{M}_1$ va $\bar{M}_{12}$ epyuralarning ko'paytmasiga teng chiqsa, u holda bu ko'chishlar to'g'ri topilgan bo'ladi.

Xuddi shuningdek, tenglamaning ikkinchi qatori quyidagicha tekshiriladi:

$$(\delta_{21} + \delta_{22}) = \sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_2 M_{12}}{EI} dx;$$

ya'ni ko'chishlar to'g'ri topilgan bo'lsa, ularning yig'indisi $\bar{M}_2$ va $\bar{M}_{12}$ epyuralarining ko'paytmasiga teng bo'ladi.

Yalpi tekshirishda barcha koeffitsientlar yig'indisi, $(\bar{M}_{12}) \cdot (\bar{M}_{12})$ ko'paytmasiga teng bo'lishi zarur, ya'ni

$$(\delta_{11} + \delta_{12}) + (\delta_{21} + \delta_{22}) = \sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_{12}^2}{EI} dx.$$

Topilgan koeffitsientlarni to'liq tekshiramiz:

$$\sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_{12}^2}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left(\frac{\ell^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \ell + \ell^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \ell + \frac{\ell^2}{2} \cdot \frac{5}{3} \cdot \ell \right) = \frac{8\ell^3}{3EI}.$$

Birlik ko'chishlar yig'indisini hisoblaymiz:

$$\delta_{11} + 2\delta_{21} + \delta_{22} = \frac{1}{EI} \left(\frac{4}{3} \ell^3 + \frac{1}{3} \ell^3 + \ell^3 \right) = \frac{8\ell^3}{3EI}.$$

Ko'paytma yig'indiga teng chiqdi. Demak, ko'chishlar to'g'ri topilgan.

Endi birinchi qator koeffitsientlarini tekshiramiz:

$$\delta_{11} + \delta_{12} = \frac{11\ell^3}{6EI}.$$

$\bar{M}_1$ va $\bar{M}_{12}$ epyuralarining ko'paytmasini hisoblaymiz:

$$\sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_{12}}{EI} dx = \frac{1}{EI} \left(\frac{\ell^2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \ell + \ell^2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \ell \right) = \frac{11\ell^3}{6EI}.$$

Bu yerda ham yig'indi ko'paytmaga teng chiqdi. SHunday bo'lishi ham kerak edi. Nihoyat ozod hadlarni tekshiramiz:

$$\Delta_{1p} + \Delta_{2p} = \sum_n \int_0^{\ell} \frac{\bar{M}_{12} M_p}{EI} dx;$$

ya'ni ozod hadlar yig'indisi $\bar{M}_{12}$ epyurasi bilan M_r epyurasining ko'paytmasiga teng bo'lishi kerak. Bu shartning bajarilishi ozod hadlarning to'g'ri topilganligini anglatadi.

Ko'chishlar, ya'ni koeffitsient va ozod hadlar to'g'ri topilganiga ishonch hosil qilingach, ularni kanonik tenglamalarga qo'yamiz. Tenglamalarni birgalikda yechib, noma'lum kuchlarni aniqlaymiz.

$$X_1 \cdot \frac{4\ell^3}{3} + X_2 \cdot \frac{\ell^3}{2} - \frac{5q\ell^4}{8} = 0;$$

$$X_1 \cdot \frac{\ell^3}{2} + X_2 \cdot \frac{\ell^3}{3} - \frac{q\ell^4}{4} = 0.$$

Bu yerdan

$$X_1 = \frac{3q\ell}{7} \quad \text{ba} \quad X_2 = \frac{3q\ell}{28} \quad \text{kelib chiqadi.}$$

Statik noaniq ramalarning M , Q va N epyuralarini qurish

Kanonik tenglamalardan ortiqcha noma'lumlar ($X_1, X_2, X_3 \dots$) aniqlangach, ramaning natijaviy, ya'ni tugal M epyurasi quriladi. Istalgan kesimdagi momentning qiymati qo'shish usulida aniqlanadi:

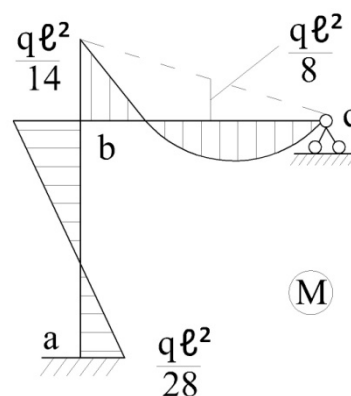
$$M = M_r + X_1 \bar{M}_1 + X_2 \bar{M}_2 + X_3 \bar{M}_3 + \dots + X_n \bar{M}_n.$$

Bu yerda M_r - statik aniq asosiy sistemada tashqi yuklardan hosil bo'lgan moment;

$\bar{M}_1$ - asosiy sistemada $X_1 = 1$ kuchidan hosil bo'lgan moment.

X_1 kuchining haqiqiy qiymati ta'sirida hosil bo'lgan momentni topish uchun $\bar{M}_1$ momentini X_1 ga ko'paytiramiz, ya'ni X_1 ta'siridagi haqiqiy moment $X_1 \bar{M}_1$ bo'ladi. Bu qoida

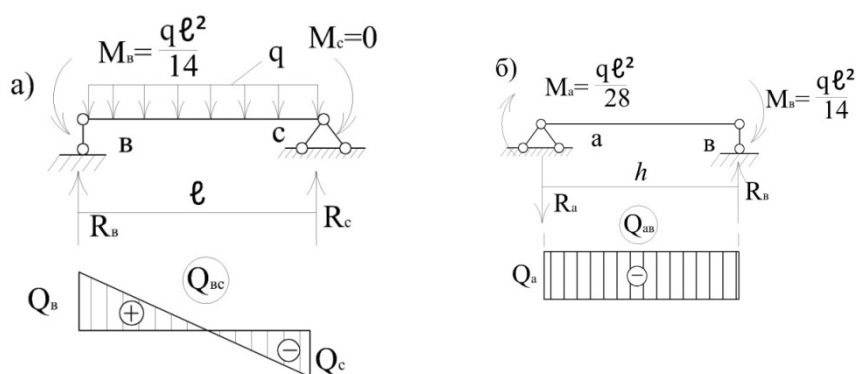
boshqa noma'lumlar (X_2, X_3, X_n) ga ham tegishlidir. 8.6 – rasmda berilgan ikki noma'lumli ramaning mazkur usulda qurilgan M epyurasi 8.8 – rasmda aks etgan. Rasmda rigelning o'rtasidagi moment ham ko'rsatilgan. Ramaning eguvchi momentlar epyurasi hamma vaqt sterjenning tolalari cho'zilgan tomonga chizilishini eslatib o'tamiz.



8.8 – rasm.

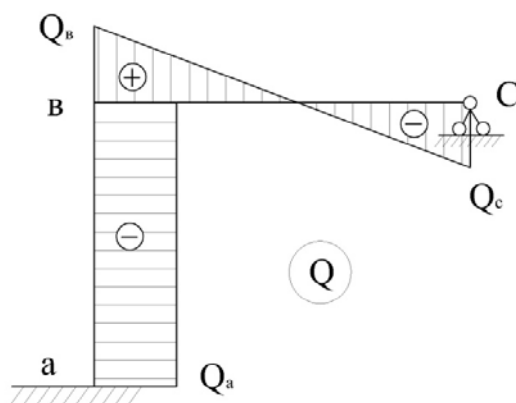
Statik noaniq ramaning yakunlovchi M epyurasini qurib bo'ldik. Bu bilan hisobning eng muhim va murakkab qismi tugadi. Endi ko'ndalang va bo'ylama kuchlar epyuralarini qurishga kirishsak bo'ladi. Nega deganda M epyurasi asosida Q epyurasi, Q epyurasi asosida N epyurasi quriladi.

Q epyurasini qurish uchun ramaning sterjenlarini alohida bo'lalarga ajratamiz va ularni bir oraliqli statik aniq balkalar sifatida hisoblaymiz. Bunda balkalarga tashqi kuchlardan tashqari ramaning M epyurasidan olingan tugun momentlari ham qo'yiladi. 8.6 a – rasmda berilgan ramaning alohida balkalarga ajratilishi va tegishli epyuralari tasvirlangan. 8.9 a – rasmda bs rigeli, 8.9 b – rasmda ab ustuni balka ko'rinishida aks ettirilgan hamda tashqi kuch va tugun momentlari ko'rsatilgan.



8.9 – rasm.

Oddiy balkaning Q epyurasi materiallar qarshiligi kursida bayon etilgan qoidalar asosida quriladi. Ishning oxirida alohida balkalar uchun qurilgan Q epyurasi rama o'qiga to'planadi (8.10 - rasm). Endi Q epyurasi asosida N epyurasini quramiz. Bunda rigelga qo'yilgan ko'ndalang kuchlar ustun uchun bo'ylama kuch, ustunga qo'yilgan ko'ndalang kuchlar esa rigel uchun bo'ylama kuch bo'ladi degan qoidaga asoslanamiz. Bo'ylama kuch sterjenni cho'zsa – musbat, siqsa – manfiy ishora olinadi.



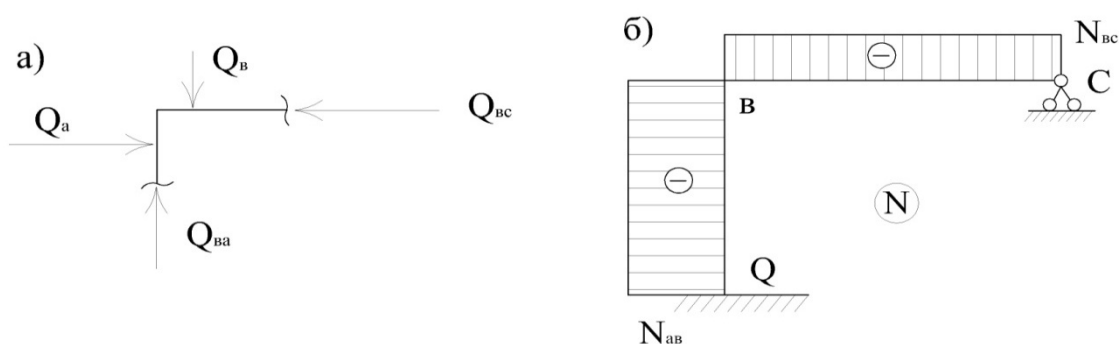
8.10 – rasm.

Biz tekshirayotgan ramaning (8.6 - rasm) bo'ylama kuchlar epyurasini qurish uchun uning Q epyurasidan b tugunni qirqib olamiz olamiz (8.11 a – rasm) (7.12) va muvozanat shartlarini yozamiz:

$$\sum X = Q_a - N_{bc} = 0; \text{ bu yerdan } N_{bc} = Q_a;$$

$$\sum Y = N_{ba} - Q_b = 0; \text{ bu yerdan } N_{ba} = Q_b.$$

Aniqlangan qiymatlar bo'yicha ramaning N epyurasi quriladi (8.11b-rasm).



8.11 – rasm.

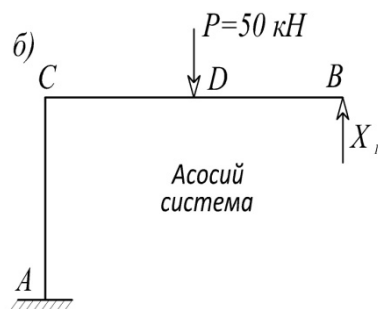
Tekshirish. Ramalarning statik noaniqlik darajasi ortgan sari hisoblash ishlari murakkablashib boraveradi. Bunday hollarda hisob natijalarini tekshirish muhim ahamiyat kasb etadi. Oldingi paragrafda kanonik tenglama koefitsientlari va ozod hadlarini tekshirishni o'rgangan edik. Bu safar tugal M , Q va N epyuralarini tekshirishni o'rganamiz. M , Q , N epyuralarini tekshirishning ikki usuli bor: statik tekshirish va deformatsion tekshirish. Epyuralarni **statik** tekshirganda, yaxlit rama yoki uning ayrim qismlari va tugunlari uchun muvozanat shartlari tuziladi. Bunda ramaning barcha tayanch reaksiyalarini vertikal o'qqa bo'lgan proeksiyalari yig'indisi tashqi yuklarning vertikal proeksiyalari bilan muvozanatda bo'lishi lozim: biror nuqtaga nisbatan tayanch reaksiyalaridan olingan momentlar yig'indisi shu nuqtaga nisbatan tashqi kuchlardan olingan momentlar yig'indisiga teng bo'lishi zarur. Ramaning har bir tuguni eguvchi momentlar ta'sirida muvozanatda yotishi kerak, buning uchun bir tugunga tutashgan rigel va ustundagi ordinatalar o'zaro teng bo'lishi lozim. Tugunlardagi ko'ndalang va bo'ylama kuchlar alohida qaralganda tugun muvozanatda bo'lmaydi, biroq birgalikda qaralganda tugun muvozanatda yotishi zarur.

M , Q va N epyuralarini statik tekshirish ularning to'g'ri qurilganiga kafolat bo'la olmaydi, chunki statik muvozanat shartlari nomu'lumlar xato topilgan taqdirda ham bajarilaveradi. Buning sababi shundaki, ramaning tugal M epyurasi statik naiq asosiy sistema uchun qurilgan. Agar tashqi yuk va aniqlangan noma'lumlar ta'sirida epyura to'g'ri qurilsa, u holda noma'lumlarning istalgan qiymatida rama statik muvozanat holatida bo'laveradi. Natijada noma'lumlarni aniqlashda yo'l qo'yilgan xato ochilmay qolaveradi.

Deformatsion tekshirish ortiqcha noma'lumlarni aniqlashda yo'l qo'yilgan xatolarni payqash imkonini beradi. Hisob natijalarini deformatsion tekshirishda asosiy sistemalarga qurilgan birlik epyuralar ($\bar{M}_1, \bar{M}_2$) ramaning tugal M epyurasi bilan navbatma – navbat ko'paytiriladi. Agar ortiqcha noma'lumlar to'g'ri aniqlanib, epyuralar to'g'ri qurilgan bo'lsa, bunday ko'paytma nolga teng chiqadi.

Statik noaniq ramalarni kuchlar usulida hisoblashga doir misollar bilan tanishamiz.

8.1-misol. 8.12 a - rasmda berilgan statik noaniq rama uchun M, Q va N epyuralari qurilsin. Yakuniy eguvchi momentlar epyurasining to'g'riligi tekshirilsin. Ustunning bikirligi EI , rigelning bikirligi $3EI$ ga teng.

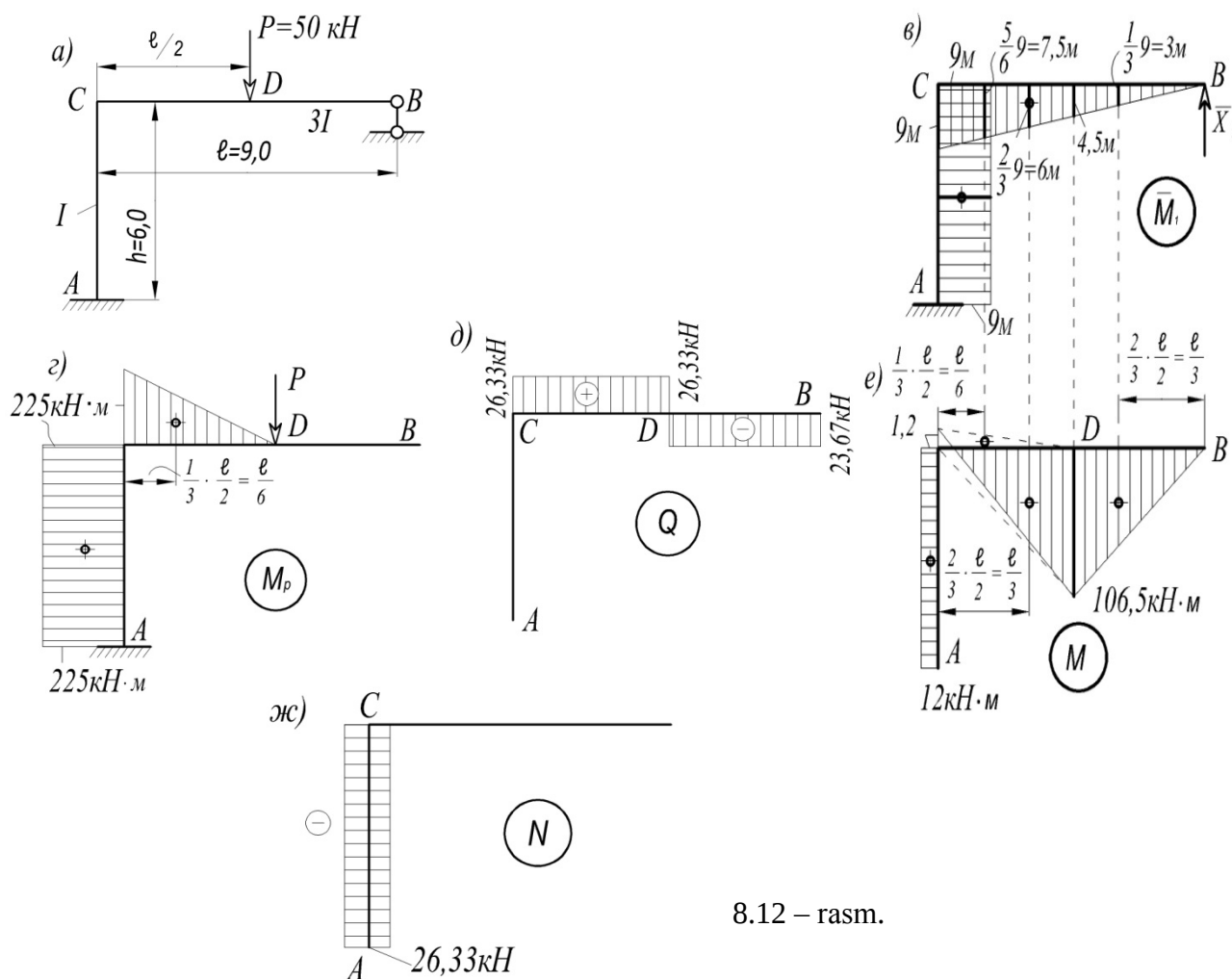


Yechish.

Ramaning statik noaniqlik darajasi $C_n = 3K - III = 3 \cdot 1 - 2 = 1$ ga teng.

Asosiy sistema 8.12 b- rasm, da keltirilgan. Bu sistemaga tashqi kuch R va tashlab yuborilgan tayanchning o'rnini bosuvchi noma'lum kuch X_1 ni qo'yamiz. Bir noma'lumli sistema uchun kanonik tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0.$$



8.12 – rasm.

Boshqa kuchlarni olib tashlab, asosiy sistemaga birlik kuch $\bar{X}_1 = 1$ qo'yamiz va $\bar{M}_1$ epyurasini quramiz (8.12 b- rasm). Keyin asosiy sistemaga faqat berilgan kuch R ni qo'yib M_r epyurasini quramiz (8.12 z-rasm).

Birlik ko'chish δ_{11} ni aniqlaymiz:

$$\delta_{11} = \frac{1}{3EI} \cdot \frac{9 \cdot 9}{2} \cdot 6 + \frac{1}{EI} \cdot 6 \cdot 9 \cdot 9 = \frac{81 + 486}{EI} = \frac{567}{EI}.$$

Tashqi kuchdan hosil bo'lgan ko'chish Δ_{1P} ni aniqlash uchun M_r epyurasidan yuza ω va $\bar{M}_1$ epyuradan shu yuzaning og'irlik markaziga mos bo'lgan ordinata y ni olamiz va o'zaro ko'paytiramiz:

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= -\frac{1}{3EI} \cdot \frac{4,5 \cdot 225}{2} \cdot 7,5 - \frac{1}{EI} \cdot 6 \cdot 225 \cdot 9 = -\frac{1265,625 + 12150}{EI} \\ &= -\frac{13415,625}{EI}. \end{aligned}$$

Kanonik tenglamadan noma'lum kuch X_1 ni topamiz:

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = -\frac{-13415,625}{567} = 23,66 \text{ кН}.$$

M epyurasini qurish uchun quyidagi formuladan foydalanamiz:

$$M = M_p + \bar{M}_1 X_1,$$

Ya'ni yakuniy M epyurasi M_r epyurasi bilan $\bar{M}_1$ epyurasining topilgan X_1 ga ko'paytirilgan ordinatalari yig'indisiga teng bo'ladi.

SV rigeli

$$M_B = 0; \quad M_D = 0 + 4,5 \cdot 23,66 = 106,5 \text{ кНм};$$

$$M_C = -225 + 9 \cdot 23,66 = -12 \text{ кНм}.$$

AS ustuni

$$M_A = M_C = -225 + 9 \cdot 23,66 = -12 \text{ кНм}.$$

Ushbu qiymatlar asosida qurilgan M epyurasi 8.12 e -rasmida tasvirlangan.

Epyuraning to'g'ri yoki noto'g'ri qurilganligini tekshirish uchun V nuqtasining vertikal ko'chishini aniqlaymiz. Buning uchun yakuniy epyura M bilan birlik epyura $\bar{M}_1$ ni ko'paytiramiz:

$$\Delta_B = \frac{1}{3EI} \left(-\frac{4,5 \cdot 12}{2} \cdot 7,5 + \frac{45 \cdot 106,5}{2} \cdot 6 + \frac{4,5 \cdot 106,5}{2} \cdot 3 \right) - \frac{1}{EI} 6 \cdot 12 \cdot 9 \approx 0.$$

Ko'chishning nol chiqqanligi M epyurasini to'g'ri qurilganligidan dalolat beradi.

Q epyurasini qurish uchun asosiy sistemada xarakterli kesimlardagi ko'ndalang kuchlarni aniqlaymiz:

SV rigeli

$$Q_B = -X_1 = -23,66 \text{ кН}; \quad Q_D^{\text{shz}} = Q_B = -23,66 \text{ кН};$$

$$Q_D^{\text{qan}} = Q_D^{\text{shz}} + P = -23,66 + 50 = 26,34 \text{ кН}$$

$$Q_C = Q_D^{\text{qan}} = 26,34 \text{ кН}.$$

AS ustuni

Ustunning barcha kesimlarida ko'ndalang kuch nolga teng. Q epyurasi 8.1 d - rasmida berilgan.

Bo‘ylama kuchlarni aniqlaymiz va N epyurasini quramiz (8.12 ж-rasm):

$$N_{AC} = -P + X_1 = -50 + 23,66 = -26,34 \text{ кН};$$

$$N_{CB} = 0.$$

8.2-misol. 8.13 a - rasmda berilgan rama uchun M , Q va N epyuralari qurilsin. M epyurasining to‘g‘riligi tekshirilsin. AS ustuni va SD rigelining bikirligi $2EI$, boshqa elementlarning bikirligi EI .

Yechish.

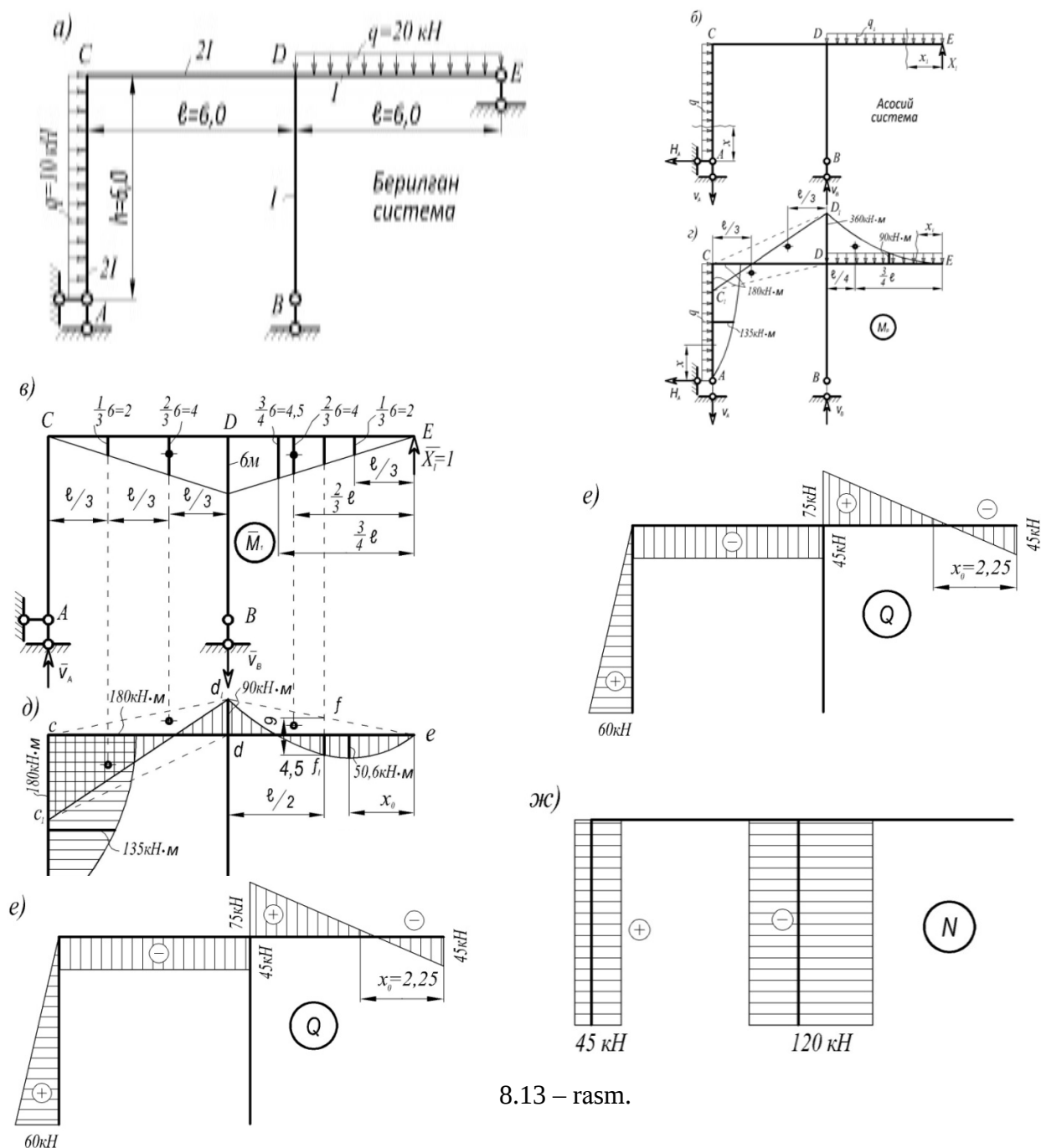
Ramaning statik noaniqlik darajasi

$$C_{\text{H}} = 3K - III = 3 \cdot 2 - 5 = 1 \text{ ga teng.}$$

Asosiy sistema hosil qilish uchun E tayanchini tashlab yuboramiz va uning o‘rnini bosadigan noma’lum reaksiya kuchi X_1 ni qo‘yamiz. (8.13 б-rasm). E nuqtasining vertikal ko‘chishi nol ekanligini ifodalovchi kanonik tenglama tuzamiz:

$$\delta_{11} X_1 + \Delta_{1P} = 0.$$

$\bar{M}_1$ epyurasini qurish uchun berilgan kuchlarni olib tashlaymiz va asosiy sistemaga $\bar{X}_1 = 1$ kuchini qo‘yamiz va shundan epyura quramiz (8.13 в-rasm). Bu holda gorizantal reaksiya H_a nol. Vertikal reaksiyalar V_a va V_b nol emas. Biroq bularning qiymatisiz ham masalani echsa bo‘ladi, quyida shu holni ko‘ramiz. Yuklanishning shu holatida ikkala ustundagi eguvchi momentlar nol bo‘ladi.



8.13 – rasm.

Rigelning xarakterli kesimlaridagi eguvchi momentlar quyidagicha bo‘ladi:

$$\bar{M}_C = 0 \text{ (chunki } H_A = 0); \bar{M}_D^{\text{asosiy}} = \bar{M}_D^{\text{berilgan}} = \bar{M}_D = \bar{X}_1 \cdot l = 1 \cdot 6 = 6 \text{ m}; \bar{M}_E = 0.$$

$\bar{M}_1$ epyurasi 8.13 e- rasmda keltirilgan.

Endi asosiy sistemani faqat berilgan kuchlar bilan yuklab M_r epyurasini quramiz. Tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$\sum X = -H_A + qh = 0, \text{ bunda } H_A = qh = 10 \cdot 6 = 60 \text{ kN};$$

$$\sum M_A = qh \frac{h}{2} + q_1 \ell \cdot 1,5\ell - V_b \ell = 0$$

bunda $V_b = \frac{qh \frac{h}{2} + q_1 \ell \cdot 1,5\ell - V_b \ell}{\ell} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 3 + 20 \cdot 6 \cdot 1,5 \cdot 6}{6} = 210 \text{ } \kappa H;$

$$\sum M_B = -V_a \ell + \frac{qh^2}{2} + \frac{q_1 \ell^2}{2} = 0,$$

bunda $V_a = \frac{qh^2 + q_1 \ell^2}{2\ell} = \frac{10 \cdot 6^2 + 20 \cdot 6^2}{2 \cdot 6} = 90 \text{ } \kappa H.$

M_p epyurasini qurish uchun zarur bo'lgan eguvchi momentlarni hisoblaymiz.

AS ustunining istalgan kesimida

$$M_x = H_a x - \frac{qx^2}{2} = 60x - 5x^2;$$

$x = 0$ bo'lganda $M_A = 0;$

$x = 3 \text{ m}$ bo'lganda $M_x = 60 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 135 \text{ } \kappa HM;$

$x = 6 \text{ m}$ bo'lganda $M_C = 60 \cdot 6 - 5 \cdot 6^2 = 180 \text{ } \kappa HM.$

Ko'ndalang kuch nol, eguvchi moment maksimum bo'ladigan absissa x_0 ni aniqlaymiz.

$$Q_{x_0} = H_a - q \cdot x_0 = 0, \quad \text{bundan} \quad x_0 = \frac{H_a}{q} = \frac{60}{10} = 6 \text{ m}.$$

Izlanayotgan kesim S kesimi bo'lib chiqdi, binobarin,

$$M_{max} = M_C = 180 \text{ } \kappa HM.$$

SD elementining xarakterli kesimlaridagi eguvchi momentlar:

$$M_C = H_a h - \frac{qh^2}{2} = 60 \cdot 6 - \frac{10 \cdot 6^2}{2} = 180 \text{ } \kappa HM;$$

$$M_D = H_a h - V_A \ell - \frac{qh^2}{2} = 60 \cdot 6 - 90 \cdot 6 - \frac{10 \cdot 6^2}{2} = -360 \text{ } \kappa HM.$$

VD ustunidagi eguvchi momentlar nolga teng.

Olingan qiymatlar bo'yicha qurilgan M_r epyurasi 8.2 r - rasmda tasvirlangan.

$\bar{M}_1$ epyurasini o'zini o'ziga ko'paytirish yo'li bilan δ_{11} ko'chishni aniqlaymiz.

$$\delta_{11} = \frac{1}{2EI} \cdot \frac{6 \cdot 6}{4} 4 + \frac{1}{EI} \cdot \frac{6 \cdot 6}{2} 4 = \frac{108}{EI}.$$

$\bar{M}_1$ va M_r epyuralarni ko'paytirish orqali Δ_{1p} ko'chishni topamiz. AS va VD ustunlarida $\bar{M}_1$ epyurasi bo'lganligi sababli, ko'paytirish amali faqat rigel uchun bajariladi. Bunda SD uchastkasida M_r epyurasini ikkita uchburchak (SD_1D va SDS_1) bilan almashtiramiz:

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{2EI} \left(-\frac{6 \cdot 360}{2} 4 + \frac{6 \cdot 180}{2} 2 \right) = \frac{1}{EI} \cdot \frac{6 \cdot 360}{3} 4,5 = -\frac{4860}{EI}.$$

δ_{11} va Δ_{1p} ning topilgan qiymatlarini kanonik tenglamaga qo'yib, noma'lum X_1

kuchini aniqlaymiz: $\frac{108}{EI} X_1 + \left(-\frac{4860}{EI} \right) = 0$, bundan $X_1 = \frac{4860}{108} = 45 \text{ kH}$.

Shunday qilib, asosiy sistemaga qo'yilgan barcha kuchlar ma'lum bo'ldi (8.13 b-rasm.). Endi eguvchi moment, ko'ndalang va bo'ylama kuchlar epyuralarini qurishga kirishsak bo'laveradi. Tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.

N_a reaksiyasini M_r epyurasini qurish jarayonida topgan edik, shu qiymat ($H_a = 60 \text{ kN}$) saqlanib qoladi. V_a va V_b reaksiyalarini $\sum M_B = 0$ va $\sum M_A = 0$ tenglamalaridan topamiz:

$$\sum M_B = -V_a \ell + \frac{qh^2}{2} + \frac{q_1 \ell^2}{2} - X_1 \ell = 0,$$

bundan
$$V_a = \frac{\frac{qh^2}{2} + \frac{q_1 \ell^2}{2} - X_1 \ell}{\ell} = \frac{\frac{10 \cdot 6^2}{2} + \frac{20 \cdot 6^2}{2} - 45 \cdot 6}{6} = 45 \text{ kH};$$

$$\sum M_A = -X_1 2\ell + q_1 \ell \cdot 1,5\ell + \frac{qh^2}{2} - V_b \ell = 0,$$

bundan:

$$V_b = \frac{-X_1 2\ell + q_1 \ell \cdot 1,5\ell + \frac{qh^2}{2}}{\ell} = \frac{-45 \cdot 2 \cdot 6 + 20 \cdot 6 \cdot 1,5 \cdot 6 + \frac{10 \cdot 6^2}{2}}{6} = 120 \text{ kH}$$

Demak, V_a va V_b reaksiyalari to'g'ri topilgan.

Yakuniy M epyurasini barpo qilish uchun M_r epyurasi ordinatalarini $\bar{M}_1$ epyurasining $X_1 = 45 \text{ kN}$ ga ko'paytirilgan ordinatalariga qo'shamiz. 8.13 b - rasmdan ko'rinib turibdiki, AS va VD ustunining barcha kesimlarida $\bar{X}_1 = 1$ kuchidan hosil bo'ladigan eguvchi momentlar nolga teng. Binobarin, bu elementlar uchun yakuniy epyura ham M_r epyura kabi bo'ladi. Buni 8.13 d - rasmga ko'chiramiz. SD rigelining xarakterli nuqtalaridagi natijaviy eguvchi momentlar quyidagicha bo'ladi:

$$M_C = 180 + 0 \cdot 45 = 180 \text{ kHM}; \quad M_{x_1=3M} = -90 + 3 \cdot 45 = 45 \text{ kHM};$$

$$M_D^{qan} = M_D^{jnz} = M_D = -360 + 6 \cdot 45 = -90 \text{ кНм}; \quad M_E = 0.$$

DE elementida M_{max} bo'ladigan x'_0 masofani aniqlaymiz. Buning uchun shu kesimdagi ko'ndalang kuchni nolga tenglaymiz:

$$Q_{x'_0} = -X_1 + q_1 x'_0 = 0, \quad \text{bundan} \quad x'_0 = \frac{X_1}{q_1} = \frac{45}{20} = 2,25 \text{ м.}$$

Maksimal eguvchi moment

$$M_{max} = X_1 x'_0 - \frac{q_1 (x'_0)^2}{2} = 45 \cdot 2,25 - \frac{20 \cdot 2,25^2}{2} = 50,6 \text{ кНм.}$$

Yakuniy M epyurasi 8.13 d - rasmda o'z aksini topgan.

Tekshirish

Yakuniy M epyurasini to'g'ri qurilganligini tekshirish uchun E nuqtasining vertikal ko'chishini aniqlaymiz. Buning uchun $\bar{M}_1$ va M epyuralarini Vereshchagin formulasi asosida ko'paytiramiz. Bunda M epyurasidan yuza, $\bar{M}_1$ epyurasidan shu yuzaning og'irlik markaziga mos bo'lgan ordinata olamiz. SD rigelida M epyurasini sd_1d va cdc_1 uchburchaklari bilan, DE rigelida manfiy ordinatali dd_1e uchburchak va musbat ordinatali $d_1fef_1d_1$ parabolik yuza bilan almashtiramiz.

$$\Delta_E = \frac{1}{2EI} \left(-\frac{6 \cdot 90}{2} 4 + \frac{6 \cdot 180}{2} 2 \right) + \frac{1}{EI} \left(-\frac{6 \cdot 90}{2} 4 + \frac{2 \cdot 6 \cdot 90}{3} 3 \right) = 0,$$

demak, yakuniy M epyurasi to'g'ri qurilgan. E nuqtasining ko'chishi nol chiqqanligi shundan dalolat beradi. Endi Q epyurasini quramiz. Buning uchun xarakterli kesimlardagi ko'ndalang kuchlarni aniqlaymiz:

AS elementi

$$Q_A = H_a = 60 \text{ кН}; \quad Q_C = H_a - qh = 60 - 10 \cdot 6 = 0.$$

SE elementi

$$Q_C = -V_a = -45 \text{ кН}; \quad Q_D^{qan} = Q_C = -45 \text{ кН}; \\ Q_D^{jnz} = Q_D^{qan} + V_b = -45 + 120 = 75 \text{ кН}; \quad Q_E = -X_1 = -45 \text{ кН.}$$

VD elementi

Bu element kesimlarida ko'ndalang kuchlar nolga teng. Topilgan qiymatlar asosida Q epyurasini quramiz (8.13 e - rasm).

Nihoyat, rama elentlaridagi bo'ylama kuchlarni hisoblaymiz:

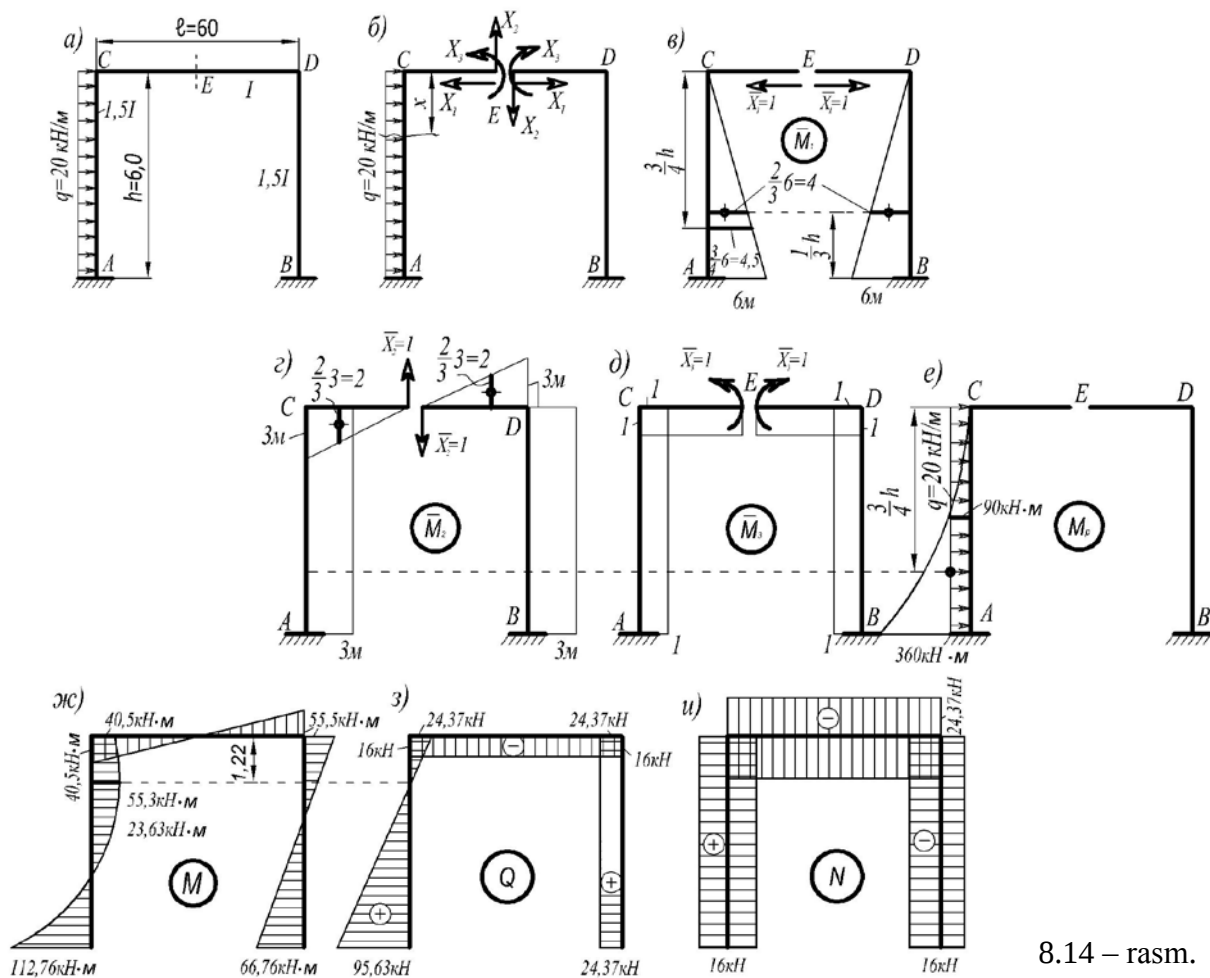
$$N_{AC} = V_a = 45 \text{ кН}; \quad N_{CE} = 0; \quad N_{BD} = -V_b = -120 \text{ кН.}$$

Bu qiymatlar asosida N epyurasini quramiz (8.13 ж- rasm).

8.3-misol. 8.14 a - rasmda tasvirlangan rama uchun M , Q va N epyuralari qurilsin. AS va VD elementlarining bikirligi $1,5EI$, CD elementining bikirligi EI .

Yechish.

Ramaning statik noaniqlik darajasi $C_{\text{ст}} = 3K - III = 3 \cdot 1 - 0 = 3$ ga teng. Ramaning simmetriligidan foydalanib, ayrim ko'chishlarni nolga aylantirish maqsadida, asosiy sistema tanlashda rigelni simmetriya o'qi o'tgan erdan qirqamiz (8.14 б- rasm). Buning oqibatida yondosh kesimlarni vertikal va gorizantal ko'chishlardan hamda o'zaro aylanishlardan saqllovchi uchta ichki bog'lanish barham topadi.



8.14 – rasm.

Barnam topgan bog'lanishlarning ta'sirini uchta no'malum kuchlar bilan: bo'yлама kuch X_1 , ko'ndalang kuch X_2 va moment X_3 bilan almashtiramiz. Asosiy sistemaga berilgan kuchlarni joylashtiramiz, keyin noma'lumlarni aniqlash uchun uchta kanonik tenglama tuzamiz:

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \Delta_{1p} = 0;$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{1p} = 0;$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} = 0.$$

So'ngra $\bar{M}_1$ (8.14 б - rasm), $\bar{M}_2$ (8.14 г - rasm), $\bar{M}_3$ (8.14 д - rasm) va M_r (8.14 е - rasm) epyuralarini quramiz. Bu epyuralardan foydalanib, kanonik tenglamalar tarkibidan o'rin olgan ko'chishlarni aniqlaymiz:

$$\delta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{1,5EI} \cdot \frac{6 \cdot 6}{2} \cdot 4 = \frac{96}{EI};$$

$\delta_{12} = \delta_{21} = 0$, chunki ko'paytiriladigan epyuralarning biri ($\bar{M}_1$) simmetrik, ikkinchisi ($\bar{M}_2$) teskari simmetrik epyura;

$$\delta_{13} = \delta_{31} = 2 \cdot \frac{1}{1,5EI} \cdot \frac{6 \cdot 6}{2} \cdot 1 = \frac{24}{EI};$$

$$\Delta_{1p} = -\frac{1}{1,5EI} \cdot \frac{6 \cdot 360}{3} \cdot 4,5 = -\frac{2160}{EI};$$

$$\delta_{22} = 2 \left(\frac{1}{1,5EI} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{EI} \cdot \frac{3 \cdot 3}{2} \cdot 2 \right) = \frac{90}{EI};$$

$\delta_{23} = \delta_{32} = 0$, chunki bunda teskari simmetrik epyura $\bar{M}_2$ to'g'ri simmetrik epyura $\bar{M}_3$ bilan ko'paytiriladi;

$$\Delta_{2p} = -\frac{1}{1,5EI} \cdot \frac{6 \cdot 360}{3} \cdot 3 = -\frac{1440}{EI};$$

$$\delta_{33} = 2 \left(\frac{1}{1,5EI} \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 + \frac{1}{EI} \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \right) = \frac{14}{EI};$$

$$\Delta_{3p} = -\frac{1}{1,5EI} \cdot \frac{6 \cdot 360}{3} \cdot 1 = \frac{480}{EI}.$$

$\delta_{12} = \delta_{21} = 0$ va $\delta_{23} = \delta_{32} = 0$ bo'lganligi tufayli kanonik tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} = 0;$$

$$\delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0;$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} = 0.$$

Ikkinchi tenglama tarkibiga faqat teskari simmetrik noma'lum X_2 kirgan, birinchi va uchinchi tenglamalar esa faqat simmetrik noma'lumlar X_1 va X_3 dan tashkil topgan. Asosiy sistemani mana shunday tanlash yo'li bilan noma'lumlarni ikkita mustaqil guruhga (simmetrik va teskari simmetrik noma'lumlardan tashkil

topgan tenglamalarga) ajralib ketishiga erishdik. Bu, albatta, hisob ishlarini engillashtiradi.

Ko'chishlarning topilgan qiymatlarini kanonik tenglamalarga qo'yamiz;

$$96 \cdot X_1 + 24 \cdot X_3 - 2160 = 0 ;$$

$$90 \cdot X_2 - 1440 = 0 ;$$

$$24 \cdot X_1 + 14 \cdot X_3 - 480 = 0 .$$

Ikkinchi tenglamadan X_2 ni topamiz: $X_2 = \frac{1440}{90} = 16 \text{ кН} .$

Birinchi tenglamada X_3 ni X_1 orqali ifodalaymiz:

$$X_3 = \frac{-96 \cdot X_1 + 2160}{24} = -4 \cdot X_1 + 90 .$$

Buni uchinchi tenglamaga qo'yib, undan X_1 ni topamiz:

bundan: $24 \cdot X_1 - 56 \cdot X_1 + 1260 - 480 = 0 ,$

bundan:

$$X_1 = \frac{780}{32} = 24,375 \text{ кН} .$$

U holda $X_3 = -4 \cdot 24,375 + 90 = -7,5 \text{ кН} .$

Asosiy sistemada (8.14 б - rasm) eguvchi momentlarni hisoblab topamiz va M epyurasini quramiz (8.14 ж- rasm).

AS elementi

Istalgan kesimdagi eguvchi moment

$$M_x = X_1 \cdot x + X_2 \cdot \frac{\ell}{2} + X_3 - \frac{qx^2}{2} = 24,375 \cdot x + 16 \cdot \frac{6}{2} - 7,5 - \frac{20x^2}{2} =$$

$$= 24,37x + 40,5 - 10 x^2 \quad x = 0 \quad \text{bo'lganda} \quad M_C = 40,5 \text{ кНМ} ;$$

$$x = 3 \text{ м} \quad \text{bo'lganda} \quad M_x = 24,375 \cdot 3 + 40,5 - 90 = 23,325 \text{ кНМ} ;$$

$$x = 6 \text{ м} \quad \text{bo'lganda} \quad M_A = 24,375 \cdot 6 + 40,5 - 360 = -173,25 \text{ кНМ} .$$

M_x dan hosila olib, uni nolga tenglaymiz va shu tenglamadan M_{max} ning absissasi x_0 ni aniqlaymiz:

$$\frac{dM_x}{dx} = 24,375 - 20 \cdot x_0 = 0 , \quad \text{bundan} \quad x_0 = \frac{24,375}{20} = 1,22 \text{ м} .$$

Maksimal eguvchi moment

$$M_{max} = 24,375 \cdot 1,22 + 40,5 - 10 \cdot 1,22^2 = 55,37 \text{ кНМ}.$$

SE elementi

$$M_C = X_2 \frac{\ell}{2} + X_3 = 16 \cdot \frac{6}{2} - 7,5 = 40,5 \text{ кНМ}$$

$$M_E = X_3 = -7,5 \text{ кНМ}.$$

ED elementi

$$M_E = X_3 = -7,5 \text{ кНМ}; \quad M_D = X_3 - X_2 \frac{\ell}{2} = -7,5 - 16 \cdot 3 = -55,5 \text{ кНМ}.$$

DV elementi

$$M_D = X_3 - X_2 \frac{\ell}{2} = -55,5 \text{ кНМ};$$

$$M_B = X_3 - X_2 \frac{\ell}{2} + X_1 h = -7,5 - 16 \cdot \frac{6}{2} + 24,375 \cdot 6 = 90,75 \text{ кНМ}.$$

Asosiy sistema (8.14 б- rasm) bo'yicha ko'ndalang kuchlarni hisoblaymiz va Q epyurasini quramiz (8.14 з- rasm):

AS elementi

$$Q_A = -X_1 + qh = -24,375 + 20 \cdot 6 = 95,625 \text{ кН};$$

$$Q_C = -X_1 = -24,375 \text{ кН}.$$

SE elementi

$$Q_C = -X_2 = -16 \text{ кН}; \quad Q_E = -X_2 = -16 \text{ кН}.$$

ED elementi

$$Q_E = -X_2 = -16 \text{ кН}; \quad Q_D = Q_E = -16 \text{ кН}.$$

DV elementi

$$Q_D = X_1 = 24,375 \text{ кН}; \quad Q_B = Q_D = 24,375 \text{ кН}.$$

Bo'ylama kuchlarni hisoblaymiz va N epyurasini quramiz (8.14 u- rasm):

$$N_{AC} = X_2 = 16 \text{ кН}; \quad N_{CE} = -X_1 = -24,375 \text{ кН};$$

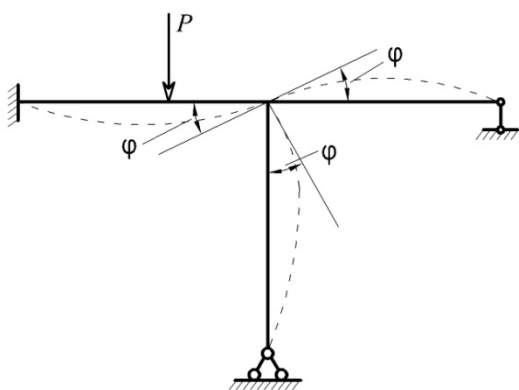
$$N_{ED} = -X_1 = -24,375 \text{ кН}; \quad N_{DB} = -X_2 = -16 \text{ кН}.$$

IX BOB. STATIK NOANIQ RAMALARNI KO‘CHISHLAR USULIDA HISOBLASH

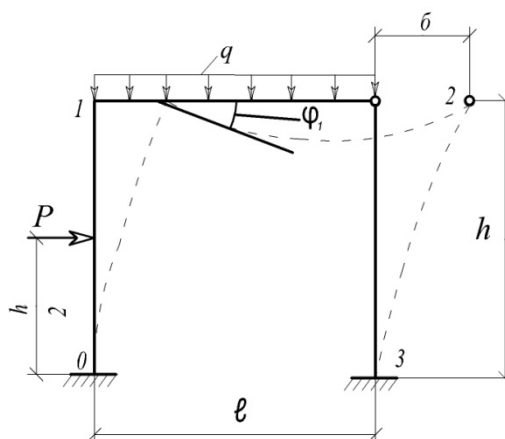
9.1. Umumiy ma’lumotlar

Statik noaniq ramalarni kuch usulida hisoblashda avval zo‘riqish kuchlari aniqlanadi, undan so‘ng ko‘chishlar aniqlanadi. Bu masalani boshqa yo‘l bilan ham yechish mumkin. Bunda avval statik noaniq ramalardagi topiladi, undan so‘ng ixtiyoriy kesimdagi ichki kuchlar aniqlanadi. Statik noaniq ramalarni ko‘chish usulida hisoblaganda, aynan qilinadi. Bu usulga ko‘ra noma’lumlar sifatida rama, tugunlaridagi chiziqli va burchakli elastik ko‘chishlar qabul qilinadi. Ko‘chish usuli quyidagi farazlarga asoslanadi:

1. Ikki va undan ortiq sterjenlar kelib tutashgan ramaning bikir tuguni bir xil burchakka buriladi (9.1-rasm).
2. Rama deformatsiyalarini hisoblashda Q va N ning ta’siri hisobga olinmaydi.
3. Deformatsiya natijasida tugunlar orasidagi masofa o‘zgarishsiz qoladi.
4. Burchak kichik bo‘lganligi sababli uning tangensini burchakning o‘ziga teng deb olamiz, ya’ni $tg\varphi = \varphi$



9.1 – rasm.



9.2- rasm.

9.2 - rasmda tasvirlangan rama tashqi kuchlar ta’sirida deformatsiyalanib, uning tugunlari burchakli va chiziqli ko‘chishlar oladi.

Ramanig 1 tuguni φ burchakka buriladi va gorizontal yo'nalishda δ masofaga ko'chadi. Ko'chishlar usulida noma'lum sifatida rama tugunlarining chiziqli (δ) va burchakli (φ) elastik ko'chishlari qabul qilinadi.

Ko'chishlar usulida ramalarning kinematik noaniqlik darajasi quyidagi formuladan topiladi:

$$n = n_b + n_{ch}$$

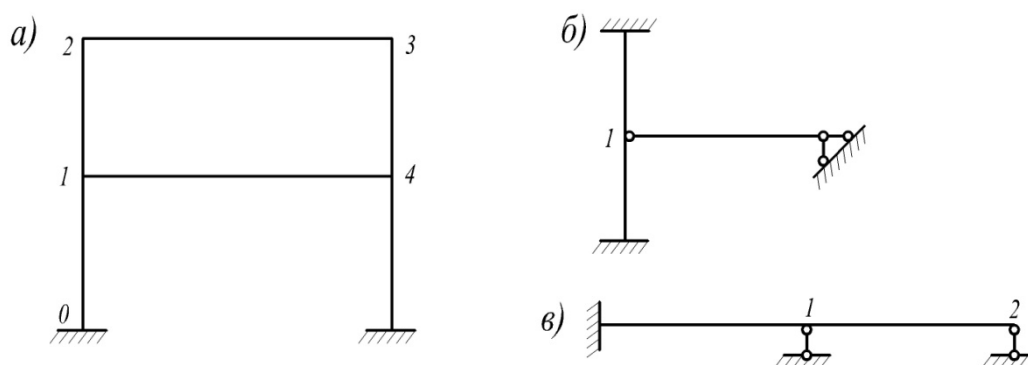
Bu yerda:

n_b - bikir tugunlar soni yoki bikir tugunlarning burchakli ko'chishlari soni;

n_{ch} – rama tugunlarining chiziqli ko'chishlari soni.

Noma'lum deb qabul qilingan burchakli ko'chishlar soni « n_b », ramaning tarkibidagi bikir tugunlar, soniga teng deb qabul qilinadi. Ikki va undan ortiq sterjenlarning mustahkam tutashgan joyi bikir tugun deb ataladi.

Misol: 9.3 a - rasmda 1, 2, 3, 4 - tugunlar, 9.3 b-rasmda 1 – tugun, 9.3 b-rasmda 1, 2 - tugunlar bikir tugunlar sanaladi.



9.3 – rasm.

Chiziqli ko'chishlar sonini aniqlash uchun berilgan ramaning bikir tugunlariga va tayanchlariga sharnirlar kiritib, geometrik o'zgaruvchan sistema hosil qilinadi. Bu hosil bo'lgan sharnirli sistemaning erkinlik darajasi – ramaning chiziqli ko'chishlari soniga teng bo'ladi.

Sharnirli sistemani geometrik o'zgarmas sistemaga aylanishi uchun kerakli bo'lgan kinematik bog'lanishlar soni ramaning chiziqli ko'chishlar sonini ifodalaydi. Chiziqli ko'chishlar soni quyidagi formulalar yordamida ham aniqlanadi:

$$n_{ch} = 2SH - S - S_T;$$

$$n_{ch} = 2T - C.$$

Bu yerda: SH - sharnirlar soni;

S - rama sterjenlari soni;

S_T - tayanch sterjenlari soni;

T - tugunlar soni.

Misol. 9.4 a -rasmda ifodalangan ramaning kinematik noaniqlik darajasi aniqlansin.

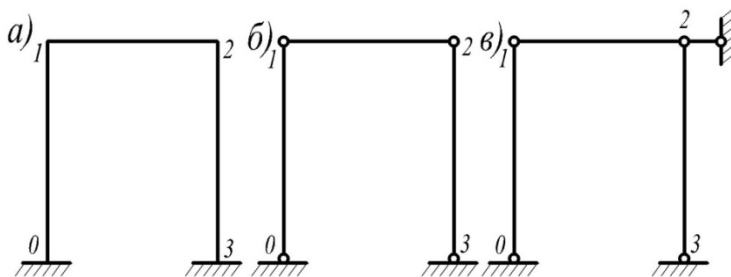
Yechish. Ramaning burchakli ko'chishlar soni $n_b = 2$. Rama tugunlarining chiziqli ko'chishlari sonini aniqlash uchun uning bikir tugunlariga sharnir kiritib, geometrik o'zgaruvchan sharnirli sistemaga keltiriladi.

(9.4 b -rasm) va shu sxemaning erkinlik darajasi aniqlanadi. Bu sxemaning erkinlik darajasi $n_{ch} = 1$, chunki uning geometrik o'zgarmas bo'lishi uchun unga bitta qo'shimcha sterjen bog'lovchi kiritilsa kifoya (9.4 b-rasm).

Berilgan ramaning jami noma'lumlari soni:

$$n = n_b + n_{ch} = 2 + 1 = 3.$$

Demak, ramaning kinematik noaniqlik darajasi uchga teng ekan.



9.4 – rasm.

9.2 Statik noaniq ramalarni ko'chishlar usulida hisoblashga doir misollar

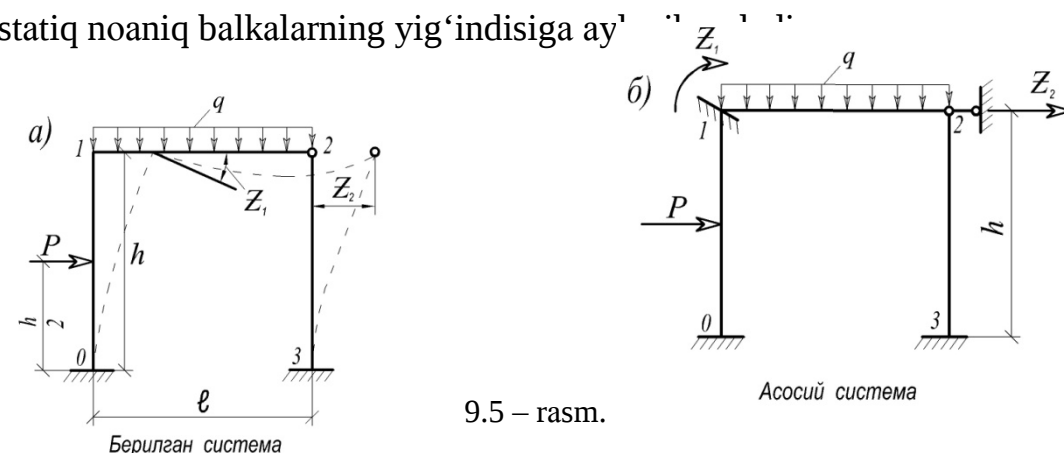
Ko'chishlar usulining asosiy sistemasi va kanonik tenglamalari

Kuch usulining asosiy sistemasi berilgan sistemadagi ortiqcha bog'lanishlarni tashlab yuborish yo'li bilan hosil qilinilar edi. Asosiy sistema - statik aniq, va geometrik o'zgarmas bo'ladi. Ko'chishlar usulida asosiy sistema,

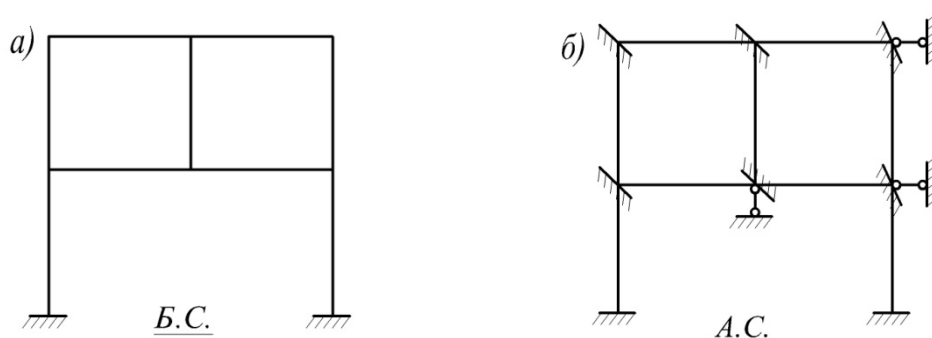
aksincha, ramaga qo'shimcha bog'lanishlar kiritish yuli bilan hosil qilinadi. Qo'shimcha bog'lanishlar ikki xil (burchakli va chiziqli) bo'ladi.

Rama tugunlarining burchakli ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi bog'lanishlar - **burchakli** bog'lanishlar deb ataladi. Rama tugunlarini chiziqli ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi bog'lanishlar – **chiziqli** bog'lanishlar deb ataladi.

Ramaga qo'shimcha bog'lanishlar kiritilishi natijasida rama alohida bir oraliqli statik noaniq balkalarning yig'indisiga ay



9.5 a - rasmda tasvirlangan ramaning kinematik noaniqlik darajasi 2 ga teng. U bitta burchakli (Z_1), bitta chiziqli (Z_2) ko'chishga ega. Bu ko'chishlarga chek qo'yish uchun ramaga bitta burchakli bog'lanish (birinchi tugun) hamda bitta chiziqli bog'lanish (ikkinchi tugun) kiritiladi. Bu ramaning asosiy sistemasi 9.5 b-rasmda berilgan. 9 marta kinematik noaniq ramaning (9.6 a - rasm) asosiy sistemasi (9.6 b- rasm) tasvirlangan. Ramaning burchakli ko'chishlari soni oltiga teng ($n_b = 6$), chiziqli ko'chishlari soni esa uchga teng ($n_{ch} = 3$).



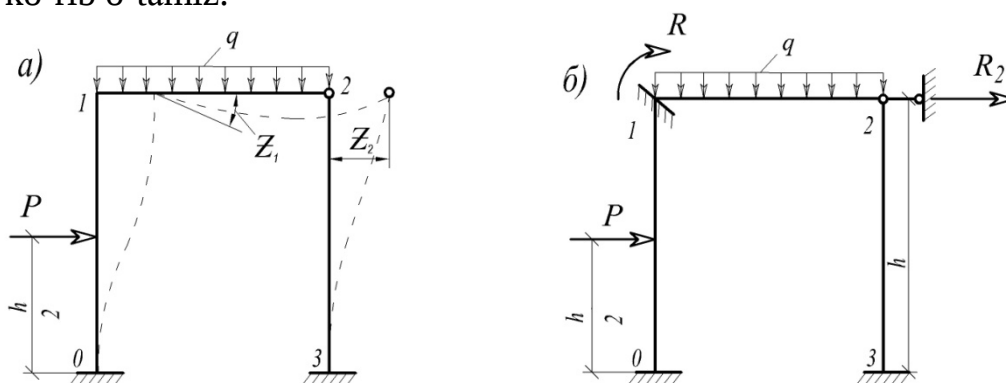
Ko‘chishlar usulining kanonik tenglamalari. Kanonik tenglamalar tizimini tuzish qoidasi berilgan sistema bilan asosiy sistema orasidagi farqni yo‘qotishga asoslangan. Asosiy sistemalar berilgan sistemadan qo‘shimcha bog‘lanishlari borligi bilan farq qiladi. Ma’lumki, burchakli bog‘lanishlarda reaktiv moment, chiziqli bog‘lanishlarda esa reaktiv kuchlar hosil bo‘ladi.

Reaktiv moment va kuchlarni nolga tenglash mumkin. Buning uchun qo‘shimcha bog‘lanishlarga berilgan sistemada vujudga keladigan miqdorda chiziqli va burchakli ko‘chishlar beramiz. Burchakli va chiziqli bog‘lanishlardagi reaktiv moment va kuchlarni inkor etish ko‘chish usuli kanonik tenglamasining asosini tashkil etadi. Umumiy ko‘rinishda ko‘chish usulining kanonik tenglamalari quyidagicha yoziladi (9.7- rasm):

$$R_1 = 0; \quad R_2 = 0$$

Bu yerda R_1 va R_2 qo‘shimcha bog‘lanishlarda tashqi kuchlar hamda bog‘lanishlarning burchakli va chiziqli ko‘chishlari natijasida hosil bo‘ladigan reaktiv moment va reaktiv kuchlarning algebraik yig‘indisidir. Tuziladigan tenglamalar soni berilgan ramaning kinematik noaniqlik darajasiga teng bo‘ladi.

Kanonik tenglamalar sistemasini tuzish tartibini 9.7- rasmda tasvirlangan rama misolida ko‘rib o‘tamiz.



9.7 – rasm.

Birinchi tugunga kiritilgan qo‘shimcha bog‘lanishda vujudga keladigan to‘liq moment R_1 quyidagi hadlardan tashkil topadi:

$$R_1 = R_{1p} + R_{11} + R_{12}.$$

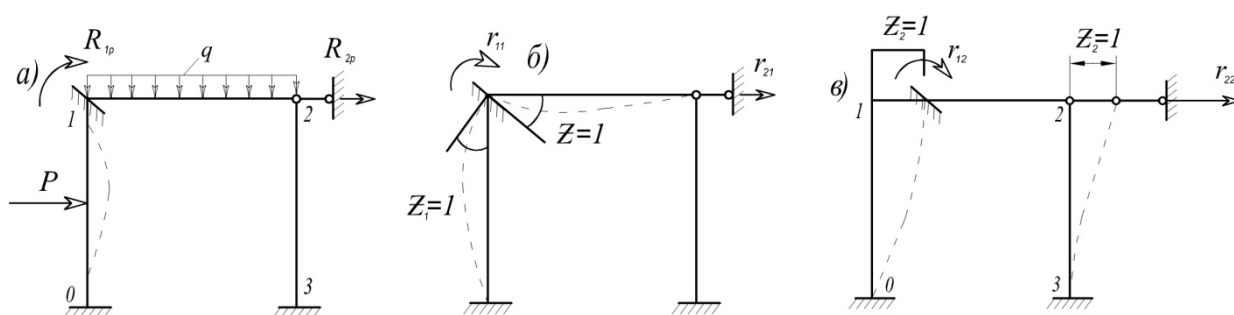
Bu yerda R_{1p} – qo‘shimcha bog‘lanishda tashqi yuklar ta‘sirida vujudga keladigan reaktiv moment (9.8 a -rasm);

R_{11} – birinchi bog‘lanishni $Z_1 = 1$ burchakka burilishi natijasida shu bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv moment;

R_{12} – ramaning 1,2 – tugunlarini $Z_2 = 1$ masofaga ko‘chishi natijasida birinchi bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv moment.

R_{11} va R_{12} reaktiv momentlarni birlik ko‘chish natijasida vujudga keladigan reaktiv momentlar orqali ifodalaymiz:

$$R_{11} = r_{11} \cdot Z_1 \text{ va } R_{12} = r_{12} \cdot Z_2 .$$



9.8 – rasm.

Bu yerda:

r_{11} - birinchi bog‘lanishni bir birlikka ($Z_1=1$) burganimizda, shu bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv moment (9.8 b-rasm);

r_{12} - ikkinchi bog‘lanishni $Z_2 = 1$ masofaga siljitganimizda birinchi bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv moment (9.8 c- rsem);

U holda dastlabki tenglama quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + R_{1p} = 0. \quad (9.1)$$

Shu tarzda ikkinchi tenglamani ham tuzsa bo‘ladi:

$$r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + R_{2p} = 0. \quad (9.1)$$

Bu yerda

r_{21} – birinchi bog‘lanishni $Z_1 = 1$ burchakka ko‘chishi natijasida ikkinchi bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv kuch (9.8 d- rasm);

r_{22} – ikkinchi bog‘lanishni $Z_2 = 1$ masofaga ko‘chishi natijasida shu bog‘lanishda hosil bo‘ladigan reaktiv kuch (9.8 e - rasm);

R_{2p} – tashqi kuchlar ta'sirida ikkinchi bog'lanishda vujudga keladigan reaktiv kuch (9.8 a -rasm).

Shunday qilib, birinchi tenglama birinchi tugunga kiritilgan qo'shimcha bog'lanishda reaktiv momentning nolga tengligini, ikkinchi tenglama esa ikkinchi bog'lanishdagi reaktiv kuchlarning nolga tengligini ifodalaydi. Har ikki tenglama ko'chish usulining **kanonik tenglamasi** deb ataladi.

Agar sistema to'rt marotaba kinematik noaniq bo'lsa, u holda yuqorida bayon etilgan tartib asosida to'rtta kanonik tenglama tuziladi va u quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + r_{13} \cdot Z_3 + r_{14} \cdot Z_4 + R_{1p} = 0;$$

$$r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + r_{23} \cdot Z_3 + r_{24} \cdot Z_4 + R_{2p} = 0;$$

$$r_{31} \cdot Z_1 + r_{32} \cdot Z_2 + r_{33} \cdot Z_3 + r_{34} \cdot Z_4 + R_{3p} = 0;$$

$$r_{41} \cdot Z_1 + r_{42} \cdot Z_2 + r_{43} \cdot Z_3 + r_{44} \cdot Z_4 + R_{4p} = 0.$$

Bosh diagonal bo'yicha joylashgan koeffitsientlar ($r_{11}, r_{22}, r_{33}, r_{44}$) bosh koeffitsientlar, qolganlari yordamchi koeffitsientlar deb ataladi; ozod hadlar $R_{1p}, R_{2p}, R_{3p}, R_{4p}$, - yuk reaksiyalari deb ataladi.

Bu tenglamalarda ham kuch usulidagi singari bosh diagonalga nisbatan simmetrik ravishda joylashgan koeffitsientlar o'zaro teng bo'ladi, ya'ni, $r_{12} = r_{21} = r_{13} = r_{31}$.

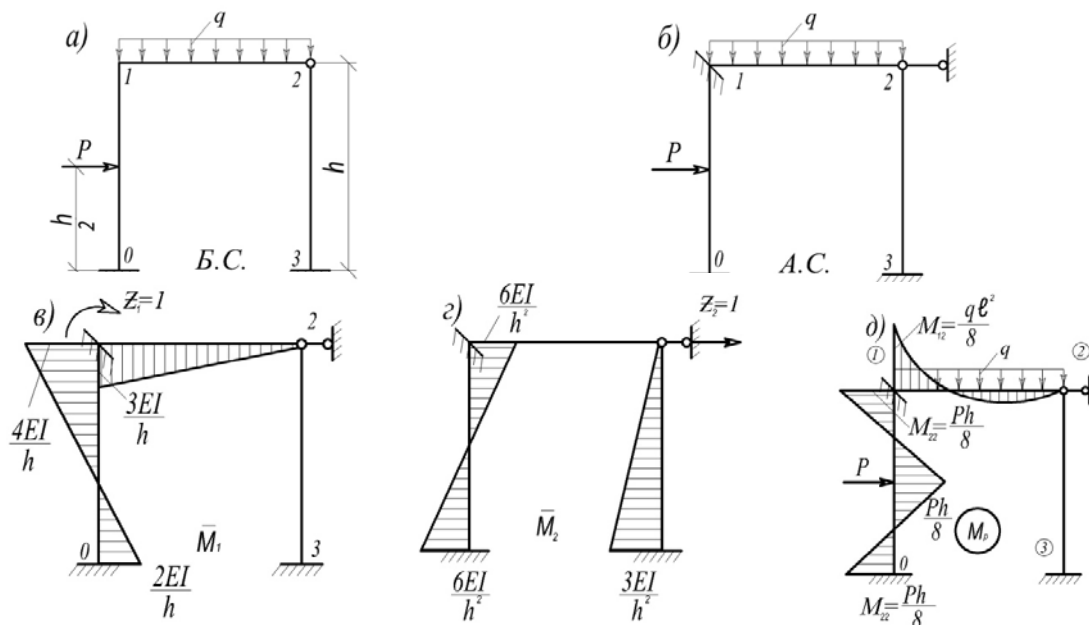
Bosh koeffitsientlar hamma vaqt noldan katta bo'ladi $r_{nn} > 0$.

Yordamchi koeffitsientlar esa $r_{ki} \geq 0$ bo'lishi mumkin.

Kuch usulining kanonik tenglamalari ko'chishlarning nolga tengligini ifodalaydi. Ko'chish usulining kanonik tenglamalari esa rama tugunlariga kiritilgan qo'shimcha bog'lanishlardagi reaktiv moment va reaktiv kuchlarning nolga tengligini ifodalaydi.

Kanonik tenglama koefitsientlari va ozod hadlarini aniqlashning statik usuli

Kanonik tenglamaning koefitsientlari va ozod hadlarini aniqlash uchun asosiy sietemada birlik ko‘chishlar va tashqi kuchlar ta’siridan hosil bo‘ladigan moment epyuralari quriladi. Eguvchi moment epyuralarini qurish va kanonik tenglamalarning koefitsientlarini aniqlash tartibini 9.9 a – rasmda tasvirlangan rama misolida ko‘rib o‘tamiz.



9.9 – rasm.

Berilgan ramaning kinematik noaniqlik darajasi $n = 2$ bo‘lgani uchun ikkita kanonik tenglama tuziladi:

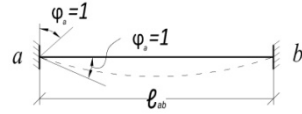
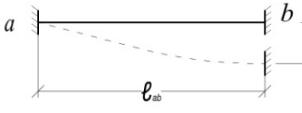
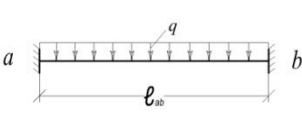
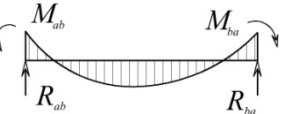
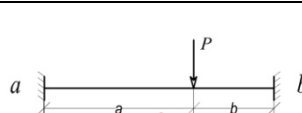
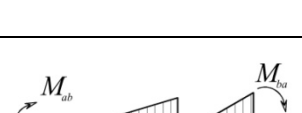
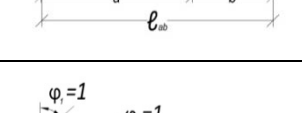
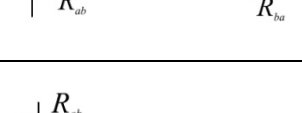
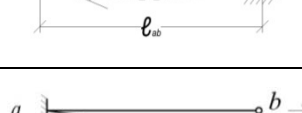
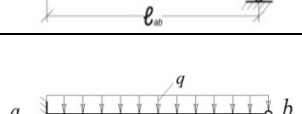
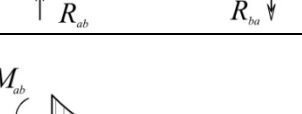
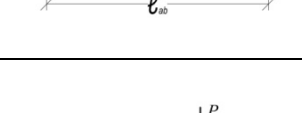
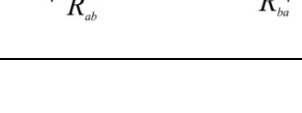
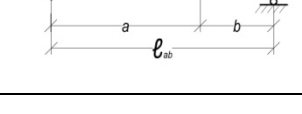
$$r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + R_{1p} = 0; \quad (9.2)$$

$$r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + R_{2p} = 0.$$

Kanonik tenglamani yechish uchun avval uning koefitsientlari va ozod hadlarini topib olishimiz kerak. $\bar{M}_1$ epyurasini hosil qilish uchun birinchi tugunga kiritilgan bog‘lanishni $Z_1 = 1$ burchakka buramiz (9.9 б- rasm). Shaklda keltirilgan momentlarning qiymati 9.1 - jadvaldan olinadi.

$\bar{M}_2$ epyurasi ikkinchi bog‘lanishning $Z_2 = 1$ masofaga ko‘chishidan hosil bo‘lgan (9.9 r- rasm). Bu yerda ham sterjen uchlaridagi momentlarning qiymati 9.1 - jadvaldan olingan. M_p epyurasi tashqi kuchlardan qurilgan (9.9 д- rasm). Tabiiyki bu epyurada ham momentlarning qiymatlari o‘sha jadvaldan olingan. Eguvchi moment epyuralari qurilgandan so‘ng kanonik tenglamalarning koefitsientlari va ozod hadlarini aniqlashga o‘tiladi.

9.1 - jadval

Balka va unga ta'sir qiluvchi omil	Eguvchi moment epyurasi	Tayanch reaktiv momentlari	Tayanch reaksiyalari
		$M_{ab} = 4i_{ab}$ $M_{ba} = 2i_{ba}$	$R_{ab} = -\frac{6i_{ab}}{\ell}$ $R_{ba} = -R_{ab}$
		$M_{ab} = -\frac{6i_{ab}}{\ell}$ $M_{ba} = -\frac{6i_{ba}}{\ell}$	$R_{ab} = \frac{12i_{ab}}{\ell}$ $R_{ba} = -R_{ab}$
		$M_{ab} = -\frac{q\ell^2}{12}$ $M_{ba} = -\frac{q\ell^2}{12}$	$R_{ab} = -\frac{q\ell}{2}$ $R_{ba} = -\frac{q\ell}{2}$
		$M_{ab} = -\frac{Pab^2}{\ell^2}$ $M_{ba} = -\frac{Pa^2b}{\ell^2}$	$R_{ab} = \frac{Pb^2}{\ell^2} \left(1 + \frac{2a}{\ell}\right)$ $R_{ba} = \frac{Pa^2}{\ell^2} \left(1 + \frac{2b}{\ell}\right)$
		$M_{ab} = \frac{M_b}{\ell^2} (zi - 3b)$ $M_{ba} = \frac{M_a}{\ell^2} (zi - 3a)$	$R_{ab} = -\frac{6ab}{\ell^3} \cdot M$ $R_{ba} = \frac{6ab}{\ell^3} \cdot M$
		$M_{ab} = 3i_{ab}$	$R_{ab} = -\frac{3i_{ab}}{\ell_{ab}}$ $R_{ba} = -\frac{3i_{ab}}{\ell_{ab}}$
		$M_{ab} = -\frac{3i_{ab}}{\ell}$	$R_{ab} = -R_{ba} = \frac{3i_{ab}}{\ell^2}$
		$M_{ab} = -\frac{q\ell^2}{6}$	$R_{ab} = \frac{5}{6}q\ell$ $R_{ba} = \frac{5}{3}q\ell$
		$M_{ab} = -\frac{Pb(\ell^2 - b^2)}{2\ell^2}$	$R_{ab} = \frac{Pb(3\ell^2 - b^2)}{2\ell^2}$ $R_{ba} = \frac{Pa^2(3\ell - a)}{2\ell^3}$
		$M_{ab} = -\frac{M(\ell^2 - 3b^2)}{2\ell^2}$	$R_{ab} = -\frac{3M(\ell^2 - b^2)}{2\ell^3}$ $R_{ba} = \frac{3M(\ell^2 - b^2)}{2\ell^3}$

Kanonik tenglamalarning koeffitsient va ozod hadlari ikkita guruhga bo'linadi:

- 1) qo'shimcha bog'lanishlarda vujudga keladigan reaktiv momentlar;
- 2) qo'shimcha bog'lanishlarda vujudga keladigan reaktiv kuchlar.

Aniqlanayotgan koeffitsient yoki ozod had reaktiv moment bo'lsa, u holda asosiy sistemadan tegishli qo'shimcha bog'lanish kesib olinadi hamda muvozanat tenglamalari tuziladi.

$$\sum M = 0.$$

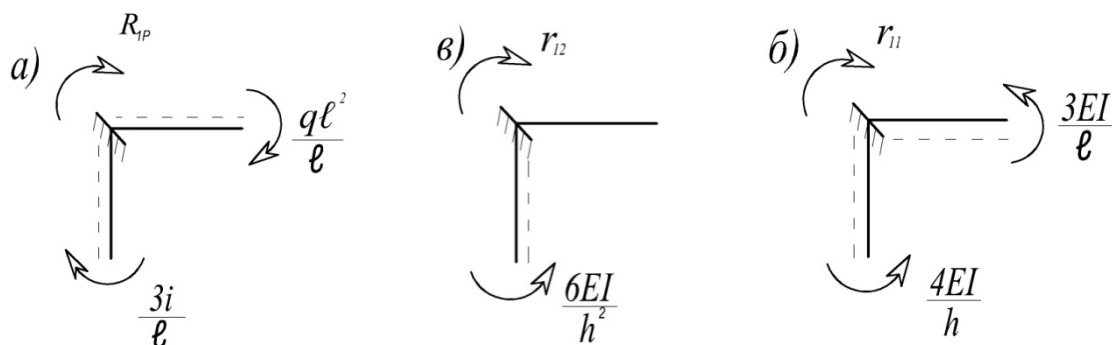
Agar aniqlanayotgan koeffitsient va ozod hadlar reaktiv kuch bo'lsa, u holda asosiy sistemani ustunlari va ikkinchi bog'lanish orqali kesim o'tkaziladi. Shundan so'ng proeksiyalar tenglamasi tuziladi:

$$\sum T = 0.$$

T - o'qning yo'nalishi tenglamalar tuzishga qulay holatda o'tkaziladi.

Kanonik tenglamaning birinchi qatoridagi ozod hadlar va koeffitsientlarni aniqlaylik.

R_{1p} ning qiymatini aniqlash uchun « M_p » epyurasidan birinchi tugunni kesib olib, muvozanat tenglamasini yozamiz (9.10 a - rasm):



9.10 – rasm.

$$\sum M_1 = R_{1p} + \frac{q\ell^2}{8} - \frac{Ph}{8} = 0.$$

bundan $R_{1p} = \frac{Ph}{8} - \frac{q\ell^2}{8}.$

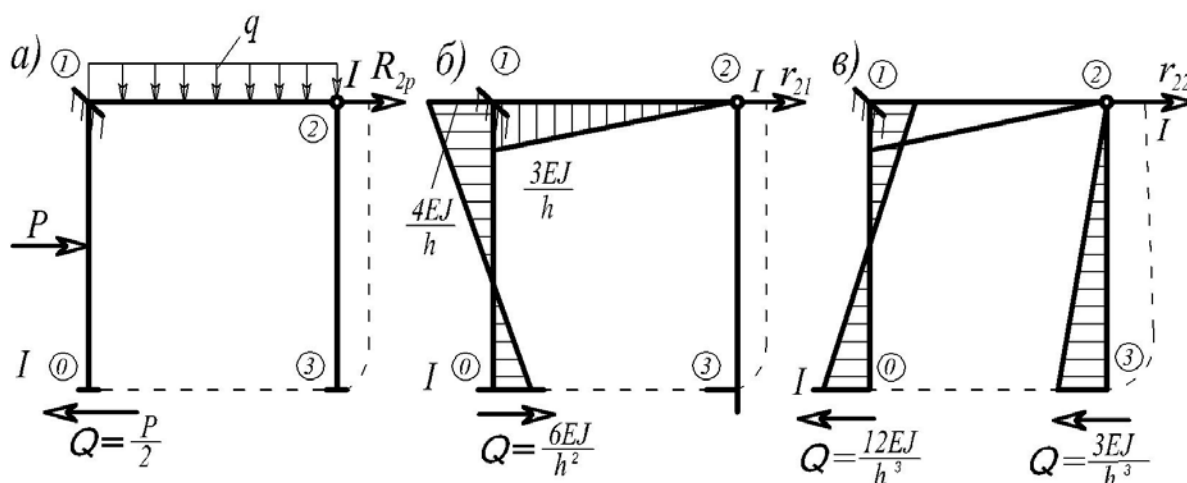
r_{11} , r_{12} larni aniqlash uchun $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ birlik eguvchi moment epyuralaridan 1-tugunni kesib olib, muvozanat tenglamasi yoziladi (9.10 b, c - rasm).

$$\sum M_1 = r_{11} - \frac{3EI}{\ell} - \frac{4EI}{h} = 0; \quad \text{bundan} \quad r_{11} = \frac{3EI}{\ell} + \frac{4EI}{h}.$$

$$\sum M_1 = r_{12} + \frac{6EI}{h^2} = 0; \quad \text{bundan} \quad r_{12} = -\frac{6EI}{h^2}.$$

Kanonik tenglamaning ikkinchi katoridagi r_{21} , r_{22} , R_{2p} lar reaktiv kuchlardan iboratdir.

Ikkinchi bog‘lanishdagi reaktiv kuch R_{2p} ni aniqlash uchun asosiy sistemaning ustunlarini 1 - 1 kesim bo‘yicha kesib, rigel va ikkinchi bog‘lanish ajratib olinadi (9.11 a -rasm). Bu ajratilgan bo‘lak uchun statikaning muvozanat tenglamasini yozamiz:



9.11 – rasm.

$$\sum X = P + R_{2p} - \frac{P}{2} = 0; \quad \text{bundan} \quad R_{2p} = -\frac{P}{2}.$$

r_{21} ni aniqlash uchun asosiy sistemaning ustunlarini 1 - 1 kesim bo‘yicha kesib, rigelni va ikkinchi bog‘lanishni ajratamiz hamda uning muvozanatini tekshiramiz (9.11 b-rasm):

$$\sum X = \frac{6EI}{h^2} + r_{21} = 0; \quad \text{bundan} \quad r_{21} = -\frac{6EI}{h^2}.$$

r_{22} ni aniqlash uchun ham asosiy sistemaning ustunlarini 1 - 1 kesim bo‘yicha kesib, rigel va ikkinchi bog‘lanishni ajratamiz hamda uning muvozanatini tekshiramiz (9.11 b-rasm);

$$\sum X = r_{22} - \frac{12EI}{h^3} - \frac{3EI}{h^3} = 0; \quad \text{bundan} \quad r_{22} = \frac{15EI}{h^3}.$$

Koeffitsient va ozod hadlarni aniqlashning epyuralarni ko'paytirish usuli

Agar berilgan ramaning ustunlari o'zaro parallel bo'lmasa, u holda statik usul ancha murakkab tus oladi. Chunki og'ma ustunli ramaning asosiy sistemasi uchun muvozanat tenglamasi tuzilganda, uning gorizontaal o'qiga ko'ndalang kuchlar bilan birgalikda bo'ylama kuchlar ham proeksiyalanadi.

Bu usul bilan koeffitsientlar va ozod hadlarni hisoblash murakkablashadi. Bunday hollarda epyuralarni ko'paytirish usulidan foydalaniladi. Ko'chish usuli kanonik tenglamalarining koeffitsientlarini aniqlash uchun kuch usulidagi singari ikkita birlik epyurani bir-biriga ko'paytirilsa kifoya ekan.

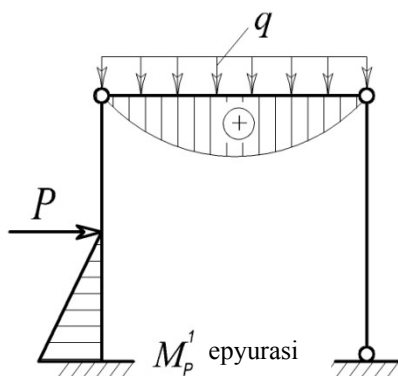
Ko'chish usuli kanonik tenglamalarining ozod hadlarini ham epyuralarni ko'paytirish usulida topsa bo'ladi. Buning uchun quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$R_{np} = \sum \int \frac{\bar{M}_n M_p'}{EI} dx$$

by yerda: $\bar{M}_n$ – eguvchi moment epyurasi;

M_p' – statik aniq sistemada tashqi kuchlardan hosil bo'lgan M epyurasi.

Masalan, 9.9 *a* - rasmda berilgan statik noaniq rama uchun M_p' epyurasi 9.12- rasmda ko'rsatilgan. $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ birlik epyuralari o'zgarishsiz qoladi (9.9 *b*, *r* - rasm,).



9.12 – rasm.

R_{1p} ni aniqlash uchun M_p' bilan $\bar{M}_1$ epyurasi, R_{2p} ni aniqlash uchun esa M_p' bilan $\bar{M}_2$ epyuralari ko'paytiriladi. Ko'paytirish ishlari Vereshchagin qoidasi bo'yicha amalga oshiriladi.

Ko‘chish usuli kanonik tenglamalari sistemasining koeffitsientlari va ozod hadlari **kuch usulidagi kabi tekshiriladi**.

Buning uchun avval $\bar{M}_s$ yig‘indi epyurasi chizib olinadi:

$$\bar{M}_s = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n,$$

Bu epyura bilan istagan birlik epyuraning ko‘paytmasi, kuch usulidagi singari tegishli qator koeffitsientlarining yig‘indisiga teng bo‘ladi:

$$r_{1s} = \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_s}{EI} dx = \sum \int \frac{\bar{M}_1 (\bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n)}{EI} dx = \sum \int \frac{\bar{M}_1^2 dx}{EI} + \\ + \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_2 dx}{EI} + \dots + \sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_n dx}{EI} = r_{11} + r_{12} + \dots + r_{1n}.$$

Kanonik tenglamaning ozod hadlari quyidagicha tekshiriladi:

$$\sum \int \frac{\bar{M}_s \bar{M}_p^2}{EI} dx = \sum \int \frac{(\bar{M}_1 + \bar{M}_2 + \dots + \bar{M}_n) \bar{M}_p^2}{EI} dx = \\ = \left(\sum \int \frac{\bar{M}_1 \bar{M}_p^2}{EI} dx + \sum \int \frac{\bar{M}_2 \bar{M}_p^2}{EI} dx + \dots + \sum \int \frac{\bar{M}_n \bar{M}_p^2}{EI} dx \right) = R_{1p} + R_{2p} + \\ \dots + R_{np}.$$

Demak, ozod hadlar to‘g‘ri topilgan bo‘lsa, ularning yig‘indisi ikki epyuraning ($\bar{M}_s$ va $\bar{M}_p$ epyuralarining) ko‘paytmasiga teng bo‘ladi.

Statik noaniq ramaning M, Q va N epyuralarini qurish

Kanonik tenglama koeffitsientlari to‘g‘ri topilganiga ishonch hosil qilganimizdan so‘ng koeffitsientlarni tenglamaga qo‘yib, undagi noma‘lumlar ($Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$) ni aniqlaymiz va undan so‘ng «M» epyurasini qurishga o‘tamiz. Epyura quyidagi qoida asosida quriladi:

$$M = M_p + \bar{M}_1 \cdot Z_1 + \bar{M}_2 \cdot Z_2 + \dots + \bar{M}_n \cdot Z_n;$$

bu yerda:

M - statik noaniq ramaning istalgan kesimidagi eguvchi moment;

M_p - asosiy sistemada tashqi kuchdan qurilgan M epyurasining ordinatasi;

$\bar{M}_1, \bar{M}_2$ — birlik epyuralarning ordinatalari;

Z_1, Z_2 — kanonik tenglamalardan topilgan burchakli yoki chiziqli ko‘chishlar.

Yakunlovchi M epyurasi qurilgandan so'ng shu epyura asosida «Q» va «N» epyuralari quriladi.

9.1. – misol. 9.20 a - rasmda berilgan rama uchun M, Q va N epyuralari ko'chishlar usulida qurilsin. Ramaning yuklanishi va o'lchamlari rasmda ko'rsatilgan.

Yechish. Rama quyidagi tartibda hisoblanadi:

1. Eng avval ramaning kinematik noaniqlik darajasi aniqlanadi:

$$n = n_b + n_{ch};$$

n_b - rama tugunlarining burchakli ko'chishlari soni;

n_{ch} - rama tugunlarining chiziqli ko'chishlari soni;

(bu son biki tugunlarni sharnir bilan almashtirilganda ramaning erkinlik darajasiga teng bo'ladi); $n_{ch} = 1$. Ramaning kinematik noaniqlik darajasi; $n = 1 + 1 = 2$ bo'ladi.

2. Asosiy sistema tuziladi (9.13 b- rasm) va rama elementlarining nisbiy bikiirliklari

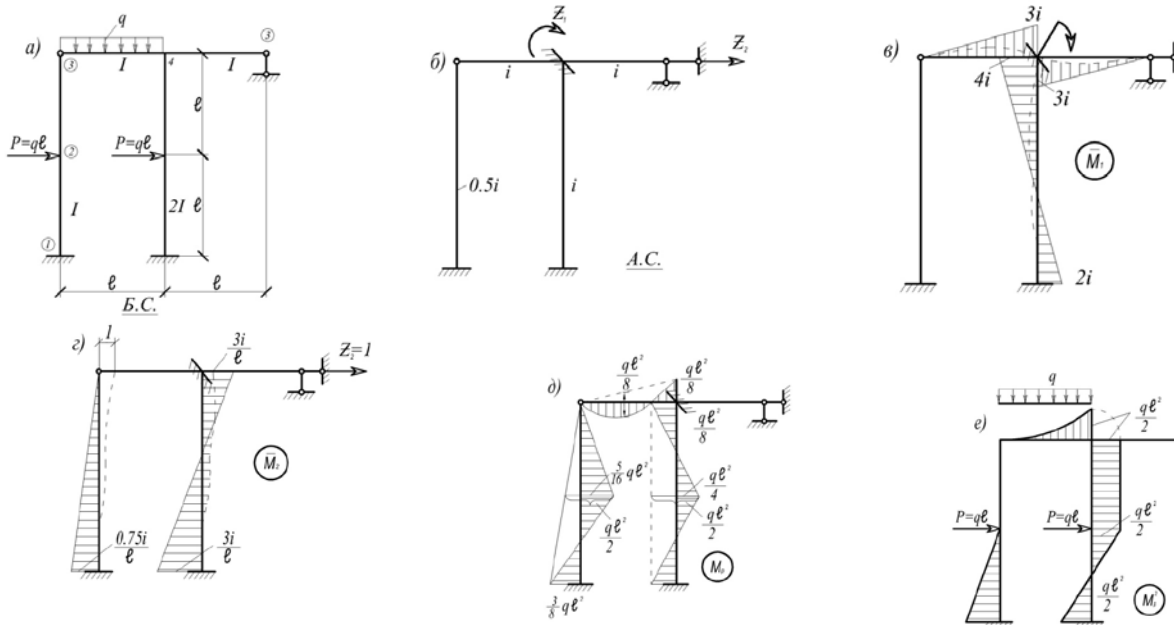
aniqlanadi: $i_{13} = \frac{EI}{2\ell} = 0,5 \frac{EI}{\ell} = 0,5i; \quad \frac{EI}{\ell} = i;$

$$i_{34} = i_{45} = \frac{EI}{\ell} = i; \quad i_{47} = \frac{2EI}{2\ell} = i.$$

3. Kanonik tenglamalar sistemasi tuziladi:

$$r_{11} \cdot Z_1 + r_{12} \cdot Z_2 + R_{1p} = 0;$$

$$r_{21} \cdot Z_1 + r_{22} \cdot Z_2 + R_{2p} = 0.$$



9.13 – rasm.

4. Asosiy sistemada tashqi kuchlardan va birlik ko'chishlardan alohida-alohida eguvchi momentlar epyuralari quriladi (9.13 b, r, d - rasm).

Epyuralarni qurishda maxsus jadvaldan foydalaniladi (9.2- jadval).

5. Kanonik tenglamalar tizimi koeffitsientlari va ozod hadlari aniqlanadi.

a) 4 - tugun muvozanatidan quyidagilar topiladi (9.14 - rasm).

$$\bar{M}_1 \text{ epyurasidan (9.13 a - rasm): } r_{11} - 2(3i) - 4i = 0; \quad r_{11} = 10i.$$

$$\bar{M}_2 \text{ epyurasidan (9.13 b - rasm): } r_{21} + \frac{3i}{\ell} = 0; \quad r_{21} = -\frac{3i}{\ell}.$$

$$M_p \text{ epyurasidan (9.13 d - rasm): } R_{1p} - \frac{q\ell^2}{4} - \frac{q\ell^2}{8} = 0; \quad R_{1p} = 0,375 q\ell^2.$$

b) ramaning yuqori qismi muvozanatidan quyidagilar topiladi:

$$\bar{M}_1 \text{ epyurasidan (9.13 - rasm) } r_{21} + \frac{3i}{\ell} = 0; \quad r_{21} = -\frac{3i}{\ell}.$$

$$\bar{M}_2 \text{ epyurasidan (9.13 r - rasm) } r_{22} - \frac{0,75i}{2\ell^2} - \frac{3i}{\ell^2} = 0; \quad r_{22} = 3,375i/\ell^2;$$

$$M_p \text{ epyurasidan (9.13 e - rasm) } R_{2p} + \frac{5}{16}q\ell + \frac{q\ell}{2} = 0; \quad R_{2p} = -\frac{13q\ell}{16} = -0,81q\ell.$$

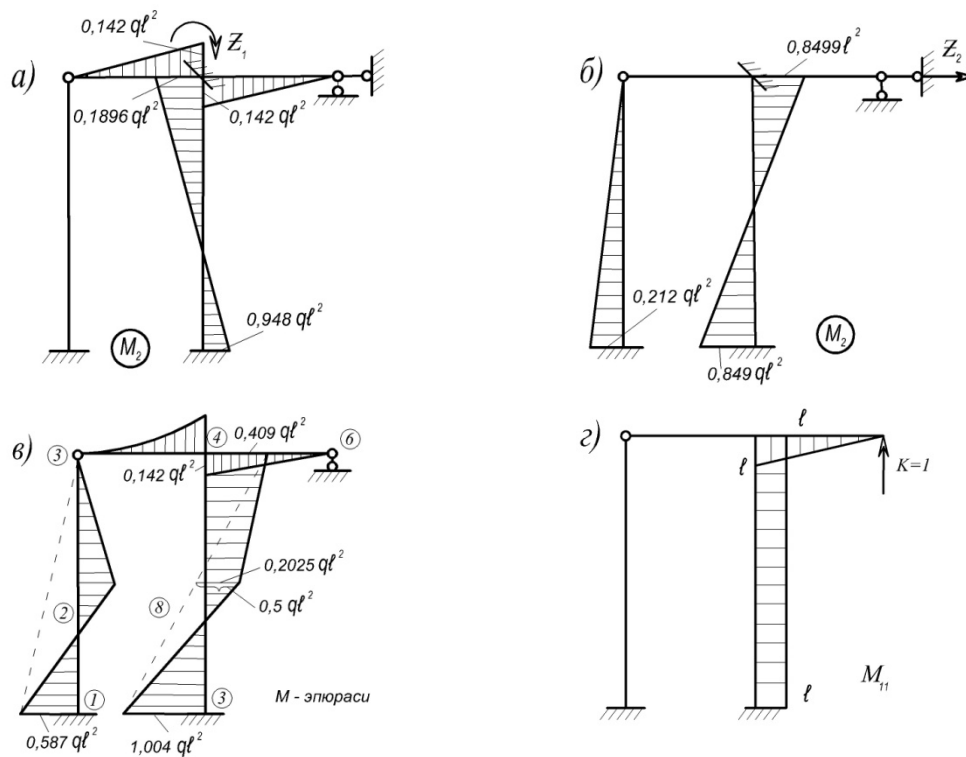
Epyuralarni ko'paytirish usuli

Statik usulda topilgan koeffitsient va ozod hadlarni epyuralarni ko'paytirish usulida topsa ham bo'ladi. Ko'paytirish amallari Vereshchagin usulida (9.14 – rasm) amalga oshiriladi:

$$r_{11} = (\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_1) = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} 3i \cdot \ell \cdot \frac{2}{3} 3i \cdot 2 + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4i \cdot 2\ell \left(\frac{2}{3} \cdot 4i \cdot \frac{1}{3} 2i \right) + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \times \\ \times 2\ell \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 2i - \frac{1}{3} \cdot 4i \right) = \frac{\ell \cdot i^2}{EI} (6+2+2) = 10i;$$

$$r_{22} = (\bar{M}_2 \cdot \bar{M}_2) = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{0,75i}{\ell} \cdot 2\ell \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{0,75i}{\ell} + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{3i}{\ell} \cdot \frac{\ell}{3} \cdot \frac{3i}{\ell} \cdot 2 = \frac{i^2}{EI \cdot \ell} (0,375 \\ + 3) = \frac{3,375 i^2}{\ell EI} = \frac{3,375 i \cdot \frac{EI}{\ell}}{\ell \cdot EI} = \frac{3,375 i}{\ell^2};$$

$$r_{21} = r_{12} = \bar{M}_1 \cdot \bar{M}_2 = -\frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4i \cdot 2\ell \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3i}{\ell} - \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} 2i \cdot 2\ell \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3i}{\ell} = -\frac{3i^2}{EI} = \\ = -\frac{3i \cdot EI}{EI \cdot \ell} = -\frac{3i}{\ell};$$



9.14 – rasm.

Ozod hadlarni aniqlash uchun berilgan sistemadan statik aniq sistema hosil qilinadi va tashqi kuchlardan eguvchi momentlar epyurasi quriladi (9.14 e - rasm):

$$R_{1p} = -\frac{[M_p \bar{M}_1]}{2} = -\frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{q\ell^2}{2} \cdot \ell \cdot \frac{3}{4} \cdot 3i + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4i \cdot 2\ell \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{q\ell^2}{2} + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2i \cdot 2\ell \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{q\ell^2}{2} + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{q\ell^2}{2} \cdot 2\ell \cdot \frac{1}{2} (4i - 2i) = \frac{q\ell^2}{EI} \cdot i \left[-0,375 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + 0,25 \right] = 0,375 \cdot \frac{q\ell^2}{EI} \cdot i = 0,375 q\ell^2.$$

$$R_{2p} = [M_p \bar{M}_2] = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} q\ell^2 \cdot \ell \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{0,75}{\ell} i - \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{q\ell^2}{2} \cdot \ell \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3i}{\ell} \cdot 2 + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \times \times \frac{q\ell^2}{2} \cdot 2\ell \cdot 0 = -\frac{q\ell^2}{EI} \cdot i \left[\frac{5}{16} + \frac{1}{2} \right] = -\frac{13}{16} q\ell = -0,8125 q\ell.$$

Har ikkala usulda topilgan koeffitsient va ozod hadlar mos ravishda bir-biriga teng chiqdi.

6. Noma'lumlar aniqlanadi. Buning uchun topilgan koeffitsient va ozod hadlar kanonik tenglamaga qo'yiladi:

$$\begin{aligned} 10i \cdot Z_1 - \frac{3i}{\ell} \cdot Z_2 + 0,375q\ell^2 &= 0; \\ -\frac{3i}{\ell} \cdot Z_1 + \frac{3,375i}{\ell^2} \cdot Z_2 - 0,8125q\ell &= 0. \end{aligned}$$

Tenglamalar birgalikda yechilib, noma'lum burchakli va chiziqli ko'chishlar aniqlanadi:

$$Z_1 = 0,0474 \frac{q\ell^2}{i}; \quad Z_2 = 0,283 \frac{q\ell^2}{i}.$$

7. Quyidagi formula asosida tuzatilgan epyuralar quriladi (9.14 a, b– rasm):
(9.22)

$$M_{Z_1} = \bar{M}_1 \cdot Z_1; \quad M_{Z_2} = \bar{M}_2 \cdot Z_2.$$

8. Natijaviy eguvchi momentlar epyurasi quyidagi formula asosida quriladi (9.14 b – rasm) :

$$M = M_r + M_{Z_1} + M_{Z_2}.$$

9. Natijaviy M epyurasi tekshiriladi. Buning uchun statik aniq sistemaga birlik kuchdan $\bar{M}_k$ epyurasi quriladi (9.14 g– rasm) va shu epyura natijaviy M epyurasi bilan ko'paytiriladi:

$$\begin{aligned} \Delta_{kp} &= \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,142 q\ell^2 \cdot \ell \cdot \frac{2}{3} \ell + \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,409 q\ell^2 \cdot 2\ell \cdot \ell + \\ &+ \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,5 q\ell^2 \cdot 2\ell \cdot \ell - \frac{1}{2EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,004 q\ell^2 \cdot 2\ell \cdot \ell = \frac{q\ell^4}{EI} \times \\ &\times [0,0473 + 0,2045 + 0,25 - 0,502] = \frac{q\ell^4}{EI} [0,5018 - 0,502] = \\ &= -\frac{0,0002}{EI} q\ell^4. \end{aligned}$$

$$\text{Xatosi} \quad \delta\% = \frac{0,0002 \cdot 100}{0,502} = 0,04\% < 1\%$$

Ruxsat etilgan chegarada.

10. Ko'ndalang kuchlar epyurasi Q quriladi. Buning uchun quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$Q_x = Q_x^0 + \frac{M_{\text{ring}} - M_{\text{chap}}}{\ell};$$

$$Q_{12} = \frac{0,2065 q\ell^2 - (+0,582 q\ell^2)}{\ell} = 0,7885 q\ell;$$

$$Q_3^{\text{ring}} = \frac{q\ell}{2} + \frac{-0,267 q\ell^2 - 0}{\ell} = 0,233 q\ell;$$

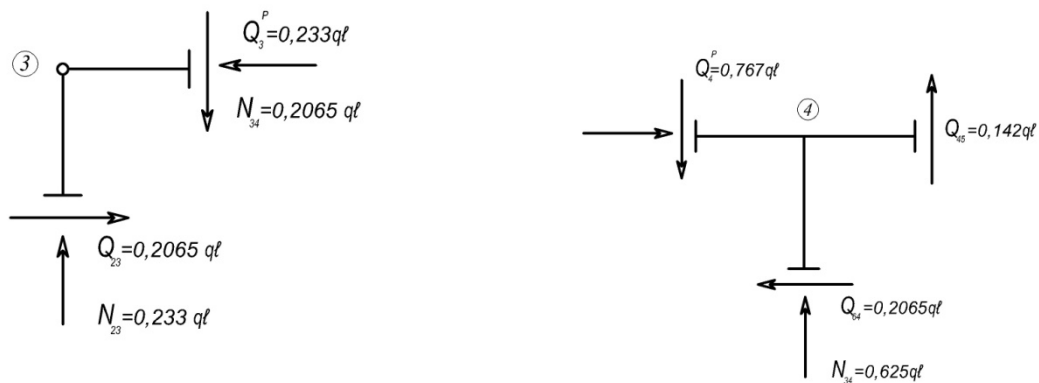
$$Q_4^{\text{ring}} = -\frac{q\ell}{2} + \frac{-0,267 q\ell^2 - 0}{\ell} = -0,767 q\ell;$$

$$Q_{45} = \frac{0 - 0,142 q\ell^2}{\ell} = -0,142 q\ell ;$$

$$Q_{64} = \frac{0,409 q\ell^2 - 0,2025 q\ell^2}{\ell} = 0,2065 q\ell ;$$

$$Q_{76} = \frac{0,2065 q\ell^2 - (-1,004 q\ell^2)}{\ell} = 1,2065 q\ell .$$

10. Bo'ylama kuchlar epyurasi N quriladi . Buning uchun ramaning 3 va 4 tugunlari muvozanati ko'rib chiqiladi (9.15 - rasm).



9.15 – rasm.

3 tugun muvozanatidan:

$$\sum x = 0 ; N_{34} - Q_{23} = 0 ; N_{34} = Q_{23} = 0,2065 q\ell ;$$

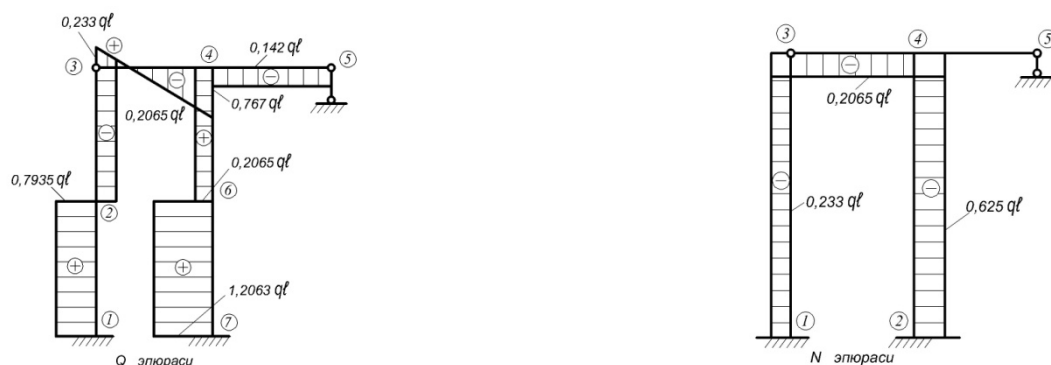
$$\sum y = 0 ; N_{13} - Q_3^P = 0 ; N_{13} = Q_3^P = 0,233 q\ell .$$

4 tugun muvozanatidan:

$$\sum y = 0 ; N_{74} - Q_4^P + Q_{45} = 0 ;$$

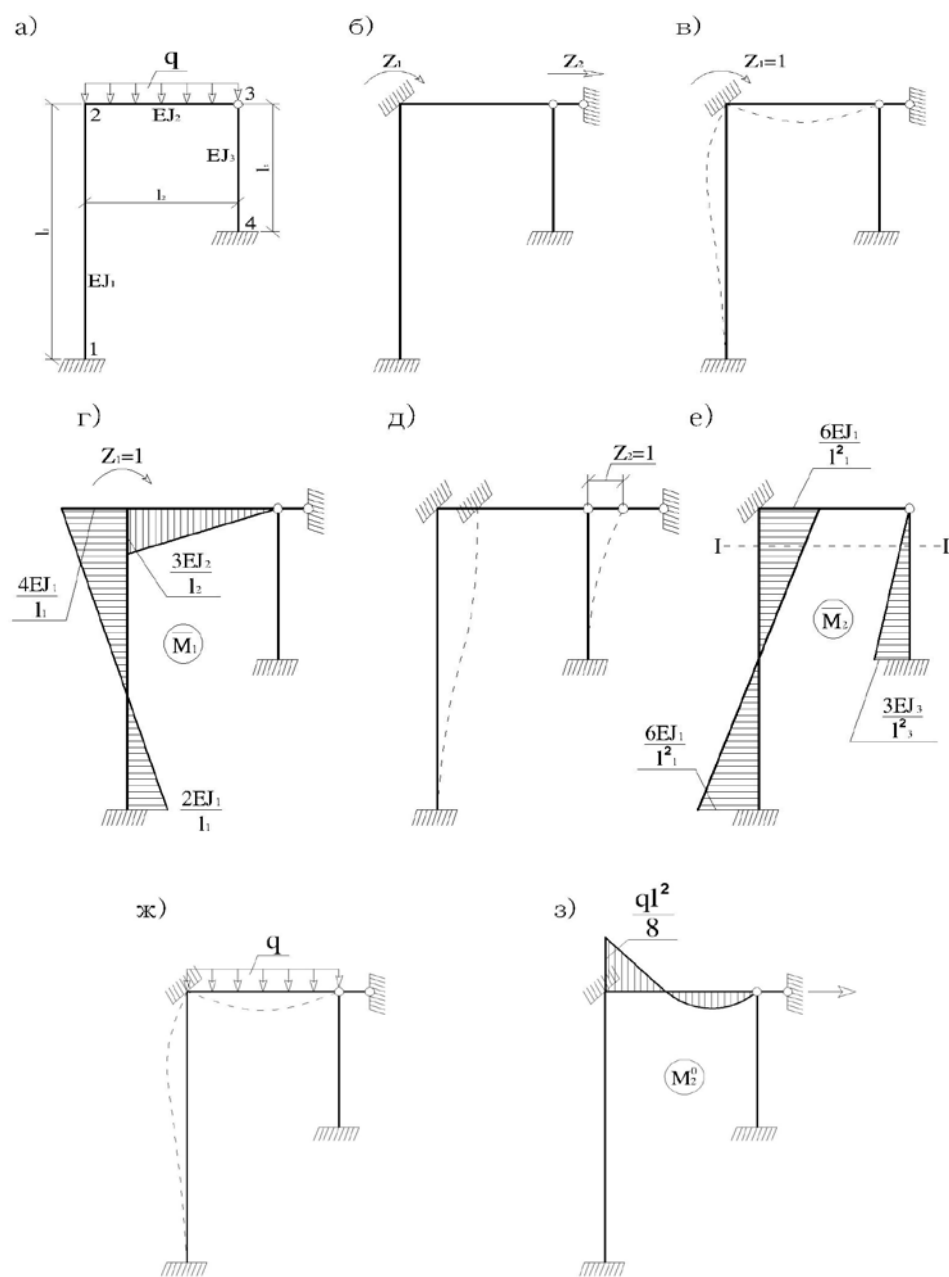
$$N_{74} = Q_4^P - Q_{45} = 0,767 q\ell - 0,142 q\ell = 0,625 q\ell .$$

Topilgan qiymatlar asosida ko'ndalang va bo'ylama kuchlar epyurasi



9.16 – rasm.

9.2 – misol. 9.17 a – rasmda berilgan ramaning M epyurasi ko‘chishlar usulida qurilsin.



9.17 – rasm.

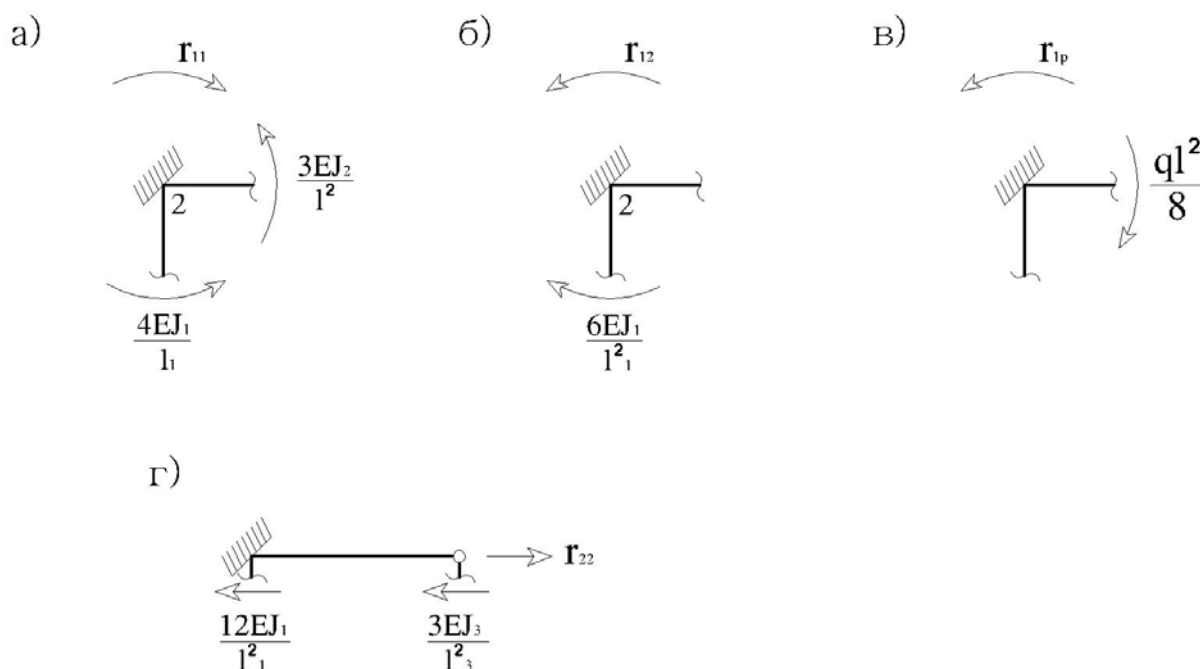
Yechish.

Ramaning kinematik noaniqlik darajasi

$$n = n_{\delta} + n_{\varepsilon} = 1 + 1 = 2 \text{ ga teng.}$$

Uning asosiy sistemasi 9.17 б – rasmda berilgan. Ko‘rib turganimizdek 2 – tugunga burchakli, 3 – tugunga chiziqli bog‘lanish qo‘yilgan. Burchakli bog‘lanishni $Z_1 = 1$ burchakka burganimizda vujudga keladigan deformatsiya shakli 9.17 в – rasmda, hosil bo‘lgan eguvchi moment epyurasi esa 9.17 г – rasmda ko‘rsatilgan.

9.17 д va e – rasmda $Z_2 = 1$ siljishidan vujudga kelgan deformatsiya va epyuralar tasvirlangan. Epyuralarning barcha ordinatalari 9.1-jadvaldan olingan. Burchakli va chiziqli bog‘lanishlardagi reaksiyalarni aniqlash uchun 2 – tugunni kesib olamiz va I – I kesimni o‘tkazamiz. 9.19 a – rasmda $Z_1 = 1$ ta’sir etayotgan ramadan (9.17 г – rasm) kesib olingan 2 – tugun tasvirlangan. Bu tugun muvozanatidan reaktiv moment r_{11} aniqlanadi:



9.18 – rasm.

$$r_{11} = \frac{4EJ_1}{l_1} + \frac{3EJ_2}{l_2}.$$

9.18 б – rasmda o‘sha tugunga $Z_2 = 1$ ta’sir etgan hol tasvirlangan. Bu holatda burchakli bog‘lanishda vujudga kelgan reaktiv moment

r_{12} quyidagi muvozanat tenglamasidan topiladi:

$$r_{12} = -\frac{6EI}{l_1^2}.$$

Ishoraning minus olinishini sababi $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ epyuralarida moment turli tomonlarga yoʻnalgan. Endi rigelning muvozanatini tekshiramiz (9.18 r – rasm). Ustunlar kesilgan joyda ikkita koʻndalang kuch hosil boʻladi. Chiziqli bogʻlanishda vujudga elgan reaktiv kuch r_{22} shu kuchlar bilan muvozanatlashadi:

$$r_{22} = \frac{12EI_1}{\ell_1^3} + \frac{3EI_2}{\ell_2^3}.$$

Reaksiyalarning oʻzaro munosabati haqidagi teoremaga koʻra

$$r_{12} = r_{21}.$$

Burchakli bogʻlanishda tashqi kuchlardan hosil boʻlgan reaktiv moment R_{1r} ni aniqlashda M_p^0 epyurasidan foydalanamiz (9.18 b – rasm):

$$R_{1p} = \frac{q\ell^2}{8}.$$

Ishorasini aniqlash uchun M_p^0 va $\bar{M}_1$ epyuralari taqqoslanadi:

2 – tugunda epyura ordinatalari turli tomonlarda yotganligi bois ishora manfiy olingan.

M_p^0 epyurasidan koʻrinib turibdiki, $R_{2p} = 0$. Chunki rama ustunlarida M ham, Q ham nolga teng.

Topilgan reaksiyalarnikanonik tenglamalarga qoʻyamiz:

$$\begin{aligned} \left(\frac{4EI}{\ell_1} + \frac{3EI_2}{\ell_2} \right) Z_1 - \frac{6EI_1}{\ell_1^2} Z_2 - \frac{q\ell^2}{8} &= 0; \\ - \frac{6EI_1}{\ell_1^2} Z_1 + \left(\frac{12EI_1}{\ell_1^3} + \frac{3EI_2}{\ell_2^3} \right) Z_2 &= 0. \end{aligned}$$

Ramaning yakuniy M epyurasini qurish uchun Z_1 va Z_2 nomaʼlum-larni aniqlash zarur. Bularni yuqoridagi kanonik tenglamalardan topiladi. Tenglamalarni yechish uchun ramaning quyidagi bikirlik va oʻlchamlarini:

$$\begin{aligned} EI_1 &= \frac{1}{2} EI_0; & EI_2 &= EI_0; & EI_3 &= \frac{1}{3} EI_0; \\ \ell_1 &= 8M; & \ell_2 &= \ell_3 = 4M; & q &= 2^{KH}/M. \end{aligned}$$

Yuqoridagini tenglamaga qo'yamiz va quyidagi ko'rinishdagi tenglamalar sistemasiga ega bo'lamiz:

$$Z_1 - \frac{3}{64} Z_2 = \frac{4}{EI_0} ;$$

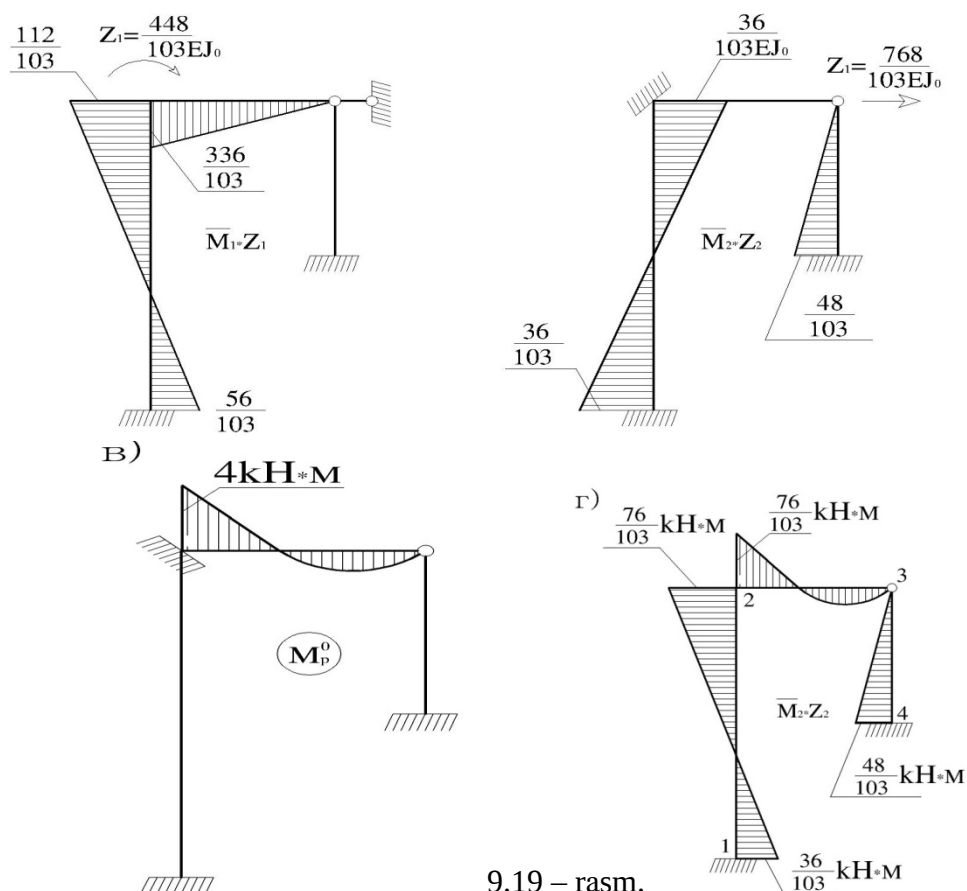
$$Z_1 + \frac{7}{12} Z_2 = 0 .$$

Bu tenglamalarni birgalikda yechib, noma'lum burchakli va chiziqli ko'chishlarni aniqlaymiz:

$$Z_1 = \frac{448}{103 EI_0} ; \quad Z_2 = \frac{768}{103 EI_0} .$$

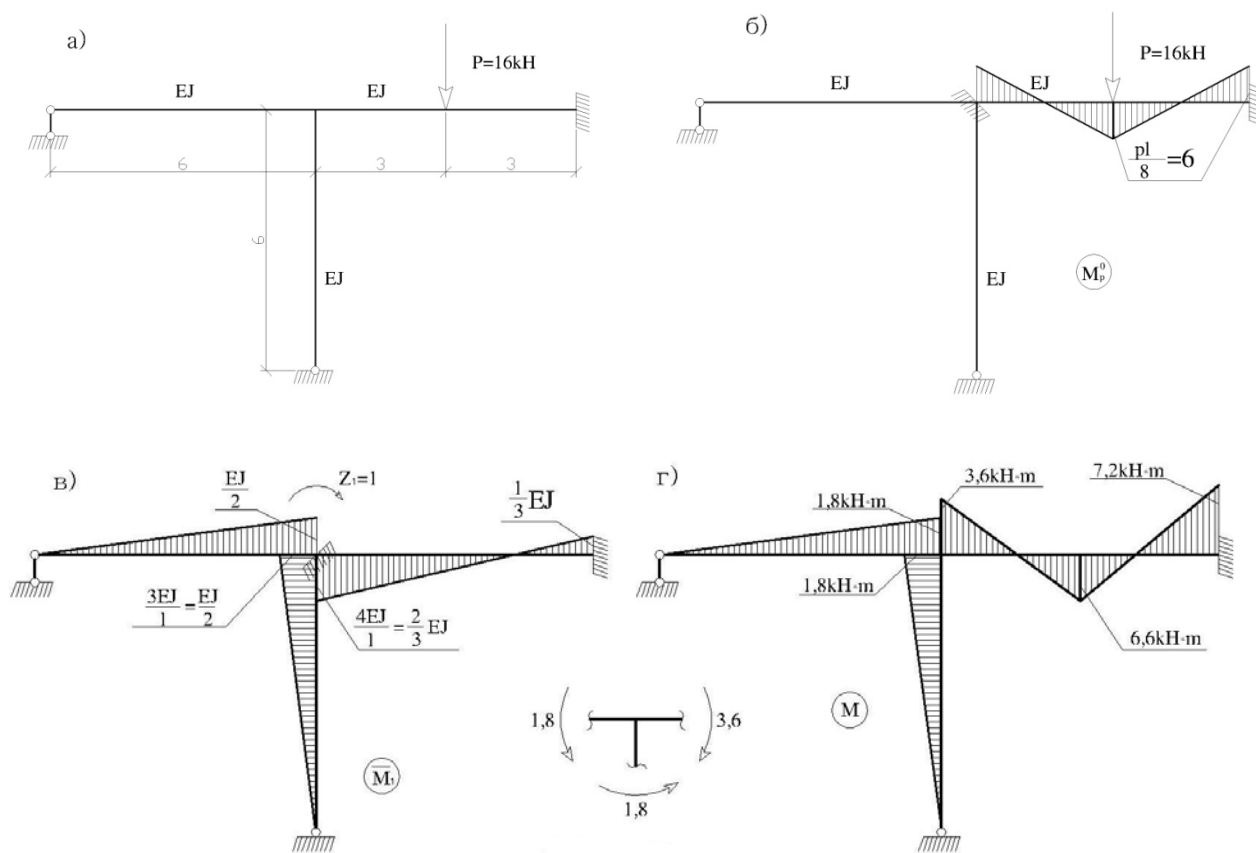
$\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ epyuralarni Z_1 va Z_2 ning haqiqiy qiymatlariga ko'paytirsak, tuzatilgan epyuralar hosil bo'ladi (9.19 a, b – rasm).

Bu epyuralarni tashqi kuchdan qurilgan M_p^0 epyurasiga qo'shsak, yig'indi epyura kelib chiqadi (9.19 r – rasm). Aynan shu epyura biz izlagan yakuniy M epyurasi bo'ladi .



9.19 – rasm.

9.3 – misol. 9.20 a – rasmda berilgan rama uchun M epyurasi qurilsin. Ramaning rigeliga $R = 16 \text{ kN}$ kuch qo'yilgan. Sterjen o'lchamlari shaklda berilgan, barcha elementlarning bikirligi bir xil.



9.20 – rasm.

Yechish.

Ramaning kinematik noaniqlik darajasi 1 ga teng: 2 – tugunda birgina burchakli ko'chish Z_1 ga ega. Ramaning asosiy sistemasi va tashqi kuchdan qurilgan epyura 9.20 6 - rasmda tasvirlangan. $Z_1 = 1$ ta'sirida qurilgan epyura ($\bar{M}_1$) 9.20 B – rasmda keltirilgan. Ushbu epyuradan kanonik tenglama koeffitsienti r_{11} aniqlanadi. Buning uchun $\bar{M}_1$ epyuradan 2 – tugun kesib olinadi va uning muvozanati tekshiriladi:

$$\sum M_2 = r_{11} - \frac{EI}{2}$$

$$-\frac{EI}{2} - \frac{2}{3} EI = 0, \quad \text{bundan} \quad r_{11} = \frac{EI}{2} + \frac{EI}{2} + \frac{2}{3} EI = \frac{5EI}{3}.$$

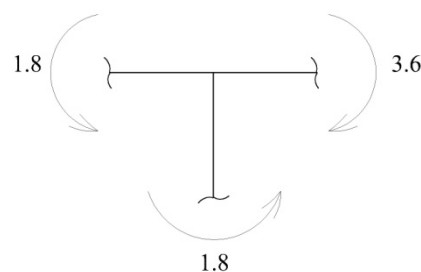
Ozod had R_{1r} ni topish uchun M_p^0 epyurasidan 2 – tugunni kesib olamiz va muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_2 = R_{1r} + 6 = 0, \text{ bundan } R_{1r} = -6.$$

Noma'lum Z_1 ni aniqlash uchun kanonik tenglama tuzamiz:

$$\frac{5EI}{3} Z_1 - 6 = 0,$$

$$Z_1 = \frac{18 EI}{5}.$$



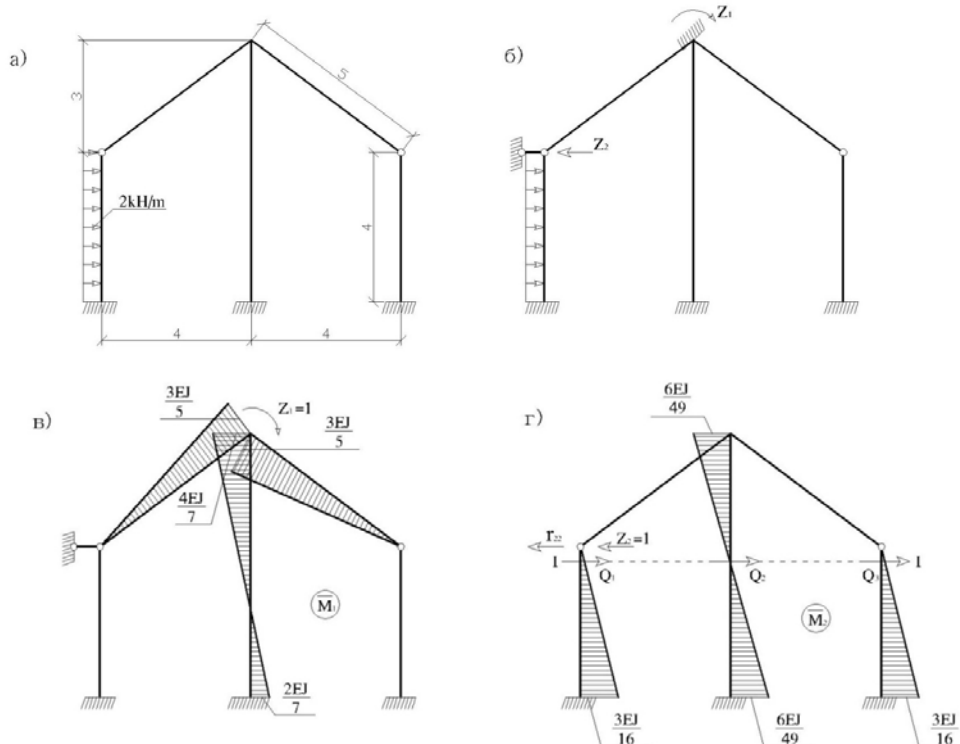
Ramaning yakuniy M epyurasini qurish uchun avval tuzatigan epyura ($\bar{M}_1 Z_1$) qurib olamiz, so'ngra bu epyurani M_p^0 epyurasi bilan qo'shamiz. Hosil bo'lgan yig'indi epyura biz izlagan yakuniy M epyurasi bo'ladi (9.20 r – rasm).

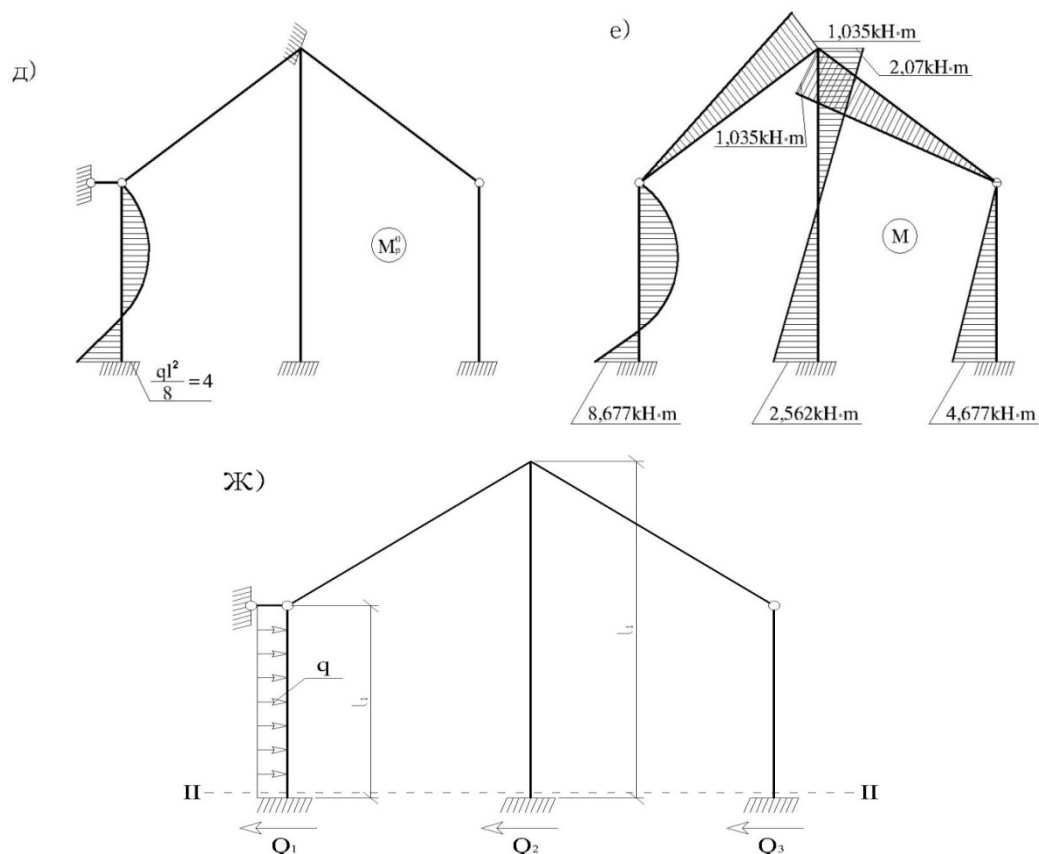
2 – tugun muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum M_2 = 3,6 - 1,8 - 1,8 = 0.$$

Тугун мувозанатда. Демак, эпюра to'g'ri qurilgan.

9.4 – misol. 9.21 a – rasmda tasvirlangan statik noaniq ramaning M epyurasi ko'chishlar usulida qurilsin. Ramaning barcha sterjenlari bikirligi bir xil va EI ga teng. Kuch va uzunlik qiymatlari shaklda berilgan.





9.21 – rasm.

Yechish.

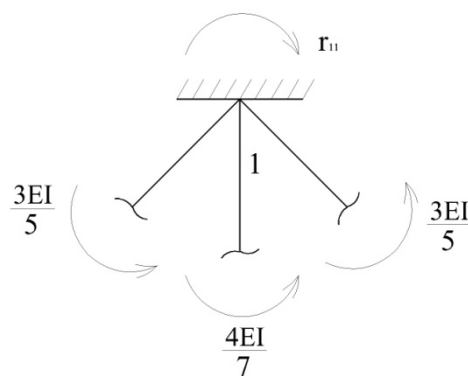
Ramaning kinematik noaniqlik darajasi 2 ga teng bo'lib, bitta burchakli (Z_1) va bitta chiziqli (Z_2) noma'lum ko'chishlarga ega. Asosiy sistema 9.21 б – rasmda berilgan. 9.21 в va г– rasmda birlik epyuralar, 9.21 д – rasmda esa tashqi kuchdan qurilgan epyura tasvirlangan. Barcha epyuralarda ordinatalarning qiymati 9.1 – jadvaldan olingan.

Ma'lumki, Z_1 va Z_2 noma'lumlar kanonik tenglamalardan topiladi. Kanonik tenglamalarni yechish uchun avval uning koeffitsient va ozod hadlari topiladi. Ular, o'z navbatida, $\bar{M}_1$, $\bar{M}_2$ va M_p^0 epyuralardan aniqlanadi.

Bikir tugunga qo'yilgan qo'shimcha bog'lanishning muvozanat shartidan birlik reaktiv moment r_{11} aniqlanadi:

$$\sum M_1 = r_{11} - \frac{3EI}{5} - \frac{4EI}{7} - \frac{3EI}{5} = 0,$$

$$\text{bundan: } r_{11} = \frac{3EI}{5} + \frac{4EI}{7} + \frac{3EI}{5} = 1,77EI.$$



Reaktiv kuch r_{12} ni aniqlash uchun $\bar{M}_2$ epyurasida I – I kesimni o'tkazamiz va shu kesimga tushgan ko'ndalang kuchlar Q_1 , Q_2 va Q_3 larning proeksiyalari yig'indisini olamiz:

$$r_{22} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{3EI}{64} + \frac{12EI}{343} + \frac{3EI}{64} = 0,13EI.$$

r_{12} reativ momenti $Z_2 = 1$ ko'chishidan 1 – tugunda hosil bo'ladi va shu tugun muvozanatidagi topiladi:

$$r_{12} = \frac{6EI}{49} = 0,12EI.$$

1 - tugunga qo'yilgan qo'shimcha bog'lanishda tashqi kuchdan reaksiya hosil bo'lmaydi, shuning uchun $R_{1r} = 0$. Asosiy sistemada qo'shimcha ravishda kiritilgan chiziqli bog'lanishda tashqi kuchdan quyidagi reaksiya hosil bo'ladi.

$$R_{2r} = \frac{3}{8} q\ell = \frac{3}{8} \cdot 2 \cdot 4 = 3.$$

Topilgan qiymatlarni kanonik tenglamalarga qo'yamiz:

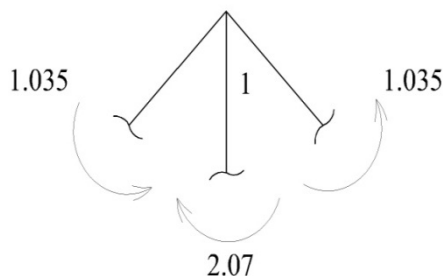
$$1,77 Z_1 + 0,12 Z_2 + 0 = 0 ;$$

$$0,12 Z_1 + 0,13 Z_2 + 3 = 0 .$$

Mazkur tenglamalar sistemasini birgalikda yechib, quyidagi noma'lumlarni aniqlaymiz:

$$Z_1 = \frac{1,72}{EI} ; \quad Z_2 = -\frac{24,94}{EI} .$$

Yakuniy M epyurasini qurish uchun $\bar{M}_1$ epyurasi ordinatalarini Z_1 ning haqiqiy qiymatiga, $\bar{M}_2$ ni esa Z_2 ga ko'paytirib, tuzatilgan epyuralar quramiz. Tuzatilgan epyuralar bilan M_p^0 epyurasining yig'indisi biz izlayotgan M epyurasi bo'ladi.



Tekshirish.

Yakuniy M epyurasidan 1 – tugunni kesib olamiz va muvozanatini tekshiramiz:

$$\sum M_1 = -1,035 + 2,07 - 1,035 = 0 .$$

Demak, tugun muvozanat holatida.

Ramani to'liq tekshirish uchun uchchala sterjenni zaminga bevosita yaqin eridan II – II bo'ylab kesamiz. Kesimga tushgan ko'ndalang kuchlar Q_1 , Q_2 va Q_3 larning qiymati 9.1 – jadvaldan aniqlaymiz va ramaning muvozanatini tekshiramiz (9.21 ж – rasm):

$$\sum X = q\ell_1 - Q_1 - Q_2 - Q_3 = 2 \cdot 4 - \frac{5}{8} q\ell_1 - \frac{q\ell_2}{2} - \frac{3}{8} q\ell_1 = \frac{5}{8} 2 \cdot 4 - \frac{2 \cdot 8}{2} - \frac{3}{8}$$

$$2 \cdot 4 = 8 - 5 - 8 - 3 \neq 0 .$$

Ramaning umumiy muvozanati ***ta'minlangan.***

X BOB. UZLUKSIZ BALKALAR HISOBI

10.1. Umumiy ma'lumotlar

Ko'p oraliqli balkalar statik aniq yoki statik noaniq ko'rinishda uchraydi. Ko'p oraliqli statik aniq balkalar yaxlit balkalarni sharnirlar vositasida bir oraliqli oddiy balkalarga ajratish yo'li bilan hosil qilinishini III–bobda ko'rib o'tdik. Statik noaniq **uzluksiz balkalar** kamida ikki oraliqli bo'lib, uzilmagan, qirqilmagan (nerazreznoy) yaxlit balka ko'rinishida bo'ladi. (Ayrim mualliflar uzluksiz balkalarni “Tutash balkalar” deb atab, xato qilishadi. Chunki bu balkalar “tutashtirish” yo'li bilan emas, balki yaxlit yasaladi). Uzluksiz balkaning tayanchlaridan biri qo'zg'almas bo'lishi lozim, aks holda sistema geometrik o'zg'aruvchan bo'lib qoladi.

Odatda tayanchlar raqamlanadi: eng chapki tayanch raqami 0, undan keyingisi 1, so'ngra 2 va h.k. bo'lib ketaveradi. Oraliq (prolyot) masofasi ℓ harfi bilan belgilanadi va o'ng tomondagi tayanchning indeksi qo'yiladi, masalan, birinchi oraliq masofasi ℓ_1 , ikkinchi oraliqning ℓ_2 va h.k.

Mazkur paragrafda uzluksiz balkalar hisobiga kuchlar usulining tadbqiqini ko'rib o'tamiz. Ish uzluksiz balkalarning statik noaniqlik darajasini aniqlashdan boshlanadi:

$$n = 2SH - S_t - 3D .$$

S_t – tayanch sterjenlari soni.

Uzluksiz balka yaxlit balkadan tashkil topganligi sababli $D = 1$;

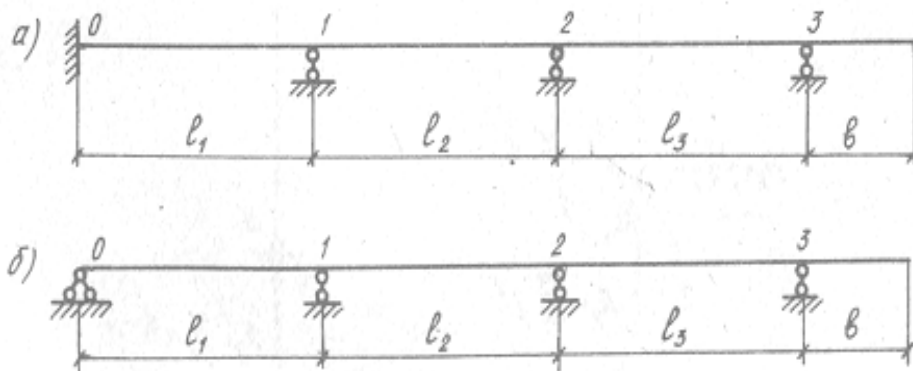
$SH = 0$ bo'ladi. U holda qoridagi formula quyidagi ko'rinishga keladi.

$$n = C_t - 3 . \quad (10.1)$$

10.1 – rasmda ko'rsatilgan balkalar statik aniqmasdir, chunki ularning har biri uchun noma'lum tayanch reaksiyalarining soni statikaning muvozanat tenglamalari sonidan ortiq.

Rasmdagi balkalarning statik noaniqlik darajasini (10.1) formula yordamida aniqlaymiz:

$$n = 6 - 3 = 3, \quad n = 5 - 3 = 2.$$

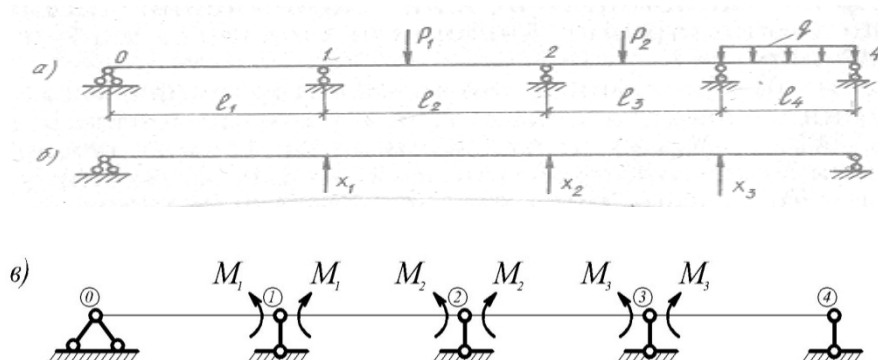


10.1 – rasm.

Demak, *a* – rasmdagi balka uch marta, *b* – rasmdagisi esa ikki marta statik noaniq ekan.

Uzluksiz balkaning statik noaniqlik darajasi aniqlanganidan so‘ng uning asosiy sistemasi tanlanadi.

10.2 *b* – rasmda tavsiya etilgan asosiy sistema tashqi tayanchlarga ko‘ra, 10.2 *a* – rasmda tavsiya etilgan asosiy sistema esa ichki bog‘lanishlariga ko‘ra hosil qilingan.



10.2 – rasm.

Har ikkala asosiy sistema talabga to'liq javob beradi, chunki har ikkalasi ham geometrik o'zgaras va statik aniqdir. Uzluksiz balkalarni har ikkala asosiy sistema bo'yicha hisoblash bo'ladi. Umuman asosiy sistemani shunday tanlash kerakki, kanonik tenglamaning ayrim yordamsi koeffitsientlari nolga aylansin va tanlangan asosiy sistema har tomonlama qulay bo'lsin.

Chunki, asosiy sistema har tomonlama qulay tanlansa, keyingi hisob ishlari ancha soddalashadi. Shu nuqtai nazardan yuqoridagi ikki asosiy sistemani tahlil qilib ko'raylik. Birinchi variantda ifodalangan asosiy sistemada noma'lumlarning yo'nalishi bo'yicha mavjud bo'ladigan chiziqli ko'chishlar nolga teng bo'lmaydi, shu sababli kanonik tenglamaning koeffitsienti va ozod hadlari ham to'liq saqlanadi.

Ikkinchi variant asosida tanlangan asosiy sistema mustaqil oddiy statik aniq balkalardan iborat bo'lib, ayrim burchakli ko'chishlar nolga teng bo'lishi tufayli kanonik tenglamaning ayrim yordamchi koeffitsientlari nolga teng bo'lishiga olib keladi. Yuqorida bajarilgan tahlil uzluksiz balkalarni hisoblashda ikkinchi variant maqsadga muvofiq ekanligini ko'rsatadi.

Sharnirlarni kiritish natijasida ikki yondosh kesim bir biriga nisbatan og'ish imkoniyatiga ega bo'lib qoladi. O'zaro og'ishlarni bartaraf etish maqsadida sharnir kiritilgan kesimlarga ikkitadan o'zaro teng va qarama – qarshi yo'nalgan momentlar (M_1, M_2, M_3) qo'yiladi. Aynan mana shu momentlar uzluksiz balkalarni hisoblashda ortiqcha noma'lum deb qaraladi.

10.2. Uzluksiz balkalarni uch momentlar tenglamasi yordamida hisoblash

Noma'lum tayanch momentlari "Uch momentlar tenglamasi" deb nomlanuvchi quyidagi tenglamadan aniqlanadi:

$$M_{n-1}\ell_n + 2M_n(\ell_n + \ell_{n+1}) + M_{n+1}\ell_{n+1} = -6R_n^{\Phi}, \quad (10.2)$$

bu yerda: M_{n-1} - (n-1) tayanchida vujudga keladigan moment

M_n - (n) tayanch momenti;

M_{n+1} - (n+1) tayanchda vujudga keladigan moment;

ℓ_n - chap oraliq masofasi;

ℓ_{n+1} – o‘ng oraliq masofasi (n – tayanchga nisbatan);

R_n^f – (n) tayanchda vujudga keladigan fiktiv (sohta, faraziy) reaksiya. Bu chap oraliqning o‘ng faraziy reaksiyasi B_n^f va o‘ng oraliqning chap faraziy reaksiyasi A_{n+1}^f ning yig‘indisidan iborat, ya’ni:

$$R_n^\Phi = B_n^\Phi + A_{n+1}^\Phi. \quad (10.3)$$

A^f va B^f faraziy tayanch reaksiyalarini aniqlashda 10.1 – jadvaldan foydalanish tavsiya etiladi.

Jadval bo‘lmagan taqdirda faraziy tayanch reaksiyalari hisoblash yo‘li bilan aniqlanadi. Buning uchun tegishli oraliq sohta yuk bilan yuklanadi. (Berilgan kuchlardan qurilgan M eyurasi sohta yuk deb qabul qilinadi). Izlanayotgan reaksiyalar esa $\sum M_A^\Phi = 0$ va $\sum M_B^\Phi = 0$ tenglamalaridan topiladi.

Uzluksiz balkaning haqiqiy tayanch reaksiyalari quyidagi formuladan aniqlanishi mumkin:

$$R_n = R_n^0 - \frac{M_n - M_{n-1}}{\ell_n} - \frac{M_n - M_{n+1}}{\ell_{n+1}}, \quad (10.4)$$

bu yerda: R_n^0 – yondosh oraliqlarga qo‘yilgan kuchlardan hosil bo‘lgan tayanch reaksiyasi:

$$R_n^0 = B_n^0 + A_{n+1}^0, \quad (10.5)$$

B_n^0 – chap oraliqqa qo‘yilgan kuchlardan hosil bo‘lgan o‘ng tayanch reaksiyasi;

A_{n+1}^0 – o‘ng oraliqqa qo‘yilgan kuchlardan hosil bo‘lgan chap tayanch reaksiyasi.

Uzluksiz balkaning istalgan kesimida hosil bo‘ladigan eguvchi moment va ko‘ndalang kuchlar quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$M_x = M_x^0 + \frac{M_n - M_{n-1}}{\ell_n} \cdot x + M_{n-1}; \quad (10.6)$$

$$Q_x = Q_x^0 + \frac{M_n - M_{n-1}}{\ell_n}, \quad (10.7)$$

bu yerda: M_x^0 va Q_x^0 – tekshirilayotgan oraliqni oddiy balka deb qaraganda tashqi kuchdan hosil bo‘lgan eguvchi moment va ko‘ndalang kuch;

M_n – (n) tayanchi momenti;

M_{n-1} – ($n-1$) tayanchi momenti.

Faraziy tayanch reaksiyalari A^f va V^f ni aniqlashga doir bir necha misol ko‘ramiz.

10.1 - misol. 10.3 a – rasmda tasvirlangan balkaning faraziy (sohta)tayanch reaksiyalari analitik usulda aniqlansin.

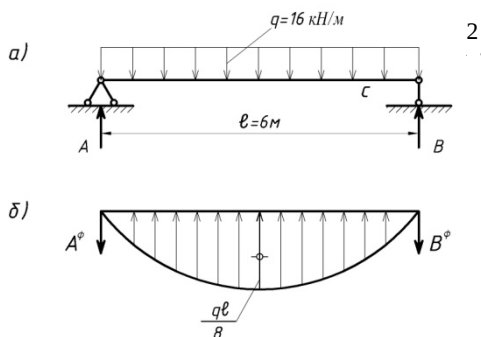
Yechish.

Ushbu balkaning eguvchi momentlar epyurasi 10.3 b – rasmda tasvirlangan. Epyura kvadrat paraboladan iborat bo‘lib, maksimal ordinatasi $\frac{q\ell^2}{8}$ ga teng. Shu epyura yuzasi ω ni soxta yuk deb qabul qilamiz va uning ta’sirida vujudga keladigan faraziy reaksiyalarni aniqlaymiz:

$$A^f = V^f = \frac{\frac{2}{3} \ell \cdot \frac{q\ell^2}{8}}{2} = \frac{q\ell^3}{24} . \quad (10.8)$$

Ko‘rinib turibdiki, A^f va V^f ning analitik usulda topilgan qiymati 10.1 – jadvalda mana shu sxema uchun berilgan qiymat bilan bir xil.

Bularning son qiymatlari:



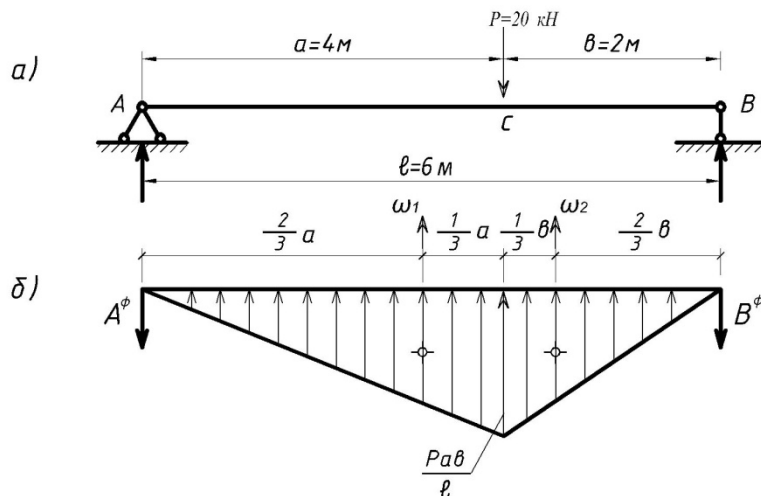
10.3 – rasm.

10.2 – misol. 10.4 a – rasmda tasvirlangan balkaning faraziy tayanch reaksiyalari analitik usulda aniqlansin.

№ T.r	Sxema	A^Φ	B^Φ
1		$\frac{Pl^2}{16}$	$\frac{Pl^2}{16}$
2		$\frac{Pab(l+b)}{6l}$	$\frac{Pab(l+a)}{6l}$
3		$\frac{Pa(l-a)}{2}$	$\frac{Pa(l-a)}{2}$
4		$\frac{(5P_1 + 4P_2)l_2}{81}$	$\frac{(4P_1 + 5P_2)l^2}{81}$
5		$\frac{5Pl^2}{32}$	$\frac{5Pl^2}{32}$
6		$\frac{ql^3}{24}$	$\frac{ql^3}{24}$
7		$\frac{9ql^3}{384}$	$\frac{7ql^3}{384}$
8		$\frac{ql^3}{45}$	$\frac{7ql^3}{360}$
9		$\frac{5ql^3}{192}$	$\frac{5ql^3}{192}$
10		$-\frac{ml}{24}$	$\frac{ml}{24}$

Yechish.

Balkaning M epyurasini quramiz (10.4 б– rasm).



10.4 – rasm.

Epyurada: $M_A = 0$; $M_C = M_{max} = \frac{Pab}{\ell}$; $M_B = 0$.

Epyurani soxma kuch deb qabul qilib, A^f va V^f ni topamiz:

$$\sum M_A^{\Phi} = V^f \ell - \omega_2 \left(a + \frac{1}{3}b\right) - \omega_1 \frac{2}{3}a = 0,$$

bundan:

$$V^f = \frac{\omega_2 a + \frac{1}{3}\omega_2 b + \frac{2}{3}\omega_1 a}{\ell}$$

$$\omega_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Pab}{\ell} \cdot a = \frac{Pa^2 b}{2\ell} \quad \text{va} \quad \omega_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Pab}{\ell} \cdot b = \frac{Pab^2}{2\ell}$$

ekanligini hisobga olsak,

$$V^f = \frac{\frac{Pab^2}{2\ell} \cdot a + \frac{1}{3} \cdot \frac{Pab^2}{2\ell} \cdot b + \frac{2}{3} \cdot \frac{Pa^2 b}{2\ell} \cdot a}{\ell} = \frac{3Pa^2 b^2 + Pa b^3 + 2Pa^3 b}{6\ell^2} = \frac{Pab}{6\ell^2} \times$$

$$\times (3ab + b^2 + 2a^2)$$

bo'ladi,

b^2 ni $(\ell - a)^2$ bilan almashtirib, qavs ichidagi hadlarni o'zgarti-ramiz:

$$3ab + (\ell - a)^2 + 2a^2 = 3ab + \ell^2 - 2\ell a + a^2 + 2a^2 = \ell^2 - 2\ell a + 3a^2 + 3ab = \ell(\ell - 2a) + 3a(a + b) = \ell(\ell - 2a) + 3a\ell = \ell(\ell - 2a + 3a) = \ell(\ell + a).$$

U holda

$$B^f = \frac{Pab}{6\ell^2} \ell(\ell + a) = \frac{Pab}{6\ell} (\ell + a). \quad (10.9)$$

$$\sum M_B^{\Phi} = A^{\Phi} \cdot \ell + \omega_1(b + \frac{1}{3}a) + \omega_2 \frac{2}{3}b = 0,$$

bundan:

$$\begin{aligned} A^f &= \frac{\omega_1 b + \frac{1}{3}\omega_1 a + \frac{2}{3}\omega_2 b}{\ell} = \frac{\frac{Pa^2b}{2\ell}b + \frac{1}{3} \cdot \frac{Pa^2b}{2\ell}a + \frac{2}{3} \frac{Pab^2}{2\ell}b}{\ell} = \\ &= \frac{3Pa^2b^2 + Pa^3b + 2ab^3}{6\ell^2} = \frac{Pab}{6\ell^2} \cdot (3ab + a^2 + 2b^2). \end{aligned}$$

a^2 ni $(\ell - b)^2$ bilan almashtirib, yuqoridagi kabi qavs ichidagi hadlarni soddalashtiramiz:

$$A^f = \frac{Pab}{6\ell^2} \ell(\ell + b) = \frac{Pab}{6\ell} \cdot (\ell + b). \quad (10.10)$$

Harflar o'rniga son qiymatlarini qo'yamiz:

$$A^f = \frac{20 \cdot 4 \cdot 2}{6 \cdot 6} (6 + 2) = 35,6 \text{ kH} \cdot \text{m}^2$$

$$V^f = \frac{20 \cdot 4 \cdot 2}{6 \cdot 6} (6 + 4) = 44,4 \text{ kH} \cdot \text{m}^2.$$

10.3 – misol. 10.5 – rasm, a da tasvirlangan balkaning faraziy tayanch reaksiyalari analitik usulda aniqlansin.

Yechish.

Haqiqiy tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$\sum M_A = -B\ell + P_2 \frac{2}{3}\ell + P_1 \frac{1}{3}\ell = 0,$$

bundan

$$B = \frac{2P_2 + P_1}{3};$$

$$\sum M_B = A\ell - P_1 \frac{2}{3}\ell - P_2 \frac{1}{3}\ell = 0,$$

bundan

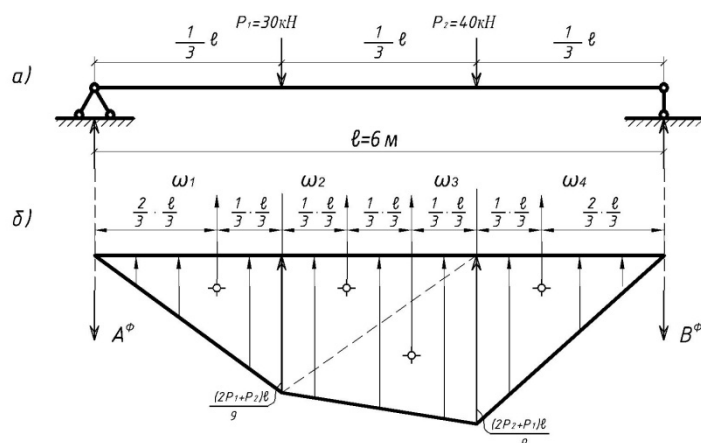
$$A = \frac{2P_1 + P_2}{3}.$$

Xarakterli kesimlardagi eguvchi momentlarni aniqlaymiz:

$$M_A = 0; M_S = A \frac{\ell}{3} = \frac{2P_1 + P_2}{3} \cdot \frac{\ell}{3} = \frac{(2P_1 + P_2)\ell}{9};$$

$$M_D = B \frac{\ell}{3} = \frac{2P_2 + P_1}{3} \cdot \frac{\ell}{3} = \frac{(2P_2 + P_1)\ell}{9}; \quad M_B = 0.$$

Topilgan qiymatlar bo'yicha M epyurasini quramiz (10.5 b – rasm).



10.5 – rasm.

M epyurasini soxta yuk deb qabul qilamiz va uni oddiy shakllarga (uchburchaklarga) ajratamiz. Uchburchaklarning yuzalarini hisoblaymiz:

$$\omega_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{3} \cdot \frac{(P_1 + P_2)\ell}{9} = \frac{(P_1 + P_2)\ell^2}{54};$$

$$\omega_2 = \omega_1 = \frac{(2P_1 + P_2)\ell^2}{54};$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\ell}{3} \cdot \frac{(P_2 + P_1)\ell}{9} = \frac{(P_2 + P_1)\ell^2}{54};$$

$$\omega_4 = \omega_3 = \frac{(2P_2 + P_1)\ell^2}{54};$$

Faraziy tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$\sum M_A^\phi = -\omega_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\ell}{3} - \omega_2 \left(\frac{\ell}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\ell}{3} \right) - \omega_3 \left(\frac{\ell}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\ell}{3} \right) - \omega_4 \left(2 \cdot \frac{\ell}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\ell}{3} \right) + B^\phi \ell = 0,$$

bundan:

$$B^\phi = \frac{2(\omega_1 + 4\omega_2 + 5\omega_3 + 7\omega_4)}{\ell} = \frac{2 \cdot \frac{(2P_1 + P_2)\ell^2}{54} + 4 \cdot \frac{(2P_1 + P_2)\ell^2}{54} + 5 \cdot \frac{(2P_2 + P_1)\ell^2}{54} + 7 \cdot \frac{(2P_2 + P_1)\ell^2}{54}}{\ell} =$$

$$= \frac{6(2P_1 + P_2)\ell^2 + 12(2P_2 + P_1)\ell^2}{9 \cdot 54} = \frac{\ell^2(2P_1 + P_2 + 4P_2 + 2P_1)}{9 \cdot 9} = \frac{(4P_1 + 5P_2)\ell^2}{81}; \quad (10.11)$$

Shu amallarni A^f uchun takrorlaymiz:

$$\sum M_B^\phi = -A^\phi \ell + \omega_1 \left(2 \cdot \frac{\ell}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\ell}{3} \right) + \omega_2 \left(\frac{\ell}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{\ell}{3} \right) + \omega_3 \left(\frac{\ell}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\ell}{3} \right) + \omega_4 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\ell}{3} = 0,$$

Barcha hadlarni ℓ gabo'lib, umumiy mahrajga keltiramiz:

$$A^f = \frac{7\omega_1 + 5\omega_2 + 4\omega_3 + 2\omega_4}{\ell} = \frac{7 \cdot \frac{(2P_1 + P_2)\ell^2}{54} + 5 \cdot \frac{(2P_1 + P_2)\ell^2}{54} + 4 \cdot \frac{(2P_2 + P_1)\ell^2}{54} + 2 \cdot \frac{(2P_2 + P_1)\ell^2}{54}}{\ell} =$$

$$= \frac{12(2P_1 + P_2)l^2 + 6(2P_2 + P_1)l^2}{9 \cdot 54} = \frac{l^2(4P_1 + 2P_2 + 2P_2 + P_1)}{9 \cdot 9} = \frac{(5P_1 + 4P_2)l^2}{81}. \quad (10.12)$$

Harflar o'rniga son qiymatlarni qo'ysak,

$$A^\Phi = \frac{(5 \cdot 30 + 4 \cdot 40)6^2}{81} = 137,8 \text{ кН} \cdot \text{м}^2; \quad B^\Phi = \frac{(4 \cdot 30 + 5 \cdot 40)6^2}{81} = 142,2 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$$

kelib chiqadi.

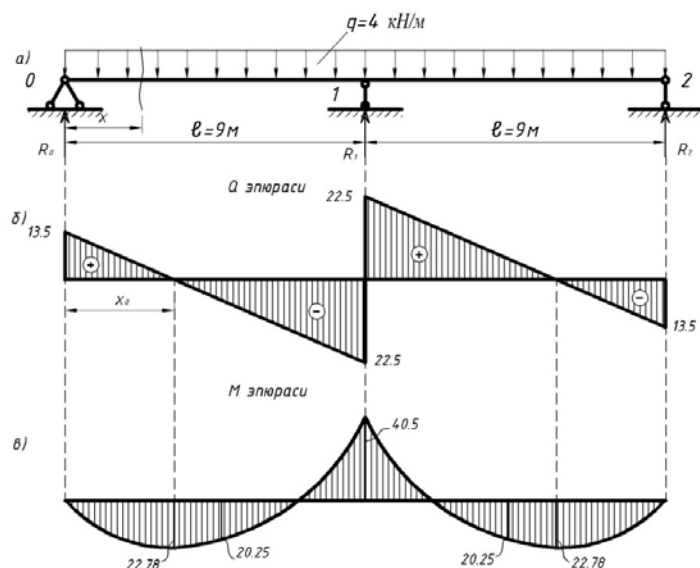
10.4 – misol. 10.6 a – rasmda berilgan uzluksiz balkaning Q va M epyuralari qurilsin

Yechish.

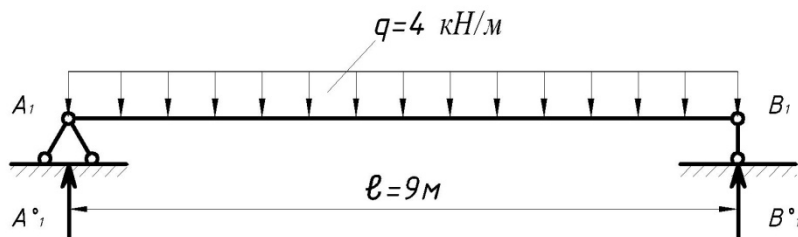
1. Statik noaniklik darajasini aniklaymiz:

$$n = C_t - 3 = 4 - 3 = 1.$$

Balka bir marta statik noaniq, shu boisdan uch momentlar tenglamasi faqat bitta tuziladi.



10.6 – rasm.



10.7 – rasm.

2. Balkaning har bir oraliq'ini mustaqil balka sifatida ajratib olib, har biri uchun haqiqiy (A^0 va V^0) hamda faraziy (A^f va V^f) tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz.

1-oraliq (10.7 – rasm)

$$A_1^0 = B_1^0 = \frac{q\ell_1}{2} = \frac{4 \cdot 9}{2} = 18 \text{ kH}$$

Faraziy tayanch reaksiyalari (10.8) formuladan aniqlanadi:

$$A_1^\Phi = B_1^\Phi = \frac{q\ell_1^3}{24} = \frac{4 \cdot 9^3}{24} = 121,5 \text{ kN.m}^2$$

2 – oraliq

Ushbu oraliq birinchi oraliq bilan bir xil bo'lganligi sababli, tegishli tayanch reaksiyalari ham bir xil bo'ladi, ya'ni:

$$A_2^0 = B_2^0 = 18 \text{ kN}; \quad A_2^\Phi = B_2^\Phi = 121,5 \text{ kN.m}^2.$$

3.O'ratadagi tayanch uchun uch momentlar tenglamasini tuzamiz:

$$M_0\ell_1 + 2M_1(\ell_1 + \ell_2) + M_2\ell_2 = -6 (B_1^\Phi + A_2^\Phi)$$

Shaklga ko'ra $M_0 = 0$ va $M_2 = 0$ bo'lgani uchun tenglama quyidagi tusni oladi:

$$2M_1(\ell_1 + \ell_2) = -6 (B_1^\Phi + A_2^\Phi).$$

2 ga qisqartirib, ma'lum qiymatlarni o'z o'rniga qo'yamiz:

$$M_1(9 + 9) = -3(121,5 + 121,5);$$

$$18M_1 = -729,$$

bundan:

$$M_1 = -\frac{729}{18} = -40,5 \text{ kN.m}$$

4. (10.4) formuladan foydalanib uzluksiz balkaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$R_0 = A_1^0 - \frac{M_0 - M_1}{\ell_1} = 18 - \frac{0 - (-40,5)}{9} = 13,5 \text{ kH};$$

$$R_1 = B_1^0 + A_2^0 - \frac{M_1 - M_0}{\ell_1} - \frac{M_1 - M_2}{\ell_2} = 18 + 18 - \frac{-40,5 - 0}{9} - \frac{-40,5 - 0}{9} = 45 \text{ kH};$$

$$R_2 = B_2^0 - \frac{M_2 - M_1}{\ell_2} = 18 - \frac{0 - (-40,5)}{9} = 13,5 \text{ kH}.$$

Tekshirish:

$$\sum U = R_0 - q(\ell_1 + \ell_2) + R_1 + R_2 = 13,5 - 4(9 + 9) + 45 + 13,5 = 0.$$

5. Xarakterli kesimlardagi ko'ndalang kuchlarni aniqlaymiz va Q epyurasini quramiz (10.6 b – rasm):

$$Q_0 = R_0 = 13,5 \text{ kN}; \quad Q_1^{\text{chap}} = Q_0 - q\ell_1 = 13,5 - 4 \cdot 9 = -22,5 \text{ kN};$$

$$Q_1^{\text{o'ng}} = Q_1^{\text{chap}} + R_1 = -22,5 + 45 = 22,5 \text{ kN};$$

$$Q_2 = Q_1^{\text{o'ng}} - q\ell_2 = 22,5 - 4 \cdot 9 = -13,5 \text{ kN};$$

6. Eguvchi momentlarni hisoblaymiz.

0 – tayanchdan x masofada yotgan kesim uchun eguvchi moment ifodasi:

$$M_x = R_0 x - \frac{qx^2}{2} = 13,5x - \frac{4x^2}{2} = 13,5x - 2x^2.$$

Bu yerda $x = 0 \div \ell_1$ oralig'ida o'zgaradi:

$$x = 0 \text{ bo'lganda } M_0 = 0;$$

$$x = \frac{\ell_1}{2} = 4,5 \text{ m bo'lganda } M_x = 13,5 \cdot 4,5 - 2 \cdot 4,5^2 = 20,25 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$x = \ell_1 = 9 \text{ m bo'lganda } M_1 = 13,5 \cdot 9 - 2 \cdot 9^2 = -40,5 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Ko'ndalang kuchning qiymati nol bo'lgan absissa x_0 ni topamiz:

$$Q_x = R_0 - qx_0 = 0, \quad \text{bundan } x_0 = \frac{R_0}{q} = \frac{13,5}{4} = 3,375 \text{ m}.$$

Ushbu kesimda echuvchi moment maksimal qiymatga ega bo'ladi:

$$M_{\max} = 13,5 \cdot 3,375 - 2 \cdot 3,375^2 = 22,78 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Eguvchi momentlarning aniqlangan qiymatlari asosida birinchi oraliq uchun M epyurasini ko'ramiz (10.6 b– rasm).

Balka va unga qo'yilgan yuk simmetrik bo'lganligi sababli M epyurasi ham simmetrik bo'ladi. Shu boisdan ikkinchi oraliq uchun eguvchi momentlarni hisoblashning hojati yo'q.

10.5- misol. 10.8 - rasm, da tasvirlagan bikirliги o'zgarmas bo'lgan uzluksiz balkaning Q va M epyuralari qurilsin.

Yechish.

1. Uzluksiz balkaning statik noaniqlik darajasini aniqlaymiz:

$$n = C_t - 3 = 5 - 3 = 2,$$

demak, balka ikki marta statik noaniq.

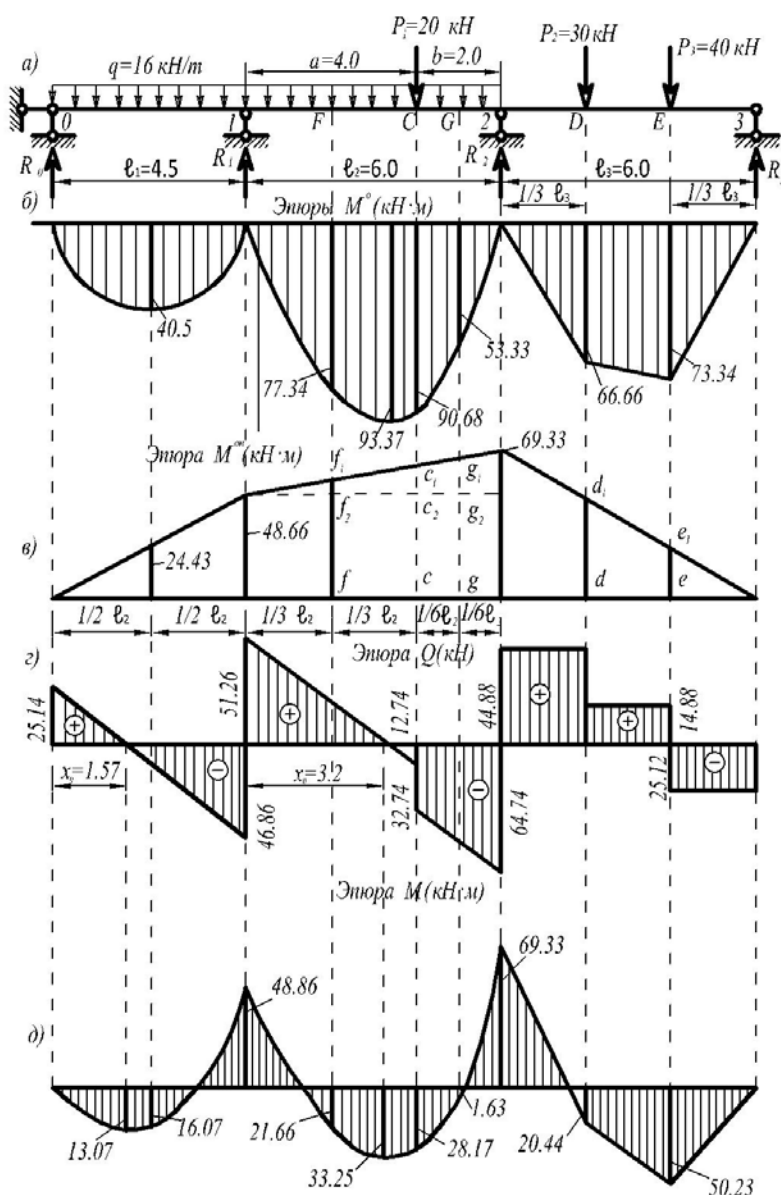
2. Har bir oraliqni oddiy balka deb qabul qilib, haqiqiy tayanch reaksiyalari A^0 va V^0 ni, M^0 epyurasi qurish uchun lozim bo'lgan eguvchi momentlarni (10,8 b - rasm), shuningdek faraziy tayanch reaksiyalari A^f va V^f ni aniqlaymiz. Bu ishlarni bajarishda 10.1- jadvaldan foydalanamiz.

1 – oraliq (10.9 – rasm)

$$A_1^0 = B_1^0 = \frac{q\ell_1}{2} = \frac{16 \cdot 4,5^2}{2} = 36 \text{ кН.}$$

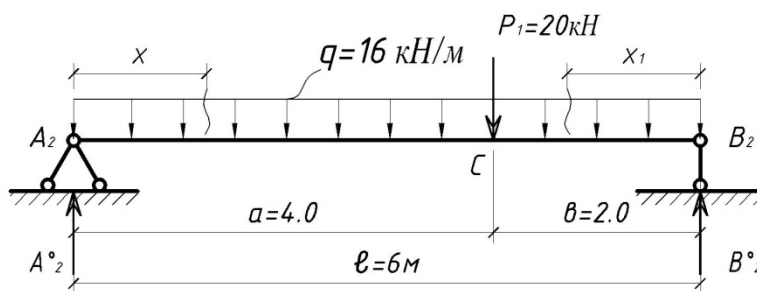
$$M_{A_1}^0 = 0; \quad M_{max}^0 = \frac{q\ell_1^2}{8} = \frac{16 \cdot 4,5^2}{8} = 40,5 \text{ кН м;} \quad M_{B_1}^0 = 0.$$

$$A_1^\Phi = B_1^\Phi = \frac{q\ell_1^3}{24} = \frac{16 \cdot 4,5^3}{24} = 60,75 \text{ кН} \cdot \text{м}^2.$$

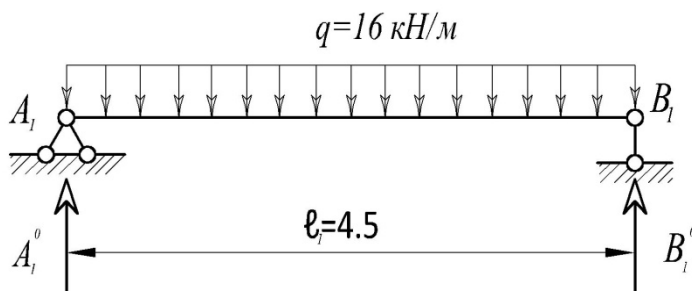


10.8 – rasm.

2 – oraliq (10.10 – rasm).



10.9 – rasm.



10.10 – rasm.

B_2^0 tayanch reaksiyalarini $\sum M_{B_2} = 0$ va $\sum M_{A_1} = 0$ tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum M_{B_2} = A_2^0 \ell_2 - \frac{q \ell_2^2}{2} - P_1 b = 0,$$

bundan:

$$A_2^0 = \frac{\frac{q \ell_2^2}{2} + P_1 b}{\ell_2} = \frac{\frac{16 \cdot 6^2}{2} + 20 \cdot 2}{6} = 54,67 \text{ kN};$$

$$\sum M_{A_1} = -B_2^0 \ell_2 + \frac{q \ell_2^2}{2} + P_1 a = 0,$$

bundan

$$B_2^0 = \frac{\frac{q \ell_2^2}{2} + P_1 a}{\ell_2} = \frac{\frac{16 \cdot 6^2}{2} + 20 \cdot 4}{6} = 61,33 \text{ kN}.$$

Chap uchastkaning istalgan kesimidagi eguvchi moment

$$M_x^0 = A_2^0 x - \frac{q x^2}{2} = 54,67x - \frac{1,6x^2}{2} = 54,67x - 8x^2;$$

$$x = 0 \text{ bo'lganda } M_{A_2}^0 = 0;$$

$$x = 2 \text{ m bo'lganda } M_x^0 = 54,67 \cdot 2 - 8 \cdot 2^2 = 77,34 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$x = 4 \text{ m bo'lganda } M_c^0 = 54,67 \cdot 4 - 8 \cdot 16 = 90,68 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Eguvchi moment maksimal qiymatga ega bo'ladigan masofa x_0 ni aniqlaymiz; buning uchun M_x dan birinchi tartibli hosila olib, uni nolga tenglaymiz:

$$\frac{dM_x}{dx} = 54,67 - 8 \cdot 2 x_0 = 0,$$

bundan

$$x_0 = \frac{54,67}{16} = 3,42 \text{ m.}$$

Buni yuqoridagi tenglamaga ko'ysak,

$$M_{max}^0 = 54,67 \cdot 3,42 - 8 \cdot 3,42^2 = 93,37 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \text{kelib chiqadi.}$$

O'ng uchastkaning istalgan kesimidagi eguvchi moment quyidagi tenglamadan aniqlanadi:

$$M_{x_1}^0 = B_2^0 x_1 - \frac{qx_1^2}{2} = 61,33x - 8x_1^2 ;$$

$$x_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_{B_2}^0 = 0 ;$$

$$x_1 = 1 \text{ m bo'lganda } M_{x_1}^0 = 61,33 \cdot 1 - 8 \cdot 1^2 = 53,33 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$x_1 = 2 \text{ m bo'lganda } M_C^0 = 61,33 \cdot 2 - 8 \cdot 2^2 = 90,68 \text{ kN} \cdot \text{m.}$$

Faraziy tayanch reaksiyalari A^f va V^f yoyiq kuchdan hosil bo'lgan reaksiya bilan yig'iq kuchdan hosil bo'lgan reaksiyaning yig'indisi sifatida 10.1 jadvaldan aniqlanadi (6 va 2 – sxemalar):

$$A_2^f = \frac{q\ell_2^3}{24} + \frac{P_1 ab(\ell_2 + b)}{6\ell_2} = \frac{16 \cdot 6^3}{24} + \frac{20 \cdot 4 \cdot 2(6 + 2)}{6 \cdot 6} = 179,6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2;$$

$$B_2^f = \frac{q\ell_2^3}{24} + \frac{P_1 ab(\ell_2 + a)}{6\ell_2} = \frac{16 \cdot 6^3}{24} + \frac{20 \cdot 4 \cdot 2(6 + 4)}{6 \cdot 6} = 188,4 \text{ kN} \cdot \text{m}^2.$$

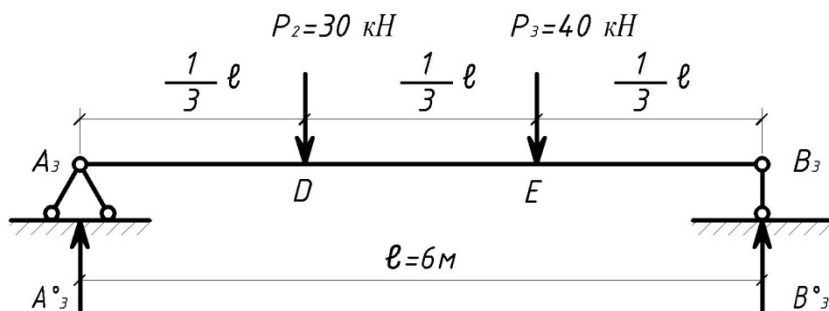
3 - oraliq (10.11 – rasm)

10.3 – misolda tayanch reaksiyalari umumiy holda aniqlangan edi. Ana shu ifodalarga raqamlar qo'yib, quyidagi reaksiyalarni topamiz:

$$A_3^0 = \frac{2 \cdot 30 + 40}{3} = 33,33 \text{ kN}; \quad B_3^0 = \frac{2 \cdot 40 + 30}{3} = 36,67 \text{ kN.}$$

Xarakterli kesimlardagi eguvchi momentlarning qiymatlari:

$$M_{A_2}^0 = 0 ; \quad M_D^0 = A_3^0 \cdot \frac{\ell_2}{3} = 33,33 \cdot \frac{6}{3} = 66,66 \text{ kN} \cdot \text{m};$$



10.11 – rasm.

$$M_E^0 = B_3^0 \cdot \frac{l_3}{3} = 36,67 \cdot 2 = 73,34 \text{ kN} \cdot \text{m}; \quad B_{B_3}^0 = 0.$$

Ushbu balkaning faraziy tayanch reaksiyalari 10.3 – misolda aniqlangan edi:

$$A_3^\Phi = 137,8 \text{ kN} \cdot \text{m}^2; \quad B_3^\Phi = 142,2 \text{ kN} \cdot \text{m}^2.$$

3. Uch momentlar tenglamasini tuzamiz (10.8 a – rasm):

1 - tayanch uchun

$$M_0 l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -6 (B_1^\Phi + A_2^\Phi).$$

$M_0 = 0$ bo'lganligi sababli tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$2M_1(l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -6 (B_1^\Phi + A_2^\Phi).$$

Ma'lum qiymatlarni o'z o'rniga qo'yamiz:

$$2M_1(4,5 + 6) + M_2 \cdot 6 = -6 (60,75 + 179,6),$$

$$21M_1 + 6M_2 = -6 \cdot 240,35.$$

Tenglamani soddalashtirish uchun uning barcha hadlarini 6 ga bo'lamiz:

$$3,5M_1 + M_2 = 240,35. \quad (a)$$

2 - tayanch uchun

$$M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 l_3 = -6 (B_2^\Phi + A_3^\Phi).$$

$M_3 = 0$ bo'lganligi sababli tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$M_1 l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) = -6 (B_2^\Phi + A_3^\Phi).$$

Ma'lum qiymatlarni o'z o'rniga qo'yamiz:

$$M_1 \cdot 6 + 2M_2(6 + 6) = -6(188,4 + 137,8);$$

$$6M_1 + 24M_2 = -6 \cdot 326,2$$

Tenglamaning barcha hadlarini – 24 ga bo‘lib, quyidagi tenglamaga ega bo‘lamiz:

$$-0,25M_1 - M_2 = 81,55 \quad (b)$$

(a) va (b) tenglamalarning algebraik yig‘indisini olamiz:

$$\begin{array}{rcl} 3,5 M_1 + M_2 & = & -240,35 \\ + \quad -0,25M_1 - M_2 & = & 81,55 \\ \hline 3,25M_1 & = & -158,8 \end{array}$$

bundan:

$$M_1 = -\frac{158,8}{3,25} = -48,86 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

M_1 ning topilgan qiymatini (b) tenglamaga qo‘yib M_2 ni aniqlaymiz:

$$-0,25 \cdot (-48,86) - M_2 = 81,55,$$

Bundan

$$M_2 = 12,22 - 81,55 = -69,33 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Tayanch momentlarining qiymati ma’lum bo‘lgach, M^{op} epyurasini quramiz (10.8 B – rasm).

4. (10.4) formuladan foydalanib uzluksiz balkaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$R_0 = A_1^0 - \frac{M_0 - M_1}{\ell_1} = 36 - \frac{0 - (-48,86)}{4,5} = 36 - 10,86 = 25,14 \text{ kN};$$

$$\begin{aligned} R_1 &= B_1^0 + A_2^0 - \frac{M_1 - M_0}{\ell_1} - \frac{M_1 - M_2}{\ell_2} = 36 + 54,67 - \frac{-48,86 - 0}{4,5} - \frac{-48,86 - (-69,33)}{6} = 36 + \\ &+ 54,67 + 10,86 - 3,41 = 98,12 \text{ kN} . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_2 &= B_2^0 + A_3^0 - \frac{M_2 - M_1}{\ell_2} - \frac{M_2 - M_3}{\ell_3} = 61,33 + 33,33 - \frac{-69,33 - (-48,86)}{6} - \frac{-69,33 - 0}{6} = \\ &= 61,33 + 33,33 + 34,1 + 11,55 = 109,62 \text{ kN}; \end{aligned}$$

$$R_3 = B_3^0 - \frac{M_3 - M_2}{\ell_3} = 36,67 - \frac{0 - (-69,33)}{6} = 25,12 \text{ kN}.$$

Tayanch reaksiyalarining tug‘ri aniqlanganligini tekshiramiz:

$$\begin{aligned} \sum Y &= 25,14 - 16 \cdot 4,5 + \\ &+ 98,12 - 16 \cdot 6 - 20 + 109,62 - 30 - 40 + 25,12 = 25,14 - 72 + \\ &98,12 - 96 - 20 + 109,62 - 30 - 40 + 25,12 = 0 . \end{aligned}$$

Tenglamaning nolga teng chiqishi tayanch reaksiyalarini to‘g‘ri aniqlanganligidan dalolat beradi .

5. Balkaning xarakterli kesimlaridagi ko'ndalang kuchlarni aniqlaymiz va Q epyurasini quramiz (10,8 г - rasm):

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= R_0 = 25,14 \text{ kN}; \\
 Q_1^{\text{chap}} &= Q_0 - q\ell_1 = 25,14 - 16,8 \cdot 4,5 = -46,86 \text{ kN}; \\
 Q_1^{\text{o'ng}} &= Q_1^{\text{chap}} + R_1 = -46,86 + 98,12 = 51,26 \text{ kN}; \\
 Q_s^{\text{chap}} &= Q_1^{\text{o'ng}} - qa = 51,26 - 16 \cdot 4 = -12,74 \text{ kN}; \\
 Q_c^{\text{o'ng}} &= Q_c^{\text{chap}} - P_1 = -12,74 - 2 = -32,74 \text{ kN}; \\
 Q_2^{\text{chap}} &= Q_c^{\text{o'ng}} - qb = -32,74 - 16 \cdot 2 = -64,74 \text{ kN}; \\
 Q_2^{\text{o'ng}} &= Q_2^{\text{chap}} + R_2 = -64,74 + 109,62 = 44,88 \text{ kN}; \\
 Q_D^{\text{chap}} &= Q_2^{\text{o'ng}} = 44,88 \text{ kN}; \\
 Q_D^{\text{o'ng}} &= Q_D^{\text{chap}} - P_2 = 44,88 - 30 = 14,88 \text{ kN}; \\
 Q_E^{\text{chap}} &= Q_D^{\text{o'ng}} = 14,88 \text{ kN}; \\
 Q_E^{\text{o'ng}} &= Q_E^{\text{chan}} - R_3 = 14,88 - 40 = -25,12 \text{ kN}; \\
 Q_3 &= Q_E^{\text{o'ng}} = -25,12 \text{ kN}.
 \end{aligned}$$

6. Uzlüksiz balkaning M epyurosini qurish uchun ikki epyuraning (M^0 va M^{op}) ordinatalari algebraik qo'shiladi. Hosil bo'lgan yig'indi epyura izlanayotgan M epyurasi bo'ladi (10,8 д - rasm).

10,6-misol. 10.12 a - rasmda tasvirlangan konsolli uzluksiz balkaning Q va M epyuralari qurilsin. Balkaning bikirligi o'zgarmas.

Yechish.

Mazkur balka avvalgi misolda ko'rib o'tilgan balkadan faqat konsol qismlarining mavjudligi bilan farq qilganligi sababli, o'sha balka uchun aniqlangan A^0 , V^0 , M^0 , A^f va V^f lar bu balka uchun ham o'z kuchini saqlab qoladi. Mana shu asosda 10,8 б- rasmda berilgan M^0 epyurasini to'g'ridan – to'g'ri 10.12 б rasmga ko'chirib o'tkizamiz. Undan keyin, konsollarni bir uchi qistirilgan balka tariqasida qabul qilib, M^0 epyurasini to'ldirib qo'yamiz.

Uch momentlar tenglamasini tuzamiz:

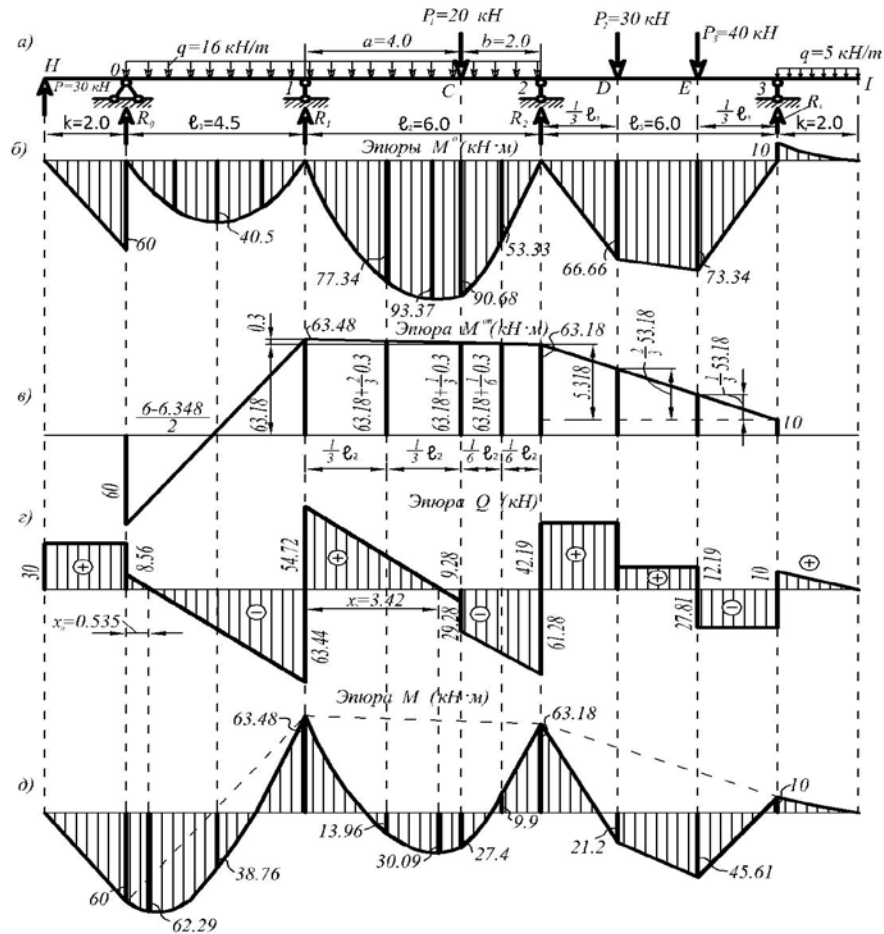
1 - tayanch uchun.

$$M_0 \ell_1 + 2M_1 (\ell_1 + \ell_2) + M_2 \ell_2 = -6 (B_1^{\Phi} + A_2^{\Phi}).$$

Oldingi misoldagidan farqli ravishda $M_0 = 0$ emas, balki

$$M_0 = R \cdot k = 30 \cdot 2 = 60 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Ma'lum bo'lgan qiymatlarni tenglamaga qo'yamiz:



10.12 – rasm.

$$60 \cdot 4,5 + 2M_1(4,5 + 6) + M_2 \cdot 6 = - (60,75 + 179,6) .$$

Ma'lum qiymatlarni tenglamaning o'ng tomoniga o'tkizamiz:

$$21M_1 + 6 M_2 = - 6 (60,75 + 179,6 + 45).$$

Tenglamaning barcha hadlarini 6 ga bo'lib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$3,5 M_1 + M_2 = - 285,35 . \quad (a)$$

2 - tayanch uchun

$$M_1 \ell_2 + 2 M_2 (\ell_2 + \ell_3) + M_3 \ell_3 = - 6 (B_2^{\Phi} + A_3^{\Phi}) .$$

Bu yerda:

$$M_3 = - \frac{q_1 k^2}{2} = - \frac{5 \cdot 2^2}{2} = - 10 \text{ kH} \cdot \text{m} .$$

Ma'lum qiymatlarni tenglamaga qo'yamiz:

$$M_1 \cdot 6 + 2M_2(6 + 6) - 10 \cdot 6 = - 6(188,4 + 137,8) ;$$

$$6 M_1 + 24 M_2 = - 6 (188,4 + 137,8 - 10) .$$

Tenglamaning har ikkala qismini - 24 ga bo'lamiz:

$$- 0,25M_1 - M_2 = 79,05 . \quad (b)$$

(a) va (b) tenglamalarini algebraik qo'shib, M_1 ni aniqlaymiz:

$$\begin{array}{rcl} 3,5 M_1 + M_2 & = & -285,35 \\ + \quad -0,25M_1 - M_2 & = & 79,05 \\ \hline 3,25M_1 & = & -206,3 \end{array}$$

bundan $M_1 = -63,48 \text{ kN} \cdot \text{m}$.

M_1 ning topilgan qiymatini (a) yoki (b) tenglamaga qo'yib, M_2 ni aniqlaymiz:

$$M_2 = -63,18 \text{ kN} \cdot \text{m} .$$

Tayanch momentlarining aniqlangan qiymalari bo'yicha M^{on} epyurasini quramiz (10,12 b - rasm).

(10.4) formuladan foydalanib, uzluksiz balkaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$R_0 = -P + A_1^0 - \frac{M_0 - M_1}{\ell_1} = -30 + 36 - \frac{60 - (-63,48)}{4,5} = -30 + 36 - 27,44 = -21,44 \text{ kN}.$$

Manfiy ishora R_0 reaksiyasining yo'nalishini qarama-qarshi tomonga o'zgartirish lozimligini anglatadi (R_0 ning to'g'li yo'nalishi 10,12 a - rasmda shtrix chiziqlar bilan ko'rsatilgan).

$$\begin{aligned} R_1 &= B_1^0 + A_2^0 - \frac{M_1 - M_0}{\ell_1} - \frac{M_1 - M_2}{\ell_2} = 36 + 54,67 - \frac{-63,48 - 60}{4,5} - \frac{-63,48 - (-63,18)}{6} = \\ &= 36 + 54,67 + 27,44 + 0,05 = 118,16 \text{ kN} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_2 &= B_2^0 + A_3^0 - \frac{M_2 - M_1}{\ell_2} - \frac{M_2 - M_3}{\ell_3} = 61,33 + 33,33 - \frac{-63,18 - (-10)}{6} = \\ &= 61,33 + 33,33 - 0,05 + 8,86 = 103,47 \text{ kN} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_3 &= B_3^0 + q_1 k_1 - \frac{M_3 - M_2}{\ell_3} = 36,67 + 5 \cdot 2 - \frac{-10 - (-63,18)}{6} = 36,67 + 10 - 8,86 = \\ &= 37,81 \text{ kN} . \end{aligned}$$

Reaksiyalarning to'g'ri topilganligini tekshiramiz:

$$\begin{aligned} \Sigma Y &= R - R_0 - q(\ell_1 + \ell_2) + R_1 - P_1 + R_2 - P_2 - P_3 + R_3 - q_1 k_1 = 30 - 21,44 - \\ &- 16 \cdot (4,5 + 6) + 118,16 - 20 + 103,47 - 30 - 40 + 37,81 - 5 \cdot 2 = \\ &= 289,44 - 289,44 = 0 , \end{aligned}$$

demak, tayanch reaksiyalari to'g'ri topilgan.

Balkaning xarakterli nuqtalaridagi ko'ndalang kuchlarni aniqlaymiz:

$$Q_H = P = 30 \text{ kN};$$

$$Q_0^{\text{chap}} = Q_H = 30 \text{ kN};$$

$$Q_0^{\text{o'ng}} = Q_0^{\text{chap}} - R_0 = 30 - 21,44 = 8,56 \text{ kN};$$

$$Q_1^{\text{chap}} = Q_0^{\text{o'ng}} - q\ell_1 = 8,56 - 16 \cdot 4,5 = 8,56 - 72 = -63,44 \text{ kN};$$

$$Q_1^{\text{o'ng}} = Q_1^{\text{chap}} + R_1 = -63,44 + 118,16 = 54,72 \text{ kN};$$

$$Q_s^{\text{chap}} = Q_1^{\text{o'ng}} - qa = 54,72 - 16 \cdot 4 = -9,28 \text{ kN};$$

$$Q_s^{\text{o'ng}} = Q_s^{\text{chap}} - P_1 = -9,28 - 20 = -29,28 \text{ kN};$$

$$Q_2^{\text{chap}} = Q_s^{\text{o'ng}} - qb = -29,28 - 16 \cdot 2 = -61,28 \text{ kN};$$

$$Q_2^{\text{o'ng}} = Q_2^{\text{chap}} + R_2 = -61,28 + 103,47 = 42,19 \text{ kN};$$

$$Q_D^{\text{chap}} = Q_2^{\text{o'ng}} = 42,19 \text{ kN};$$

$$Q_D^{\text{o'ng}} = Q_D^{\text{chap}} - P_2 = 42,19 - 30 = 12,19 \text{ kN};$$

$$Q_E^{\text{chap}} = Q_D^{\text{o'ng}} = 12,19 \text{ kN};$$

$$Q_E^{\text{o'ng}} = Q_E^{\text{chap}} - P_3 = 12,19 - 40 = -27,81 \text{ kN};$$

$$Q_3^{\text{chap}} = Q_E^{\text{o'ng}} = -27,81 \text{ kN};$$

$$Q_3^{\text{o'ng}} = Q_3^{\text{chap}} + R_3 = -27,81 + 37,81 = 10 \text{ kN};$$

$$Q_I = Q_3^{\text{o'ng}} - q_1 k_1 = 10 - 5 \cdot 2 = 0.$$

Ko'ndalang kuchlarning aniqlangan qiymatlari bo'yicha Q epyurasini quramiz (10.12 r - rasm).

Yig'indi eguvchi moment epyurasini ko'rish uchun M^0 epyurasining ordinatalarini M^{op} epyurasining tegishli ordinatalariga algebraik qo'shamiz. Quyida ana shu amallar bilan shug'ullanamiz.

Birinchi oraliqning o'rtasida $M^0 = 40,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ga, $M^{\text{op}} = \frac{60 - 63,48}{2} = -1,74 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ga teng, binobarin, ularning yig'indisi $M = M^0 + M^{\text{op}} = 40,5 + (-1,74) = 48,76 \text{ kN}\cdot\text{m}$ bo'ladi.

Shu oraliqdagi maksimal eguvchi momentni aniqlash uchun ko'ndalang kuch nol bo'ladigan x_0 masofani aniqlaymiz:

$$Q_{x_0} = P - R_0 - qx_0 = 0,$$

bundan:
$$x_0 = \frac{P - R_0}{q} = \frac{30 - 21,44}{16} = 0,535 \text{ m}.$$

Bu qiymatni maksimal eguvchi momentni aniqlash ifodasiga qo'yamiz:

$$M_{max} = P (k_1 + x_0) - R_0 x_0 - \frac{qx}{2} = 30 (2 + 0,535) - 21,44 \cdot 0,535 - \frac{16 \cdot 0,535^2}{2} = 76,05 - 11,47 - 2,29 = 62,29 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Ikkinchi oraliqning 1 - S uchastkasi oralig'ida

$$M = M^0 + M^{op} = 77,34 - (63,18 + \frac{2}{3} \cdot 0,3) = 77,34 - 63,38 = 13,96 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

uchastkaning oxiri (S kesimi)da

$$M_s = M_c^0 + M_c^{op} = 90,68 - (63,18 + \frac{1}{3} \cdot 0,3) = 90,68 - 63,28 = 27,4 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Bu uchastka uchun maksimal eguvchi moment (10.6) formula yordamida aniqlanadi:

$$M_{max} = M_{x_0}^0 + \frac{M_2 - M_1}{l_2} x_0 + M_1.$$

Bu yerda:

$$M_{x_0}^0 = 54,67 x_0 - 8 x_0^2.$$

Q epyurasida uchburchaklar o'xshashligidan foydalanib, x_0 masofani topamiz:

$$\frac{54,72}{x_0} = \frac{9,28}{4 - x_0}; \quad 54,72 \cdot 4 - 54,72 \cdot x_0 = 9,28 x_0;$$

$$x_0 (54,72 + 9,28) = 218,9,$$

bundan:

$$x_0 = \frac{218,9}{64} = 3,42 \text{ m}.$$

U holda $M_{x_0}^0 = 54,67 \cdot 3,42 - 8 \cdot 3,42^2 = 93,4 \text{ kN} \cdot \text{m}$ bo'lib, M_{max} bu uchastka uchun quyidagicha topiladi:

$$M_{max} = 93,4 + \frac{-63,18 - (-63,48)}{6} \cdot 3,42 + (-63,48) = 93,4 + 0,17 - 63,48 = 30,09 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

S - 2 uchastkasining o'rtasida

$$M = M^0 + M^{op} = 53,33 - (63,18 + \frac{1}{6} \cdot 0,3) = 53,33 - 63,23 = -9,9 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Nihoyat, D va E kesimlaridagi eguvchi momentlar:

$$M_D = M_D^0 + M_D^{op} = 66,66 - (1 + \frac{2}{3} \cdot 53,18) = 66,66 - 45,46 = 21,2 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_E = M_E^0 + M_E^{op} = (1 + \frac{1}{3} \cdot 53,18) = 73,34 - 27,73 = 45,61 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Olingan qiymatlar bo'yicha qurilgan M epyurasi 10.12 d - rasmda berilgan.

10.7 – misol. 10.13 a – rasmda tasvirlangan uzluksiz balka uchun Q va M epyuralari qurilsin. M epyurasi deformatsion tekshirilsin. Balkaning bikirligi o‘zgarmas.

Yechish.

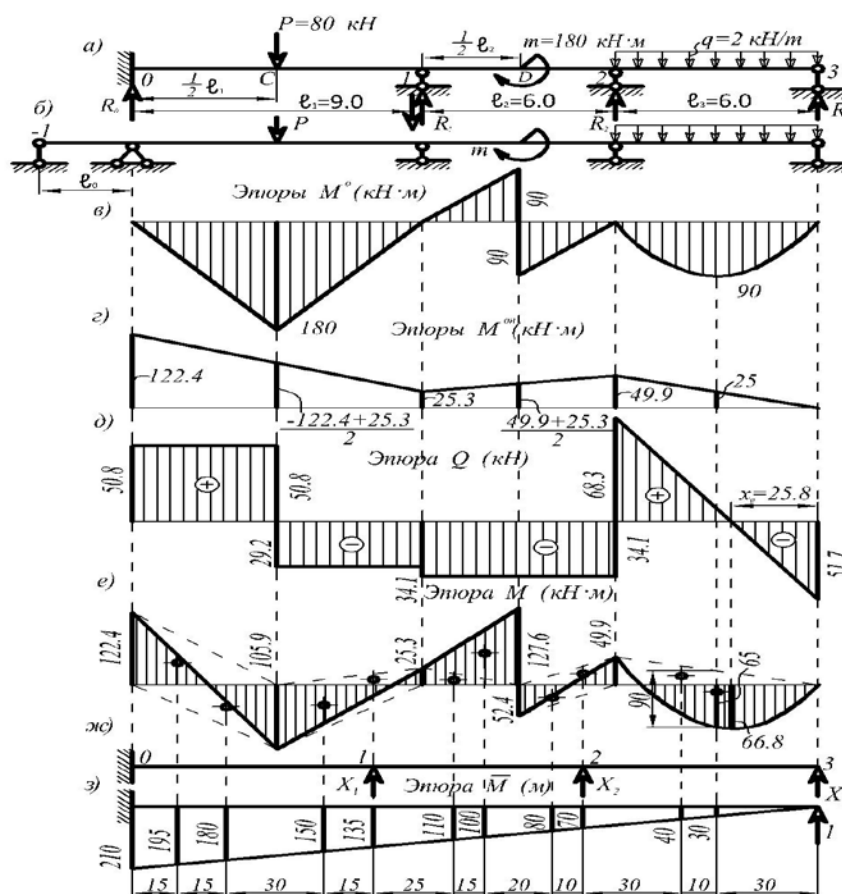
1. Statik noaniqlik darajasini aniqlaymiz: $n = C_t - 3 = 6 - 3 = 3$.

Balka uch marta statik noaniq, shu boisdan uni yechish uchun uchta uch momentlar tenglamasi tuziladi.

2. Har bir oraliqni bir oraliqli mustaqil balka sifatida qabul qilamiz va berilgan tashqi kuchlardan hosil bo‘lgan haqiqiy tayanch reaksiyalari A^0 va V^0 ni hamda M^0 epyurasini qurish uchun zarur bo‘lgan eguvchi momentlarni aniqlaymiz (10.13 v – rasm). Keyinchalik bular yig‘indi M epyurasini qurishda, shuningdek A^f va V^f faraziy tayanch $M_c^0 = M_{max}^0 = \frac{Pl_1}{4} = \frac{80 \cdot 9}{4} = 180 \text{ kN} \cdot \text{m}$; $M_{B_1}^0 = 0$.

$$A_1^0 = B_1^0 = \frac{Pl_1^2}{16} = \frac{80 \cdot 9^2}{16} = 405 \text{ kN} \cdot \text{m}^2.$$

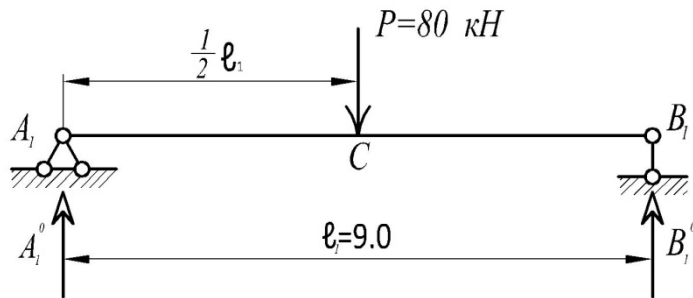
reaksiyalarini aniqlashda kerak bo‘ladi. **01 - oraliq** (10.14 – rasm).



10.13 – rasm.

$$A_1^0 + B_1^0 = \frac{P}{2} = \frac{80}{2} = 40 \text{ kN.}$$

$$M_{A_1}^0 = 0$$



10.14 – rasm.

2 - *oraliq* (10.15 – rasm)

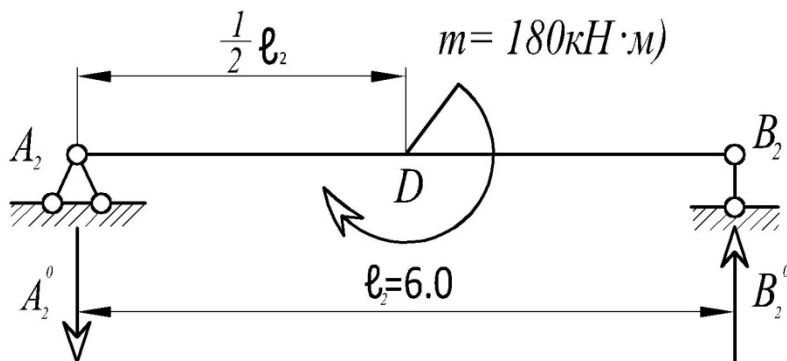
$$A_2^0 = \frac{m}{\ell_2} = \frac{180}{6} = 30 \text{ kN}; \quad B_2^0 = \frac{m}{\ell_2} = \frac{180}{6} = 30 \text{ kN};$$

$$M_{A_2}^0 = 0; \quad M_{D(\text{chap})} = -A_2^0 \frac{\ell_2}{2} = -30 \cdot 3 = -90 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_{D(\text{yng})}^0 = M_{D(\text{chap})}^0 + m = -90 + 180 = 90 \text{ kN} \cdot \text{m}; \quad M_{B_2}^0 = 0.$$

$$A_2^\Phi = -\frac{m\ell_2}{24} = -\frac{180 \cdot 6}{24} = -45 \text{ kN} \cdot \text{m}^2;$$

$$B_2^\Phi = \frac{m\ell_2}{24} = \frac{180 \cdot 6}{24} = 45 \text{ kN} \cdot \text{m}^2.$$



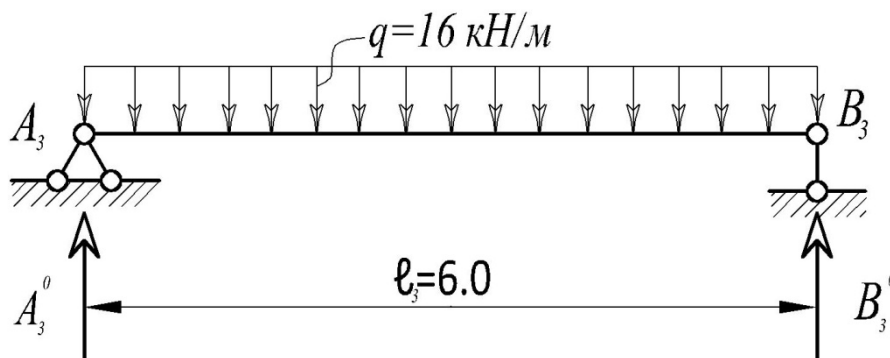
10.15 – rasm.

3 - *oraliq* (10.16 - rasm)

$$A_3^0 = B_3^0 = \frac{q\ell_3}{2} = \frac{20 \cdot 6}{2} = 60 \text{ kN.}$$

$$M_{A_3}^0 = M_{B_3}^0 = 0; \quad M_{\max}^0 = \frac{q\ell_3^2}{8} = \frac{20 \cdot 6^2}{8} = 90 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$A_3^\Phi = B_3^\Phi = \frac{q\ell_3^3}{24} = \frac{2 \cdot 6^3}{24} = 180 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



10.16 –rasm.

Faraziy tayanch reaksiyalarini aniqlashda 10.1 - jadvaldan foydala-nildi.

3. Qistirma tayanchni sharnirli qo'zg'almas tayanch bilan almashtiramiz, qistirmaning ta'sir kuchini uzunligi $\ell_0 \rightarrow 0$ bo'lgan soxta oraliq bilan qoplaymiz (10,13 6 – rasm). Uch momentlar tenglamalarini tuzamiz:

0-tayanch uchun.

$$M_{-1}\ell_0 + 2M_0(\ell_0 + \ell_1) + M_1\ell_1 = -6(B_0^\Phi + A_1^\Phi).$$

Ushbu tenglama tarkibiga kirgan, aslida mavjud bo'lmagan soxta oraliq ℓ_0 ga aloqador bo'lgan qiymatlarni chiqarib tashlasak, tenglama quyidagi ko'rinishga keladi:

$$2M_0\ell_1 + M_1\ell_1 = -6A_1^\Phi;$$

ma'lum qiymatlarni tenglamaga qo'yamiz:

$$2M_0 \cdot 9 + M_1 \cdot 9 = -6 \cdot 405;$$

barcha hadlarni 9 ga bo'lamiz:

$$2M_0 + M_1 = -270. \quad (a)$$

1 - tayanch uchun.

$$M_0\ell_1 + 2M_1(\ell_1 + \ell_2) + M_2\ell_2 = -6(B_1^\Phi + A_2^\Phi);$$

ma'lum qiymatlarni o'z o'rniga qo'yamiz:

$$M_0 \cdot 9 + 2M_1(9 + 6) + M_2 \cdot 6 = -6(405 - 45);$$

Tenglamani barcha hadlarini 3 ga bo'lamiz:

$$3M_0 + 10M_1 + 2M_2 = -720. \quad (b)$$

2 - tayanch uchun

$$M_1 \ell_2 + 2M_2 (\ell_2 + \ell_3) + M_3 \ell_3 = -6 (B_2^{\Phi} + A_3^{\Phi});$$

Ma'lum qiymatlarni o'z o'rniga qo'yib, tenglamaning barcha hadlarini 6 ga bo'lamiz:

$$M_1 \cdot 6 + 2M_2 \cdot (6 + 6) = -6(45 + 180);$$

$$M_1 + 4M_2 = -225. \quad (v)$$

4. (a), (b), (v) tenglamalar sistemasini yechamiz. (a) tenglamadagi M_0 ni M_1 , hamda (v) tenglamadagi M_2 ni M_1 orqali ifodalaymiz:

$$M_0 = -\frac{M_1 - 270}{2}; \quad (a')$$

$$M_2 = -\frac{M_1 + 225}{4}. \quad (v')$$

(a') va (v') ifodalarni (b) tenglamaga ko'yib, M_1 ning qiymatini aniqlaymiz:

$$3\left(-\frac{M_1 + 270}{2}\right) + 10M_1 + 2\left(-\frac{M_1 + 225}{4}\right) = -720;$$

$$-1,5M_1 - 405 - 0,5M_1 - 112,5 = -720;$$

$$8M_1 = -202,5,$$

bundan

$$M_1 = -\frac{202,5}{8} = -25,3 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

M_1 ning topilgan qiymatini (a') va (v') ifodalarga qo'yib, M_0 va M_2 ni aniqlaymiz:

$$M_0 = \frac{-25,3 + 270}{2} = -122,4 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_2 = \frac{-25,3 + 225}{4} = -49,9 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

5. Topilgan tayanch momentlari bo'yicha M^{op} epyurasini ko'ramiz (10.13 r-rasm).

6. (10.4) formuladan foydalanib uzluksiz balkaning tayanch reaksiyalarini aniqlaymiz:

$$R_0 = A_1^0 - \frac{M_0 - M_1}{\ell_1} = 4 - \frac{-122,4 - (-25,3)}{9} = 40 + 10,8 = 50,8 \text{ kN};$$

$$\begin{aligned} R_1 &= B_1^0 - A_2^0 - \frac{M_0 - M_1}{\ell_1} - \frac{M_1 - M_0}{\ell_2} = 40 - 30 - \frac{-25,3 - (-122,4)}{9} - \frac{-25,3 - (-49,9)}{6} = \\ &= 40 - 30 - 10,8 - 4,1 = -4,9 \text{ kN}; \end{aligned}$$

Manfiy ishora R_1 reaksiyasining yo‘nalishini qarama- qarshi tomonga o‘zgartirish lozimligini anglatadi (R_1 ning to‘g‘ri yo‘nalishi 10.13 a – rasmda shtrix chiziqlar orqali ko‘rsatilgan);

$$R_2 = B_2^0 + A_3^0 - \frac{M_2 - M_1}{\ell_2} - \frac{M_2 - M_3}{\ell_3} = 30 + 60 - \frac{-49,9 - (-25,3)}{6} - \frac{-49,9 - 0}{6} = 30 + 60 + 4,1 + 8,3 = 102,4 \text{ kN};$$

$$R_3 = B_3^0 - \frac{M_3 - M_2}{\ell_3} = 60 - \frac{0 - (-49,9)}{6} = 60 - 8,3 = 51,7 \text{ kN}.$$

Tekshirish:

$$\sum Y = R_0 - P - R_1 + R_2 - q\ell_3 + R_3 = 50,8 - 80 - 4,9 + 102,4 - 20 \cdot 6 + 51,7 = 0.$$

Reaksiyalar to‘g‘ri topilgan.

7. Xarakterli kesimlardagi ko‘ndalang kuchlarning qiymatlarini aniqlaymiz va Q epyurasini ko‘ramiz (10.13 d – rasm):

$$Q_0 = R_0 = 50,8 \text{ kN};$$

$$Q_c^{\text{chap}} = Q_0 = 50,8 \text{ kN};$$

$$Q_c^{\text{yng}} = Q_c^{\text{chap}} - P = 50,8 - 80 = -29,2 \text{ kN};$$

$$Q_1^{\text{chap}} = Q_c^{\text{yng}} = -29,2 \text{ kN};$$

$$Q_1^{\text{yng}} = Q_1^{\text{chap}} - R_1 = -29,2 - 4,9 = -34,1 \text{ kN};$$

$$Q_2^{\text{chap}} = Q_1^{\text{yng}} = -34,1 \text{ kN};$$

$$Q_2^{\text{yng}} = Q_2^{\text{chap}} + R_2 = -34,1 + 102,4 = 68,3 \text{ kN};$$

$$Q_3 = Q_2^{\text{yng}} - q\ell_3 = 68,3 - 20 \cdot 6 = -51,7 \text{ kN}.$$

8. M^0 epyurasining ordinatalarini M^{op} epyurasining tegishli ordinatalariga qo‘shib, yig‘indi epyuraning ordinatalarini topamiz va shular asosiy M epyurasini ko‘ramiz (10.13 e – rasm).

Tayanch kesimlaridagi eguvchi momentlar ma’lum bo‘lganligi sababli, M ning oraliq kesimlardagi qiymatlarini aniqlasak etarli bo‘ladi:

$$M_c = M_c^0 + M_c^{\text{op}} = 180 - \frac{122,4 + 25,3}{2} = 105,9 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_D^{\text{chap}} = M_D^{0(\text{chap})} + M_D^{\text{op}} = -90 - \frac{25,3 + 49,9}{2} = -127,6 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_D^{\text{yng}} = M_D^{0(\text{yng})} + M_D^{\text{op}} = 90 - \frac{25,3 + 49,9}{2} = 52,4 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

2 – 3 oraliqning o‘rtasidagi kesim momenti

$$M = M^0 + M^{\text{op}} = 90 - \frac{49,9}{2} = 65 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

2 - 3 oraliqda $M_{\max}$ ni aniqlash uchun x_0 masofasini tepamiz:

$$Q_{x_0} = -R_3 + q x_0 = 0,$$

bundan

$$x_0 = \frac{R_3}{q} = \frac{51,7}{20} = 2,58 \text{ m}.$$

Maksimal eguvchi moment:

$$M_{\max} = R_3 x_0 - \frac{q x_0^2}{2} = 51,7 \cdot 2,58 - \frac{20 \cdot 2,58^2}{2} = 66,8 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

9. Yakuniy M epyurasining to‘g‘riligini tekshiramiz (10.13 e – rasm). Epyuraning to‘g‘ri qurilganligiga ishonch hosil qilish uchun deformatsion tekshirishni amalga oshiramiz.

Ma’lumki, deformatsion tekshirishda yakuniy M epyurasi asosiy sistemaga qurilgan birlik epyura bilan ko‘paytiriladi. Ko‘paytmaning nol chiqishi M epyurasini to‘g‘ri qurilganligini tasdiqlaydi. Ana shundan kelib chiqib, 10.13 ж– rasmda berilgan sxemani asosiy sistema deb qabul qilamiz va $X_3 = 1$ kuchdan birlik epyura $\bar{M}$ quramiz (10.13 3– rasm). Agar M va $\bar{M}$ epyuralarning ko‘paytmasi nol chiqsa masala to‘g‘ri yechilgan bo‘ladi. Qistirma tayanchdagi birlik eguvchi mometning qiymati:

$$\bar{M}_0 = 1 \cdot (\ell_1 + \ell_2 + \ell_3) = 1 \cdot (9 + 6 + 6) = 21 \text{ ga teng}.$$

M epyurasini oddiy yuzalarga ajratamiz, ularning markazlari epyurada qayd etilgan. $\bar{M}$ epyurasida ana shu og‘irlik markazlari ostidagi ordinatalar qiymati berilgan. Epyuralarni Vereshchagin formulasi asosida ko‘paytiramiz (M epyurasidan yuzda, $\bar{M}$ epyuradan esa ordinatalar olamiz), chunki biz izlayotgan miqdor, aslida, X_3 kuchi qo‘yilgan nuqtaning shu kuch yo‘nalishida birlik kuchdan hosil bo‘lgan ko‘chishidir. Shuning uchun ham ko‘chishning nol chiqishi epyurani to‘g‘riligini kafolatlaydi.

$$\Delta_3 = \frac{1}{EI} \left(-\frac{4,5 \cdot 122,4}{2} \cdot 19,5 + \frac{4,5 \cdot 105,9}{2} \cdot 18 + \frac{4,5 \cdot 105,9}{2} \cdot 15 - \frac{4,5 \cdot 25,3}{2} \cdot 13,5 - \right.$$

$$= -\frac{3 \cdot 25,3}{2} \cdot 11 - \frac{3 \cdot 127,6}{2} \cdot 10 + \frac{3 \cdot 52,4}{2} \cdot 8 - \frac{3 \cdot 49,9}{2} \cdot 7 - \frac{6 \cdot 49,9}{2} \cdot 4 + \frac{2}{3} \cdot 60 \cdot 9 \cdot 3 =$$

$$= \frac{-9593 + 9572}{EI} = -\frac{21}{EI}.$$

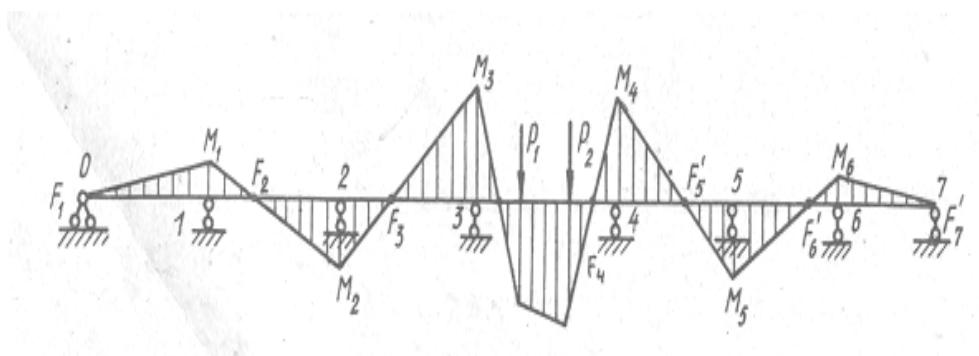
Hisob jarayonida yaxlitlashlar tufayli yo‘l qo‘yilga xato atigi $\frac{21 \cdot 100\%}{9572} = 0,22\%$ ekan, bu esa nolga yaqin miqdordir.

M epyurasini to‘g‘ri qurilganiga yanada to‘laroq ishonch hosil qilish uchun X_1 va X_2 kuchlar qo‘yilgan nuqtalarning ko‘chishlari ham tekshiriladi.

10.3. Uzlüksiz balkalarni hisoblashning moment fokuslari usuli

Oraliqlari soni uch va undan ortiq bo‘lib, ayrim oraliqlari tashqi yuklar bilan yuklanmagan bo‘lsa, uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash ancha qulay bo‘ladi.

Bu usulning mohiyatini anglash uchun uch momentlar tenglamasidan foydalanib, eguvchi moment epyurasini quramiz (10.17 - rasm).



10.17 – rasm.

Bu epyura tahlili asosida quyidagi xulosaga kelish mumkin: yuk qo‘yilmagan oraliqlarda eguvchi moment og‘ma chiziqlardan iborat bo‘lib, balkaning o‘qini kesib o‘tadi va nol nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalar **moment fokuslari** deb ataladi.

Agar nol nuqtalar yuk qo‘yilgan oraliqqa nisbatan chap tomonda joylashgan bo‘lsa – **chap moment fokusi** deb ataladi va $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ deb belgilanadi.

Agar nol nuqtalar yuk qo‘yilgan oraliqning o‘ng tomonida joylashgan bo‘lsa – **o‘ng moment fokusi** deb ataladi va $F_1^{\square}, F_2^{\square}, F_3^{\square}, \dots, F_n^{\square}$ bilan belgilanadi.

Uzluksiz balkaning yuklanmagan oralig‘idagi tayanch momentlarining absolyut qiymatlari – **fokuslar nisbati** deb ataladi.

Yuk qo‘yilgan oraliqlarda fokuslarning holati fokuslar nisbatlari orqali aniqlanadi. Fokus nisbatlari o‘z navbatida chap va o‘ng nisbatlarga bo‘linadi.

Masalan, 10.17 - rasmda tasvirlangan eguvchi moment epyurasidan chap va o‘ng fokus nisbatlari quyidagicha aniqlanadi:

Chap fokus nisbatlari, ya’ni

$$\frac{M_1}{M_2} = -K_1, \quad \frac{M_2}{M_1} = -K_2, \quad \frac{M_3}{M_2} = -K_3$$

bo‘ladi.

O‘ng fokus nisbatlari:

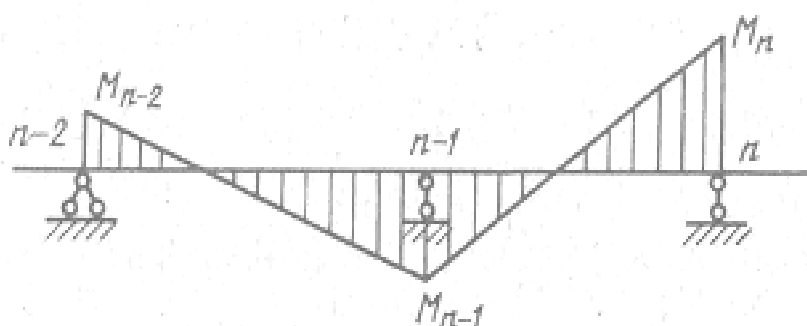
$$\frac{M_4}{M_5} = -K_5, \quad \frac{M_5}{M_6} = -K_6, \quad \frac{M_6}{M_7} = -K_7$$

bo‘ladi.

Tayanch momentlari har xil ishorali bo‘lgani uchun fokus nisbatlari manfiy ishoraga ega.

Shunga o‘xshash uzluksiz balkaning yuklanmagan n - oralig‘i uchun **chap fokus nisbati** quyidagicha aniqlanadi (10. 18 - rasm (8.7)):

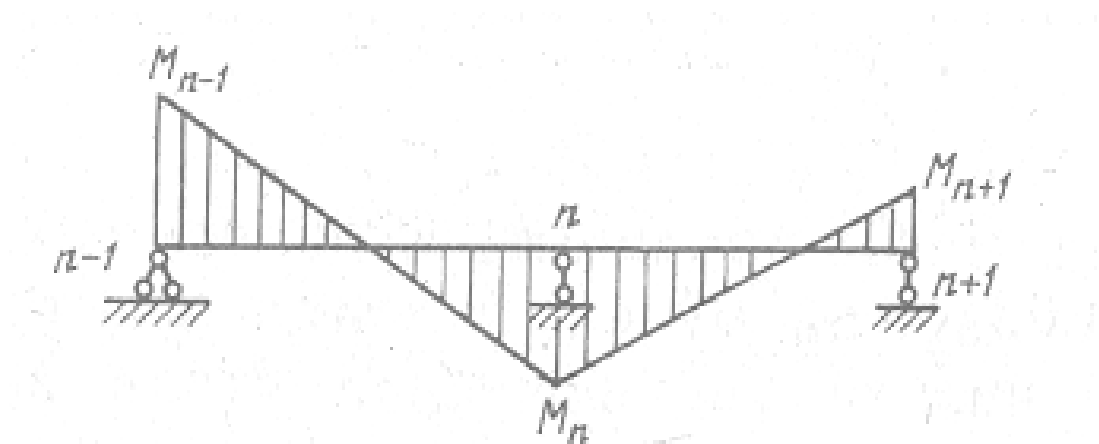
$$\frac{M_n}{M_{n-1}} = -K_n \quad (10.13)$$



10.18 - rasm.

Agar uzluksiz balkaning yuklanmagan “ n ” oralig‘i yuk qo‘yilgan oraliqqa nisbatan o‘ng tomonda bo‘lsa, u holda shu oraliq uchun **o‘ng fokus nisbati** quyidagicha ifodalanadi (10.19 - rasm):

$$\frac{M_{n-1}}{M_n} = -K_n^{\text{q}}. \quad (10.14)$$



10.19 - rasm.

Agar yuklanmagan oraliq yuk qo'yilgan n - oraliqning chap tomonida joylashgan bo'lsa, u holda eguvchi momentlar epyurasining chizig'i chap fokusdan o'tadi: yuklanmagan oraliqning tayanch momentlari esa quyidagicha hisoblanadi:

$$M_{n-2} = -\frac{M_{n-1}}{K_{n-1}}. \quad (10.15)$$

Agar yuklanmagan oraliq yuk qo'yilgan o'ng tomonida joylashgan bo'lsa, u holda eguvchi momentlar epyurasining chizig'i o'ng fokusdan o'tadi va noma'lum tayanch momentlari quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$M_{n+1} = -\frac{M_n}{K_{n+1}}. \quad (10.16)$$

Demak, uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash uchun birinchi navbatda, fokus nisbatlari va yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari aniqlangan bo'lishi kerak.

n - oraliq uchun chap fokuslar nisbati K_n quyidagi formaladan topiladi:

$$K_n = \left[2 + \frac{\ell_{n-1}}{\ell_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \right]. \quad (10.17)$$

O'ng fokuslar nisbatlari

$$K_n^{\square} = \left[2 + \frac{\ell_{n+1}}{\ell_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n+1}^{\square}} \right) \right] \quad (10.18)$$

dan aniqlanadi.

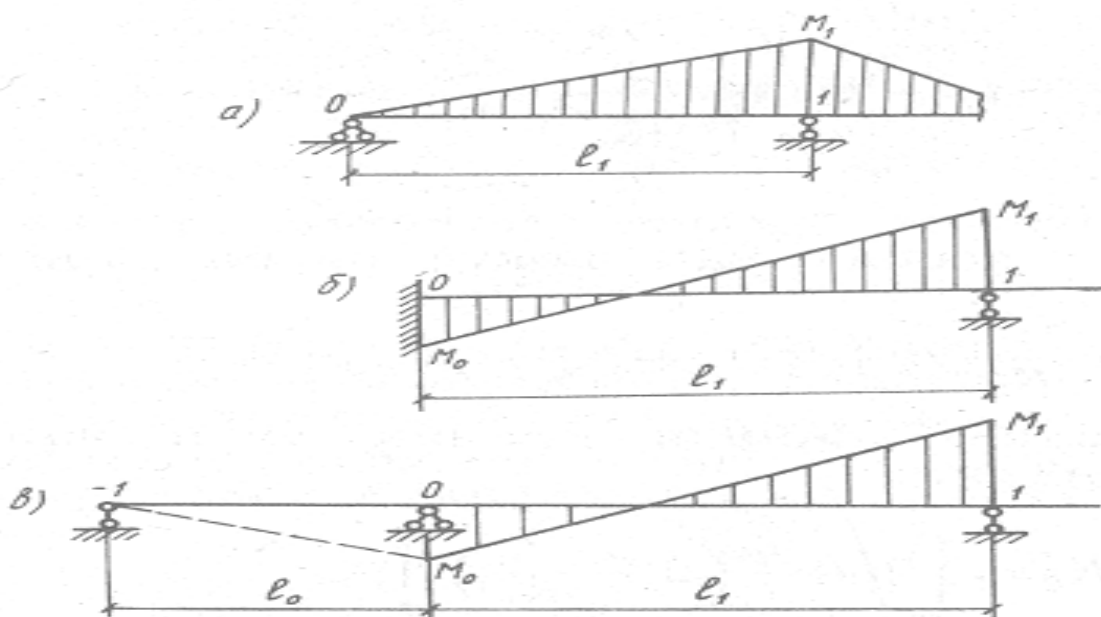
Chap fokus nisbatlarini aniqlash uzluksiz balkaning birinchi oralig'idan, o'ng fokus nisbatlarini hisoblash eng oxirgi oralig'idan boshlanadi.

Birinchi va so'nggi oraliqlarning fokus nisbatlari tayanchlar xiliga bog'liq holda aniqlanadi.

Agar balkaning birinchi tayanchi sharnirli bo'lsa, u holda birinchi oraliq uchun chap fokuslar nisbati quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi (10.20 a - rasm):

$$K_1 = -\frac{M_1}{M_0} = -\frac{M_1}{M_0} = \infty.$$

SHakldan $M_0 = 0$ ekanligi ko'rinib turibdi.



10.20 - rasm.

Agar berilgan balkaning birinchi tayanchi sharnirsiz bikir bo'lsa, (10.20 b-rasm) (8.9): u holda shu bikir tayanch sharnirli tayanch bilan almashtirilib, orasiga

qo'shimcha sohta oraliq qo'shiladi (10.20 B - rasm): (8.9) va shu oraliq uchun chap fokuslar nisbati quyidagi ko'rinishda aniqlanadi:

$$K_0 = - \frac{M_0}{M_{-1}} = - \frac{M_0}{0} = \infty.$$

(10.17) formulaga ko'ra birinchi oraliq uchun fokuslar nisbati

$$K_1 = 2 + \frac{\ell_0}{\ell_1} \left(2 - \frac{1}{K_0} \right)$$

bo'lganligi uchun $K_1 = 2$ bo'ladi. Bu yerda: $\ell_0 = 0$ va $K_0 = \infty$.

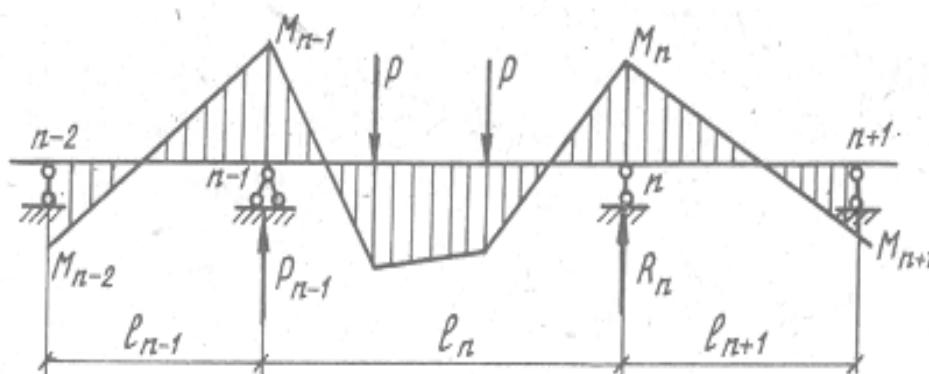
Demak, balkaning birinchi tayanchi sharnirli qo'zg'almas bo'lsa, birinchi oraliq uchun chap fokuslar nisbati $K_1 = \infty$; sharnirsiz bikir bo'lsa, $K_1 = 2$ ga teng bo'ladi.

Uzluksiz balkaning chap va o'ng fokus nisbatlari aniqlangandan so'ng **yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari aniqlanadi.**

Uzluksiz balkaning "n" oraliq'iga tashqi kuchlar qo'yilgan deb faraz qilamiz (10.21 - rasm).

Yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari M_{n-1}, M_n larni aniqlash uchun balkaning $n-1$ va n - nchi tayanchlariga tegishli uch momentlar tenglamasini yozamiz (10.21 - rasm):

$$\begin{aligned} M_{n-2} \ell_{n-1} + 2M_{n-1}(\ell_{n-1} + \ell_n) + M_n \ell_n &= -6 R_{n-1}; \\ M_{n-1} \ell_n + 2M_n(\ell_n + \ell_{n+1}) + M_{n+1} \ell_{n+1} &= -6 R_n. \end{aligned} \quad (10.19)$$



10.21 - rasm.

Tuzilgan tenglamalar qatorida to'rtta tayanch momentlari $M_{n-2}, M_{n-1}, M_n, M_{n+1}$ mavjuddir. Bulardan ikkitasi (M_{n-1}, M_n) izlanayotgan

momentlar, qolgan ikkitasi (M_{n-2} , M_{n+1}) fokuslar nisbati orqali aniqlanadigan tayanch momentlaridir.

(10.15) formulaga asosan

$$M_{n-2} = - \frac{M_{n-1}}{K_{n-1}} ;$$

(10.16) formulaga asosan

$$M_{n+1} = - \frac{M_n}{K_{n+1}} .$$

Uch momentlar tenglamasining o'ng qismidagi soxta tayanch reaksiyalari quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$R_{n-1}^{\Phi} = A_n^{\Phi}, \quad R_n^{\Phi} = B_n^{\Phi} .$$

Chunki bu yerda 8.10 – rasimga asosan $B_{n-1}^{\Phi} = 0$, $A_{n+1}^{\Phi} = 0$ tengdir. M_{n-2} , M_{n+1} va R_{n-1} , R_n larning qiymatlarini (10.19) tenglamaga qo'yamiz:

$$M_{n-1} \ell_n + 2 M_n (\ell_n + \ell_{n+1}) - \frac{M_n}{K_{n+1}} \cdot \ell_n = - 6 B_n^{\Phi} .$$

Бу тенгламаларнинг барча ҳадларини ℓ_n ga bo'lib yuborsak,

$$M_{n-1} \left[2 + \frac{\ell_{n-1}}{\ell_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n-1}} \right) \right] + M_n = - \frac{6 A_n^{\Phi}}{\ell_n} ;$$

$$M_{n-1} + M_n \left[2 + \frac{\ell_{n+1}}{\ell_n} \left(2 - \frac{1}{K_{n+1}} \right) \right] + M_n = - \frac{6 B_n^{\Phi}}{\ell_n}$$

kelib chiqadi.

(10.17) va (10.18) formulalarga asosan tenglamalar quyidagi ko'rinishga keladi:

$$M_{n-1} \cdot K_n + M_n = - \frac{6 A_n^{\Phi}}{\ell_n} ;$$

$$M_n + M_{n+1} \cdot K_n = - \frac{6 B_n^{\Phi}}{\ell_n} .$$

Bu tenglamalarni birgalikda yechib, yuk qo'yilgan oraliqning tayanch momentlarini aniqlaymiz:

$$M_{n-1} = -\frac{6}{\ell_n} \cdot \frac{(A_n^\Phi \cdot K_n^\square - B_n^\Phi)}{(K_n K_n^\square - 1)} ;$$

$$M_n = -\frac{6}{\ell_n} \cdot \frac{(B_n^\Phi \cdot K_n - A_n^\Phi)}{(K_n K_n^\square - 1)} . \quad (10.20)$$

Агар $\frac{6 A_n^\Phi}{\ell_n} = K_n^B$ ва $\frac{6 B_n^\Phi}{\ell_n} = K_n^A$ деб олсак, (10.20)

formula yanada ixchamlashadi:

$$M_{n-1} = -\frac{K_n^B K_n^\square - K_n^A}{K_n K_n^\square - 1} ;$$

$$M_n = -\frac{K_n^A K_n - K_n^B}{K_n K_n^\square - 1} . \quad (10.21)$$

Uzluksiz balkalarni moment fokuslari usulida hisoblash quyidagi tartibda bajariladi:

1. Har bir oraliq uchun chap va o'ng fokus nisbatlari (10.17) va (10.18) formulalarga asosan topiladi.

2. Yuk qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlari (10.20) formula bo'yicha aniqlanadi.

3. Yuk qo'yilmagan oraliqlardagi tayanch momentlari (10.15) va (10.16) formulalar yordamida aniqlanadi.

Agar uzluksiz balkaning bir necha oralig'i tashqi yuklar ta'sirida bo'lsa, u holda har bir yuk qo'yilgan oraliq uchun balka alohida ravishda hisoblanadi, so'ngra tayanch momentlarining algebraik yig'indilari bo'yicha umumiy epyura quriladi.

10.8 – misol. 10.22 – rasmda (qo'l yozmada 10.17 - rasm) tasvirlangan besh oraliqni uzluksiz balka uchun M epyurasi moment fokuslari usulida qurilsin.

Berilgan:

$$I = \text{const}; \quad \ell_1 = \ell_2 = 5 \text{ m}; \quad \ell_3 = \ell_4 = \ell_5 = 4 \text{ m}; \quad q = 15 \frac{\text{кН}}{\text{м}}.$$

Yechish.

Fokus nisbatlarini aniqlaymiz.

CHap fokus nisbatlari:

$$K_1 = 2; \quad K_2 = 2 + \frac{\ell_1}{\ell_2} \left(2 - \frac{1}{2}\right) = 3,5; \quad K_3 = 2 + \frac{\ell_2}{\ell_3} \left(2 - \frac{1}{3,5}\right) = 4,14;$$

$$K_4 = 2 + \frac{\ell_3}{\ell_4} \left(2 - \frac{1}{4,14}\right) = 3,76; \quad K_5 = 2 + \frac{\ell_4}{\ell_5} \left(2 - \frac{1}{3,76}\right) = 3,73.$$

O'ng fokus nisbatlari:

$$K'_5 = \infty; \quad K'_4 = 2 + \frac{\ell_5}{\ell_4} \left(2 - \frac{1}{\infty}\right) = 4; \quad K'_3 = 2 + \frac{\ell_4}{\ell_3} \left(2 - \frac{1}{4}\right) = 3,75;$$

$$K'_2 = 2 + \frac{\ell_3}{\ell_2} \left(2 - \frac{1}{3,75}\right) = 3,39; \quad K'_1 = 2 + \frac{\ell_2}{\ell_1} \left(2 - \frac{1}{3,39}\right) = 3,70.$$

Kuch qo'yilgan oraliqdagi tayanch momentlarini (10.21) formuladan aniqlaymiz:

$$M_2 = - \frac{K_3^B K_2' - K_2^A}{K_3 K_2' - 1} = \frac{60 \cdot 3,75 - 60}{4,14 \cdot 3,75 - 1} = - \frac{165}{14,525} = -11,4 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

bu yerda

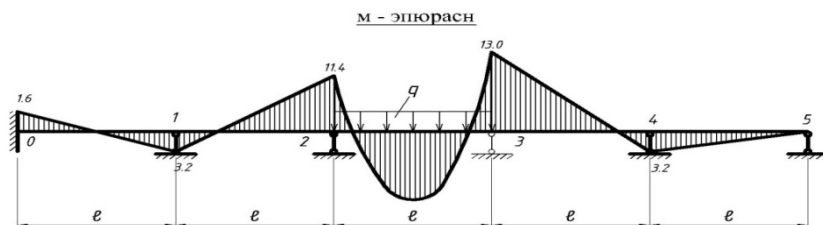
$$K_3^B = \frac{60 \cdot 4}{4} = 60; \quad K_3^A = \frac{60 \cdot 4}{4} = 60.$$

$$M_3 = - \frac{K_3^A K_3 - K_3^B}{K_3 K_3' - 1} = \frac{60 \cdot 4,14 - 60}{4,14 \cdot 3,75 - 1} = - \frac{188,4}{14,525} = -13,0 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

Kuch qo'yilmagan oraliqlardagi tayanch momentlari:

$$M_1 = - \frac{M_2}{3,5} = 3,2 \text{ kN} \cdot \text{m}; \quad M_0 = - \frac{M_1}{2} = -1,6 \text{ kN} \cdot \text{m}; \quad M_4 = - \frac{M_3}{4} = 3,25 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Aniqlangan qiymatlar bo'yicha qurilgan M epyurasi 10.22 – rasmda tasvirlangan.



10.22 – rasm.

XI BOB. INSHOOTLAR DINAMIKASI ASOSLARI

11.1. Umumiy ma'lumotlar

Inshootlar dinamikasi qurilish mexanikasining maxsus bo'limi bo'lib, unda inshootlarga dinamik kuchlarning ta'siri ko'rib o'tiladi.

Inshoot massalarida tezlanish uyg'otadigan kuchlar **dinamik kuchlar** deb ataladi. Inshoot qismlariga asta-sekin qo'yiladigan kuchlar statik kuchlarni tashkil etadi. Dinamik kuchlar ta'sirida inshootda hosil bo'ladigan kuchlanish, deformatsiya va ko'chishlar vaqt o'tishi bilan o'zgarib turadi. Statik kuchlar ta'sirida esa bunday o'zgarishlar sodir bo'lmaydi.

Dinamik kuchlarning quyidagi xillari mavjud:

1. Qo'zg'almas davriy kuchlar. Bunday kuchlar inshootning biror eriga o'rnatilgan, aylanuvchi qismida muvozanatlashmagan massasi bo'lgan mexanizmlar ta'sirida vujudga keladi.

Agar davriy kuchlar sinus yoki kosinus qonuni bo'yicha beto'xtov ta'sir etsa, u holda bunday kuchlar vibratsion yoki garmonik kuchlar deb ataladi.

2. Zarbiy kuch. Inshootga (11.1 6- rasm) zarb bilan uriluvchi mexanizmlar bunday kuchga misol bo'la oladi.

3. Qisqa muddat ta'sir

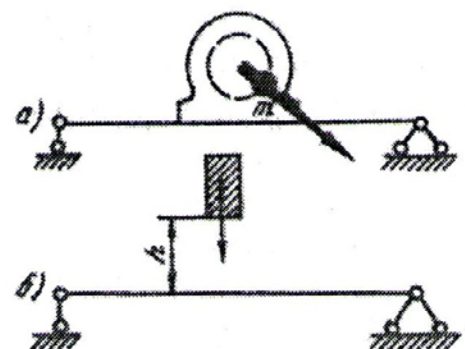
Etuvchi kuchlar (impulslar).

Bunday. kuchlar birdan paydo bo'lib, birdan so'nadi. Portlash natijasida hosil bo'ladigan kuch qisqa muddat

ta'sir etuvchi kuch hisoblanadi.

4. Qo'zg'aluvchi kuchlar.

Inshoot ustida harakatlanuvchi transport vositalari qo'zg'aluvchi kuchlarni hosil qiladi.



11.1 – rasm.

5. Seysmik kuchlar. Zilzila jarayonida bino va inshootlarga ta'sir etuvchi kuchlardir.

Seysmik kuchlar kattaligini tug'ri aniqlay bilish - inshootlarning seysmik mustahkamligini ta'minlashda katta ahamiyatga ega.

Dinamik kuchlar o'z tabiatiga ko'ra statik kuchlarga nisbatan birmuncha murakkab bo'ladi, chunki bunday kuchlar kattaligi, yo'nalishi va qo'yilish nuqtasi bilangina emas, vaqt bo'yicha o'zgarishi bilan ham xarakterlidir. SHuning uchun ham inshootlarni dinamik kuchlar ta'siriga hisoblash murakkab jarayon sanaladi.

Inshootlar dinamikasi quyidagi ikki asosiy masala:

- 1) dinamik kuchlar ta'sirida inshootda hosil bo'ladigan maksimal deformatsiya va kuchlanishlarni aniqlash;
- 2) inshootda etarli darajada kichik deformatsiya va kuchlanish hosil bo'lishini ta'minlaydigan geometrik o'lchamlar tanlashmasalasi bilan shug'ullanadi.

Tebranish turlari. Tebranish turlari benihoya ko'p bo'lib, inson yuragining urishi, o'pkaning nafas olishi, sovuqdan qaltirash, yorug'lik va tovush to'lqinlari, qadam tashlab yurishimiz, elektr qo'ng'irog'ining jiringlashi, avtomobil harakati, er qimirlash kabi hodisalarning barchasi tebranishga jonli misol bo'la oladi.

Biroq mazkur kursimizning maqsadi tebranish hodisalarini to'liq har taraflama o'rganish emas, balki muhandisning mehnat faoliyatida ko'p uchraydigan mexanik tebranishlarni tahlil etishdan iboratdir.

Tinch turgan mexanik sistemaga (masalan, balka yoki matematik tebrangichga) tashqaridan kuch ta'sir ettirilib, shu zahoti olinsa, sistema tebranma harakatlanadi. Sistemaning bunday tebranishi **erkin** yoki **xususiy** tebranish deb ataladi. Agar tebranayotgan sistema doim qo'zg'atuvchi kuch ta'siri ostida bo'lsa (11.1 a – rasm), sistemaning bunday tebranishi **majburiy** tebranish deb ataladi.

Sistemaning erkin tebranishiga tiklovchi (elastik) kuchlar bilan birga qarshilik ko'rsatuvchi (dissipativ¹) kuchlar ham ta'sir etadi. Dissipativkuchlar tebranishning so'nishiga sabab bo'ladi.

¹ *Диссипатив*— лотинча сочилиш деган маънони англатади

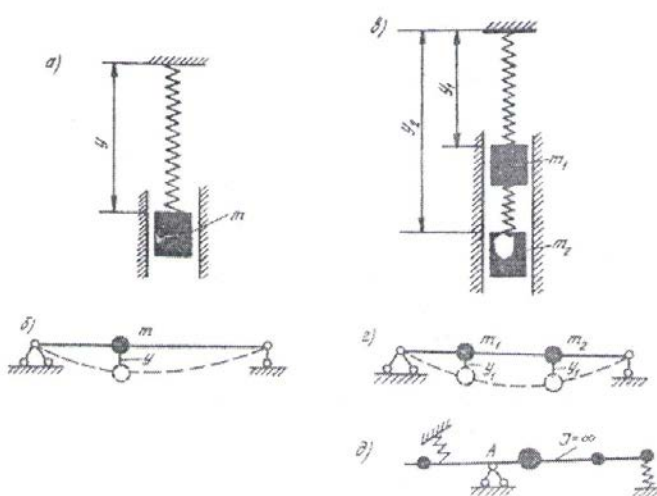
Sistemalarning bu xil tebranishlari **so‘nuvchi** tebranishlar deb ataladi. Muhitning qarshiligi, ichki ishqalanish kuchlari, tayanchlardagi quruq ishqalanish dissipativ kuchlardir.

Ayrim masalalarni taqriban yechishda dissipativ kuchlar e‘tiborga olinmaydi. Tebranishning bunday turi **so‘nmaydigan** erkin tebranish deb nom olgan. Ma‘lum vaqt ichida uzluksiz takrorlanib turadigan tebranishlar **davriy** tebranishlar deb ataladi. To‘la tebranish uchun ketgan vaqt tebranish **davri** (T) deyiladi.

Sistemaning erkinlik darajasi. Inshootlar statikasidagi kabi dinamikasida ham «sistema» deganda sterjenli sistemalar, ya‘ni inshootlar tushuniladi. Dinamik hisoblash jarayonida inshootning dinamik hisoblash sxemadan foydalaniladi. Dinamik hisoblash sxemalarida inshoot massasi ayrim nuqtalarga to‘plangan yoki sistema bo‘ylab tarqalgan deb qaraladi. Massalarning qanday olinishiga qarab sistemaning erkinlik darajasi turlicha bo‘ladi.

Sistema deformatsiyalanganda barcha massalarning holatini (o‘rmini) belgilovchi geometrik parametrlar soni sistemaning **erkinlik darajasi** deb ataladi.

Vaznsiz prujinaga osilgan t massaning (11.2 a – rasm) erkinlik darajasi birga teng, chunki uning holatini birgina parametr (u - koordinatasi) bilan aniqlash mumkin. Huddi shunday bir massali balkaning (11.2 b- rasm) erkinlik darajasi ham birga teng. 11.2 b va r- rasmda erkinlik darajasi ikkiga teng bo‘lgan sistemalar tasvirlangan. To‘planma (yig‘iq) massalar bikirligi cheksiz katta sterjen ustida joylashgan bo‘lsa, sistemaning holati sterjenning holati bilan belgilanadi.

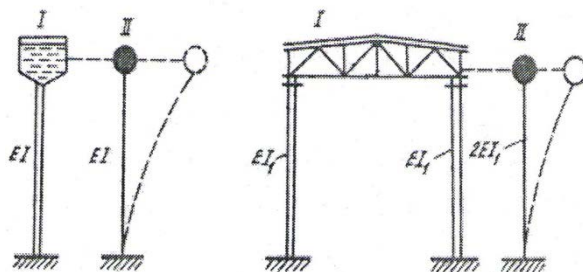


11.2 – rasm.

Masalan, 11.2 d- rasmdagi sistemaning erkinlik darajasi, massa va prujinalarning sonidan kat'i nazar, birga teng bo'ladi. Chunki massalarning holatini sterjenning A tayanchi atrofida og'ish burchagi bilan belgilash mumkin.

Aslida real konstruksiyalarda massa butun element hajmi bo'ylab yoyilgan bo'ladi. Bu esa massalarning soni cheksiz ko'p demakdir. Shunday ekan, massalarning holatini belgilovchi parametrlar ham cheksiz ko'p bo'ladi. SHunga ko'ra gap real konstruksiyalar ustida borganda, ularning erkinlik darajasi cheksiz ko'p deb yuritiladi. Biroq sistemaning erkinlik darajasi qancha ko'p bo'lsa, hisob ishlari shuncha murakkablashadi. Shu sababli ko'pincha texnik hisoblarda, uncha jo'z'iy bo'lmagan xatolikka yo'l qo'yilgan holda, sistemaning erkinlik darajasi chekli ravishda olinadi. Bunda massalarsistemaningayrim nuqtalariga, masalan, inshootdagi og'ir yuklar joylashgan erlarga to'planadi.

11.3- rasmda erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistemaning konstruksiyasi va hisoblash sxemasi tasvirlangan. Shakldagi suv bosimi minorasi va bir qavatli ramada massa asosiy yuk joylashgan erga to'plangan.



11.3 – rasm.

11.2. Uzlüksiz balkani dinamik ta'sirlarga hisoblash

11.1. – misol. 40a raqamli po'lat qo'shtavrdan yasalgan uzluksiz balkaning o'rtasiga og'irligi 50 kN bo'lgan dvigatel o'rnatilgan, uning valining aylanish tezligi $n = 400$ ayl/min (11.4 – rasm). Dvigatelning muvozanatlashmagan aylanuvchi qismlari markazdan qochirma $R_t = P \sin \theta t$ kuch uyg'otadi; bunda $R = 20$ kN, uyg'otuvchi kuchning doiraviy chastotasi esa $\theta = \frac{2\pi n_1}{60}$ ga teng. Uzlüksiz balkaning xususiy tebranishlar chastotasi, dinamik kuchlanish va solqiligini aniqlash talab etiladi.

Yechish. Berilgan balkaning erkinlik darajasi birga teng. Xususiy tebranishlar texnik chastotasi (minutiga) Geyger formulasi bo'yicha aniqlanadi:

$$n = \frac{300}{\sqrt{f_{CT}}}$$

bu yerda: f_{CT} - statik yukdan hosil bo'lgan solqilik (progib), *sm* da.

Balkaning statik hisobini amalga oshiramiz. Buning uchun uch momentlar tenglamasidan (yoki tayyor jadvalardan) foydalanamiz. Balka simmetrik bo'lganligi tufayli $M_1 = M_2 = M$ bo'ladi. Shuning uchun bitta tenglama tuzsak etadi. Balkaning Q kuchi va R kuchi ta'sirida hosil bo'ladigan kuchlanish va solqilikni aniqlashimiz zarur bo'lgani uchun, umumiy holda, balkani birlik kuch ta'siriga hisoblaymiz. Bu hol uchun uch momentlar tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$2M(6 + 6) + M \cdot 6 = -6R^{\Phi},$$

Birinchi tayanchning faraziy (soxta) reaksiyasi R^{Φ} ni M epyurasidan aniqlaymiz:

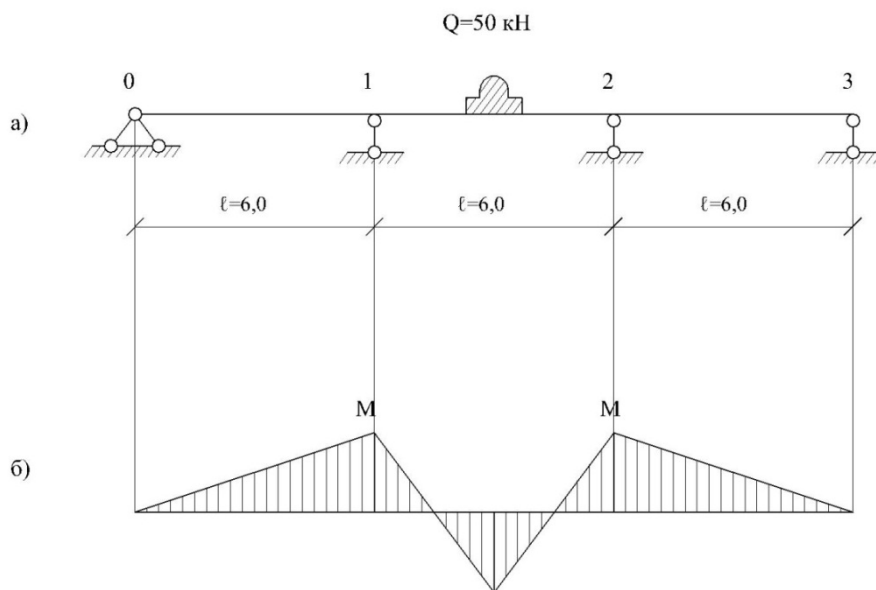
$$R^{\Phi} = \frac{10 \cdot \ell \cdot \ell}{4 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{10 \cdot \ell^2}{16} = \frac{10 \cdot 6^2}{16} = 22,5 \text{ kNm}^2$$

u holda $30M = -6 \cdot 22,5 = -135$; $M = -4,5 \text{ kNm}$.

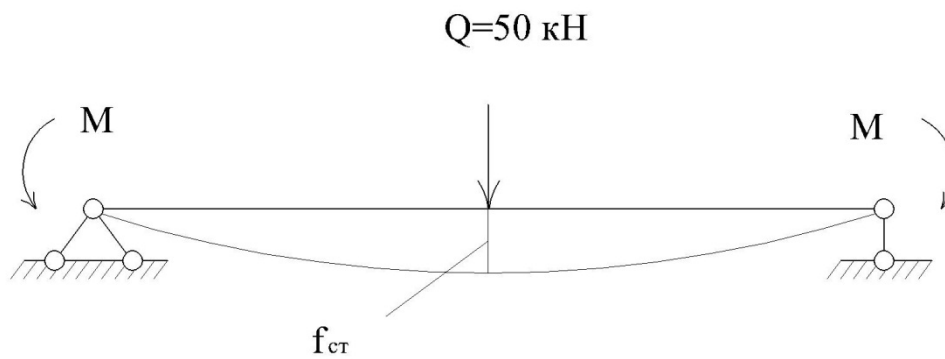
Birlik epyura 11.4 – rasmda tasvirlangan.

Yuk qo'yilgan nuqtaning solqiligini aniqlash uchun balkaning o'rta oralig'ini ajratib olamiz va unga Q kuchi va tayanch momentlarini qo'yamiz (11.5 - rasm).

Q kuchi ta'siridagi solqilik quyidagi formuladan aniqlanadi:



11.4 – rasm.



11.5 – rasm.

$$f_{\text{сr}}^Q = \frac{Q\ell^3}{48EI} - \frac{M\ell^2}{8EI} = \frac{50000 \cdot 600^3}{48 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 21720} - \frac{5 \cdot 4,5 \cdot 600^2 \cdot 10^5}{8 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 21720} =$$

$$= 0,518 - 0,233 = 0,285 \text{ см},$$

u holda

$$n = \frac{300}{\sqrt{0,285}} = 562 \text{ min}^{-1}.$$

$n > n_1$ ekanligi konstruksiyani rezonansdan saqlaydi.

Dinamik koeffitsient:

$$\mu = \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2} = \frac{1}{1 - 0,71^2} = 2,02;$$

dinamik kuchlanish:

$$\sigma_{\text{дин}} = \sigma_{\text{ст}}^Q + \mu \sigma_{\text{ст}}^Q = \sigma_{\text{ст}}^Q + \mu \frac{P}{Q} \sigma_{\text{ст}}^Q = \sigma_{\text{ст}}^Q \left(1 + \mu \frac{P}{Q}\right);$$

Q kuchi ta'sirida vujudga keladigan statik kuchlanish

$$\sigma_{\text{ст}}^Q = \left(\frac{Q\ell}{4} - M\right) \frac{1}{W} = \left(\frac{5 \cdot 6 \cdot 10^6}{4} - 4,5 \cdot 10^6\right) \frac{1}{1090} = 4820 \text{ H/cm}^2,$$

u holda

$$\sigma_{\text{дин}} = 4820 \left(1 + 2,02 \frac{20}{50}\right) = 8700 \text{ H/cm}^2.$$

Dinamik solqilik shunga o'xshash formuladan topiladi.

$$f_{\text{дин}} = f_{\text{ст}}^Q \left(1 + \mu \frac{P}{Q}\right) = 0,285 \left(1 + 2,02 \frac{20}{50}\right) = 0,515 \text{ см.}$$

Natijalarga e'tibor bering: dinamik kuchlanish ham, dinamik solqilik ham statik kuchlanish va statik solqilikka nisbatan deyarli ikki barobar katta. Demak, dinamik ta'sirlar qurilish konstruksiyalari uchun statik ta'sirlarga qaraganda havfliroq sanalar ekan.

11.3. Ramalarni dinamik kuchlar ta'siriga hisoblash

11.2 – misol. 11.6 – rasmda berilgan ramaga ikkita ($P_1 = m_1 g = 20 \text{ kN}$ va $R_2 = m_2 g = 10 \text{ kN}$) yig'iq kuch hamda bitta qo'zg'otuvchi (tebratuvchi) yoyiq kuch ($q(t) = q \sin \theta t$) ta'sir etadi, bu yerda q va θ qo'zg'atuvchi kuchning amplituda va chastotasi. Ramaning ustuni 18 – raqamli, rigeli esa 22 a raqamli qo'shtavrdan ishlangan. Shuning uchun:

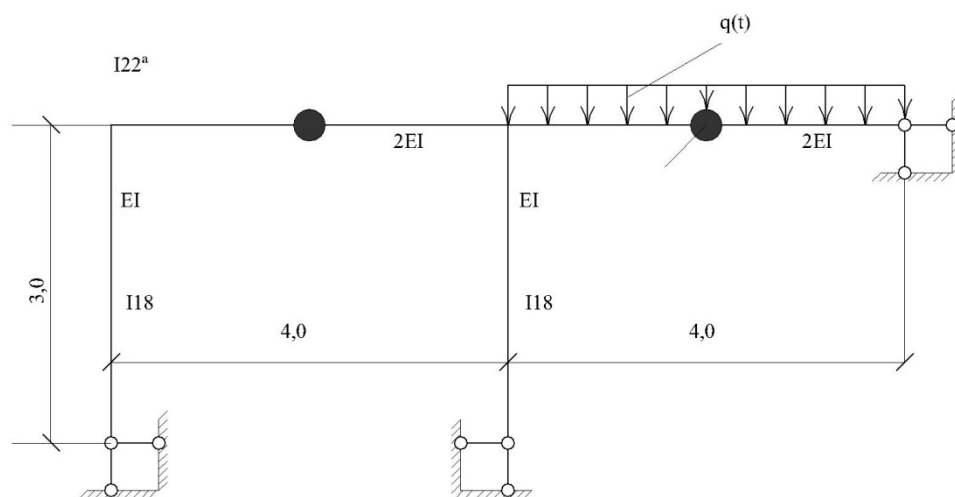
$$\frac{I_p}{I_{\text{уст}}} = \frac{3400}{1660} = 2,05 \approx 2,1$$

Ramani xususiy va majburiy tebranishlarga hisoblash talab etiladi. Birinchi holda ramaning xususiy tebranishlari chastotasi va tebranish shakllarini, ikkinchi holda esa $\theta = 0,8 \omega_1$ (ω_1 – xususiy tebranishlar asosiy

chastotasi) deb olib, dinamik eguvchi momentlar epyurasini qurish talab etiladi.

Yechish. Ramaning erkinlik darajasi ikkiga teng: chunki har bir massa faqat vertikal yo'nalishda tebrana oladi.

Rama elementlarining xususiy massalari, yig'iq massalarga nisbatan ancha kichik bo'lganligi sababli, ularni hisobga olmaymiz.



11.6 – rasm.

1. Xususiy tebranishlar hisobi

Erkinlik darajasi ikkiga teng bo'lgan sistema uchun asriy tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

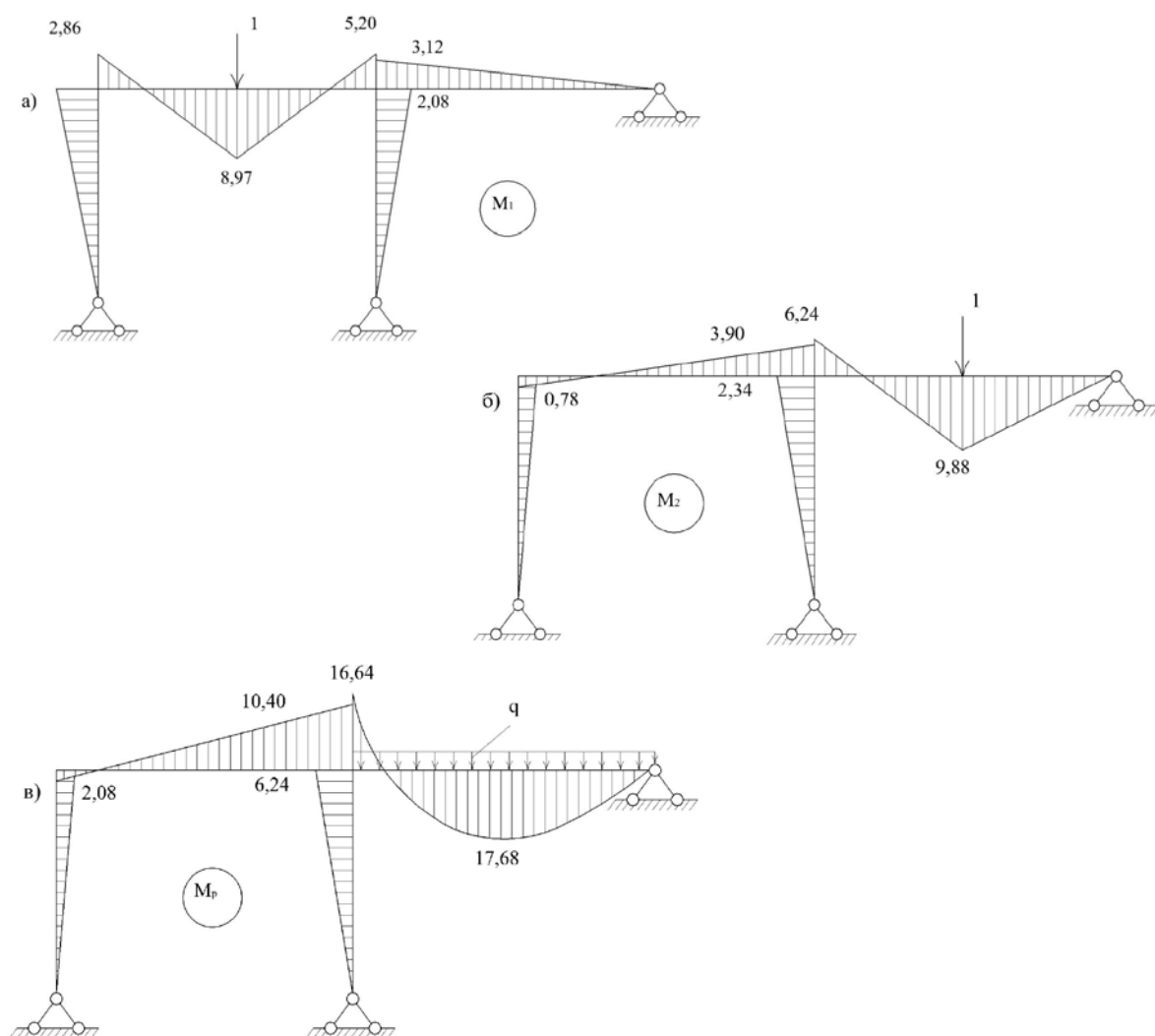
$$\begin{vmatrix} \left(\delta_{11} - \frac{1}{m_1 \omega^2} \right) \cdot \delta_{12} \\ \delta_{21} \cdot \left(\delta_{22} - \frac{1}{m_2 \omega^2} \right) \end{vmatrix} = \left(\delta_{11} - \frac{1}{m_1 \omega^2} \right) \left(\delta_{22} - \frac{1}{m_2 \omega^2} \right) - \delta_{12}^2 = 0. \quad (11.1)$$

Bu yerdagi birlik ko'chishlar δ_{11} , $\delta_{12} = \delta_{21}$, δ_{22} birlik epyuralar $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ dan aniqlanadi. Birlik eguvchi moment epyuralarini qurish uchun massalar qo'yilgan nuqtalarga birlik kuchlar qo'yamiz va ikkita statik noaniq ramani yechamiz. Yechimini bermagan holda epyuralarning o'zini keltiramiz (11.7 a va b– rasm).

Birlik epyuralarni ko‘paytirish yo‘li bilan aniqlangan ko‘chishlar quyida berilgan:

$$\delta_{11} = \frac{60,23}{169EI} = \frac{0,0356}{EI} \text{ m/N}; \quad \delta_{12} = -\frac{20,28}{169EI} = -\frac{0,0120}{EI} \text{ m/N};$$

$$\delta_{22} = \frac{39,34}{169EI} = \frac{0,0232}{EI} \text{ M/H};$$



11.7 – rasm.

$\alpha = \frac{EI}{\omega^2}$ deb belgilab, (11.1) tenglamadan quyidagi ifodaga ega bo‘lamiz:

$$\alpha = \frac{1}{2} \left[(m_1 \delta_{11} + m_2 \delta_{22}) \pm \sqrt{(m_1 \delta_{11} - m_2 \delta_{22})^2 + 4m_1 m_2 \delta_{12}^2} \right], \quad (11.2)$$

bu ifodagi $m_1 = m$; $m_2 = 2m$ deb qabul qilib, EI ni tashlab yuborsak,

$$\alpha = \frac{m}{2} \left[(2 \cdot 0,0356 + 0,0232) \pm \sqrt{(2 \cdot 0,0356 - 0,0232)^2 + 4 \cdot 2 \cdot 0,012^2} \right] =$$

$$= 0,5 \cdot (0,0944 \pm 0,0588);$$

bundan $\alpha_1 = 0,0766 \text{ m}$; $\alpha_2 = 0,0178 \text{ m}$.

Xususiy tebranishlar chastotasi:

$$\omega = \sqrt{\frac{EI}{\alpha}}; \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{EI}{0,0766 \text{ m}}}; \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{EI}{0,0178 \text{ m}}} .$$

Son qiymatlarni o'z o'rniga qo'yamiz

$$m = \frac{P_2}{g} = \frac{10000}{9,8} = 1020 \frac{\text{H/сек}^2}{\text{м}};$$

$$EI = 2,1 \cdot 10^7 \cdot 1660 \cdot 10^{-4} = 34,8 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

va $\omega_1 = 66,8 \frac{1}{\text{с}}$; $\omega_2 = 139 \frac{1}{\text{с}}$ ga ega bo'lamiz.

Amaliy jihatdan eng kichik (birinchi) chastota ahamiyatga molik, chunki birinchi rezonans eng havfli sanaladi, eng katta solqiliklar ham aynan birinchi chastotada vujudga keladi. Birinchi texnik chastota

$$n_1 = \frac{60 \cdot \omega_1}{2\pi} = \frac{60 \cdot 66,8}{2 \cdot 3,14} = 638 \text{ теб/мин.}$$

Tebranishlar davri:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14}{66,8} = 0,094 \text{ сек.}$$

m_1 va m_2 massalarning tebranish amplitudalari A_1 va A_2 orasidagi nisbatni aniqlaymiz. Bu masalani hal etish uchun (11.1) aniqlovchining asos tenglamasidan foydalanamiz:

$$\left. \begin{aligned} m_1 A_1 \left(\delta_{11} - \frac{1}{m_1 \omega^2} \right) + m_2 A_2 \delta_{12} &= 0 ; \\ m_1 A_1 \delta_{21} + m_2 A_2 \left(\delta_{22} - \frac{1}{m_2 \omega^2} \right) &= 0 . \end{aligned} \right\} \quad (11.3)$$

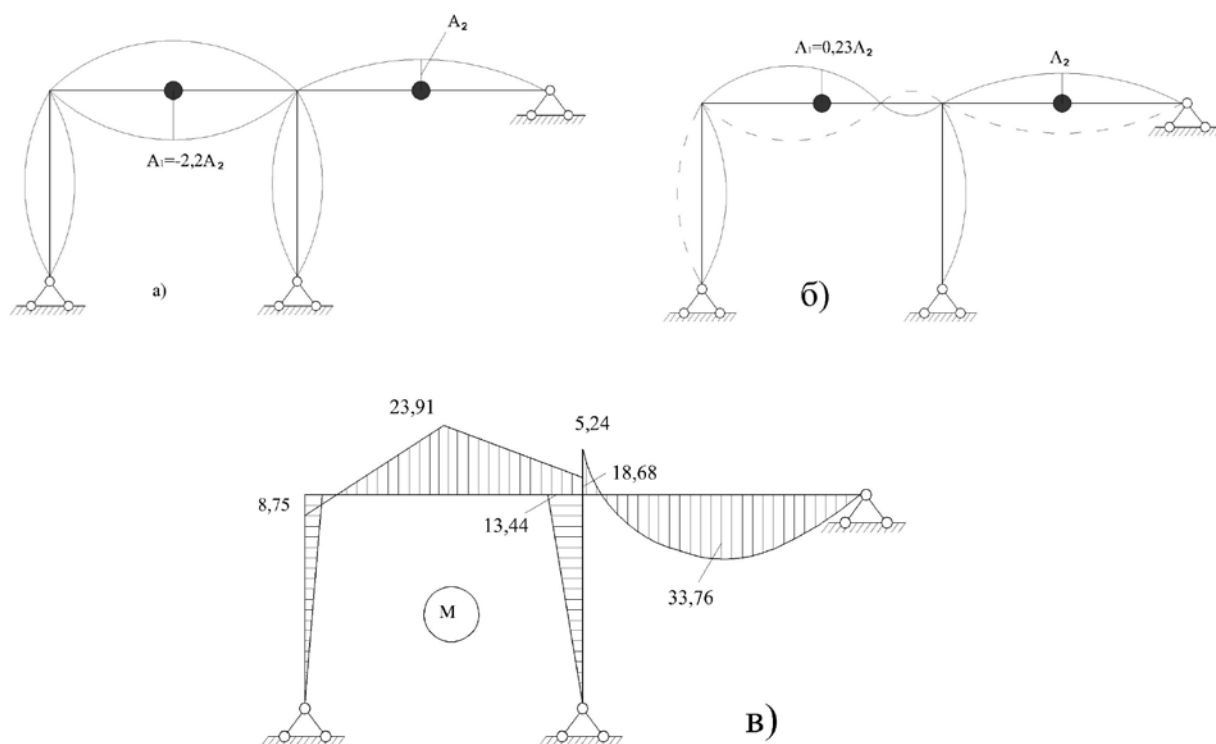
Birinchi tenglamadan birinchi chastota uchun:

$$\frac{A_1}{A_2} = - \frac{m_2 \delta_{12}}{m_1 \delta_{11} - \frac{1}{\omega^2}} = - \frac{-1,02 \cdot 0,012 \cdot 10^{-5}}{2,04 \cdot 0,0356 \cdot 10^{-5} - \frac{1}{66,8^2}} = -2,2 ;$$

ikkinchi chastota uchun

$$\frac{A_1}{A_2} = - \frac{-1,02 \cdot 0,012 \cdot 10^{-5}}{2,04 \cdot 0,0356 \cdot 10^{-5} - \frac{1}{139^2}} = 0,23.$$

(11.3)ning ikkinchi tenglamasidan ham xuddi shu qiymatlarni olamiz. Tebranishlarning tarkibiy birinchi shakli (birinchi chastota uchun) 11.8 a – rasmda, ikkinchi shakli esa (ikkinchi chastota uchun) 11.8 b – rasmda tasvirlangan.



11.8–rasm.

2. Majburiy tebranishlar hisobi

Ma'lumki, erkinlik darajasi ikkiga teng bo'lgan elastik sistemaning majburiy tebranishlari quyidagi tenglamalar orqali ifodalanadi:

$$y_1 = b_1 \sin (\theta t + \lambda) ; \quad (11.4)$$

$$y_2 = b_2 \sin (\theta t + \lambda) ;$$

bu yerda: u_1, u_2 – vaqtning t daqiqasida m_1 va m_2 massalar qo'yilgan nuqtalarning ko'chishlari;

b_1, b_2 – shu nuqtalarning tebranish amplitudalari;

θ va λ – tebranishlar chastotasi va boshlang'ich fazasi.

Massalar qo'yilgan nuqtalarning tezlanishini aniqlash uchun (11.4) ifodalarni vaqt t bo'yicha ikki marta differensiallaymiz:

$$\ddot{y}_2 = -b_1 \cdot \theta^2 \sin(\theta t + \lambda);$$

$$\ddot{y}_2 = -b_2 \cdot \theta^2 \sin(\theta t + \lambda).$$

Eng katta tezlanishlar:

$$\ddot{y}_1^{max} = -b_1 \theta^2; \quad \ddot{y}_2^{max} = -b_2 \theta^2 \quad \text{бўлади.}$$

Maksimal tezlanishlarni bilgach, maksimal inersiya kuchlarini topa olamiz:

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= -m_1 \ddot{y}_1^{max} = m_1 b_1 \theta^2; \\ z_2 &= -m_2 \ddot{y}_2^{max} = m_2 b_2 \theta^2. \end{aligned} \right\} \quad (11.5)$$

b_1 va b_2 amplitudalar quyidagi tenglamalar sistemasidan aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} m_1 b_1 \left(\delta_{11} - \frac{1}{m_1 \theta^2} \right) + m_2 b_2 \delta_{12} &= -\frac{\Delta_{1P}}{\theta^2}; \\ m_1 b_1 \delta_{21} + m_2 b_2 \left(\delta_{22} - \frac{1}{m_2 \theta^2} \right) &= -\frac{\Delta_{2P}}{\theta^2}. \end{aligned} \right\} \quad (11.6)$$

Tashqi kuchlar ta'sirida hosil bo'ladigan ko'chishlar Δ_{1p} va Δ_{2p} ni aniqlash uchun ramani statik kuch ta'siriga hisoblaymiz. Tashqi kuch sifatida qo'zg'atuvchi kuchning amplitudasi q ni qabul qilamiz. Yakuniy Mr epyurasi, batafsil hisob keltirilmagan holda, 11.4 – rasmda tasvirlangan. Quyidagi ko'chishlar shu epyuradan topilgan:

$$\Delta_{1P} = -\frac{54q}{169EI} = -\frac{0,319}{EI} q; \quad \Delta_{2P} = \frac{173 \cdot 4q}{169EI} = \frac{10,3}{EI} q.$$

Xususiyy tebranishlar eng kichik chastotasi ma'lum ($\omega_1^2 = \frac{EI}{0,766}$), shu asosda $\beta = \frac{\theta}{\omega_1}$ deb qabul qilib, majburiy tebranishlar chastotasini aniqlash mumkin. Quyidagi miqdorlarni hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} \frac{1}{m_1 \theta^2} &= \frac{1}{2m\beta^2 \omega_1^2} = \frac{0,766 m}{2m\beta^2 EI} = \frac{0,383}{\beta^2 EI}; \\ \frac{1}{m_1 \theta^2} &= \frac{0,766}{\beta^2 EI}. \end{aligned}$$

(11.6) tenglamaga son qiymatlarni qo'yib, EI ga qisqartirsak,

$$\left. \begin{aligned} \left(0,0356 - \frac{0,383}{\beta^2}\right) m_1 b_1 - 0,0120 m_2 b_2 &= 0,319 \frac{q}{\theta^2} ; \\ -0,0120 m_1 b_1 + \left(0,0232 - \frac{0,766}{\beta^2}\right) m_2 b_2 &= -1,03 \frac{q}{\theta^2} . \end{aligned} \right\} \quad (11.7)$$

Tekshirish uchun ushbu sistemaning aniqlovchisini $\beta = 1$ bo'lgan hol uchun (rezonans holati) hisoblaymiz. Tenglamaning nol chiqishi echimning to'g'riligini isbotlaydi:

$$\begin{vmatrix} -0,027 - 0,120 & \\ -0,120 - 0,534 & \end{vmatrix} = 0,027 \cdot 0,534 - 0,120 \cdot 0,120 = 0$$

$\beta = 0,8$ bo'lgan hol uchun (11.6) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{aligned} -0,0242 m_1 b_1 - 0,0120 m_2 b_2 &= 0,319 \frac{q}{\theta^2} \\ -0,0120 m_1 b_1 - 0,0964 m_2 b_2 &= -1,03 \frac{q}{\theta^2} \end{aligned}$$

Bu tenglamalarni yechib, quyidagilarni topamiz:

$$m_1 b_1 = -1,975 \frac{q}{\theta^2} ; \quad m_2 b_2 = -1,314 \frac{q}{\theta^2} ;$$

Inersiya kuchlari (11.5) formuladan topiladi

$$Z_1 = -1,975 q ; \quad Z_2 = 1,314 q ;$$

Ramaning dinamik eguvchi momentlar epyurasi quyidagi formula asosida quriladi (11.5 b – rasm):

$$M = M_p + \bar{M}_1 Z_1 + \bar{M}_2 Z_2 .$$

Bu epyuradan ko'rinib turibdiki, ramada dinamik kuchlardan hosil bo'lgan zo'riqishlar statik kuchlardan hosil bo'lgan zo'riqishlardan farq qilar ekan. Faqat qiymatlari emas, ishoralari ham o'zgarar ekan.

11.3 – misol. Berilgan yassi rama uchun (11.9 a– rasm) quyidagilar aniqlansin:

1) ramaning erkinlik darajasini ikkiga teng deb qabul qilib, erkin vertikal va gorizintal tebranishlarning doiraviy chastotasi aniqlansin;

2) vertikal vibratsion kuch $R \sin \theta t$ ning dinamik ta'siri aniqlansin;

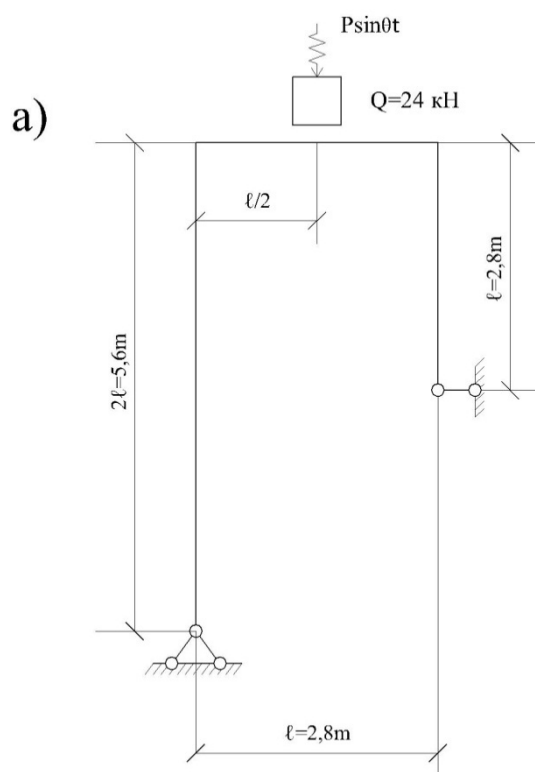
a) vertikal qo'zg'atuvchi kuchning chastotasi

$(\theta \text{ c}^{-1})$ ni xususiy tebranishlar minimal chastotasining yarmiga teng deb olinsin;

b) dinamik koefitsient μ aniqlansin;

v) R kuchining dinamik ta'sirini hisobga olib eguvchi momentlar epyurasi qurilsin.

3) $R = 1,2 \text{ kH}$; $EI = 22000 \text{ kHm}^2$



11.9– rasm.

Yechish

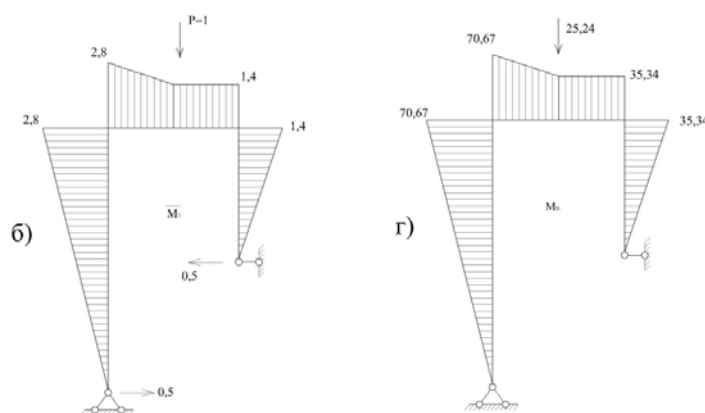
Eng avval erkinlik darajasi ikkiga teng bo'lgan sistema uchun asriy tenglamani tuzib olamiz:

$$D = \begin{vmatrix} \delta_{11}m - \frac{1}{\omega^2} & \delta_{12}m \\ \delta_{21}m & \delta_{22}m - \frac{1}{\omega^2} \end{vmatrix} = 0.$$

Aniqlovchini ochamiz va soddalashtiramiz:

$$\begin{aligned} D &= \left(\delta^{11}m - \frac{1}{\omega^2} \right) \left(\delta^{22}m - \frac{1}{\omega^2} \right) - (\delta_{12}m)^2 \\ &= \left(\frac{1}{\omega^2} \right)^2 - (\delta_{11} + \delta_{22})m \frac{1}{\omega^2} + (\delta^{11}\delta^{22} - \delta_{12}^2)m^2 \\ &= 0. \end{aligned}$$

Asriy tenglamani yechish uchun birlik ko'chishlarni aniqlash talab etiladi. Birlik ko'chishlar Vereshchagin usuliga ko'ra birlik epyuralardan topiladi (11.9 б, в – rasm).



11.9. rasm.

Birlik ko'chishlarni aniqlaymiz.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 5,6 \cdot 2,8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 2,8 + 1,4 \cdot 1,4 \cdot (1,4 + 0,7) + \frac{1}{2} \cdot 1,4 \cdot 1,4 \times \right. \\ \times \left(1,4 + \frac{2}{3} \cdot 1,4 \right) + 1,4 \cdot 1,4 \cdot 1,4 + \frac{1}{2} \cdot 2,8 \cdot 1,4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,4 \Big) \\ = \frac{25,61}{EI} ;$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 5,6 \cdot 2,8 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,6 + \frac{1}{2} \cdot 2,8 \cdot 1,4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,6 + 2,8 \cdot 1,4 \cdot 5,6 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot 1,4 \cdot 1,4 \cdot 5,6 \right) = \frac{64,03}{EI} ;$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 5,6 \cdot 5,6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,6 + \frac{1}{2} \cdot 2,8 \cdot 5,6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5,6 + 2,8 \cdot 5,6 \cdot 5,6 \right) \\ = \frac{175,62}{EI} .$$

Topilgan qiymatlarni asriy tenglamaga qo'yamiz:

$$\left(\frac{1}{\omega^2} \right)^2 - \left(\frac{25,61}{EI} + \frac{175,62}{EI} \right) m \frac{1}{\omega^2} + \left[\frac{25,61}{EI} \cdot \frac{175,62}{EI} - \left(\frac{64,03}{EI} \right)^2 \right] m^2 = 0 .$$

Tenglamani soddalashtiramiz:

$$\left(\frac{1}{\omega^2} \right)^2 - \frac{201,23}{EI} m \frac{1}{\omega^2} + \frac{397,79}{(EI)^2} m^2 = 0 .$$

Tenglamani yechib, quyidagilarni aniqlaymiz:

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{201,23}{2EI} m \pm \sqrt{\left(\frac{201,23}{2EI} m\right)^2 - \frac{397,79}{(EI)^2} m^2} = \frac{100,62}{EI} m \pm \frac{98,62}{EI} m ;$$

Ushbu tenglamani musbat ishora bilan olsak, xususiylar asosiy chastotasi ω_1 , manfiy ishora bilan olsak ikkinchi chastota ω_2 kelib chiqadi:

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{100,62}{EI} m + \frac{98,62}{EI} m = \frac{199,24}{EI} m ;$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{EI}{199,24 \cdot m}} = \sqrt{\frac{22000 \cdot 9,81}{199,24 \cdot 24}} = 6,72 \text{ c}^{-1} ;$$

$$\frac{1}{\omega_2^2} = \frac{100,62}{EI} m - \frac{98,62}{EI} m = \frac{2}{EI} m ;$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{EI}{2 \cdot m}} = \sqrt{\frac{22000 \cdot 9,81}{2 \cdot 24}} = 67,05 \text{ c}^{-1}.$$

$\delta_{22} > \delta_{11}$ ekanligi, kichik chastota $\omega_1 = 6,72 \text{ c}^{-1}$ ni tebranishlarning gorizontall shakliga mos kelishini ko'rsatadi.

Vertikal vibratsion (qo'zg'atuvchi) kuchning chastotasini quyidagicha olamiz:

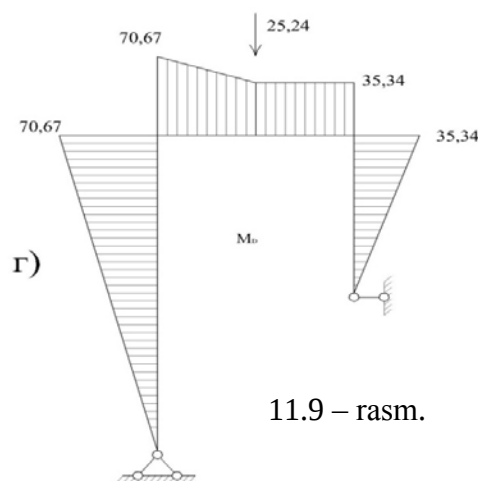
$$\theta = 0,5 \cdot \omega_1 = 0,5 \cdot 6,72 = 3,36 \text{ c}^{-1}.$$

Vertikal erkin tebranishlar chastotasini aniqlaymiz:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11} m}} = \sqrt{\frac{22000 \cdot 9,81}{25,61 \cdot 24}} = 18,74 \text{ c}^{-1}.$$

Dinamik koeffitsientni topamiz:

$$\mu = \frac{1}{1 - \left(\frac{\theta}{\omega}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{3,36}{18,74}\right)^2} = 1,0332.$$



Dinamik kuchlar ta'siridagi M_D epyurasini qurish uchun birlik kuchdan qurilgan $\bar{M}_1$ epyurasini quyidagi qiymatga ko'paytiramiz:

$$Q + \mu P = 24 + 1,0332 \cdot 1,2 = 25,24 \text{ кН}.$$

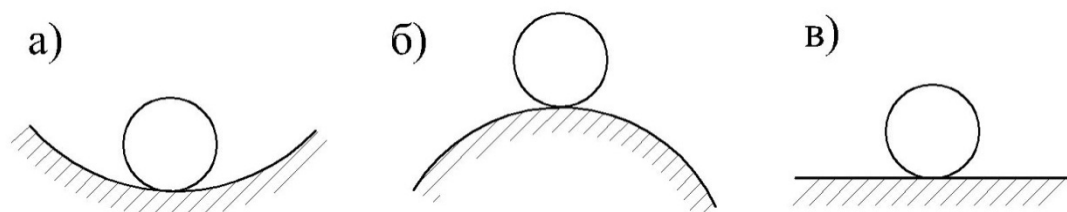
Hosil bo'lgan epyura 11.9 r – rasmda berilgan.

XII BOB. DEFORMATSIYALANUVCHI SISTEMALARNING USTUVORLIGI

12.1. Umumiy ma'lumotlar

Ustuvorlik deganda, inshootning tashqi kuchlar ta'sirida o'zining dastlabki holatini yoki deformatsiyasining dastlabki shaklini saqlab turish xossasi tushuniladi. Inshootlarning ustuvorligi ham mustahkamligi singari tashqi kuchlarning miqdoriga bog'liq. Kuch ma'lum miqdorga etguncha inshoot o'zining ustuvor holatini yoki deformatsiyasining dastlabki shaklini saqlab turadi. Kuch ma'lum miqdordan oshganda, inshootning ustuvorligi buziladi, ya'ni dastlabki holati yoki deformatsiya shakli o'zgaradi.

Fikrimizni misollar yordamida ravshanlashtiramiz. 12.1- rasmda botiq, qabariq va tekis sirtga o'rnatilgan og'ir sharcha tasvirlangan. Agar sharchani biroz og'dirib, so'ng o'z holiga qo'ysak, quyidagi vaziyat yuzaga keladi: birinchi holda sharcha o'zining dastlabki holatiga qaytib keladi. Uning bu holati **ustuvor muvozanat** holati deb ataladi. Bu holda sharcha eng kichik potensial energiyaga ega bo'ladi. Ikkinchi holda sharcha dastlabki holatiga qaytmaydi. Bu hol **noustivor muvozanat** holatiga kiradi. Bunda sharchaning potensial energiyasi eng katta qiymatga ega bo'ladi. Uchinchi holda sharcha ozgina yurib to'xtaydi, dastlabki holatiga qaytmaydi. Bunday holat **befarq muvozanat** deb yuritiladi. Bunda potensial energiya o'zgarmas bo'ladi.



12.1 – rasm.

Keltirilgan misol qattiq jism holatini ustuvorligiga doir. Biz bu misol yordamida ustuvor, noustuvor va befarq muvozanatlar qanday bo'lishini bilib oldik. Endi mana shu vaziyatlar elastik sistemalarda qay tariqa sodir bo'lishini ko'rib o'taylik.

Ma'lumki, tashqi kuchlar ta'sirida elastik sistemalarda elastik deformatsiyalar hosil bo'ladi. Tashqi kuchlarning miqdori orta borib, ma'lum qiymatga etganda, deformatsiya shakli noustivor bo'lib qoladi: boshqacha qilib aytganda, tashqi kuchlarning ma'lum qiymatida elastik sistemaning dastlabki deformatsiya shakli o'z ustuvorligini yo'qotadi. Sistema ustuvorligi yo'qolganda, tashqi va ichki kuchlar orasidagi muvozanat ham buziladi.

Ustivor va noustivor holat orasidagi chegara sistemaning **befarq holati** deb ataladi.

Ustuvor muvozanat holatidagi sistemani kichik masofaga og'dirilsa, og'diruvchi sabab yo'qolgach, sistema dastlabki holatiga qaytadi. Noustuvor muvozanatda qo'shimcha yuk qo'yilmasa ham deformatsiya davom etadi. Befarq muvozanatda esa sistema og'ganicha qolaveradi.

Amalda ustuvorlik buzulishi (yo'qolishi) ning ikki turi mavjud. Ustuvorlik buzulishining birinchi turida, ya'ni kuch asta ortib borganda, deformatsiyaning dastlabki shakli yo'qolib, uning o'rniga yangi shakli hosi bo'ladi va rivojlanib boradi.

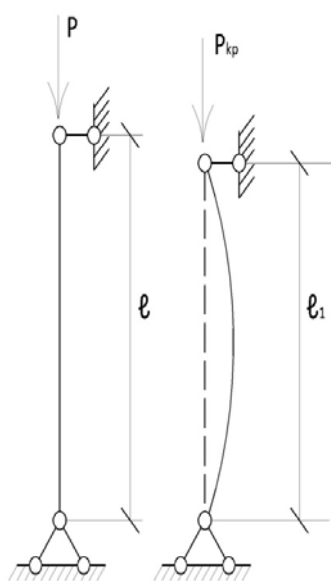
Deformatsiyaning bir shaklidan ikkinchi shakliga o'tkazuvchi kuch **kritik kuch**² deb ataladi.

Ustuvorlik buzulishining birinchi turiga misol keltiramiz (12.2 - rasm). Agar $R < R_{kr}$ bo'lsa, ustun to'g'ri chiziqli holatini saqlaydi. Muvozanatning bu ko'rinishi ustuvor muvozanat sanaladi. Agar ustunni to'g'ri chiziqli holatidan chiqarilsa (masalan, ozgina turtki berilsa), sterjen tebrana boshlaydi va ichki kuchlarning qarshiligi tufayli yana dastlabki to'g'ri chiziqli holatiga qaytadi.

² Kritik kuch - tang holatni vujudga keltiruvchi kuch.

Siquvchi kuch R ning qiymati orta borib, kritik qiymatga etganda muvozanatning to'g'ri chiziqli shakli noustivor bo'lib qoladi. Kuchning bu qiymatida berilgan ozgina turtki ustunda deformatsiyaning yangi shaklini egilish deformatsiyasini hosil qiladi.

$R = R_{kr}$ bo'lganda, ustunning to'g'ri chiziqli deformatsiyasi noustivor, egri chiziqli deformatsiyasi esa ustuvor bo'ladi.



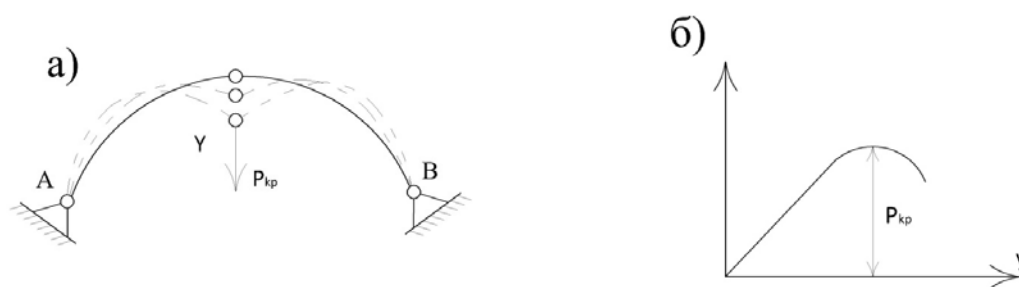
Kuchning qiymati kritik qiymatdan yana biroz oshsa, egilish deformatsiyasi tez o'sib borib, ustun butunlay ishdan chiqadi.

Ustuvorlikning buzilishi (yo'qolishi) ning ikkinchi turini ko'rib o'tamiz. Ustuvorlik buzulishining ikkinchi turida deformatsiyaning yangi shakli paydo bo'lmay, dastlabki deformatsiya keskin ravishda o'sib boradi (12.3 a – rasm).

12.2 – rasm.

Ma'lum chegarada S sharnirga qo'yilgan R kuchining ortishi bilan solqilik y_c ham mos ravishda ortib boradi. Bundan tashqi va ichki kuchlar orasidagi muvozanat saqlanadi. Biroq bu jarayon davomida shunday holat vujudga keladiki, bunda tashqi kuch R ning qiymati ortmasa ham solqilik y_c ortib boraveradi (12.3 b – rasm). Deformatsiyaning uzluksiz ravishda o'sib borishiga olib keluvchi o'zgarmas kuch **kritik kuch** deb ataladi. $R = R_{kr}$ bo'lganda, tashqi va ichki kuchlar orasidagi muvozanat noustuvor bo'ladi. $R > R_{kr}$ bo'lganda muvozanat umuman mavjud bo'lmaydi.

Bu hodisa ustuvorlik buzilishining **ikkinchi turi** deb ataladi.



12.3 – rasm.

Ikki uchi sharnirli mahkamlangan sterjenning ustuvorligini birinchi bo‘lib 1744 yilda Leonard Eyler hal etgan.

12.2 – rasmda tasvirlangan sterjenlar uchun kritik kuchning qiymati Eylerning quyidagi formulasidan aniqlanadi:

$$P_{kp} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{l^2} . \quad (12.1)$$

12. 2. Ramalar ustuvorligi

Ramalarni ustuvorlikka hisoblashda kuchlar yoki ko‘chishlar usulidan foydalaniladi. Bulardan keyingisi o‘zining qulayligi va soddaligi bilan boshqa usullardan ajralib turadi. Quyida ramalar ustuvorligini hisoblashda ko‘chishlar usulidan foydalanishni ko‘rib chiqamiz.

Avvalo binokorlikda keng tarqalgan to‘g‘ri chiziqli sterjenlardan tashkil topgan ramaning tugunlariga bo‘ylama kuchlar qo‘yilgan holni ko‘rib o‘tamiz. Kuchlarning kritik qiymatida ramada kritik (tang) holat vujudga keladi. Bunda ramaning to‘g‘ri chiziqli muvozanati noustuvor va egri chiziqli muvozanati ustuvor bo‘lib qoladi. Hisobni soddalashtirish maqsadida sterjenlardagi bo‘ylama deformatsiyalarni e‘tiborga olmaymiz.

Ramaning asosiy sistemasi avvalgisidan, ya‘ni mustahkamlikka hisoblashdagi sxemadan farq qilmaydi. Kanonik tenglamalar tizimi ramaning deformatsiyalangan holati uchun tuziladi. Tugunlarga qo‘yilgan tashqi kuchlar

asosiy sistemaga kiritilgan qo'shimcha bog'lanishlarda hech qanday reaksiya uyg'otmaydi, shuning uchun ham tenglamalar bir jinsli bo'ladi:

$$\begin{aligned} Z_1 r_{11} + Z_2 r_{12} + \dots + Z_n r_{1n} &= 0; \\ Z_1 r_{21} + Z_2 r_{22} + \dots + Z_n r_{2n} &= 0; \\ &\vdots \\ Z_1 r_{n1} + Z_2 r_{n2} + \dots + Z_n r_{nn} &= 0. \end{aligned} \tag{12.2}$$

Bu yerda $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ - noma'lum egilish burchaklari va chiziqli ko'chishlardir.

Tenglamalarning fizik ma'nosi ham o'sha-o'sha, ya'ni istalgan qo'shimcha bog'lanishdagi reaksiyalar yig'indisi nolga teng.

Biroq (12.2) tenglamaning koeffitsientlari r_{ik} - reaktiv moment va reaktiv kuchlar ko'chish usulining avvalgi oddiy koeffitsientlaridan biroz farq qiladi. Avvalgi koeffitsientlar tashqi kuchlarga bog'liq bo'lmas edi. Ustuvorlik masalasidagi koeffitsientlar esa bo'ylama kuchlarga bog'liq: oldingi paragrafda ko'rib o'tganimizdek, koeffitsientlarning qiymatini aniqlashda tugunlarga qo'yilgan bo'ylama kuchlarning ta'siri ham hisobga olinadi.

Yana shuni ham eslatib o'tish lozimki, ustuvorlik tenglamalarida ham Reley teoremasi o'z kuchiga ega, ya'ni $r_{ik} = r_{ki}$.

Kanonik tenglamalar sistemasi noldan farqli yechimga ega bo'lishligi uchun, ya'ni rama tug'ri chiziqli muvozanatdan tashqari egri chiziqli muvozanatga ham ega bo'lishligi uchun (12.2) sistemaning aniqlovchisini nolga tenglaymiz:

$$D = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} = 0. \quad (12.3)$$

Aniqlovchini ochib, ustuvorlik tenglamasini hosil qilamiz. So'ngra undan kritik kuch topiladi. Birlilik elastik reaksiyalar bo'ylama kuchning funksiyasi bo'lib, ν parametriga bog'liqdir. Shuning uchun ham aniqlovchini ochganda, ν ga nisbatan transsendent tenglama hosil bo'ladi. Tenglama qator ildizlarga ega bo'lib, ularning ichidan eng kichigi tanlab olinadi. Tenglamaning o'zi esa tanlash yoki ketma-ket yaqinlashuv usulida yechiladi.

Umuman ramada qancha siqilgan sterjen bo'lsa, o'shancha $v = \ell \sqrt{N/EI}$ bo'ladi. Biroq, $v_1, v_2 \dots$ larni birorta v_n orqali ifodalab olsa bo'ladi. Bunda barcha r_{ik} bitta parametrlarning funksiyasiga aylanib koladi:

$$r_{ik} = f_{ik}(v_n),$$

kritik holat tenglamasi esa quyidagi ko'rinishni oladi:

$$D(v_n) = |f_{ik}(v_n)| = 0.$$

Mazkur aniqlovchi tenglamaning eng kichik ildizi $v_{n,kp}$ ni aniqlash imkonini beradi. Parametr $v_{n,kp}$ asosida p - sterjendagi bo'ylama kuchning kritik qiymati aniqlanadi:

$$N_{n,kp} = v_{n,kp}^2 \frac{EI_n}{\ell_n^2}. \quad (12.4)$$

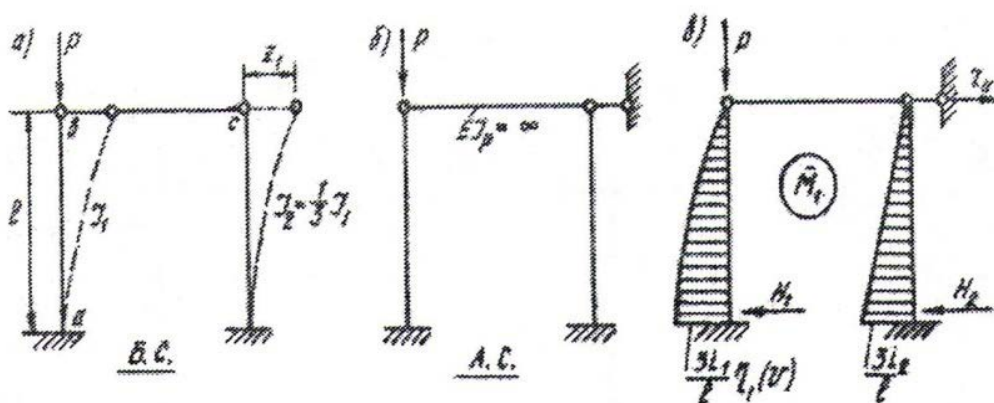
Shu sterjenning hisobiy uzunligi quyidagi formuladan topiladi:

$$\ell_{0,n} = \pi \sqrt{\frac{EI_n}{N_{n,kp}}} = \frac{\pi}{v_{n,kp}} \ell_n. \quad (12.5)$$

Keyin v lar orasidagi bog'lanishlardan foydalanib, ramaning qolgan sterjenlari uchun v_{kp} va N_{kp} aniqlanadi.

Bayon etilgan umumiy mulohazalarni aniq misollar asosida tushuntiramiz.

12.1-misol. Ramaning ab ustunchasi uchun kritik kuch va hisobiy uzunlik aniqlansin (12.4 a - rasm). Rigel cheksiz katta bikirlikka ega. $I_2 = I_1/3$.



12.4 – rasm.

Noma'lumlar soni birga teng. Asosiy sistema va birlik epyura $\bar{M}_1$

12.4 б va в - rasmda tasvirlangan. R kuchidan $R \cdot u$ momenti kelib qo'shilganligi sababli siqilgan sterjenning epyurasi egri chiziqli ko'rinishga ega. Reaksiyalarni aniqlashda bu egrilik tuzatuvchi koeffitsient $\eta_1(v)$ orqali hisobga olinadi. $\bar{M}_1$ epyurasini qurishda 12.1 - jadvaldan foydalaniladi.

Tugunlardagi kuchlar uchun v parametrlari:

$$v_1 = \ell \sqrt{\frac{P}{EI_1}} = v,$$

$v_2 = 0$, chunki ikkinchi tugunda kuch yo'q.

Berilgan rama uchun ustuvorlik kanonik tenglamasi $Z_1 r_{11} = 0$ bo'ladi. $Z_1 \neq 0$ bo'lgani uchun kritik holat tenglamasi quyidagicha ifodalanadi: $r_{11} = 0$ $\bar{M}_1$ epyurasidan reaksiyaning qiymatini topamiz:

$$r_{11} = H_1 + H_2 = \frac{3i_1}{\ell} \eta_1(v) + \frac{3i_2}{\ell} = 0; \quad i_2 = \frac{1}{2} i_1.$$

Bu yerdan $\eta_1(v) = -0,333$; 12.2 - jadvaldan $v_{kp} = 1,81$.

$$\text{Kritik kuch } P_{kp} = v_{kp}^2 \frac{EI_1}{\ell^2} = 3,28 \frac{EI_1}{\ell^2}$$

$$\text{Hisobiy uzunlik } \ell_0 = \frac{\pi}{v_{kp}} \ell = \frac{3,14}{1,81} \ell = 1,73 \ell$$

12.2- misol. Shaklda ko'rsatilgan ozodmas rama uchun kritik kuch va hisobiy uzunlik aniqlanishi kerak (12.5 a - rasm).

Yechish. Ramaning ustunchasi, rigeli hamda inersiya momentlari orasidagi bog'lanish quyidagicha: $\ell = 2/3 h$; $I_p = 2I_y$; $i_p = 3i_u$. Asosiy sistema va birlik epyuralar 12.5 б va в, г - rasmda tasvirlangan. Ramaning kritik holat tenglamasi:

$$D = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{vmatrix} = r_{11}r_{22} - r_{12}^2 = 0$$

Birlik epyuralardan foydalanib, elastik reaksiyalarni aniqlaymiz:

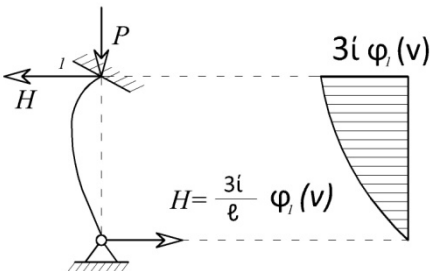
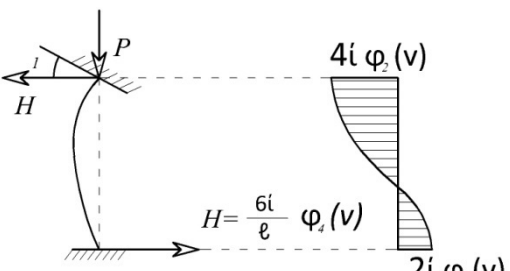
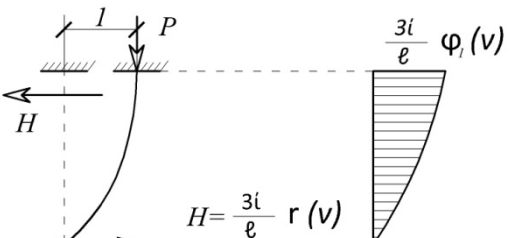
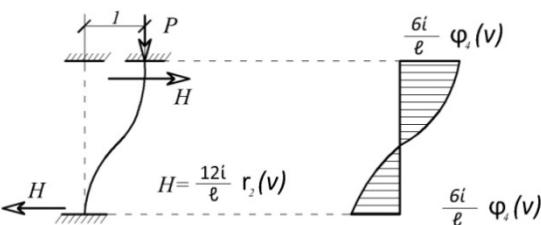
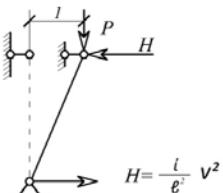
$$r_{11} = 3i_y \varphi_1(v) + 3i_p + 4i_p = 3i_y[\varphi_1(v) + 7];$$

$$r_{12} = 3i_y + 3i_p + 4i_p = 24i_y;$$

$$r_{12} = r_{21} = 2i_p = 6i_y; \quad v = h\sqrt{P/EI_y}.$$

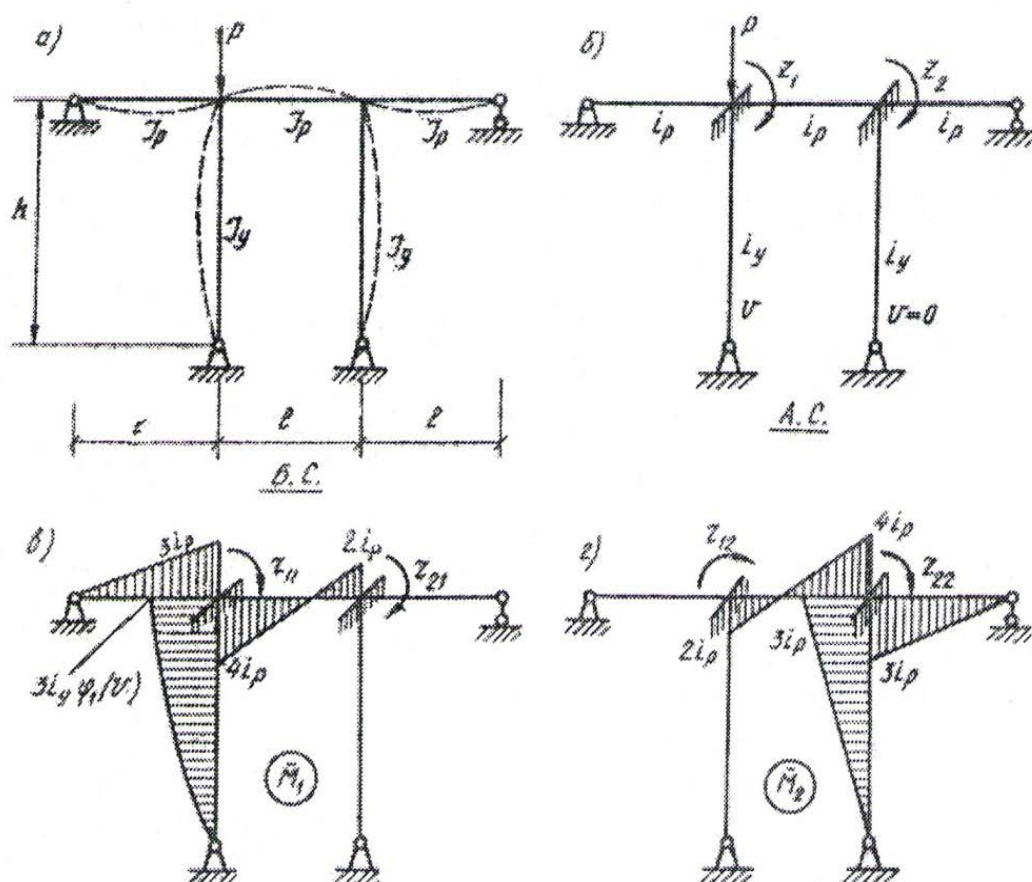
Topilgan qiymatlarni tenglamaga qo'yamiz:

$$D = 3i_y [\varphi_1(v) + 7] \cdot 24i_y - 6 \cdot 6i_y^2 = 0,$$

Ko'chishning turi va $\bar{M}$ epyurasi	Tuzatuvchi funksiyalar
	$\varphi_1(v) = \frac{v^2}{3(1 - \frac{v}{\operatorname{tg} v})}$
	$\varphi_2(v) = \frac{v(\operatorname{tg} v - v)}{8 \operatorname{tg} v (\operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{v}{2})}$ $\varphi_3(v) = \frac{v(v - \sin v)}{4 \sin v (\operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{v}{2})}$
	$r_1(v) = \varphi_1(v) - \frac{v^2}{3}$
	$\varphi_4(v) = \varphi_1\left(\frac{v}{2}\right)$ $r_2(v) = r_1\left(\frac{v}{2}\right) = \varphi_4(v) - \frac{v^2}{12}$
	$v = \ell \sqrt{\frac{P}{EI}}$

v	$\varphi_1(v)$	$\varphi_2(v)$	$\varphi_3(v)$	$\varphi_4(v)$	$\eta_1(v)$	$\eta_2(v)$
0,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,2	0,9973	0,9980	1,0009	0,9992	0,9840	0,9959
0,4	0,9895	0,9945	1,0026	0,9973	0,9326	0,9840
0,6	0,9856	0,9881	1,0061	0,9941	0,8557	0,9641
0,8	0,9566	0,9787	1,0111	0,9895	0,7432	0,9362
1,00	0,9313	0,9662	1,0172	0,9832	0,5980	0,8999
1,10	0,9164	0,9590	1,0209	0,9798	0,5131	0,8789
1,2	0,8998	0,9511	1,0251	0,9751	0,4198	0,8557
1,3	0,8814	0,9424	1,0298	0,9715	0,3181	0,8307
1,4	0,8613	0,9329	1,0348	0,9669	0,2080	0,8035
1,5	0,8393	0,9226	1,0403	0,9619	0,0893	0,7743
1,6	0,8153	0,9116	1,0463	0,9566	-0,0380	0,7432
1,7	0,7891	0,8998	1,0529	0,9509	-0,1742	0,7100
1,8	0,7609	0,8871	1,0600	0,9448	-0,3191	0,6747
1,9	0,7297	0,8735	1,0676	0,9382	-0,4736	0,6374
2,0	0,6961	0,8590	1,0760	0,9313	-0,6372	0,5980
2,1	0,6597	0,8437	1,0805	0,9240	-0,8103	0,5565
2,2	6,6202-	0,8273	1,0946	0,9164	-0,9931	0,5131
2,3	0,5772	0,8099	1,1050	0,9083	-1,1861	0,4675
2,4	0,5304	0,7915	1,1164	0,8998	-1,3895	0,4198
2,5	0,4793	0,7720	1,1286	0,8909	-1,6040	0,3701
2,6	0,4234	0,7531	1,1417	0,8814	-1,8299	0,3181
2,7	0,3621	0,7294	1,1559	0,8716	-2,0679	0,2641
2,8	0,2944	0,7064	1,1712	0,8613	-2,3189	0,2080
2,9	0,2195	0,6819	1,1878	0,8506	-2,5838	0,1498
3,0	0,1361	0,6560	1,2057	0,8393	-2,8639	0,0893
3,1	0,0424	0,6287	1,2252	0,8275	-3,1609	0,0207
3,2	-0,0635	0,5997	1,2463	0,8153	-3,4768	-0,0380
3,3	-0,1847	0,5991	1,2691	0,8024	-3,8147	-0,1051
3,4	-0,3248	0,5366	1,2940	0,7891	-4,1781	-0,1742
3,5	-0,4894	0,5021	1,3212	0,7751	-4,5727	-0,2457
3,6	-0,6862	0,4656	1,3508	0,7609	-5,0062	-0,3191
3,7	-0,9270	0,4256	1,3834	0,7457	-5,4903	-0,3951
3,8	-1,2303	0,3850	1,4191	0,7297	-6,0436	-0,4736
3,9	-1,6268	0,3407	1,4584	0,7133	-6,6968	-0,5542
4,0	-2,1726	0,2933	1,5018	0,6961	-7,5058	-0,6372
4,1	-2,9806	0,2424	1,5501	0,6783	-8,5836	-0,7225
4,2	-4,3155	0,1877	1,6036	6,6597	-10,196	-0,8103
4,3	-6,9949	0,1288	1,6637	0,6404	-13,158	-0,9004
4,4	-15,330	0,0648	1,7310	0,6202	-27,781	-0,9931
4,5	227,80	-0,0048	1,8070	0,5991	221,05	-1,0884
4,6	14,669	-0,0808	1,8933	0,5772	7,6160	-1,1861
4,7	7,8185	-0,1646	1,9919	0,5543	0,4553	-1,2865
4,8	5,4020	-0,2572	2,1056	0,5304	-2,2777	-1,3895
4,9	4,1463	-0,3612	2,2377	0,5054	-3,8570	-1,4954
5,0	3,3615	-0,4772	2,3924	0,4793	-4,9718	-1,6040
5,1	2,8130	-0,6100	2,5757	0,4520	-5,8570	-1,7155
5,2	2,3986	-0,7630	2,7961	0,4234	-6,6147	-1,8299

5,3	2,0668	-0,9423	3,0648	0,3935	-7,2965	-1,9473
5,4	1,7884	-1,1563	3,3989	0,3621	-7,9316	-2,0679
5,5	1,5455	-0,4181	3,8234	0,3291	-8,5379	-2,1917
5,6	1,3265	-0,7481	4,3794	0,2944	-9,1268	-2,3189
5,7	1,1235	-2,1804	5,1346	0,2580	-9,7056	-2,4495
5,8	0,9302	-2,7777	0,2140	0,2195	-10,283	-2,5838
5,9	0,7421	-3,6678	7,8726	0,1790	-10,863	-2,7218
6,0	0,5551	-5,1589	10,727	0,1361	-11,445	-2,8639
6,1	0,3659	-8,2355	16,739	0,0906	-12,038	-3,0102
6,2	0,1700	-18,591	37,308	0,0424	-12,643	-3,1609
2,0	0,0000	-	-	0,0000	-13,033	-3,2898



bu y

12.2- jadvaldan $v_{kp} = 4,29$. Bunga moc bo'lgan kritik kuch

$$R_{kr} = v_{kp}^2 \frac{EI_y}{h^2} = 18,4 \frac{EI_y}{h^2}$$

hisobiy uzunlik

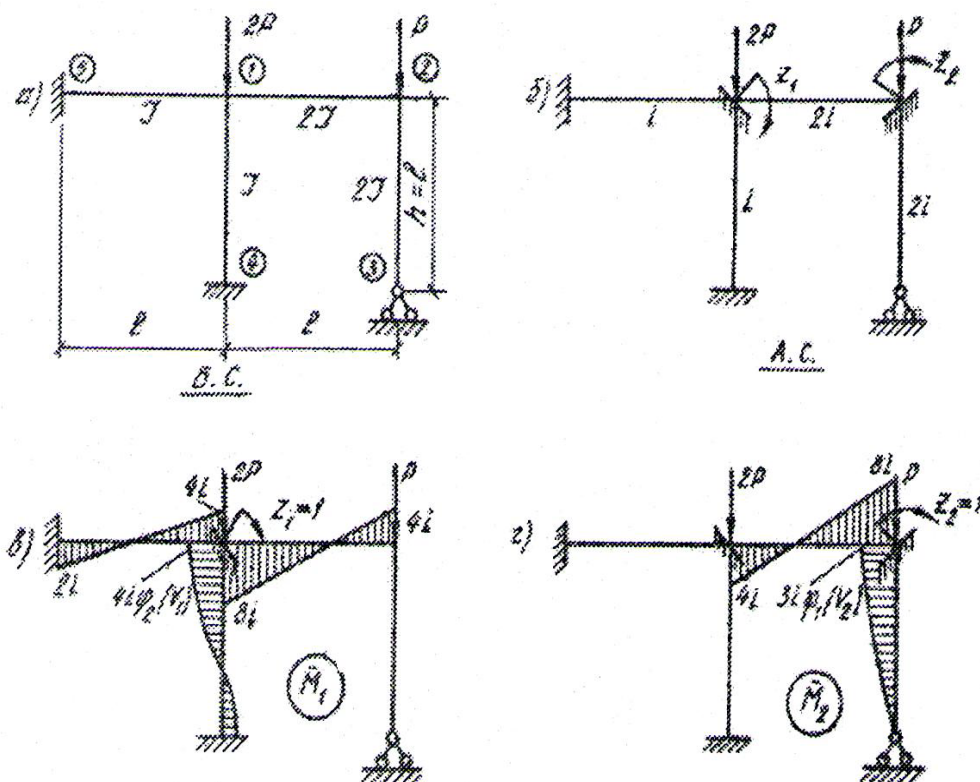
$$h_0 = \frac{\pi}{v_{kp}} h = \frac{3,14}{4,29} h = 0,732 h$$

bo'ladi.

12.3 - misol. 12.6 a - rasmda tasvirlangan ramaning ustunlariga qo'yilgan kuchning kritik qiymati aniqlansin.

Yechish. Mazkur ramaning asosiy sistemasi va birlik epyuralari $(\bar{M}_1, \bar{M}_2)$ 12.6 б, в va г- rasmda ko'rsatilgan. Tugunlarga qo'yilgan kuch ramada eguvchi moment hosil qilmaydi, shuning uchun $M_r = 0$ bo'ladi. U holda ko'chish usulining kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\begin{aligned} z_1 r_{11} + z_2 r_{12} &= 0; \\ z_1 r_{21} + z_2 r_{22} &= 0. \end{aligned}$$



12.6 – rasm.

Ushbu tenglamalar sistemasi ikki yechimga ega:

- $z_1 = 0; z_2 = 0$ – bu echim bo'yicha sistema ustuvorligini yo'qotmaydi.
- $z_1 \neq 0; z_2 \neq 0$ – bu echim bo'yicha sistema ustuvorligini yo'qotadi.

Ana shu shartdan kelib chiqib kritik kuchning qiymatini aniqlaymiz. Bu shart qanoatlantirilishi uchun yuqoridagi tenglama koeffitsientlaridan tuzilgan aniqlovchi nolga teng bo'lishi kerak:

$$D = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{vmatrix} = r_{11}r_{22} - r_{12}^2 = 0.$$

Oxirgi tenglama ustuvorlik tenglamasi deb ataladi. $\bar{M}_1$ va $\bar{M}_2$ epyuralaridan kanonik tenglama koefitsientlarini aniklaymiz:

$$r_{11} = 4i + 8i + 4i\varphi_2(v_1) = 12i + 4i\varphi_2(v_1);$$

$$r_{12} = r_{21} = 4i; \quad r_{22} = 8i + 3i\varphi_1(v_2).$$

$\varphi_2(v_1)$ va $\varphi_1(v_2)$ singari murakkab funksiyalar maxsus kitoblarda beriladigan jadvallardan topiladi (bizda 12.2 - jadval), v_2 parametrini v_1 orqali ifodalaymiz:

$$v_1 = \ell \sqrt{\frac{2P}{EI}}; \quad v_2 = \ell \sqrt{\frac{P}{2EI}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 2; \quad v_1 = 2v_2; \quad v_2 = 0,5v_1.$$

Topilgan koefitsientlarni ustuvorlik tenglamasiga qo'yamiz:

$$D = [12i + 4i\varphi_2(v_1)][8i + 3i\varphi_1(v_2)] - (4i)^2 = 0 \text{ yoki}$$

$$D = [3 + \varphi_2(v_1)][2,6667 + \varphi_1(0,5 - v_1)] - 1,3333 = 0$$

Tenglamani ketma-ket yaqinlashuv usulida yechamiz.

Birinchi yaqinlashuv. $v_2 = 2,9$; $v_1 = 2 \cdot 2,9 = 5,8$ deb qabul qilamiz va 12.2-jadvaldan shularga mos bo'lgan φ_1 va φ_2 ni aniqlaymiz:

$$\varphi_1(2,9) = 0,2195; \quad \varphi_2(5,8) = -2,7777.$$

Bularni ustuvorlik tenglamasiga qo'yamiz:

$$D_1 = (3 - 2,7777) \cdot (2,6667 + 0,2195) - 1,3333 = -0,6917.$$

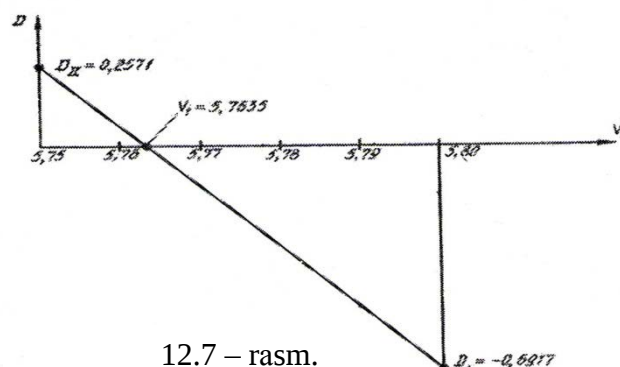
Chiqqan qiymat noldan ancha farq qiladi, Shuning uchun ikkinchi yaqinlashuvni bajaramiz.

Ikkinchi yaqinlashuv. $v_2 = 2,875$; $v_1 = 2,875 \cdot 2 = 5,75$ deb qabul qilamiz.

12.2 - jadvaldan $\varphi_1(2,875) = 0,2388$; $\varphi_2(5,75) = -2,4526$. Ustuvorlik tenglamasi.

$$D_{11} = (3 - 2,4526) \cdot (2,6667 + 0,2388) - 1,3333 = 0,2571.$$

Ikkita yaqinlashuvdan ko'rinib turibdiki, ustuvorlik tenglamasining yechimi (ildizi) $v_1 = 5,75$ bilan $v_1 = 5,8$ oral g'ida yotadi. Masofa kichik bo'lgani



12.7 – rasm.

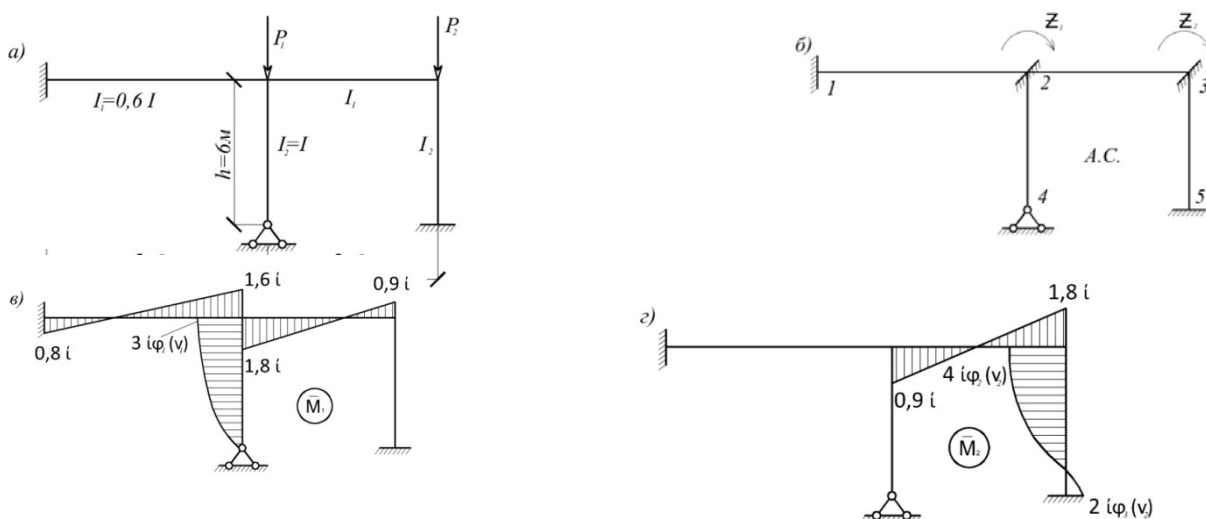
uchun bu oraliqda $D(v_1)$ funksiyasini chiziqli deb qabul qilsa bo'ladi. Bunday vaziyat tenglama yechimini grafik usulda aniqlash imkonini beradi (12.7 - rasm). Ma'lum masshtabda gorizontaal o'qqa v_1 ning qiymatlari, vertikal o'qqa D_1 va D_{11} ning qiymatlari o'lchab qo'yiladi va o'zaro tutashtiriladi.

Tutashtiruvchi chiziq gorizontaal o'qni kesib o'tgan nuqta tenglamaning ildizi bo'ladi, ya'ni v_1 ning biz izlayotgan qiymati bo'ladi: $v_1=5,7635$.

$$\text{Kritik kuch: } P_{kp} = \frac{5,7635^2 EI}{l^2} = 33,218 \frac{EI}{l^2}.$$

12.4 – misol. Ko'chishlar usulidan foydalanib, 12.8 a – rasmda berilgan statik noaniq rama uchun kritik kuchlar aniqlansin.

Kuchlar nisbati $\alpha = \frac{P_1}{P_2} = 1,6$; inersiya momentlari nisbati $\frac{I_1}{I_2} = 0,6$. Ramaning geometrik o'lchamlari shaklda berilgan.



12.8 – rasm.

Yechish. Misolni yechishda ko'chishlar usulidan foydalansak, tashqi kuchlar ustun o'qi bo'ylab yo'nalganligi sababli asosiy sistemada M_p epyurasi bo'lmaydi, shu boisdan kanonik tenglamaning ozod hadlari nolga aylanadi.

Birlik epyuralarni chizishda siqilgan sterjenlar uchun mahsus jadvaldan, rigellar uchun esa ko'chishlar usulining oddiy jadvalidan foydalaniladi. Har ikkala jadval deyarli barcha "Qurilish mexanikasi" darsliklarida berilgan. Ta'kidlash joizki, siqilgan ustunlarning epyurasi egri chiziqli bo'ladi, chunki R kuchi ta'sirida qo'shimcha $R \cdot u$ momenti hosil bo'ladi.

Reaksiyalarni hisoblashda bu egrilik tuzatish koeffitsienti $\varphi(v)$ orqali hisobga olinadi. φ funksiyasining parametrlari quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$v_i = \sqrt{\frac{P_i h_i^2}{EI_i}} ; \quad v_k = \sqrt{\frac{P_k h_k^2}{EI_k}} ,$$

bu yerda: P_i va P_k - ustun bo'ylab ta'sir etuvchi kuchlar;

h_i va h_k - ustun balandligi ;

EI_i va EI_k - ustunlar bikirligi.

Hisobni rama sterjenlarining nisbiy bikirliklarini (погонные жесткости) aniqlashdan boshlaymiz:

$$i_{12} = 0,6EI/9 = 0,4i ;$$

$$i_{23} = 0,6EI/8 = 0,45i ;$$

$$i_{24} = i_{35} = EI/6 = i .$$

Ramaning kinematik noaniqlik darajasi ikkiga teng. Uning asosiy sistemasi 12.8 б – rasmda berilgan.

Kuchlar tugunlarga qo'yilganligi uchun $M_R = 0$ bo'ladi. Bu holda ko'chish usulining kanonik tenglamalari quyidagi ko'rinishni oladi:

$$Z_1 r_{11} + Z_2 r_{12} = 0 ;$$

$$Z_1 r_{12} + Z_2 r_{22} = 0 ,$$

bu yerda: Z_1 va Z_2 - noma'lum ko'chishlar;

$r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$ - kanonik tenglama koeffitsientlari.

Kanonik tenglamalar aniqlovchisini nolga tenglab, undan kritik kuchlarning qiymatini aniqlaymiz:

$$D = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{vmatrix} = r_{11} \cdot r_{22} - r_{12}^2 = 0 .$$

Ushbu tenglama ustivorlik tenglamasi deb ataladi.

Kanonik tenglama koeffitsientlarini aniqlash uchun birlik epyuralar quramiz (12.8 в, г – rasm). Kanonik tenglamalar koeffitsientlarini aniqlaymiz:

$$r_{11} = 1,6i + 3i \varphi_1(v_1) + 1,8i = 3,4i + 3i \varphi_1(v_1);$$

$$r_{12} = r_{21} = 0,9i ;$$

$$r_{22} = 1,8i + 4i \varphi_2(v_2) .$$

Bularni ustuvorlik tenglamasiga qo'yamiz va ketma – ket yaqinlashuv usulini qo'llaymiz.

$$D = r_{11} \cdot r_{22} - r_{12}^2 = [3,4i + 3i\varphi_1(v_1)] \cdot [1,8i + 4i\varphi_2(v_2)] - (0,9i)^2 = 0.$$

Parametrlar nisbatini aniqlaymiz

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\alpha} = \sqrt{1,6} = 1,2649,$$

bundan $v_1 = 1,2649 \cdot v_2$.

Yaqinlashuvlarni birin – ketin amalga oshiramiz.

Birinchi yaqinlashuv:

$v_2 = 2,96$ deb olamiz. U holda $v_1 = 1,2649 \cdot 2,96 = 3,7441$ bo'ladi, (12.2) jadvaldan $\varphi_1(v_1) = -1,0519$; $\varphi_2(v_2) = 0,6665$.

Bularni ustuvorlik tenglamasiga qo'yamiz

$$D = [3,4 + 3(-1,0519)] \cdot [1,8 + 4 \cdot 0,6665] - (0,9)^2 = 1,09 - 0,81 = 0,28 > 0.$$

Natija noldan ancha farq qiladi. SHuning uchun ikkinchi yaqinlashuvni bajaramiz.

Ikkinchi yaqinlashuv:

Endi $v_2 = 2,965$ deb olamiz. $v_1 = 1,2649 \cdot 2,965 = 3,7504$.

Jadvaldan $\varphi_1(v_1) = -1,0709$; $\varphi_2(v_2) = 0,6652$;

$$D = [3,4 + 3(-1,0709)] \cdot [1,8 + 4 \cdot 0,6652] - 0,81 = 0,84 - 0,81 = 0,03 > 0.$$

Bu ham noldan katta. Yana bir yaqinlashuv o'tkizamiz.

Uchinchi yaqinlashuv:

Endi $v_2 = 2,9655$ deb olamiz. $v_1 = 1,2649 \cdot 2,9655 = 3,751$,

jadvaldan $\varphi_1(v_1) = -1,0727$; $\varphi_2(v_2) = 0,6651$;

$$D = [3,4 + 3(-1,0727)] \cdot [1,8 + 4 \cdot 0,6651] - 0,81 = 0,811 - 0,81 = 0,001 \approx 0$$

Shu parametrlar bo'yicha kritik kuchlarning qiymatlarini topamiz:

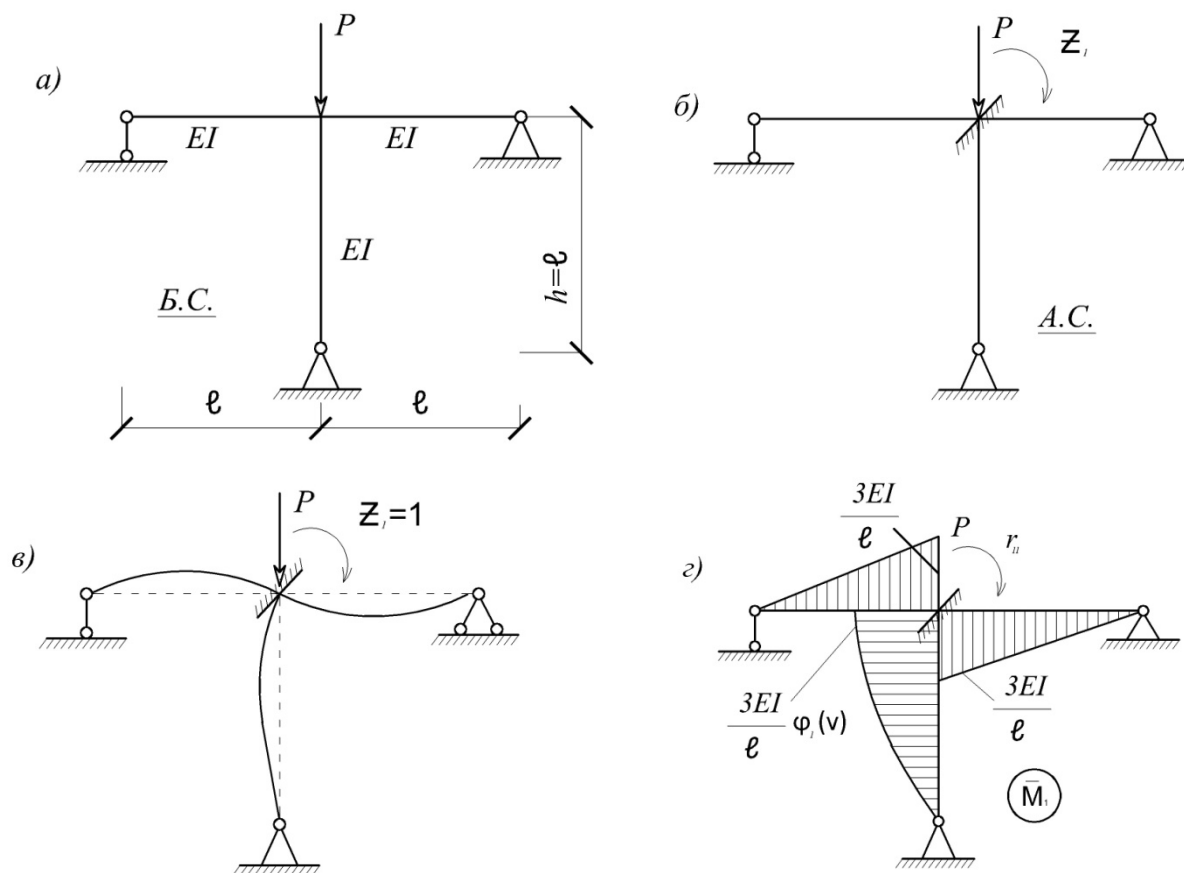
$$P_{1kp} = \frac{v_1^2 EI_2}{h^2} = \frac{3,7510^2 EI_2}{6^2} = 0,3908 EI_2;$$

$$P_{2kp} = \frac{v_2^2 EI_2}{h^2} = \frac{2,9655^2 EI_2}{6^2} = 0,2443 EI_2.$$

$$\text{Tekshirish. } \alpha = \frac{P_{1kp}}{P_{2kp}} = \frac{0,3908 EI_2}{0,2443 EI_2} = 1,599 \approx 1,6.$$

Demak kritik kuchlar to'g'ri topilgan.

12.5 – misol. 12.2 a– rasmda berilgan rama uchun kritik kuch qiymati aniqlansin. Ramaning o'lchamlari va bikirligi shaklda berilgan.



12.9 – rasm.

Yechish. Ramaning kinematik noaniqlik darajasi birga teng. Uning asosiy sistemasi 12.2 b – rasmda berilgan. R kuchi tugunga qo'yilganligi sababli kanonik tenglamaning ozod hadi nolga teng bo'ladi. Shu boisdan bir noma'lumli rama uchun kanonik tenglama quyidagi ixcham ko'rinishga ega bo'ladi:

$$Z_1 \cdot r_{11} = 0,$$

Bu yerda: Z_1 – noma'lum burchakli ko'chish;

r_{11} – kanonik tenglama koeffitsienti, birlik reaktiv moment.

Masala shartiga ko'ra Z_1 nolga teng bo'lishi mumkin emas. Agar $Z_1 = 0$ bo'lsa, rama ustuvor muvozanat holatida bo'ladi. Bu holatdagi kuchning qiymati kritik qiymat bo'lmaydi. Biz esa aynan kuchning kritik qiymatini izlayotirmiz. Kanonik tenglama qanoatlantirilishi uchun agar $Z_1 \neq 0$ bo'lsa u holda aniqlovchi

$$|r_{11}| = 0 \quad \text{bo'ladi.}$$

Ma'lumki, bu ifoda ustuvorlik tenglamasi deb ataladi. Reaktiv moment r_{11} ni aniqlash uchun biki tugunni bir birlikka ($Z_1 = 1$) buramiz (12.2 – rasm, g). r_{11} ana shu epyuradan topiladi:

$$r_{11} = 2 \frac{3EI}{\ell} + \frac{3EI}{\ell} \varphi_1(v) = \frac{3EI}{\ell} [2 + \varphi_1(v)] .$$

Buni tenglamaga qo'yamiz:

$$\frac{3EI}{\ell} [2 + \varphi_1(v)] = 0 .$$

$\frac{3EI}{\ell} \neq 0$ bo'lgani uchun $2 + \varphi_1(v) = 0$, bundan $\varphi_1(v) = -2$.

φ_1 ni bu qiymati bo'yicha jadvaldan $v = 3,973$ aniqlanadi.

Buri kritik kuch formulasiga qo'yamiz :

$$P_{kp} = \frac{v^2 EI}{\ell^2} = 15,785 \frac{EI}{\ell^2} .$$

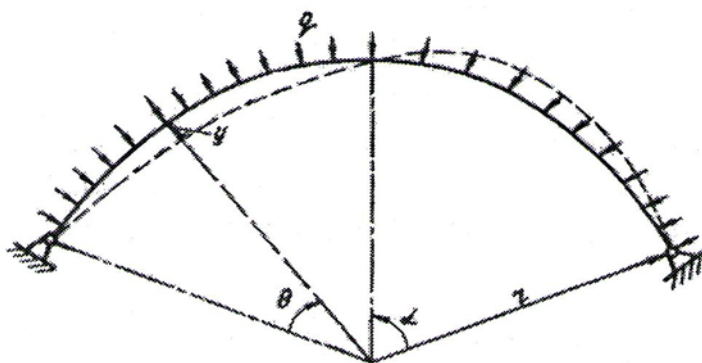
12.3. Arkalar ustuvorligi

Arkalarining eng sodda vakili - aylana bo'ylab chizilgan ikki sharnirli arkani ko'rib o'tamiz. Arkaga tekis yoyilgan, radius bo'ylab yo'nalgan yuk qo'yilgan (13,13-rasm). Bikiirligi EI — o'zgarmas. Agar $q < q_{kp}$ bo'lsa, arkaning barcha kesimlarida bir xil qiymatga ega bo'lgan bo'ylama kuch N hosil bo'ladi. Arka o'qiga tik yo'nalgan ko'chishni u deb belgilasak, ustuvorlik buzilganda bo'ylama kuchdan hosil bo'ladigan moment $M = N \cdot u$ bo'ladi. Bo'ylama kuch bilan radial yuk orasidagi bog'lanish $N = qr$ ko'rinishida ifodalanadi.

Arka egilgan o'qining differensial tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{d^2 y}{d\theta^2} + k^2 = 0 ,$$

bu yerda:
$$k^2 = 1 + \frac{qr^3}{EI}$$



12.10 - rasm.

Differensial tenglamaning yechimi

$$y = A \cos k\Theta + B \sin k\Theta$$

bo'ladi. Bu yerda Θ - radial burchak.

Ustuvorlik tenglamasiga ega bo'lish uchun quyidagi chegaraviy shartlarni qabul qilamiz:

$$\Theta = 0; u = 0;$$

$$\Theta = \alpha; u = 0.$$

Birinchi shartdan $A = 0$, ikkinchisidan $B \sin k\alpha = 0$ kelib chiqadi. Bu yerda $V \neq 0$ bo'lganidan, $\sin k\alpha = 0$ bo'ladi. Oxirgi tenglama ustuvorlik buzilishining xarakteristik tenglamasi deb ataladi.

Ustuvorlik buzilishining birinchi shakli uchun $k\alpha = \pi$ bo'ladi. Bundan foydalanib minimal kritik yukni aniqlaymiz:

$$1 + \frac{qr^3}{EJ} = \frac{\pi^2}{\alpha^2},$$

bu yerda:

$$q_{kp} = \frac{EJ}{r^3} \left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1 \right).$$

Agar $\alpha = \frac{\pi}{2}$ bo'lsa, ya'ni arka yarim aylana shaklida bo'lsa, $q_{kp} = \frac{3EJ}{r^3}$ bo'ladi. Arkalarning boshqacha turlarini tekshirganda ham muvozanatning tegishli differensial tenglamasiga ega bo'lish mumkin. Ammo ularning yechimi birmuncha murakkabroq bo'ladi. Shuning uchun ham ularni yechishda takribiy usullarni qo'llash maqsadga muvofiqdir.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. K.S.Abdurashidov, B.A.Habilov, N.J.Tuychiyev, A.G.Rahimboyev – Qurilish mexanikasi, T., O‘zbekiston, 1999 y.
2. E.A.Odilxo‘jayev, T.G.G‘ulomov, T.K.Abdukamilov - Qurilish mexanikasi, T., O‘qituvchi, 1985 y.
3. E.A.Odilxo‘jayev, T.G.G‘ulomov, T.K.Abdukamilov - Qurilish mexanikasidan misol va masalalar, T., O‘qituvchi, 1974 y.
4. A.B.Дарков, Г.Л.Клейн, В.И.Кузнецов и др. – Строительная механика, М., Высшая школа, 1976.
5. Н.К.Снитко – Строительная механика, М., Высшая школа, 1980.
6. X.Sh.To‘rayeva, M.X.Ismatov, F.X.Yo‘ldashev, B.K.Javliyev – Qurilish mexanikasi nazariy asoslari va amaliy masalalar, T., Moliya – 2001 y.
7. B.A.Habilov - Qurilish mexanikasi (to‘ldirilgan va qayta ishlangan 2-nashr) I, II-qism, T., 2014 y.