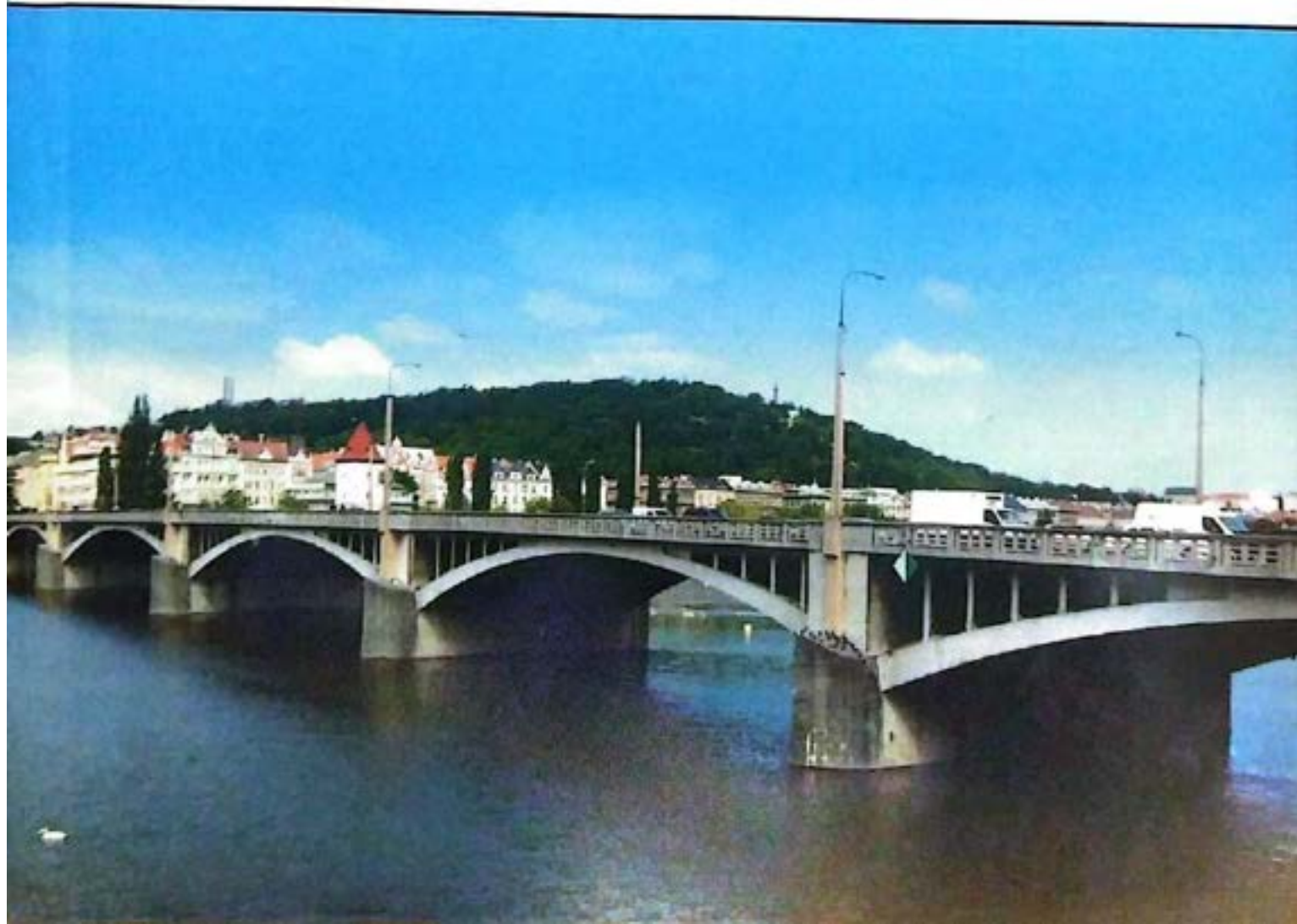


**K.ISMAYILOV, A.Q.USMONKULOV,
S.Q.TOSHEV, Z.I.BOLTAYEV, SH.R.AXMEDOV**

MATERIALLAR QARSHILIGI



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

K.ISMAYILOV, A.Q.USMONKULOV, S.Q.TOSHEV,
Z.I.BOLTAYEV, SH.R.AXMEDOV

MATERIALLAR

QARSHILIGI

Darslik

5340200 – Bino va inshootlar qurilishi, 60531000 – Mexanika va matematik
modellashtirish ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun darslik

SAMARQAND – 2023

UDK 539.3/6 (075)

KBK 22.1

181

M 31

K. Ismayilov, A.Q. Usmonkulov, S.Q. Toshev, Z.I. Boltayev, Sh.R. Axmedov. **Materiallar qarshiligi. Darslik** – Samarqand, "Samarqand davlat chet tillar instituti" nashriyoti, 2023. – 488 bet.

Darslikda materiallarning xossalari tajribada tekshirish, bruslarning cho'zilishi (siqilishi), siljishi, buralishida kuchlanish va deformatsiyalar, tekis yuzalarining kesim geometrik tavsiflari, to'sinlarning to'g'ri ko'ndalang egilishi, kuchlanishlar, deformatsiyalar, murakkab qarshilik hamda konstruksiya elementlarining ustuvorlik qonunlari va dinamik yuklanishlar ta'siri nazariyalari va masalalari ISO–Xalqaro standartlashtirish tashkiloti (International Standards Organization) standarti № 3898 asosida yoritilgan.

Darslik O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan namunaviy dastur asosida, 5340200 – Bino va inshootlar qurilishi, 60531000 – Mexanika va matematik modelashtirish ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun mo'ljallangan. Darslik soha mutaxassislari va ilmiy izlanuvchilar uchun ham foydalidir.

Ma'sul muharrir:

M.M. Mirsaidov – Toshkent qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash irrigatsiya va injenerlari, instituti Milliy tadqiqot universiteti, "Mexanika va kompyuter modelashtirish" kafedrası mudiri, texnika fanlari doktori, professor, O'zR FA akademigi.

Taqrizchilar:

X.Sh. Turayev – Samarqand davlat arxitektura–qurilish instituti professori, texnika fanlari doktori.

T.M. Mavlonov – Toshkent qishloq xo'jaligini mexanizatsiyalash va irrigatsiya injenerlari instituti professori, texnika fanlari doktori.

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining 2021-yil 1-martdagi 110-sonli buyrug'iga asosan 5340200 – Bino va inshootlar qurilishi, 60531000 – Mexanika va matematik modelashtirish ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun darslik sifatida tavsiya etilgan.

ISBN 978-9943-9104-6-0

© K. Ismayilov, A.Q. Usmonkulov, S.Q. Toshev, Z.I. Boltayev, Sh.R. Axmedov 2023
© "Samarqand davlat chet tillar instituti" nashriyoti 2023

SO'Z BOSHI

Mamlakatimizda ma'rifat va ma'naviyatni yuksaltirish, ta'lim-tarbiya tizimini shakllantirish, uning milliy zaminini mustahkamlash, zamon talablari bilan uyg'unlashtirish asosida jahon andozalari darajasiga ko'tarish, O'zbekiston Respublikasining "Ta'lim to'g'risida"gi Qonuni va "Kadrlar tayyorlash milliy dasturi" talablarini amalga oshirishda hamda yosh avlodni, yuqori malakali kadrlarni tayyorlash bugungi kunning dolzarb vazifalaridan biri bo'lganligi tufayli "Materiallar qarshiligi" fanidan mazkur darslik tayyorlandi.

Darslik mualliflarining uzoq yillar davomida turli oliy o'quv yurtlarida o'qigan ma'ruzalari, amaliy mashg'ulotlarida to'plagan va sinovdan o'tgan tajribalari asosida yozilgan. Bunda "Deformatsiyalanuvchan qattiq jismlar mexanikasi"ning so'nggi yutuqlariga tayangan xorijlik mualliflarning ushbu fan sohasida yaratgan yangi avlod darsliklari va o'quv qo'llanmalaridan foydalanib, talabalar tomonidan o'z bilimlarini baholashlari va mustaqil nazorat qilishlari uchun tayyorlangan savollari hamda zamonaviy pedagogik texnologiyalar asosida amaliy misollar va masalalar ham keltirildi.

Bino va inshootlarni hisoblash uslublari asosida ishonchlilik va iqtisodiy samaradorlik, ya'ni materiallarga sarflanadigan xarajatlarni kamaytirish masalasi ko'ndalang turadi. Ishonchlilik tushunchasi esa konstruksiyaga qo'yiladigan talablardan kelib chiqadi. Masalan, qurilish (metall, yog'och, temirbeton va tosh-g'isht) konstruksiyalari va mashinalari uchun chegaraviy holatlar bo'yicha hisoblashdan maqsad loyihalashtirish konstruksiya va mashinalarda chegaraviy holatning yuzaga kelmasligini, ya'ni mustahkam, bikir va ustuvor bo'lishini ta'minlashdan iborat.

Darslikni tayyorlashda bakalavriyat ta'lim yo'nalishlarida tahsil olayotgan talabalar kelgusida mustahkam, bikir va ustuvor konstruksiyalarni loyihalashtirish uchun "Metall konstruksiyalari", "Yog'och va plastmassa konstruksiyalari", "Temirbeton va tosh konstruksiyalari" fanlaridan o'tiladigan mavzular va ularga tegishli atama va iboralarga alohida e'tibor qaratildi. Ayniqsa, "Materiallar qarshiligi" fanining asosiy tushunchalari, cho'zilish va siqilish, materiallarning xossalari tajribada tekshirish, murakkab kuchlanish holati, tekis kesim yuzalarining geometrik tavsiflari, siljish, buralish, to'g'ri brusning tekis egilishi, egilgan to'sinlarning kuchlanishlarini aniqlash, murakkab qarshilik, bo'ylama egilishi va dinamik yuklar

bo'limlari bo'yicha talabalarining o'z bilimlarini mustaqil tekshirishlari, nazariy materiallarni o'zlashtirib olishlari, ularda ko'nikma va malakalarni shakllantirish, kerakli o'quv materialini mustaqil izlash va topishlariga ko'maklashish, bilimlarini amaliy faoliyatlarida qo'llashni o'rgatish hamda qobiliyatlarini yanada rivojlantirishga kengroq e'tibor berildi.

Darslik O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan "Materiallar qarshiligi" fani bo'yicha davlat ta'lim standarti, namunaviy va ishchi dasturlari asosida tayyorlangan. Oliy o'quv yurtlari talabalarining tasavvurini kengaytirishga, bilimlarini mustaqil o'zlashtirib olishlariga, dastlabki bilimlarini rivojlantirishlariga va chuqurlashtirishlariga mo'ljallab tayyorlandi.

Mualliflar, darslik qo'lyozmasi bilan tanishib qimmatli maslahatlar, fikr va ko'rsatmalar bergan t.f.d., professor, akademik M.M.Mirsaidov, t.f.d., professor T.M.Mavlonov, t.f.d., professor X.Sh.Turayev larga samimiy minnatdorchiligini bildiradilar.

Darslik to'g'risida bildiriladigan barcha fikr va mulohozalarni mualliflar marmuniyat bilan qabul qiladi.

I BOB. ASOSIY TUSHUNCHALAR

1.1-§. Materiallar qarshiligi masalalari va asosiy tushunchalar

Amalda foydalaniladigan barcha bino, inshoot va mashinalar konstruksiya elementlariga qo'yiladigan asosiy talablar, ularning mustahkamligi, bikirligi va ustuvorligini ta'minlashdir.

Fanni o'rganishdan maqsad konstruksiyalar va ularning qismlari mustahkamligi, bikirligi va ustuvorligini ta'minlash usullarini yaratish hamda asoslashdan iboratdir.

Bu masalalarni hal qilish orqali konstruksiya elementlarini to'g'ri loyihalash va hisoblash hamda bino, inshoot, mashina mexanizmlari va boshqalarning ekspluatatsiya jarayoni davomiyligi davrida to'liq va ishonchli bo'lishini ta'minlashdir.

Materiallar qarshiligi – mashina va inshoot qismlarining mustahkam, bikir va ustuvor bo'lishini ta'minlashda zarur bo'lgan zo'riqish va deformatsiyalarni aniqlash usullarini o'rganuvchi fandir.

Mustahkamlik – konstruksiya elementlarining yemirilmasdan tashqi kuchga qarshilik ko'rsatish qobiliyatidir.

Bikirlilik – konstruksiya elementlarining tashqi kuch ta'siridan katta deformatsiya hosil qilmaslik qobiliyatidir.

Ustuvorlik – tashqi kuch ta'sirida konstruksiya elementlarining dastlabki muvozanat holatini saqlash qobiliyatidir.

Muhandislar inshootlarni qurishda juda kam mehnat va kam material sarf qilish maqsadida o'tkazilgan hisoblashlar natijasida ko'p variantli loyihalar tuzadilar va ulardan eng arzon, qulay hamda yuqorida qo'yilgan uchta talabga javob beradigan loyihani tanlab oladilar.

Nazariy mexanika fanining materiallar qarshiligi fanidan farqi shundaki, nazariy mexanika fanida jism *absolyut qattiq jism*, ya'ni deformatsiyalanmaydi deb qaraladi. Materiallar qarshiligi fanida esa aksincha, qattiq jism deformatsiyalanadi deb qaraladi.

Nazariy mexanikada absolyut qattiq jism qaralganligi sababli tashqi kuchlar ta'sirida bo'lgan absolyut qattiq jismlar o'z geometrik o'lchamlari va shaklini o'zgartirmaydi. Shu sababli nazariy mexanikada jismlarning mustahkamligi, bikirligi va ustuvorligi tekshirilmaydi.

Materiallar qarshiligi fanida jismlar deformatsiyalanadi deb qaraladi, ya'ni tashqi kuchlar ta'siri natijasida jismlarning geometrik o'lchamlari yoki shakli o'zgaradi. Jismlarning tashqi kuchlar ta'sirida geometrik o'lchami yoki shaklini o'zgartirishiga *deformatsiya* deb

ataladi va u quyidagilarga bo'linadi:

1. Jism tashqi yukdan ozod qilingandan keyin, u o'zining oldingi o'lchamlari va shaklini to'liq qayta tiklasa, bunday deformatsiyaga *elastik deformatsiya* deyiladi.

2. Jism tashqi yukdan ozod qilingandan keyin, u o'zining oldingi o'lchamlari va shaklini qayta tiklay olmasa, bunday deformatsiyaga *plastik (qoldiq) deformatsiya* deyiladi.

1.2-§. Konstruksiya elementlari va tuzilmalari

Amaliyotda uchraydigan konstruksiya elementlari quyidagi guruhlariga bo'linadi.

1. *Bruslar guruhi*. Ko'ndalang kesim o'lchamlari uzunlik o'lchamiga nisbatan juda kichik bo'lgan konstruksiya elementlariga *bruslar* deb ataladi (1.1, a)-chizma) va ular quyidagilarga bo'linadi:

a) cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatuvchi ingichka *brus sterjen* deb ataladi (1.1, b)-chizma).

b) buralishga qarshilik ko'rsatuvchi brusga *val* deb ataladi, misalan aylanma harakatni elektrodvigateldan stanokka uzatuvchi sterjen (1.1, d)-chizma).

d) egilishga qarshilik ko'rsatuvchi brusga *to'sin* deb ataladi (1.1, e)-chizma).

2. *Plastinka yoki plita yoxud qobiqlar guruhi*. Qalinligi boshqa o'lchamlariga nisbatan juda kichik bo'lgan tekis sirt bilan chegaralangan konstruksiya elementlariga *plita* yoki *plastinka* deb ataladi (1.1, e)-chizma).

3. Qalinligi boshqa o'lchamlariga nisbatan juda kichik bo'lgan egri sirt bilan chegaralangan konstruksiya elementlariga *qobiq* deb ataladi (1.1, g)-chizma).

4. *Massiv*. Uchala o'lchami bir xil tartibda bo'lgan konstruksiya elementiga *massiv* deb ataladi (1.1, h)-chizma).

5. *Ferma* deb bir nechta sterjenlarni sharnirlar yordamida birlashtirishdan hosil bo'lgan geometrik o'zgarmas sistemaga aytiladi (1.1, o)-chizma).

6. *Rama* deb bir nechta sterjenlarni bikir qilib birlashtirishdan hosil bo'lgan sterjenlar sistemasiga aytiladi (1.1, f)-chizma). Ramalar yuklanganda sterjenlari egilib, ular tutashgan nuqtalaridagi to'g'ri burchaklari o'zgarmaydi.

7. *O'zaro bitta oraliq sharnir vositasida birlashtirilgan va asosga ikkita*

qo'zg'almas sharnirli tayanchlar yordamida tiralgan ikki egri brusdan tashkil topgan geometrik o'zgarmas sistema *uch sharnirli arka* deb ataladi (1.1, k)-chizma).

	Konstruksiya elementlari nomlanishi	Konstruksiya elementlari turlari ko'rinishi	Konstruksiya elementlari turlari hisob sxemalari
a)	Brus		O'q chiziq
b)	Sterjen		O'q chiziq
d)	Val		O'q chiziq
e)	To'sin		O'q chiziq
f)	Plita yoki plastinka		O'q na tekislik
g)	Qobiq		O'q na sirt
h)	Massiv		O'q na sirt
o)	Ferma		O'q chiziq
p)	Rama		O'q chiziq
k)	Arka		O'q chiziq

1.1-chizma. Konstruksiya elementlari

1.3-§. Kuchlar tasnifi

Bino, inshootlar va mashina konstruktsiyalari ish va ekspluatatsiya

jarayonida turli yuklar ta'siriga qarshilik ko'rsatadi. Bu yuklarni quyidagi guruhlariga bo'lish mumkin (1.1-jadval).

Sirtqi va hajmiy yuklar. Jismga qo'shni bo'lgan ikkinchi jismdan o'tuvchi kuchlarga *sirtqi kuchlar* deb ataladi.

Jismning ichki barcha zarrachalariga ta'sir etuvchi kuchlarga *hajmiy kuchlar* deb ataladi. Hajmiy kuchga misol qilib jismning xususiy og'irligini, inersiya kuchlarini, harorat kuchlari, magnit tortish kuchlarini va boshqalarni keltirish mumkin.

Masalalarni yechish oson bo'lishi uchun muhandislik amaliyotida materiallar qarshiligida hajmiy kuchlar, odatda, chiziqli bo'yicha taqsimlangan kuchlar bilan yoki jismning ayrim bo'laklarga ajratilib shu bo'laklarning og'irlik markazlariga qo'yilgan to'plangan kuchlar jismning butun hajmiga taqsimlangan deb qaraladi.

Taqsimlangan va to'plangan yuklar. Sirtqi kuchlar konstruksiya sirti yuzasiga yoki uning elementining biror sirti yuzasi bo'yicha taqsimlangan bo'lishi mumkin. Taqsimlangan kuchlar q intensivlik bilan xarakterlanib, u ixtiyoriy qonun asosida o'zgaruvchi yoki doimiy bo'lishi mumkin. Doimiy yuk element sirti bo'yicha tekis taqsimlangan bo'ladi. Sirt bo'yicha taqsimlangan kuch yuza birligiga to'g'ri kelgan kuchning miqdori bilan xarakterlanib, o'lchov birligi N/m^2 , (Pa).

Sterjenlarni hisoblashda sirt bo'yicha taqsimlangan kuchlar sterjen uzunligi bo'yicha chiziqli qonun asosida taqsimlangan kuchlarga keltiriladi. Chiziqli bo'yicha taqsimlangan uzunlik birligiga to'g'ri kelgan kuchning miqdori bilan xarakterlanib, o'lchov birligi N/m . Taqsimlangan sirtqi kuchlarga misol sifatida silindrik idishdagi suyuqlikning bosimini, qorning bino tomiga bosimini, shamolning ta'sirini va boshqalarni keltirish mumkin.

Konstruksiya o'lchamiga nisbatan juda kichik sirtiga ta'sir etuvchi kuchlar *to'plangan kuchlar* deb ataladi va ularni *bir nuqtaga qo'yilgan* deb faraz qilamiz, to'plangan kuchlarning o'lchov birligi Nyuton (N).

Statik va dinamik yuklar. Yuk o'z miqdori, qo'yilgan nuqtalari yoki yo'nalishlarini sekin-asta oxirgi qiymatigacha o'zgartiradigan, ya'ni tezlanishlari e'tiborsiz bo'lgan yuklarga *statik yuklar* deyiladi.

Yuklar o'z miqdor va qo'yilgan nuqtalarini juda qisqa vaqt mobaynida juda katta tezlik bilan o'zgartirsa, bunday yuklarga *dinamik yuklar* deyiladi. Bunda konstruksiya tebranishlar chastotasi va inersiya kuchlarini e'tiborga olish shart va ularni aniqlash, hisoblash ishlarining katta qismini tashkil etadi.

Doimiy va vaqtincha yuklar. Yuklarni bunday turlarga bo'lish konstruksiya elementlari hisoblash usuli bilan asoslanib, ayrim hollarda ishonchlilik yuk koeffitsientini kiritish va ehtiyotlik koeffitsientlarini kiritish bilan tushuntiriladi.

Konstruksiyalarni ekspluatatsiya qilish jarayonida ta'sir etadigan yuklar doimiy yuklardir (masalan xususiy og'irlik).

Vaqtincha yuk ma'lum bir davrda ta'sir etadi. Masalan, odamlarning va jihozlarning bino yopilmalariga bosimi, shamolning minoraga bosimi va boshqalar. Ekspluatatsiya jarayonida bu yuklarning ta'sir etish xarakteri va miqdori jiddiy o'zgarishi mumkin.

Kuchlar tasnifi

1.1-jadval

	Konstruksiya elementlari turlari	Ta'sir kuchlari ko'rinishi	Yuklar yoki kuchlarning nomi	Yuklar yoki kuchlarning o'lchov birligi
I	Sirtqi yuklar yoki kuchlar			
a)			To'plangan yoki bir nuqtaga qo'yilgan yuk	N
b)			Chiziqli bo'yicha tekis taqsimlangan yuk	$\frac{N}{m}$
d)			Chiziqli bo'yicha notekis taqsimlangan yuk	$\frac{N}{m}$
e)			Yuza bo'yicha tekis taqsimlangan yuk	$\frac{N}{m^2}$
f)			Yuza bo'yicha notekis taralgan yuk	$\frac{N}{m^2}$

g)		To'plangan yoki bir nuqtaga qo'yilgan yuk (moment)	$N \cdot m$
h)		Chiziqli bo'yicha tekis taralgan yuk (moment)	$N \cdot m/m$
i)		Chiziqli bo'yicha notekis taralgan yuk (moment)	$N \cdot m/m$
II	Hajmiy yuk yoki kuchlar		
a)		Jismlarning xususiy og'irligi	N/m^3
b)		Aylanayotgan jismning inersiya kuchlari	N/m^3
c)		Magnitlarning tortishish kuchlari	N/m^3
d)		Haroratning o'zgarishidan hosil bo'lgan kuchlar	N/m^3

1.4-§. Ichki kuchlar. Kesish usuli

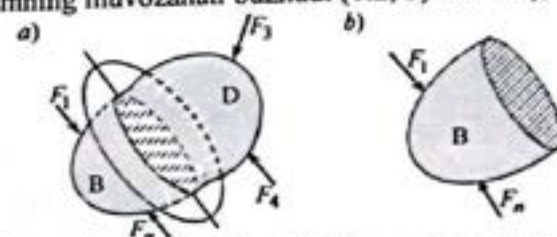
Jism tashqi kuchlar ta'sirida, garchi muvozanatda bo'lsa ham, ma'lum darajada deformatsiyalanadi. Buning natijasida jismning zarrachalari bir-biridan qochishga yoki o'zaro yaqinlashishga intiladi, ana shu intilishda hosil bo'lgan reaksiya kuchlari zarrachalar muvozanatini saqlaydi. Zarrachalar muvozanatini saqlovchi reaksiya kuchlari *ichki kuchlar* yoki *zo'riqish kuchlari* deb ataladi.

Jism kesimlarida hosil bo'ladigan zo'riqish kuchlarining teng ta'sir etuvchisini topish uchun kesish usulidan foydalaniladi. Jism unga qo'yilgan kuchlar $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ sistemasi va unda hosil bo'lgan reaksiya kuchlari ta'sirida muvozanatda bo'ladi (1.2, a)-chizma.

Qaralayotgan jismning kesimlarida hosil bo'lgan ichki kuchlarni aniqlash uchun *kesish usulidan* foydalanamiz. Kesish usulida ketma-ket quyidagi amallarni tartib bilan bajarish zarur:

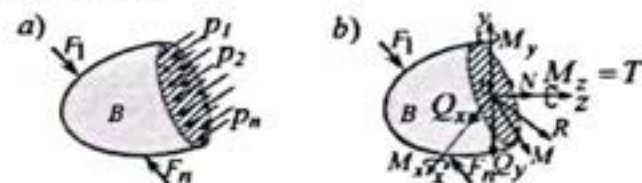
1. Kuchlar sistemasi ta'sirida muvozanatda bo'lgan jismning ixtiyoriy kesimidagi ichki kuchni aniqlash uchun, jismni shu kesimdan o'tuvchi tekislik bilan fikran kesib, ikki bo'lakka (*B*-chap va *D*-o'ng) ajratiladi (1.2, a)-chizma);

2. Ajratilgan bo'laklardan biri, masalan, o'ng tomoni, ya'ni - *D* tomonini tashlab yuborib, chap *B* tomonini olib qolamiz, bunda olib qolingan qismning muvozanati buziladi (1.2, b)-chizma);



1.2-chizma. Tashqi kuchlar ta'sirida muvozanat holatdagi jism.

3. Olib qolingan *B* qismning muvozanati buzilmasligini ta'minlash maqsadida tashlab yuborilgan qismining ta'sirini $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ kuchlar bilan almashtiramiz, bu kuchlar kesim yuzi bo'yicha ixtiyoriy qonun asosida taqsimlanadi (1.3, a)-chizma), ular kesimning har bir nuqtasiga ta'sir etadi. Natijada jismning olib qolingan qismining muvozanati tiklanadi.



1.3-chizma. Tashqi va ichki kuchlar ta'sirida muvozanat holatdagi jism.

4. Olib qolingan qism uchun statika muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned} \sum X = 0; \quad \sum Y = 0; \quad \sum Z = 0; \\ \sum M_x = 0; \quad \sum M_y = 0; \quad \sum M_z = \sum T = 0. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Tashqi kuchlar ta'siridan jismda hosil bo'lgan noma'lum ichki kuchlarning soni cheksiz ko'p bo'lgani sababli ularni (1.1) tenglamalardan bevosita topib bo'lmaydi, chunki zo'riqish kuchlari kesim yuzasi bo'yicha ixtiyoriy qonun asosida taqsimlangan. Demak, zo'riqish kuchlarining yoyilish qonunini bilish maqsadida tashqi kuchlar ta'siridan jismda hosil bo'ladigan deformatsiyani tekshirish lozim. Deformatsiyaning hosil bo'lish xarakteriga qarab, jism kesim yuzasida zo'riqish kuchlarining taqsimlanish qonunini bilish mumkin. Natijada jism kesim yuzasiga ta'sir etayotgan zo'riqish kuchlarini birorta bosh vektor R va bosh moment M bilan almashtirish mumkin bo'ladi (1.3, b)-chizma). Qaralayotgan masalani (1.1) tenglamalar yordamida yechish mumkin bo'ladi.

Demak, bulardan chiqadigan *xulosa* shuki, ichki kuchlar masalasini to'liq hal qilish uchun uning quyidagi tomonlarini tekshirish lozim ekan:

a) *statik tomoni*, ya'ni jismning tekshirilayotgan qismining muvozanat tenglamalarini tuzish;

b) *geometrik tomoni*, ya'ni jismning deformatsiyasini tekshirish;

d) *fizik tomoni*, ya'ni jism deformatsiyasi bo'yicha ichki kuchlarning taqsimlanish qonunini bilish;

e) *sintez*, ya'ni masalaning statik, geometrik va fizik tomonlarini o'rganish natijasida keltirib chiqarilgan tenglamalarni ichki kuchga nisbatan yechish.

Bosh R vektorni koordinata o'qlari bo'yicha tashkil etuvchi N_x bo'ylama va Q_x , Q_y ko'ndalang kuchlarga, M bosh momentni $M_x = T$ burovchi va M_y , M_z eguvchi momentlarga ajratamiz (1.3, b)-chizma). Bular ichki kuch omillari deb ataladi.

1.5-§. Deformatsiyalar to'g'risida tushuncha

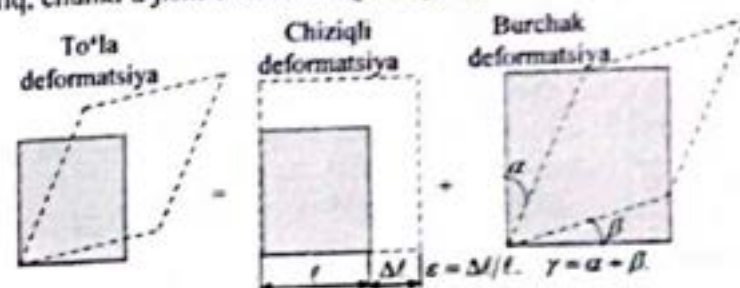
Kuch omillari ta'siridan konstruksiya elementlari deformatsiyalandi. Deformatsiya va ko'chishning farqini bilish shart.

Jism nuqtalari holatining fazoda o'zgarishi *ko'chish* deb ataladi.

Jism shakli va o'lchamlarining o'zgarishiga *deformatsiya* deb ataladi.

Deformatsiyalar *chiziqli* va *burchak* ko'rinishida bo'lishi mumkin.

Chiziqli deformatsiya jism o'lchamlarining o'zgarishini xarakterlaydi. U *absolyut* Δ *chiziqli* va *nisbiy* $\epsilon = \Delta/l$ bo'ladi. Bu ikki deformatsiyaning nisbiy deformatsiyasidan foydalanish maqsadga muvofiq, chunki u jism o'lchamlariga bog'liq emas.



1.4-chizma. Deformatsiyalar.

Burchak deformatsiya jism shaklining o'zgarishi bilan xarakterlanadi va odatda *siljish burchagi* deb ataladi.

Siljish burchagi - bu dastlabki to'g'ri burchakning $\gamma = \alpha + \beta$ ga o'zgarishidir.

To'la deformatsiya chiziqli va burchak deformatsiyalarning yig'indisiga teng (1.4-chizma).

1.6-§. Deformatsiya turlari

Jismga ta'sir etayotgan kuchlarning qo'yilish xarakteriga qarab jism kesimi bo'ylab tarqalish qonuni bilan farq qiluvchi kuchlanishlarga asosan, deformatsiya bir nechta turlarga ajraladi:

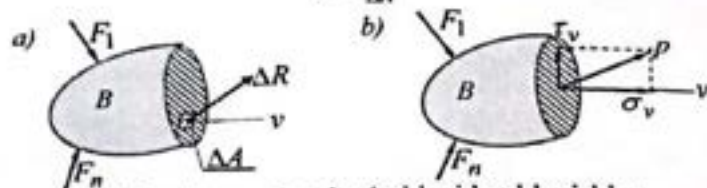
1. *Cho'zilish (siqilish) deformatsiyasi* - ko'ndalang kesimda faqat bitta nolga teng bo'lmagan ichki kuch - bo'ylama kuch ta'sir etadi.
2. *Siljish deformatsiyasi* - ko'ndalang kesimda faqat ko'ndalang kuch ta'sir etadi.
3. *Buralish deformatsiyasi* - ko'ndalang kesimda faqat burovchi moment ta'sir etadi.
4. *Egilish deformatsiyasi* - ko'ndalang kesimda eguvchi moment va ko'ndalang kuch ta'sir etadi.
5. *Murakkab qarshilik (deformatsiya)* - bir nechta oddiy deformatsiyalarning bir vaqtda - cho'zilish bilan siqilish, buralish bilan egilish ta'sirlaridir.

1.7-§. Kuchlanishlar to'g'risida tushunchalar

Jism kesimining birlik yuzalariga ta'sir etuvchi ichki kuch intensivligi *kuchlanish* deb ataladi.

Jism kesim yuzi A ning biror nuqtasi atrofida elementar ΔA yuzacha ajratamiz. Bu yuzachaga ta'sir etuvchi ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisini ΔR bilan belgilaymiz (1.5, a)-chizma). Bu ichki kuchning elementar yuzachaga nisbati *o'rtacha kuchlanish* deyiladi va p_m bilan belgilanadi, uning qiymati quyidagi formuladan topiladi:

$$p_m = \frac{\Delta R}{\Delta A} \quad (1.2)$$



1.5-chizma. Jism kesimidagi kuchlanishlar.

Ajratilgan elementar yuzacha (ΔA) kichiklashtirilib borilsa, kesim nuqtasidagi ichki kuch intensivligi shunda haqiqatga yaqinroq bo'ladi. Agar elementar yuzacha (ΔA) nolga intilsa, shu nuqtadagi kuchlanish *haqiqiy kuchlanish* deb ataladi va quyidagicha ifodalanadi:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} \quad (1.3)$$

Tekshirilayotgan kesimning qaralayotgan nuqtasidagi kuchlanish vektor miqdordir. Bu vektorning yo'nalishi $\Delta A \rightarrow 0$ dagi ΔR ning chekli yo'nalishiga to'g'ri keladi. Kuchlanish o'lchov birligi $N/m^2 (Pa)$.

Jism kesimining biror nuqtasiga ta'sir qilayotgan p kuchlanishni kesim yuzaga tik va kesim bo'yicha parallel yo'nalgan ikkita tashkil etuvchiga ajratamiz (1.5, b)-chizma). Bu tashkil etuvchilarning birinchisi *normal kuchlanish* va ikkinchisi *urinma kuchlanish* deyiladi. Normal kuchlanish σ , urinma kuchlanish τ harflari bilan belgilanadi. Bu uchala kuchlanishlar orasida quyidagi munosabat mavjud:

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (1.4)$$

Kuchlanish p vektorni koordinata o'qlariga parallel bo'lgan uchta tashkil etuvchiga ajratish qulaylik tug'diradi (1.6-chizma).

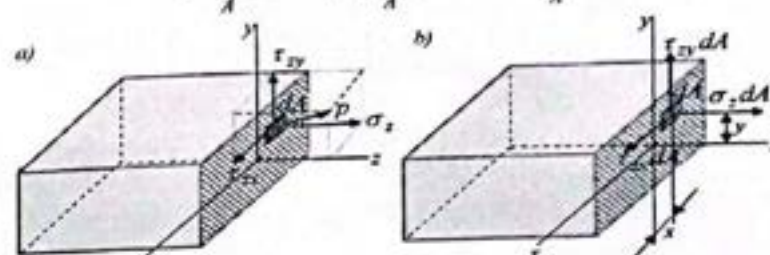
Chizmada urinma kuchlanishlar ikkita indeks bilan ko'rsatilgan, ulardagi birinchi indeks kuchlanish qaysi yuzada yotishini, ikkinchi indeks esa kuchlanish qaysi o'qqa parallel yo'nalganligini ko'rsatadi.

Elementar zo'riqlashlarni topamiz:

$$dN_z = \sigma_z dA, \quad dQ_y = \tau_{zy} dA, \quad dQ_x = \tau_{zx} dA.$$

Bosh vektorning tashkil etuvchilarini topamiz:

$$N_z = \int_A \sigma_z dA, \quad Q_y = \int_A \tau_{zy} dA, \quad Q_x = \int_A \tau_{zx} dA. \quad (1.5)$$



1.6-chizma. To'la kuchlanishning tashkil etuvchilari.

Elementar momentlarni topamiz:

$$dM_z = (x\tau_{yz} + y\tau_{xz})dA, \quad dM_y = \sigma_z x dA, \quad dM_x = \sigma_z y dA.$$

Bosh momentning tashkil etuvchilarini topamiz:

$$M_z = T = \int_A (x\tau_{yz} + y\tau_{xz})dA, \quad M_y = \int_A \sigma_z x dA, \quad M_x = \int_A \sigma_z y dA. \quad (1.6)$$

1.8-§. Materiallar qarshiligining asosiy gipotezalari

Materiallar qarshiligida konstruktsiya elementlarini hisoblashda material va detallarning bir-biriga ta'sir ko'rsatish xarakteriga nisbatan quyidagi gipotezalar qabul qilingan:

1-gipoteza. *Konstruktsiya elementlari materiali yaxlit (g'ovaksiz) deb hisoblanadi*, ya'ni materialning diskret va atom tuzilishi e'tiborga olinmaydi. Jism materiali deformatsiyagacha va deformatsiyadan keyin ham uzluksizdir. Buning natijasida deformatsiya va kuchlanishlar koordinatalarning uzluksiz funksiyasi deb qaraladi. Bu gipoteza mayda zarrachali jismlar uchun juda qo'l keladi. Bu gipoteza real materiallar uchun matematik analizning uzluksiz funksiya ifodalarini ishlatishga asos bo'ladi.

2-gipoteza. *Konstruktsiya elementlari materiali bir jinsli va izotrop deb qaraladi*, ya'ni material har bir nuqtada, har bir yo'nalishda bir xil xususiyatga ega deb hisoblanadi. Metall bir jinsli materiallardan bo'lib, beton, tosh va g'ishtning bir jinsli xususiyati kamroqdir.

3-gipoteza. *Konstruktsiya elementlari yuklanishdan oldin unda boshlang'ich zo'riqlash kuchlari bo'lmaydi deb faraz qilinadi*. Masalan, po'lat detallarning notekis sovishi, yog'ochning notekis qurishi yoki

betonning notekis qotishi natijasida ularda boshlang'ich zo'riqish kuchlari paydo bo'ladi. Ushbu boshlang'ich zo'riqish kuchlari, umuman bizga noma'lum, ularning miqdori tashqi yuklar ta'siridan jismda hosil bo'ladigan zo'riqish kuchlari miqdoriga qaraganda juda ham kichik bo'ladi. Agar boshlang'ich zo'riqish kuchlari sezilarli miqdorda ekanligi ma'lum bo'lsa, ularni tajriba yo'li bilan aniqlash lozim bo'ladi.

4-gipoteza. *Kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipi.* Ushbu prinsipga asosan kuchlar sistemasi ta'sirining natijasida bu kuchlar yo ketma-ket, yoki tartibsiz qo'yilishidan hosil bo'ladigan ta'sirlar natijasiga teng deb faraz qilinadi. Ushbu prinsipdan nazariy mexanikada keng ko'lamda foydalanilsa ham, deformatsiyalanuvchi jismlar uchun undan quyidagi ikki shart:

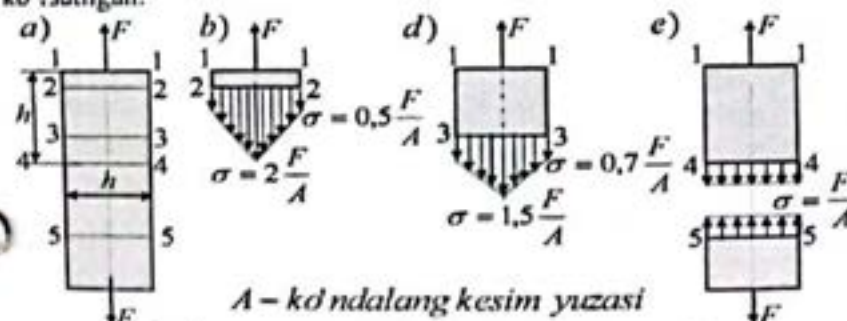
1) kuch qo'yilgan nuqtaning ko'chishi jism o'lchamlariga nisbatan juda ham kichik bo'lish sharti;

2) ko'chishlar, ta'sir qiluvchi kuchlarga proporsional, ya'ni chiziqli bog'langan bo'lish sharti bajarilgan taqdirdagina foydalanish mumkin.

5-gipoteza. *Sen-Venan prinsipi.* Jismga qo'yilgan kuchning ta'sir nuqtasidan yetarlicha uzoqda joylashgan nuqtalarda hosil bo'ladigan ichki kuchlar xarakteri tashqi kuchning ta'sir xarakteriga bog'liq emas.

Bu prinsip asosida, jismga u qadar katta bo'lmagan yuzachalarda taqsimlangan kuchlar shu kuchlarning teng ta'sir etuvchisini ifodalovchi bitta to'plangan kuch bilan almashtirilishi mumkin, buning natijasida hisoblash ishlari osonlashadi.

Misol tariqasida to'plangan kuchdan cho'zilgan sterjen 1.7, a)-chizmada keltirilgan, 1.7, b) chizmada 2-2 kesimda kuchlanish tarqalishi keskin o'zgarishi, 1.7, d)-chizmada 3-3 kesimda kuchlanish tarqalishi asta-sekin tekislana borishi, 1.7, e)-chizmada kuch qo'yilgan kesimdan yetarlicha uzoqdagi 4-4 kesimda kuchlanish tekis tarqalganligi ko'rsatilgan.



1.7-chizma. To'plangan kuchdan cho'zilgan sterjen.

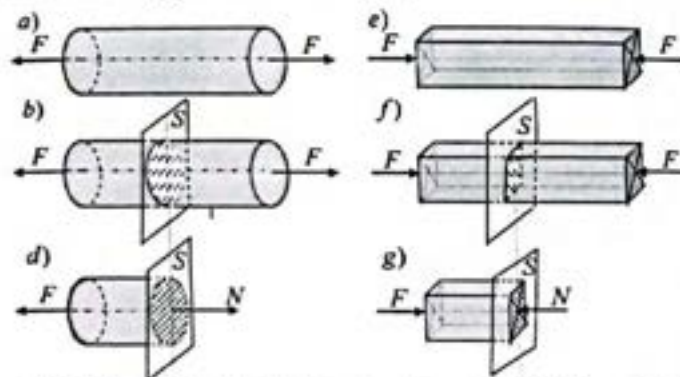
Nazorat savollari va topshiriqlar:

1. Qanday konstruktsiya elementlariga brus, sterjen, val, to'sin, plastinka, qobiq deb ataladi?
2. Brusning o'qi deb nimaga aytiladi?
3. Konstruktsiya elementlariga qo'yiladigan mustahkamlik, ustuvorlik va bikirlik asosiy talablarini izohlab bering.
4. Tashqi kuchlar qanday alomatlariga qarab tasniflanadi?
5. Statik yuklarni izohlang.
6. Dinamik yuklarni izohlang.
7. Deformatsiyaning qanday turlari mavjud va ularni izohlab bering.
8. Kesish usulining mohiyatini izohlab bering.
9. Kuchlanish deb nimaga aytiladi?
10. Normal kuchlanish va urinma kuchlanish deb nimaga aytiladi? Ularning o'lchov birliklari qanday bo'ladi?
11. To'la kuchlanishning fazoviy tashkil etuvchilarini izohlab bering.
12. O'rganilayotgan masalada ichki kuchlarni aniqlash uchun masalaning qaysi jihatlarini qarash lozim?
13. Materiallar qarshiligida qabul qilingan asosiy gipotezalarni izohlab bering.

2.1-§. Bo'ylama kuchlar va ularning epyuralarini qurish

Konstruksiya elementlarining markaziy cho'zilishi va siqilishi amaliyotda juda ko'p uchraydi. Masalan: ko'tarish kranlari yuk ko'targanda sim arqonlarining cho'zilishi, avtomobillarni shatakkaga olganda arqonlarining cho'zilishi, zavodlarda zaharli gazlarni atmosferaga chiqaradigan juda ham baland quvurlarning, teleminoralarining xususiy og'irligidan siqilishi va boshqalarni misol qilib keltirish mumkin.

Sirtqi cho'zuvchi yoki siquvchi kuchlar ta'sirida bo'lgan sterjenlar ko'ndalang kesimlarida faqat bo'ylama ichki kuch omili hosil bo'lib, qolgan beshta ichki kuch omillari nolga teng bo'lsa ($Q_x = Q_y = M_x = M_y = M_z = 0$), bunday sterjen markaziy cho'zilish (2.1, a)-chizma) yoki siqilish (2.1, e)-chizma) holatida bo'ladi. Sterjen ko'ndalang kesimining og'irlik markazlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgan va uning ko'ndalang kesimga normal bo'lgan bo'ylama kuchni N_z yoki N bilan belgilaymiz.



2.1-chizma. To'g'ri o'qli sterjenning cho'zilishi va siqilishi.

Demak, bunda birinchi bobda keltirilgan ichki kuch omillaridan faqat bittasi qoladi, ya'ni

$$N = \int_A \sigma_x dA. \quad (2.1)$$

Demak, bo'ylama kuch deb sterjenning ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan normal kuchlanishlarning teng ta'sir etuvchisiga aytiladi.

Bo'ylama kuchlarni aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz.

Cho'zuvchi bo'ylama kuchlarni qaralayotgan kesimdan tashqariga, siquvchi bo'ylama kuchlarni kesimga qaratib yo'naltiramiz. Cho'zuvchi bo'ylama kuchni musbat, siquvchi bo'ylama kuchni esa manfiy deb qabul qilamiz. Ko'ndalang kesimdagi bo'ylama kuchni kesimdan tashqariga yo'naltiramiz, agar hisoblash natijalarida bo'ylama kuch manfiy ishora bilan chiqsa, uning yo'nalishini teskari tomonga o'zgartiramiz.

Ba'zi bir murakkab hollarda N_z kuchning yo'nalishi noma'lum bo'lsa, uni kesimdan tashqariga yo'naltirish maqsadga muvofiqdir.

Agar hisoblash natijalarida N_z kuch manfiy ishora bilan chiqsa, uning yo'nalishini teskari tomonga o'zgartirib qo'yishimiz lozim. Murakkab hollarda, ya'ni sterjenga bir nechta kuchlar ta'sir etsa, N_z kuchning sterjen o'qi bo'ylab o'zgarishi bo'yicha to'liq tasavvurga ega bo'lish uchun uning grafisini qurish maqsadga muvofiqdir.

Sterjen ko'ndalang kesimida uning o'qi bo'ylab hosil bo'lgan bo'ylama kuchning o'zgarish qonunini ko'rsatuvchi grafik bo'ylama kuch epyurasi deb ataladi. Bo'ylama kuch epyurasini qurishni quyidagi misolda ko'rib chiqamiz (2.2-chizma).

Pastki uchi bilan mahkamlangan sterjen o'qi bo'ylab F_1 , F_2 va F_3 kuchlar bilan 2.2, a)-chizmada keltirilganidek yuklangan bo'lsin. Sterjenning har bir oraliq'i uchun ichki kuchlarni aniqlash va ularning epyuralarini qurish talab qilinsin, berilganlar $F_1 = 3F$, $F_2 = 5F$, $F_3 = 4F$ va $\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = \ell$.

Tayanchni reaksiya kuchi bilan almashtirib, uning yo'nalishini ko'rsatamiz (bu tayanchda gorizontall reaksiya kuchi va reaksiya moment nolga teng bo'ladi). Tayanch reaksiya kuchini aniqlaymiz, ya'ni statik muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.2, b)-chizma):

$$\sum z = 0; R - F_1 + F_2 - F_3 = 0, \text{ bundan } R = F_1 - F_2 + F_3 = 3F - 5F + 4F = 2F.$$

Sterjen ko'ndalang kesimlaridagi ichki kuchlarni aniqlash uchun uning xarakterli (kuch qo'yilgan nuqtalardagi yoki ko'ndalang kesimi o'zgargan nuqtalardagi) kesimlari bo'yicha uchta oraliqqa bo'linadi.

Sterjenni kesish usulidan foydalanib, 1-1, 2-2, 3-3 tekisliklar bilan kesamiz va har bir oraliqda qaralayotgan qism uchun statik muvozanat tenglamalarini tuzamiz. Ishni osonlashtirish uchun kesimni sterjenning erkin uchidan boshlash maqsadga muvofiqdir, chunki, bunda reaksiya kuchini aniqlash shart emas.

1-1 kesimdan yuqoridagi elementning muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.2, d)-chizma):

birinchi oraliqning o'zgarish sohasi $0 \leq z_1 \leq \ell_1$
 $-N_z^I - F_1 = 0$ yoki $N_z^I = -F_1$.

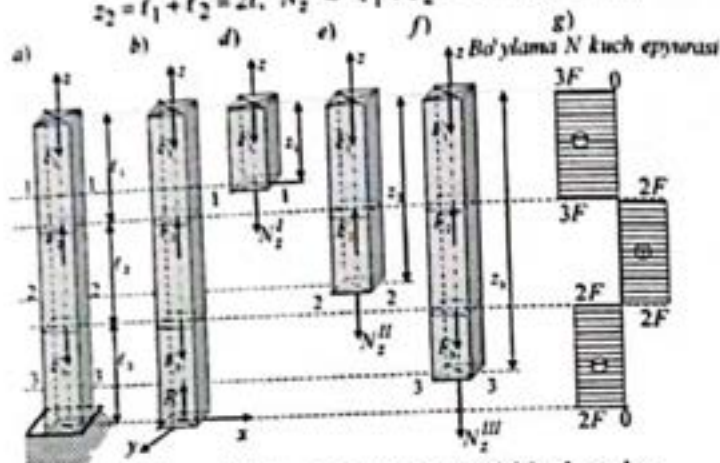
$$z_1 = 0, N_z^I = -F_1 = -3F, \quad z_1 = \ell_1 = \ell, N_z^I = -F_1 = -3F.$$

2-2 kesimdan yuqoridagi elementning muvozanat shartidan (2.2, e)-chizma:

ikkinchi oraliqning o'zgarish sohasi $\ell_1 \leq z_2 \leq (\ell_1 + \ell_2)$
 $-N_z^{II} - F_1 + F_2 = 0$ yoki $N_z^{II} = -F_1 + F_2$.

$$z_2 = \ell_1 = \ell, N_z^{II} = -F_1 + F_2 = -3F + 5F = 2F.$$

$$z_2 = \ell_1 + \ell_2 = 2\ell, N_z^{II} = -F_1 + F_2 = -3F + 5F = 2F.$$



2.2-chizma. To'plangan kuchlar ta'siridagi sterjen.

3-3 kesimdan yuqoridagi elementning muvozanat shartidan (2.2, f)-chizma):

uchinchi oraliqning o'zgarish sohasi $(\ell_1 + \ell_2) \leq z_3 \leq (\ell_1 + \ell_2 + \ell_3)$

$$-N_z^{III} - F_1 + F_2 - F_3 = 0 \text{ yoki } N_z^{III} = -F_1 + F_2 - F_3.$$

$$z_3 = (\ell_1 + \ell_2) = 2\ell, N_z^{III} = -F_1 + F_2 - F_3 = -3F + 5F - 4F = -2F.$$

$$z_3 = (\ell_1 + \ell_2 + \ell_3) = 3\ell, N_z^{III} = -F_1 + F_2 - F_3 = -3F + 5F - 4F = -2F.$$

Demak, sterjenning ixtiyoriy ko'ndalang kesimidagi ichki bo'ylama kuch, shu kesimdan (yuqori yoki pastki) olib qolingani qismining biriga ta'sir etuvchi barcha tashqi kuchlarning bo'ylama o'qiga proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng ekan.

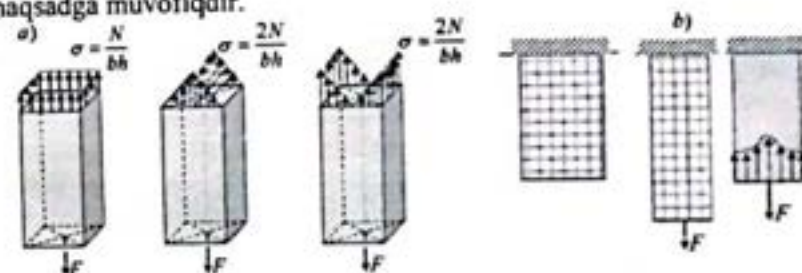
Turli oraliqlarda hosil bo'lgan bo'ylama kuch epyuralarini qurish uchun sterjen o'qiga parallel bo'lgan sanoq chiziq olamiz (2.2, g)-chizma). Sanoq chiziqlarning chap tomoniga manfiy va o'ng tomoniga

musbat ichki kuchlar qiymatlarini masshtabda perpendikulyar ravishda o'lchab qo'yamiz va aniqlangan nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan tutashiramiz. Hosil qilingan epyurani sterjen o'qiga perpendikulyar chiziqlar bilan shtrixlaymiz.

2.2-§. Brus ko'ndalang kesimidagi kuchlanishlar

Bo'ylama cho'zilgan (siqilgan) sterjenlarning ko'ndalang kesimida faqat normal kuchlanish σ hosil bo'ladi. Bo'ylama kuch juda kichik yuzasiga ta'sir etayotgan ichki $\sigma \cdot dA$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisi bo'lgani uchun uni (2.1) ko'rinishida ifodalash mumkin. Agar kuchlanishni aniqlashda masalani faqat statik tomondan qarasak, unda N bo'ylama kuchning bir qiymatiga kesim bo'yicha kuchlanishning cheksiz ko'p turli tarqalish qonuni to'g'ri keladi. 2.3, a)-chizmada keltirilgan normal σ kuchlanishning barcha tarqalish qonuniga, bo'ylama kuchning bir qiymati $N = F$ to'g'ri keladi.

Shunday qilib, kuchlanishning ko'ndalang kesim bo'yicha tarqalish qonuni aniq bo'lmaguncha (2.1) integral tenglamadan kuchlanishni aniqlab bo'lmaydi, demak, qaralayotgan masala statik aniqmas. Kuchlanishning cheksiz ko'p statik mumkin bo'lgan epyuralaridan biri haqiqiy hisoblanadi, agar u sterjenning deformatsiyalanish xarakteriga to'g'ri kelsa. Buning uchun masalaning geometrik tomonini tekshirish maqsadga muvofiqdir.



2.3-chizma. Normal kuchlanishning tarqalish qonunlari.

Tajribalar shuni ko'rsatadiki, agar sterjenning yon sirtiga sterjen o'qiga parallel va perpendikulyar to'g'ri chiziqlar o'tkazib to'r chizilsa, bo'ylama kuch ta'sirida deformatsiyadan keyin ham to'g'ri chiziqlar bir-biriga perpendikulyarligicha qoladi (2.3, b)-chizma).

Demak, fikran tasavvur qilishimiz mumkin, prizmatik sterjenlarning sirtidagi bo'ylama elementlari bir xil uzunlikka uzayadi. Unda tabiiy holki, ichki bo'ylama elementlari ham bir xil uzunlikka uzayadi, ya'ni

ko'ndalang kesimi parallel ravishda siljib ko'chadi. Bu tajriba tekis kesim gipotezasiga to'g'ri keladi, bu gipotezani birinchi bo'lib golland olimi Ya. Bernulli aytganligi uchun uning nomi bilan ham yuritiladi.

Tekis kesim gipotezasi – sterjenning deformatsiyagacha tekis bo'lgan va sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan kesimlari deformatsiyadan keyin ham tekis va sterjen o'qiga perpendikulyar.

Fikran sterjendan ajratilgan barcha bo'ylama elementlar bir xil sharoitda bo'ladi, unda ko'ndalang kesimning barcha nuqtalaridagi normal kuchlanishlar bir xil bo'lishi shart: $\sigma = \text{const}$, shuning uchun ham (2.1) formuladan:

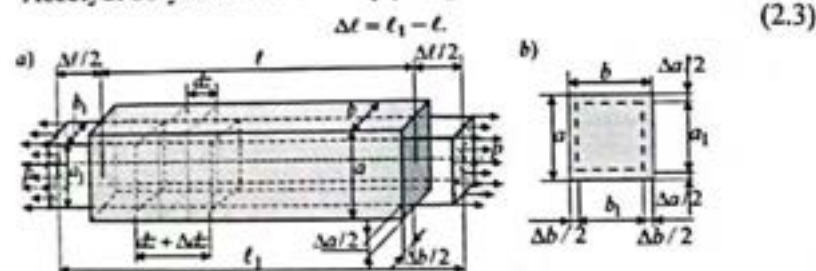
$$\sigma = N/A. \quad (2.2)$$

Normal kuchlanishning o'lchov birligi N/m^2 ; Pa.

2.3-§. Cho'zilish va siqilishda bo'ylama deformatsiya. Guk qonuni

Tajribalar shuni ko'rsatadiki, sterjenga o'qi bo'yicha yo'nalgan cho'zuvchi kuch ta'sir etsa, uning uzunligi ortadi, ko'ndalang kesim o'lchamlari esa qisqaradi (2.4, a)-chizma). Siqilishda teskarisi ro'y beradi, ya'ni siqilishda sterjen uzunligi qisqaradi, ko'ndalang kesim o'lchamlari ortadi. Sterjenning dastlabki uzunligi l ga, deformatsiyadan keyingi uzunligi l_1 ga teng bo'lsin. Sterjen uzunligining ortishi *absolyut bo'ylama cho'zilish*, kamayishi esa *absolyut bo'ylama qisqarish* deb ataladi va u Δl bilan belgilanib, m metrlarda o'lchanadi.

Absolyut bo'ylama cho'zilish quyidagi formula bilan ifodalanadi:



2.4-chizma. Cho'zuvchi kuch ta'siridagi sterjen.

Qaralayotgan sterjendan fikran uzunligi dz bo'lgan cheksiz kichik element ajratib olamiz. Kuch qo'yilgandan keyin element Δdz absolyut bo'ylama cho'zilishga ega bo'ladi.

Sterjen uzunlik birligiga to'g'ri keluvchi absolyut bo'ylama deformatsiya *nisbiy bo'ylama deformatsiya* deb ataladi va ϵ bilan

belgilanadi:

$$\epsilon = \frac{\Delta dz}{dz}; \Delta dz = \epsilon dz.$$

Markaziy cho'zilishda barcha kesimlarda $\sigma = \text{const}$ va $\epsilon = \text{const}$ ekanligini hisobga olib, sterjenning butun uzunligi bo'yicha kichik elementlarning cho'zilishlari yig'indisi quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta l = \int_0^l \epsilon dz = \epsilon \int_0^l dz = \epsilon \cdot l.$$

Shunday qilib, markaziy cho'zilishda nisbiy bo'ylama deformatsiya quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (2.4)$$

Bu formuladan ko'rinib turibdiki, nisbiy bo'ylama deformatsiya o'lchov birliksiz miqdor.

Turli materiallardan yasalgan sterjen namunalari ustida cho'zilish va siqilishga o'tkazilgan tajribalar shuni ko'rsatadiki, cho'zuvchi kuch va siqilishga o'tkazilgan tajribalar shuni ko'rsatadiki, cho'zuvchi kuch ma'lum bir chegaraga yetguncha absolyut bo'ylama deformatsiya kuchga hamda sterjen uzunligiga to'g'ri proporsional va ko'ndalang kesim yuzasiga, teskari proporsional ekan. Bu mulohazalarning matematik ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA}. \quad (2.5)$$

Bu formula Guk qonunining tajriba natijasi ifodasidir.

Yuqoridagi (2.5) formuladan ko'rinib turibdiki, absolyut bo'ylama deformatsiya cho'zuvchi kuch va sterjen uzunligiga to'g'ri proporsional, elastiklik moduli va ko'ndalang kesim yuziga teskari proporsional. Bu ifodadagi E bo'ylama elastiklik moduli deb ataladi. Bo'ylama elastiklik moduli materialning cho'zilishga (siqilishga) qarshilik ko'rsata olish xususiyatini bildiradi. O'lchov birligi N/m^2 . $A \cdot E$ sterjen ko'ndalang kesimining cho'zilish (siqilish)dagi *bikirligi* deb ataladi.

(2.5) formulaning har ikkala tomonini sterjen uzunligi l ga bo'lsak, quyidagi hosil bo'ladi:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{EA} \text{ yoki } \epsilon = \frac{N}{EA}. \quad (2.6)$$

Ushbu (2.6) formulaga (2.2) ifoda qo'yilsa, Guk qonunining boshqa ko'rinishdagi matematik ifodasi hosil bo'ladi:

$$\sigma = E\epsilon. \quad (2.7)$$

Guk qonuni fizik qonun bo'lib, u σ normal kuchlanish ϵ nisbiy bo'ylama deformatsiyaga to'g'ri proporsional bog'lanishda ekanligini

ifodalaydi.

(2.7) formuladan quyidagini hosil qilish mumkin:

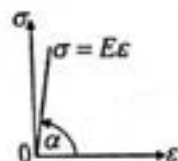
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}, \quad (2.8)$$

ya'ni elastiklik moduli normal kuchlanishning o'ziga to'g'ri keluvchi nisbiy bo'ylama deformatsiyaga nisbatini ifodalaydi. Guk qonunini grafik ko'rinishida ham tasvirlash mumkin (2.5-chizma).

Buning uchun ma'lum masshtabda gorizontaal o'q bo'yicha nisbiy bo'ylama deformatsiyani, vertikal o'q bo'yicha esa normal kuchlanishlarni qo'yib quriladi. Natijada og'ma to'g'ri chiziq hosil bo'ladi.

Xulosa

1. Elastiklik modulining geometrik ma'nosi – cho'zilish diagrammasidagi og'ma to'g'ri chiziqli qismi bilan ϵ o'q orasidagi burchakning tangensi, elastiklik moduliga to'g'ri proporsionalligini bildiradi, ya'ni



2.5-chizma. Kuchlanish va deformatsiyaning bog'lanish diagrammasi.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \approx \operatorname{tg} \alpha. \quad (2.9)$$

2. Elastiklik modulining fizik ma'nosi – sterjenning ikki marta uayishini ta'minlovchi kuchlanishni bildiradi. Ya'ni $E = \sigma$, bunda absolyut bo'ylama deformatsiya $\Delta l = l$ bo'lganda, nisbiy bo'ylama deformatsiya $\epsilon = 1$ bo'ladi. Bundan, elastik deformatsiyalanish sohasida σ kuchlanishning erishadigan haqiqiy qiymati taxminan ming marta kichik bo'ladi.

2.4-§. Ko'ndalang deformatsiya

Sterjen bo'ylama deformatsiyalanganda, uning ko'ndalang kesim o'lchamlarining o'zgarishi ro'y beradi. Cho'zuvchi kuch ta'sir etsa, sterjen uzunligi ortadi, ko'ndalang kesim o'lchamlari qisqaradi. Siqilishda teskarisi ro'y beradi, ya'ni uzunligi qisqaradi, ko'ndalang kesim o'lchamlari esa ortadi (2.4, b)-chizma). Cho'zilish va siqilishda sterjen ko'ndalang kesim o'lchamlarining o'zgarishi ko'ndalang

deformatsiya deb ataladi. Sterjenning dastlabki ko'ndalang kesim o'lchamlarini a va b bilan belgilaymiz (2.4-chizma). Bu o'lchamlaridan biri a tomonining deformatsiyasini qaraymiz, sterjen cho'zilganda ko'ndalang a o'lcham Δa ga qisqaradi, bunga *absolyut ko'ndalang deformatsiya* deyiladi, ya'ni

$$\Delta a = a - a_1. \quad (2.10)$$

Absolyut ko'ndalang deformatsiyaning dastlabki o'lchamga nisbati:

$$\epsilon_1 = \frac{\Delta a}{a}, \quad (2.11)$$

nisbiy ko'ndalang deformatsiya deb ataladi.

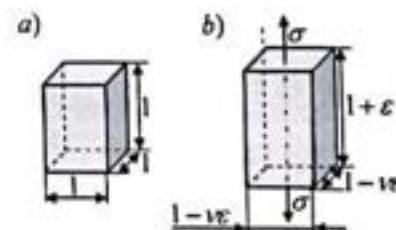
Nisbiy ko'ndalang deformatsiya tegishli nisbiy bo'ylama deformatsiyaga to'g'ri proporsional va ishorasi bo'yicha teskari:

$$\epsilon_1 = -\nu \epsilon, \quad (2.12)$$

bu yerda ν ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti bo'lib, materialning mexanik tavsiflaridan birini ifodalaydi, bu koeffitsient kattaligi birinchi bo'lib matematik yo'l bilan fransuz matematigi Puasson tomonidan aniqlangan. Bu koeffitsient nisbiy ko'ndalang deformatsiyaning nisbiy bo'ylama deformatsiyaga nisbatining absolyut qiymatiga teng bo'lgan o'zgarma miqdordir:

$$\nu = \left| \frac{\epsilon_1}{\epsilon} \right| \quad (2.13)$$

Ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti miqdori qanday chegarada o'zgarishini aniqlaymiz. Buning uchun 2.6-chizmadagi sterjenning dastlabki holatidan tomonlari uzunliklari bir birlikka teng bo'lgan elementar kubni fikran ajratib olamiz (2.6, a)-chizma). Sterjen cho'zilganda qaralayotgan kub o'lchamlari o'zgaradi, ya'ni vertikal yo'nalishdagi uzunligi ϵ nisbiy cho'zilish miqdoriga ortadi, ko'ndalang kesimning qolgan har bir o'lchami $\epsilon_1 = -\nu \epsilon$ nisbiy siqilish miqdoriga kamayadi.



2.6-Elementar kubning deformatsiyasi.

Natijada kubning balandligi $1+\epsilon$, asos tomonlari $1-\nu\epsilon$ ga teng bo'lgan qiymatlarga erishadi (2.6, b)-chizma).

Elementar kubning dastlabki hajmi $V=1$ birlikka teng, deformatsiyadan keyin esa kubning hajmi $V'=(1+\epsilon)(1-\nu\epsilon)^2$ ga teng bo'ladi. Bu ifodadagi hadlarni ko'paytirib, ikkinchi tartibli kichik hadlarni e'tiborga olmasak, kub hajmining nisbiy o'zgarishi quyidagiga teng:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V' - V}{V} = \frac{1 + \epsilon(1 - 2\nu) - 1}{1} = \epsilon(1 - 2\nu), \text{ yoki } \frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma}{E}(1 - 2\nu) \quad (2.14)$$

2.1-jadval Elastiklik moduli va Puasson koeffitsienti qiymatlari

Materiallarning nomi	Elastiklik moduli E		Ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti
	N / sm ²	MPa	
Uglerodli po'lat	$21 \cdot 10^7$	$21 \cdot 10^5$	0,24 - 0,30
Alyuminiy qotishmalari	$0,72 \cdot 10^7$	$0,72 \cdot 10^5$	0,26 - 0,36
Titan $0,72 \cdot 10^5$	$1,12 \cdot 10^7$	$1,12 \cdot 10^5$	-
Mis	$(1,0 - 1,3) \cdot 10^7$	$(1,0 - 1,3) \cdot 10^5$	0,31 - 0,34
Cho'yan	$(1,15 - 1,6) \cdot 10^7$	$(1,15 - 1,6) \cdot 10^5$	0,23 - 0,27
Qarag'ay to'lalari bo'ylab to'lalariga ko'ndalang yo'nalishi bo'ylab	$(0,1 - 0,12) \cdot 10^7$	$(0,1 - 0,12) \cdot 10^5$	-
	$(0,0005 - 0,01) \cdot 10^7$	$(0,0005 - 0,01) \cdot 10^5$	-
Beton	$(0,15 - 0,23) \cdot 10^7$	$(0,15 - 0,23) \cdot 10^5$	0,16 - 0,18
Granit	$0,49 \cdot 10^7$	$0,49 \cdot 10^5$	-
Marmar	$0,56 \cdot 10^7$	$0,56 \cdot 10^5$	-
G'isht qatlami	$(0,027 - 0,03) \cdot 10^7$	$(0,027 - 0,03) \cdot 10^5$	-
Oyna	$0,1 \cdot 10^7$	$0,1 \cdot 10^5$	0,25
Plastik oyna SVAM	$0,35 \cdot 10^7$	$0,35 \cdot 10^5$	0,43
Nekistolit	$(0,07 - 0,13) \cdot 10^7$	$(0,07 - 0,13) \cdot 10^5$	-
Kauchukli rezina	$(0,00008) \cdot 10^7$	$(0,00008) \cdot 10^5$	0,50
Po'kak (tiqin)	-	-	0,00

Sterjen cho'zilganda yuqoridagi tenglikdan $(1-2\nu) \geq 0$ bo'lgani uchun $\nu \leq 1/2$ bo'lganligi sababli sterjen hajmi ortadi, siqilishda esa aksincha, sterjen hajmi kamayadi.

Xulosa:

1. Ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti nazariy jihatdan 1 dan 0,5 gacha o'zgaradi. Ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti xuddi elastiklik modul kabi aynan bir material uchun elastik deformatsiyalar chegarasida o'zgaras miqdor (2.1-jadval).

2. Ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti anizotrop materiallar uchun turli yo'nalishlari bo'yicha turli xil qiymatlarga ega bo'ladi.

Turli materiallar uchun ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti va elastiklik moduli qiymatlari tajriba yo'li bilan aniqlanadi.

2.5-§. Cho'zilish va siqilishda sterjenlarni mustahkamlikka hisoblash

Konstruksiya elementlarining kesimi, uning ishlash davrining boshidan to oxirigacha yemirilmasligi va materialning iqtisodiy tejami bo'lish talabini e'tiborga olgan bir vaqtda katta deformatsiya hosil bo'lmasligini to'liq ta'minlash kerak.

Ko'ndalang kesimning zarur o'lchamlari konstruksiya elementini mustahkamlikka, bikirlikka va ustuvorlikka hisoblash natijasida aniqlanadi.

Mustahkamlikka hisoblashda quyidagi talab bajarilishi lozim: konstruksiya elementlarida hosil bo'ladigan eng katta kuchlanish (normal, urinma yoki ularning kombinatsiyalari) material uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish qiymatidan ortib ketmasligi shart.

Konstruksiya elementlarini mustahkamlikka hisoblashning quyidagi usullari mavjud:

I. Ruxsat etilgan kuchlanish usuli.

II. Chegaraviy holatlar usuli.

III. Xavfli yuklar usuli.

Hozircha konstruksiya elementlarini mustahkamlikka hisoblash usulini qisqacha ko'rib chiqamiz.

Konstruksiya elementlarini bikirlikka va ustuvorlikka hisoblash usullarini keyingi boblarda qaraymiz.

I. Ruxsat etilgan kuchlanish usuli

Konstruksiya elementlarining xavfli ko'ndalang kesimlarida hosil bo'ladigan eng katta normal kuchlanish qiymati, shu konstruksiya materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanishdan ortib ketmasa,

bunday konstruksiya elementlarining mustahkamligi ta'minlangan hisoblanadi.

Konstruksiya elementlarining uzoq ishlash davrida yemirilmasligini ta'minlaydigan eng katta kuchlanishga *ruxsat etilgan kuchlanish* deb ataladi. Ruxsat etilgan normal kuchlanish σ_{adm} kabi belgilanadi. Sterjen materiali cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatsa, ruxsat etilgan normal kuchlanish cho'zilishda $(\sigma_{adm})_t$ va siqilishda $(\sigma_{adm})_c$ kabi belgilanadi.

Sterjen materiali cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatsa, cho'zilish va siqilishda ruxsat etilgan kuchlanishlari qiymatlari 2.2-jadvalda turli materiallar uchun berilgan.

2.2-jadval
Materiallarning ruxsat etilgan kuchlanishlari

Materiallarning nomi	Ruxsat etilgan kuchlanish MPa	
	Cho'zilishda $(\sigma_{adm})_t$	Siqilishda $(\sigma_{adm})_c$
Prokat po'lat rusumlari:		
BC2		14
BC3		16
Kam uglerodli mashinasozlik po'lat		60-250
Kam uglerodli mashinasozlik po'lat ligerlangan		100-400 va yuqori
Tekistolit		30-40
Getinaks		50-70
Mis		30-120
Bronza		60-120
Duralyuminiy		80-150
Alyumin		30-90
G'isht o'rimi	0,2	0,6-2,5
Tosh o'rimi	0,3	0,4-4
Kulrang cho'yan	28-80	120-160
Beton	0,1-0,7	1-9
Sosna yel:		
Tolalari bo'ylab	7-10	10-12
Tolalariga ko'ndalang	-	5
Dub: Tolalari bo'ylab	9-13	13-15
Dub: Tolalariga ko'ndalang	-	2-3,5

Plastik materiallardan tayyorlangan konstruksiya elementlar xavf-xatarsiz ishlashini ta'minlovchi ruxsat etilgan kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y}{n_y} \quad (2.15)$$

Bunda, σ_y - materialning oquvchanlik chegarasi; n_y oquvchanlik chegarasi bo'yicha ehtiyot koeffitsienti bo'lib, qiymati 1,5 + 2,5 ga teng.

Mo'rt materiallardan tayyorlangan konstruksiya elementlari xavf-xatarsiz ishlashini ta'minlovchi ruxsat etilgan kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_u}{n_u} \quad (2.16)$$

Bunda σ_u - materialning vaqtincha qarshiligi (mustahkamlik chegarasi); n_u vaqtincha qarshilik bo'yicha ehtiyot koeffitsienti bo'lib, qiymati 2,5 + 5,0 ga teng.

Turli materiallar uchun mustahkamlik chegaralari 2.3-jadvalda berilgan.

Yog'och materiallari uchun esa mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti 3 dan 8 gacha oraliqda tanlanadi.

Cho'zilishga va siqilishga ishlovchi konstruksiya elementlarining mustahkamlik shartlari, ruxsat etilgan kuchlanishlar bo'yicha quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{max,t} = \frac{N_{max,t}}{A} \leq \sigma_{adm} \text{ va } \sigma_{max,c} = \frac{N_{max,c}}{A} \leq \sigma_{adm} \quad (2.17)$$

Sterjenning eng katta kuchlanish hosil bo'lgan kesimiga xavfli kesim deb ataladi.

Umumiy holda cho'zilgan va siqilgan sterjenlarning mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A_{neno}} \leq \sigma_{adm} \quad (2.18)$$

Bunda A_{neno} - ko'ndalang kesim yuzadan teshik (kertik) yuzalarni chiqarib tashlagandan keyingi yuza.

Ushbu (2.18) ifodadan foydalanib, sterjen uchun aniqlanishi lozim bo'lgan tavsiflariga qarab quyidagi uch turdagi masalani yechish mumkin:

Sterjenni mustahkamlikka tekshirish
Bunda quyida keltirilgan formula yordamida sterjen mustahkamligi ta'minlanadi:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (2.19)$$

Materiallarning mustahkamlik chegaralari 2.3-jadval

Materiallarning nomi	Oquvchanlik chegarasi σ_y MPa	Mustahkamlik chegarasi MPa	
		Cho'zilishda σ_{uzl}	Siqilishda σ_{sq}
Prokat po'lat rusumlari			
BCt3kp	185-235	360-365	
BCt3ps	235-275	370-400	
BCt3sp	235-270	370-400	
09g2(margenslang an)	235-270	430-500	
10XSND Xromkremnenikelli	390	530	
12u2SMF (ligerlangan termik puxtalangan)	590	685	
Titanli VT4	550-650	700-850	
Chugun kulrang SCH	-	120-800	500-1500
Granit	-	3	120-260
G'isht	-	0,7-3,0	7-30
Beton	-	0,4-2,6	2,8-43,8
Sosna yel:	-		
Tolalari bo'ylab	-	80	40
Tolalariga ko'ndalang	-	-	5
Tekistolit	-	100	250
Orgsteklo CT-I	-	78	120
Sterloplastik CBAM 1:1	-	480-500	420

Sterjenni cho'zuvchi (siquvchi) kuchlar va uning ko'ndalang kesim o'lchamlari berilgan bo'lsa, unda xavfli kesimdagi maksimal normal kuchlanishni aniqlab, uni berilgan ruxsat etilgan kuchlanish bilan taqqoslaymiz. Taqqoslash natijasi orasidagi farq $\pm 5\%$ bo'lishi kerak. Agar kuchlanish orasidagi farq $+5\%$ dan ortiq bo'lsa, unda sterjen ortiqcha kuchlanishga qarshilik ko'rsatib, xavfli holatda bo'ladi. Agar kuchlanish orasidagi farq -5% dan kam bo'lsa, unda sterjen materialidan to'liq foydalanilmagan bo'ladi.

1. Sterjen ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlash.

Agar sterjenga ta'sir etuvchi kuchlar va uning materiali ma'lum bo'lsa, unda sterjenning xavfsiz ko'ndalang kesim o'lchamlari quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A_{\text{netto}} \geq \frac{N_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}} \quad (2.20)$$

2. Sterjen ko'tara oladigan eng katta kuchni aniqlash.

Agar sterjenning ko'ndalang kesimi o'lchamlari va uning materiali berilgan bo'lsa, sterjen ko'tara oladigan eng katta kuch quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$N_{\max} \leq A \sigma_{\text{adm}} \quad (2.21)$$

Ruxsat etilgan kuchlanish xavfli kuchlanishdan bir necha marta kichik bo'lishi lozim.

II. Sterjenlarni mustahkamlikka tekshirishda chegaraviy holat usuli.

Chegaraviy holat usuli konstruksiyalarga ta'sir etuvchi turli omillarning ta'sirini to'la hisobga oladi.

Konstruksiyaning chegaraviy holati deb uni normal ekspluatatsiya qilib bo'lmaydigan holatiga aytiladi.

Qurilish me'yori va qoidalarining (QMQ) chegaraviy holati uchta guruhga bo'lingan.

Birinchi guruh chegaraviy holati konstruksiyaning yuk ko'tarish qobiliyatini mustahkamlik yoki ustuvorligini yo'qotishi bilan aniqlanadi.

Ikkinchi guruh chegaraviy holati konstruksiya juda ham katta deformatsiya hosil qilishi yoki tebranishi bilan aniqlanadi.

Uchinchi guruh chegaraviy holati konstruksiyada yoriqlarning paydo bo'lib rivojlanishi va boshqa darzlar hosil bo'lish bilan aniqlanadi.

Bu mavzuda konstruksiyaning birinchi tur chegaraviy holati bo'yicha mustahkamlikka hisoblashni ko'rib chiqamiz.

Konstruksiyalarni ruxsat etilgan normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlikka hisoblashda bitta umumiy ehtiyotlik koeffitsienti kiritiladi. Birinchi guruh chegaraviy holati bo'yicha konstruksiyani mustahkamlikka hisoblashda moyilroq yondoshuv bilan zaruriy ehtiyotlik mustahkamligini ta'minlash bilan farq qiladi. Bunda bitta ehtiyotlik koeffitsienti o'miga bir nechta koeffitsientlar kiritiladi.

Mustahkamlikni ta'minlashda hisobiy yuk miqdori quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$F = F_n \cdot \gamma_f. \quad (2.22)$$

Yuklanishda QMQ da keltirilgan, me'yoriy F_n yuk miqdoriga nisbatan yukning ortishini hisobga oluvchi ishonchlik γ_f koeffitsienti.

Bu ifodadagi ehtiyotlik koeffitsienti doimiy yuklar uchun $\gamma_f = 1,05 + 1,3$. Vaqtincha yuklar uchun $\gamma_f = 1,05 + 1,4$. Masalan, qor va shamol uchun $\gamma_f = 1,4$.

Konstruksiya materialining na'munada o'tkazilgan tajriba natijalariga nisbatan, me'yoriy R_n qarshiligining mumkin bo'lgan kamayishini hisobga oluvchi, material bo'yicha ishonchlik γ_m koeffitsienti kiritilgan. Plastik materiallar uchun me'yoriy qarshilik sifatida oquvchanlik chegarasi, mo'rt materiallar uchun mustahkamlik $R_n = \sigma_u$ chegarasi qabul qilinadi. Po'lat konstruksiyalar uchun material bo'yicha ehtiyotlik koeffitsienti $\gamma_m = 1,025 + 1,15$ oralig'idagi qiymatlarni qabul qiladi.

Materialning hisobiy qarshiligi deb ataluvchi miqdor quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$R_{des} = \frac{R_n}{\gamma_m}. \quad (2.23)$$

Qurilish po'lati uchun materialning hisobiy qarshiligi quyidagicha aniqlanadi:

$$R_{des} = \frac{\sigma_y}{\gamma_m}. \quad (2.24)$$

va u oquvchanlik chegarasi bo'yicha materialning hisobiy qarshiligi deb yuritiladi. Ba'zi bir materiallarning hisobiy qarshiligi 2.4-jadvalda keltirilgan. Bu haqdagi ma'lumotlarni kengroq QMQ dan olish mumkin.

Konstruksiyalarni mustahkamlikka hisoblashda ularning ish sharoitini e'tiborga oluvchi koeffitsient $\gamma_{t,sh}$ ham kiritiladi. Bu koeffitsient $\gamma_{t,sh} = 0,75 + 1,0$ qiymatlar oralig'ida o'zgaradi.

Mustahkamlikka hisoblashda birinchi chegaraviy holat quyidagi talabga keltiradi, ya'ni eng katta cho'zuvchi $\sigma_{max,t}$ kuchlanish va eng katta siquvchi $\sigma_{max,c}$ kuchlanishning absolyut qiymati hisob yuk miqdori, cho'zilishdagi $R_{des,t}$ va siqilishdagi $R_{des,c}$ hisobiy qarshiliklarning ish sharoitini e'tiborga oluvchi koeffitsientiga ko'paytmasi miqdoridan ortib ketmasligi lozim:

$$\sigma_{max,t} \leq \gamma_{t,sh} R_{des,t}; \quad \sigma_{max,c} \leq \gamma_{t,sh} R_{des,c}. \quad (2.25)$$

2.4-jadval

Hisobiy qarshiliklar

Materiallarning nomi	Hisobiy qarshilik MPa		
	Cho'zilish $R_{des,t}$	Siqilish $R_{des,c}$	Siljis $R_{des,sl}$
Prokat po'lat markalari:			
VSt3kp	175-230		100-140
VSt3ps, VSt3sp	230-280		140-170
09G2(marganslanga n)	290-360		180-215
10xSMD Xromkremnenikelli	355		210
12G2SMF(legirlangan termik ishlov berilgan)	515		310
Alyumin qotishmasi	125-200		75-120
Kulrang cho'yan	95-100	160-250	40-75
Beton	0,26-1,68	2,13-33,6	-
Sosna yel:			
tolalari bo'yicha	10	13	2,4
egilishda	13	13	2,4

Agar material cho'zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatsa, unda mustahkamlikka tekshirish absolyut qiymati bo'yicha eng katta normal kuchlanish bo'yicha hisoblanadi:

$$\sigma_{max} \leq \gamma_{t,sh} R_{des}. \quad (2.26)$$

Urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\tau_{max} \leq \gamma_{t,sh} R_{des,sl}. \quad (2.27)$$

Bunda $R_{des,ul}$ siljishdagi hisobiy qarshilik bo'lib plastik materiallar uchun $R_{des,ul} = 0,6R_{des}$ ga teng.

Markaziy cho'zilish yoki siqilishda sterjenning xavfli kesimida quyidagi mustahkamlik shartlari (2.25-2.27) shartlar kabi bajarilishi lozim:

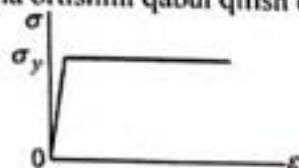
$$\sigma_{max,l} = \frac{N_{max,l}}{A} \leq \gamma_{l,sh} R_{des,l} \quad (2.28)$$

$$\sigma_{max,c} = \frac{N_{max,c}}{A} \leq \gamma_{c,sh} R_{des,c} \quad (2.29)$$

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \leq \gamma_{l,sh} R_{des} \quad (2.30)$$

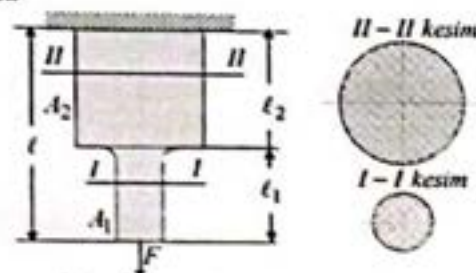
Bu formulalardagi bo'ylama kuchlar absolyut qiymatlari bilan olinadi.

III. Sterjenlarni mustahkamlikka tekshirishda xavfli yuklar usuli Prandtl diagrammasiga (2.7-chizma) bo'ysinuvchi materialdan yasalgan konstruksiya uchun xavfli yuk sifatida uning elementlarida plastik deformatsiya yetarlicha katta bo'lgan yuk qabul qilinadi. Bunda konstruksiya yukning yana ortishini qabul qilish qobiliyati yo'qoladi.



2.7-chizma. Prandtl diagrammasi.

Masalan 2.8-chizmada keltirilgan o'zgarmas kesimli pog'onali sterjen plastik materialdan tayyorlangan bo'lsa, xavfli yuk $F_{lim} = \sigma_y A_1$ mo'rt materialdan yasalgan bo'lsa, xavfli yukni $F_{lim} = \sigma_u A_1$ sifatida qabul qilish lozim.



2.8-chizma. Pog'onali sterjen.

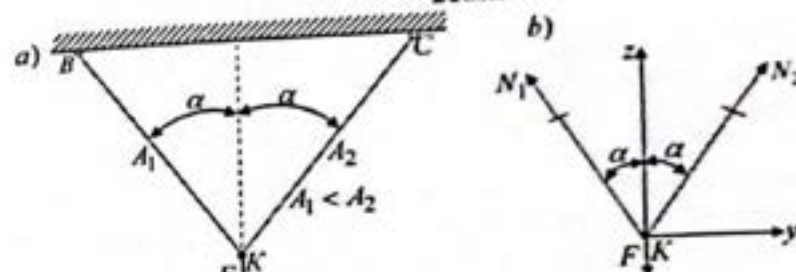
Statik aniq sterjenlar sistemasida tashqi kuch ta'siridan hosil bo'lgan zo'riqish K tugun uchun tuzilgan statika muvozanat tenglamalaridan aniqlanadi (2.9-chizma).

$$\sum z = 0; N_1 \cos \alpha + N_2 \cos \alpha - F = 0; \quad (2.31)$$

$$\sum y = 0; N_1 = N_2.$$

Bu tenglamalardan

$$N_1 = N_2 = \frac{F}{2 \cos \alpha} \quad (2.32)$$



2.9-chizma. Sterjenlar sistemasi.

Plastik material uchun xavfli yuk, ko'ndalang kesim yuzasi kichik bo'lgan BK sterjenda hosil bo'lgan kuchlanish σ_y ga teng. Unda xavfli yuk quyidagiga teng bo'ladi:

$$F_{lim} = 2\sigma_y A_1 \cos \alpha. \quad (2.33)$$

Mo'rt materiallar uchun kuchlanish σ_u ga teng bo'lgandagi yuk qabul qilinadi.

Unda xavfli yuk quyidagiga teng bo'ladi:

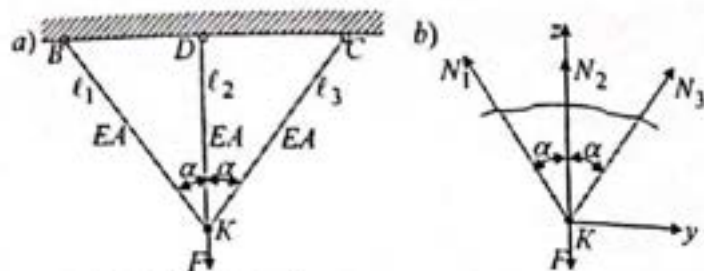
$$F_{lim} = 2\sigma_u A_1 \cos \alpha. \quad (2.34)$$

Tajribalarning ko'rsatishicha, statik aniqmas sterjenlar materiali Prandtl diagramasiga bo'ysinuvchi sistemasiga ta'sir etuvchi sirtqi kuchning sekin-asta ortishi bilan kuchlanish quyidagi uch xil kuchlanganlik holatida hosil bo'lishi mumkin 2.10-chizma:

1. Statik aniqmas sterjenlar sistemasida oquvchanlik chegarasiga teng bo'lgan kuchlanish avval o'rtadagi sterjenlarda hosil bo'ladi $N_{2y} = \sigma_y A$.

2. Statik aniqmas sterjenlar sistemasida oquvchanlik chegarasiga teng bo'lgan kuchlanish avval chetki sterjenlarda hosil bo'ladi.

3. Statik aniqmas sterjenlar sistemasida oquvchanlik chegarasiga teng bo'lgan kuchlanish barcha sterjenlarda hosil bo'ladi.



2.10-chizma. Statik aniqmas sterjenlar sistemasi.

Birinchi ikki holatda konstruktsiya ishdan chiqmaydi, chunki o'rtadagi sterjenda kuchlanish oquvchanlik chegarasiga teng bo'lganda chetki sterjenlarda kuchlanish oquvchanlik chegarasiga yetmaydi va aksincha.

Uchinchi holatda barcha sterjenlarda kuchlanish oquvchanlik chegarasiga teng bo'lganda, konstruktsiya to'la yemiriladi, barcha sterjenlardagi kuchlar teng bo'ladi $N_{1y} = N_{2y} = N_{3y} = \sigma_y A$. Bunda xavfli yuk statikaning muvozanat shartidan aniqlanadi:

$$\sum Z = 0; \quad N_{2y} + (N_{1y} + N_{3y}) \cos \alpha - F_{\text{lim}} = 0. \quad (2.35)$$

$$F_{\text{lim}} = A \sigma_y (1 + 2 \cos \alpha)$$

Agar qaralayotgan sistema mo'rt materialdan yasalgan bo'lsa, unda xavfli yuk o'rtadagi sterjenda hosil bo'lgan kuchlanish σ_u mustahkamlik chegarasiga yetgan holatiga to'g'ri keladi.

Xavfli yuk miqdorini aniqlab, sterjenlar va sterjenlar sistemalari yuk ko'tarish qobiliyatini quyidagi formula bilan o'rnatish mumkin:

$$F_{\text{adm}} \leq \frac{F_{\text{lim}}}{n}. \quad (2.36)$$

Bunda F_{adm} ruxsat etilgan kuch. n -mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti.

2.6-§. Bikirlik sharti

Mashina va inshootlarning normal ishlashini ta'minlash maqsadida ba'zan ularning konstruktsiya elementlari o'lchamlarini shunday tanlash kerakki, unda bikirlik sharti bajarilishi ta'minlanishi lozim. Cho'zilish va siqilishda konstruktsiya elementlarining bikirlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta \ell = \sum \int \frac{N(z) dz}{EA(z)} \leq \Delta \ell_{\text{adm}} \quad (2.37)$$

Bunda

$\Delta \ell$ - absolyut deformatsiya;

$\Delta \ell_{\text{adm}}$ - ruxsat etilgan absolyut deformatsiya.

Shuni eslatib o'tish lozimki, hisob ishlari bikirlik sharti bo'yicha olib borilganda, albatta mustahkamlik sharti bo'yicha tekshirib ko'rish lozim. Agar bikirlik sharti bajarilib, mustahkamlik sharti bajarilmasa, unda masalani mustahkamlik sharti bilan yechish zarur.

Deformatsiyalarning boshqa oddiy turlarida sterjenni mustahkamlikka va bikirlikka hisoblash ishlari xuddi shu kabi olib boriladi. Konstruktsiya elementlarining bikirlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\theta \leq \theta_{\text{adm}} \quad (2.38)$$

Murakkab kuchlanganlik holatlarida mustahkamlikka hisoblashni keyinroq ko'rib chiqamiz.

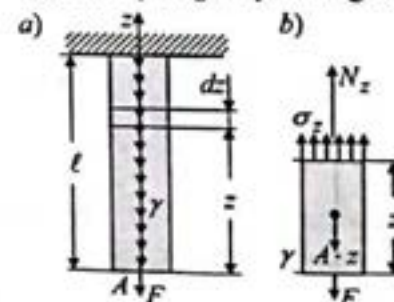
2.7-§. Cho'zilish va siqilish deformatsiyalarida xususiy og'irlikni hisobga olish

Amaliyotda uchraydigan ko'pgina konstruktsiya elementlarining xususiy og'irligini e'tiborga olish lozim. Yuqori uchi bilan mahkamlangan pastki erkin uchiga qo'yilgan to'plangan F kuch va xususiy og'irligi ta'siridagi, ko'ndalang kesimi A o'zgarmas bo'lgan uzun sterjenning cho'zilish masalasini ko'rib chiqamiz (2.11, a)-chizma). Uning xususiy og'irligi o'qi bo'yicha teng taqsimlangan bo'lsin.

Sterjenning ixtiyoriy kesimidagi normal kuchlanishni aniqlash uchun uning erkin uchidan z masofada fikran kesib, ikki bo'lakka ajratamiz va sterjenning pastki qismining muvozanatini qaraymiz (2.11, b)-chizma), ya'ni statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum z = 0. \quad N - F - \gamma \cdot A \cdot z = 0; \quad N = F + \gamma \cdot A \cdot z.$$

Bunda $\gamma \cdot A \cdot z = G(z)$ olib qolingan qismning xususiy og'irligi;



2.11-chizma. Xususiy og'irlikli uzun sterjen.

γ -sterjen materialining solishtirma og'irligi N/m^3 . Po'lat uchun $\gamma = 7,8 \cdot 10^4 N/m^3$, alyumin uchun $\gamma = 2,65 \cdot 10^4 N/m^3$ ga teng. Unda kuchlanish ikkinchi paragrafdagi (2.2) formulaga asosan quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_z = \frac{F + \gamma \cdot A \cdot z}{A} \quad (2.39)$$

Ushbu formuladagi $z = 0$ bo'lsa, sterjenning eng pastki kesimida xususiy og'irlikni e'tiborga olmaganidagi kuchlanish formulasini hosil qilamiz, ya'ni

$$\sigma_s = \frac{F}{A} \quad (2.40)$$

Sterjenning mahkamlangan yuqorigi kesimida $z = l$ bo'ladi, unda kuchlanish maksimal qiymatga erishadi:

$$\sigma_{z=l} = \sigma_{\max} = \frac{F + \gamma \cdot A \cdot l}{A} \quad (2.41)$$

Normal kuchlanish bo'yicha sterjenning mustahkamlik sharti:

$$\sigma_{\max} = \frac{F + \gamma \cdot A \cdot l}{A} \leq \sigma_{adm} \quad (2.42)$$

Bu formuladan sterjenning eng xavfli kesimi yuzini aniqlash mumkin:

$$A \geq \frac{N}{\sigma_{adm} - \gamma \cdot l} \quad (2.43)$$

Sirtqi kuch $F = 0$ teng bo'lsa, sterjenning erkin uchidan, masofadagi kesimida xususiy og'irlikdan hosil bo'lgan kuchlanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_z = \frac{\gamma \cdot A \cdot z}{A} = \gamma \cdot z \quad (2.44)$$

Ushbu (2.44) formuladan ko'rinadiki, $z = l$ uzunlikda sterjen xususiy og'irligidan uzilish vaqtida hosil bo'lgan normal kuchlanish materialning vaqtincha (mustahkamlik chegarasi) qarshiligiga tenglashsa, unda:

$$\gamma \cdot l = \sigma_s \quad (2.45)$$

Sterjenning xususiy og'irligidan uzilish mumkin bo'lgan chegaraviy uzunlik quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$l_s = \frac{\sigma_s}{\gamma} \quad (2.46)$$

Xuddi shuningdek, sterjen xususiy og'irligi ta'sirida hosil bo'lgan kuchlanish ruxsat etilgan kuchlanishga teng bo'lganda sterjenning maksimal uzunligini topish mumkin:

$$l_{\max} = \frac{\sigma_{adm}}{\gamma} \quad (2.47)$$

Faqat xususiy $G = \gamma \cdot A \cdot l$ og'irligi ta'sirida bo'lgan sterjenning cho'zilish deformatsiyasini topish uchun uning erkin uchidan, masofada uzunligi dz bo'lgan cheksiz kichik element ajratmiz va bu elementning absolyut cho'zilish deformatsiyasini Guk qonuni asosida quyidagicha ifodalaymiz (2.7, a)-chizma):

$$\Delta l(dz) = \frac{G(dz) \cdot dz}{EA} = \frac{\gamma \cdot A \cdot z \cdot dz}{E \cdot A} = \frac{\gamma}{E} z \cdot dz \quad (2.48)$$

Sterjenning absolyut cho'zilish deformatsiyasini aniqlash uchun (2.48) ifodani l gacha integrallaymiz:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{\gamma}{E} z \cdot dz = \frac{\gamma \cdot l^2}{2E} \quad (2.49)$$

Bu formulani sterjen xususiy $G = \gamma \cdot A \cdot l$ og'irligi ifodasini e'tiborga olib, boshqacha ko'rinishda yozish mumkin, ya'ni

$$\Delta l = \frac{G l}{2EA} \quad (2.50)$$

To'plangan kuch va xususiy og'irligi ta'sirida bo'lgan sterjenning to'liq absolyut deformatsiyasi:

$$\Delta l = \frac{N l}{EA} + \frac{G l}{2EA} = \frac{(N + G/2) l}{EA} \quad (2.51)$$

Sterjenning erkin uchiga qo'yilgan F kuchidan hosil bo'lgan absolyut (2.5) bo'ylama deformatsiyasi bilan xususiy og'irlikidan hosil bo'lgan absolyut (2.51) bo'ylama deformatsiyasini solishtirib, shunday xulosalarga kelish mumkin:

1. O'zgarmas kesimli sterjenlarda xususiy og'irlikidan hosil bo'lgan kuchlanish kesim yuzasiga bog'liq emas (2.48);
2. Sterjenlarning xususiy og'irlikidan aniqlangan maksimal uzunligi, uning chegaraviy uzunligidan ortib ketmasligi lozim;
3. Sterjenlarning xususiy og'irlik ta'sirida hosil bo'lgan absolyut bo'ylama deformatsiya uning xususiy og'irlikiga teng va erkin uchiga qo'yilgan to'plangan kuchdan hosil bo'lgan absolyut bo'ylama deformatsiyaga nisbatan ikki marta kichik bo'ladi.

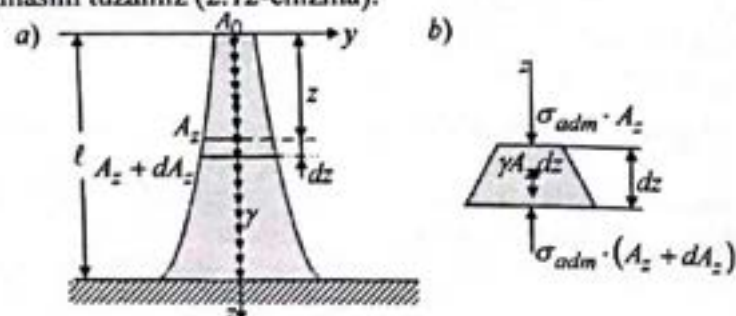
2.8-§. Teng qarshilikli bruslar

Sterjenning uzunligi bo'ylab barcha ko'ndalang kesim yuzalarida kuchlanish o'zgarmas bo'lgan sterjenlar *teng qarshilikli bruslar* deb ataladi. Pastki uchi bilan mahkamlangan 2.12, a)-chizmada keltirilgan teng qarshilikli sterjen ko'ndalang kesimining o'zgarish qonunini

aniqlaymiz, uning ixtiyoriy kesimida kuchlanish berilgan ruxsat etilgan σ_{adm} kuchlanishga teng bo'lsin.

Sterjen ko'ndalang kesim yuzining o'zgarish qonunini aniqlash uchun erkin uchidan z masofada uzunligi dz ga teng bo'lgan kichik element ajratib olamiz (2.12, b)-chizma), uning yuqoridagi kesim yuzasi A_z , pastki kesim yuzasi $A_z + dA_z$ bo'lsin.

Xususiyligi og'irligi $\gamma \cdot A_z \cdot dz$ ga teng bo'lgan elementning muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.12-chizma):



2.12-chizma. Teng qarshilikli sterjen.

$\sum Z = \sigma_{adm}(A_z + dA_z) - \gamma \cdot A_z \cdot dz - \sigma_{adm} \cdot A_z = 0$ yoki $\sigma_{adm} \cdot dA_z - \gamma \cdot A_z \cdot dz = 0$. Bundan

$$\frac{dA_z}{A_z} = \frac{\gamma}{\sigma_{adm}} dz.$$

Bu ifodani integrallab quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\ln A_z + C = \gamma z / \sigma_{adm}.$$

Bu tenglamadagi o'zgarmas C sonni, sterjenning erkin uchida $z = 0$ bo'lganda $A_z = A_0$ bo'lish shartidan foydalanib aniqlanadi. Unda $\ln A_0 + C = 0$ bo'lagani uchun o'zgarmas sonni $C = -\ln A_0$ ga teng ekanligini aniqlaymiz. Yuqoridagi tenglamadagi C sonining o'miga qo'yib va logarifmning xossaligidan foydalanib quyidagini hosil qilamiz:

$$\ln \frac{A_z}{A_0} = \frac{\gamma}{\sigma_{adm}} z.$$

Bu ifodadan quyidagini topamiz:

$$\frac{A_z}{A_0} = e^{\frac{\gamma}{\sigma_{adm}} z} \text{ yoki } A_z = A_0 e^{\frac{\gamma}{\sigma_{adm}} z} \quad (2.52)$$

Ushbu ifodadan ko'rinadiki, sterjen o'qi bo'ylab ko'ndalang kesimi konturi giperbola qonuni asosida o'zgaradi. Bunday shakldagi teng qarshilikli sterjenlarni yasash ancha murakkab va qimmatga tushadi.

Agar brusning o'miga yuqorigi tekisligi bo'yicha tekis taralgan yuk bilan yuklangan devorni qarash va undan ikkita vertikal tekislik bilan (chizma tekisligiga perpendikulyar bo'lgan) uzunligi bir birlikka teng bo'lgan birorta element ajratib olsak, kesim yuzasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$A_z = 2y \cdot l; A_0 = 2y_0 \cdot l.$$

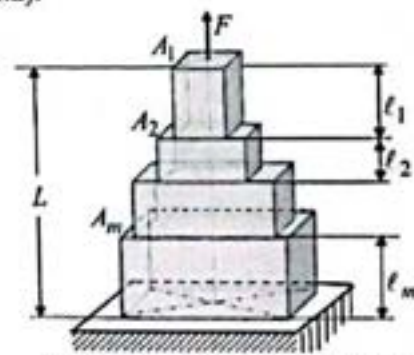
Bu ifodani (2.52) formulaga qo'yib brusning o'qi bo'yicha o'zgarish qonunini ko'rsatuvchi egri chiziqli tenglamasini hosil qilamiz:

$$y = y_0 \cdot e^{\frac{\gamma}{2\sigma_{adm}} z}. \quad (2.53)$$

2.9-§. Pog'onali sterjenlar

Ko'ndalang kesim yuzasi har bir oraliq bo'yicha o'zgarmas bo'lgan, alohida oraliqlardan tashkil topgan sterjen, ko'ndalang kesimi o'zgarmas bo'lgan sterjen (2.11-chizma) va teng qarshilikli (2.12-chizma) sterjenlar oralig'ida bo'ladi. O'zgarmas kesim yuzali sterjenlarga qaraganda pog'onali sterjenlarda material ancha tejraladi. Pog'onali sterjenlarni tayyorlash teng qarshilikli sterjenlarni tayyorlashga qaraganda ancha sodda. Pog'onali sterjenlarni shunday loyihalash lozimki, har bir pog'onaning oxiridagi xavfli kesimda kuchlanish ruxsat etilgan kuchlanishga teng bo'lishi shart. Bunda sterjenning qolgan barcha boshqa ko'ndalang kesimlarida kuchlanish ruxsat etilgan kuchlanishdan kichik bo'ladi.

Pog'onali sterjen ko'ndalang kesim yuzasini tanlash formulalarini tuzamiz (2.13-chizma).



2.13-chizma. Pog'onali sterjen.

Birinci pog'onaning ko'ndalang kesim yuzasi (2.43) formula asosida quyidagicha ifodalanadi:

$$A_1 \geq \frac{F}{\sigma_{adm} - \gamma \cdot \ell_1} \quad (2.54)$$

Ikkinchi pog'onaning pastki uchiga ta'sir qilayotgan kuch $N_1 = \sigma_{adm} A_1$ ga teng bo'ladi. Unda ikkinchi kesimning yuzi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A_2 \geq \frac{N_1}{\sigma_{adm} - \gamma \cdot \ell_2} = \frac{A_1 \sigma_{adm}}{\sigma_{adm} - \gamma \cdot \ell_2} = \frac{F \sigma_{adm}}{(\sigma_{adm} - \gamma \cdot \ell_1) \cdot (\sigma_{adm} - \gamma \cdot \ell_2)} \quad (2.55)$$

Yuqoridagi (2.54) formulaga asosan uchinchi pog'onaning kesim yuzini quyidagicha ifodalaymiz:

$$A_3 \geq \frac{N_2}{\sigma_{adm} - \gamma \ell_3} = \frac{A_2 \sigma_{adm}}{\sigma_{adm} - \gamma \ell_3} = \frac{F (\sigma_{adm})^2}{(\sigma_{adm} - \gamma \ell_1) \cdot (\sigma_{adm} - \gamma \ell_2) \cdot (\sigma_{adm} - \gamma \ell_3)} \quad (2.56)$$

Sterjenning n chi pog'onasi kesim yuzasini aniqlovchi formula quyidagicha ifodalanadi:

$$A_n \geq \frac{A_{n-1} \sigma_{adm}}{\sigma_{adm} - \gamma \ell_n} = \frac{F (\sigma_{adm})^{n-1}}{(\sigma_{adm} - \gamma \ell_1) (\sigma_{adm} - \gamma \ell_2) (\sigma_{adm} - \gamma \ell_3) \dots (\sigma_{adm} - \gamma \ell_n)} \quad (2.57)$$

Agar sterjen pog'onasi uzunliklari bir-biriga teng bo'lsa, $\ell_1 = \ell_2 = \ell_3 = \dots = \ell_n = \dots = \ell_m = \frac{L}{m}$, unda (2.57) formula quyidagicha ifodalanadi:

$$A_n \geq \frac{F (\sigma_{adm})^{n-1}}{(\sigma_{adm} - \gamma \frac{L}{m})^n} \quad (2.58)$$

bu yerda m sterjenning pog'onalari soni;
 L sterjenning umumiy uzunligi.

2.10-§. Cho'zilish va siqilishda statik aniqmas masalalar

Hozirgacha o'rganib chiqqan masalalarimiz statik aniq masalalar edi, ya'ni noma'lum reaksiya kuchlarini yoki noma'lum zo'riqish kuchlarini qaralayotgan masala uchun tuzilgan statik muvozanat tenglamalaridan aniqlagan edik. Lekin amaliyotda shunday masalalar ko'p uchraydiki, unda noma'lum reaksiya kuchlarini yoki noma'lum zo'riqish kuchlarini qaralayotgan masala uchun tuzilgan statik muvozanat tenglamalaridan aniqlab bo'lmaydi. Chunki, qaralayotgan masala uchun tuzilgan statik muvozanat tenglamalari sonidan noma'lum reaksiya kuchlari yoki noma'lum zo'riqish kuchlari soni ko'p bo'ladi. Bunday holda qaralayotgan masala uchun tuzilgan statik muvozanat

tenglamalaridan noma'lum reaksiya kuchlarini yoki noma'lum zo'riqish kuchlarini aniqlab bo'lmaydi.

Demak, qaralayotgan masalada hosil bo'lgan zo'riqish kuchlarini yoki sistemada hosil bo'lgan noma'lum reaksiya kuchlarini faqat statik muvozanat tenglamalar yordamida aniqlab bo'lmasa, bunday sistema statik aniqmas sistema deb ataladi. Shuning uchun ham bunday masalalar statik aniqmas masalalar deb ataladi.

Qaralayotgan masalada noma'lum reaksiya kuchlari yoki noma'lum zo'riqish kuchlari soni tuzilgan statik muvozanat tenglamalar sonidan nechta ko'p bo'lsa, masala shuncha marta statik aniqmas bo'ladi.

Statik aniqmas masalalarni yechish uchun masala necha marta statik noaniq bo'lsa, shuncha qo'shimcha tenglama tuzilib noma'lumlar aniqlanadi. Buning uchun masalani yechishda uning statik, geometrik va fizik tomonlarini qarash lozim. Statik aniqmas masalalarni yechish tartibini quyidagi masalalarda ko'rib chiqamiz.

Birinci masala. Ikkala uchi bilan mahkamlangan sterjenga o'qi bo'ylab yo'nalgan F kuchi chap uchidan a masofada ta'sir etsin (2.14. d)-chizma). Sterjenning a va b oraliqdagi zo'riqish kuchlari aniqlansin va ularning epyuralari qurilsin.



2.14-chizma. Statik aniqmas sterjen.

Yechish: I. Masalaning statik tomonini qaraymiz. Sirtqi F kuch ta'siridan sterjen tayanchlarida noma'lum reaksiya R_B , R_C kuchlari hosil bo'ladi, ularning ikkalasi ham o'ng tomoniga yo'nalgan deb qabul qilamiz. Tayanchlardan birini, ya'ni chap yoki o'ng C tayanchni tashlab yuborib, uni noma'lum reaksiya kuchi R_C bilan almashtiramiz (2.14. e)-

chizma).

Barcha kuchlar bitta to'g'ri chiziqli yotgani uchun statikaning bitta tenglamasini tuzamiz, qolgan tenglamalari o'z-o'zidan qanoatlatiriladi:

$$\sum z = 0; R_B - F + R_C = 0; R_B + R_C = F. \quad (2.59)$$

Bu tenglamada ikkita R_B va R_C noma'lumlar bo'lgani uchun masala bir marta statik aniqmas.

II. Masalaning geometrik tomonini qaraymiz. Sterjenning har ikkala uchi mahkamlanganligi sababli uning umumiy uzunligi o'zgarmaydi, ya'ni

$$\Delta l = 0. \quad (2.60)$$

III. Masalaning fizik tomonini qaraymiz. Guk qonunidan foydalanib, R_C va F kuchlar ta'sirida hosil bo'lgan deformatsiya quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{R_C b}{EA} + \frac{R_C a}{EA} - \frac{Fa}{EA} = 0. \quad (2.61)$$

Bu tenglamaning har ikki qismini EA ga ko'paytirib, quyidagini hosil qilamiz:

$$R_C(a+b) - Fa = 0. \quad (2.62)$$

IV. Sintez. Hosil qilingan (2.62) tenglamadan noma'lum reaksiya kuchi Z ni topamiz: $R_C = \frac{a}{a+b} F$ va uni (2.59) tenglamaga R_C ni qiymatini qo'yib, noma'lum reaksiya kuchi R_B ni topamiz:

$$R_B = \frac{b}{a+b} F. \quad (2.63)$$

Sterjenning b oraliq'idagi zo'riqish kuchini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni b oraliqning biror kesimidan uni I-I tekislik bilan ikki qismga ajratamiz va o'ng qismini olib qolib, uning uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq b$ da o'zgaradi,

$$\sum z = 0; R_C - N_1 = 0; N_1 = R_C = \frac{a}{a+b} F.$$

$$z_1 = 0; N_1 = \frac{a}{a+b} F; z_1 = b; N_1 = \frac{a}{a+b} F.$$

Sterjenning a oraliq'idagi zo'riqish kuchini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni a oraliqning biror kesimidan uni II-II tekislik bilan ikki qismga ajratamiz va o'ng qismini olib qolib, uning uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

ikkinchi oraliq $b \leq z_2 \leq a+b$ o'zgaradi,

$$\sum z = 0; R_C - F - N_2 = 0; N_2 = R_C - F = -\frac{b}{a+b} F. \\ z_2 = b; N_2 = -\frac{b}{a+b} F; z_2 = a+b; N_2 = -\frac{b}{a+b} F.$$

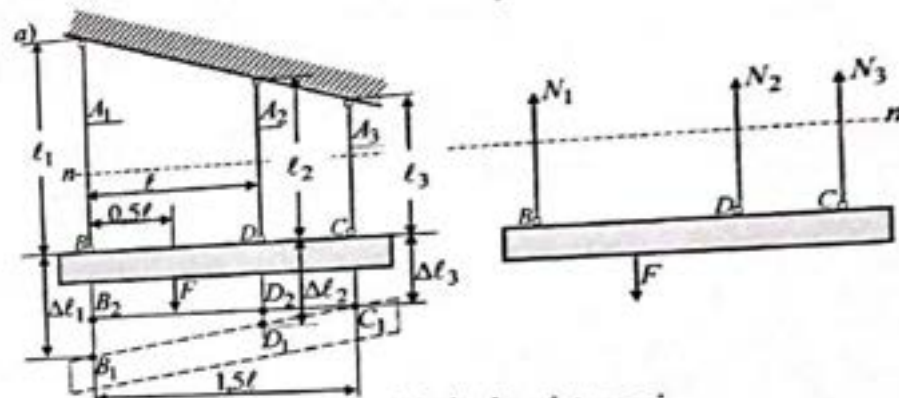
Bo'ylama kuch epyuralari 2.14, f)-chizmada qurib ko'rsatilgan. Ikkinchi masala. Absolyut bikir BC brus shifiga po'lat sterjenlar bilan (2.15-chizma) osib mahkamlangan, unga ta'sir etayotgan sirtqi F kuchdan sterjenlarda hosil bo'lgan ichki kuchlar aniqlansin.

Yechish. Sterjenlarning uzunliklari $l_1 = 2l; l_2 = 1.5l; l_3 = l$ va ko'ndalang kesim yuzalari $A_1 = 0.5A; A_2 = A; A_3 = A$ bo'lsin. Birorta $n-n$ tekisligi bilan uchala sterjenni kesib, ikki qismga ajratamiz va pastki olib qolgan qismga noma'lum ichki va berilgan kuchlarni chizmada ko'rsatilgandek qo'yamiz (2.15, b)-chizma).

1. Masalaning statik tomonini qaraymiz. Kesish usulidan foydalanamiz. Noma'lum ichki kuchlar qo'yilgan pastki qismining muvozanatini tekshiramiz.

Barcha kuchlardan z vertikal o'qqa olingan proeksiyalarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi lozim, ya'ni

$$\sum z = 0; N_1 + N_2 + N_3 - F = 0. \quad (2.64)$$



2.15-chizma. Sterjenlar sistemasi.

Barcha kuchlardan B nuqtaga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi lozim, ya'ni

$$\sum M_B = 0; -N_2 \cdot l + F \cdot 0.5l - N_3 \cdot 1.5l = 0. \quad (2.65)$$

Bu ikkita tenglamada uchta N_1, N_2, N_3 noma'lumlar bo'lgani uchun masala bir marta statik aniqmas.

II. Masalaning geometrik tomonini qaraymiz. Vertikal sterjenlar

tashqi kuch ta'sirida cho'zilgandan keyin absolyut biki BC brus shtrix chiziq bilan ko'rsatilgan B_1C_1 holatga o'tadi. Uchburchak $D_1D_2C_1$ va $B_1B_2C_1$ larning o'xshashligidan quyidagi nisbat ma'lum:

$$\frac{B_2B_1}{B_2C_1} = \frac{D_2D_1}{D_2C_1} \quad (2.66)$$

Chizmadan ko'rinadiki, $B_2C_1 = 1,5\ell$, $D_2C_1 = 0,5\ell$, $CC_1 = \Delta\ell_3$, $B_2B_1 = BB_1 - CC_1 = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_3$, $D_2D_1 = DD_1 - CC_1 = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_3$, bularni (2.66) nisbatga qo'yib deformatsiya tenglamasini quyidagicha ifodalash mumkin.

$$\frac{\Delta\ell_1 - \Delta\ell_3}{1,5\ell} = \frac{\Delta\ell_2 - \Delta\ell_3}{0,5\ell} \quad (2.67)$$

III. Masalaning fizik tomonini qaraymiz. Sterjenlarning cho'zilish deformatsiyasini Guk qonunidan foydalanib quyidagicha ifodalaymiz.

$$\Delta\ell_1 = \frac{N_1 \cdot \ell_1}{E \cdot A_1} = \frac{N_1 \cdot 2\ell}{E \cdot 0,5A}; \quad \Delta\ell_2 = \frac{N_2 \cdot \ell_2}{E \cdot A_2} = \frac{N_2 \cdot 1,5\ell}{E \cdot A}; \quad \Delta\ell_3 = \frac{N_3 \cdot \ell_3}{E \cdot A_3} = \frac{N_3 \cdot \ell}{E \cdot A} \quad (2.68)$$

IV. Sintez. $\Delta\ell_1, \Delta\ell_2, \Delta\ell_3$ qiymatlarini (2.67) deformatsiya tenglamasiga qo'yib, ba'zi bir soddalashtirishlar bajarilgandan keyin quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$N_1 = \frac{9N_2 - 4N_3}{8} \quad (2.69)$$

Hosil qilingan (2.69) tenglamani (2.65) va (2.64) tenglamalar bilan birgalikda yechib zo'riqish kuchlarni aniqlaymiz:

$$N_1 = 176F/8; \quad N_2 = 20F/43; \quad N_3 = F/43. \quad (2.70)$$

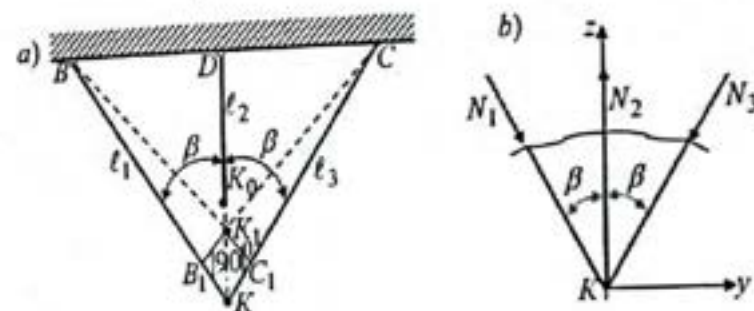
2.11-§. Montaj kuchlanishlar

Statik aniqmas masalalarning amaliyotda juda ham muhim bo'lgan xususiyatlaridan birini ko'rib chiqamiz. Inshootlarni va konstruksiyalarni qurishda ishlatiladigan elementlarni mutlaq aniq o'lchamda tayyorlashni ta'minlab bo'lmaydi. Shuning uchun ham konstruksiya elementlarini tayyorlashda ba'zi bir noaniqliklarga yo'l qo'yiladi. Bu esa konstruksiya yig'ilganda elementlari o'lchamlarining noaniq tayyorlanishi natijasida unga tashqi kuch qo'yilmagan bo'lsa ham, zo'riqish kuchlari hosil bo'ladi. Agar qaralayotgan konstruksiya statik aniq bo'lsa, unda zo'riqish kuchlari hosil bo'lmaydi. Masalan, 2.16-chizmada keltirilgan konstruksiya elementlaridan biri DK_0 sterjen uzunlik o'lchami haqiqiy uzunligiga nisbatan $K_0K = \delta$ ga qisqa qilib yasalgan bo'lsin.

Konstruksiya to'laqonli ishlashi uchun o'rtadagi DK_0 sterjenni cho'zib K va K_0 nuqtalarni K_1 nuqtada tutashtiramiz, buning natijasida o'rtadagi sterjenning $K_0K_1 = \Delta\ell_2$ miqdorga cho'zilishini va chetki sterjenlar uzunliklari $\ell_1 = \ell_3$ bo'lgani uchun $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_3 = B_1K = C_1K$ miqdorga qisqarishini kuzatamiz.

1. Masalaning statik tomonini qaraymiz. Kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni sterjenlar sistemasini fikran qirqib olib qolingan (2.16, b)-chizma) qism uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\begin{aligned} \sum y &= N_1 \sin \beta - N_3 \sin \beta = 0; \\ \sum z &= -N_1 \cos \beta + N_2 - N_3 \cos \beta = 0. \end{aligned} \quad (2.71)$$



2.16-chizma. O'lchami aniq tayyorlanmagan sterjenlar sistemasi.

Bu ikkita tenglamada uchta noma'lum bo'lgani uchun masala bir marta statik aniqmas.

II. Masalaning geometrik tomonini qaraymiz. Konstruksiyaning deformatsiyalanishidan foydalanib, qo'shimcha tenglama uning deformatsiyalari orasidagi munosabatlaridan tuziladi (2.16, a)-chizma):

$$\delta = K_0K_1 + K_1K; \quad K_1K = \frac{\Delta\ell_1}{\cos \beta}; \quad \ell_1 = \ell_3 = \frac{\ell_2}{\cos \beta}; \quad \delta = \Delta\ell_2 + \frac{\Delta\ell_1}{\cos \beta}. \quad (2.72)$$

III. Masalaning fizik tomonini qaraymiz. Guk qonuni orqali sterjen deformatsiyalarini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\Delta\ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{EA_1}; \quad \Delta\ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{EA_2}; \quad \Delta\ell_3 = \frac{N_3 \ell_3}{EA_3}.$$

Bunda $A_1 = A_3$ bo'lsin. Bularni yuqoridagi (2.72) ifodaga qo'yib quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$\delta = \frac{N_2 \ell_2}{EA_2} + \frac{N_1 \ell_1}{EA_1 \cos \beta} \quad (2.73)$$

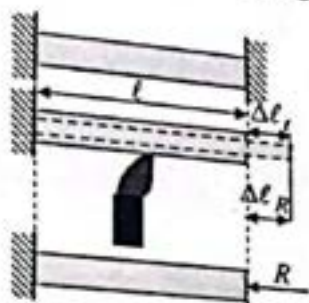
... uchun quyidagi miqdorlarni aniqlaymiz:

$$N_1 = N_3 = \frac{N_2}{2 \cos \beta}; \quad N_2 = \frac{EA_2 \delta}{l_2 \left[1 + \frac{A_2}{2A_1 \cos^3 \beta} \right]} \quad (2.74)$$

2.12-§. Haroratning o'zgarishi natijasida hosil bo'ladigan kuchlanishlar

Tashqi kuch ta'sir etmagan holda ham statik aniqmas masalalarda, kuchlanish nafaqat konstruktsiya elementlari o'lchamlarining noaniq tayyorlanishi yoki yig'ish jarayoni noto'g'ri bajarilishidan hatto haroratning o'zgarishidan ham hosil bo'ladi.

Haroratning o'zgarishidan yetarlicha katta kuchlanishlar bir butun qilib payvandlangan relslarda hosil bo'lishini kuzatish mumkin. Harorati t_0 bo'lgan sterjen ikki uchi bilan devorlarga mahkamlangan bo'lsin (2.17-chizma).



2.17-chizma. Harorat ta'siridagi sterjen.

Sterjenning harorati t_0 dan t_1 ga ko'tarilib, ular orasida farq $\Delta t = t_1 - t_0$ bo'lganda, sterjenning ko'ndalang kesim va uzunlik o'lchamlari o'zgarishi lozim edi, agar sterjenning bir uchi erkin bo'lsa. Lekin sterjenning uzayishiga devorlar yo'l qo'ymaydi, shuning uchun ham sterjen siqilishidan bo'ylama zo'riqish va kuchlanish hosil bo'ladi.

Qaralayotgan masala bir marta statik aniqmas.

Sterjen harorat ta'sirida $\Delta l_t = \alpha t \Delta t$ miqdorga cho'ziladi. α materialning chiziqli kengayish koeffitsientidir. Statik aniqmas masalani yechish uchun uning o'ng tomonidagi bog'lanishni tashlab, reaksiya kuchi bilan almashtiramiz. Unda harorat ta'siridan hosil bo'lgan

bo'ylama cho'zilish bilan reaksiya kuchidan hosil bo'lgan bo'ylama qisqarish bir-biriga teng bo'ladi:

$$\alpha t \Delta t = (Rl / EA) \quad (2.75)$$

Bu formuladan reaksiya kuchini topamiz:

$$R = E \alpha \Delta t. \quad (2.76)$$

Sterjen haroratining o'zgarishi natijasida ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_t = (R / A) = E \alpha \Delta t. \quad (2.77)$$

Masalalar

Statik aniq bruslar uchun bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralarini qurish

2.1-masala. To'g'ri o'qi bo'ylab to'plangan $F_1 = 500 N$; $F_2 = 200 N$; $F_3 = 800 N$; $F_4 = 400 N$ kuchlar ta'siridagi, pog'onalar uzunliklari $l_1 = 0,5 m$; $l_2 = 0,7 m$; $l_3 = 0,9 m$; $l_4 = 1,2 m$, ko'ndalang kesim yuzalari $A_1 = 30 cm^2$; $A_2 = 24 cm^2$; $A_3 = 30 cm^2$; $A_4 = 36 cm^2$ bo'lgan pog'onali sterjen berilgan (2.18-chizma). Tayanch reaksiya kuchi aniqlansin, ko'ndalang kesimlardagi bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralari qurilsin va har bir oraliqlarning absolyut bo'ylama deformatsiyalari aniqlansin.

Yechish. 1. To'g'ri o'qi bo'ylab sirtqi to'plangan kuchlar bilan yuklangan to'g'ri o'qli sterjenning tayanch reaksiya kuchini aniqlaymiz, ya'ni statik muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.18, a)-chizma):

$$\sum z = 0; \quad R - F_1 - F_2 + F_3 - F_4 = 0, \text{ bundan}$$

$$R = F_1 + F_2 - F_3 + F_4 = 500 + 200 - 800 + 400 = 300 N.$$

2. To'g'ri o'qli sterjen ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan zo'riqishni aniqlash uchun uni oraliqlarga bo'lamiz (oraliqlar chegarasi, bo'ylama o'q bo'yicha ko'ndalang kesim o'zgarishiga to'g'ri keluvchi nuqtalar va kuch qo'yilgan nuqtalari hisoblanadi).

Qaralayotgan sterjen to'rtta oraliqdan iborat ekanligi 2.18, a)-chizmadan ko'rinib turibdi. Sterjenning har bir oraliqlari ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan noma'lum zo'riqishlarni aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni birorta I-I tekislik bilan qirib ikki bo'lakga ajratamiz. Yuqori qismini olib qolamiz va pastki qismini tashlab yuboramiz. Olib qoling qismga tashlab yuborilgan qismning ta'sirini bo'ylama kuch $N_1(z_1)$ bilan almashtiramiz (2.18, b)-chizma). Noma'lum bo'ylama $N_1(z_1)$ kuch yo'nalishini har doim kesimdan tashqariga yo'naltiramiz. Agar hisoblar natijasida noma'lum bo'ylama kuch $N_1(z_1)$ ishorasi manfiy chiqsa, uning yo'nalishini o'zgartirish

lozim.

Qaralayotgan sterjenning birinchi oralig'ining ixtiyoriy joyidan $I-I$ tekislik bilan qirqib olib qolgan qismning uzunligi z_1 o'zgaruvchan bo'lib, u $0 \leq z_1 \leq \ell_1$ gacha o'zgaradi (2.18, b)-chizma). Qoldirilgan qismga ta'sir etuvchi barcha kuchlarni sterjen o'qi bo'yicha yo'nalgan: o'qqa proektsiyalab muvozanat tenglamasini tuzamiz:

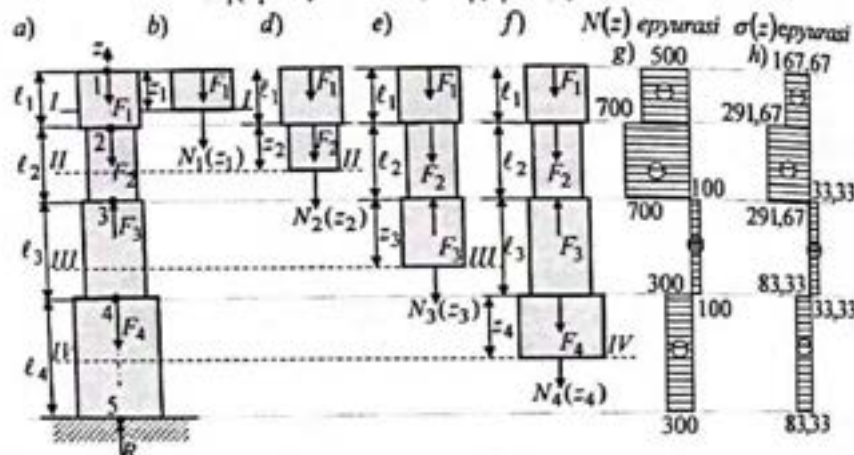
$$\sum z = 0; -N_1(z_1) - F = 0, \text{ bundan } N_1(z_1) = -F_1. \quad (1)$$

Ushbu (1) formulaga berilgan son qiymatlarni qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$N_1(z_1) = -500 \text{ N}.$$

Bo'ylama kuch $N_1(z_1)$ ning oraliqning boshidagi va oxiridagi qiymatlarini aniqlaymiz:

$$N_1(z_1 = 0) = -500 \text{ N}; \quad N_1(z_1 = 0,5) = -500 \text{ N}.$$



2.18-chizma. To'plangan kuch ta'siridagi to'rt pog'onali sterjen.

Bo'ylama kuch epyurasini qurish uchun sterjen o'qiga parallel qilib sanoq (nol) chiziqni o'tkazib olamiz. Zo'riqish kuchining aniqlangan bu manfiy son qiymatlarni sanoq chiziqning tegishli nuqtalariga masshtabda chap tomoniga perpendikulyar ravishda o'lchab qo'yamiz va u nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz. Natijada to'g'ri to'rtburchak hosil bo'ladi va uni sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan chiziqlar bilan shtrixlaymiz.

3. Sterjenning ikkinchi oralig'ini II-II tekislik bilan kesamiz va yuqorida I-I kesim uchun bajarilgan barcha amallarni olib qolingan qism uchun bajaramiz. Ikkinchi oraliq $0 \leq z_2 \leq \ell_2$ gacha o'zgaradi.

Qoldirilgan qism uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz (chizma):

$$\sum z = 0; -N_2(z_2) - F_1 - F_2 = 0, \text{ bundan } N_2(z_2) = -F_1 - F_2. \quad (2)$$

Ushbu (2) formulaga son qiymatlarni qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$N_2(z_2) = -F_1 - F_2 = -500 - 200 = -700 \text{ N}.$$

Bundan bo'ylama kuch $N_2(z_2)$ ning ikkinchi oraliqning boshidagi va oxiridagi qiymatlarini aniqlaymiz:

$$N_2(z_2 = 0) = -700 \text{ N}; \quad N_2(z_2 = \ell_2) = -700 \text{ N}.$$

Zo'riqish kuchining aniqlangan bu manfiy qiymatlarni sanoq chiziqning tegishli nuqtalariga masshtabda chap tomoniga perpendikulyar ravishda o'lchab qo'yamiz va u nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz. Natijada to'g'ri to'rtburchak hosil bo'ladi va uni sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan chiziqlar bilan shtrixlaymiz.

4. Sterjenning uchinchi oralig'ini III-III tekislik bilan kesamiz va yuqorida I-I kesim uchun bajarilgan barcha amallarni, olib qolingan qism uchun bajaramiz.

Uchinchi oraliq $0 \leq z_3 \leq \ell_3$ gacha o'zgaradi. Qoldirilgan qism uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.18, e)-chizma):

$$\sum z = 0; -N_3(z_3) - F_1 - F_2 + F_3 = 0, \text{ bundan } N_3(z_3) = -F_1 - F_2 + F_3. \quad (3)$$

Ushbu (3) formulaga berilgan son qiymatlarni qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$N_3(z_3) = -500 - 200 + 800 = 100 \text{ N}.$$

Bundan bo'ylama kuch $N_3(z_3)$ ning uchinchi oraliqning boshidagi va oxiridagi qiymatlarini aniqlaymiz:

$$N_3(z_3 = 0) = 100 \text{ N}; \quad N_3(z_3 = \ell_3) = 100 \text{ N}.$$

Hisoblab aniqlangan ushbu musbat son qiymatlarni sanoq chiziqning tegishli nuqtalariga masshtabda o'ng tomoniga perpendikulyar ravishda o'lchab qo'yamiz va u nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz. Natijada to'g'ri to'rtburchak hosil bo'ladi va uni sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan chiziqlar bilan shtrixlaymiz.

5. Sterjenning to'rtinchi oralig'ini IV-IV tekislik bilan kesamiz va yuqorida I-I kesim uchun bajarilgan barcha amallarni, olib qolingan qism uchun bajaramiz.

To'rtinchi oraliq $0 \leq z_4 \leq \ell_4$ gacha o'zgaradi. Qoldirilgan qism uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.18, f)-chizma):

$$\sum z = 0; -N_4(z_4) - F_1 - F_2 + F_3 - F_4 = 0, \text{ bundan } N_4(z_4) = -F_1 - F_2 + F_3 - F_4. \quad (4)$$

Uitdrukking (2) kan ook worden gebruikt voor andere soorten van de eerste soort.

$$S_{\text{total}} = 100 + 200 + 300 + 400 + \dots + 2000$$

Students for whom English is a second language will receive additional support in writing assignments.

$$f_{\text{H}_2\text{O}} = 75 = 20.9\%, \quad f_{\text{H}_2\text{O}} + f_{\text{H}_2} = 100\%$$

These exchanges result in a net transfer of energy from the system to the surroundings. The system is not in equilibrium with the surroundings. The system is not in equilibrium with the surroundings. The system is not in equilibrium with the surroundings.

On March 14, 1968, the following information was received from the
United States Department of Justice, regarding the above named subject.
The subject was born on March 14, 1968, at New York, New York.

4. *Staphylococcus aureus* (1/1000) (1/1000) (1/1000)

[illegible]

$$\eta = \frac{K_1 + K_2}{K_1 + K_2 + 1} = \frac{10^{-10} + 10^{-12}}{10^{-10} + 10^{-12} + 1} \approx 10^{-10}$$

$$x_1^2 = \frac{7.5(10^{-14})}{1.0} = \frac{7.5 \cdot 10^{-14}}{10^{-12}} = 0.075 \text{ mol/L}$$

$$e_C^2 = \frac{2.5 \times 10^{-10} \times 2.0}{2.0} = 2.5 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

$$x_1^{(k)} = \frac{2x_1^{(k-1)} + x_2^{(k-1)}}{3} = \frac{49 + 15^2}{39} = 10.2561$$

[illegible]

$$r_2 = \frac{K_2 \cdot r_1 \cdot \Delta t}{K_1} = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-3}} = 2 \text{ cm}$$

$$e^{\frac{1}{2} \pi i} = \frac{\Gamma(1/2) \Gamma(1/2)}{\Gamma(1)} = \frac{\pi^{1/2} \pi^{1/2}}{\pi} = 1$$

Normal leukocytosis may appear within 24-48 hours of the onset of infection, and little normal leukocytosis is usually found in the blood. Some patients may also have a low white blood count, or a shift to the left, or both.

1. The following are the main objectives of the project:

100 90 80 70 60 50 40 30 20 10 0

1. The first part of the document is a letter from the President of the United States to the Congress, dated January 3, 1862. It is a copy of the original letter, and is signed by Abraham Lincoln. The letter is addressed to the Senate and the House of Representatives, and is dated January 3, 1862. The letter is a copy of the original letter, and is signed by Abraham Lincoln. The letter is addressed to the Senate and the House of Representatives, and is dated January 3, 1862.

24 24 24 24 24 24

ω	f_1	f_2	f_3	Δf	$\Delta \omega$	$\Delta \phi$
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.1	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0
0.2	0.2	0.2	0.2	0.0	0.0	0.0
0.3	0.3	0.3	0.3	0.0	0.0	0.0
0.4	0.4	0.4	0.4	0.0	0.0	0.0
0.5	0.5	0.5	0.5	0.0	0.0	0.0
0.6	0.6	0.6	0.6	0.0	0.0	0.0
0.7	0.7	0.7	0.7	0.0	0.0	0.0
0.8	0.8	0.8	0.8	0.0	0.0	0.0
0.9	0.9	0.9	0.9	0.0	0.0	0.0
1.0	1.0	1.0	1.0	0.0	0.0	0.0

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\frac{1}{2.5} + \frac{1}{2.5} + \frac{1}{2.5} + \frac{1}{2.5} + \frac{100-20}{2.25} + \frac{100-20}{2.25}}{10} = 0.0001$$

2.2. Beispiel. Für vorgegebene Grenzwerte $\delta_1 = 0,15$ und $\delta_2 = 0,15$ und $\delta_3 = 0,15$ gilt:

$\vec{r}_1 = 0,001 \text{ m}$	Belastung	Verform	parallel
$\vec{r}_1 = 10 \text{ mm}^2$, $\vec{r}_2 = 30 \text{ mm}^2$, $\vec{r}_3 = 50 \text{ mm}^2$	$\vec{r}_1 = 10 \text{ mm}^2$	Belastung	Belastung
$\vec{r}_1 = 100 \text{ N}$, $\vec{r}_2 = 100 \text{ N}$, $\vec{r}_3 = 50 \text{ N}$	Belastung	Verform	Verform

[illegible]

Further, determining research and/or service funding opportunities

[illegible]

$\sim 10^{-10}$ (GAL) $\sim 10^{-10}$ (GAL) $\sim 10^{-10}$ (GAL) $\sim 10^{-10}$ (GAL)

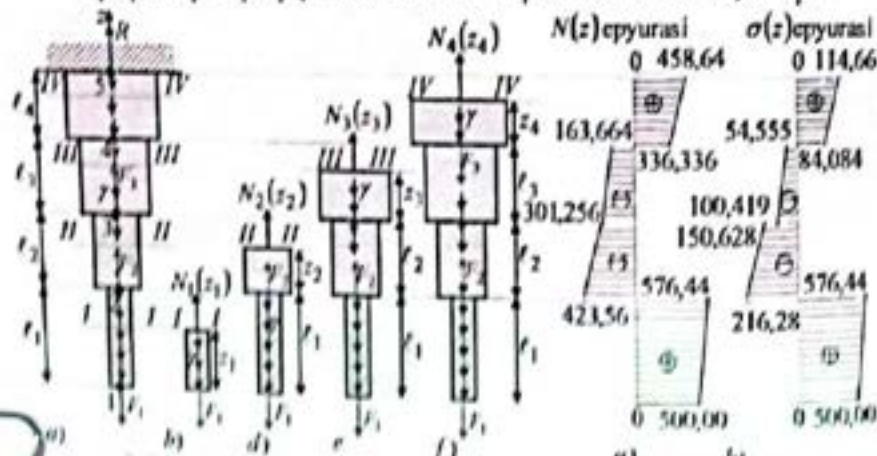
1990-1991 = 122,000 - 470,000 =

2. To'g'ri o'qli sterjen ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan zo'riqishni aniqlash uchun uni oraliqlarga bo'lamiz. Oraliqlar chegarasi, sterjen bo'ylama o'qi bo'yicha ko'ndalang kesim o'zgarishiga to'g'ri keluvchi nuqtalar va to'plangan kuch qo'yilgan nuqtalari hisoblanadi. Qaralayotgan sterjen to'rtta oraliqdan iborat ekanligi 2.19, a)-chizmadan ko'rinib turibdi. Sterjen har bir oraliqlari ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan noma'lum zo'riqishlarni aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz. Ya'ni birinchi oraliqni $I-I$ tekislik bilan qirqib ikki bo'lakka ajratamiz. Pastki qismini olib qolamiz va yuqori qismini tashlab yuboramiz. Olib qolingani qismga tashlab yuborilgan qismning ta'sirini bo'ylama kuch $N_1(z_1)$ bilan almashtiramiz (2.19, b)-chizma). Bo'ylama noma'lum zo'riqishning yo'nalishini har doim kesimdan tashqariga yo'naltiramiz. Agar hisoblar natijasida noma'lum bo'ylama kuch $N_1(z_1)$ ishorasi manfiy chiqsa, uning yo'nalishini o'zgartiramiz. Birinchi oraliq kesimining ixtiyoriy biror joyidan $I-I$ tekislik bilan qirqish mumkin, unda qoldirilgan qismning uzunligi z_1 o'zgaruvchan bo'ladi va u $0 \leq z_1 \leq \ell_1$ o'zgaradi (2.19, b)-chizma). Qoldirilgan qismga ta'sir etuvchi barcha tashqi kuchlarni sterjen o'qi bo'yicha yo'nalgan z o'qiga proektsiyalab statika muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum z = N_1(z_1) - G_1 - F_1 = 0, \text{ yoki } N_1(z_1) = F_1 + G_1 = F_1 + A_1 \cdot \gamma \cdot z_1. \quad (1)$$

Bunda $G_1(z_1) = A_1 \cdot \gamma \cdot z_1$ sterjendan olib qolingani yuzasi A_1 , uzunligi z_1 bo'lgan birinchi oraliqning xususiy og'irligi. Ushbu (1) formulaga berilgan son qiymatlarni qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$N_1(z_1) = F_1 + A_1 \cdot z_1 \cdot \gamma = 500 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot z_1 \cdot 76440 = 500 + 76,44 \cdot z_1.$$



2.19.-chizma. Bo'ylama kuch va kuchlanish epyuralari.

Bu ifoda bo'ylama kuch epyurasi birinchi oraliq chegarasida og'ma to'g'ri chiziq bilan chegaralanishini ko'rsatadi. Bo'ylama $N_1(z_1)$ kuchning birinchi oraliq boshidagi va oxiridagi qiymatlarini aniqlaymiz:

$$N_1(z_1 = 0) = 500 + 76,44 \cdot (0) = 500 \text{ N.}$$

$$N_1(z_1 = \ell_1) = 500 + 76,44 \cdot (\ell_1) = 500 + 76,44 \cdot (1,0) = 576,44 \text{ N.}$$

Bo'ylama kuch epyurasini qurish uchun sterjen o'qiga parallel qilib sanoq (nol) chiziqni o'tkazib olamiz. Zo'riqish kuchining aniqlangan bu musbat son qiymatlarni sanoq chiziqning tegishli nuqtalariga masshtabda o'ng tomoniga perpendikulyar ravishda o'lchab qo'yamiz va u nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan tutashtiramiz. Natijada trapetsiya hosil bo'ladi va uni sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan chiziqlar bilan shtrixlaymiz.

3. Sterjenning ikkinchi oraliq'ini $II-II$ tekislik bilan kesamiz va yuqorida $I-I$ kesim uchun bajarilgan barcha amallarni, olib qolingani qism uchun bajaramiz. Qoldirilgan qism uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.19, d)-chizma):

$$\sum z = N_2(z_2) - G_1 - G_2 - F_1 + F_2 = 0, \text{ yoki}$$

$$N_2(z_2) = G_1 + G_2 + F_1 - F_2. \quad (2)$$

Bunda $G_1 + G_2 = A_1 \cdot \ell_1 \cdot \gamma + A_2 \cdot (z_2) \cdot \gamma$ sterjenning ikkinchi oraliqning $II-II$ tekislik bilan kesib olib qolingani pastki qismining xususiy og'irligi. Ikkinchi oraliq $0 \leq z_2 \leq \ell_2$ gacha o'zgaradi. Ushbu (2) formulaga berilgan son qiymatlarni qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$N_2(z_2) = A_1 \cdot \ell_1 \cdot \gamma + A_2 \cdot (z_2) \cdot \gamma + F_1 - F_2 = 10 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 76440 + 20 \cdot 10^{-4} \cdot (z_2) \cdot 76440 + 500 - 1000 = 152,88(z_2) - 423,56.$$

Bundan bo'ylama $N_2(z_2)$ kuchning ikkinchi oraliq boshidagi va oxiridagi qiymatlarini aniqlaymiz:

$$N_2(z_2 = 0) = 152,88(0) - 423,56 = -423,56 \text{ N.}$$

$$N_2(z_2 = \ell_2) = 152,88(\ell_2) - 423,56 = 152,88 \cdot (0,8) - 423,56 = -301,256 \text{ N.}$$

Zo'riqish kuchining aniqlangan bu manfiy qiymatlarni sanoq chiziqning tegishli nuqtalariga masshtabda chap tomoniga perpendikulyar ravishda o'lchab qo'yamiz va u nuqtalarni tutashtiramiz. Natijada trapetsiya hosil bo'ladi va uni sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan chiziqlar bilan shtrixlaymiz.

4. Sterjenning uchinchi oraliq'ini $III-III$ tekislik bilan kesamiz va yuqorida $I-I$ kesim uchun bajarilgan barcha amallarni, olib qolingani qism uchun bajaramiz. Qoldirilgan qism uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.19, e)-chizma):

$$\Sigma Z = A_1(z_1) - G_1 - G_2 - G_3 - F_1 + F_2 = 0, \text{ Noki}$$

$$A_1(z_1) = (G_1 - G_2) - G_3 + F_1 - F_2 \quad (7)$$

Bunda $(G_1 - G_2) - G_3 = (A_1 \cdot l_1 + A_2 \cdot l_2 + A_3 \cdot l_3) \cdot \sin \alpha$ sterjenning uchinchi oralig'ni $II - II$ tekislik bilan kesib olib qolingan pastki qismning umumiy og'irligi. Uchinchi oralig' $l_3 = 2,5 \text{ m}$ gacha o'tgani uchun (3) formulaga berilgan son qiymatlarni qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} A_1(z_1) &= A_1 \cdot l_1 + A_2 \cdot l_2 + A_3 \cdot l_3 + F_1 - F_2 = \\ &= 10 \cdot 10^3 + 7644 \cdot 20 \cdot 10^{-3} + 7644 \cdot 30 \cdot 10^{-3} + 500 - 1000 = \\ &= 2644 - 22704 - 22922,5 - 500 + 22922,5 = -301256 \end{aligned}$$

Bundan bo'yama $A_1(z_1)$ kuchning uchinchi oralig' boshidagi va oxiridagi qiymatlarini aniqlaymiz:

$$A_1(z_1 = 0) = 22922(0) - 301256 = -301256 \text{ N.}$$

$$A_1(z_1 = l_1) = 22922(l_1) - 301256 = 22922(0,6) - 301256 = -163664 \text{ N.}$$

Kirolat aniqlangan ushbu manfiy son qiymatlarni sanoq chiziqlarining tegishli nuqtalariga mashtabda chop tomoniga perpendikulyar ravishda o'qib qo'yamiz va u nuqtalarni tutashiramiz. Natijada trapeziya hosil bo'ladi va uni sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan chiziqlar bilan sinxlaymiz.

5. Sterjenning to'rtinchi oralig'ni $III - III$ tekislik bilan kesamiz va quyidagi 1-1 kesim uchun bajarilgan kuchlar amallari, olib qolingan qism uchun bajarilgan kuchlar uchun muvozanat tenglamasini yozamiz (2.15 b. shartlar).

$$\Sigma Z = A_1(z_1) - G_1 - G_2 - G_3 - F_1 + F_2 = 0, \text{ Noki}$$

$$A_1(z_1) = (G_1 - G_2) - G_3 + F_1 - F_2 \quad (8)$$

Bunda $(G_1 - G_2) - G_3 = (A_1 \cdot l_1 + A_2 \cdot l_2 + A_3 \cdot l_3) \cdot \sin \alpha$ sterjenning to'rtinchi oralig'ni $III - III$ tekislik bilan kesib olib qolingan pastki qismning umumiy og'irligi. To'rtinchi oralig' $l_3 = 2,5 \text{ m}$ gacha o'tgani uchun (8) formulaga berilgan son qiymatlarni qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} A_1(z_1) &= A_1 \cdot l_1 + A_2 \cdot l_2 + A_3 \cdot l_3 + F_1 - F_2 = \\ &= 10 \cdot 10^3 + 7644 \cdot 20 \cdot 10^{-3} + 7644 \cdot 30 \cdot 10^{-3} + 500 - 1000 = \\ &= 2644 - 22704 - 22922,5 - 500 + 22922,5 = -301256 \end{aligned}$$

Bundan bo'yama $A_1(z_1)$ kuchning to'rtinchi oralig' boshidagi va oxiridagi qiymatlarini aniqlaymiz:

$$A_1(z_1 = 0) = 22922(0) - 301256 = -301256 \text{ N.}$$

$$A_1(z_1 = l_1) = 22922(l_1) - 301256 = 22922(0,6) - 301256 = -163664 \text{ N.}$$

Ushbu aniqlangan musbat son qiymatlarni sanoq chiziqlarining tegishli nuqtalariga mashtabda o'q tomoniga perpendikulyar ravishda o'qib qo'yamiz va u nuqtalarni tutashiramiz. Natijada trapeziya hosil bo'ladi va uni sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan chiziqlar bilan sinxlaymiz.

Bo'yama kuchlarning qurilgan epyurasi bilan taqqoslab shuni aytish mumkin (2.19, g. chizma): sterjenning birinchi va to'rtinchi oralig'larini cho'zilishga, ikkinchi va uchinchi oralig'larini esa siqilishga ishlaydi.

6. Normal kuchlanishlar σ miqdorini oralig'lar boshidagi va oxiridagi qiymatlarini aniqlaymiz va ularning epyurasini quramiz:

$$\sigma_1(0) = \frac{N_1(0)}{A_1} = \frac{500}{10 \cdot 10^{-4}} = 50000 \text{ Pa} = 50 \text{ kPa}$$

$$\sigma_1(l_1) = \frac{N_1(l_1)}{A_1} = \frac{176,44 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 176,44 \text{ kPa}$$

$$\sigma_2(0) = \frac{N_2(0)}{A_2} = \frac{423,56 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4}} = -211,78 \text{ kPa}$$

$$\sigma_2(l_2) = \frac{N_2(l_2)}{A_2} = \frac{301,256 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4}} = -150,628 \text{ kPa}$$

$$\sigma_3(0) = \frac{N_3(0)}{A_3} = \frac{301,256 \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^{-4}} = -100,419 \text{ kPa}$$

$$\sigma_3(l_3) = \frac{N_3(l_3)}{A_3} = \frac{163,664 \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^{-4}} = -54,555 \text{ kPa}$$

$$\sigma_4(0) = \frac{N_4(0)}{A_4} = \frac{226,336 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-4}} = 56,584 \text{ kPa}$$

$$\sigma_4(l_4) = \frac{N_4(l_4)}{A_4} = \frac{658,64 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-4}} = 164,66 \text{ kPa}$$

Normal kuchlanishlarning qurilgan epyurasidan taqqoslab shuni aytish mumkin (2.19, h. chizma): sterjenning birinchi va to'rtinchi oralig'larini cho'zilishga, ikkinchi va uchinchi oralig'larini esa siqilishga, eng katta normal kuchlanish birinchi oralig'ning 1 nuqtasidan o'tuvchi ko'ndalang

kesimida hosil bo'lar ekan.

7. Sterjenning har bir pog'onasining absolyut bo'ylama deformatsiyasini aniqlaymiz:

- birinchi pog'onaning absolyut bo'ylama deformatsiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\Delta l_1 = \frac{F_1 l_1}{E A_1} + \frac{G_1 l_1}{2 \cdot E A_1} = \frac{500 \cdot 100}{2 \cdot 10^7 \cdot 10} + \frac{76,44 \cdot 100}{2 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 10} = 0,26911 \cdot 10^{-3} \text{ sm};$$

- ikkinchi pog'onaning absolyut bo'ylama deformatsiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\Delta l_2 = \frac{F_1 l_2}{E A_2} + \frac{G_1 l_2}{E A_2} - \frac{F_2 l_2}{E A_2} + \frac{G_2 l_2}{2 \cdot E A_2} = \frac{500 \cdot 80}{2 \cdot 10^7 \cdot 20} + \frac{76,44 \cdot 80}{2 \cdot 10^7 \cdot 20} - \frac{1000 \cdot 80}{2 \cdot 10^7 \cdot 20} + \frac{122,304 \cdot 80}{2 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 20} = -0,072482 \cdot 10^{-3} \text{ sm};$$

- uchinchi pog'onaning absolyut bo'ylama deformatsiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

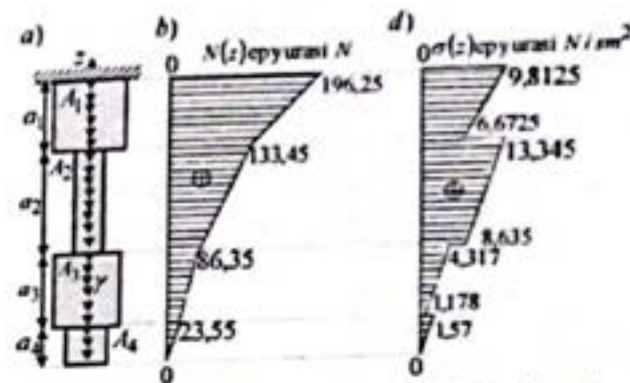
$$\Delta l_3 = \frac{F_1 l_3}{E A_3} + \frac{G_1 l_3}{E A_3} - \frac{F_2 l_3}{E A_3} + \frac{G_2 l_3}{E A_3} + \frac{G_3 l_3}{2 \cdot E A_3} = \frac{500 \cdot 60}{2 \cdot 10^7 \cdot 30} + \frac{76,44 \cdot 60}{2 \cdot 10^7 \cdot 30} - \frac{1000 \cdot 60}{2 \cdot 10^7 \cdot 30} + \frac{122,304 \cdot 60}{2 \cdot 10^7 \cdot 30} + \frac{137,592 \cdot 60}{2 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 30} = -0,023246 \cdot 10^{-3} \text{ sm};$$

- to'rtinchi pog'onaning absolyut bo'ylama deformatsiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\Delta l_4 = \frac{F_1 l_4}{E A_4} + \frac{G_1 l_4}{E A_4} - \frac{F_2 l_4}{E A_4} + \frac{G_2 l_4}{E A_4} + \frac{G_3 l_4}{E A_4} + \frac{F_3 l_4}{E A_4} + \frac{G_4 l_4}{2 \cdot E A_4} = \frac{500 \cdot 40}{2 \cdot 10^7 \cdot 40} + \frac{76,44 \cdot 40}{2 \cdot 10^7 \cdot 40} - \frac{1000 \cdot 40}{2 \cdot 10^7 \cdot 40} + \frac{122,304 \cdot 40}{2 \cdot 10^7 \cdot 40} + \frac{137,592 \cdot 40}{2 \cdot 10^7 \cdot 40} + \frac{500 \cdot 40}{2 \cdot 10^7 \cdot 40} + \frac{122,304 \cdot 40}{2 \cdot 2 \cdot 10^7 \cdot 40} = 0,01987 \cdot 10^{-3} \text{ sm}.$$

2.3-masala. Faqat xususiy og'irligi $\gamma = 78,5 \text{ kN/m}^3$ ta'siridagi, to'g'ri o'qli pog'onalar uzunliklari $a_1 = a$, $a_2 = 1,5a$, $a_3 = a$, $a_4 = 0,5a$, $a = 0,4 \text{ m}$, ko'ndalang kesim yuzalari $A_1 = 20 \text{ sm}^2$, $A_2 = 10 \text{ sm}^2$, $A_3 = 20 \text{ sm}^2$, $A_4 = 15 \text{ sm}^2$ bo'lgan sterjen uchun bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralari qurilsin va eng katta normal $\sigma_{\max}$ kuchlanish ta'sir etayotgan kesim aniqlansin (2.20-chizma).

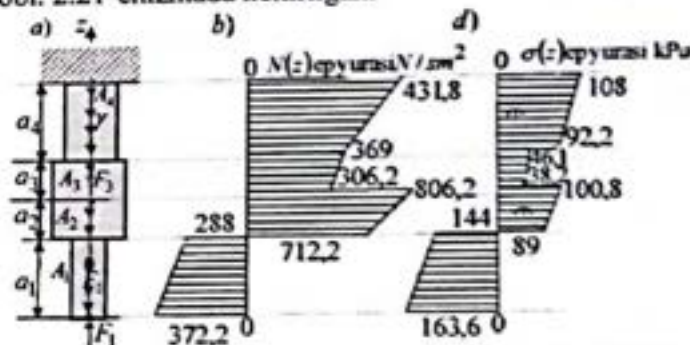
Javobi. 2.20-chizmada keltirilgan.



2.20-chizma. Xususiy og'irlik ta'siridagi sterjen.

2.4-masala. O'qi bo'ylab to'plangan $F_1 = 327,2 \text{ N}$; $F_2 = 1 \text{ N}$; $F_3 = 500 \text{ N}$ kuchlar va xususiy og'irligi $\gamma = 78,5 \text{ kN/m}^3$ ta'siridagi, to'g'ri o'qli pog'onalar uzunliklari $a_1 = 25 \text{ sm}$, $a_2 = 15 \text{ sm}$, $a_3 = 10 \text{ sm}$, $a_4 = 20 \text{ sm}$, ko'ndalang kesim yuzalari $A_1 = A = 20 \text{ sm}^2$, $A_2 = A_3 = 4 \text{ A}$, $A_4 = 2 \text{ A}$ bo'lgan sterjen uchun bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralari qurilsin (2.21-chizma).

Javobi. 2.21-chizmada keltirilgan.



2.21-chizma. Xususiy og'irlik hamda to'plangan kuch ta'siridagi sterjen.

Cho'zilish va siqilishda statik aniq sterjenlar sistemasi hisobi

2.5-masala. Konstruksiya tortqilarining bir-biri bilan birlashtirilgan C nuqtasida F yuk (2.22, a)-chizmada ko'rsatilgandek) osib qo'yilgan. Tortqi materiali po'lat, ko'ndalang kesim yuzalari $A_1 = A_2 = A$, uzunliklari $l_2 = l$ va ular orasidagi burchak $\alpha = 30^\circ$ teng bo'lsa, ushbu nuqtaning vertikal va gorizontal ko'chishi aniqlansin.

Yechish. Sirtqi F yuk ta'sirida vertikal tortqida $N_2 = F/\text{tga}$

gorizontal tortqida $N_1 = F/\sin\alpha$ zo'riqish kuchlari hosil bo'ladi. Konstruksiya tortqilari bir-biri bilan C nuqta biriktirilgan. Bu nuqta F yuk ta'sirida, birinchi tortqi cho'zilib D nuqta atrofida r_1 radius bilan aylana bo'ylab, ikkinchi tortqi siqilib B nuqta atrofida r_2 radius bilan aylana bo'ylab aylanishi natijasida C_1 nuqtaga ko'chadi (2.22, b)-chizma). Ushbu aylanalarning radiuslari quyidagiga teng ekanligini aniqlash qiyin emas:

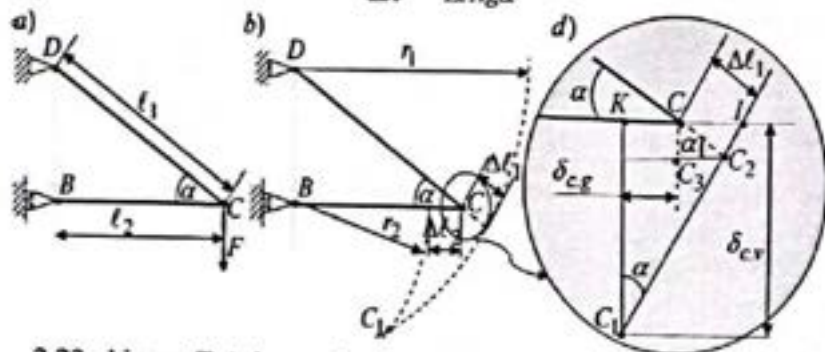
$$r_1 = \ell_1 + \Delta\ell_1 = \ell_1 \left(1 + \frac{F}{EA\sin\alpha}\right); \quad r_2 = \ell_2 - \Delta\ell_2 = \ell_2 \left(1 - \frac{F}{EA\sin\alpha}\right)$$

Birinchi gorizontal tortqining N_1 zo'riqish kuchidan cho'zilishi natijasida hosil bo'lgan absolyut bo'ylama cho'zilish Guk qonuniga muvofiq quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta\ell_1 = \frac{N_1\ell_1}{EA} = \frac{F\ell_1}{EA\sin\alpha}.$$

Ikkinchi gorizontal tortqining N_2 zo'riqish kuchidan siqilishi natijasida hosil bo'lgan absolyut bo'ylama siqilishi Guk qonuniga muvofiq quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta\ell_2 = \frac{N_2\ell_2}{EA} = \frac{F\ell_2}{EA\sin\alpha}.$$



2.22-chizma. To'plangan kuch ta'siridagi sterjenlar sistemasi.

Unda konstruksiya tortqilari bir-biri bilan biriktirilgan C nuqta F yuk ta'sirida 2.22, d)-chizmada ko'rsatilgan ko'chishlarini aniqlaymiz:

Kuch qo'yilgan C nuqtaning gorizontal ko'chishi δ_{cg} bilan belgilaymiz, 2.22, b)-chizmadan ko'rinadiki, ikkinchi tortqining absolyut siqilish deformatsiyasiga teng, ya'ni

$$\delta_{cg} = \Delta\ell_2 = \frac{F\ell_2}{EA\sin\alpha}.$$

Kuch qo'yilgan C nuqtaning vertikal ko'chishi δ_{cv} bilan belgilaymiz. Uni aniqlash uchun 2.22, d)-chizmadagi uchburchak C_1KJ dan $\frac{KC + CJ}{KC_1} = \tan\alpha$ ekanligi ko'rinib turibdi. Bu tenglikdan KC_1 ni aniqlaymiz:

$$KC_1 = \delta_{cv} = \frac{KC + CJ}{\tan\alpha} = \frac{CJ}{\tan\alpha} + \frac{KC}{\tan\alpha}.$$

Ma'lumki, $KC = \Delta\ell_2 = \frac{F\ell_2}{EA\sin\alpha}$ tengligi, uchburchak CJC_2 dan

$CJ = \frac{\Delta\ell_1}{\cos\alpha}$ ni aniqlaymiz. Bunda birinchi tortqining absolyut cho'zilish deformatsiyasi quyidagiga teng ekanligi ma'lum:

$$\Delta\ell_1 = \frac{F\ell_1}{EA\sin\alpha}.$$

Unda bularni e'tiborga olib C nuqtaning vertikal ko'chishini quyidagicha ifodalash mumkin:

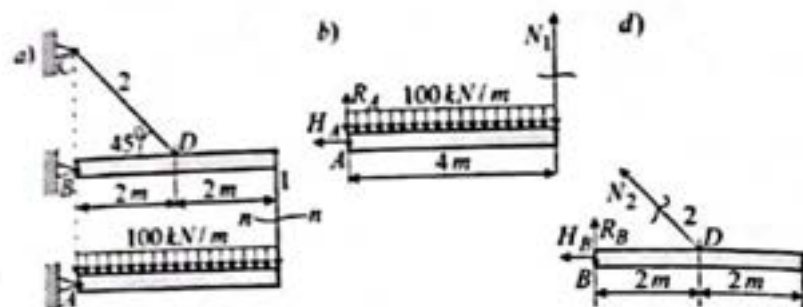
$$\delta_{cv} = KC_1 = \frac{CJ}{\tan\alpha} + \frac{KC}{\tan\alpha} = \frac{\Delta\ell_1}{\tan\alpha \cos\alpha} + \frac{F\ell_2}{EA\sin^2\alpha} = \frac{F\ell_1}{EA\sin^2\alpha} + \frac{F\ell_2}{EA\sin^2\alpha}.$$

2.6-masala. 2.23-chizmada keltirilgan sterjenlar sistemasi tortqilarning ko'ndalang kesim o'lchamlarini mustahkamlik shartidan foydalanib aniqlasin. 1 tortqi ko'ndalang kesimi shveller bo'lgani uchun hisobiy qarshiligi $R_{ps} = 210 \text{ MPa}$, alyuminiy 2 tortqi ko'ndalang kesimi doira shaklida, hisobiy qarshiligi $R_{al} = 130 \text{ MPa}$ ga teng.

Yechish. Sirtqi kuch ta'sirida A, B, C tayanchlarda $R_A; H_A; R_B; H_B; R_C; H_C$ reaksiya kuchlari hosil bo'ladi. Bulardan tashqari 1 va 2 tortqilarda $N_1; N_2$ zo'riqishlar ham hosil bo'ladi.

Bu masalani yechish uchun navbat bilan absolyut qattiq sterjenlarning muvozanatini qarash lozim bo'ladi. Sterjenlar sistemasidagi birinchi tortqini $n-n$ tekislik bilan kesamiz. Birinchi ostki sterjenning muvozanatini (2.23, b)-chizma), undan keyin yuqorigi sterjenning muvozanatini (2.23, d)-chizma) qaraymiz.

Pastki qismning muvozanatidan birinchi tortqida hosil bo'ladigan N_1 zo'riqishni aniqlaymiz, undan keyin yuqorigi qismning muvozanatidan ikkinchi tortqida hosil bo'ladigan N_2 zo'riqishni aniqlaymiz (bunda kuchini ma'lum deb qaraladi).



2.23-chizma. Yoyilgan kuch ta'siridagi sterjenlar sistemasi.

Birinci tortqida hosil bo'ladigan N_1 zo'riqishni aniqlash uchun muvozanat tenglama tuziladi (2.23, b-chizma):

$$\sum M_A = 0; 100 \cdot 4 \cdot 2 - N_1 \cdot 4 = 0, \text{ bundan } N_1 = 200 \text{ kN.}$$

Ikkinchi tortqidan hosil bo'ladigan N_2 zo'riqishni aniqlash uchun muvozanat tenglama tuziladi (2.23, d-chizma):

$$\sum M_B = 0; N_1 \cdot 4 - N_2 \cdot \sin 45^\circ \cdot 2 = 0, \text{ bundan } N_2 = 565,68543 \text{ kN.}$$

Har bir tortqi uchun mustahkamlik shartini yozamiz va birinchi tortqi ko'ndalang kesim yuzasini A_1 , ikkinchi tortqi ko'ndalang kesim yuzasini A_2 bilan belgilaymiz. Sterjenlarning kesim yuzalari, ularning mustahkamlik shartidan aniqlanadi.

Birinchi tortqi uchun mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max}^I = \frac{N_1}{A_1} \leq R_{pu}, \text{ bundan } A_1 \geq \frac{N_1}{R_{pu}} = \frac{200}{210 \cdot 10^3} = 9,52 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 9,52 \text{ sm}^2.$$

GOST-8239-72 sortament jadvalidan bu $9,52 \text{ sm}^2$ qiymatga yaqin bo'lgan 12 sm^2 yuzali №10 shvellerni tanlab olamiz.

Ikkinchi tortqi uchun mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max}^{II} = \frac{N_2}{A_2} \leq R_{ul} \text{ bundan}$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{R_{ul}} = \frac{565,68543}{130 \cdot 10^3} = 43,51426 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 43,51426 \text{ sm}^2.$$

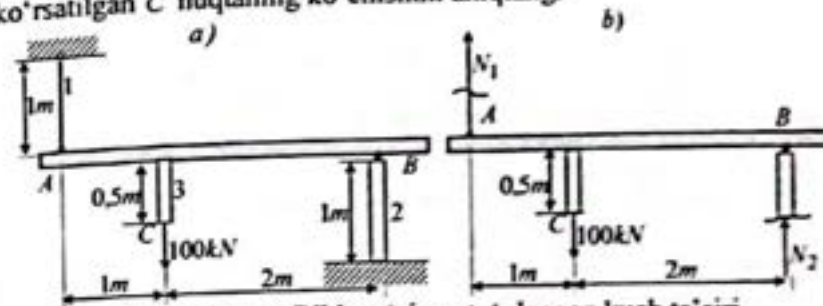
Ko'ndalang kesim yuzasi doira shaklida bo'lgan ikkinchi alyumin tortqi diametri quyidagiga teng:

$$A_2 = \frac{\pi d^2}{4}; \quad d = \sqrt{\frac{4 \cdot A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 43,51426}{3,14}} = 7,44528 \text{ sm}.$$

Unda ikkinchi tortqi ko'ndalang kesim yuzasining haqiqiy miqdori quyidagicha bo'ladi:

$$A_2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (7,44528)^2}{4} = 43,51426 = 43,51426 \text{ sm}^2.$$

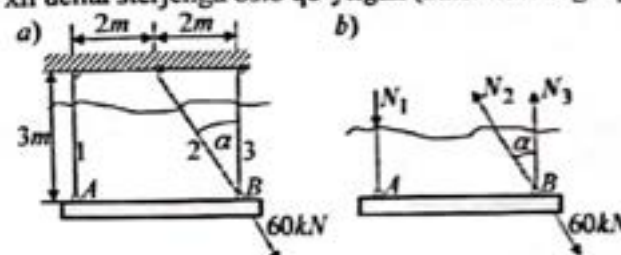
2.7-masala. Bikir AB to'sin 2.24-chizmada ko'rsatilgandek mahkamlangan va yuklangan. To'sin deformatsiyasi e'tiborga olinmasin. Po'lat sterjen 1 ning kesimi 10 sm^2 , yog'och ustun 2 ning kesimi $10 \times 10 \text{ sm}$, mis sterjen 3 ning kesimi 30 sm^2 2.24-chizmada ko'rsatilgan C nuqtaning ko'chishini aniqlang.



2.24-chizma. Bikir to'singa to'plangan kuch ta'siri.

Javobi: $0,5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$.

2.8-masala. Bikir AB brus, ko'ndalang kesim yuzasi 10 sm^2 ga teng bo'lgan bir xil uchta sterjenga osib qo'yilgan (2.25-chizmaga qarang).



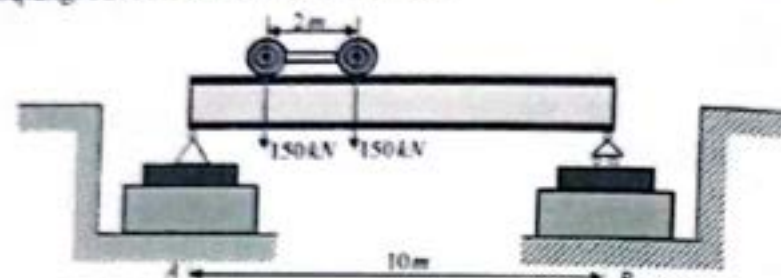
2.25-chizma. Absolyut qattiq brus osilgan sterjenlar sistemasi.

Agar sterjenlar po'latdan yasalgan bo'lsa, sterjenlardagi kuchlanishlarni hamda A nuqtaning ko'chishini va yo'nalishini aniqlang. Chizmada ko'rsatilganidek kuch 60 kN sterjen 2 bo'ylab yo'nalgan.

Javobi: $\sigma_1 = \sigma_3 = 0; \sigma_2 = 60 \text{ MPa}$; nuqta A gorizontall siljishi $1,95 \text{ mm}$.

2.9-masala. Ko'prik to'sini ferma ostidagi tosh poydevor A va B ga 2.26-chizmada ko'rsatilgandek tiraladi. To'sin ustida bir-biriga bog'langan va har biri 150 kN dan bo'lgan yuk harakatlanadi. Agar ferma tagidagi tosh poydevor uchun ruxsat etilgan kuchlanish $0,9 \text{ MPa}$ bo'lsa,

poydevor planda kvadratlardan iborat bo'lsa, yukning eng noqulay vaziyati uchun ferma osti poydevorining plandagi o'lchamlarini aniqlang. Javobi: $55 \times 55 \text{ sm}$; $0,55 \times 0,55 \text{ m}$.



2.26-chizma. Ko'prikl to'sini.

Statik aniqlash masalalarida bruslar uchun bo'ylama kuch va normal kuchlanishlar epyuralarini qurish

2.10-masala. Ikki uchi qistirib mahkamlangan 2.27. a-chizma ko'rsatilgan pog'onali ko'ndalang kesimli sterjen pog'onalar uzunliklari $a = 1,8 \text{ m} = 180 \text{ sm}$; $b = 2,3 \text{ m} = 230 \text{ sm}$; $c = 2,3 \text{ m} = 230 \text{ sm}$ ko'ndalang kesim yuzalari $A = 14 \text{ sm}^2$; $A_1 = A = 14 \text{ sm}^2$; $A_2 = 1,5A = 21 \text{ sm}^2$; $A_3 = 2A = 28 \text{ sm}^2$ va $F_1 = 17 \text{ kN} = 17000 \text{ N}$; $F_2 = 22 \text{ kN} = 22000 \text{ N}$ kuchlar ta'sirida bo'lgan po'lat sterjen uchun (xususiy og'irligini hisobga olmagan holda) quyidagilar talab etiladi:

1. Tayanch reaksiyalarini aniqlash;
2. Bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralarini qurish;
3. Kesimning ko'chish epyurasini qurish.

Masalamiz statik aniqlash bo'lganligi uchun uning quyidagi to'rt tomonini qaraymiz.

Yechish: I. Masalaning statik tomonini qaraymiz. Pastki tayanchni tashlab yuboramiz. Sirtqi F_1 , F_2 kuchlar ta'siridan Sterjen tayanchlarida noma'lum reaksiya R_A , R_B kuchlari hosil bo'ladi, ularning ikkalasi ham yuqoriga yo'nalgan deb qabul qilamiz. Tayanchlardan birini, ya'ni pastki yoki yuqorigi tayanchni tashlab yuboramiz, ya'ni ekvivalent sistema tanlaymiz va uni noma'lum reaksiya kuchi R_A bilan almashtiramiz (2.27, b)-chizma).

Barcha kuchlar bitta to'g'ri chiziqli yotgani uchun statikaning bitta tenglamasini tuzamiz, qolgan tenglamalari o'z-o'zidan qanoatlatiriladi:

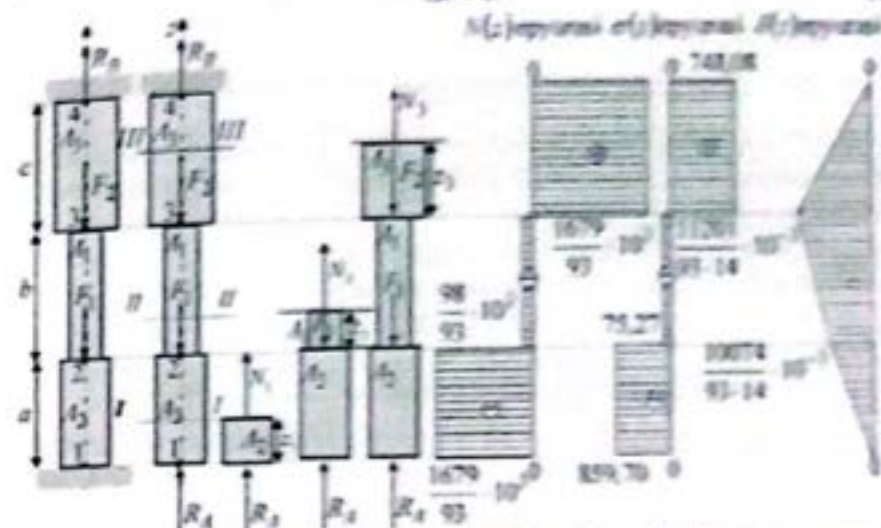
$$R_A - F_1 - F_2 + R_B = 0; \quad R_A + R_B = F_1 + F_2. \quad (1)$$

Bu tenglamada ikkita R_A va R_B noma'lumlar bo'lgani uchun

masala bir marta statik aniqlash

II. Masalaning geometrik tomonini qaraymiz. Sterjenning har ikkala uchi mahkamlanganligi sababli uning umumiy uzunligi o'zgarmaydi, ya'ni

$$\Delta l = 0. \quad (2)$$



2.27-chizma. Bo'lama kuch, normal kuchlanish va ko'chish epyuralari.

III. Masalaning fizik tomonini qaraymiz. Guk qonunidan foydalanib, R_A va F_1 , F_2 kuchlar ta'sirida bosil bo'lgan deformatsiya quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} \Delta l &= \Delta l_a + \Delta l_b + \Delta l_c = 0 \\ \Delta l_a &= -\frac{R_A a}{EA_1}; \quad \Delta l_b = -\frac{R_A b}{EA_1} + \frac{F_1 b}{EA_1}; \quad \Delta l_c = -\frac{R_A c}{EA_1} + \frac{F_1 c}{EA_1} + \frac{F_2 c}{EA_2} \\ &= -\frac{R_A a}{EA_1} - \frac{R_A b}{EA_1} + \frac{F_1 b}{EA_1} - \frac{R_A c}{EA_1} + \frac{F_1 c}{EA_1} + \frac{F_2 c}{EA_2} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

IV. Sintez. Hosil qilingan (3) tenglamadan noma'lum reaksiya kuchi R_A ni topamiz:

$$\begin{aligned} R_A \left[\frac{a}{A_1} + \frac{b}{A_1} + \frac{c}{A_1} \right] &= F_1 \left[\frac{b}{A_1} + \frac{c}{A_1} \right] + \frac{F_2 c}{A_2} \\ R_A &= \frac{F_1 \left[\frac{b}{A_1} + \frac{c}{A_1} \right] + \frac{F_2 c}{A_2}}{\left[\frac{a}{A_1} + \frac{b}{A_1} + \frac{c}{A_1} \right]} = \frac{17 \cdot 10^3 \left[\frac{230}{14} + \frac{230}{28} \right] + \frac{22 \cdot 10^3 \cdot 230}{28}}{\left[\frac{180}{21} + \frac{230}{14} + \frac{230}{28} \right]} = \end{aligned}$$

$$= -\frac{17 \cdot 10^3 \cdot 690}{720 + 1380 + 690} + \frac{22 \cdot 10^3 \cdot 230}{270} = -\frac{1679}{93} \cdot 10^3 \text{ N.}$$

Reaksiya kuchi R_A ning qiymatini (1) tenglamaga qo'yib, noma'lum reaksiya kuchi R_B ni topamiz:

$$R_A = F_1 + F_2 - R_B = 17 \cdot 10^3 + 22 \cdot 10^3 - \frac{1679}{93} \cdot 10^3 = \frac{1948}{93} \cdot 10^3 \text{ N.}$$

Sterjenning a oraliq'idagi bo'ylama kuchini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni a oraliqning biror kesimidan uni I-I tekislik bilan ikki qismga ajratamiz va pastki qismini olib qolib, uning uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq a = 180 \text{ mm}$ o'zgaradi

$$\sum z = 0; \quad N_1 + R_A = 0; \quad N_1 = -R_A.$$

$$N_1(z_1 = 0) = -\frac{1679}{93} \cdot 10^3 \text{ N}; \quad N_1(z_1 = a) = -\frac{1679}{93} \cdot 10^3 \text{ N.}$$

Sterjenning b oraliq'idagi bo'ylama kuchini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni b oraliqning biror kesimidan uni II-II tekislik bilan ikki qismga ajratamiz va pastki qismini olib qolib, uning uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

ikkinchi oraliq $0 \leq z_2 \leq b = 230 \text{ mm}$ o'zgaradi

$$\sum z = 0; \quad N_2 + R_A - F_1 = 0; \quad N_2 = -R_A + F_1.$$

$$N_2(z_2 = 0) = -\frac{1679}{93} \cdot 10^3 + 17000 = -\frac{98}{93} \cdot 10^3 \text{ N}; \quad N_2(z_2 = b) = -\frac{98}{93} \cdot 10^3 \text{ N.}$$

Sterjenning c oraliq'idagi bo'ylama kuchini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni c oraliqning biror kesimidan uni III-III tekislik bilan ikki qismga ajratamiz va pastki qismini olib qolib, uning uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

uchinchi oraliq $0 \leq z_3 \leq c = 230 \text{ mm}$ o'zgaradi

$$\sum z = 0; \quad N_3 + R_A - F_1 - F_2 = 0; \quad N_3 = -R_A + F_1 + F_2.$$

$$N_3(z_3 = 0) = -\frac{1679}{93} \cdot 10^3 + 17 \cdot 10^3 + 22 \cdot 10^3 = \frac{1948}{93} \cdot 10^3 \text{ N}; \quad N_3(z_3 = c) = \frac{1948}{93} \cdot 10^3 \text{ N.}$$

Har bir oraliqdagi normal kuchlanishlarni quyidagi formulalardan aniqlaymiz:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq a = 180 \text{ mm}$ o'zgaradi

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-\frac{1679}{93} \cdot 10^3}{21} = -859,70 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2};$$

ikkinchi oraliq $0 \leq z_2 \leq b = 230 \text{ mm}$ o'zgaradi

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-\frac{98}{93} \cdot 10^3}{14} = -75,27 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2};$$

uchinchi oraliq $0 \leq z_3 \leq c = 230 \text{ mm}$ o'zgaradi

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{\frac{1948}{93} \cdot 10^3}{28} = 748,08 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}.$$

Bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralarini qurish uchun sterjen o'qiga parallel qilib sanoq (nol) chiziqlari olamiz. Aniqlangan bu musbat son qiymatlarni sanoq chiziqlarining tegishli nuqtalariga masshtabda o'ng tomoniga, agar manfiy bo'lsa chap tomoniga perpendikulyar ravishda o'lchab qo'yamiz va ularni tutashdirib sterjen o'qiga perpendikulyar bo'lgan chiziqlar bilan shtrixlaymiz.

Barcha oraliqlar uchun absolyut bo'ylama cho'zilish (siqilish) deformatsiyalarini tajriba asosida olingan Guk qonunidan foydalanib aniqlaymiz:

$$\Delta l_a = \frac{N_1 a}{EA_1} = \frac{-\frac{1679}{93} \cdot 10^3 \cdot 180}{2 \cdot 10^7 \cdot 21} = \frac{-\frac{1679}{93} \cdot 10^3 \cdot 30}{10^7 \cdot 7} = -\frac{10074}{93 \cdot 14} \cdot 10^{-3} \text{ mm.}$$

$$\Delta l_b = \frac{N_2 b}{EA_2} = \frac{-\frac{98}{93} \cdot 10^3 \cdot 230}{2 \cdot 10^7 \cdot 14} = -\frac{1127}{93 \cdot 14} \cdot 10^{-3} \text{ mm.}$$

$$\Delta l_c = \frac{N_3 c}{EA_3} = \frac{\frac{1948}{93} \cdot 10^3 \cdot 230}{2 \cdot 10^7 \cdot 28} = \frac{11201}{93 \cdot 14} \cdot 10^{-3} \text{ mm.}$$

Ko'chish epyuralarini 1, 2, 3, 4 nuqtalarining ko'chishlari orqali quramiz.

Sterjen kesimlarining ko'chishlarini aniqlaymiz:

Birinchi oraliqning boshidagi Ichi nuqtasining ko'chishi nolga teng $\delta_1 = 0$ bo'ladi, chunki bu kesim qistirib mahkamlangan.

Birinchi oraliqning oxirgi 2chi nuqtasining ko'chishi birinchi oraliqning absolyut bo'ylama deformatsiyasiga teng bo'ladi:

$$\delta_2 = \Delta l_1 = -\frac{10074}{93 \cdot 14} \cdot 10^{-3} \text{ mm.}$$

Ikkinchi oraliqning oxirgi 3chi nuqtasining ko'chishi 2 chi nuqta ko'chishi va ikkinchi oraliqning absolyut bo'ylama deformatsiyasi yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\delta_1 = \delta_2 + \Delta l_2 = -\frac{10074}{93 \cdot 14} \cdot 10^{-3} - \frac{1127}{93 \cdot 14} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} = -\frac{11201}{93 \cdot 14} \cdot 10^{-3} \text{ sm.}$$

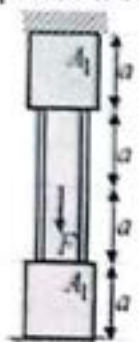
Uchinchi oraliqning oxirgi 4 nuqtasining ko'chishi 3 nuqta ko'chishi va uchinchi oraliqning absolyut bo'ylama deformatsiyasi yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\Delta_4 = \delta_3 + \Delta l_3 = -\frac{11201}{93 \cdot 14} \cdot 10^{-3} + \frac{11201}{93 \cdot 14} \cdot 10^{-3} = 0.$$

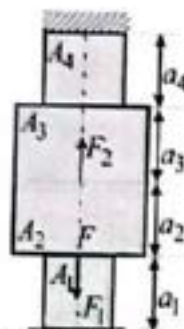
2.11-masala. Po'latdan yasalgan pog'onali konstruksiya $E = 21 \cdot 10^4 \text{ Nsm}^2$ 2.28-chizmada ko'rsatilgandek kuch $F = 10 \text{ kN}$ bilan yuklangan, yuqorigi va pastki pog'onalar ko'ndalang kesim yuzalari $A_1 = 40 \text{ sm}^2$, o'rtadagi pog'ona qo'shtavr №6, pog'onalar uzunliklari $a = 0,5 \text{ m}$ (xususiy og'irligi hisobga olgan holda) quyidagilar talab etiladi:

1. Tayanch reaksiyalari aniqlansin;
2. Bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralari qurilsin;
3. Kesimning ko'chish epyurasi qurilsin.

Berilganlar: Sterjen pog'onalar uzunliklari $a = 0,5 \text{ m}$, yuqorigi va pastki pog'onalar ko'ndalang kesim yuzalari $A_1 = 40 \text{ sm}^2$, o'rtadagi pog'ona qo'shtavr. Ta'sir etuvchi kuchlar $F = 10 \text{ kN}$.



2.28-chizma. Po'latdan yasalgan pog'onali konstruksiya.



2.29-chizma. Uch pog'onali sterjen.

2.12-masala. 2.29-chizmada ko'rsatilgan pog'onali sterjen kuchlar $F_1 = 10 \text{ kN}$; $F_2 = 0,5 \text{ kN}$ bilan yuklangan, pog'onalar ko'ndalang kesim yuzalari $A_1 = 20 \text{ sm}^2$; $A_2 = 80 \text{ sm}^2$; $A_3 = 80 \text{ sm}^2$; $A_4 = 40 \text{ sm}^2$, pog'onalar uzunliklari $a_1 = 25 \text{ sm}$; $a_2 = 15 \text{ sm}$; $a_3 = 10 \text{ sm}$; $a_4 = 20 \text{ sm}$, material elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, xususiy og'irligi $\gamma = 7,85 \text{ kN/m}^3$ ni e'tiborga olgan holda quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

1. Tayanch reaksiyalari aniqlansin;

2. Bo'ylama kuch va normal kuchlanish epyuralari qurilsin.

Cho'zilish va siqilishda statik aniqmas sterjenlar sistemasi hisobi

2.13-masala. Yuzasi 5 sm^2 bo'lgan bir xil ko'ndalang kesimli beshta po'lat sterjendan iborat sistemadagi K nuqtaning ko'chishini aniqlang? (2.30-chizma). Berilganlar: Ko'ndalang kesim yuzasi $A = 5 \text{ sm}^2$, sterjenlar uzunliklari $\ell_1 = \ell_2 = \ell_4 = \ell_5 = \sqrt{2} \text{ sm}$, $\ell_3 = 1 \text{ sm}$.

Yechish. 1. Masalaning statik tomonini qaraymiz. Noma'lum ichki kuchlar soni beshta. Kesish uslidan foydalanib C va K tugunlarning muvozanatini tekshirib, tugunlarning har biri uchun ikkitadan statikaning muvozanat tenglamalarini tuzish mumkin.

Tugunlarning muvozanat bo'lish shartidan quyidagi tenglamalarni hosil qilamiz:

2.30-chizma b)da ko'rsatilgan C tugun uchun statika muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

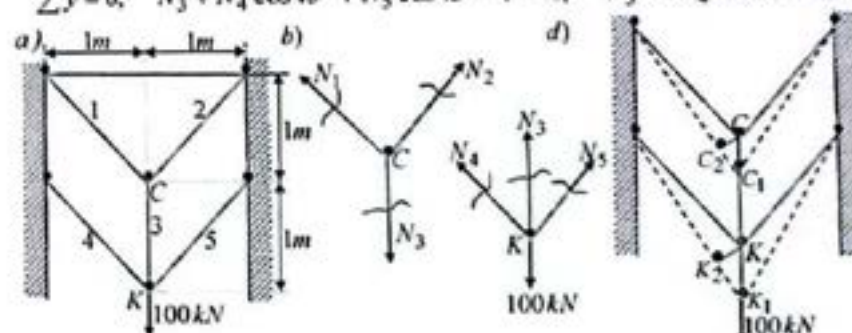
$$\sum z = 0; \quad -N_1 \sin 45^\circ + N_2 \sin 45^\circ = 0; \quad N_1 = N_2.$$

$$\sum y = 0; \quad N_1 \cos 45^\circ + N_2 \cos 45^\circ - N_3 = 0; \quad 2N_1 \cos 45^\circ = N_3.$$

2.30, d-chizmada ko'rsatilgan K tugun uchun statika muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum z = 0; \quad -N_4 \sin 45^\circ + N_5 \sin 45^\circ = 0; \quad N_4 = N_5.$$

$$\sum y = 0; \quad N_3 + N_4 \cos 45^\circ + N_5 \cos 45^\circ - F = 0; \quad N_3 + 2N_4 \cos 45^\circ = F.$$



2.30-chizma. Beshta po'lat sterjendan iborat sterjenlar sistemasi.

Bu to'rtta tenglamalar sistemasida beshta noma'lum bo'lganligi sababli masala bir marta statik noaniq.

2. **Geometrik tomonini qaraymiz.** Geometrik tenglamani tuzishda quyidagilarni e'tiborga olish lozim. Agar 3 chi sterjen absolyut qattiq bo'lganda edi, unda C va K tugunlarning ko'chishi bir xil bo'lib masala soddalashtirilgan bo'lardi. Lekin 3chi sterjen cho'ziladi shuning uchun ham

K tugun C tugunga nisbatan ko'proq ko'chadi 4, 5 chi sterjenning cho'zilishi hisobiga. Ya'ni

$$\delta_K = \delta_C + \Delta \ell_3.$$

Sterjen C va K tugunlarning ko'chishi bilan absolyut cho'zilishi o'rtasidagi munosabatlarini aniqlaymiz:

$$\delta_C = \frac{M_1}{E \cos 45^\circ}; \quad \delta_K = \frac{M_4}{E \cos 45^\circ}.$$

3. Masalaning fizik tomonini qaraymiz. Ya'ni deformatsiyalarni kuchlar bilan bog'laymiz.

$$\delta_C = \frac{N_1 \sqrt{2}}{5 \cdot 10^{-4} E \cos 45^\circ}; \quad \delta_K = \frac{N_4 \sqrt{2}}{5 \cdot 10^{-4} E \cos 45^\circ}; \quad \Delta \ell_3 = \frac{N_3 \cdot 1}{5 \cdot 10^{-4} E}.$$

Unda

$$\frac{N_4 \sqrt{2}}{5 \cdot 10^{-4} E \cos 45^\circ} = \frac{N_1 \sqrt{2}}{5 \cdot 10^{-4} E \cos 45^\circ} + \frac{N_3 \cdot 1}{5 \cdot 10^{-4} E}, \text{ yoki } N_4 = N_1 + \frac{N_3}{2}.$$

4. Sintez. Bu tenglama bilan yuqoridagi muvozanat tenglamalarini birgalikda echib ichki zo'riqish kuchlarini aniqlaymiz.

Muvozanat tenglamaning ikkinchisidan birinchi sterjenda hosil bo'lgan zo'riqish kuchi:

$$N_1 = \frac{N_3}{\sqrt{2}}.$$

Muvozanat tenglamaning to'rtinchisiga to'rtinchi sterjenda hosil bo'lgan zo'riqish kuchi ifodasini oxirgi tenglikdan olib borib qo'yamiz:

$$N_3 + 2 \left(\frac{N_3}{\sqrt{2}} + \frac{N_3}{2} \right) \cos 45^\circ = F.$$

Bundan

$$N_3 \left[1 + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = F; \quad N_3 = \frac{F}{2 + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{100000}{2,707106} = 36939,8169 \text{ N}.$$

$$N_1 = \frac{N_3}{\sqrt{2}} = \frac{36939,8169}{1,41421} = 26120,4608 \text{ N}.$$

Sterjenlarda hosil bo'lgan noma'lum ichki kuchlar aniqlangandan keyin K nuqtaning ko'chishini aniqlaymiz:

$$\delta_K = \delta_C + \Delta \ell_3 = \frac{N_1 \sqrt{2} \cdot 10^2}{5 \cdot 10^{-4} E \cos 45^\circ} + \frac{N_3 \cdot 1 \cdot 10^2}{5 \cdot 10^{-4} E} = \frac{26120,4608 \sqrt{2} \cdot 10^2}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^7 \cos 45^\circ} + \frac{36939,8169 \cdot 10^2}{5 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^7} = 0,0522 + 0,3369 = 0,3891 \text{ sm} = 0,389 \text{ mm}.$$

2.14-masala. 2.31-chizmada tasvirlangan sterjenlar sistemasi uchun ruxsat etilgan kuchlanishi $\sigma_{adm} = 16 \text{ kN/sm}^2$ bo'lsa, mustahkamlik shartidan foydalanib ruxsat etilgan F_{adm} kuch aniqlansin. Gorizonttal BD brus absolyut qattiq deb hisoblansin. Sterjenlar kesim yuzalari $A_1 = A = 0,2 \text{ sm}^2$, $A_2 = 2A = 0,4 \text{ sm}^2$, uzunliklari $\ell_1 = \ell = 2 \text{ m}$, $\ell_2 = 2\ell$ berilgan. Javobi: $F_{adm} = 298 \text{ kN}$.



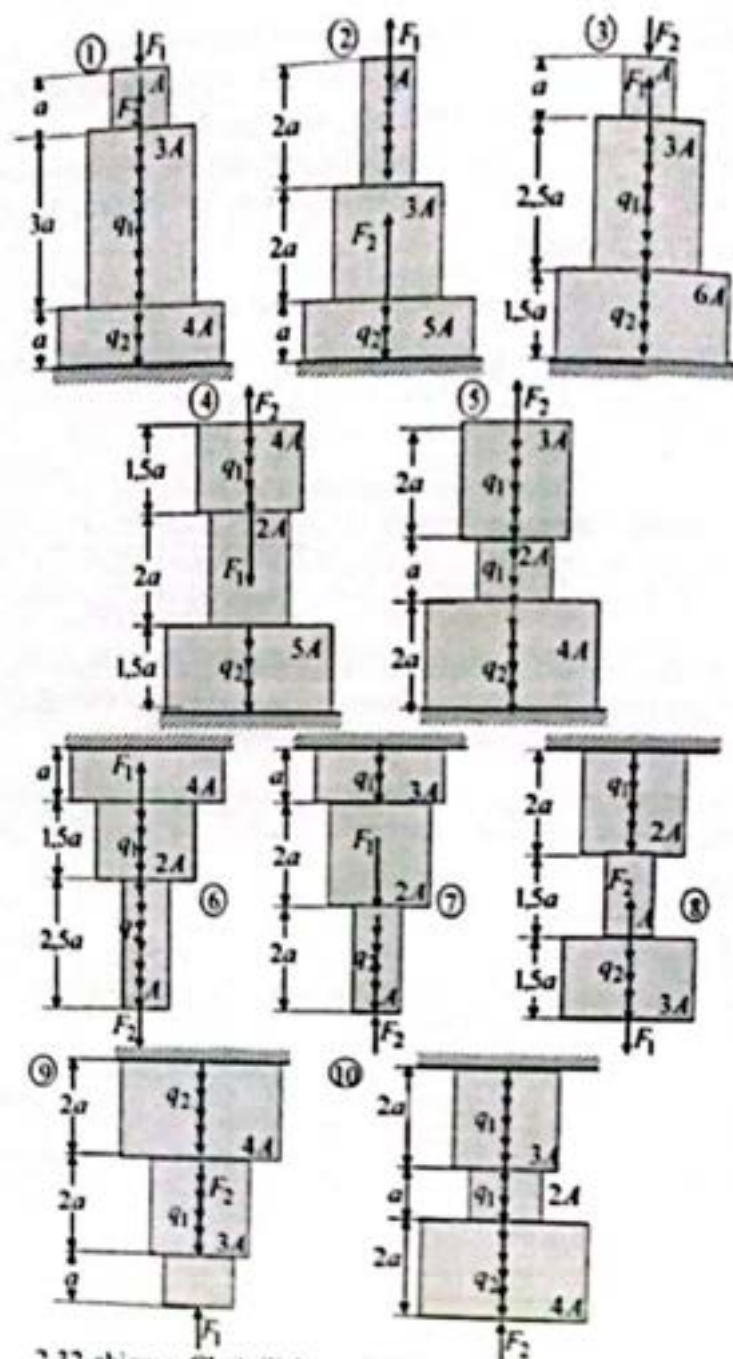
2.31-chizma. Absolyut qattiq brus.

2.15-masala. Berilgan variant bo'yicha 2.32-chizmada keltirilgan pog'onali sterjen sxemasi, 2.5-jadvaldan bo'ylama yuklar va sterjen ko'ndalang kesimi o'lchamlari olinib, quyidagilarni aniqlash talab qilinadi:

1. Bo'ylama kuchlar aniqlansin va ularning epyuralari qurilsin.
2. Normal kuchlanishlar aniqlansin va ularning epyuralari qurilsin.
3. Sterjenning bo'ylama cho'zilishi (siqilishi) aniqlansin.

2.5-jadval

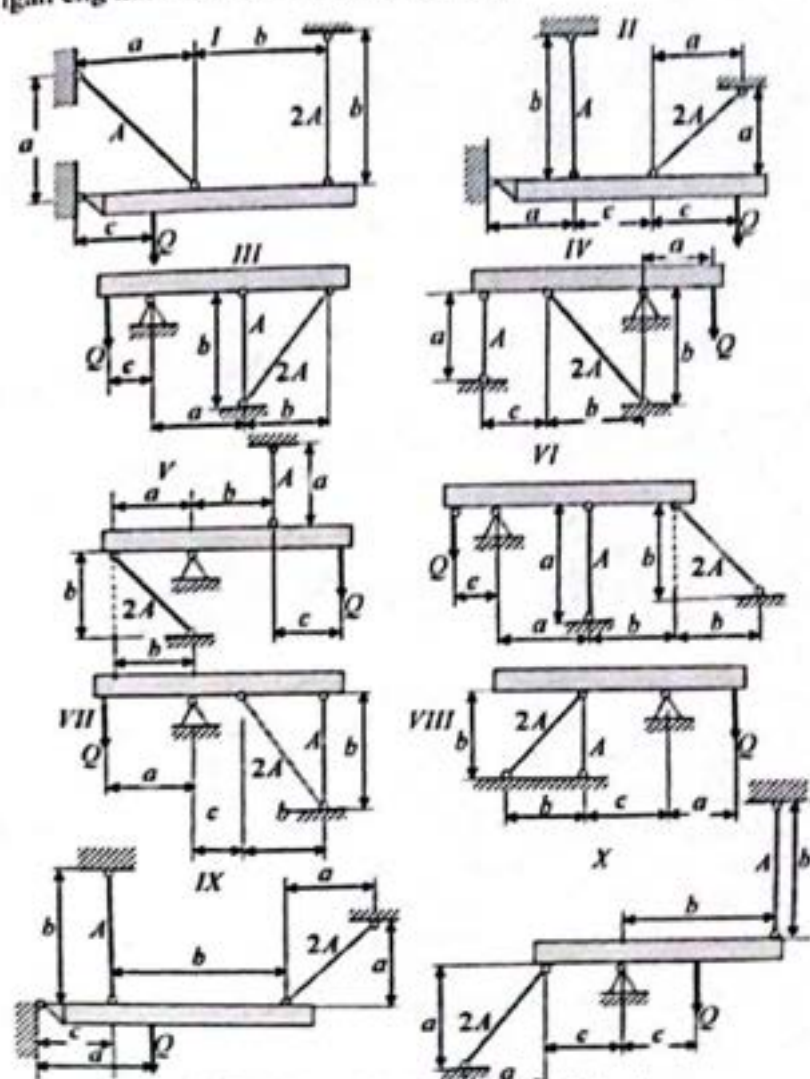
T/r	Sxema №	a, m	A _{sm}	F ₂ , kN	F ₁ , kN	q ₁ , kN/m	q ₂ , kN/m	E, kN/m ²
1	I	1,4	25	150	60	15	12	2 · 10 ⁸
2	II	2	20	220	80	20	14	2,2 · 10 ⁸
3	III	1,6	18	200	100	18	10	2,1 · 10 ⁸
4	IV	2,6	24	100	120	24	16	1,12 · 10 ⁸
5	V	2,4	15	120	85	22	18	2,2 · 10 ⁸
6	VI	1,2	28	240	90	16	20	2 · 10 ⁸
7	VII	2,6	30	180	70	12	15	1,2 · 10 ⁸
8	VIII	2,8	16	120	95	26	17	1,3 · 10 ⁸
9	IX	1,8	22	160	110	28	13	2,1 · 10 ⁸
10	X	2,2	18	140	105	25	19	2,1 · 10 ⁸
b	d	e	b	d	e	b	d	e



2.32-chizma. Cho'zilish va siqilishga ishlovchi sterjenlar.

2.16-masala. Berilgan variant bo'yicha 2.33-chizmalarda keltirilgan statik aniqmas sterjenlar sxemasi, 2.6-jadvaldan ma'lumotlar olinib, tashqi kuch ta'siridan quyidagilarni aniqlash talab etiladi:

- 1) sterjenlarda hosil bo'lgan zo'riqlash kuchlari va kuchlanishlar Q orqali aniqlansin;
- 2) ruxsat etilgan Q_{adm} kuch aniqlansin, har ikkala sterjenda hosil bo'lgan eng katta kuchlanish $\sigma_{adm} = 160 \text{ MPa}$.



2.33-chizma. Sterjenli konstruksiyalar.

2.6 -jadval

Tartib raqami	Sxema №	A sm ²	a	b	c	N kN	10 ⁵ β
			m				
1	I	11	2,1	2,1	1,1	110	5
2	II	12	2,2	2,2	1,2	120	4
3	III	13	2,3	2,3	1,3	130	3
4	IV	14	2,4	2,4	1,4	140	2
5	V	15	2,5	2,5	1,5	150	1
6	VI	16	2,6	2,6	1,6	110	5
7	VII	17	2,7	2,7	1,7	120	4
8	VIII	18	2,8	2,8	1,8	130	3
9	IX	19	2,9	2,9	1,9	140	2
10	X	20	3,0	3,0	2,0	200	1
d	e	d	e	d	e	d	e

Nazorat savollari va topshiriqlar:

1. Qanday cho'zilish yoki siqilish holatiga markaziy cho'zilish yoki siqilish holati deb ataladi?
2. Bo'ylama kuch deb nimaga aytiladi?
3. Bo'ylama kuch epyurasi nimani ifodalaydi va u qanday qurilishini izohlab bering.
4. Tekis kesim gipotezasini izohlang.
5. Absolyut bo'ylama cho'zilishni izohlab bering.
6. Nisbiy bo'ylama deformatsiyani izohlab bering.
7. Guk qonunini ta'riflang va matematik ifodasini izohlang.
8. Guk qonunining tajribada olingan ifodasini izohlab bering.
9. Cho'zilish yoki siqilishda elastiklik moduli materialining qanday xususiyatini xarakterlaydi?
10. Elastiklik modulining geometrik ma'nosini izohlab bering.
11. Elastiklik modulining fizik ma'nosini izohlab bering.
12. Cho'zilish yoki siqilishda sterjenlari bikirligini izohlang?
13. Nisbiy ko'ndalang deformatsiyani izohlab bering.
14. Ko'ndalang deformatsiya (Puasson) koeffitsientining turli materiallar uchun o'zgarish chegarasini izohlab bering.
15. Cho'zilish yoki siqilishda sterjenlarning xususiy og'irligini e'tiborga olganda kuchlanish va deformatsiyalarni izohlang?
16. Teng qarshilikli bruslar deb qanday bruslarga aytiladi?
17. Cho'zilish yoki siqilishda qanday masalalarga statik aniqmas masalalar deb ataladi?
18. Konstruksiya elementlarini mustahkamlikka hisoblashda qanday usullari mavjud?

III BOB. KONSTRUKSION MATERIALLARNING MEXANIK TAVSIFLARI

3.1-§. Materiallarni cho'zilishga sinash. Cho'zilish diagrammasi

Inshootlar, mashinalar va mexanizm elementlarini loyihalashda va mustahkamlikka, bikirlikka hamda ustuvorlikka hisoblash ishlarida materialning mexanik tavsiflarini bilish lozim bo'ladi. Materiallarning mexanik tavsiflari standart namunalarini sinash yo'li bilan aniqlanadi. Laboratoriya sharoitida namunaning mexanik tavsiflarini aniqlash maqsadida har bir material uchun davlat standartida shakli va o'lchamlari orasidagi munosabatlar belgilab qo'yilgan. Namuna materialiga qarab cho'zilishga, siqilishga, siljishga, buralishga va qattiqlikka sinab ko'riladi. Mexanik sinovlarning barcha turlari, shuningdek, bunda qo'llaniladigan mashinalar va asboblari, materiallar qarshiligi fani bo'yicha mavjud bo'lgan o'quv qo'llanmalarda batafsil tavsifi keltirilgan.

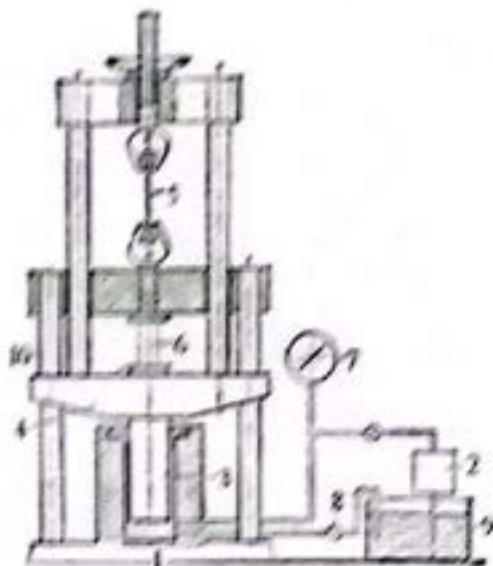
Cho'zilish va siqilishga sinov tajribasini o'tkazish uchun juda ko'p mashinalar mavjudki, ular namunaga ta'sir qiluvchi kuchni yuqori aniqlikda o'lchay oladi. Deformatsiya esa mashinadagi maxsus qurilma yoki o'lchash asboblari bilan aniqlanadi.

Yangi turdagi sinov mashinalarida ta'sir qiluvchi kuch bir necha grammdan bir necha ming tonnagacha olib borilishi mumkin. Bunday mashinalarda cho'zilish va siqilishga ayrim kichik namunalar emas, balki haqiqiy o'lchamdagi inshoot elementlarini sinash mumkin. Kundalik amaliyotda quvvati kamroq bo'lgan mashinalarda o'lchamlari kichik namunalar sinov asosida sinab ko'riladi. Cho'zilishga sinash uchun quvvati 500 kN gacha bo'lgan mexanik yoki gidravlik ta'sir qiluvchi mashinalar tatbiq etiladi. Tola va ipni sinash mashinalarida cho'zuvchi kuch grammlarda o'lchanadi. Siqilish bilan bog'liq bo'lgan sinovlar quvvati 300 kN dan 5000 kN gacha bo'lgan gidravlik presslarda bajariladi.

Sinov mashinalari namunaga qo'yiladigan yuk qiymatini ko'rsatuvchi qurilma bilan jihozlangan. Namunaning cho'zilishi maxsus o'lchov asboblari yordamida aniqlanadi. Namunaning yuk ta'sirida cho'zilishini tasvirlovchi grafiklarni avtomatik ravishda chizib beradigan qurilma bilan jihozlangan.

3.1-chizmada materiallarni cho'zilish va siqilishga sinash uchun mo'ljallangan gidravlik sinov mashina sxemasi ko'rsatilgan: nasos 2

yordamida kesim ostida moy silindri 1ning bo'rtlig'iga uzatiladi. Natijada plunjir 3 ko'tariladi. Cho'zilishga sinaladigan namuna 6ni uchlab turalagan mezlama o'rnatilgan rama 4 plunjerning ushbu joylashirilgan.



3.1-chizma. Gidravlik sinov mashina sxemasi.

Sig'ilishga sinalgan namuna 6 ramaning pastki qismiga o'rnatiladi. Rama 10 qo'zg'almas. Kuch manometri 7 bilan o'lchanadi. Sinov to'xtatildigandan so'ng rama 4ning og'irligi ta'sirida moy ventili 8 orqali sig'il chiqariladi va vanna 9ga qaytib o'tadi.

Materialni cho'zilishga statik sinash muhim ahamiyatga ega, chunki bunda materiallarning xossalari va tavsiflarini to'liq bilib olish mumkin. Namunalarni sinash GOST 1497-84 ga muvofiq o'tkaziladi.

Plastik materiallarni cho'zilishga sinash uchun ulardan silindrik va yassi maxsus namunalar tayyorlanadi (3.2, a, b)-chizma).

Barcha o'lchamlar namunaning o'rta qismidan olinadi, ya'ni silindrik namuna uchun 20mm qo'yilgan oraliqdan olinadi, chunki namunaning bu qismidagina kuchlanish ko'ndalang kesimlar bo'yicha tekis taqsimlanadi.

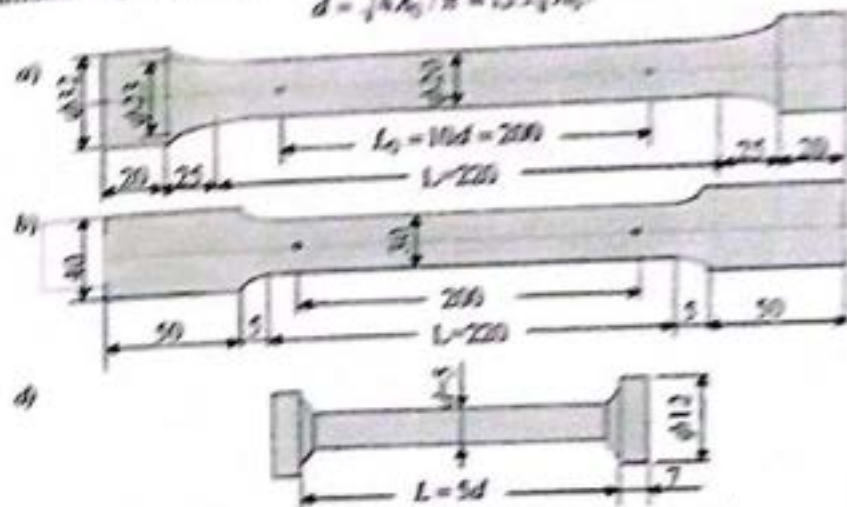
Agar namunaning ko'ndalang kesim yuzasi bir xil bo'lib, shakli qanday bo'lsa ham qo'iy nazar vaqtli qarshilik ham bir xil bo'lib, muvofiqlik ko'ndalang kesim yuzasiga proporsionaldir.

Odatda, o'rta qismning uzunligi va diametri orasidagi munosabatlarga qarab silindrik namunalar uzun ($L_0 = 10d$) yoki qisqa ($L_0 = 5d$) qilib yasiladi.

Yassi namunalarning uzunligini tanlash uchun, avval, bu namunaning ko'ndalang kesim yuzasiga teng yuzali doiraviy namunaning diametrisini aniqlash zarur:

$$d = \sqrt{4A_0/\pi} = 1.13\sqrt{A_0}$$

(a)



3.2-chizma. Silindrik va yassi maxsus namunalar.

Keyin esa quyidagi munosabatlardan foydalanib, yassi namunalarning uzunligini ham aniqlash mumkin:

a) uzun yassi namunalar uchun

$$L_0 = 10d = 11.3\sqrt{A_0}$$

b) qisqa yassi namunalar uchun

$$L_0 = 5d = 5.65\sqrt{A_0}$$

Sinov mashinasining pastki va yuqorigi qisqichlariga namuna mahkam o'rnatilib, keyin cho'ziladi.

3.3-chizmada kam uglerodli po'lat 3 materialdan tayyorlangan namunani, sinov mashinada cho'zilishga sinash jarayonida grafik chizuvchi maxsus qurilmasi yordamida chizilgan grafik, $F - \Delta L$ koordinatada keltirilgan. Cho'zuvchi kuch F bilan namunaning cho'zilishi ΔL orasidagi bu grafikka cho'zilish diagrammasi deb ataladi. Cho'zilish diagrammasining $F - \Delta L$ koordinatadagi ko'rinishi nafaqat materialning xossalari bog'liq bo'lib qolmasdan, balki sinalayotgan

namunaning o'kchalariga ham bog'liq bo'ladi. Namuna faqat mexanik xossalarni ifodalovchi diagrammani hosil qilish uchun dastlabki diagrammani $\sigma - \varepsilon$ koordinatada qurish lozim.

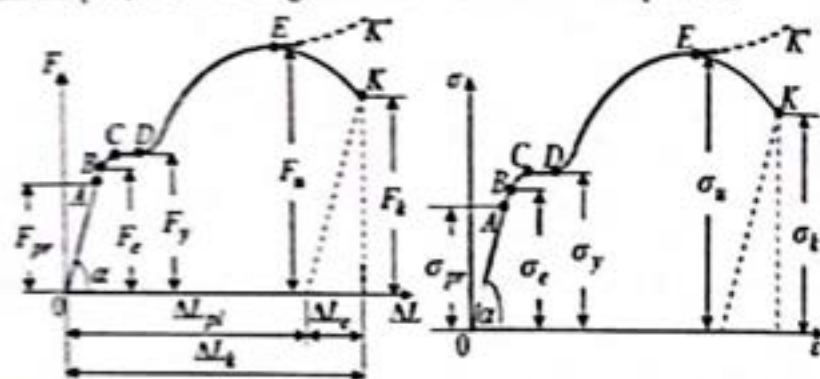
Materialning xossalarni o'rganish uchun normal σ kuchlanish va nisbiy ε deformatsiya orasidagi bog'lanishni ifodalovchi cho'zilish diagrammasidan foydalanish maqsadga muvofiqdir (3.4-chizma). Namunani cho'zishda hosil bo'lgan normal σ kuchlanish, F yukni namunaning dastlabki A_0 yuzasiga nisbati

$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad (3.1)$$

nisbiy ε deformatsiya, M absolyut cho'zilishni namunaning dastlabki L_0 uzunligiga nisbati

$$\varepsilon = \frac{M}{L_0}, \quad (3.2)$$

kabi aniqlab, dastlabki diagramma $\sigma - \varepsilon$ koordinatada quriladi.



3.3-chizma. Kam uglerodli po'lat 3.4-chizma. Po'lat 3 materialining namunaning cho'zilishi diagrammasi. shartli cho'zilish diagrammasi.

Namunaning cho'zilish diagrammasini shartli ravishda beshta sohaga bo'lish mumkin.

1. Proporsionallik (0A) sohasi.

Yuklanishning bosh qismi, cho'zilish diagrammasining birorta A nuqtasigacha og'ma to'g'ri chiziqni ifodalab, u yuk bilan deformatsiya orasida to'g'ri proporsional bog'lanishni, ya'ni Guk qonuni to'g'riligini tasvirlaydi.

Diagrammaning 0A qismi elastiklik sohasi deyiladi, bunda diagrammaning to'g'ri proporsional bog'lanish buzilmagan sohada kuch

F_p bilan belgilanadi va proporsionallik chegarasi σ_p ni aniqlashda foydalaniladi.

Proporsionallik chegarasi deb, shunday eng katta kuchlanishga aytiladiki, ungacha material Guk qonuniga to'la bo'ysunadi. U quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_0}, \quad (3.3)$$

Po'lat 3 materiali uchun proporsionallik chegarasi $\sigma_p = 195 + 200 \text{ MPa}$

Proporsionallik 0A sohada absolyut cho'zilish juda ham kichik miqdor bo'lganligi uchun 0A to'g'ri chiziq koordinatalar sistemasida vertikal o'qdan juda ham kam og'adi, lekin 3.4-chizmada cho'zilish diagrammasi yaxshi ko'rinishi uchun masshtabga rioya qilinmasdan chizib ko'rsatilgan.

2. Elastik (AB) sohasi.

Cho'zilish diagrammasining proporsionallik chegarasidan ortgandan keyin, yukka nisbatan deformatsiya tezroq o'sadi va natijada to'g'ri chiziq egri chiziqqa o'tadi. Yuklanish jarayonida A nuqtadan boshlab unga juda ham yaqin bo'lgan B nuqtagacha diagramma egrilanadi. Shu sababli bu AB sohada kuchlanish deformatsiyaga proporsional bo'lmaydi. Bu sohada kuch F_e bilan belgilanadi va elastiklik chegarasini aniqlashda foydalaniladi.

Diagrammadagi egri chizikli sohasida yotuvchi B nuqtaning holati elastiklik chegarasi σ_e ga mos keladi (3.4-chizma).

Elastiklik chegarasi deb, namuna yuksizlantirilganda qoldiq deformatsiya hosil qilmasdan uning materiali bardosh bera oladigan eng katta kuchlanishga aytiladi. U quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A_0}, \quad (3.4)$$

Ko'pgina materiallar uchun proporsionallik chegarasi σ_p bilan elastiklik chegarasi σ_e miqdori bir-biridan juda ham kam farq qiladi. Shuning uchun amalda ularni bir-biriga mos keladi deb qaraladi.

Po'lat 3 materiali uchun elastiklik chegarasi $\sigma_e = 205 + 210 \text{ MPa}$

Agar kuchlanishlarning qiymati σ_e elastiklik chegarasidan oshib ketmasa, u holda namunada faqat elastik deformatsiya sodir bo'ladi; aksincha, oshib ketssa namunada ham elastik, ham qoldiq (plastik) deformatsiyalar paydo bo'ladi. Ya'ni B nuqtadan vertikal chiziq

o'rtanika bu vertikal chiziqdan chap tomonda diagramma elastik deformatsiya sohasi, o'ng tomonida elastik-plastik deformatsiyalar sohasi yetadi.

3. Quvchanlik (CD) sohasi

Yuklanish davom etirilsa, diagrammaning egri chiziqli sohasi deyarli to'g'ri chiziqli CD sohaga o'tadi, bunda yuk ortmaga him deformatsiya ortadi, xuddi material oqadi. Bu sohada kuch F , him belgilanadi va umumiy quvchanlik chegarasini aniqlashda foydalaniladi.

Bu holatga to'g'ri kelgan kuchlanish umumiy quvchanlik chegarasi deb ataladi. U quyidagi formuladan aniqlanadi:

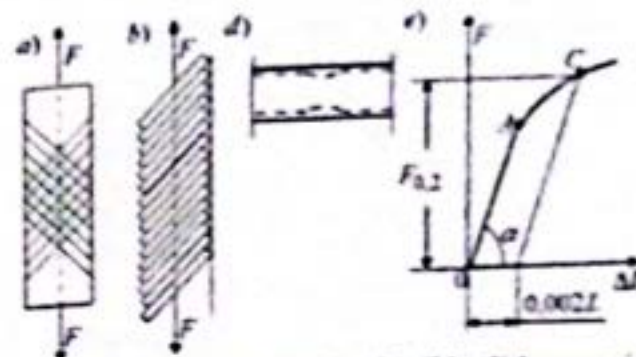
$$\sigma_y = \frac{F_y}{A_0} \quad (3.5)$$

Po'lat 3 materiali uchun quvchanlik chegarasi $\sigma_y = 220 + 250 \text{ MPa}$

Diagrammaning horizontal CD qismi quvchanlik maydonchasi deb ataladi (3.4-chizma). Bu sohada plastik deformatsiya juda ham ortib ketadi va natijada namunaning harorati ko'tarilib, elektr o'tkazuvchanlik va magnitlanish xususiyatlari o'zgaradi.

Ferrit kristallari orasida siljishlar sodir bo'lishi tufayli kam uglerodli po'latlar uchun quvchanlik hodisasi ro'y beradi. Quvchanlik chegarasida mo'rt sementitli to'rt parchalana boshlaydi, u qabul qiladigan kuchlar ferrit kristallariga beriladi. Natijada ferrit kristallari deformatsiyalanadi va quvchanlik maydonchasida namunaning yaltiroq sirti xizilashib, uning o'qi bilan 45° burchak tashkil etuvchi darr chiziqlari hosil bo'ladi. Bu chiziqlarni bir-biriga bog'liq bo'lmagan holda eng avval Lyuders va keyinchalik Chernov kabi metallurg-olimlar topganligi uchun, ular Lyuders-Chernov chiziqlari deb ataladi (3.5, a)-chizma). Qo'ya tekisliklarda siljish natijasida namunada qoldiq deformatsiya hosil bo'ladi. Qoldiq deformatsiyaning hosil bo'lish mexanizmi soddalashtirib 3.5, b)-chizmada keltirilgan.

Shuni aytish kerakki, ba'zi maxsus po'latlar, mis va bronza kabi materiallarning cho'zilish diagrammasida oqish chegarasi aniq ko'rinmaydi. Shu bois, bunday materiallar uchun qoldiq deformatsiya namunaning dastlabki uzunligining 0.2 foizga teng bo'lgandagi kuchlanish shartli quvchanlik chegarasi deb qabul qilinadi va bu kuchlanish $\sigma_{0.2}$ bilan belgilanadi (3.5, c)-chizma).



3.5-chizma. Deformatsiyaning hosil bo'lish mexanizmi.

Shartli quvchanlik chegarasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{0.2} = \frac{F_{0.2}}{A_0} \quad (3.6)$$

4. Mustahkamlanish (DE) sohasi

Cho'zilish diagrammasi umumiy quvchanlik chegarasidan yana egri chiziqli bo'ylab yuqoriga ko'tariladi. Bunda namuna ortuvchi kuchni ko'tarish qobiliyatiga ega bo'ladi va diagrammaning yuqoriga ko'tarilgan E nuqtasiga to'g'ri keluvchi maksimal kuch F_{max} bilan belgilanadi va undan vaqtincha qarshilikni aniqlashda foydalaniladi.

Maksimal kuch F_{max} ga to'g'ri keluvchi kuchlanish σ_s vaqtincha qarshilik yoki σ_s mustahkamlik chegarasi deb ataladi. U quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_s = \frac{F_{max}}{A_0} \quad (3.7)$$

Po'lat 3 materiali uchun vaqtincha qarshilik $\sigma_s = 370 + 470 \text{ MPa}$

Diagrammadagi DE soha mustahkamlanish sohasi deb ataladi (3.4-chizma). Bu sohada namunaning butun uzunligi bo'yicha uzayish tekis ro'y beradi, dastlabki silindrik ko'rinishi saqlanib qoladi, lekin ko'ndalang kesim yuzasi juda ham kichik va tekis o'zgaradi.

5. Mahalliy quvchanlik (EK) sohasi

Kuch maksimal va unga yaqin bo'lgan qiymatga erishganda (diagrammaning E nuqtasi) namunaning eng zaif joyida kuchlanishlar to'planadi (kuchlanishlar konsentratsiyasi). Buning natijasida namunaning zaif joyida namunaning ko'ndalang kesimi lokal (muriyan bir joyida) ingichkalanib, bo'yim hosil bo'ladi (3.5, d)-chizma). Bunda bo'yilama deformatsiya namuna uzunligiga qaraganda ko'proq uning

uzilgandan keyingi uzunligiga bog'liq bo'ladi. Namuna bo'yini o'rtasidagi kesimining ingichkalanishi tezlashadi, lekin bu kesimda kuchning kamayishiga qaramasdan kuchlanish doimo o'sib boradi. Namunaning bo'yinidan boshqa sohalarda kuchlanish kamaydi, shuning uchun bu sohalarida cho'zilish hosil bo'lmaydi. Diagrammaning K nuqtasiga mos keluvchi kuch *yemiruvchi kuch* deb ataladi va uni F_k bilan belgilaymiz. Uzilish vaqtidagi kuchlanish-uzilishdagi haqiqiy qarshilik (haqiqiy mustahkamlik chegarasi) quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$S_k = \frac{F_k}{A_k} \quad (3.8)$$

Bunda A_k namunaning uzilgan kesimining yuzasi.

Po'lat 3 namunaning uzilish vaqtidagi haqiqiy qarshilik $S_k = 900 + 1000 \text{ MPa}$

Demak, bundan ko'rinadiki, haqiqiy qarshilik vaqtincha qarshilikka qaraganda ikki marta ko'p ekan.

Diagrammaning EK sohasi mahalliy oquvchanlik soha deb ataladi (3.4-chizma).

Shuni aytib o'tish lozimki, ba'zan vaqtincha qarshilik mustahkamlik chegarasi deb ham ataladi. Agar namunaning yemirilishi bo'yin hosil qilmasdan sodir bo'lgan taqdirdagina mustahkamlik chegarasi deb nomlanadi. Bu mo'rt materiallarda bo'lishi mumkin, masalan cho'yanda. Unda eng katta kuchlanish amalda uzilish vaqtidagi qarshilikka mos keladi va mustahkamlik chegarasi deyarli yemirilishdagi haqiqiy kuchlanishga teng bo'ladi. Plastik materiallarda, masalan, po'lat 3da yukning eng katta qiymati namunaning yemirilish vaqtidagi miqdoriga mos kelmaydi va mustahkamlik tavsifi sifatida vaqtincha qarshilik qabul qilinadi.

Yuqorida keltirilgan σ_{pr} , σ_e , σ_y , σ_u , S_k tavsiflar materialning mustahkamlik tavsiflaridir.

Shuni aytib o'tish lozimki, materialning to'rtta tavsiflari: proporsionallik, elastiklik, oquvchanlik va mustahkamlik chegaralari materialning birdan-bir, plastik deformatsiyaga turli ruxsat etilgan deformatsiyalarda, qarshilik ko'rsatish xossasini xarakterlaydi.

$\sigma_{pr} - \epsilon \approx 0,005\%$; $\sigma_e - \epsilon \approx 0,01\%$; $\sigma_y - \epsilon \approx 0,200\%$; $\sigma_u - \epsilon \approx 10,0\%$.

Faqat bitta tavsif - uzilishga S_k qarshiligi materialning yemirilishga qarshiligini xarakterlaydi.

Materiallarning plastiklik tavsiflari

Namunaning uzilishidan keyingi nisbiy qoldiq cho'zilishini $\delta(\%)$ bilan belgilaymiz. Nisbiy qoldiq cho'zilish deb namunaning uzilgandan keyingi hisobiy uzunligi ortirmasining sinashdan oldingi uzunligiga nisbatiga aytiladi va quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\delta = \frac{L_1 - L_0}{L_0} \cdot 100\% \quad (3.9)$$

Bu plastiklik tavsif bo'yicha materiallar plastik va mo'rt materiallarga bo'linadi.

Shartli ravishda plastik materiallar uchun nisbiy qoldiq cho'zilish $\delta > 5\%$, mo'rt materiallar uchun esa nisbiy qoldiq cho'zilish $\delta < 5\%$ ni qabul qilish mumkin.

Namunaning uzilishidan keyingi kesimning nisbiy qoldiq ingichkalanishini $\psi(\%)$ bilan belgilaymiz. Nisbiy qoldiq ingichkalanish deb namunaning uzilgandan keyingi ingichkalashgan yuzasi kamayishining sinashdan oldingi ko'ndalang kesimi yuziga nisbatiga aytiladi va quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\psi = \frac{A_0 - A_k}{A_0} \cdot 100\% \quad (3.10)$$

Po'lat 3 materiali uchun plastiklik tavsiflari, $\psi = 60 + 70\%$.

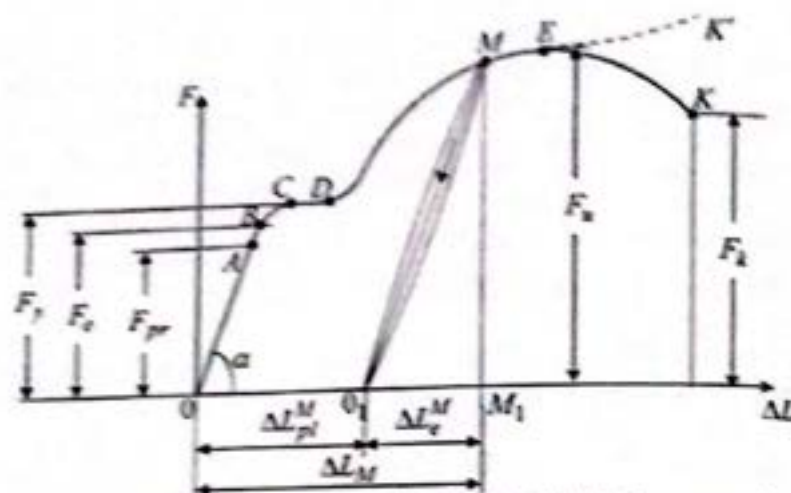
Yuksizlantirish va yana yuklash jarayoni

Cho'zilish diagrammasining elastiklik chegarasidan keyin namunani birorta M nuqtada yuksizlantirsak, dastlabki elastik sohasidagi $0,1$ to'g'ri chiziqqa deyarli parallel ravishda M_0 ro'y beradi 3.6-chizma. Unda namuna M nuqtagacha yuklaganda hosil bo'lgan to'la cho'zilish $0,1 = \Delta L_{pl}^M$ to'liq yo'qolib ketmasdan qoldiq cho'zilish $0,1 = \Delta L_{pl}^M$ qoladi, elastik cho'zilish $0,1 M_1 = \Delta L_e^M$ to'liq yo'qoladi.

Demak, elastiklik chegarasidan keyin deformatsiya ikki qismdan iborat, ya'ni elastik va plastik deformatsiyalardan iborat bo'lar ekan:

$$\Delta L = \Delta L_e + \Delta L_{pl} \quad (3.11)$$

Namunani qayta yuklaganimizda cho'zilish diagrammasida bu jarayon $0,1 M$ chiziq bo'yicha ro'y berib, oldingi yuksizlanish chizig'i bilan gisterezis sirtmog'ini hosil qiladi. Gisterezis sirtmoq yuzi namunani qayta yuklashda plastik deformatsiyaga sarflangan (harorat ortishiga) ishiga teng.



3.6-chizma. Kam uglerodli po'latning cho'zilish diagrammasi.

Gisterezis sirtmoq yuzasi diagramma yuzasiga nisbatan juda kichik chunki, yuklanish va yuksizlanishda sirtqi chiziqlari deyarli ustma-ust tushadi. Cho'zilish diagrammasining M nuqtasidan keyin xuddi oraliq yuksizlantirish bo'lmaganidek davom etadi. Qayta yuklash jarayonida namunaning oquvchanlik chegarasi hosil bo'lmaganligini, proporsionallik, elastiklik chegaralarining ortganligini kuzatish mumkin va bu yaxshi, lekin materialning plastiklik xususiyati yomonlashib, ya'ni uzilishdan keyingi deformatsiyasi kamayadi. Bunda materialning mustahkamligi ortib, mo'rt bo'lib qoladi.

Elastik-plastik deformatsiya natijasida materialning elastiklik tavsiflarining ortish hodisasiga – *puxtalanish (naklyop)* deb ataladi.

Naklyop hodisasi faqat cho'zilishda emas, balki boshqa tur deformatsiyalarda ham sodir bo'lishi mumkin. Metallarni qizdirmay ishlov berishda naklyop hodisasi rivojlanadi. Masalan, bolt yoki parchin mixlar uchun po'lat listlarda o'yib ishlangan teshiklar ochish, ularni permalab ochishga nisbatan kam xarajat bo'ladi. Bunda teshiklarning atrofida puxtalanish hodisasi sodir bo'ladi va mo'rtlashib darz ketishi mumkin. Puxtalanishni yo'qotish uchun darzlar oxirida kichik teshiklar teshib naklyoplangan material olib tashlanadi. Puxtalanishni yumshatish yo'li bilan ham yo'qotish mumkin.

Texnikada puxtalanish hodisasidan foydalaniladi. Masalan prujinalar, ko'tarish mashinalari zanjirlar va yuk arqonlari oldindan cho'zilib, ularning elastiklik tavsiflarini oshirishda foydalaniladi.

3.2-§. Materiallarni siqilishga sinash

Materiallarni cho'zilishga sinash – materialni sinashning asosiy ko'rinishlaridan biridir. Shuning uchun ham barcha adabiyotlarda (spravochniklarda) cho'zilishga sinash natijalari materialning mexanik tavsifi sifatida keltiriladi.

Barcha boshqa ko'rinishdagi sinovlar texnologik bo'lib, ishlab chiqarish zaruriyati tug'ilganda o'tkaziladi. Lekin ularni o'rganish turli kuchlanganlik – deformatsiya holatida materialning xossalari tadbir qilish imkonini beradi.

Metallarni siqilishga sinashda balandligining diametriga bo'lgan nisbati $1.5+3$ oralig'ida bo'lgan silindrik namunalar qo'llaniladi. Agar silindrik namuna balandligi diametridan yetarlicha katta bo'lsa, bunday namunalar bo'ylama egilib, ustuvorligini yo'qotishi ham mumkin (3.7-chizma). Mo'rt materiallar tomonlari 5sm yog'och, 7sm sement va 20–30sm beton bo'lgan kub namunalar qabul qilingan.



3.7-chizma. Po'lat namunaning siqilish jarayoni.

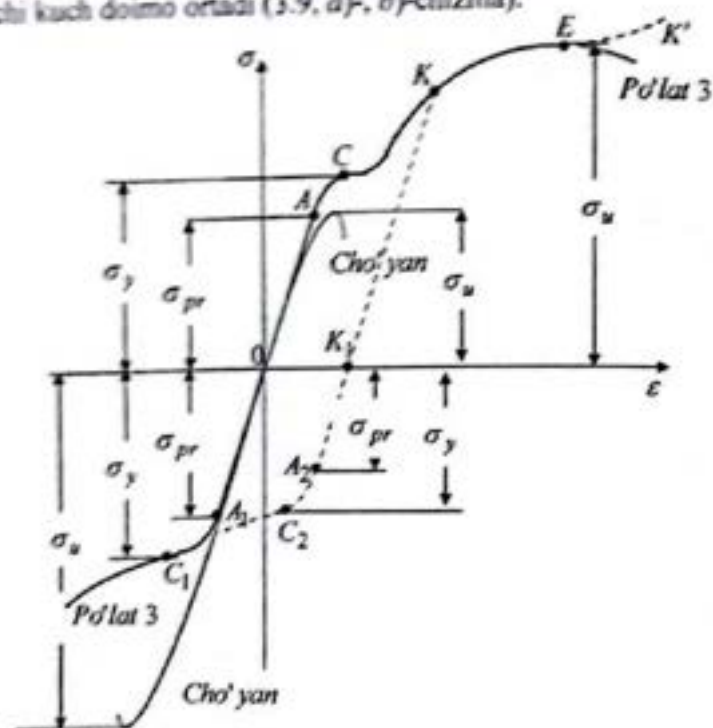
Po'lat va cho'yan namunalarining siqilish diagrammalarini tahlil qilamiz. Ularni taqqoslash qulay bo'lishi uchun universal sinash mashinasining grafik chizish qurilmasi chizib bergan cho'zilish diagrammalarini bitta koordinata sistemasining birinchi va siqilish diagrammalarini uchinchi choragida tasvirlaymiz (3.8-chizma).

Yumshoq po'latdan va yuqori plastiklikka ega bo'lgan materiallardan yasalgan namunalar siqilganda ular yemirilmaydi. Cho'zilish va siqilishda diagramma to'g'ri chiziqli sohalarining og'ish burchaklari bir xil, demak, elastiklik modullari ham bir xil bo'ladi.

Plastik materiallar siqilganda proporsionallik chegarasi, elastiklik chegarasi va oquvchanlik chegaralari miqdori taxminan cho'zilishdagi kabi bo'ladi.

Diagrammada oquvchanlik chegarasi cho'zilishdagi kabi aniq bo'lib ko'rinmaydi.

Plastik materiallar siqilganda yemiruvchi kuchga to'g'ri keluvchi kuchlanishni aniqlab bo'lmaydi, chunki namuna yemirilmaydi, faqat pachaqlanib diskka aylanadi va plastik deformatsiyani hosil qiluvchi siquvchi kuch doimo ortadi (3.9, a), b)-chizma).



3.8-chizma. Po'lat va cho'yan namunaning cho'zilish va siqilish diagrammalari.

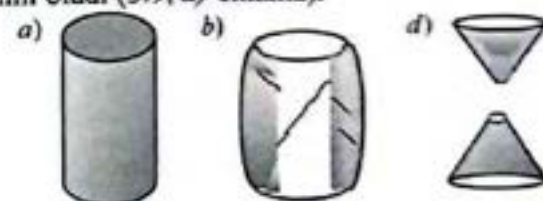
Namunaning plastik deformatsiyalanishi natijasida hajmi o'zgarmaydi, siqilish natijasida balandligining qisqarishi bilan ko'ndalang kesim yuzasi ortadi. Plastik materiallar siqilganda cho'zilishdagi kabi plastiklik tavsiflarini olib bo'lmaydi. Agar namunani plastiklik sohasidagi birorta K nuqtasida yuksizlantirsak, diagramma KK_1 chiziq bo'yicha yuksizlanishda namuna materiali puxtalanishga uchraydi (3.8-chizma). Namunani siqqanda diagramma $K_1A_2C_2$ uzlukli chiziq bo'yicha davom etadi va namuna dastlabki siqishda hosil bo'lgan $0A_1C_1$ chiziqqa taxminan parallel bo'lib, undan yuqoriroqda joylashadi. Demak, po'lat namunani cho'zilishda proporsionallik va oquvchanlik chegaralari, siqilishdagi proporsionallik va oquvchanlik chegaralariga deyarli teng bo'lishini aytib o'tgan edik. Namunani cho'zib puxtalanish

hosil qilingandan keyin, namuna siqilganda proporsionallik va oquvchanlik chegaralarining kamayishi 3.8-chizmada uzlukli chiziq bilan ko'rsatilgan. Bu hodisa Baushinger effekti deb ataladi.

Cho'yaning siqilishi. Siqilishda ko'pgina mo'rt materiallar (g'isht, beton, sement)ning yemirilishi cho'yaning yemirilishi kabi bo'lib, ularning siqilish diagrammasi ham o'xshash bo'ladi. Cho'yaning siqilish diagrammasi ko'rinishidan uning cho'zilish diagrammasiga o'xshash bo'lib, har ikkala diagramma koordinata boshidan egrilanib boradi.

Siquvchi yuk orta borib, eng katta kuch miqdoriga yaqinlashganda, siqilish diagrammasi yanada yassilanadi, unda namuna sekin-asta bochka shakliga o'ta boshlaydi. Siquvchi yuk ortib eng katta kuch miqdoriga yetganda, namunaning sirtida taxminan 45° burchak ostida darz ketadi. Cho'yan namunaning yemirilishi boshlanadi (3.9, b)-chizma).

Bu vaqtda kuch keskin kamayadi va diagramma uziladi. Namunaning yemirilishida uning yon qismlari ajralib ketadi va ikkita konus shaklini oladi (3.9, d)-chizma).



3.9-chizma. Cho'yan namunaning siqilish jarayoni.

Kulrang cho'yaning siqilishida mustahkamlik chegarasi $\sigma_u = 550 + 1500 \text{ MPa}$, cho'zilishda esa $\sigma_u = 120 + 380 \text{ MPa}$ ga teng. Demak, bundan ko'rinadiki, siqilishda mustahkamlik chegarasi cho'zilishdagiga nisbatan 4–5 marta katta bo'lar ekan.

Beton yoki sementdan yasalgan kubiklar bosib pachaqlansa, ikkita kesik piramida ko'rinishini oladi, namunaning yemirilishdan oldingi va keyingi ko'rinishlari 3.10, b)-chizmada ko'rsatilgan. Agar siqilgan beton kubik tomonlari bilan mashina tekisligi orasiga parafin surkab ishqalanish yo'qotilsa, kubik ta'sir etuvchi kuchlarga parallel tekisliklar bo'ylab yemirilishini tajribalar ko'rsatadi (3.10, d)-chizma).

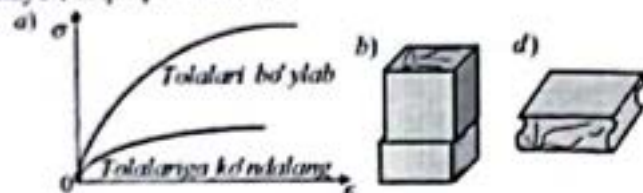
Yog'och. Yog'och anizotrop material bo'lib, siquvchi kuchga qarshilik ko'rsatish qobiliyati tolalarining yo'nalishiga bog'liqdir. Sinash mashinasi yog'och namuna tolalari bo'ylab (yuqoridagi egri

chiziq) va unga ko'ndalang kuch bilan siqilgan (pastdagi egri chiziq) siqilish diagrammalari 3.11-chizmada ko'rsatilgan.



3.10-chizma. Beton namunaning siqilish jarayoni.

Bu diagrammalardan ko'rinadiki, yog'och namuna tolalari bo'yicha siqilganda mustahkamlik chegarasi, tolalariga perpendikulyar kuch bilan siqilgandagi mustahkamlik chegarasidan taxminan 8-10 marta katta bo'lar ekan. Yog'och tolalariga perpendikulyar kuch bilan siqilganda yemirilmaydi, faqat presslanadi.



3.11-chizma. Yog'och namunaning siqilish diagrammalari.

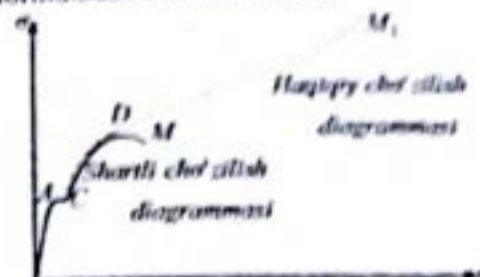
Haqiqiy cho'zilish diagrammasi

Namunada bo'yin hosil bo'lguncha deformatsiya uzunligi bo'yicha bir xil bo'ladi. Uzuqchi universal mashinaning grafik chizuvchi qurilmasi yordamida olingan barcha diagrammalar shartli diagrammalar. Jumladan, 3.12-chizmada keltirilgan materialning cho'zilish diagrammasini qurishda shartli normal kuchlanishlar, cho'zuvchi kuchni namunaning va shartli nisbiy deformatsiyalar, shartli absolyut cho'zilishni tegishli namunaning dastlabki yuzasiga va hisobiy uzunligiga bo'lib, (3.1)-(3.10) ifodalardan olingan natijalarni koordinata o'qlariga qo'yib qurilgan edi.

Namuna cho'zilganda haqiqatdan ham uning ko'ndalang kesimi yuzasi uzunligi bo'yab o'zgaradi. Bu o'zgarish ayniqsa bo'yin hosil bo'lgan joyda jadallashadi. Haqiqiy kuchlanish - cho'zuvchi kuchning o'zgaruvchi ko'ndalang kesimning haqiqiy yuzaga nisbatiga teng bo'lib, u quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_h = \frac{F}{A_h} \quad (3.12)$$

Namunaning bo'yin hosil qilib deformatsiyalanish jarayonida haqiqiy kuchlanish qiymati, uning uzunligi bo'yab turli kattalikda bo'lishi (3.12) formuladan ko'rinib turibdi.

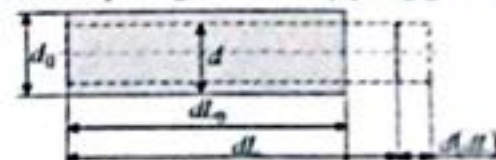


3.12-chizma. Po'lat 3 materialining shartli cho'zilish diagrammasi

Bo'yin hosil qilib, deformatsiyalanish jarayoni boshlangandan keyin, namunaning nisbiy deformatsiyasi, bo'yin atrofida to'planadi va uning hisobiy uzunligi bo'yicha tekis taqsimlanmaydi.

Deformatsiyagacha uzunligi dl_0 bo'lgan namunaning birorta elementini qaraymiz (3.13-chizma).

Namunaning ixtiyoriy yuklanish vaqtida uning uzunligi dl ga teng bo'ladi. Yukka kichik ortirma berilsa, element uzunligi $d(dl)$ ga ortadi. Unda nisbiy deformatsiyaning orttirmani quyidagiga teng bo'ladi:



3.13-chizma. Cho'zilishda haqiqiy deformatsiya hisobi.

$$\epsilon_h = \frac{d(dl)}{dl} \quad (3.13)$$

Yuklanish davomida haqiqiy to'la deformatsiya quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\epsilon_h = \int \frac{d}{dl} \frac{d(dl)}{dl} = \epsilon_n \frac{dl}{dl_0} \quad (3.14)$$

Bu deformatsiya adabiyotlarda *logarifmik deformatsiya* deb ataladi.

Uzunlik orttirmani nisbati noma'lum, shuning uchun uni ma'lum miqdor bilan ifodalash lozim.

Plastik deformatsiyalanishi davom etishida jism hajmi o'zgarmaydi, namuna siqilganda balandligining kamayishi bilan ko'ndalang kesim

yuzasi ortadi. Hajmning elastik o'zgarishini e'tiborga olmaymiz. Shuning uchun ham deformatsiyalanish jarayonida hajmini doimiy deb qaraymiz va u quyidagicha ifodalanadi:

$$dV = A_0 \cdot dL_0 = A \cdot dL, \quad (3.15)$$

bundan

$$\frac{dL}{dL_0} = \frac{A_0}{A}. \quad (3.16)$$

Bu ifodani logarifmik deformatsiya formulasiga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\epsilon_h = \ln\left(\frac{dL}{dL_0}\right) = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right). \quad (3.17)$$

Uzilish vaqtidagi haqiqiy deformatsiyani topish uchun uzilishdagi kesim yuzasini bilish lozim yoki spravochnikdan olingan ma'lumotlardan foydalanishda uzilish vaqtiga to'g'ri keluvchi nisbiy qoldiq ingichkalanishni olish mumkin:

$$\psi = \frac{A_0 - A}{A_0} = 1 - \frac{A}{A_0}; \quad \frac{A_0}{A} = \frac{1}{1 - \psi}. \quad (3.18)$$

Unda to'la deformatsiya quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\epsilon_h = \ln\left(\frac{dL}{dL_0}\right) = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \ln\left(\frac{1}{1 - \psi}\right). \quad (3.19)$$

Plastik po'lat uchun $\psi = 0,6 + 0,7$ va $\epsilon \approx 1$, ya'ni bo'yinda deformatsiya 100%ga erishadi.

Haqiqiy kuchlanish bilan haqiqiy deformatsiyani bir-biri bilan bog'laymiz:

$$\sigma_h = \frac{F}{A} = \frac{F A_0}{A A_0} = \sigma \frac{A_0}{A} = \sigma \cdot e^{\epsilon_h}. \quad (3.20)$$

Bo'yin hosil bo'lguncha – deformatsiya namunaning butun uzunligi bo'yicha tekis ro'y beradi, unda namuna hajmining o'zgarmaslik shartidan:

$$A_0 \cdot L_0 = A \cdot L; \quad \frac{A_0}{A} = \frac{L}{L_0} = \frac{L_0 + \Delta L}{L_0} = 1 + \epsilon.$$

$$\text{Bundan} \quad \epsilon_h = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = \ln(1 + \epsilon) \approx \epsilon.$$

Unda

$$\sigma_h = \sigma e^{\ln(1 + \epsilon_h)} = \sigma(1 + \epsilon_h). \quad (3.21)$$

Shartli va haqiqiy cho'zilish diagrammalari 3.12-chizmada keltirilgan.

Haqiqiy kuchlanish diagramma shartli kuchlanish diagrammaga qaraganda 5-7 marta uzun va 2-3 marta baland bo'ladi.

3.3-§. Cho'zilish va siqilishda potensial energiya

O'qi bo'yicha erkin uchiga to'plangan sirtqi F kuch qo'yilgan o'zgarmas kesimli sterjenni qarab chiqamiz. Kuch F ning miqdori sekin- asta noldan biror qiymat F_1 gacha o'ttirib borilganda, bu kuchning sterjen kesimi ko'chishidan bajargan ishini aniqlaymiz. Buning uchun sterjenning elastiklik chegarasida cho'zilish diagrammasini ko'rib chiqamiz.

Elastik sohada F_1 kuchning absolyut bo'ylama deformatsiyaga to'g'ri proporsionalligini e'tiborga olib, F_1 ni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$F_1 = k \Delta L_1. \quad (3.22)$$

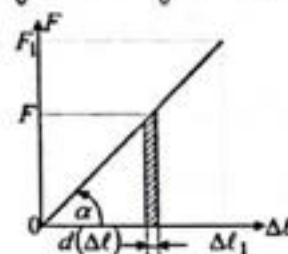
bu yerda k sterjen o'lchamlariga va material xususiyatlariga bog'liq bo'lgan koeffitsient.

Kuchning bajargan elementar ishi 3.14-chizmada shtrixlangan sohaning yuzasiga teng yoki kuchning o'rtacha qiymatini bo'ylama deformatsiya orttirmasi ko'paytmasiga teng, ya'ni

$$dW = F_1 d(\Delta L) \quad (3.23)$$

Sterjenni ΔL_1 uzunlikka cho'zish uchun sarf bo'ladigan to'la ish quyidagiga teng bo'ladi, (3.22) ifodani e'tiborga olsak:

$$W = \int_0^{\Delta L_1} F_1 d(\Delta L) = k \int_0^{\Delta L_1} \Delta L d(\Delta L) = k \frac{\Delta L_1^2}{2}. \quad (3.24)$$



3.14-chizma. Cho'zilish diagrammasi.

Ushbu ish formulasini (3.22) ifodani e'tiborga olib, quyidagicha ifodalash mumkin:

$$W = \frac{1}{2} F_1 \Delta l_1. \quad (3.25)$$

3.14-chizmadan ko'rinib turibdiki, hosil qilingan (3.25) ifoda 3.14. chizmada keltirilgan $F - \Delta l$ chiziqli diagrammaning yuzasiga teng.

Keltirib chiqarilgan formula, deformatsiyalanish diagrammasi chiziqli bo'lgan oralig'ida F va Δl larning ixtiyoriy qiymatlarida to'g'ri bo'ladi.

Unda ish formulasini umumiy holda quyidagicha yozish mumkin:

$$W = \frac{1}{2} F \Delta l. \quad (3.26)$$

Sterjenga qo'yilgan kuch bajargan ishining bir qismi deformatsiyaning potensial energiyasi sifatida to'planadi, qolgan qismi esa sterjen zarrachalariga tezlik berib, kinetik energiyaga aylanadi.

Statik kuch ta'sirida zarrachalarning ko'chish tezligi juda ham kichik kinetik energiyani e'tiborga olmaslik ham mumkin bo'ladi. Bundan tashqari, materialning elastiklik chegarasida ishni aniqlashda, issiqlik ajralib chiqishida va ichki kuchlarning ishqalanishlarini yengishga sarflangan energiyani e'tiborga olmasa ham bo'ladi.

Unda potensial energiyani kuchning bajargan ishiga teng deb qabul qilish mumkin:

$$W = U = \frac{1}{2} F \Delta l. \quad (3.27)$$

Hosil bo'lgan ko'chishi elastik bo'lsa, sterjen kuchdan ozod qilingandan keyin, u o'zining o'lchamlari va avvalgi shakliga to'liq qaytadi. Bunda uning ko'chish uchun sarf bo'lgan ish esa mexanik energiya sifatida sterjenni avvalgi holatiga qaytarish uchun sarf bo'ladi. Bu jarayonda deformatsiyalanuvchi elastik jism elektr manbai bo'lgan akkumulyatorga aylanadi. Potensial energiyaning bu xususiyatidan keng foydalaniladi. Masalan, kamon uchlarini tutashtiruvchi ip, soatlarning dam solish prujinalari va boshqalarda.

Bu (3.27) formuladagi absolyut bo'ylama deformatsiyani Guk qonuni bo'yicha ifodalab va tashqi kuch F o'miga ichki N kuchni qo'yib, uni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$U = \frac{N^2 l}{2EA}. \quad (3.28)$$

Bu ifoda doimo musbat miqdor bo'lar ekan, chunki, potensial energiya ichki kuchning kvadratiga to'g'ri proporsionaldir.

Cho'zilish va siqilishda sterjenning uzunligi bo'yicha bikirligi va bo'ylama kuch o'zgaruvchi bo'lgan holat uchun yuqorida hosil qilingan formulani umumlashtirish mumkin, ya'ni

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{N^2 dx}{EA}. \quad (3.29)$$

Ko'pincha masalalarni yechishda potensial energiyaning brus boshlang'ich hajmiga nisbati bo'lgan solishtirma potensial energiya bilan ishlash maqsadga muvofiq bo'ladi.

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\frac{1}{2} F \Delta l}{A_0 l_0} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon. \quad (3.30)$$

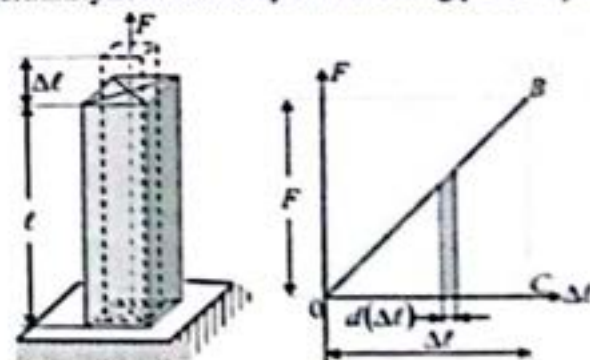
R.Guk qonuniga asosan $\epsilon = \sigma/E$ bo'lganligi sababli solishtirma potensial energiyani quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$u = \frac{\sigma^2}{2E}. \quad (3.31)$$

Solishtirma potensial energiyaning o'lchov birligi $\frac{MJ}{m^3}$.

Masalalar:

3.1-masala. Uzunligi $l = 120 \text{ sm}$, ko'ndalang kesimi yuzasi $A = 2500 \text{ mm}^2$ bo'lgan po'lat sterjen pastki uchi bilan mahkamlangan yuqorigi erkin uchiga qo'yilgan $F = 50 \text{ kN}$ kuchning bajargan ishi va elastik deformatsiya solishtirma potensial energiyasi aniqlansin.



3.15-chizma. Erkin uchiga ta'sir etuvchi kuchdan cho'zilgan brus.

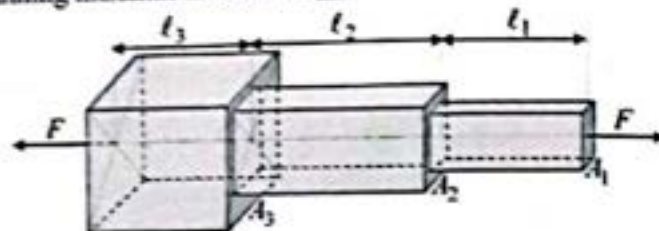
Yechish. Cho'ruvchi statik $F = 50 \text{ kN}$ kuchning bajargan ishi deformatsiyaning potensial energiyasiga teng bo'lishi ma'lum (3.28) formuladan:

$$W = U = \frac{N^2 \ell}{2EA} = \frac{(50 \cdot 10^3)^2 \cdot 1,2 \cdot 10^4}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2500} = 3 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm} = 3 \text{ Joul}.$$

Solishtirma potensial energiyani (3.30) formuladan aniqlaymiz:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{U}{A \cdot \ell} = \frac{3}{25 \cdot 10^{-4} \cdot 1,2} = 1 \cdot 10^3 \text{ Joul/m}^3.$$

3.2-masala. Uzunliklari $\ell_1 = 0,3 \text{ m}$; $\ell_2 = 0,4 \text{ m}$; $\ell_3 = 0,3 \text{ m}$, ko'ndalang kesimi yuzalari $A_1 = 81 \text{ mm}^2$; $A_2 = 320 \text{ mm}^2$; $A_3 = 690 \text{ mm}^2$ ga teng, materiali po'lat 3 bo'lgan pog'onali sterjenni F kuch ta'sirida cho'zilganda hosil bo'lgan potensial energiya aniqlansin (3.16-chizma). Po'lat 3 materialining mexanik tavsiflari $\sigma_{adm} = 160 \text{ N/mm}^2$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$.



3.16-chizma. Pog'onali prizmatik sterjen.

Yechish. Sterjenning materiali va o'lchamlari ma'lum bo'lganligi sababli ko'tarishi mumkin bo'lgan yukni uning mustahkamlik shartidan foydalanib aniqlaymiz:

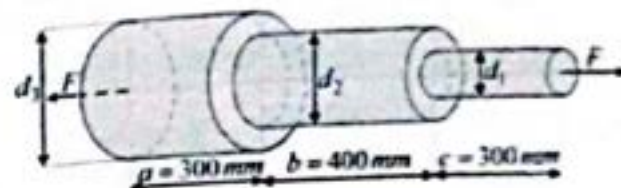
$$F = \sigma_{adm} \cdot A_{min} = 160 \cdot 80 = 12,80 \text{ kN}.$$

Pog'onali po'lat sterjenning kuchdan cho'zilishda hosil bo'lgan potensial energiyani quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$U = \frac{F^2 \ell_1}{2EA_1} + \frac{F^2 \ell_2}{2EA_2} + \frac{F^2 \ell_3}{2EA_3} = \frac{(12,80 \cdot 10^3)^2 \cdot 300}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 81} + \frac{(12,80 \cdot 10^3)^2 \cdot 400}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 320} + \frac{(12,80 \cdot 10^3)^2 \cdot 300}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 690} = (12,80)^2 \left(\frac{1000}{108} + \frac{100}{32} + \frac{100}{92} \right) = 163,84(9,25926 + 3,125 + 1,08696) = 2207 \text{ N} \cdot \text{mm} = 2,207 \text{ Joul}.$$

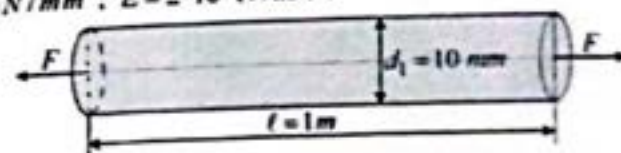
3.3-masala. Materiali po'lat 3 bo'lgan 3.17-chizmada keltirilgan pog'onali sterjenni F kuch cho'zganda hosil bo'lgan potensial energiya aniqlansin. Po'lat 3 materialining mexanik tavsiflari $\sigma_{adm} = 160 \text{ N/mm}^2$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Javobi. 2,177 GJ.



3.17-chizma. Pog'onali silindrik sterjen.

6.4-masala. Materiali po'lat 3 bo'lgan 3.18-chizmada keltirilgan sterjenni F kuch ta'siridan cho'zilganda hosil bo'lgan potensial energiya aniqlansin. Po'lat 3 materialining mexanik tavsiflari $\sigma_{adm} = 160 \text{ N/mm}^2$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$.



3.19-chizma. Silindrik sterjen.

Nazorat savollari va topshiriqlar:

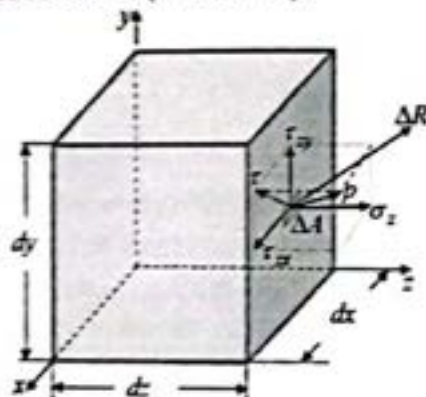
1. Cho'zilish diagrammasi qanday koordinatalarda quriladi?
2. Proporsionallik chegarasini izohlab bering?
3. Elastiklik chegarasini izohlab bering?
4. Oquvchanlik chegarasini izohlab bering?
5. Mustahkamlik chegarasini izohlab bering?
6. Oquvchanlik sohasini izohlab bering.
7. Lyuders-Chernov chiziqlariga izoh bering.
8. Materialning mustahkamlik xarakteristikalarini izohlab bering.
9. Materialning plastiklik xarakteristikalarini izohlab bering.
10. Cho'yanning cho'zilish va siqilish diagrammasi orasidagi farqni izohlang.
11. Cho'zilgan sterjenning nisbiy qoldiq ingichkalanishini izohlab bering.
12. Cho'zilgan sterjenning nisbiy qoldiq cho'zilishini izohlab bering.
13. Puxtalanish (naklyop) deb nimaga aytiladi?

IV BOB. MURAKKAB KUCHLANISH HOLATI

4.1-§. Kuchlanishlarni belgilash va ularning ishoralari

Elastik jismda unga ta'sir etayotgan tashqi kuchlarga qarshilik ko'rsatuvchi ichki zo'riqishlar hosil bo'ladi va u tashqi kuchlar ta'sirida deformatsiyalanadi.

Ichki zo'riqish kuchlari intensivligining yuza birligidagi miqdoriga kuchlanish deb ataladi. Tashqi kuch ta'sirida bo'lgan jismning biror $M(x, y, z)$ nuqtasining kuchlanganlik holatini tekshirish uchun, shu nuqta atrofida tomonlari uzunliklari $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ bo'lgan juda kichik elementar parallelepipedni ajratib olamiz (4.1-chizma).



4.1-chizma. Tashqi kuch ta'sirida bo'lgan jismdan ajratib olingan kichik elementar parallelepiped.

Qaralayotgan parallelepipedning biror tomonidan ajratib olingan ΔA elementar yuzaga ta'sir qilayotgan ichki kuchni ΔR bilan belgilasak, unda to'la kuchlanish quyidagi formuladan topiladi:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} \quad (4.1)$$

Ushbu to'la kuchlanishni qaralayotgan kesimga σ normal va τ urinma bo'lgan kuchlanishlarga, o'z navbatida esa, urinma kuchlanishni ham o'qlar bo'yicha τ_{xz}, τ_{yz} tashkil etuvchilarga ajratish mumkin.

Xuddi shuningdek, parallelepipedning boshqa tomonlaridagi to'la kuchlanishlarni ham normal $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ va urinma $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{yz}$ kuchlanishlarga ajratish mumkin. Urinma kuchlanishlar ikki indeks bilan belgilanadi. Masalan, τ_{zx} urinma kuchlanishning birinchi indeksi

kuchlanish qaysi o'qqa parallel yo'nalganligini, ikkinchi indeksi esa kuchlanish qaysi yuzada yotishini ko'rsatadi.

Normal kuchlanish musbat deb hisoblanadi, agar u cho'zuvchi bo'lsa, aks holda manfiydir.

Agar yuza tashqi normal, koordinata o'qining musbat yo'nalishi bo'yicha yo'nalgan bo'lsa, musbat urinma kuchlanishlar qolgan ikki koordinata o'qlarining musbat yo'nalishi bo'yicha yo'naladi.

Agar yuza tashqi normal koordinata o'qining manfiy yo'nalishi bo'yicha yo'nalgan bo'lsa, musbat urinma kuchlanishlar ikki koordinata o'qlarining manfiy yo'nalishi bo'yicha yo'naladi.

4.2-§. Jism nuqtasining kuchlanganlik holati

Konstruksiya elementlarining mustahkamligini ta'minlashda faqat ko'ndalang kesim yuzalaridagi kuchlanishlarni o'rganish yetarli emas, balki konstruksiya elementlarining birorta nuqtasidan o'tuvchi turli tekisliklardagi eng katta kuchlanishlarni va ular hosil bo'lgan yuzalar holatini bilish maqsadga muvofiq bo'ladi. Bu masalani hal qilish uchun konstruksiya elementlarining biror nuqtasidan o'tuvchi qiya yuzaning qiyalik burchagi miqdorining o'zgarishi bilan kuchlanish miqdorining o'zgarish qonunini tadqiq qilamiz.

Biror nuqtaning kuchlanganlik holati deb – shu nuqtadan o'tuvchi barcha yuzalarda hosil bo'ladigan kuchlanishlar to'plamiga aytiladi.

Tashqi kuchlar ta'sirida bo'lgan konstruksiya elementi ixtiyoriy nuqtasi atrofida fikran birorta elementar parallelepiped ajratib olamiz (4.2-chizma). Ajratib olingan elementar parallelepiped juda ham kichik bo'lganligi sababli barcha nuqtalarida hosil bo'lgan kuchlanishlar qaralayotgan birorta M nuqtadagi kuchlanishlarga teng deb hisoblasak bo'ladi. Demak, parallelepiped tomonlari va ixtiyoriy kesimidagi kuchlanishlarni teng taralgan deb qarash mumkin.

4.2, a)-chizmadagi kuchlanganlik holati konstruksiya elementlarining chiziqli cho'zilish (siqilish) holatini tasvirlab, u sterjenlarning oddiy cho'zilishi yoki siqilishiga mos keladi. 4.2, b)-chizmadagi kuchlanganlik holati konstruksiya elementlarining tekis kuchlanish $\sigma_1 > \sigma_2$ holatini tasvirlaydi.

4.2, d)-chizmadagi kuchlanganlik holati konstruksiya elementlarining hajmiy kuchlanish $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ holatini tasvirlaydi.

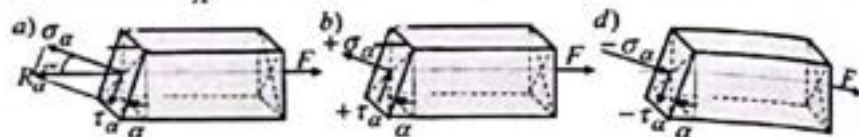
Tekis kuchlanganlik holati amaliyotda juda ham ko'p uchraydi. Bunga misol qilib plastinkalarni keltirish mumkin.

chizma). Unda qiya kesimda normal va urinma kuchlanishlarni quyidagicha ifodalash mumkin (4.4, d)-chizma):

$$\sigma_{\alpha} = \frac{N_{\alpha}}{A_{\alpha}} = \frac{F \cos \alpha}{A / \cos \alpha} = \sigma \cos^2 \alpha = \frac{\sigma}{2}(1 + \cos 2\alpha). \quad (4.4)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{T_{\alpha}}{A_{\alpha}} = \frac{F \sin \alpha}{A / \cos \alpha} = \sigma \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha. \quad (4.5)$$

Bunda $\sigma = \frac{F}{A}$ ko'ndalang kesimning normal kuchlanishi.



4.5-chizma. Sterjenning qiya yuzalaridagi kuchlanishlar.

Agar tashqi normalni urinma kuchlanish yo'nalishiga tomon qaratish uchun uni soat strelkasi yurishiga qarab burishga to'g'ri kelsa, urinma kuchlanishning qiymati musbat, aks holda esa manfiy deb hisoblanadi (4.5, b)-, d)-chizma).

Qaralayotgan yuzaga $90^\circ + \alpha$ perpendikulyar bo'lgan yuzada urinma kuchlanishni $\tau_{\alpha+90^\circ}$ va normal kuchlanishni $\sigma_{\alpha+90^\circ}$ bilan belgilasak, ular (4.4) va (4.5) formulalar asosida quyidagiga teng bo'ladi:

$$\sigma_{\alpha+90^\circ} = \sigma \cos^2(90^\circ + \alpha) = \sigma \sin^2 \alpha. \quad (4.6)$$

$$\tau_{\alpha+90^\circ} = \frac{1}{2} \sigma \sin 2(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha. \quad (4.7)$$

Xulosa

1. $\alpha = 0$ bo'lsa, $\cos \alpha = 1$ bo'lib, ko'ndalang kesimda normal kuchlanish eng katta qiymatga erishadi $\sigma_{\alpha} = \sigma_{\max} = \sigma$;

2. $\alpha = \pm 45^\circ$ bo'lsa, $\sin 2(\pm 45^\circ) = \pm 1$ bo'lib, qiya kesimda urinma kuchlanish eng katta qiymatga erishadi $\tau_{\alpha} = \tau_{45^\circ} = \tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma$;

3. $\alpha = 90^\circ$ bo'lsa, bo'ylama kesimda urinma va normal kuchlanishlar $\tau_{\alpha} = \tau_{90^\circ} = 0$, $\sigma_{\alpha} = \sigma_{90^\circ} = 0$ nolga teng bo'ladi;

4. (4.4) va (4.6) formulalardan ko'rinadiki, o'zaro perpendikulyar yuzalarda normal kuchlanish turli qiymatlarga ega bo'lib, ularning yig'indisi o'zgarmas miqdor:

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\alpha+90^\circ} = \sigma \cos^2 \alpha + \sigma \sin^2 \alpha = \sigma = \text{const}; \quad (4.8)$$

5. (4.5) va (4.7) formulalardan ko'rinadiki, o'zaro perpendikulyar yuzalarda urinma kuchlanish qiymatlari teng bo'lib, ular qarama-qarshi yo'nalgan:

$$\tau_{\alpha} = -\tau_{\alpha+90^\circ}. \quad (4.9)$$

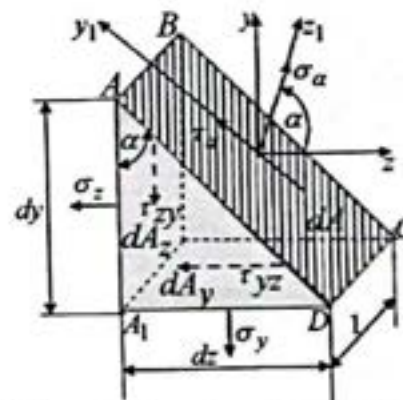
Bu formula urinma kuchlanishlarning juftlik qonuni deb ataladi.

4.4-§. Tekis kuchlanish holatida qiya kesim yuzachalaridagi kuchlanishlar

Tekis kuchlanish holatida bo'lgan 4.3-chizmada keltirilgan elementar parallelepiped qiya yuzasidagi kuchlanishlarni aniqlash maqsadida, undan $ABCD A_1 B_1$ uchburchakli prizmani kesib ajraib olamiz. Uchburchakli prizmaning vertikal $ABA_1 B_1$ tekislik bilan α burchak hosil qilib o'tgan birorta $ABCD$ qiya yuzadagi kuchlanishlarni aniqlaymiz (4.6-chizma).

Ushbu 4.6-chizmada ko'rsatilgan $ABCD A_1 B_1$ uchburchakli prizmaning qiya $ABCD$ yuzasini dA , $ABA_1 B_1$ yuzasini dA_z va $A_1 B_1 CD$ yuzasini dA_y bilan belgilasak, ular orasidagi quyidagi bog'lanishni aniqlash qiyinchilik tug'dirmaydi:

$$dA_z = 1 \cdot dy = dA \cos \alpha; \quad dA_y = 1 \cdot dz = dA \sin \alpha. \quad (4.10)$$



4.6-chizma. Elementar uchburchak prizma.

Prizmaga ta'sir qilayotgan barcha kuchlarni avval z_1 keyin y_1 o'qiga proektsiyalab, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x dt - \sigma_y dt \cos \alpha - \sigma_z dt \sin \alpha - \tau_{xy} dt \sin \alpha - \tau_{yz} dt \cos \alpha &= 0; \\ \tau_{xy} dt + \sigma_y dt \sin \alpha - \sigma_x dt \cos \alpha - \tau_{yz} dt \cos \alpha + \tau_{xz} dt \sin \alpha &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Ushbu ifodani, (4.10) tenglikni, urinma kuchlanishlar juftlik qonunini va trigonometriyadan ma'lum bo'lgan $2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \sin 2\alpha$, $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$ tengliklarni e'tiborga olib, soddalashtirishlardan keyin kuchlanishlarni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha. \quad (4.12)$$

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha. \quad (4.13)$$

Qiya kesimdagi normal kuchlanish (4.12) ifodasini, $\cos^2\alpha = 0.5(1 + \cos 2\alpha)$; $\sin^2\alpha = 0.5(1 - \cos 2\alpha)$ tengliklarni e'tiborga olib, boshqa ko'rinishda ham ifodalash mumkin:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha. \quad (4.14)$$

Yuqoridagi 4.6-chizmadan ko'rinadiki, $\sigma_{\alpha_1} = \sigma_\alpha$ bo'lgani uchun u (4.14) formuladan aniqlanadi, $\alpha + 90^\circ$ yuzadagi σ_{α_1} kuchlanishni (4.14) formuladagi α burchakni $\alpha + 90^\circ$ burchakka almashtirib topish mumkin:

$$\sigma_{\alpha_1} = \sigma_{\alpha+90^\circ} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha. \quad (4.15)$$

Ushbu (4.15) va (4.14) ifodalar hadlab qo'shilsa, quyidagi tenglik hosil bo'ladi:

$$\sigma_\alpha + \sigma_{\alpha+90^\circ} = \sigma_x + \sigma_y = \text{const.}$$

Yuqoridagi 4.2-paragrafdagi (4.9) urinma kuchlanishlar juftlik qonuni tekis kuchlanganlik holati uchun quyidagicha ifodalanadi:

$$\tau_{xy} = -\tau_{yx}. \quad (4.16)$$

Xulosa

1. O'zaro perpendikulyar bo'lgan tekisliklardagi normal kuchlanishlarning yig'indisi α burchakka bog'liq emas.
2. O'zaro perpendikulyar bo'lgan tekisliklardagi normal kuchlanishlar koordinata o'qlari yo'nalishiga nisbatan invariantdir.

4.5-§. Bosh kuchlanishlar va bosh yuzalar

Yuqoridagi 4.4-paragrafdagi formulalardan ko'rinadiki, agar α burchakni o'zgartirib, α_1, α_2 koordinata o'qlarini va to'g'ri to'rtburchakli elementni fikran aylantirsak, α burchakning biror qiymatida mazkur

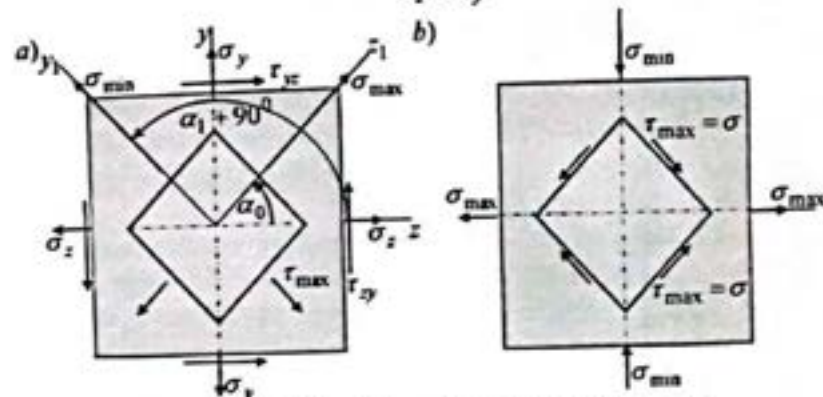
nuqtada σ_α kuchlanish eng katta qiymatga erishadi. (4.14) tenglik asosida aytish mumkinki, perpendikulyar yuzachada kuchlanish minimal qiymatga teng bo'ladi (4.7-chizma). Bu yuzachaning holatini va kuchlanishlarning ekstremal qiymatlarini aniqlash uchun normal σ_α kuchlanishdan olingan birinchi tartibli hosilani nolga tenglaymiz:

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = 2 \left(-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \right) = 2\tau_{\alpha_0} = 0. \quad (4.17)$$

Ushbu (4.17) tenglamaning o'ng qismidagi qavs ichidagi ifoda, urinma kuchlanishni ifodalashi (4.13) formuladan ko'rinib turibdi. Demak, izlanayotgan yuzacha normalining og'ish burchagini α_0 bilan belgilasak, $\tau_{\alpha_0} = 0$ bo'ladi.

Normal kuchlanishdan olingan birinchi tartibli hosilaning (4.17) nolga tengligidan, bosh yuzalar normalining ikkilangan og'ish burchagi tangensini topamiz:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}. \quad (4.18)$$



4.7-chizma. Tekis kuchlanganlik holatidagi element.

Bosh kuchlanishlar qiymatlarini aniqlash uchun (4.14) formula $\alpha = \alpha_0$ qiymat bilan almashtirib, $\cos \alpha_0$ ni qavsdan tashqariga chiqarilsa va trigonometriyadan ma'lum bo'lgan quyidagi ifodani

$$\cos 2\alpha_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0}} = \pm \frac{(\sigma_x - \sigma_y)}{\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}} \quad (4.19)$$

va (4.18) ifodani e'tiborga olib, ba'zi matematik amallarni bajarib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\sigma_{1,2} = \sigma_{\max, \min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}. \quad (4.20)$$

Maksimal $\sigma_{\max}$ normal kuchlanishning yo'nalishi har doim τ_{xy} va τ_{yz} urinma kuchlanishlar strelkalarining yo'nalishlari kesishadigan koordinata o'qlarining ikkita choragi orqali o'tadi.

Xulosa

1. Normal kuchlanishlar ekstremal qiymatlarga erishgan va urinma kuchlanishlari nolga teng bo'lgan yuzalar bosh yuzalar deb ataladi.

2. Bosh yuzalarga ta'sir etuvchi kuchlanishlar bosh kuchlanishlar deb ataladi.

3. 4.18-formuladan bosh kuchlanishlar ta'sir etuvchi ikkita o'zaro perpendikulyar bo'lgan α_0 va $\alpha_0 + 90^\circ$ og'ish burchaklari aniqlanadi.

4. Yuqoridagi 4.7, b)-chizmadan ko'rinadiki, eng katta $\sigma_{\max}$ normal kuchlanishning yo'nalishi har doim τ_{xy} va τ_{yz} urinma kuchlanishlarning strelkalari uchrashadigan koordinata o'qlarining ikkita choragi orqali o'tadi.

4.6-§. Ekstremal urinma kuchlanishlar

Tekis kuchlanganlik holatidagi element biror nuqtasining ayni bir tekis kuchlanish holati turlicha berilgan yuzacha va kuchlanishlar bilan belgilanishi mumkin. Kuchlanganlik holati nazariyasi asosan ikkita masala bilan chegaralanadi.

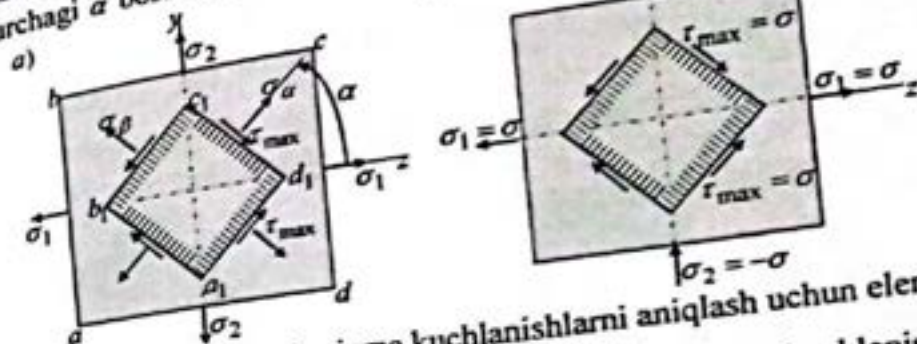
Birinchi (to'g'ri) masala. Nuqtaning bosh yuzalari holati va unga tegishli bosh kuchlanishlar ma'lum, bosh kuchlanishga α burchak ostidagi qiyalikda o'tgan yuzadagi normal va urinma kuchlanishlarni aniqlash talab qilinadi. Masalan, tomonlariga bosh normal kuchlanishlar ta'sir etuvchi element $abcd$ 4.8, a)-chizmada keltirilgan, $a_1b_1c_1d_1$ element tomonlaridagi kuchlanishlarni aniqlash lozim.

Ikkinchi (teskari) masala. Birorta nuqtada o'zaro perpendikulyar bo'lgan yuzalarga ta'sir etayotgan, shu nuqtadan o'tuvchi normal va urinma kuchlanishlar ma'lum, bosh kuchlanishlar va ularning yo'nalishini aniqlash talab qilinadi.

Biror nuqtadagi ayni bir tekis kuchlanish holati turlicha berilgan yuzacha va kuchlanishlar bilan berilishi mumkin. 4.8, a)-chizmada keltirilgan, $a_1b_1c_1d_1$ element tomonlaridagi kuchlanishlar berilgan, $abcd$ element holatini, ya'ni α burchakni va bosh kuchlanishlarni aniqlash talab qilinadi.

To'g'ri masalani qarab chiqamiz. Normal kuchlanishlarning

ekstremal qiymatlarini $\sigma_{\max} = \sigma_1$ va $\sigma_{\min} = \sigma_2$ bilan belgilaymiz. burchagi α bosh kuchlanish σ_1 dan boshlab o'lchab qo'yiladi.



4.8-chizma. Ekstremal urinma kuchlanishlarni aniqlash uchun element.

Agar $\sigma_z = \sigma_1, \sigma_y = \sigma_2, \tau_{zy} = 0$ bo'lsa, unda, $\sigma_\alpha, \tau_\alpha$ kuchlanishlarni (4.13) va (4.14) formulalardan aniqlanadi, unda bu formulalarni quyidagicha ifodalab olamiz:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha. \quad (4.21)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (4.22)$$

Ushbu formuladan ko'rinadiki, agar $\alpha = -45^\circ$ bo'lsa, unda $[\sin 2(-45^\circ) = -1]$ bo'lib, urinma kuchlanish ekstremal qiymatiga erishadi:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \quad (4.23)$$

Demak, nuqtadagi urinma kuchlanishlari bosh kuchlanishlar ayirmasining yarimiga teng va ular bosh yuzachalar bilan $\alpha = 45^\circ$ burchak ostida o'tuvchi yuzalarda hosil bo'lar ekan.

Ikkinchi teskari masala bo'yicha kuchlanishlarning $\sigma_z, \sigma_y, \tau_{zy}$ ma'lum bo'lgan qiymatlarida ekstremal urinma kuchlanishlarni quyidagicha ifodalash lozim:

$$\tau_{\max} = 0.5 \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2}. \quad (4.24)$$

Xulosa

1. Umumiy holda urinma kuchlanish maksimum $\tau_{\max}$ ga erishgan yuzachalarda normal kuchlanishlar nolga teng emas.

2. Burchagi $\alpha = \pm 45^\circ$ bo'lgan yuzalarda normal kuchlanishlar (4.20) va (4.21) formulalarga asosan quyidagiga teng bo'ladi:

$$\sigma_{245} = 0.5(\sigma_1 + \sigma_2) = 0.5(\sigma_2 + \sigma_1) \quad (4.25)$$

3. Agar tekis kuchlanganlik holatidagi elementning tomonlariga $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma$ ikkita bosh kuchlanishlar ta'sir etsa, urinma kuchlanishlarning ekstremal qiymati bosh kuchlanishlarga teng bo'ladi (4.8, b)-chizma).

$$\tau_{\max} = \sigma. \quad (4.26)$$

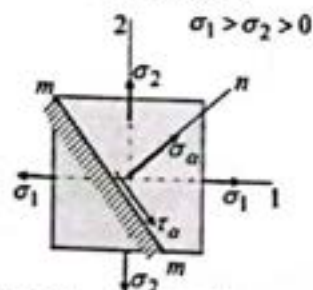
4. Urinma kuchlanishlar ekstremal qiymatga erishgan yuzachalarda normal kuchlanishlar nolga teng bo'ladi (4.8, b)-chizma). Bunday kuchlanganlik holati sof siljish deb ataladi.

4.7-§. Mor doirasi

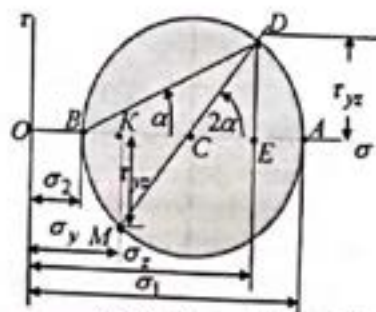
Tekis kuchlanganlik holatidagi parallelepipedning qiya kesimlarida hosil bo'ladigan normal va urinma kuchlanishlarni analitik usulda aniqlash masalasini 4.5-paragrafda qarab chiqdik. Nemis olimi Otto Mor tomonidan bosh normal kuchlanishlar σ_1, σ_2 bilan qiya kesimlaridagi $\sigma_z, \sigma_y, \tau_{yz}$ va τ_{xy} kuchlanishlarni grafik bog'lanish orqali ifodalash mumkinligi ko'rsatib berilgan.

Tomonlari 1 va 2 o'qlar bo'yicha yo'nalgan cho'zuvchi σ_1, σ_2 kuchlanishlar ta'sirida bo'lgan birorta to'g'riburchakli plastinkaning kuchlanganlik holatini qarab chiqamiz. Chizmaga aniqlik kiritish maqsadida $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$ deb qabul qilamiz (4.9-chizma).

Tekis kuchlanganlik holatini ikki xil ko'rinishda qarash mumkin:
Birinci (to'g'ri) hol.



4.9-chizma. To'g'riburchakli plastinkaning kuchlanganlik holati.



4.10-chizma. Mor doirasi.

tashkil etuvchi qiya $m-m$ kesimdagi (4.12-4.13) kuchlanishlar formulalarini quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\sigma_z = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha. \quad (4.27)$$

$$\tau_{yz} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (4.28)$$

Mor doirasini chizish uchun koordinatalar sistemasi abssissa o'qini σ , ordinata o'qini τ bilan belgilab olamiz (4.10-chizma). Koordinata sistemasi abssissa o'qiga masshtabda $OA = \sigma_1$ va $OB = \sigma_2$ kesmalarni o'lchab qo'yamiz.

Chizmadan ko'rinadiki, OC kesma OA va OB kesmalarning o'rtta arifmetigiga teng bo'ladi, ya'ni

$$OC = \frac{OA + OB}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}.$$

Diametri AB kesmaga teng va markazi C nuqtada bo'lgan doirani chizamiz. Bu doira Mor doirasi deb ataladi.

Gorizontal CA kesmadan soat millari yo'nalishiga teskari 2α burchak ostida CD chiziq bo'yicha diametрни o'tkazamiz. Doiraning radiusi $R = CD = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ ga teng ekanligi 4.10-chizmadan ko'rinib turibdi. To'g'ri burchakli CED uchburchakdan CE va DE kesmalarni aniqlaymiz:

$$CE = CD \cos 2\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha. \quad (4.29)$$

$$OE = OC + CE = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha = \sigma_z. \quad (4.30)$$

Ushbu to'g'ri burchakli uchburchakdan

$$DE = CD \sin 2\alpha, \text{ yoki } DE = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha = \tau_{yz}. \quad (4.31)$$

(4.30) ifodaning o'ng tomoni z o'qi bo'yicha yo'nalgan σ_z kuchlanishga teng ekanligi (4.27) formuladan ko'rinadi. Demak, Mor doirada yotuvchi D nuqtaning koordinatalari qaralayotgan qiya kesimdagi σ_z normal, va τ_{yz} urinma kuchlanishlarni chizma masshtabida aniqlaydi.

Qaralayotgan qiya kesimga perpendikulyar kesimdagi kuchlanishlarni aniqlash uchun CA kesmadan soat millari yo'nalishiga teskari $2\alpha + 180^\circ$ burchakni o'lchab qo'yamiz. Unda M nuqtaning koordinatalari izlanayotgan kuchlanishlar $OK = \sigma_y$ va $KM = \tau_{xy}$ ga teng bo'ladi.

Ikkinchi (teskari) hol.

Tekis kuchlanganlik holatidagi plastinkaning qiya kesimlaridagi $\sigma_z, \sigma_y, \tau_{yz}$ va τ_{xy} kuchlanishlarni bosh normal kuchlanishlar orqali grafik ko'rinishida aniqlash. Normali gorizontali o'qi bilan α burchak

Yuqorida tekis kuchlanganlik holatidagi plastinkaga ta'sir etayotgan bosh normal kuchlanishlar σ_1, σ_2 va α burchakli qiya kesimlaridagi σ_x, σ_y va τ_{xy} kuchlanishlarni grafik ko'rinishida aniqlash masalasini ko'rib chiqdik. Ammo bu masalaga teskari masalani ham yechish mumkin.

Qiya kesimda berilgan σ_x, σ_y va τ_{xy} kuchlanishlar asosida Mor doirasini quramiz va bosh normal kuchlanishlar σ_1, σ_2 va bosh yuzalar holatini aniqlaymiz.

Bosh kuchlanishlar formulalarini keltirib chiqarish uchun Mor doirasidan foydalanamiz (4.10-chizma): ya'ni

$$\sigma_1 = OA = OC + CA; \quad OC = (\sigma_1 + \sigma_2)/2; \quad CA = CD = \sqrt{(CE)^2 + (DE)^2};$$

$$CE = (\sigma_1 - \sigma_2)/2; \quad DE = \tau_{xy}.$$

Ushbu ifodalardan foydalanib, eng katta bosh kuchlanish formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}. \quad (4.32)$$

Xuddi shuningdek eng kichik bosh kuchlanish formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}. \quad (4.33)$$

Eng katta urinma kuchlanish $\sin 2\alpha = 1$, ya'ni $\alpha = 45^\circ$ bo'lgan kesimda hosil bo'ladi va (4.28) formulaga asosan quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}. \quad (4.34)$$

Bosh kuchlanish σ_1 bilan ma'lum bo'lgan σ_2 kuchlanishlar orasidagi burchak Mor doirasidan aniqlanadi:

$$\operatorname{tg} \alpha = DM/BE$$

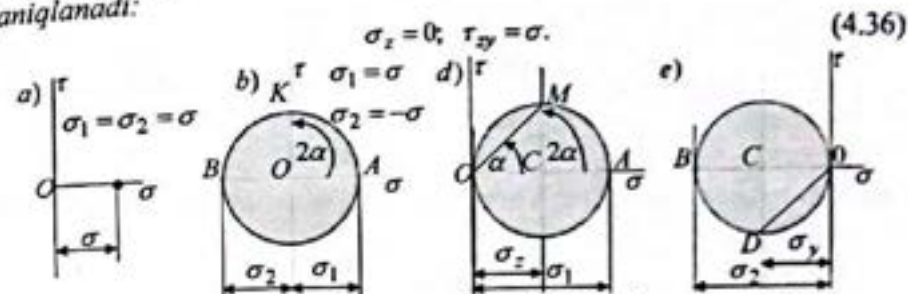
Shuni e'tiborga olish lozimki, σ_2 kuchlanish qiyalik burchagi σ_1 kuchlanishga nisbatan soat millariga teskari yo'nalish bo'yicha qo'yiladi. Shuning uchun ham σ_1 kuchlanishning σ_2 kuchlanishga nisbatan teskari yo'nalishda qo'yiladi (4.10-chizma). Unda

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{DE}{BE} = -\frac{\tau_{xy}}{\sigma_2 - \sigma_1}. \quad (4.35)$$

Xulosa

1. Agar $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ bo'lsa, Mor doirasi nuqtaga aylanadi (4.11, a)-chizma), uning barcha radiuslari nolga teng bo'ladi. Shu sababli urinma kuchlanishlar hosil bo'lmaydi, normal kuchlanishlar bir-biriga teng bo'ladi va σ ga teng bo'ladi.

2. Agar $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma$ bo'lsa, OA va OB kesmalar koordinata boshining turli tomonlariga abssissa o'qi bo'yicha masshtabda o'lchab qo'yiladi (4.11, b)-chizma). Gorizontali 1 o'qqa nisbatan $\alpha = 45^\circ$ ($2\alpha = 90^\circ$) joylashgan kuchlanish nuqtaning koordinatasi bilan aniqlanadi:



4.11-chizma. Turli kuchlanganlik holatlari uchun Mor doirasi.

3. Oddiy cho'zilish holatida $\sigma_1 = \sigma > 0$; $\sigma_2 = 0$ bo'ladi. Bunda OB kesma nolga teng bo'ladi va Mor doirasi ordinata o'qiga 0 nuqtada urinma bo'lib o'tadi (4.11, d)-chizma). Unda eng katta urinma kuchlanish M nuqtasi ordinatasi bilan aniqlanadi:

$$\tau_{\max} = \sigma/2. \quad (4.37)$$

Shu yuzadagi normal kuchlanish M nuqtasi abssissasi bilan aniqlanadi:

$$\sigma_z = (\sigma/2). \quad (4.38)$$

Bunday kuchlanishlar ostidagi yuzalar ikkilangan qiyalik burchak $\angle ACM = 90^\circ$ bo'ladi va qiyalik burchagining o'zi $\angle AOM = \frac{1}{2} \angle ACM = 90^\circ$ ga teng.

4. Oddiy siqilish holatida $\sigma_1 = 0$; $\sigma = \sigma_2 < 0$ bo'ladi. Bunda OA kesma nolga teng bo'ladi va Mor doirasi ordinata o'qiga 0 nuqtada urinma bo'lib o'tadi (4.11, e)-chizma). Unda eng katta urinma kuchlanish D nuqtasi ordinatasi bilan aniqlanadi:

$$\tau_{\max} = (-\sigma/2). \quad (4.39)$$

Shu yuzadagi normal kuchlanish D nuqtasi abssissasi bilan aniqlanadi:

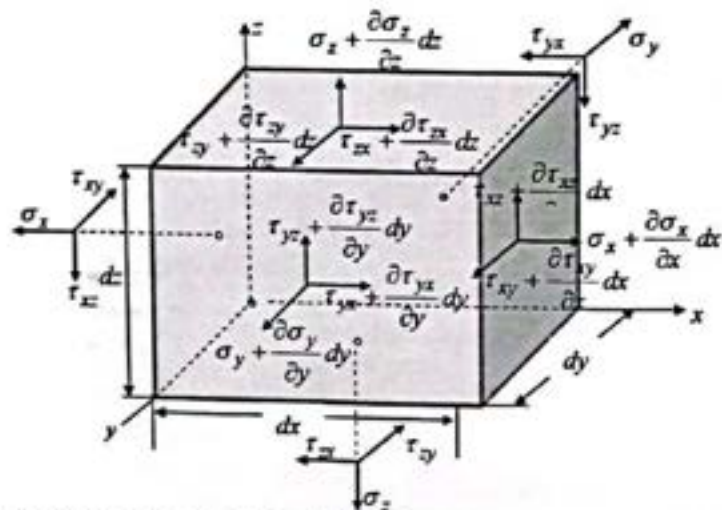
$$\sigma_y = (\sigma/2) \quad (4.40)$$

4.8-§. Hajmiy kuchlanish holati

Hajmiy kuchlanganlik holatidagi konstruktsiya elementlaridan ajratib olingan element tomonlariga $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ bosh kuchlanishlar ta'sir etib. *Bosh kuchlanishlar* deb bosh yuzalarga ta'sir etayotgan kuchlanishlarga aytiladi. *Bosh yuzalar* deb urinma kuchlanishlari nolga teng bo'lgan yuzalarga aytiladi.

Umuman, jismning ixtiyoriy nuqtasidan uchta o'zaro perpendikulyar tekislik o'tkazish mumkin. Jismning ixtiyoriy biror nuqtasidagi kuchlanish holati, shu nuqtadan o'tuvchi o'zaro perpendikulyar bo'lgan uchta tekislikda berilgan to'qqizta kuchlanish $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{xz}$ komponentlari orqali ifodalanadi (4.12-chizma). Bu kuchlanish komponentlaridan kuchlanish tenzori deb ataluvchi quyidagi matritsani tuzish mumkin:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (4.41)$$



4.12-chizma. Tomonlari koordinatalar tekisliklariga parallel bo'lgan element.

Kuchlanishlar tenzorini shar tenzor va deviator kuchlanishlarga ajratish mumkin.

$$T_\sigma = T_\sigma^{sh} + D_\sigma \quad (4.42)$$

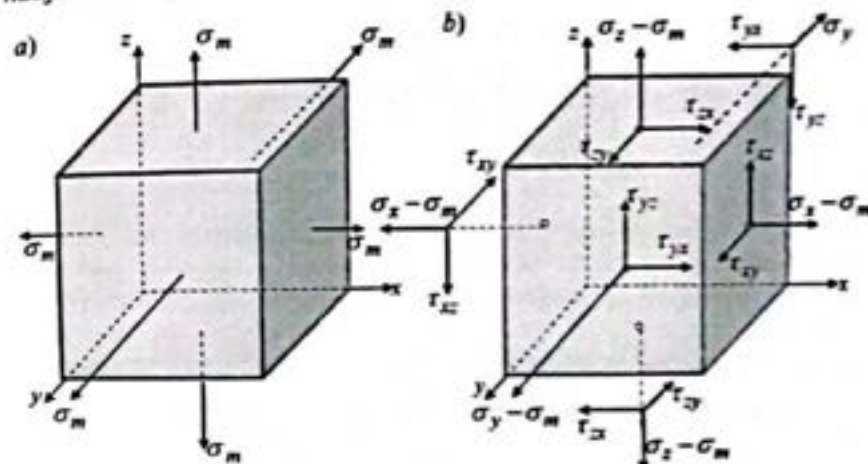
yoki

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_m \end{pmatrix} \quad (4.43)$$

bunda

$$\sigma_m = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 \quad (4.44)$$

Kuchlanishlarning shar tenzori ta'siri natijasida jismning hajmi o'zgaradi (4.13, a)-chizma). Kuchlanish deviator tenzori ta'siri natijasida esa jismning shakli o'zgaradi (4.13, b)-chizma).



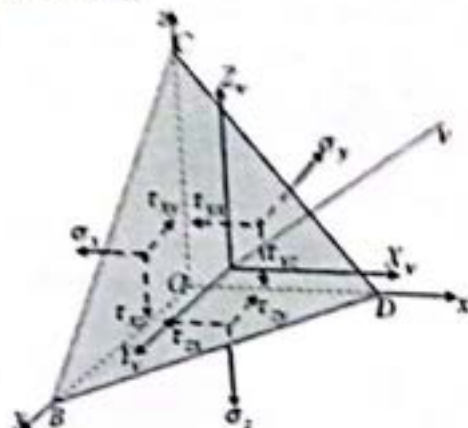
4.13-chizma. Shar va deviator tenzor kuchlanganlik holatlari.

Murakkab kuchlanish holatidagi ushbu parallelepipeddan BCD qiya tekislik bo'yicha qirgib, birorta $OBCD$ tetraedr ajratib olamiz (4.14-chizma). Qiya yuzani $\Delta BCD = dA$, koordinata tekisliklaridagi yuzalarni $\Delta BOC = dA_x$, $\Delta COD = dA_y$, $\Delta DOB = dA_z$ lar bilan belgilaymiz. Qaralayotgan tetraedr koordinata tekisliklarida kuchlanishlarning tashkil etuvchilari $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{yx}, \tau_{zy}, \tau_{xz}$ hamda normali v bo'lgan qiya $\Delta BCD = dA$ yuzadagi to'la kuchlanishning uchta X_r, Y_r, Z_r tashkil etuvchilari ta'sirda kuchlanganlik holatida bo'ladi. Ushbu $OBCD$ tetraedrga ta'sir etayotgan barcha kuchlarni x, y, z koordinata o'qlariga

proeksiyalari yig'indilarini nolga tenglab, ta'sir bir matematik amallarni bajarib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} X_v &= \sigma_x \ell + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n \\ Y_v &= \tau_{yx} \ell + \sigma_y m + \tau_{yz} n \\ Z_v &= \tau_{zx} \ell + \tau_{zy} m + \sigma_z n \end{aligned} \quad (4.45)$$

Bunda $\ell = \cos(x, v)$, $m = \cos(y, v)$, $n = \cos(z, v)$ qiya yuza normali v ning yo'naltiruvchi kosinuslaridir.



4.14-chizma. Tetraedrning qiya kesim yuzasi.

Qiya yuzalardagi kuchlanishlar quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

Qiya yuzadagi X_v, Y_v, Z_v tashkil etuvchi kuchlanishlarning teng ta'sir etuvchisi to'la kuchlanish deb ataladi va tashkil etuvchi kuchlanishlarning geometrik yig'indisi ko'rinishida aniqlanadi:

$$P_v = \sqrt{X_v^2 + Y_v^2 + Z_v^2}. \quad (4.46)$$

Normal kuchlanish koordinata o'qlariga parallel bo'lgan tashkil etuvchi kuchlanishlarining yuza normaliga olingan proeksiyalari yig'indisiga teng:

$$\sigma_v = X_v \ell + Y_v m + Z_v n. \quad (4.47)$$

Unda bu yuzadagi urinma kuchlanish to'la va normal kuchlanishlar ayirmasi kabi aniqlanadi:

$$\tau_v = \sqrt{P_v^2 - \sigma_v^2}. \quad (4.48)$$

O'zaro perpendikulyar bo'lgan uchta bosh yuzaga nisbatan bir xil burchak hosil qilib o'tgan yuza $\ell = m = n = 1/\sqrt{3}$ oktaedrik yuza deb ataladi. Bu yuzadagi kuchlanishlar quyidagi formulalar yordamida aniqlanadi:

To'la kuchlanish

$$P_v = \frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2). \quad (4.49)$$

Oktaedrik normal kuchlanish

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (4.50)$$

Oktaedrik urinma kuchlanish

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (4.51)$$

Oktaedrik yuzalardagi urinma kuchlanish bosh urinma kuchlanishlar orqali quyidagicha yoziladi:

$$\tau_{oct} = \frac{2}{3}\sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{21}^2 + \tau_{31}^2}. \quad (4.52)$$

bu yerda

$$\tau_{12} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \tau_{21} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2}; \tau_{31} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (4.53)$$

Jismning berilgan nuqtasidagi maksimal va minimal urinma kuchlanishlar quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \tau_{min} = -\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (4.54)$$

Agar qaralayotgan qiya yuza bilan bosh yuzalar bir-biri bilan ustma-ust tushsa, bu yuzada urinma kuchlanish nolga teng bo'ladi. Bosh yuzaga ta'sir etuvchi bosh kuchlanishni σ bilan belgilab (4.43) dan quyidagini hosil qilamiz:

$$X_v = \sigma \cdot \ell; Y_v = \sigma \cdot m; Z_v = \sigma \cdot n.$$

Ushbu ifodani (4.45) ifoda bilan taqqoslab, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \sigma \cdot \ell &= \sigma_x \ell + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n; \\ \sigma \cdot m &= \tau_{yx} \ell + \sigma_y m + \tau_{yz} n; \\ \sigma \cdot n &= \tau_{zx} \ell + \tau_{zy} m + \sigma_z n. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Bundan tashqari, analitik geometriyadan ma'lumki, yo'naltiruvchi kosinuslar orasida quyidagi bog'lanish mavjud:

$$\ell^2 + m^2 + n^2 = 1 \quad (4.56)$$

Ushbu (4.55) (4.56) tenglamalarda to'rtta noma'lumlar bo'lib, bosh kuchlanish va uning uchta yo'naltiruvchi kosinuslaridir.

Yuqoridagi (4.55) tenglamani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\begin{aligned}(\sigma_x - \sigma)\ell + r_{xy}m + r_{xz}n &= 0; \\ r_{yx}\ell + (\sigma_y - \sigma)m + r_{yz}n &= 0; \\ r_{zx}\ell + r_{zy}m + (\sigma_z - \sigma)n &= 0,\end{aligned}\quad (4.57)$$

Ushbu bir jinsli tenglamalar sistemasi yechimi bo'lishi mumkin emas, chunki bu (4.56) shartga ziddir. Hech bo'lmaganda, yo'naltiruvchi kosinuslarining birortasi noldan farqli bo'lganda, bu sistemaning boshqa yechimlari mavjud bo'lishi uchun sistemaning determinanti nolga teng bo'lishi lozim, ya'ni

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & r_{xy} & r_{xz} \\ r_{yx} & \sigma_y - \sigma & r_{yz} \\ r_{zx} & r_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0.$$

Determinantini ochib chiqamiz:

$$(\sigma_x - \sigma)(\sigma_y - \sigma)(\sigma_z - \sigma) + r_{yx}r_{zy}r_{xz} + r_{zx}r_{xy}r_{yz} -$$

$$-(\sigma_y - \sigma)r_{zx}^2 - (\sigma_x - \sigma)r_{yz}^2 - (\sigma_z - \sigma)r_{xy}^2 = 0.$$

Bu ifodadagi qavslarni ochib chiqib, bosh kuchlanish σ darajasi bo'yicha guruhlashdan keyin quyidagi kub tenglama hosil bo'ladi:

$$\sigma^3 - J_{1\sigma}\sigma^2 + J_{2\sigma}\sigma - J_{3\sigma} = 0. \quad (4.58)$$

bu yerda

$$J_{1\sigma} = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z;$$

$$J_{2\sigma} = \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - r_{xy}^2 - r_{yz}^2 - r_{zx}^2; \quad (4.59)$$

$$J_{3\sigma} = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2r_{xy}r_{yz}r_{zx} - \sigma_x r_{yz}^2 - \sigma_y r_{zx}^2 - \sigma_z r_{xy}^2.$$

Bu ifodalarga kuchlanish tenzorining birinchi, ikkinchi va uchinchi invariantlari deyiladi. Ularni bosh kuchlanishlar orqali quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned}J_{1\sigma} &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3; \\ J_{2\sigma} &= \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1; \\ J_{3\sigma} &= \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3.\end{aligned}\quad (4.60)$$

Xuddi shuningdek, kuchlanishlarning shar tenzori va deviatorining invariantlarini ham quyidagicha yozish mumkin:

$$J_{1D\sigma} = 0;$$

$$J_{2D\sigma} = \frac{1}{6}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(r_{xy}^2 + r_{yz}^2 + r_{zx}^2)] \quad (4.61)$$

$$J_{3D\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_{d/r} & r_{xy} & r_{xz} \\ r_{yx} & \sigma_y - \sigma_{d/r} & r_{yz} \\ r_{zx} & r_{zy} & \sigma_z - \sigma_{d/r} \end{vmatrix}$$

Bosh kuchlanish σ ga nisbatan uchinchi darajali, ya'ni kub (4.58) tenglamani yechish natijasida uchta $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ildizlar aniqlanadi.

Kub (4.58) tenglamani yechishning ikki usulini ko'rib chiqamiz.

1. Kub tenglama (4.58)ning chap tomonini ko'phadga ajratish usuli.

Agar (4.58) tenglamaning chap tomonini quyidagicha ko'paytuvchilarga ajratish mumkin bo'lsa:

$$(\sigma_y - \sigma_1)(\sigma_y - \sigma_2)(\sigma_y - \sigma_3) = 0, \quad (4.62)$$

unda bu tenglamaning ildizlari juda oson topiladi, ya'ni

$$\sigma_{y1} = \sigma_1; \quad \sigma_{y2} = \sigma_2; \quad \sigma_{y3} = \sigma_3. \quad (4.63)$$

2. Kub tenglama (4.58)ni trigonometrik usulda yechish.

Kub (4.58) tenglamaga $\sigma = Y + J_{1\sigma}/3$ almashtirish kiritib, uni quyidagicha yozish mumkin:

$$Y^3 + PY + Q = 0. \quad (4.64)$$

bu yerda

$$P = J_{2\sigma} - \frac{J_{1\sigma}^2}{3}; \quad Q = -\frac{2}{27}J_{1\sigma}^3 + \frac{1}{3}J_{1\sigma}J_{2\sigma} - J_{3\sigma}. \quad (4.65)$$

Agar diskriminant manfiy, ya'ni $\Delta = P^3 + Q^2 < 0$ bo'lsa, (4.60) kub tenglamaning uchala haqiqiy ildizi mavjud. Ular quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$Y_1 = -2r \cos \frac{\varphi}{3}; \quad Y_2 = 2r \cos \left(60^\circ - \frac{\varphi}{3} \right); \quad Y_3 = 2r \cos \left(60^\circ + \frac{\varphi}{3} \right). \quad (4.66)$$

bunda

$$\cos \varphi = \frac{Q}{2r^3}; \quad r = \pm 0,5774 \sqrt{|P|}. \quad (4.67)$$

ning ishorasi q ning ishorasi bilan bir xil olinadi.

Kub (4.64) tenglama yechimlarining to'g'riligi quyidagi formula yordamida tekshiriladi.

$$Y_1 + Y_2 + Y_3 = 0. \quad (4.68)$$

Bosh kuchlanishlar quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\sigma' = Y_1 + \frac{J_{1\sigma}}{3}; \quad \sigma'' = Y_2 + \frac{J_{2\sigma}}{3}; \quad \sigma''' = Y_3 + \frac{J_{3\sigma}}{3}, \quad (4.69)$$

Aniqlangan kuchlanishlarni tegishli bosh kuchlanishlar $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ bilan belgilaymiz.

Kub (4.58) tenglama ildizlarining, ya'ni bosh kuchlanishlarning to'g'riligi quyidagi tenglamalar yordamida tekshiriladi:

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3;$$

$$\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1; \quad (4.70)$$

$$\sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3.$$

Yo'naltiruvchi kosinuslar qiymatlarining to'g'riligi, bosh kuchlanishlar vektorlarining ortogonaligidan foydalanib tekshiriladi, ya'ni

$$\begin{aligned} \ell_1 \ell_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2 &= 0; \\ \ell_2 \ell_3 + m_2 m_3 + n_2 n_3 &= 0; \\ \ell_3 \ell_1 + m_3 m_1 + n_3 n_1 &= 0. \end{aligned} \quad (4.71)$$

Agar bosh tekisliklardan biri ma'lum bo'lsa, bosh kuchlanishlarni topish uchun quyidagi formulalardan foydalaniladi:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}; \quad \sigma_3 = \sigma_z. \quad (4.72)$$

Bosh o'qlarning holati

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}, \quad (4.73)$$

formuladan aniqlanadi. Bu formuladan $\alpha_1 = \alpha_0$ va $\alpha_2 = \alpha_0 + 90^\circ$ ikkita burchak topiladi, ya'ni birinchi va ikkinchi bosh o'qlarning holati aniqlanadi.

4.9-§. Umumlashgan Guk qonuni. Deformatsiya komponentlarining kuchlanish komponentlari orqali ifodasi

Kuchlanishlar nazariyasi bilan deformatsiya nazariyasini birgalikda qarash uchun kuchlanish komponentlari bilan deformatsiya komponentlari orasidagi bog'lanishlarni bilish lozim. Bu bog'lanishlar R.Guk qonuni bilan ifodalanadi.

Serjenlarni cho'zilishga va siqilishga sinashda normal kuchlanish bilan nisbiy bo'ylama deformatsiya orasida bir yo'nalish bo'yicha quyidagi chiziqli proporsional bog'lanish mavjudligi aniqlangan edi:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E}. \quad (4.74)$$

Shuningdek, bo'ylama va ko'ndalang deformatsiyalar orasida quyidagi bog'lanish borligini tajriba natijasida quyidagi bog'lanish aniqlangan:

$$\epsilon_t = -\nu \epsilon. \quad (4.75)$$

Sof siljishda tajribada urinma kuchlanish bilan burchak deformatsiya orasidagi quyidagi bog'lanish aniqlangan:

$$\gamma = \frac{\tau}{G}. \quad (4.76)$$

Hajmiy kuchlanganlik holatida kuchlanishlar tashkil etuvchilari bilan deformatsiyalar tashkil etuvchilari orasidagi bog'lanishni o'rnatish uchun 4.12-chizmada keltirilgan cheksiz kichik parallelepipedga faqat $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ta'sirini qaraymiz. Parallelepipedning qarama-qarshi yon tomonlaridagi kuchlanishlarning farqini e'tiborga olmaslik mumkin, chunki ular yuqori darajali kichik deformatsiya hosil qiladi.

Qaralayotgan elementning normal σ_x kuchlanishga parallel bo'lgan ab qirrasining cho'zilishini aniqlaymiz. Element ab qirrasining normal σ_x kuchlanish ta'siridan hosil bo'lgan nisbiy deformatsiyasi ϵ'_x Guk qonuni (a)ga asosan quyidagiga teng bo'ladi:

$$\epsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E}.$$

Normal σ_y kuchlanish Guk qonuni (4.74)ga asosan ab qirraga perpendikulyar yo'nalish bo'yicha cho'zilishini aniqlaymiz:

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}.$$

Elementning ab qirradi yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lgan qisqarish (4.75) formulaga asosan quyidagicha ifodalanadi:

$$\epsilon'_x = -\nu \epsilon_y, \text{ yoki } \epsilon'_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E}.$$

Xuddi shuningdek ab qirrasining normal σ_z kuchlanishdan hosil bo'lgan qisqarishini aniqlash mumkin, unda

$$\epsilon'_x = -\nu \frac{\sigma_z}{E}.$$

Kuchlarning mustaqillik prinsipiga asosan ab qirraning nisbiy to'la deformatsiyasini har bir kuchlanishlardan hosil bo'lgan deformatsiyalar yig'indisi kabi aniqlanadi:

$$\varepsilon_x = \varepsilon'_x + \varepsilon''_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \text{ yoki } \varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$$

Xuddi shuningdek, y, z o'qlari bo'yicha chiziqli deformatsiyalarni aniqlash mumkin:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad \varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

Elementning burchak deformatsiyasi bilan urinma kuchlanishlar orasidagi bog'lanishlar Guk qonuni (4.76)ga asosan, koordinata tekisliklariga parallel bo'lgan bir-biriga bog'liq bo'lmagan uchta tekisliklarda quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}.$$

Shunday qilib, quyidagi oltita bog'lanishlarni hosil qildik:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]; & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]; & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G}; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]; & \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G}. \end{aligned} \right\} \quad (4.77)$$

Ushbu ifodalar elastik izotrop jismlarning deformatsiya komponentlari bilan kuchlanish komponentlari orasidagi chiziqli bog'lanishni ifodalaydi va *umumlashgan Guk qonuni* deb ataladi.

Umumlashgan Guk qonuni fizik qonun bo'lib, elastik izotrop jism kuchlanish komponentlari bilan deformatsiya komponentlari orasidagi chiziqli bog'lanishni ifodalaydi. Qurilish materiallari uchun R.Guk qonunini kuchlanish ma'lum chegaradan oshmasa qo'llash mumkin. Bu chegara *proporsionallik chegarasi* deb ataladi.

Klassik elastiklik nazariyasi asosan R.Guk qonuniga tayanadi va jism materiali bir jinsli, ya'ni izotrop deb qaraladi. Lekin ko'pgina hollarda turli yo'nalishlar bo'yicha jismlar materiali turli xil xususiyatlarga ega bo'ladi. Bunday jismlar anizotrop jismlar deb ataladi.

Umumiy holda anizotrop jismlar uchun deformatsiya komponentlari bilan kuchlanish komponentlari orasidagi bog'lanishlar quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z + a_{14}\tau_{yz} + a_{15}\tau_{zx} + a_{16}\tau_{xy}; \\ \varepsilon_y &= a_{21}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z + a_{24}\tau_{yz} + a_{25}\tau_{zx} + a_{26}\tau_{xy}; \\ \varepsilon_z &= a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + a_{33}\sigma_z + a_{34}\tau_{yz} + a_{35}\tau_{zx} + a_{36}\tau_{xy}; \\ \gamma_{xy} &= a_{41}\sigma_x + a_{42}\sigma_y + a_{43}\sigma_z + a_{44}\tau_{yz} + a_{45}\tau_{zx} + a_{46}\tau_{xy}; \\ \gamma_{yz} &= a_{51}\sigma_x + a_{52}\sigma_y + a_{53}\sigma_z + a_{54}\tau_{yz} + a_{55}\tau_{zx} + a_{56}\tau_{xy}; \\ \gamma_{zx} &= a_{61}\sigma_x + a_{62}\sigma_y + a_{63}\sigma_z + a_{64}\tau_{yz} + a_{65}\tau_{zx} + a_{66}\tau_{xy}. \end{aligned} \right\} \quad (4.78)$$

Bu formulada a_{mn} jismning elastiklik xususiyatini xarakterlovchi koeffitsientlardir.

Kuchlanish o'zgarmas bo'lgan birdan bir qiymatida ham, bu koeffitsientlarning qiymati qancha katta bo'lsa, deformatsiya komponentlari ham shuncha katta bo'ladi.

Umumiy holda anizotrop materiallar uchun R.Guk qonuni matritsa ko'rinishida quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (4.79)$$

Bu matritsa simmetrik bo'lgani uchun $a_{mn} = a_{nm}$ jismning elastiklik xususiyatini xarakterlovchi 36 ta koeffitsientning 21 tasi noma'lum bo'lib qoladi.

Agar jismning elastik xususiyatlari o'zaro perpendikulyar bo'lgan uchta tekisliklar bo'yicha simmetrik bo'lsa, bunday jismlar ortotrop jismlar deyiladi. Ortotrop jismlar uchun umumlashgan Guk qonunidagi 21 ta koeffitsientdan to'qqiztasi qoladi. Ortotrop jismlarda chiziqli nisbiy bo'ylama $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ deformatsiyalar faqat normal $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ kuchlanishlarga bog'liq bo'lib, urinma $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ kuchlanishlarga bog'liq bo'lmaydi. Unda nisbiy burchak deformatsiyalar $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ faqat urinma $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ kuchlanishlarga bog'liq bo'ladi.

Ortotrop jismlar uchun umumlashgan Guk qonuni bir-biriga bog'liq bo'lmagan ikki guruhga ajraladi:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z; \\ \epsilon_y &= a_{21}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z; \\ \epsilon_z &= a_{31}\sigma_x + a_{32}\sigma_y + a_{33}\sigma_z; \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \gamma_{xy} &= a_{44}\tau_{xy}; \\ \gamma_{yz} &= a_{55}\tau_{yz}; \\ \gamma_{zx} &= a_{66}\tau_{zx}. \end{aligned} \quad (4.80)$$

Ortotrop jismlar uchun umumlashgan Guk qonuni matritsa ko'rinishida quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}. \quad (4.81)$$

Ortotrop jismlar uchun umumlashgan Guk qonunidagi elastiklik koeffitsientlari quyidagilarga teng bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= 1/E_1; \quad a_{22} = 1/E_2; \quad a_{33} = 1/E_3; \\ a_{12} &= a_{21} = -\nu_{21}/E_2 = -\nu_{12}/E_1; \\ a_{13} &= a_{31} = -\nu_{31}/E_3 = -\nu_{13}/E_1; \\ a_{23} &= a_{32} = -\nu_{32}/E_3 = -\nu_{23}/E_2; \\ a_{44} &= 1/G_{21}; \quad a_{55} = 1/G_{13}; \quad a_{66} = 1/G_{12}. \end{aligned} \right\}$$

Bunda mos ravishda x, y, z koordinata o'qlari bo'yicha E_1, E_2, E_3 elastiklik modullari; $\nu_{12}, \nu_{21}, \nu_{13}, \nu_{31}, \nu_{23}, \nu_{32}$ ko'ndalang deformatsiya koeffitsientlari. Masalan, ν_{12} koeffitsienti normal σ_x kuchlanishdan y o'qi bo'yicha hosil bo'lgan nisbiy ko'ndalang deformatsiya miqdorini, ν_{21} normal σ_y kuchlanishdan x o'qi bo'yicha hosil bo'lgan nisbiy ko'ndalang deformatsiya miqdorini xarakterlaydi. Matritsa koeffitsientlari simmetrik bo'lgani uchun Puasson koeffitsientlari bilan elastiklik modullari orasida quyidagi bog'lanish mavjud:

$$\nu_{ij} E_j = \nu_{ji} E_i. \quad (4.82)$$

Bu koeffitsientlar e'tiborga olinsa, ortotrop jismlar uchun umumlashgan Guk qonuni quyidagicha ifodalanadi;

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E_1}\sigma_x - \nu_{21}\frac{1}{E_2}\sigma_y - \nu_{31}\frac{1}{E_3}\sigma_z; \\ \epsilon_y &= -\nu_{12}\frac{1}{E_1}\sigma_x + \frac{1}{E_2}\sigma_y - \nu_{32}\frac{1}{E_3}\sigma_z; \\ \epsilon_z &= -\nu_{13}\frac{1}{E_1}\sigma_x - \nu_{23}\frac{1}{E_2}\sigma_y + \frac{1}{E_3}\sigma_z; \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G_{21}}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G_{31}}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G_{12}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.83)$$

Agar jism materiali izotrop bo'lsa, bu koeffitsientlar soni uchta bo'lishi ma'lum. Ular orasida quyidagicha bog'lanish mavjud:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (4.84)$$

Hajmiy deformatsiya

Elastik jismdan o'lchamlari dx, dy, dz bo'lgan elementar parallelepiped ajratib olamiz (4.12-chizma). Bu element tashqi kuchlar ta'sirida deformatsiyalangan o'lchamlari o'zgarib, $dx + \Delta dx, dy + \Delta dy, dz + \Delta dz$ ga teng bo'ladi. Qaralayotgan elementning deformatsiyagacha hajmi $V_0 = dx dy dz$ bo'lib, deformatsiyadan keyingi hajmi $V_1 = (dx + \Delta dx)(dy + \Delta dy)(dz + \Delta dz)$ ga teng bo'ladi.

Elementar jismining nisbiy hajmiy deformatsiyasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\theta = \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{(dx + \Delta dx)(dy + \Delta dy)(dz + \Delta dz) - dx dy dz}{dx dy dz} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z.$$

Ushbu formuladan jism elastik deformatsiyalangan ham elastik-plastik deformatsiyalangan ham foydalanish mumkin.

Jismining nisbiy hajmiy deformatsiyasini kuchlanishlar orqali ifodalash uchun izotrop jismlar uchun umumlashgan Guk qonunidan foydalanib almashtirishlardan keyin quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\theta = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (4.85)$$

4.10-§. Mustahkamlik nazariyalari

1. Mustahkamlik nazariyalarining asosiy qoidalari

Amaliyotda inshoot va mashina elementlarini mustahkamlikka hisoblashda albatta, ularning murakkab kuchlanish holatida ishlashini e'tiborga olish lozim.

Konstruksiya elementi ixtiyoriy nuqtasining kuchlanganlik holatini chiziqli kuchlanishda bitta, tekis kuchlanishda ikkita, hajmiy kuchlanishda esa uchta bosh kuchlanish bilan aniqlanishini 4.1-paragrafda ko'rib chiqdik.

Konstruksiyaning tekshirilayotgan nuqtasida materialning chegaraviy kuchlanish holati yoki xavfli holat deb, bosh kuchlanishlarning proporsional va bir vaqtda ortib borishida, ularning qiymati ma'lum miqdorga yetgan holatiga aytiladi.

Plastik materiallarda xavfli holat uchun shunday holat qabul

qilinadiki, bunda sezilarli qoldiq (plastik) deformatsiyalar jadallashga boshlaydi.

Mo'rt materiallar uchun chegaraviy holat material yemirila boshlagan kuchlanish holati hisoblanadi.

Konstruksiya elementlarining kuchlanganlik holati qanchalik xavfli ekanligiga baho berishda tajriba yo'li bilan chegaraviy kuchlanish holatida paydo bo'ladigan bosh kuchlanishlar qiymatini aniqlash muhim ahamiyatga egadir.

Bir o'qli cho'zilish (siqilish) da konstruksiya nuqtasining chegaraviy kuchlanganlik holatini baholash masalasini hal qilish oson bo'ladi, ya'ni bosh kuchlanishlarning birdan-bir chegaraviy qiymatini tajriba yo'li bilan aniqlash mumkin. U plastik material uchun oquvchanlik chegarasiga, mo'rt materiallar uchun mustahkamlik chegarasiga teng deb qaraladi.

Oddiy chiziqli kuchlanish holatida o'tkazilgan ko'p sonli tajriba natijalari turli materiallar uchun chegaraviy kuchlanishlar haqida kerakli darajada aniqlik bilan hukm yuritishga imkon beradi.

Murakkab, ya'ni tekis va hajmiy kuchlanish holatida ikkita yoki barcha uchta bosh kuchlanishlar nolga teng bo'lmaganda, yuqoridagidek hukm yuritib bo'lmaydi. Bunda amalda uchraydigan bosh kuchlanishlar sonining nisbati hamda ishoralari cheklanmagan darajada xilma-xil bo'lishi mumkin. Shu sababli chegaraviy kuchlanishlarni aniqlash uchun o'tkaziladigan tajribalarni cheksiz ko'p sonli o'tkazish lozim bo'ladi. Bunday tajribalarni o'tkazish juda murakkab bo'lib, amalda bajarib bo'lmaydi.

Murakkab kuchlanish holatini tajriba yo'li bilan tekshirish uchun mo'ljallangan hozirgi mavjud texnika vositalari bosh kuchlanishlarning ba'zi xususiy nisbatlari uchungina tajriba o'tkazish imkonini beradi.

Bu tahlillar natijalari, cho'zilish va siqilishda o'tkazilgan tajribalarga asoslanib, konstruksiya elementi materialining biror nuqtasining istalgan kuchlanganlik holatining xavflilik darajasini baholash imkonini beradigan hisoblash usulini yaratish zarurligini taqozo qiladi.

Bu muhim masala *chegaraviy kuchlanish holati nazariyalari* yoki mustahkamlik nazariyalari deb ataladi.

Bu nazariyalarning barchasi quyidagi shartga asoslangan: *ikkita kuchlanish holatiga tegishli bosh kuchlanishlar proporsional ravishda*

bir xil miqdorga oshirilganda ikkalasi bir vaqtda chegaraviy holatga o'tsa, bunday kuchlanish holatlari teng kuchlanishli va teng xavfli hisoblanadi.

Bunda ikkala kuchlanish holati uchun mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti bir xil bo'ladi.

Berilgan murakkab holatiga teng mustahkamlikka ega bo'lgan oddiy cho'zilishdagi kuchlanishga ekvivalent σ_{ekv} (hisobiy σ_{hs}) kuchlanish deb ataladi.

Agar kuchlanishning hisobiy qiymati ma'lum bo'lsa, yuqorida qayd etilgan chegaralarga nisbatan ehtiyotlik koeffitsienti tegishli plastik va mo'rt materiallar uchun quyidagiga teng bo'ladi:

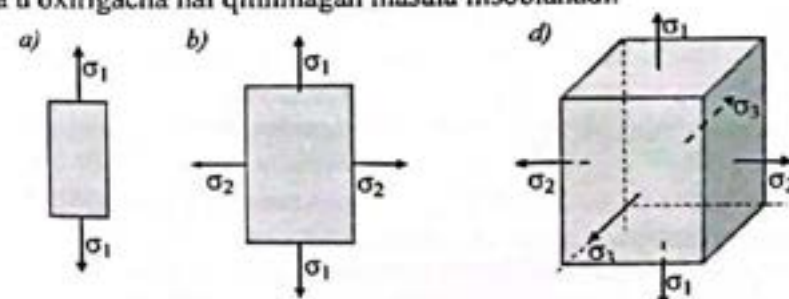
$$n_y = \frac{\sigma_y}{\sigma_{adm}}; \quad n_u = \frac{\sigma_u}{\sigma_{adm}}. \quad (4.86)$$

Teng xavfli kuchlanish holatlaridan biri sifatida tajriba yo'li bilan yaxshi o'rganilgan chiziqli cho'zilish (4.15, a)-chizma) boshqasi sifatida xavfli holati aniqlanishi kerak bo'lgan kuchlanish holati olinadi.

4.15, d)-chizma kuchlanganlik holati konstruksiya elementlarining hajmiy kuchlanish $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ holatini tasvirlaydi.

Qabul qilingan shartdan foydalanish uchun ikkita teng xavfli holatlarning bosh kuchlanishlarini ma'lum qoidaga binoan bir-biri bilan bog'lash zarur. Bu esa ikkala o'rganilayotgan hol uchun materialning yemirilish yoki chegaraviy kuchlanish holatiga o'tish sababi aniq bo'lsa, mumkin bo'ladi.

Lekin material yemirilishining haqiqiy sababini aniqlash juda qiyin va u oxirigacha hal qilinmagan masala hisoblanadi.



4.15-chizma. Kuchlanganlik holati turlari.

Bu hol yagona umumiy mustahkamlik nazariyasini yaratish imkonini bermaydi, natijada har biri o'zining chegaraviy kuchlanish

holatining paydo bo'lish sababi haqidagi gipotezaga ega bo'lgan ko'p nazariyalar yuzaga keladi. Bunday gipotezaga asosan zarur hisoblash shartlari va o'rganilayotgan kuchlanish holatining (tekis va hajmiy) bosh kuchlanishlarni chiziqli kuchlanishlardagi bosh kuchlanishlar bilan bog'lovchi formulalar tuziladi.

2. Mustahkamlik nazariyalari to'g'risida umumiy tushunchalar

Birinchi mustahkamlik nazariyasi murakkab kuchlanish holatidagi jismning chegaraviy holati, unda hosil bo'ladigan eng katta normal kuchlanish, shu jism materialidan yasalgan oddiy namunani cho'zish (siqish)dagi chegaraviy holatiga tegishli bo'lgan normal kuchlanishga yetganda boshlanadi degan gipotezaga asoslanadi.

Bu nazariya G.Galiley nomi bilan bog'liq bo'lib, eng katta normal kuchlanish nazariyasi deb ataladi.

Eng katta normal kuchlanishni ekvivalent kuchlanishga teng deb, chegaraviy holatning boshlanish sharti matematik ifodasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma_{des,t} = \sigma_1 \leq \sigma_0^t; \quad \sigma_{des,c} = \sigma_1 \leq \sigma_0^c \quad (4.87)$$

bu yerda, σ_1 - tekshirilayotgan kuchlanish holati uchun bosh kuchlanishlardan eng kattasi;

$\sigma_0^t; \sigma_0^c$ - tegishli chiziqli cho'zilish, siqilish uchun tajribadan olingan chegaraviy kuchlanish.

Eng katta normal kuchlanish nazariya bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{des,t} = \sigma_1 \leq \gamma_{t,sh} R_t; \quad \sigma_{des,c} = \sigma_1 \leq \gamma_{c,sh} R_c \quad (4.88)$$

bu yerda, $\gamma_{t,sh}$ - ish sharoiti koeffitsienti $\gamma_{t,sh} = 0,74 + 1,0$;

$R_t; R_c$ - oddiy cho'zilish va siqilishdagi hisobiy qarshilik (2.4-jadval).

Bu nazariyaning asosiy kamchiligi shundan iboratki, unda ikkita bosh kuchlanishlar σ_2, σ_3 va plastik deformatsiya hosil bo'lishi hisobga olinmaydi. Bu kuchlanishlar material mustahkamligiga katta ta'sir ko'rsatadi. Masalan, barcha tomonlari bo'yicha tekis (gidrostatik) siqilgan sement kub mustahkamlik chegarasidan bir necha marta katta bo'lgan kuchlanishga yemirilmasdan qarshilik ko'rsata oladi. Bunday sharoitda boshqa materiallar ham o'zini shunday tutadi.

Eng katta normal kuchlanish nazariyasi eksperiment natijalarida o'z tasdig'ini topmadi. Bu nazariya mo'rt materiallarni cho'zishga sinashda

qoniqarli natija beradi. Mo'rt materialni cho'zganda sezilarli plastik deformatsiya hosil bo'lmasdan yemiriladi.

Eng katta normal kuchlanish nazariyadan hozirgi davrda foydalanilmaydi, u faqat tarixiy ahamiyatga ega.

Ikkinchi mustahkamlik nazariyasi murakkab kuchlanish holatidagi jismning chegaraviy holati unda hosil bo'ladigan eng katta chiziqli deformatsiya, shu jism materialidan yasalgan oddiy namunani cho'zish (siqish)dagi chegaraviy holatiga tegishli bo'lgan chiziqli deformatsiyaga yetganda boshlanadi degan gipotezaga asoslanadi.

Bu nazariya eng katta cho'zilish nazariyasi degan nom oldi. Bosh deformatsiyalar $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$ bo'lganida, hajmiy kuchlanish holati uchun qabul qilingan gipotezaga javob beruvchi umumiy shart quyidagicha yoziladi:

$$\epsilon_{des,t} = \epsilon_1 \leq \epsilon_0^t; \quad \epsilon_{des,c} = \epsilon_1 \leq \epsilon_0^c \quad (4.89)$$

bu yerda, ϵ_1 - tekshirilayotgan kuchlanish holatidagi eng katta cho'zilish yoki siqilish deformatsiyasi; $\epsilon_0^t; \epsilon_0^c$ - tegishli chiziqli cho'zilishga sinash tajribasidan olingan nisbiy cho'zilish va siqilishning chegaraviy qiymatlari.

Chegaraviy ($\sigma = \sigma_0^t$ yoki $\sigma = \sigma_0^c$) holatning boshlanishigacha R.Guk qonuni to'g'ri bajarilsin deb faraz qilamiz. Unda oddiy cho'zilish va siqilishda chegaraviy deformatsiya miqdorlari $\epsilon_0^t = \sigma_0^t/E$ va $\epsilon_0^c = \sigma_0^c/E$ formulalardan aniqlanadi. Bu miqdorlarni ϵ_1 va $|\epsilon_3|$ bosh deformatsiyalar deb qabul qilib, hajmiy kuchlanganlik holatidagi Guk qonuni asosida (4.89) shartni yoyilgan holda quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma_{des,t} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq \gamma_{t,sh} R_t; \quad \sigma_{des,c} = \sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2) \leq \gamma_{c,sh} R_c \quad (4.90)$$

Tekis kuchlanish holati uchun bosh kuchlanishlar ifodasidan foydalanib, quyidagi shartni yozish mumkin:

$$\sigma_{des} = \frac{1-2\nu}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1+\nu}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \leq \gamma_{t,sh} R. \quad (4.91)$$

Ushbu (4.91) va (4.90) shartlardan σ_{des} qiymati musbat bo'lgandagina foydalanish mumkinligiga e'tibor berish lozim.

Ikkinchi nazariyaning birinchisidan afzalligi shundaki, unda barcha bosh kuchlanishlar ta'siri hisobga olinadi.

Mo'rt materiallar (beton, tosh)ning bosim beriladigan toretslariga yog' yoki parafin surtib, oddiy siqilishda yemirilishini bu nazariya yordamida tushuntirish mumkin. Bunda materialda siquvchi kuchlarga

parallol darzlar paydo bo'ladi va u yemiriladi. Bu, namunalar qo'ng'irak perpendikulyar yo'nalishda materialning kengayishiga imkon beruvchi chiziqli deformatsiyalarning o'sishi bilan boshlanadi.

Birinchi nazariya katta ikkinchi ham tajriba natijalari bilan yetarli darajada tasdiqlanmaydi, ma'nii materiallar uchun ko'proq qo'li keladi.

Uchinchi mustahkamlikning nazariyasi murakkab kuchlanish holatidagi jismlar chegaraviy holati, unda hosil bo'ladigan eng katta urinma kuchlanish, shu jisim materialidan yasalgan oddiy namunalar cho'zish (siqish)dagi chegaraviy holatiga tegishli bo'lgan urinma kuchlanishga yetganda boshlanadi degan gipotezaga asoslanadi.

Bu nazariya eng katta urinma kuchlanish nazariyasi deb ataladi.

Plastik deformatsiyalar jarayonida siljish va unga mos keluvchi urinma kuchlanishlar ham paydo bo'lishi tajriba asosida tasdiqlangan. Shuning uchun qabul qilingan gipotezani sezilarli plastik deformatsiyalar bilan bog'lash mumkin.

Ushbu nazariya asosida chegaraviy holat boshlanishining umumiy sharti quyidagi ko'rinishga ega:

$$\tau_{\max} \leq \tau_0 \quad (4.92)$$

Bu yerda, $\tau_{\max}$ - tekshirilayotgan kuchlanish holati uchun eng katta urinma kuchlanishning hisobiy qiymati;

τ_0 - oddiy cho'zilishga o'tkaziladigan tajribadan aniqlanadigan urinma kuchlanishning chegaraviy qiymati.

Bu formula Tresk-Sen-Venant plastiklik kriteriyasi deb ataladi va plastiklik nazariyasida qo'llaniladi.

Hajmiy kuchlanish holatida bosh kuchlanishlar orasida $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ bo'lganda, eng katta urinma kuchlanish maksimal va minimal bosh kuchlanishlar farqining yarmi quyidagicha topiladi:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (4.93)$$

Oddiy cho'zilishda yoki siqilishda τ_0 kuchlanish quyidagi tenglikdan topiladi:

$$\tau_0 = \frac{\sigma_0}{2} \quad (4.94)$$

Unda chegaraviy holat boshlanish (4.92) shartni quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_0 \quad (4.95)$$

Eng katta urinma kuchlanish nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\text{hajm}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq 1, \sigma_0 \quad (4.96)$$

Tajriba kuchlanish holati uchun (4.96) tenglikdagi bosh kuchlanishlar qiymati qo'lyozguchi, u quyidagi ko'rinishga ega:

$$\sigma_{\text{hajm}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2} \leq 1, \sigma_0 \quad (4.97)$$

Amalda ko'pgina $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = \sigma$, $\sigma_3 = -\sigma$ holati uchun. Bunda

$$\sigma_1 = \sigma, \sigma_2 = \sigma, \sigma_3 = -\sigma \text{ (jami (4.97) qo'lyozguchi shart).}$$

$$\sigma_{\text{hajm}} = \sqrt{\sigma^2 + \sigma^2 + \sigma^2} \leq 1, \sigma_0 \quad (4.98)$$

Ushbu nazariyaning kamchilligi shundaki, hajmiy kuchlanish holatida σ_2 bosh kuchlanishning ta'uri hisobga olinmaydi.

Eng katta urinma kuchlanish nazariyasi cho'zilishga ham, siqilishga ham bir xil qarshilik ko'rsatadigan ikki o'qda $\sigma_1, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\sigma$ va $\sigma_1 > 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 < 0$ kuchlanish holatidagi plastik materiallar bilan o'tkazilgan tajriba natijalariga mos keladi.

Xususiyl holde bu nazariya urinma kuchlanish to'liga teng bo'lgan hajmiy kuchlanish $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ holatida tasdiqlangan.

3. Mustahkamlikning energetik nazariyasi

Energetik nazariya murakkab kuchlanish holatidagi jismlar chegaraviy holati, unda shakl o'zgarishidan hosil bo'ladigan solishtirma potensial energiyasi, shu jisim materialidan yasalgan oddiy namunani cho'zish (siqish)dagi chegaraviy holatiga tegishli bo'lgan shakl o'zgarishida solishtirma potensial energiyasiga yetganda boshlanadi degan gipotezaga asoslanadi.

Energetik nazariya bo'yicha chegaraviy holati matematik ifodasi quyidagicha ifodalanadi:

$$U^{\text{sh}} \leq U_0^{\text{sh}} \quad (4.99)$$

bu yerda, U^{sh} - shakl o'zgarishidagi solishtirma potensial energiya;

U_0^{sh} - solishtirma potensial energiya oddiy cho'zilish yoki siqilishga o'tkazilgan tajriba natijasida olingan chegaraviy qiymati.

Hajmiy kuchlanish holati uchun potensial energiya quyidagi formuladan topiladi:

$$U = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] \quad (4.100)$$

Hajmiy kuchlanishning umumiy holi uchun deformatsiyani ikkiga bo'lamiz:

- 1) hajm o'zgarishi bilan bog'liq bo'lgan deformatsiya;
- 2) shakl o'zgarishiga mos keluvchi deformatsiya.

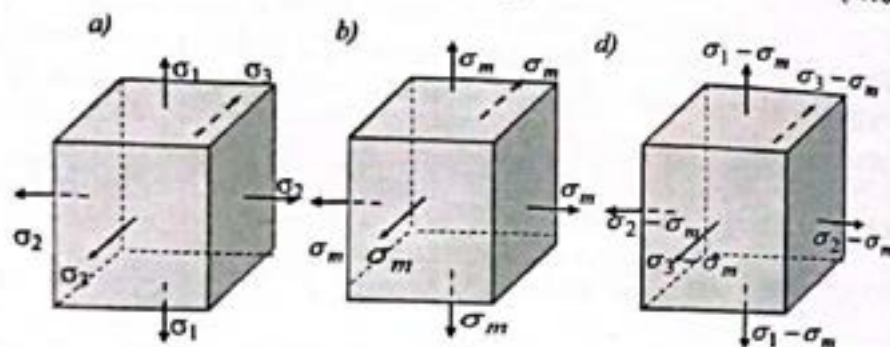
Unda potensial energiyani quyidagi formula bilan ifodalash mumkin:

$$U = U_V + U_{sh}. \quad (4.101)$$

Buning uchun berilgan kuchlanish holatini (4.16, a)-chizma) kuchlanishlar bilan aniqlanadigan ikkita kuchlanish holati (4.16, b)-chizma) yig'indisi ko'rinishida tasavvur etamiz.

Deylik, ulardan biri gidrostatik cho'zilish (siqilish)ga mos keladi, bunda kubning barcha tomonlariga bir xil o'rtacha kuchlanish ta'sir etadi:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}. \quad (4.102)$$



4.16-chizma. Shar va deviator kuchlanganlik holatlari.

Bunda kubning barcha qirralari bir xil qiymatga o'zgarganligidan kub shakli o'zgarmaydi, balki uning hajmigina o'zgaradi.

Ikkinchi kuchlanish holatining kuchlanishlarini $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ lar orqali belgilaymiz. Ular quyidagi tengliklardan topiladi:

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - \sigma_m; \quad \sigma'_2 = \sigma_2 - \sigma_m; \quad \sigma'_3 = \sigma_3 - \sigma_m. \quad (4.103)$$

$\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ kuchlanishlardan hajmning o'zgarishi nolga tengligini isbotlash qiyin emas.

O'rtacha kuchlanish (4.102)ni hisobga olgan holda (4.103) tenglikdan bu kuchlanishlarning qiymatlarini hajmiy (4.85) deformatsiya formulasiga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\theta = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) = \frac{1-2\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - 3\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}) = 0. \quad (4.104)$$

Shuning uchun $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$ kuchlanishlardan jismning faqat shakli o'zgaradi.

Hajmning o'zgarishida U_V solishtirma potensial energiyani aniqlash uchun (4.100) formulaga $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ kuchlanishlar o'rniga σ_m ni qo'yamiz. Unda

$$U_V = \frac{1-2\nu}{2E} \cdot 3\sigma_m^2 \quad (4.105)$$

hosil bo'ladi. (4.105) ifodaga σ_m o'rniga (4.101) tenglikdan uning qiymatini qo'yib, quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$U_V = \frac{1-2\nu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2. \quad (4.106)$$

Ushbu (4.106) va (4.100) formulalardan U va U_V larning qiymatlarini (4.101)ga qo'yib, ba'zi o'zgartirishlardan so'ng quyidagini topamiz:

$$U_{sh} = \frac{1+\nu}{3E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)] \quad (4.107)$$

Ushbu formulani osongina quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$U_{sh} = \frac{1+\nu}{6E}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \quad (4.108)$$

Oddiy cho'zilish holi uchun $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ bo'lganda (4.105) formulaga binoan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$U_{sh} = \frac{1+\nu}{6E} \cdot 2\sigma_1^2. \quad (4.109)$$

Ushbu (4.109) va (4.108) formulalarni hisobga olganda (4.102) shart quyidagicha yoziladi:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] \leq \sigma_0. \quad (4.110)$$

Bu yerda: σ_0 -oddiy cho'zilishda tajribadan topilgan chegaraviy kuchlanish.

Bu formula Guber-Mizes plastiklik kriteriyasi deb ataladi va plastiklik nazariyasida qo'llaniladi.

Energetik nazariya bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{dev} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \leq \gamma_{sh} R. \quad (4.111)$$

Bu nazariya mustahkamlikka uchta bosh kuchlanishlarning ta'sirini e'tiborga oladi va cho'zilish bilan siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatuvchi plastik materiallar uchun tajribada juda yaxshi tasdiqlangan. Uchinchi mustahkamlik nazariyasi kabi, bu nazariya

umimiy kuchlanish bo'lgan teng bo'lgan hajmiy kuchlanganlik $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ holatida tasdiqlangan.

Tekis kuchlanish holatida (4.103) formulasidagi bosh kuchlanishlarni σ_1, σ_2 va τ_{xy} lar orqali ifodalab, quyidagini olamiz:

$$\sigma_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2 + 3\tau_{xy}^2} \leq \sigma_{lim} \quad (4.112)$$

$\tau_{xy} = 0$ bo'lgan xususiy hol uchun $\sigma_2 = \sigma$ va $\tau_{xy} = \tau$ bo'lsa, to'rtinchi mustahkamlik nazariyasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{max} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{lim} \quad (4.113)$$

Uchinchi nazariya kabi energetik nazariya ham plastik materiallar bilan o'tkazilgan tajribalarda yaxshi isbotlanadi va amalda keng qo'llaniladi. Yuqoridagi quyidagi nazariyalar materialda plastik deformatsiyalar paydo bo'lish shartini belgilovchi mezonlarni belgilab beradi. Shuning uchun bu nazariyalarga asoslangan (4.92) va (4.99) tengsizliklar ba'zan *plastiklik shartlari* deb ataladi.

Sof siljishda oqirchanlik chegarasini nazariy jihatdan aniqlash uchun energetik nazariyasini qo'llaymiz. Bunda $\sigma = 0$, $\tau = \tau_y$, oqirchanlik teng bo'lib, oqirchanlik sharti quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\sigma_{det} = \sqrt{0 + 3\tau_y^2} = \sigma_y \quad (4.114)$$

Bundan

$$\tau_y = \sigma_y / \sqrt{3} = 0.58\sigma_y \quad (4.115)$$

Xuddi shunga o'xshash uchunchi nazariyadan $\tau_y = 0.5\sigma_y$ ni hosil qilish mumkin.

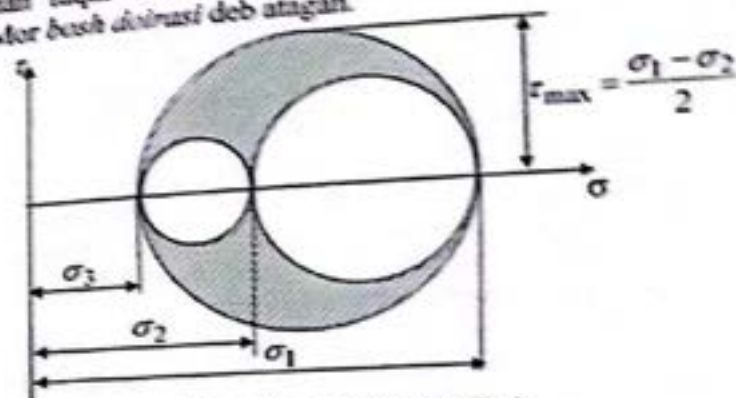
Sof siljishni o'rganishda ko'p materiallar uchun tajriba yo'li bilan τ_y va σ_y lar uchun o'rnatiladigan bog'lanish nisbat orqali ifodalanishi qayd etilgan edi. Bu (4.115) nisbatga mos keladi. Shunday qilib, sof siljish holati uchun energetik nazariya uchinchi nazariyaga nisbatan tajriba natijalariga mos tushadi.

4. Morning mustahkamlik nazariyasi

Yuqorida ko'rib o'tilgan barcha nazariyalarda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishining sababini belgilovchi gipoteza sifatida bitta faktor qiymati, masalan, cho'zilish, energiyasi olingan.

Bayon etilgan nazariyalardan farqli ravishda Mor nazariyasida ayrim gipotezalar emas, balki tajriba natijalari asosida materiallarning mustahkamlik xossalari kuchlanish holati turiga bog'liqligi keltirib chiqariladi. Bunday bog'lanishni olish va isbotlash uchun Mor taklif qilgan kuchlanish doiralariidan foydalaniladi. Ma'lumki, hajmiy kuchlanish holati uchun uchta doira quriladi (4.17-chizma).

Lekin bu yerda o'tkazilgan tajribalar asosida σ_2 kuchlanish ta'siri hisobga olinmaydi va materialning mustahkamlik xossalari faqat σ_1 va σ_3 kuchlanishlariga bog'liq deb qaraladi. Shuning uchun uchta doiralardan faqat bittasi, u ham bo'lsa, eng kattasi o'rganiladi. Bu doirani Mor bosh doirasi deb atagan.



4.17-chizma. Mor doiralari.

σ_1 va σ_3 kuchlanishlar materialning chegaraviy kuchlanish holatini bildirganida, unga mos keluvchi bosh doira ham chegaraviy doira deb ataladi.

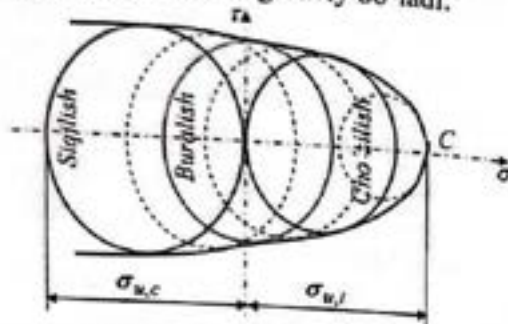
Misol tariqasida 4.18-chizmada cho'zilish, siqilish va buralishga sinalgan material uchun uchta chegaraviy doira tasvirlangan. Bunda $\sigma_{u,c}$ bilan belgilangan siqilishdagi chegaraviy kuchlanish cho'zilishdagi chegaraviy kuchlanish $\sigma_{u,t}$ dan katta, ya'ni $\sigma_{u,c} > \sigma_{u,t}$.

Agar bu doiralar uchun chegaraviy o'rovchi chiziqli deb ataladigan chiziqli o'tkazsak, u umumiy holda egri chiziqdan iborat bo'ladi va σ o'qini biror C nuqtada kesib o'tadi.

Bu nuqta C nuqtaning absissasi bilan aniqlanadigan chegaraviy kuchlanishning har tomonlama cho'zilishiga mos keladi (4.18-chizmaga qarang). Bu holda Mor doirasi nuqtaga aylanadi, chunki $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

kuchlanishlar bir-biriga tengdir.

Shunday qilib, bir necha chegaraviy doiralar va ularni o'rovchi egri chiziq mavjud bo'lsa, bosh doirasi o'rovchi egri chiziqqa urinib turadigan kuchlanish holati ham chegaraviy bo'ladi.



4.18-chizma. Bosh kuchlanishlari turlicha bo'lgan chegaraviy doiralarni o'rab turuvchi egri chiziq.

4.18-chizmada bosh kuchlanishlarni turlicha bo'lgan chegaraviy doiralar to'plami punktir bilan tasvirlangan. Rasmdan ko'rinib turibdiki, o'rovchi egri chiziq kuchlanish holati ko'rinishiga qarab, bu kuchlanishlar orasidagi bog'lanishni aniqlaydi.

Turli kuchlanish holatlari turlicha bo'lgan chegaraviy doiralarni haqiqiy egri chiziqni olish mumkin emas, chunki buning uchun mazkur kuchlanish holatlarini tajriba yo'li bilan tekshirish lozim bo'ladi. Shuning uchun amalda o'rovchi egri chiziqni cho'zilish va siqilishga o'tkazilgan tajriba natijalari asosida qurilgan ikkita bosh aylanaga urinib o'tuvchi to'g'ri chiziq bilan almashtiriladi (4.19-chizma). Bu to'g'ri chiziqlar mustahkamlik holatining chegaralari hisoblanadi. Shu bilan birga ular bosh doirasi bu to'g'ri chiziqlarga urinadigan har qanday kuchlanish holatining σ_1 va σ_3 kuchlanishlari orasidagi chiziqli bog'lanishni belgilaydi:

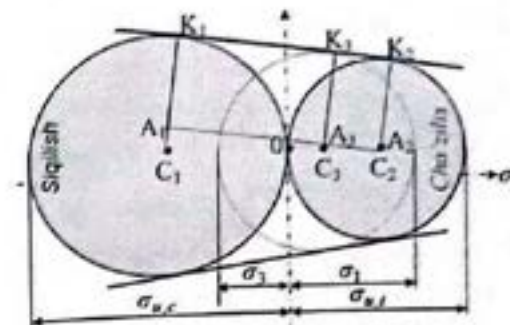
$$\sigma_1 = a + b\sigma_3. \quad (4.116)$$

Ushbu (4.116) ifoda $\Delta A_3 C_3 C_2$ va $\Delta A_1 C_1 C_2$ uchburchaklar o'xshashligidan kelib chiquvchi oddiy geometrik nisbatlar asosida keltirib chiqariladi (4.19-chizma).

Bu uchburchaklar asosida quyidagi nisbatni yozish mumkin:

$$\frac{A_3 C_3}{C_2 C_3} = \frac{A_1 C_1}{C_1 C_2}. \quad (4.117)$$

bu yerda



4.19-chizma. Bosh kuchlanishlari turlicha bo'lgan chegaraviy doiralarga urinib o'tuvchi to'g'ri chiziq.

$$\left. \begin{aligned} A_3 C_3 &= K_3 C_3 - K_2 C_2 = \frac{\sigma_1 + |\sigma_3|}{2} - \frac{\sigma_{u,t}}{2}; \\ C_2 C_3 &= 0 C_2 - 0 C_3 = \frac{\sigma_{u,t}}{2} - \frac{\sigma_1 - |\sigma_3|}{2}; \\ A_1 C_1 &= K_1 C_1 - K_2 C_2 = \frac{|\sigma_{u,c}|}{2} - \frac{\sigma_{u,t}}{2}; \\ C_1 C_2 &= 0 C_1 - 0 C_2 = \frac{|\sigma_{u,c}|}{2} + \frac{\sigma_{u,t}}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.118)$$

(4.118) dagi qiymatlarni (4.116) ifodaga qo'yib, uncha murakkab bo'lmagan o'zgartirishlardan so'ng (4.115) ifodani olish mumkin. So'nggi ifoda cho'zilish va siqilish holatlari uchun bir xil kuchga ega bo'lganligidan, istalgan σ_1 va σ_3 lar uchun yuqorida qayd etilgan o'zgartirishlarsiz a va b koeffitsientlarni aniqlash mumkin.

Cho'zilishda $\sigma_f = 0$, $\sigma_1 = \sigma_{u,t}$ bo'lgani uchun, bu qiymatlarni (4.115) ifodaga qo'yib, $a = \sigma_{u,t}$ ekanligini topamiz.

Siqilishda $\sigma_f = 0$, $\sigma_3 = -\sigma_{u,c}$ bo'lgani uchun $\sigma_{u,t} - b\sigma_{u,c} = 0$ tenglik hosil bo'ladi, bu tenglikdan koeffitsientning $b = \frac{\sigma_{u,t}}{\sigma_{u,c}}$ ga tengligi aniqlandi.

Aniqlangan bu koeffitsientni (4.113) ifodaga qo'yib, quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$\sigma_1 - \frac{\sigma_{u,t}}{\sigma_{u,c}} \sigma_3 = \sigma_{u,t}. \quad (4.119)$$

Mor mustahkamlik nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti

quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_{\text{dov}} H = \sigma_1 - K \sigma_2 \leq r_2 R \quad (4.120)$$

Bu yerda R - cho'zilishdagi hisobiy qarshilik;

$R = \sigma_{\text{dov}} / \sigma_{\text{dov}}$ materialning cho'zilish va siqilishga qarshiligi bo'lish ekanligini hisobga oluvchi ko'effitsient.

Xulosa

1. Agar tekis kuchlanganlik holatida $K = 0$ ga teng bo'lsa, (4.120) formula birinchi nazariyaga to'g'ri keladigan natijani beradi.

2. Agar $K = 0$ ga teng bo'lsa, ikkinchi nazariyaga to'g'ri keladigan natijani beradi.

3. Agar $K = 1$ ga teng bo'lsa, uchinchil nazariyaga to'g'ri keladigan natijani beradi va besh doiralarga urilmalar o'qiga parallel o'tadi.

4.11-§. Kuchlanishlar konsentratsiyasi

Amaliyotda kuzatishlar shuni ko'rsatadiki, ko'pincha konstruksiya elementlarining ko'ndalang kesim yuzasi texnologik zaruriyatlar tufayli keskin o'zgargan (4.20, a)-chizma.) joylaridan (ariqchalar b), teshikchalar d), shponka o'yiqlari e), shlitss ariqchalari, va darzlar yaqinida) emirilish boshlanadi. Bunga ushbu zaiflashgan joylarda kuchlanishning bir necha marta keskin ortib ketishi, ya'ni kuchlanishlar konsentratsiyasi (kuchlanishlar to'planishi) sabab bo'ladi. Masalan 4.20. chizmada keltirilgan sterjenning markaziy cho'zilishida uchraydigan ba'zi bir kesimlarida kuchlanishlar to'planishini ko'rish mumkin:

I - I qirg'ida kuchlanish tekis taqsimlangan $\sigma_{\text{nom}} = F / A_{\text{nom}}$;

II - II qirg'ida ko'rsatilganidek ariqchali kesimida, ya'ni sterjenning chetlarida qirg'ilgan yarim doirali kertik yaqinida maksimal normal kuchlanish, nominal kuchlanishga qaraganda ikki barobarga ortiq bo'ladi.

III - III qirg'ida ko'rsatilgan doiraviy teshik yaqinida maksimal normal kuchlanish, nominal kuchlanishga qaraganda uch barobarga ortiq bo'ladi;

IV - IV qirg'ida ko'rsatilganidek ariqchali kesimida (turli sil uzatish simlari, suv, issiqlik trubalar, mahkamlaychi halqalar), ya'ni sterjenning chetlarida qirg'ilgan to'rtburchakli ariqcha yaqinida maksimal normal kuchlanish nominal kuchlanishga qaraganda ikki barobarga ortiq bo'ladi.

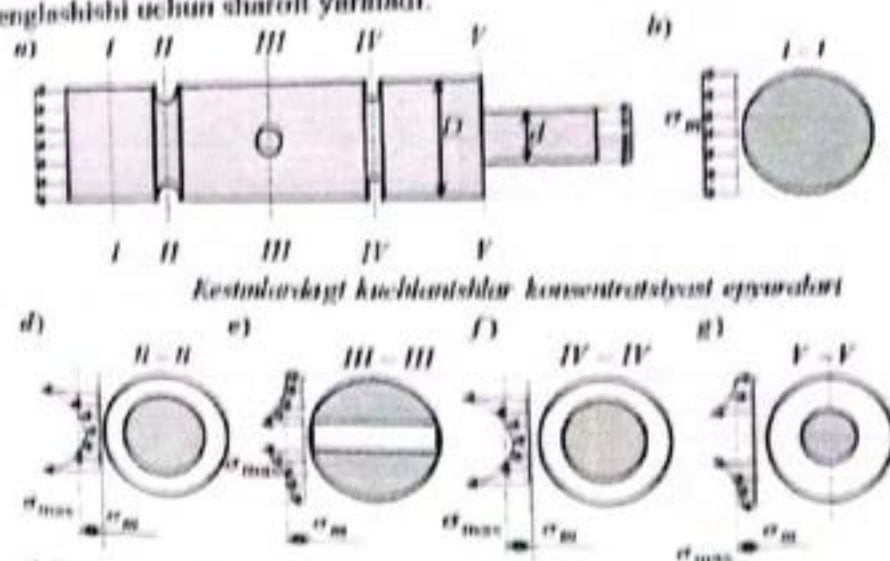
V - V qirg'ining yo'g'on qismida $\sigma_{\text{nom}} = F / (\pi r^2 / 4)$ ingichka qismida $\sigma_{\text{nom}} = F / (\pi r^2 / 4)$ kuchlanishlar formulalar bilan aniqlanadi.

Sterjenning yo'g'on qismidagi ingichka qismiga o'tish joyida, ya'ni V - V qirg'iga yaqin sohada normal kuchlanish tekis taqsimlanmaydi. Yo'g'on va ingichka qismlarining tutashgan V - V qirg'ida maksimal normal kuchlanish hosil bo'ladi. Kuchlanishlarning bunday hosil bo'lishiga kuchlanishlar konsentratsiyasi deb ataladi. Maksimal normal kuchlanishning nominal σ_{nom} kuchlanishga bo'lgan nisbatiga σ_{nom} kuchlanishlar konsentratsiyasi ko'effitsienti α_{nom} deb ataladi va quyidagicha ifodalanadi:

$$\alpha_{\text{nom}} = \sigma_{\text{max}} / \sigma_{\text{nom}} \quad (4.121)$$

Bu ko'effitsient asosan tajribadan ba'zi hollarda nazariy yo'l bilan aniqlanadi. Kuchlanishlar konsentratsiyasi α_{nom} ko'effitsienti miqdori zaiflashgan kesimda yo'niltirilgan ariqchalar, teshikchalarning o'lchamlari va shakllariga bog'liqdir.

Statik yuklangan konstruksiya elementlarining mustahkamligiga kuchlanishlar konsentratsiyasi ta'siri to'g'risida quyidagi xulosalarni aytish mumkin. Tajribalar shuni ko'rsatadiki, plastik materialdan yasalgan namunalarga ta'sir etuvchi yukning sekin-asta oshishi natijasida kuchlanishlar to'plangan sohada kuchlanishlar oquvchanlik chegarasiga yetib, ortmaydi, unda boshqa qismlarida kuchlanishlar ortadi. Natijada elementning zaiflashdirilgan sohasida kuchlanishlarning tenglashishi uchun sharoit yaratiladi.



4.20-chizma. Sterjenning texnologik zaruriyatlar tufayli zaiflashgan ko'ndalang kesim yuzalari.

konstruksiya elementlarining statik yuklanishda kuchlanishlar konsentratsiyasi, uning mustahkamligiga umuman ta'sir etmaydi. Shuning uchun ham plastik materialdan ishlangan kesimidagi kuchlanishlar va siqilishda tekis bilan zaiflashgan kesimidagi kuchlanishlar konsentratsiyasini hisobga olmaydilar. Agar zaiflashtirilgan kesim konstruksiya elementiga dinamik yuklar ta'sir etsa, materialning plastikligiga qaramasdan kuchlanishlar konsentratsiyasi, uning mustahkamligiga sezilarli darajada ta'siri ko'rsatadi.

Ikki elastik jisim bir-biriga tegib turganda hosil bo'lgan kuchlanishning taqsimlanish masalasini birinchi marta G.Gerts yechgan. Bu yechimni aniqlashda quyidagi cheklanishlar qabul qilingan: birinchidan, jismlar tegib turgan sirt radiusiga nisbatan, uning bir-biriga tegib turgan joyi o'lchamlari juda ham kichik; ikkinchidan, jismlar materiali Guk qonuniga bo'ysunadi; uchinchidan, siquvchi kuch tegib turgan tekislikka normal; to'rtinchidan, kuchlanish tegib turgan tekislik bo'yicha tekis taralgan va uchbu sirtga normal bo'ladi.

Ushbu cheklanishlar asosida F kuchi (4.21, a)-chizma) ostida bir-biriga tegib turgan ikki sharikda kuchlanish doira bo'yicha tekis taraladi, uning radiusi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$a = 0,88 \sqrt{\frac{F}{2} \frac{E_1 + E_2}{d_1 + d_2}} \quad (4.122)$$

Bunda E_1, E_2 materiallarning elastiklik moduli; d_1, d_2 shariklarning diametri.



4.21-chizma. Sharlar va silindrlarning bir-biriga bosim ko'rsatish sirtlari.

sharikning markazida eng katta kuchlanish hosil bo'ladi va u quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{\max} = 1,5 \frac{F}{\pi a^2} \quad (4.123)$$

Mahalliy deformatsiya hosil bo'lishi natijasida shariklar markazlarini bir-biriga quyidagi masofaga yaqinlashadi:

$$\lambda = 0,77 \sqrt{2F^2 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right)} \quad (4.124)$$

Agar d diametrlí sharik tekislikka bosim ko'rsatsa (4.122), (4.123) va (4.124) formulalarga $d_1 = d, d_2 = \infty$ va $E_1 = E_2 = E$ larni qo'yib quyidagi formulalarni hosil qilamiz:

$$a = 0,88 \sqrt{\frac{Fd}{2E}}; \sigma_{\max} = 0,62 \sqrt{\frac{4FE^2}{d^2}}; \lambda = 1,54 \sqrt{2 \frac{F^2}{E^2 d}} \quad (4.125)$$

Agar sharik botiq shaklidagi sharik chuqurlig'iga bosim ko'rsatsa (4.122), (4.123) va (4.124) formulalardagi iforasini o'zgartirish lozim (4.21, b)-chizma). Unda $E_1 = E_2 = E$ bo'lganda quyidagilarni hosil qilamiz:

$$a = 0,88 \sqrt{\frac{F}{E} \frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1}}; \sigma_{\max} = 0,62 \sqrt{FE^2 \left(\frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} \right)^2} \quad (4.126)$$

Shuni aytib o'tish lozimki, shariklar bir-biriga tegib bosim ko'rsatgan yuzasining markazidagi eng katta kuchlanish (4.125) va (4.126) formulalarda keltirilgan $\frac{F^2}{d}$ miqdorga bog'liq bo'lib, $\frac{F^2}{d}$ miqdor doimiy bo'lganda eng katta kuchlanish miqdori ham o'zgarmas bo'ladi.

Silindrlar bir-biriga tegib bosim ko'rsatganda (4.21, d)-chizma), bosim ko'rsatish yuzasi ensiz to'rtburchak bo'lib, uning eni b quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$b = 2,15 \sqrt{\frac{F_1}{2} \left(\frac{d_1 d_2}{d_2 + d_1} \right) \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)} \quad (4.127)$$

Bunda F_1 silindrlarning bir birlik uzunligiga to'g'ri keluvchi siquvchi kuch.

Eng katta kuch silindrlarning tegib turgan ensiz to'rtburchak markazida hosil bo'ladi va u quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{\max} = 0,59 \sqrt{2F_1 \left(\frac{d_2 + d_1}{d_1 d_2} \right) \left(\frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \right)} \quad (4.128)$$

Materiali bir xil bo'lgan ikkala silindr uchun quyidagilarni hosil qilish mumkin:

$$b = 2,15 \sqrt{\frac{F_1}{E} \left(\frac{d_1 d_2}{d_2 + d_1} \right)}; \quad \sigma_{\max} = 0,59 \sqrt{F_1 E \left(\frac{d_2 + d_1}{d_1 d_2} \right)} \quad (4.129)$$

Agar diametrlarining biri cheksiz bo'lsa, silindr tekislikka bosim ko'rsatadi, bunda quyidagilarni hosil qilish mumkin:

$$b = 2,15 \sqrt{\frac{F_1 d}{E}}; \quad \sigma_{\max} = 0,59 \sqrt{\frac{F_1 E}{d}} \quad (4.130)$$

Masalalar:

4.1-masala. Elastik jismning biror nuqtasida quyidagi kuchlanish komponentlari berilgan:

$$\sigma_x = 50 \text{ MPa}; \sigma_y = 0; \sigma_z = -30 \text{ MPa}; \tau_{xy} = 50 \text{ MPa}; \tau_{yz} = -70 \text{ MPa}; \tau_{zx} = 80 \text{ MPa}$$

Qiya yuza normal holatini aniqlovchi yo'naltiruvchi kosinuslari $l = m = \frac{1}{2}$; $n = \frac{1}{\sqrt{2}}$ bo'lgan yuzada to'la, normal va urinma kuchlar aniqlansin.

Yechish. Qiya yuzadagi to'la kuchlanishning tashkil etuvchilarini o'zaro perpendikulyar tekisliklardagi kuchlanishlar orqali (4.45) formuladan aniqlanadi:

$$X_v = 50 \cdot \frac{1}{2} + 50 \cdot \frac{1}{2} + 80 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 50 + \frac{80}{\sqrt{2}};$$

$$Y_v = 50 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{1}{2} - 70 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 25 - \frac{70}{\sqrt{2}};$$

$$Z_v = 80 \cdot \frac{1}{2} - 70 \cdot \frac{1}{2} - 30 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 5 - \frac{30}{\sqrt{2}}.$$

To'la kuchlanishni (4.46) formuladan topamiz:

$$P_v = \sqrt{\left(50 + \frac{80}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(25 - \frac{70}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(5 - \frac{30}{\sqrt{2}} \right)^2} = 111 \text{ MPa}$$

Normal kuchlanishni (4.47) formuladan aniqlaymiz:

$$\sigma_v = \left(50 + \frac{80}{\sqrt{2}} \right) \frac{1}{2} + \left(25 - \frac{70}{\sqrt{2}} \right) \frac{1}{2} + \left(5 - \frac{30}{\sqrt{2}} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} = 29,57 \text{ MPa}$$

Urinma kuchlanishni (4.46) formuladan topamiz:

$$\tau_v = \sqrt{(111)^2 - (29,57)^2} = 107 \text{ MPa}.$$

4.2-masala. Jismning biror-bir nuqtasida quyidagi kuchlanish komponentlari ma'lum bo'lsa:

$$\sigma_x = 180 \text{ MPa}; \sigma_y = 180 \text{ MPa}; \sigma_z = -60 \text{ MPa};$$

$$\tau_{xy} = -60 \text{ MPa}; \tau_{yz} = 120 \text{ MPa}; \tau_{zx} = -60 \text{ MPa}.$$

Bosh kuchlanish qiymati va ularning yo'nalishlari aniqlansin.

Yechish.

1. Kuchlanish tenzori $J_{1\sigma}; J_{2\sigma}; J_{3\sigma}$ invariantlarini (4.59) formuladan aniqlaymiz:

$$J_{1\sigma} = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = 180 + 180 - 60 = 300 \text{ MPa}$$

$$J_{2\sigma} = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 =$$

$$= 32400 - 10800 - 10800 - 3600 - 14400 - 3600 = -10800 (\text{MPa})^2;$$

$$J_{3\sigma} = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 =$$

$$= -1944000 + 864000 - 2592000 - 648000 + 216000 = -4104000 (\text{MPa})^3.$$

2. Kub (4.64) tenglamaning koefitsientlarini (4.65) formuladan topamiz:

$$P = J_{2\sigma} - \frac{J_{1\sigma}^2}{3} = -10800 - \frac{(300)^2}{3} = -40800 (\text{MPa})^2;$$

$$q = -\frac{2}{27} J_{1\sigma}^3 + \frac{1}{3} J_{1\sigma} \cdot J_{2\sigma} - J_{3\sigma} = -\frac{2}{27} (300)^3 + \frac{1}{3} 300 (-10800) - (-4104000) = 1024000 (\text{MPa})^3;$$

$$\Delta = P^3 + q^2 = (-40800)^3 + (1024000)^2 = -66868736 \cdot 10^6 < 0.$$

bo'lgani uchun (4.64) kub tenglamaning uchala ildizi ham mavjud.

3. Kub (4.64) tenglamaning ildizlarini aniqlaymiz:

$$r = \pm 0,5774 \sqrt{-40800} = \pm 0,5774 \cdot 201,99009.$$

$$\cos \varphi = \frac{q}{2r^3} = \frac{1024000}{3172850} = 0,322738; \quad \varphi = 71^\circ 12'; \quad \frac{\varphi}{3} = 23^\circ 44';$$

$$\cos \frac{\varphi}{3} = \cos 23^\circ 44' = 0,9155;$$

$$\cos \left(60^\circ - \frac{\varphi}{3} \right) = \cos 36^\circ 16' = 0,8062; \quad \cos \left(60^\circ + \frac{\varphi}{3} \right) = \cos 83^\circ 44' = 0,1083,$$

$$r = \pm 0,5774 \sqrt{-40800} = \pm 0,5774 \cdot 201,99009.$$

$$\cos \varphi = \frac{q}{2r^3} = \frac{1024000}{3172850} = 0,322738; \quad \varphi = 71^\circ 12'; \quad \frac{\varphi}{3} = 23^\circ 44';$$

$$\cos \frac{\varphi}{3} = \cos 23^\circ 44' = 0,9155;$$

$\cos\left(60^\circ - \frac{\varphi}{3}\right) = \cos 36^\circ 16' = 0,8062$; $\cos\left(60^\circ + \frac{\varphi}{3}\right) = \cos 83^\circ 44' = 0,1083$,
 ekanligini e'tiborga olib, (4.66) formuladan

$$Y_1 = -2r \cos 23^\circ 44' = -213,54782; \quad Y_2 = 2r \cos 36^\circ 16' = 188,05271;$$

$$Y_3 = 2r \cos 83^\circ 44' = 25,49541.$$

Kub tenglama yechimlarining to'g'riligini (4.68) formula yordamida tekshirib ko'ramiz:

$$-213,54782 + 188,05271 + 25,49541 = 0; \quad -213,54782 + 213,54782 = 0.$$

Bosh kuchlanishlarni (4.69) formuladan topamiz:

$$\sigma^I + Y_1 + \frac{J_{1\sigma}}{3} = -213,54782 + 100 = -113,54782;$$

$$\sigma^{II} + Y_2 + \frac{J_{2\sigma}}{3} = 188,05271 + 100 = 288,05271;$$

$$\sigma^{III} + Y_3 + \frac{J_{3\sigma}}{3} = 25,49541 + 100 = 125,49541.$$

Bu kuchlanishlarni $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ bilan belgilash asosida quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_1 = 288,05272 \text{ MPa}; \quad \sigma_2 = 125,49541 \text{ MPa}; \quad \sigma_3 = -113,54782 \text{ MPa}.$$

Kub (4.64) tenglama ildizlarining to'g'riligini (4.70) formula yordamida tekshiramiz:

$$a. \quad 300 = 288,05272 + 125,49541 - 113,54782; \quad 300 = 300.$$

$$b. \quad -10800 = 288,05272 \cdot (125,49541) + 125,49541 \cdot (-113,54782) + (-113,54782)(288,05272); \quad -10800 = -10809,39.$$

$$\text{Xatosi} \quad \frac{10800 - 10809,39}{10800} \cdot 100\% = 0,087\%.$$

$$c. \quad -4104000 = 288,05272(-113,54782) + 125,49541; \quad -4104000 = -4104664.$$

$$\text{xatosi} \quad \frac{4104000 - 4104664}{4104000} \cdot 100\% = 0,018\%.$$

4. Bosh tekisliklarning yo'naltiruvchi kosinuslarini topamiz.

Buning uchun (4.57) tenglamaning ikkitasiga navbat bilan $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ kuchlanishlarning qiymatini qo'yamiz va uchinchi tenglama sifatida (4.56)ni ishlatamiz.

$$(180 - 288,05272)\ell_1 + (-60)m_1 + (-60)n_1 = 0;$$

$$(-60)\ell_1 + (180 - 288,05272)m_1 + 120n_1 = 0; \quad \ell_1^2 + m_1^2 + n_1^2 = 1.$$

Bu tenglamalar sistemasining yechimlari:

$$\ell_1 = 0,59611; \quad m_1 = -0,72171; \quad n_1 = -0,35181.$$

Yo'naltiruvchi kosinuslar ℓ_2, m_2, n_2 topamiz.

$$(180 - 125,49541)\ell_2 + (-60)m_2 + (-60)n_2 = 0;$$

$$(-60)\ell_2 + (180 - 125,49541)m_2 + 120n_2 = 0;$$

$$\ell_2^2 + m_2^2 + n_2^2 = 1.$$

Bu tenglamalar sistemasining yechimlari:

$$\ell_2 = 0,79415; \quad m_2 = 0,59426; \quad n_2 = 0,12715.$$

Tekshirish:

$$\ell_1\ell_2 + m_1m_2 + n_1n_2 = 0; \quad 0,47341 - 0,42888 - 0,04473 = 0; \quad 0,00022 \approx 0.$$

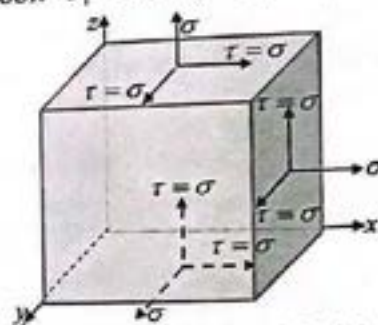
Xuddi shuningdek, qolgan yo'naltiruvchi kosinuslar ham topiladi.
 4.3-masala. 4.22-chizmada ko'rsatilgan parallelepipedning tomonlaridagi kuchlanish komponentlari bir-biriga teng, ya'ni $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z$; $\tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = \tau$ bo'lsa, bosh kuchlanishlar aniqlansin.

$$\text{Javobi: } \sigma_1 = 3\tau; \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0.$$

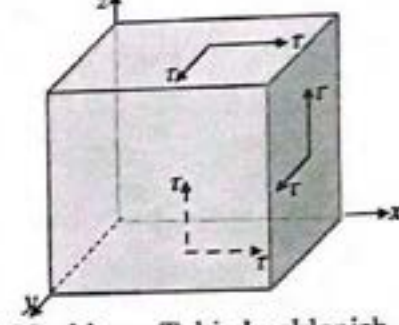
Ko'rsatma. Kuchlanish tenzorining invariantlari J_1, J_2, J_3 topilib, (4.64) kub tenglamaga qo'yilsin va tenglama yechilsin.

4.4-masala. 4.23-chizmada ko'rsatilgan kuchlanish holati uchun bosh kuchlanishlar aniqlansin.

$$\text{Javobi: } \sigma_1 = 2\tau; \quad \sigma_2 = \sigma_3 = -\tau; \quad \ell_1 = m_1 = n_1 = 1/\sqrt{2}.$$



4.22-chizma. Hajmiy kuchlanish holatidagi parallelepiped.



4.23-chizma. Tekis kuchlanish holatidagi parallelepiped.

4.5-masala. Jismning ma'lum bir nuqtasida quyidagi kuchlanishlar sistemasi berilgan:

$$\sigma_x = 50 \text{ MPa}; \quad \sigma_y = 0; \quad \sigma_z = 110 \text{ MPa};$$

$$\tau_{xy} = 30 \text{ MPa}; \quad \tau_{yz} = -30 \text{ MPa}; \quad \tau_{zx} = -80 \text{ MPa}.$$

Koordinata o'qlariga nisbatan yo'naltiruvchi kosinuslari bir-biriga teng bo'lgan qiya yuzadagi to'la, normal va urinma kuchlanishlar topilsin.

Javobi: Qaralayotgan yuza kuchlanishlardan xoli.

4.6-masala. Jismning ma'lum bir nuqtasida quyidagi kuchlanishlar sistemasi berilgan:

$$\sigma_x = \sigma_y = 50 \text{ MPa}; \sigma_z = -100 \text{ MPa}; \tau_{xy} = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0.$$

Shu nuqtadan o'tuvchi oktaedrik yuzalardagi to'la, normal va urinma kuchlanishlar topilsin.

$$\text{Javobi: } \sigma_1 = \sigma_2 = 50 \text{ MPa}; \sigma_3 = -100 \text{ MPa}; \sigma_{oct} = 0; \tau_{oct} = 50\sqrt{2} \text{ MPa}$$

4.7-masala. Agar $\sigma_y = 100\sqrt{3}$ deb qabul qilinsa, 4.6-masalaning javobi qanday o'zgaradi?

$$\text{Javobi: } P_y = 100 \text{ MPa}; \sigma_y = 100/\sqrt{3} \text{ MPa}; \tau_y = \sigma_y \cdot \sqrt{2}.$$

4.8-masala. Jismning biror-bir nuqtasida kuchlanish tenzori ma'lum bo'lsa:

$$T_\sigma = \begin{vmatrix} 10 & 0 & 15 \\ 0 & 20 & -15 \\ 15 & -15 & 0 \end{vmatrix}$$

Uni kuchlanishlarning shar tenzori hamda deviatoriga ajratilsin va kuchlanish deviatori ikkinchi invarianti hisoblansin.

$$\text{Javobi: } J_{2D\sigma} = -55 \text{ MPa}.$$

4.9-masala. Jismning ma'lum bir nuqtasida kuchlanish tenzori birinchi invarianti $J_{1\sigma} = 30 \text{ MPa}$ va kuchlanish deviatori berilgan:

$$D_\sigma = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -15 \\ 0 & 10 & 15 \\ -15 & 15 & -10 \end{vmatrix}$$

Shu nuqtadagi bosh kuchlanishlarni topish uchun asosiy tenglama tuzilsin.

4.10-masala. Jismning biror-bir nuqtasida quyidagi kuchlanishlar komponentlari ma'lum bo'lsa:

$$\sigma_x = 20 \text{ MPa}; \sigma_y = 15 \text{ MPa}; \sigma_z = 60 \text{ MPa};$$

$$\tau_{xy} = 10 \text{ MPa}; \tau_{yz} = 20 \text{ MPa}; \tau_{zx} = -10 \text{ MPa}$$

Bosh kuchlanishlar $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ qiymati aniqlansin.

$$\text{Javobi: } \sigma_1 = 68,86 \text{ MPa}; \sigma_2 = 26,14 \text{ MPa}; \sigma_3 = 0.$$

4.11-masala. Jismning biror-bir nuqtasida quyidagi kuchlanish komponentlari ma'lum bo'lsa:

$$\sigma_x = 6 \text{ MPa}; \sigma_y = 9 \text{ MPa}; \sigma_z = 0;$$

$$\tau_{xy} = -2 \text{ MPa}; \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0.$$

Bosh kuchlanishlar $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ qiymati va ularning yo'nalishlari, ya'ni yo'naltiruvchi kosinuslari aniqlansin. Bosh urinma kuchlanishlar

qiymati aniqlansin.

$$\text{Javobi: } \sigma_1 = 10 \text{ MPa}; \sigma_2 = 5 \text{ MPa}; \sigma_3 = 0; \ell_1 = 0,447; m_1 = 0,894; n_1 = 0;$$

$$\ell_2 = 0,894; m_2 = 0,447; n_2 = 0; \ell_3 = 0; m_3 = 0; n_3 = 1;$$

$$\tau_{\max} = 5 \text{ MPa}; \tau_{\min} = \tau_{12} = \tau_{23} = 2,5 \text{ MPa}.$$

4.12-masala. Oktaedrik urinma kuchlanishlarning kvadrati, kuchlanishlar deviatorining ikkinchi invariantini $(-2/3)$ songa ko'paytmasiga teng ekanligi ko'rsatilsin.

$$\tau_{oct}^2 = -\frac{2}{3} J_{2D\sigma}$$

4.13-masala. Oktaedrik urinma kuchlanishning kvadrati, kuchlanish tenzorining birinchi va ikkinchi invariantlari orqali quyidagicha yozilishi ko'rsatilsin:

$$\tau_{oct}^2 = \frac{2}{9} [J_{1\sigma}^2 - 3J_{2\sigma}]$$

4.14-masala. Bosh o'qlarda yozilgan (ya'ni $S_1 = \sigma_1 - \sigma_m; \dots$), kuchlanishlar deviatorining komponentlarini, kuchlanish intensivligi orqali quyidagicha yozish mumkinligi isbotlansin.

$$S_1 = \frac{2}{3} \sigma_1 \cos\left(\omega_\sigma - \frac{\pi}{3}\right); S_2 = \frac{2}{3} \sigma_1 \cos\left(\omega_\sigma + \frac{\pi}{3}\right); S_3 = -\frac{2}{3} \sigma_1 \cos\omega_\sigma;$$

$$\cos 3\omega_\sigma = \frac{27 J_{3D\sigma}}{2 \sigma_1^3}; \text{ yoki } \sqrt{3} \sigma_1 \omega_\sigma = -\frac{S_1 - S_2}{S_3}.$$

4.15-masala. Umumlashgan Guk qonuni va nisbiy hajmiy deformatsiyadan foydalanib, hajmiy Guk qonuni $\sigma_m = K\theta$ ekanligini ko'rsatilsin:

4.16-masala. Izotrop jism uchun umumlashgan Guk qonunidan foydalanib hajmiy o'zgarish qonunini va po'lat namunaning oddiy cho'zilishdagi hajmi nisbiy deformatsiyasini aniqlang, bunda namuna uchun $\sigma_{adm} = 160 \text{ MPa}; E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}; \nu = 0,25$.

$$\text{Javobi: } \theta = 4 \cdot 10^{-4}.$$

4.17-masala. Tekis kuchlanganlik holati uchun umumlashgan Guk qonunining teskari ifodasi aniqlansin.

4.18-masala. Hajmiy kuchlanganlik holatidagi element uchun $\sigma_1 = 100 \text{ N/sm}^2; \sigma_3 = 300 \text{ N/sm}^2; \sigma_2 = 120 \text{ N/sm}^2; E = 1 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2; \nu = 0,32$.

Bosh deformatsiyalar aniqlansin.

4.19-masala. Alyuminiydan yasalgan elementar kubik absolyut qattiq ikkita qo'zg'almas devor orasiga joylashtirilib, ustki va ostki tomonlari yuzasi bo'yicha tekis taralgan $q = 8 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$ kuch ta'sir etadi.

Berilganlar $E = 0,7 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$; $\nu = 0,32$.

Bosh kuchlanishlar va deformatsiyalar aniqlansin.

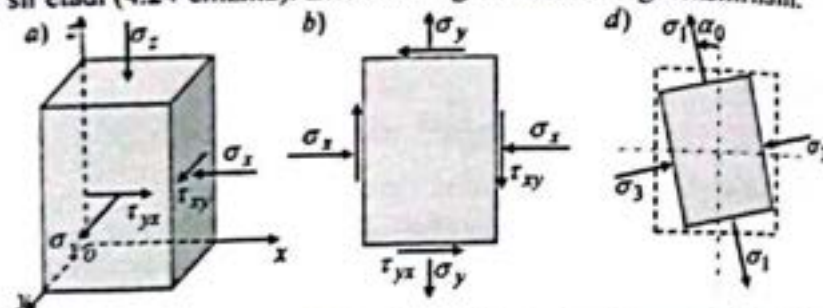
$$\sigma_1 = -24 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2; \sigma_2 = 0; \sigma_3 = -8 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2;$$

Javobi: $\epsilon_1 = 0; \epsilon_2 = 4,4 \cdot 10^{-5} \text{ N/sm}^2; \epsilon_3 = -118,3 \cdot 10^{-5}$.

4.20-masala. Kul rang SCH25 cho'yandan yasalgan konstruksiyaning xavfli kesimidan ajratib olingan elementning tomonlariga

$$\sigma_x = -30 \text{ MPa}; \sigma_y = 50 \text{ MPa}; \sigma_z = -70 \text{ MPa}; \tau_{xy} = 20 \text{ MPa}; \tau_{yz} = -20 \text{ MPa}$$

ta'sir etadi (4.24-chizma). Elementning mustahkamligi tekshirilsin.



4.24-chizma. Konstruksiya elementining kuchlanganlik holati.

Yechish. Masalaning shartidan ko'rinadiki, normali z o'qiga parallel bo'lgan yuzada urinma kuchlanish bo'lmaganligi sababli bu yuz bosh yuz bo'ladi (4.24, a)-chizma). Koordinata tekisligidagi xoz ikkita yuzaning kuchlanganlik holatini o'rganib chiqamiz (4.24, b)-chizma).

Bu yuzalardagi bosh kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \frac{-30 + 50}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-30 - 50}{2}\right)^2 + 20^2}.$$

Bundan

$$\sigma_{\max} = 10 + 44,7 = 54,7 \text{ MPa}; \sigma_{\min} = 10 - 44,7 = -34,7 \text{ MPa}.$$

Demak, bosh kuchlanishlar quyidagiga teng bo'ladi:

$$\sigma_1 = 54,7 \text{ MPa}; \sigma_2 = -34,7 \text{ MPa}; \sigma_3 = -70 \text{ MPa}$$

Aniqlangan natijalarning to'g'riligini normal kuchlanishlar yig'indilarining tenglik shartidan foydalanib tekshirib ko'ramiz:

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{const};$$

$$-30 + 50 - 70 = 54,7 - 34,7 - 70; -50 = -50; 0 = 0.$$

Bosh yuzalar holatini aniqlaymiz:

$$\tan 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2 \cdot 20}{-30 - 50} = 0,5; 2\alpha_0 = 26,6^\circ; \alpha_0 = 13,3^\circ.$$

Aniqlangan burchak musbat bo'lganligi uchun soat millari yo'nalishiga teskari tomonga qaralayotgan xoz tekislikda berilgan katta normal kuchlanish yo'nalishidan o'lchab qo'yiladi, ya'ni σ_y yo'nalishidan (4.24, d)-chizma).

Mustahkamlikka tekshirish.

Mo'rt materiallar uchun ehtiyotlik koeffitsienti $n_b = 2,5 + 5$ orasida ekanligi tavsiya etilgan. Cho'yan uchun ehtiyotlik koeffitsientini $n_b = 3$ deb tanlab olamiz. Cho'yan cho'zilishga va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatganligi uchun ruxsat etilgan kuchlanishlari quyidagiga teng:

$$\sigma_{adm,I} = \frac{\sigma_{u,I}}{n_b} = \frac{250}{3} = 83 \text{ MPa}; \sigma_{adm,c} = \frac{\sigma_{u,c}}{n_b} = \frac{980}{3} = 327 \text{ MPa}.$$

Birinci mustahkamlik nazariyasiga asosan:

$$\sigma_{des,I} = \sigma_1 = 54,7 \text{ MPa} < 83 \text{ MPa}; \sigma_{des,I} = \sigma_3 = -70 \text{ MPa} < 327 \text{ MPa}$$

Demak, mustahkamlik ta'minlangan.

Ikkinchi mustahkamlik nazariyasiga asosan:

$$\sigma_{des,II} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) = 54,7 - 0,25 \cdot (-34,7 - 70) = 80,9 \text{ MPa} < 83 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{des,II} = \sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2) = -70 - 0,25 \cdot (54,7 - 34,7) = -75 \text{ MPa} < 327 \text{ MPa}.$$

Demak, mustahkamlik ta'minlangan.

Uchinchi mustahkamlik nazariyasiga asosan:

$$\sigma_{ekv,III} = \sigma_1 - \sigma_3 = 54,7 - (-70) = 124,7 \text{ MPa} > 83 \text{ MPa}.$$

Demak, mustahkamlik ta'minlanmagan.

To'rtinchi mustahkamlik nazariyasiga asosan:

$$\sigma_{ekv,IV} = \sqrt{0,5[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} =$$

$$= \sqrt{0,5[54,7 + 34,7)^2 + (-34,7 + 70)^2 + (-70 - 54,7)^2]} = 111 \text{ MPa} > 83 \text{ MPa}$$

Demak, mustahkamlik ta'minlanmagan.

O.Mor mustahkamlik nazariyasiga asosan:

$$\sigma_{des,V} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{u,I}}{\sigma_{u,c}} \sigma_3 = 54,7 - \frac{250}{980}(-70) = 72,6 \text{ MPa} < 83 \text{ MPa}.$$

Demak, mustahkamlik ta'minlangan.

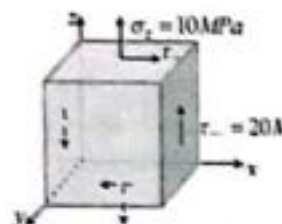
Xulosa

1. Mo'rt materialdan yasalgan elementni mustahkamlik nazariyalari turli variantlari bilan hisoblab, tekshirish bajarildi.

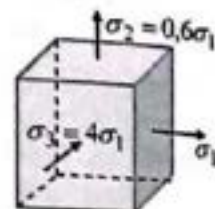
2. To'rtinchi va uchinchi mustahkamlik nazariyalari natijalaridan ko'rinadiki, bu mustahkamlik nazariyalari bajarilmadi, chunki bu

nazariyalarni odatda plastik materiallarni tekshirishda qo'llaniladi.

4.21-masala. Cho'yan konstruksiyadan ajratib olingan elementning mustahkamligi birinchi va Mor nazariyalari bilan tekshirilsin, xavfli kuchlanish $\sigma_{adm} = 35 \text{ MPa}$ ga, materialning cho'zilish va siqilishga qarshiligi turlicha ekanligini hisobga oluvchi koeffitsienti $K = 0,29$ ga teng.



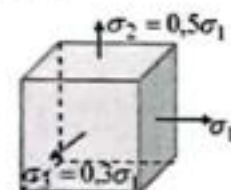
4.25-chizma. Tekis kuchlanganlik holatidagi element.



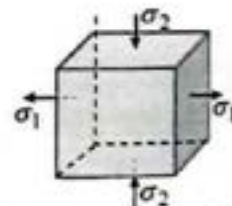
4.26-chizma. Parallelepipedga turli ishorali kuchlanishlar ta'siri.

4.22-masala. Energetik va klassik mustahkamlik nazariyalari, shuningdek Mor nazariyasidan foydalanib, 4.26-chizmada ko'rsatilgan parallelepiped kuchlanganlik holati uchun σ_1 kuchlanishning ruxsat etilgan qiymatini aniqlang.

Berilganlar: ruxsat etilgan kuchlanish cho'zilishda $\sigma_{adm,t} = 6000 \text{ N/sm}^2$, siqilishda $\sigma_{adm,c} = 18000 \text{ N/sm}^2$, $\nu = 0,25$ Puasson koeffitsienti.



4.27-chizma. Hajmiy kuchlanish holatidagi parallelepiped.



4.28-chizma. Tekis kuchlanganlik holatidagi parallelepiped.

4.23-masala. Birinchi va ikkinchi mustahkamlik nazariyalari hamda Mor mustahkamlik nazariyasidan foydalanib, 4.27-chizmada ko'rsatilgan parallelepiped kuchlanganlik holati uchun σ_1 kuchlanishning ruxsat etilgan qiymatini aniqlang.

Berilganlar: ruxsat etilgan kuchlanish cho'zilishda $\sigma_{adm,t} = 6000 \text{ N/sm}^2$, siqilishda $\sigma_{adm,c} = 18000 \text{ N/sm}^2$, $\nu = 0,25$ Puasson

koeffitsienti.

Javobi. $\sigma_1 = 2570 + 4500 \text{ N/sm}^2$.

4.24-masala. Tashqi kuch ta'sirida kuchlanganlik holatida bo'lgan po'lat konstruksiyadan ajratib olingan elementar parallelepiped (4.28-chizma) tomoniga qo'yilgan $\sigma_1 = 16000 \text{ N/sm}^2$ kuchlanish bilan cho'zilsa, material oquvchanlik chegarasi hosil bo'lishi uchun siquvchi σ_2 kuchlanishning qiymatida qanchaga teng bo'lishi aniqlansin. Oquvchanlik chegarasi $\sigma_y = 22000 \text{ N/sm}^2$.

Javob. $\sigma_2 = -9000 \text{ N/sm}^2$.

4.25-masala. 4.1-jadvalda ko'rsatilgan kuchlanish holatlari uchun, bosh kuchlanishlar qiymati va yo'nalishlari, ya'ni yo'naltiruvchi kosinuslari aniqlansin.

4.1-jadval

N n/n	σ_x	σ_y	σ_z	τ_{xy}	τ_{yz}	τ_{zx}
1	100	-50	50	-75	25	-50
2	50	0	-30	50	-75	80
3	30	0	60	100	-80	20
4	100	50	-10	40	-20	30
5	10	0	-50	0	0	-50
6	40	0	0	30	15	10
7	0	10	-40	5	0	10
8	10	-20	30	20	30	40
9	100	60	-10	40	-20	30
10	60	20	10	40	0	0
11	30	-50	-60	10	-20	15
12	100	50	-10	40	-20	30
13	-70	-130	-120	120	60	90
14	-100	-100	-100	-50	80	100
15	180	180	-60	-60	120	-60
16	140	60	100	100	50	40
17	-100	-80	-120	80	90	90
18	110	130	60	-50	100	90
19	-120	-60	-120	100	60	60
20	-120	90	100	60	100	90
21	110	90	80	90	90	60
22	150	70	-100	-90	-80	60
23	-140	-60	-100	60	100	90
24	150	90	60	100	-150	50
25	130	100	70	90	100	90

1. Jismining biror nuqtasining kuchlanganlik holati deb nimaga aytiladi?
2. Murakkab kuchlanishning qanday turlarini bilasiz?
3. Normal va urinma kuchlanishlar ishoralari qanday qabul qilinadi?
4. Chiziqli cho'zilishda qiya yuzalardagi kuchlanishlarning bosh burchak ostidagi yuzalarida kuchlanishlar qanday miqdorlarni qabul qilishini ko'rsatib bering.
5. O'zaro perpendikulyar bo'lgan yuzalarda normal kuchlanishlar yig'indisi nimaga teng ekanligini ko'rsating.
6. Urinma kuchlanishlarning juftlik qonunini izohlab bering.
7. Tekis kuchlanganlik holatida o'zaro perpendikulyar bo'lgan yuzalarda normal kuchlanishlar yig'indisi yuzaning qiyalik burchagiga bog'liq emasligini ko'rsating.
8. Bosh yuza deb qanday yuzaga aytiladi?
9. Bosh yuzalarning yo'nalishlari qanday formuladan aniqlanadi?
10. Bosh kuchlanish deb qanday kuchlanishga aytiladi?
11. Bosh yuzalarda urinma kuchlanish nimaga teng bo'ladi?
12. Bosh yuzalar holatini aniqlash formulasi ifodasini aniqlab ko'rsating.
13. Qanday tekis kuchlanganlikning qaysi holatida urinma kuchlanishlarning ekstremal qiymati bosh kuchlanishlarga teng bo'ladi?
14. Mor doirasini izohlab bering?
15. Tekis kuchlanganlikning qaysi holatida Mor doirasining markazi koordinata boshida joylashadi?
16. Hajmiy kuchlanganlik holatida qiya yuzalardagi normal va urinma kuchlanishlar qanday formulalardan aniqlanishini tushuntirib bering.
17. Ortotrop materiallar uchun umumlashgan Guk qonuni ifodalarini yozib izohlab bering.
18. Umumlashgan Guk qonuni ifodalarini yozib izohlab bering.
19. Mustahkamlikning birinchi va ikkinchi nazariyalarini izohlab bering.
20. Mustahkamlikning uchinchi va energetik nazariyalarini izohlab bering.

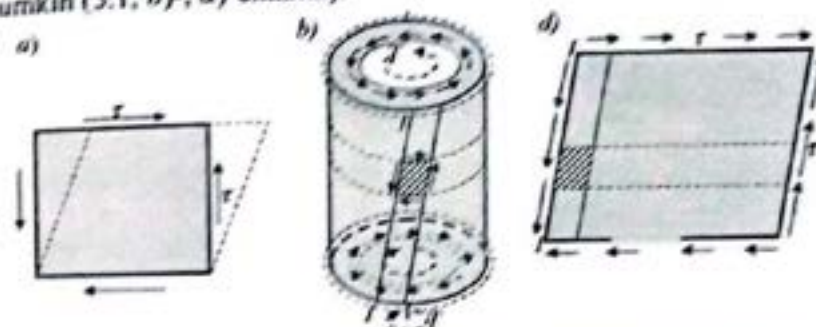
5.1-§. Siljish deformatsiyasi haqida tushunchalar

Cho'zilish-siqilishdagi (4.3-4.7-§) kuchlanganlik holatining tahlili shuni ko'rsatadiki, sterjendan ajratilgan to'rtburchak element tomonlarida normal va urinma kuchlanishlar ta'sir etishini ko'rsatgan edi. Bunda normal kuchlanishlarning qiymati va yo'nalishlaridan qat'iy nazar urinma kuchlanishlar juftlik qonuniga bo'ysunadilar.

Bu sterjendan ajratilgan element tomonlariga faqat urinma kuchlanishlar ta'sir etsin (5.1, a)-chizma).

Tomonlariga faqat urinma kuchlanishlar ta'sir qiladigan elementning kuchlanganlik holatiga *sof siljish* deb ataladi. Element tomonlari *sof siljish yuzachalari* deb yuritiladi.

Bir jinsli sof siljish kuchlanganlik holatiga misol sifatida yupqa devorli silindrsimon quvurning kuchlanganlik holatini ko'rsatish mumkin (5.1, b), d)-chizma).



5.1-chizma. Brusdan ajratilgan elementning sof siljish holati.

Shuni aytish lozimki, amalda siljish deformatsiyasi sof holda deyarli uchramaydi. U boshqa deformatsiyalar bilan, ayniqsa, egilish deformatsiyasi bilan birgalikda hosil bo'ladi. Shuning uchun siljishga, boshqacha qilib aytganda, qirqilishga hisoblashlarda qator soddalashtirishlarni qabul qilishga to'g'ri keladi.

5.2-§. Siljishda kuchlanish va deformatsiya

Siljishda brusning ko'ndalang kesimlarida urinma kuchlanishlar τ ta'sir qiladi. Bu kuchlanishlarni aniqlash uchun sterjening kesib olingan chap qismining muvozanat shartini ko'rib chiqamiz (5.2, a)-

chizma). Siljishga doir masalaning statik tomoni quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$F - Q = 0 \text{ yoki } Q = F$$

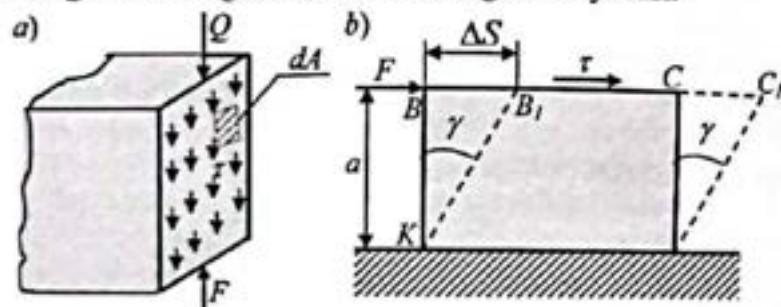
bunda

$$Q = \int_A \tau \cdot dA. \quad (5.1)$$

Urinma kuchlanishlarning kesim bo'yicha tekis taqsimlanishi hamda $Q = \tau \cdot A$ ekanligini hisobga olib, quyidagini hosil qilamiz: $F - \tau \cdot A = 0$. Bundan siljishdagi urinma kuchlanish quyidagiga teng bo'ladi:

$$\tau = \frac{Q}{A} \text{ yoki } \tau = \frac{F}{A}, \quad (5.2)$$

bu yerda Q ko'ndalang kuch; A ko'ndalang kesim yuzasi.



5.2-chizma. Brusning ko'ndalang kesimlarida urinma kuchlanish.

Amalda urinma kuchlanishlar kesim bo'yicha notekis taqsimlanadi, lekin bu hol siljishga doir hisoblarda e'tiborga olinmaydi.

Endi 5.2, b)-chizmada tasvirlangan $KBCD$ to'g'ri burchakli elementning deformatsiyalanish holatini ko'rib chiqamiz. Elementning KD tomoni mahkamlangan, BC tomoniga qo'yilgan F kuch uni siljitadi. Siljish kattaligi $BB_1 = \Delta S$ ga mutloq yoki *absolyut siljish* deb ataladi. Deformatsiya kichik bo'lgani uchun $\frac{BB_1}{KB} = \tan \gamma = \gamma$ deb olish mumkin.

U holda nisbiy siljish

$$\gamma = \frac{\Delta S}{a}, \quad (5.3)$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Bunga *nisbiy siljish* yoki *siljish burchagi* ham deb ataladi va u radianlarda o'lchanadi.

5.3-§. Guk qonuni. Elastiklik modullari G , E va ν orasidagi munosabat

To'g'ri o'qli sterjen cho'zilganda yoki siqilganda uning qiya yuzachalarida siljish yuz beradi. 5.3-chizmada $ABCD$ ajratib olingan kichik element keltirilgan va unga $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma$ kuchlanishlar ta'sir qilsin. Demak, o'zaro perpendikulyar yo'nalishda cho'zuvchi va siquvchi kuchlanishlar ta'sir qilishining xususiy holini ko'rib chiqamiz, ya'ni $ABCD$ ajratib olingan elementning tomonlari σ_1 kuchlanishiga 45° burchak ostida qiya bo'lgani uchun normal kuchlanishlar bo'lmaydi.

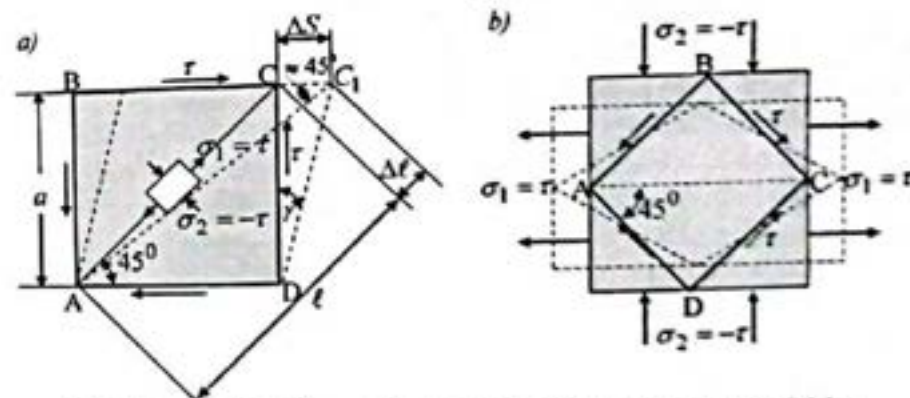
Siljish tufayli AC diagonalning cho'zilishi $\Delta l = \Delta S \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} a \gamma$.

Unda tomoni uzunligi

$$a = l \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} l \text{ va } \gamma = \frac{\tau}{G}. \quad (5.4)$$

Bo'lganligi sababli quyidagini hosil qilamiz:

$$\Delta l = \frac{\tau}{2G} l. \quad (5.5)$$



5.3-chizma. Ajratilgan elementda hosil bo'lgan kuchlanishlar.

Ikkinchi tomondan Guk qonuni bo'yicha AC diagonal nisbiy deformatsiyasi:

$$\epsilon_1 = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E}. \quad (5.6)$$

Bu ifodaga $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = -\tau$ larni qo'yib, quyidagini aniqlaymiz:

$$\Delta l = \frac{(1 + \nu)\tau}{E} l. \quad (5.7)$$

Ushbu (5.7) tenglamani (5.5) tenglama bilan taqqoslab quyidagini hosil qilamiz:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5.8)$$

Sof siljishda Guk qonuni quyidagicha ifodalanadi:

$$\tau = G \cdot \gamma. \quad (5.9)$$

Siljish moduli G ma'no jihatdan bo'ylama elastiklik moduli E o'xshaydi va kuchlanish o'lchami $[Pa]$ yoki $[N/m^2]$ larda o'lchanadi.

Yuqoridagi $\tau = G \gamma$ Guk qonuniga $\tau = Q/A$ va $\gamma = \Delta S/a$ ni qo'yib, Guk qonunining boshqa ko'rinishini hosil qilamiz:

$$\Delta S = \frac{Q \cdot a}{G \cdot A} \quad (5.10)$$

Bundagi ΔS ga siljishdagi bikiirlik deb ataladi; siljish moduli G ning qiymati MPa da o'lchanadi va quyidagi qiymatlarga ega:

po'lat $(0,8 \div 0,81) \cdot 10^5$, mis $(0,4 \div 0,49) \cdot 10^5$,
cho'yan $(0,45 \div 0,47) \cdot 10^5$, alumin $(0,26 \div 0,27) \cdot 10^5$.

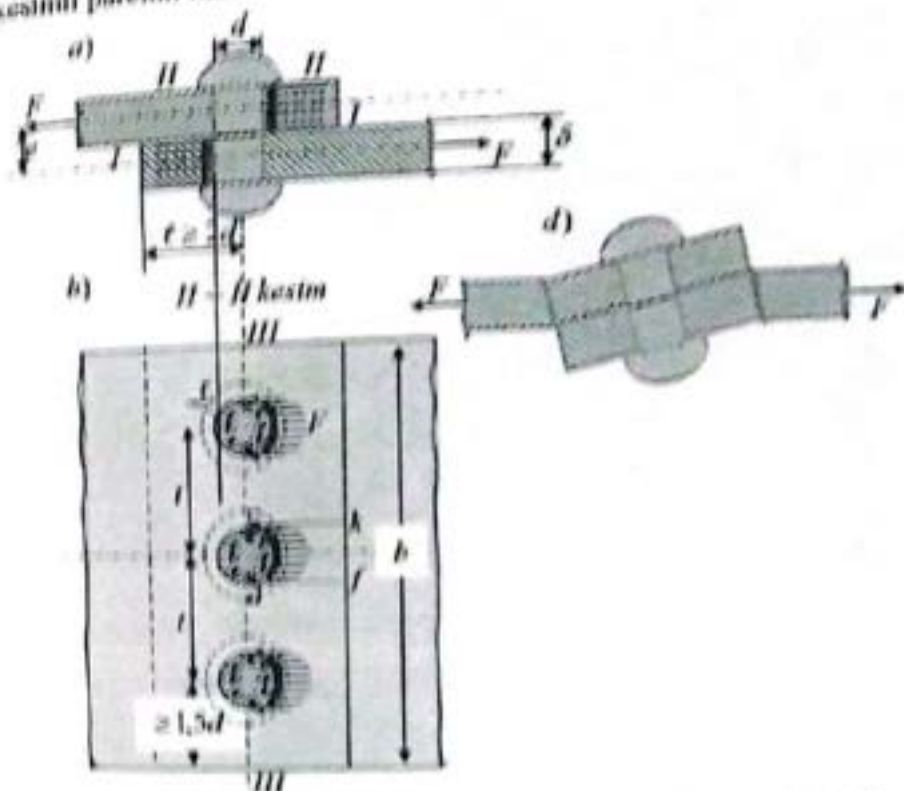
5.4-§. Siljishga ishlovchi konstruksiyani amalda hisoblash 1. Parchin mixli va boltli birikmalar

Amalda siljish deformatsiyasiga ishlaydigan birikmalar juda ko'p uchraydi, bularga eng oddiy misol qilib, parchin mixli, boltli, (yoki shifli), shponkali va payvand birikmalarini keltirish mumkin.

Parchin mixlar, bolt, shifl, shponka (pona) va shiflalar asosan metal konstruksiya elementlarini birlashtirishga xizmat qiluvchi elementlar hisoblash usullarini ko'rib chiqamiz.

Bir-biriga ustma-ust qo'yilgan ikki tasmadagi oldindan teshib tayyorlangan teshikka bir uchi boshli bo'lgan parchin mix qadirliladi va teshikka o'rnatiladi va uchli qismi katta bolg'a bilan pichoqlanib yoki pnevmatik mashinada siqiladi, toki ikkinchi bosh hosil bo'lguncha. Bunda parchin mix tasma teshigini to'ldiradi, mix sovuganda ulamuvchi tasmlarni tortadi. Unda parchin mix bilan bir-biriga siqilgan tasmlarning tegib turgan sirtida juda katta ishqalanish kuchi hosil bo'lib, hatto u tasmlarning birini ikkinchisiga nisbatan siljituvchi kuchga ham tenglashtishi mumkin (5.4, a)-chizma). Lekin hisoblashlarda tasmlarning ishqalanish kuchi e'tiborga olinmaydi, ularning bir ikkinchisiga nisbatan siljishiga faqat parchin mixlarning kesilishga ishlatilgan qarshilik ko'rsatadi. Ikki tasma bir-biriga parchin mixlar bilan birlashtirilgan konstruksiya 5.4, b)-chizmada keltirilgan. Bunday parchin mixli birikmalar bir qirqilish kesimli birikmalar deb ataladi.

Konstruksiyaga ta'sir etayotgan cho'zuvchi kuch pastki tasmani o'ng tomonga yuqorigi tasmani chap tomonga siljitishga undaydi. Bunda tasmlar harakatiga qarshilik ko'rsatuvchi parchin mix kesilishga ishlaydi. Bu parchin mix bir qirqilish kesimli parchin mix deb yuritiladi. Bu konstruksiyaning kamchiligi shundaki, tasmlar bitta tekislikda yotmaganligi sababli, unga ta'sir etayotgan kuchlardan juft ($F \cdot e$) kuch hosil bo'ladi. Natijada 5.4, d)-chizmada ko'rsatilgandek tasmlar egilib, birikmaning qiyshayishiga olib keladi. Bu kamchilikni bartaraf etish uchun tasmlar uchma-uch qo'yilib, pastki va yuqorigi tomonlariga ustqo'ymalar qo'yilib, parchin mixlar yordamida birlashtiriladi. Bunday kesimli parchin mix birikmalar ikki qirqilish kesimli deb ataladi.

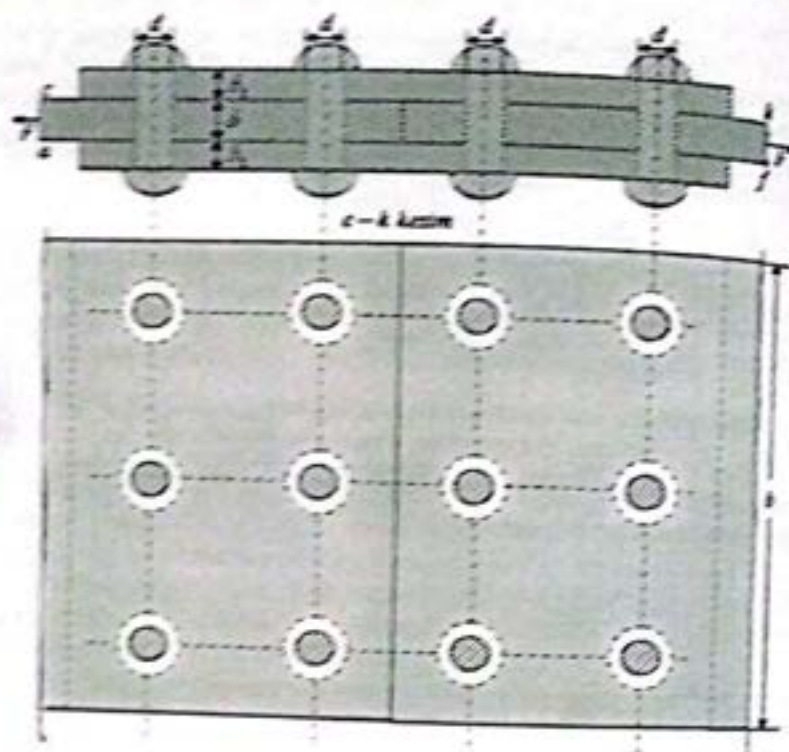


5.4-chizma. Ustma-ust joylashgan bir kesimli uch parchin mixli birikma.

Uchma-uch qo'yilib, ustki va pastki tomonlariga ustqo'ymalar o'rnatilib birlashtirilgan ikkita tasмали konstruksiya 5.5-chizmada

ko'rsatilgan. Uchma-uch qo'yib biriktirilgan birikmalarda tasmaning nisbati $k \geq 0.55$ kabi olinishi lozim.

Ushbu 5.5. a)-chizmadan ko'rinadiki, parchin mix sterjeni ikkita tekislik bo'yicha kesilishga ishlaydi, unda sterjenning o'ra qismi cho'g' va o'ng tomonlarga siljishga intiladi.



5.5-chizma. Ustqo'yimli parchin mixli birikma.

Konstruksiyaga ta'sir etayotgan kuch parchin mixni 1-1 kesim bo'yicha kesilishga intiladi va parchin mix sterjeni bilan tasmaning biriga tegib turgan sirtida yarim silindr shaklida siqilishni hosil qiladi (5.4-chizma). Parchin mix sterjeni kesilish 1-1 kesimi yuzasida hosil bo'lgan haqiqiy kuchlanganlik holatini aniqlash juda ham murakkab bo'lganligi sababli, parchin mix sterjenni kesilish kesim yuzasi bo'yicha faqat taxminan tekis taqsimlangan urinma kuchlanish ta'sir etadi deb faraz qilinadi.

Konstruksiyadagi ko'p sonli parchin mixlar bo'lganligi sababli, ular

bo'yicha sirati kuch qanday qonun asosida taqsimlanganligini bilish murakkab masala, ya'ni barcha parchin mixlar baravar yuklangani yoki yo'q. Nazariy va eksperimental tadqiqotlar parchin mixlarning bir xil yuklanmaganligini ko'rsatadi. Lekin tajribalar shuni ko'rsatadiki, tekis yuklanishda parchin mixlar baravariga yemiriladi. Buni yemirilish vaqti materialning plastik deformatsiyalanishi natijasida kuchlar tenglashishi bilan tushuntirish mumkin. Sirati kuchning parchin mixlarga taqsimlanish masalasini soddalashtirish maqsadida sirati kuchdan parchin mixlarda bir xil miqdorli zu'r qilish kuchlari hosil bo'ladi degan farazni qabul qilamiz. Unda har bir parchin mix kesilishiga to'g'ri keluvchi kuchlar quyidagi formuladan aniqlanadi.

$$F_{\text{kes}} = \frac{F}{n} \quad (5.11)$$

Yuqorida keltirilgan faraz e'tiborga olinganda, parchin mixli birikma hisob ishlari juda ham soddalashtadi va parchin mixni mustahkamlikka hisoblash sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\tau_{\text{kes}} = \frac{Q}{A} = \frac{F}{m \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot n} \leq \tau_{\text{adm, kes}} \quad (5.12)$$

Bu yerda n - parchin mixlar soni;

d - parchin mix diametri;

m - bitta parchin mixning kesilish tekisliklari soni.

Parchin mixlarning mustahkamlik shartidan foydalanib, konstruksiyaga parchinlangan mixlar sonini ham aniqlash mumkin:

$$n \geq \frac{4F}{m \cdot \pi d^2 \cdot \tau_{\text{adm, kes}}} \quad (5.13)$$

Tasmaning uzilishi parchin mixlar bilan zaiflashtirilgan III-III tekislik bo'yicha ro'y berishi mumkin, unda cho'zilishta konstruksiya tasmalaridagi kuchlanishlar quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_t = \frac{F}{(b - kd_0) \delta} \quad (5.14)$$

Bu yerda d_0 - tasmadagi teshik diametri;

k - tasmaning qaralayotgan kesimga to'g'ri keluvchi teshiklari soni.

Qaralayotgan holat uchun $k = 3$ ga (5.4-chizma).

Mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\text{max, t}} = \frac{F}{(b - kd_0) \delta} \leq \sigma_{\text{adm, t}} \quad (5.15)$$

Sirtqi kuch ta'sirida konstruksiyaning ishlash jarayonida tasma bilan ustqo'ymalarning parchin mixga yopishgan yarim silindrik sirtlari eziladi. Demak, ezilish yuzasi deb parchin mix o'rnatiladigan silindrik teshikning diametral tekisligi shartli ravishda qabul qilinadi (5.6-chizma). Parchin mixning ezilish bo'yicha mustahkamlik sharti:

$$\sigma_{max,ez} = \frac{F}{n \cdot d \cdot \delta} \leq \sigma_{adm,ez} \quad (5.16)$$

Bunda $\sigma_{adm,ez}$ — materialning ezilishda ruxsat etilgan kuchlanishi, oddiy cho'zilish uchun aniqlangan ruxsat etilgan kuchlanishga nisbatan $\sigma_{adm,ez} = (2.0 + 2.5)\sigma_{adm}$ kabi olinadi.

Parchin mixlarning ezilish shartlaridan foydalanib, konstruksiyaga parchinlangan mixlar soni quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$n \geq \frac{F}{d \cdot \delta \cdot \sigma_{adm,ez}} \quad (5.17)$$

Parchin mixlarning mustahkamlik va ezilish shartlaridan foydalanib, konstruksiyaga parchinlangan mixlar soni aniqlanadi va aniqlangan sonlardan eng kattasi parchin mixlar soni sifatida qabul qilinadi.

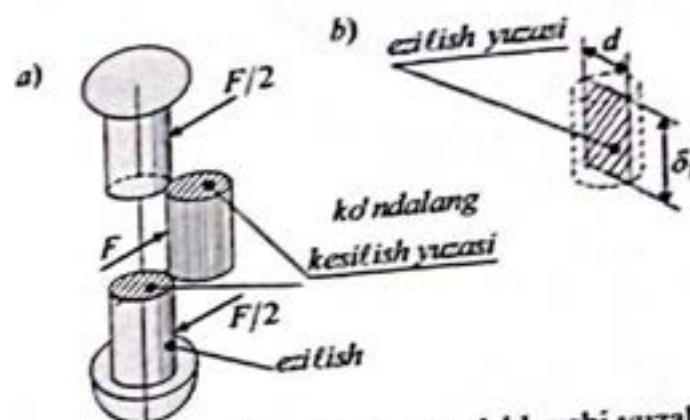
Tasmaning parchin mix sterjeni doirasiga urinma bo'lgan ϵ_k va ϵ_f tekisliklari bo'yicha kesilishi mumkin (5.4-chizma).

Tasmaning kesilishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\tau_{max,kes} = \frac{F}{n \cdot 2 \cdot \left(\ell - \frac{d_0}{2} \right) \delta} \leq \tau_{adm,kes} \quad (5.18)$$

Bu yerda ℓ cho'zuvchi F kuch yo'nalishi bo'yicha parchin mix o'qidan tasmaning chetigacha bo'lgan masofa (5.4-chizma).

Amaliyotda diametri 14, 17, 20, 23 va 26 mm bo'lgan parchin mixlar qo'llaniladi (5.6-chizma). Parchin mix sterjeni bir uchi boshli bo'ladi. Po'lat tasmalarni bir-biriga uchma-uch ustqo'ymalar yordamida parchin mixlar bilan biriktirishda, parchin mixlar o'qlari orasidagi va parchin mixlar o'qlaridan tasmaning gardishigacha (ustqo'ymalar) bo'lgan minimal masofa, parchin mix diametriga qarab belgilanadi. Parchin mixlar qatorlari orasidagi masofa parchin mix diametridan ($t \geq 3d$) kamida uch marta katta bo'lishi shart. Kesuvchi kuchlar yo'nalishi bo'yicha tasmlar gardishi bilan parchin mixlar o'qi orasidagi minimal masofa parchin mix diametridan ($\geq 2d$) kamida ikki marta katta bo'lishi shart (5.4-chizma).



5.6-chizma. Parchin mix va uning ishlovchi yuzalari.

Kesuvchi kuchlar yo'nalishiga perpendikulyar bo'lgan yo'nalishda parchin mix o'qi bilan tasmlar gardishigacha bo'lgan masofa parchin mix diametridan ($1.5d$) kamida bir yarim marta katta bo'lishi shart.

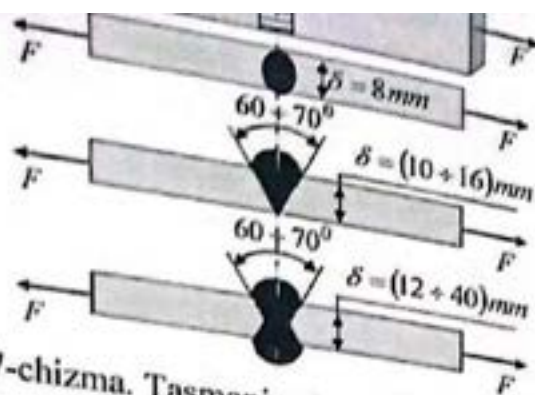
Parchin mixlarni shaxmat shaklida joylashtirishda, ularning o'qlari orasidagi masofa parchin mix diametridan ($2.5d$) kamida ikki yarim marta katta bo'lishi shart. Parchin mixlar o'qlari orasidagi masofa, diagonali bo'yicha parchin mix diametridan ($D \geq 3.5d$) kamida uch yarim marta katta bo'lishi shart.

2. Payvand birikmalar

Keyingi vaqtlarda payvandlash texnologiyasi shu qadar takomillashdiki, u ko'pdan-ko'p konstruksiyalarda parchin mix o'mida ishlatiladigan bo'ldi. Payvand chokning parchin mixli birikmadan afzalligi shundaki, payvandlangan elementning ko'ndalang kesimi yuzasidan to'la foydalaniladi, elementning og'irligi kamayadi, choklari zich bo'lib, suyuqlik va gazlarni o'tkazmaydigan bo'ladi va konstruksiya soddalashadi hamda elementlarni biriktirish texnologik jarayoni arzonlashadi.

Konstruksiyalarni payvandlash ishlari ikki: uchma-uch va ustma-ust usullarda bajariladi. Uchma-uch payvandlash usuli sodda va ishonchli bo'lganligi sababli ishlab chiqarishda keng qo'llaniladi (5.7-chizma).

Konstruksiyalar payvandlanganda choklar ko'ndalang, bo'ylama va qiya bo'lishi mumkin (5.7-chizma).



5.7-chizma. Tasmani uchma-uch payvandlash.

Uchma-uch payvandlangan ko'ndalang chokning cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{\ell \delta} \leq \sigma_{adm, \text{kez}, e} \quad (5.19)$$

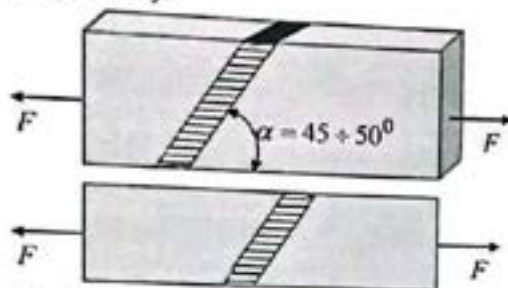
bu yerda $\ell = b - 10 \text{ mm}$ - chokning hisoblashdagi uzunligi;

δ - payvandlanadigan elementning qalinligi.

$\sigma_{adm, \text{kez}, e}$ - elektr payvandlash chok materiali uchun ruxsat etilgan kuchlanish.

Payvand chok materiali uchun berilgan kuchlanish tasma uchun berilgan kuchlanishga nisbatan kichikroq bo'lganligi sababli ularni tenglashtirish maqsadida choklar uzunliklarini biroz uzunroq olish tavsiya etiladi.

Shu maqsadda uchma-uch ulanadigan tasmlar qiya choklar bilan payvandlanadi (5.8-chizma).



5.8-chizma. Qiya chokli payvandlash.

Tasmalarni ustma-ust qo'yib payvandlash usulida tasmlar valiksimon chok bilan payvandlanadi (5.9-chizma). Valiksimon chokning mustahkamlik shartini yozishda uning kesimi yuzasi $A = \ell \cdot h$ ga teng bo'ladi (5.9, d)-chizma). Chok uzunligi va balandligi quyidagi formulalardan aniqlanadi:

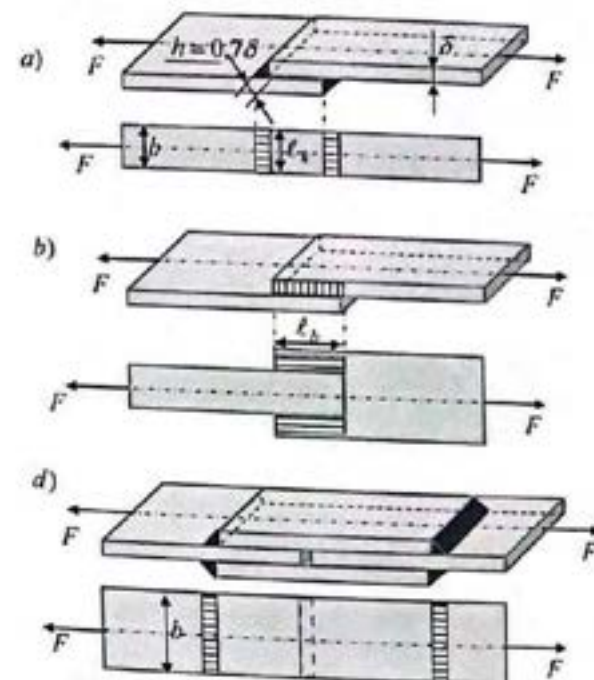
$$\ell = b - 10 \text{ mm}; h = \delta \cdot \cos 45^\circ \approx 0,7\delta.$$

Tasmalarni ustma-ust qo'yib payvandlashdagi chokning mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi (5.9-chizma):

$$\tau_{\max} = \frac{F}{0,7 \cdot \ell \cdot \delta} \leq \tau_{adm, \text{kez}, e} \quad (5.20)$$

Bu yerda $\tau_{adm, \text{kez}, e}$ - elektr payvandlashda chok materialining kesilishidagi berilgan ruxsat etilgan kuchlanishi. Agar tasma 5.9, d)-chizmada ko'rsatilgandek, ustki va ostki tomonlariga ustqo'yma qo'yilib payvandlansa, zo'riqish kuchiga to'rtta chok qarshilik ko'rsatgani uchun mustahkamlik sharti quyidagicha bo'ladi:

$$\tau_{\max} = \frac{F}{4 \cdot 0,7 \cdot \ell \cdot \delta} \leq \tau_{adm, \text{kez}, e} \quad (5.21)$$



5.9-chizma. Tasmani ustma-ust payvandlash.

Masalalar:

5.1-masala. Cho'zuvchi kuchlar ta'sirida bo'lgan po'lat 2 rusumli materialdan tayyorlangan konstruksiya 5.10-chizmada keltirilgan. Konstruksiya elementlar: parchin mixlar mustahkamlikka, ezilishga va tasmalar uzilishga tekshirilsin. Berilganlar: $F = 10 \text{ kN}$, $\delta_1 = 5 \text{ mm}$, $\delta_2 = 3 \text{ mm}$, $b = 50 \text{ mm}$, $\sigma_y = 230 \text{ MPa}$.

Yechish. Mexanik tavsiflar – oquvchanlik chegarasi va loyihalash me'yoriy koeffitsienti bo'yicha ruxsat etilgan kuchlanishni aniqlaymiz:

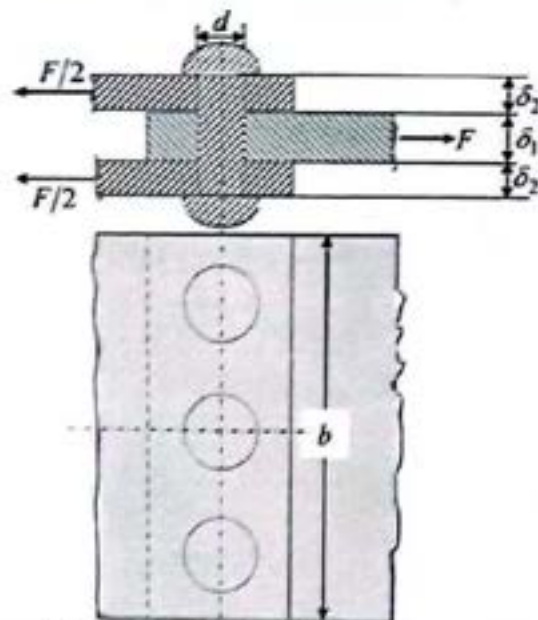
$$\sigma_{adm, s} = \frac{\sigma_y}{n} = \frac{230}{1.5} = 160 \text{ MPa}, \quad \tau_{adm, kes} = 0,6\sigma_{adm} = 96 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{adm, ez} = (2 + 2,5)\sigma_{adm} = (2 + 2,5) \cdot 160 = (320 + 400) \text{ MPa}.$$

Uglerodli po'lat material uchun ruxsat etilgan kuchlanishlar uchun [10.2-jadvaldan] quyidagilarni qabul qilish tavsiya etilgan:

$$\sigma_{adm, s} = 115 \text{ MPa}, \quad \tau_{adm, kes} = 70 \text{ MPa}, \quad \sigma_{adm, ez} = 175 \text{ MPa}.$$

Hisoblash ishlarda kesilish uchun yuqorida berilgan ruxsat etilgan $\tau_{adm, kes} = 96 \text{ MPa}$, $\tau_{adm, kes} = 70 \text{ MPa}$ kuchlanishlardan eng kichik ruxsat etilgan kuchlanishni $\tau_{adm, kes} = 70 \text{ MPa}$ deb qabul qilamiz.



5.10-chizma. Ustma ust qo'yilgan ikki kesimli parchin mixli birikma.

Parchin mixlarning ko'ndalang kesimi yuzasini, uning siljishdagi mustahkamlik sharti

$$\tau = \frac{Q}{A_{kes}} \leq \tau_{adm}$$

dan foydalanib aniqlaymiz.

5.10-chizmada ko'rinadiki, parchin mix sterjeni ikkita tekislik bo'yicha kesilishga ishlaydi, unda sterjenning o'rta qismi chap tomonga siljiydi.

Unda konstruksiyadagi parchin mixlar kesilish tekisliklarining yuzalari yig'indisi quyidagiga teng deb qarash mumkin:

$$A_{kes} = \frac{\pi d^2}{4} m \cdot n.$$

Siljishdagi mustahkamlik shartidan parchin mix diametrini aniqlash mumkin

$$\tau = \frac{Q}{n \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot m} \leq \tau_{adm}; \quad d \geq \sqrt{\frac{4Q}{\pi \cdot n \cdot m \cdot \tau_{adm}}}.$$

Qaralayotgan konstruksiya uchun parchin mixlarning kesilish tekisliklari soni $m = 2$, parchin mixlar soni $n = 3$ ga teng. Unda diametri:

$$d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 10000}{3,14 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 70 \cdot 10^6}} = 0,005507 \text{ m}.$$

Parchin mix diametrini $m = 5 \text{ mm}$ ga teng deb qabul qilamiz.

Parchin mixning ezilishga ishlashdagi mustahkamligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{A_{ez}} \leq \sigma_{adm}$$

Bu yerda A_{ez} parchin mixning diametrik ezilish yuzasini ifodalaydi va u quyidagiga teng bo'ladi:

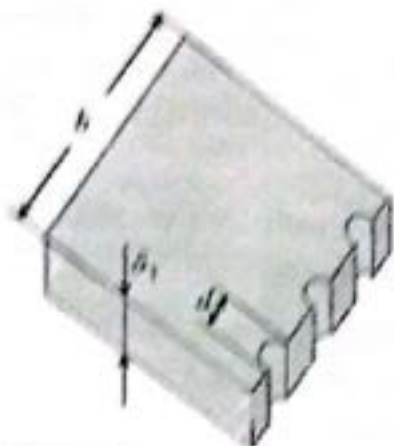
$$A_{ez} = d \cdot \delta_1 \cdot n = 5 \cdot 5 \cdot 3 = 75 \text{ mm}^2.$$

U holda

$$\sigma_{ez} = \frac{F}{A_{ez}} = \frac{10000}{75} = 133,333 \text{ MPa} < 175. \quad \frac{133,333 - 175}{175} \cdot 100\% = -23,81\%.$$

Demak, parchin mixlarning ezilishda mustahkamligi ta'minlangan.

Tasmalar parchin mixlar joylashadigan teshiklar bilan zaiflashtiriladi, unda teshiklar joylashgan kesimi eng kichik ishchi kesim bo'lib, u xavfli kesim hisoblanadi (5.11-chizma).



5.11-chizma. Tasmaning ko'ndalang kesimi.

Tasmaning zaiflashgan kesimi yuzasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A_{\text{res}} = b \cdot \delta_1 - k \cdot d \cdot \delta_1 = \delta_1(b - n \cdot d) = 5(50 - 3 \cdot 5) = 175 \text{ mm}^2$$

Unda kuchlanish quyidagiga teng bo'ladi:

$$\sigma_{\text{res}} = F / A_{\text{res}} = 10000 / 175 = 57,1 \text{ MPa} < 115$$

$$[(57,1 - 115) / 115] \cdot 100\% = -50,3\%$$

Demak, tasmlarning uzilishga mustahkamligi ta'minlangan.

Xulosa

Ikki diametridan kesiluvchi parchin mix diametri siljishdagi mustahkamlik shartidan tanlab olindi. Tasmlar uzilishga va parchin mixlarning ezilishga qarshilik ko'rsatish shartlarining bajarilishi aniqlandi.

5.2-masala. Po'lat 5 rusumli materialdan tayyorlangan ikkita tasma uchma-uch tutashtirilib, uning ustiga ikkita ustqo'yma bilan parchin mixlar yordamida biriktirilgan, cho'zuvchi $F = 500 \text{ kN}$ kuch ta'siridagi konstruktsiya 5.12-chizmada ko'rsatilgan. Konstruktsiya birikmalarini mustahkamlikka tekshiring.

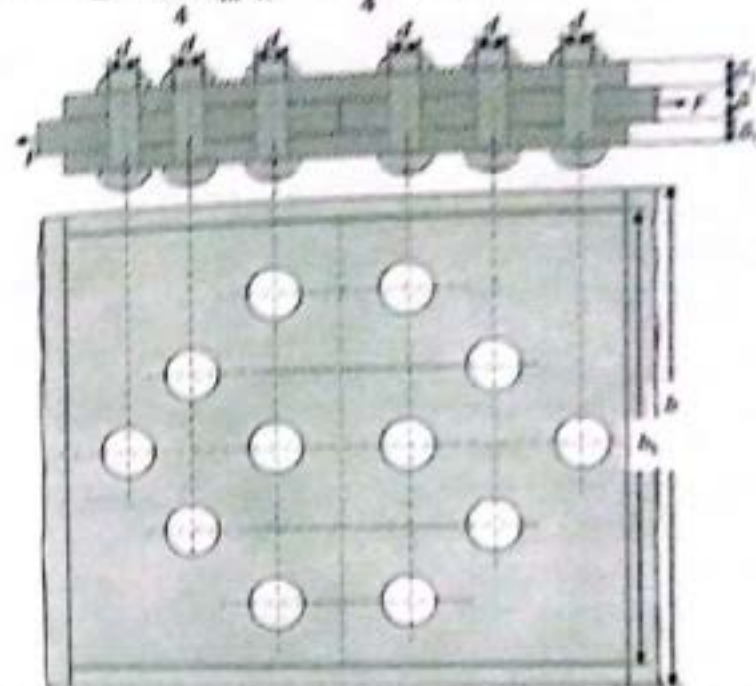
Berilganlar: Parchin mix sterjeni diametri $d = 20 \text{ mm}$ va parchin mixlar o'rnatiladigan teshik diametri $d_0 = 23 \text{ mm}$, tasma eni $b = 305 \text{ mm}$, qalinligi $\delta = 12 \text{ mm}$ ustqo'yma eni $b_1 = 280 \text{ mm}$ qalinligi $\delta_1 = 8 \text{ mm}$ ga teng.

Yechish. Uglerodli po'lat 5 rusumli material uchun ruxsat etilgan kuchlanishlar uchun quyidagilarni qabul qilish tavsiya etiladi: $\sigma_{\text{admi}, t} = 165 \text{ MPa}$, $\tau_{\text{admi}, t} = 100 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{admi}, \text{bez}} = 320 \text{ MPa}$

Har bir parchin mixning kesilish tekisliklari soni $m = 2$.

tasmlarning birikish tekisligida bir (chap yoki o'ng) tomonda parchin mixlar soni $n = 6$ teng. Unda qirqilishga ishlayotgan parchin mixning hosil bo'ladigan kuchlanishi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\tau_{\text{kes}} = \frac{Q}{A_{\text{kes}}} = \frac{F}{n d_0} = \frac{500 \cdot 10^3}{3,14 \cdot (23)^2 \cdot 2 \cdot 6} = 100,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < 100 \text{ MPa}$$



5.12-chizma. Ustqo'ymali ikki kesimli parchin mixli birikma.

Kuchlanishlarni taqqoslash natijasi quyidagi foizni beradi:

$$\frac{100,3 - 100}{100} \cdot 100\% = 0,3\%$$

Bundan ko'rinadiki, qirqilishga ishlayotgan parchin mix ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan kuchlanish $\tau_{\text{kes}} = 100,3 \text{ MPa}$ bilan berilgan ruxsat etilgan kuchlanish $\tau_{\text{admi}, t} = 100,0 \text{ MPa}$ orasidagi farq juda kichik ekan. Demak, parchin mix sterjenining kesilishdagi mustahkamligi ta'minlangan.

Tasmani hisoblash ishlarini I - I, II - II, III - III kesimlar bo'yicha alohida-alohida bajarish lozim. Bu kesimlar tegishli bitta, ikkita va uchta parchin mix o'rnatiladigan teshiklar bilan zaiflashtirilgan. Demak, kesimlardagi zo'riqish kuchlari ham turli qiymatlarga ega bo'ladi.

I-I kesimda bitta parchin mix uchun teshik bo'lganligi sababli zo'riqish kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$N_1 = F = 500 \text{ kN.}$$

II-II kesimda ikkita parchin mix uchun teshik bo'lganligi uchun zo'riqish kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$N_2 = 5F/6 = 5 \cdot 500/6 = 416,7 \text{ kN.}$$

III-III kesimda uchta parchin mix uchun teshik bo'lganligi sababli zo'riqish kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$N_3 = 3F/6 = 3 \cdot 500/6 = 250,0 \text{ kN.}$$

Hisob natijalari bo'yicha tasmada hosil bo'lgan bo'ylama zo'riqish kuch epyuralarini quramiz (5.13, b)-chizma).

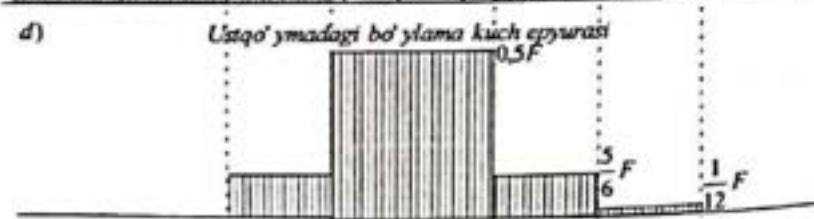
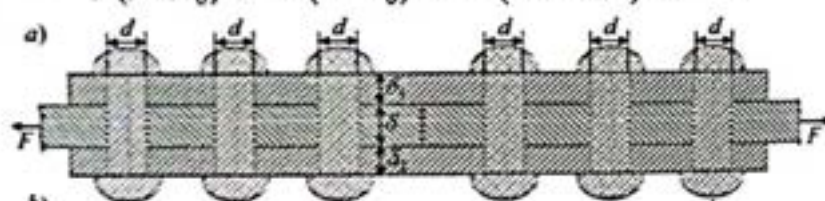
Tasmalardagi kuchlanishlarni aniqlaymiz:

I-I kesim bitta parchin mix teshigi bilan zaiflashtirilganligi sababli kuchlanish quyidagiga teng bo'ladi:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{(b-d_0) \cdot \delta} = \frac{F}{(b-d_0) \cdot \delta} = \frac{500 \cdot 10^3}{(280-23) \cdot 12} = 162,34 < 165 \text{ MPa}$$

II-II kesim ikkita parchin mix teshigi bilan zaiflashtirilganligi sababli kuchlanish quyidagiga teng bo'ladi:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{6 \cdot (b-2d_0) \cdot \delta} = \frac{5F}{6 \cdot (b-2d_0) \cdot \delta} = \frac{5 \cdot 500 \cdot 10^3}{6 \cdot (280-2 \cdot 23) \cdot 12} = 148,39 \text{ MPa}$$



5.13-chizma. Zo'riqish kuchlari epyuralari.

III-III kesim uchta parchin mix teshigi bilan zaiflashtirilganligi sababli kuchlanish quyidagiga teng bo'ladi:

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{6 \cdot (b-3d_0) \cdot \delta} = \frac{3F}{6 \cdot (b-3d_0) \cdot \delta} = \frac{3 \cdot 500 \cdot 10^3}{6 \cdot (280-3 \cdot 23) \cdot 12} = 98,74 \text{ MPa}$$

Ustqo'ymalarning cho'zilishga mustahkamligini tekshiramiz. Ma'lumki, ustqo'ymaga zo'riqish kuchlari parchin mixlar yordamida uzatiladi. Har bir parchin mix $F/6$ kuchni uzatadi. Ustqo'ymaga uzunligi bo'yicha ta'sir etayotgan zo'riqish kuchlar epyurasi 5.13, d)-chizmada qurib ko'rsatilgan. Ustqo'yma uchun eng xafli kesim III-III bo'lishi epyuradan yaqqol ko'rinib turibdi, chunki bu kesimda bitta ustqo'ymaga to'g'ri keladigan zo'riqish kuchi $N_3 = F/2$ ga teng bo'lib, ko'ndalang kesim yuzasi eng zaiflashgan (kichik) yuza hisoblanadi. Bu ko'ndalang kesimdagi hosil bo'lgan normal kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_{III} = \frac{N_3}{A} = \frac{0,5F}{(b-3d_0) \cdot \delta_1} = \frac{0,5 \cdot 500 \cdot 10^3}{(280-3 \cdot 23) \cdot 8} = 148,104 < 165 \text{ MPa}$$

Kuchlanishlarni taqqoslash natijasi quyidagi foizni beradi:
 $[(148,104-165)/165] \cdot 100\% = -10,24\%$

Bundan ko'rinadiki, ustqo'yma ko'ndalang kesimda hosil bo'ladigan kuchlanish $\sigma_{III} = 148,104 \text{ MPa}$ bilan berilgan ruxsat etilgan kuchlanish $\sigma_{adm,t} = 165,0 \text{ MPa}$ orasidagi farqdan ko'rinadiki, ustqo'yma kam yuklangan ekan. Demak, ustqo'ymaning mustahkamligi ta'minlangan.

Konstruksiyaning asosiy tasmalarning parchin mixga tegib turish sirtining ezilishini aniqlaymiz, chunki tasma qalinligi ustqo'yma qalinligining ikkilanganligidan kichik bo'ladi.

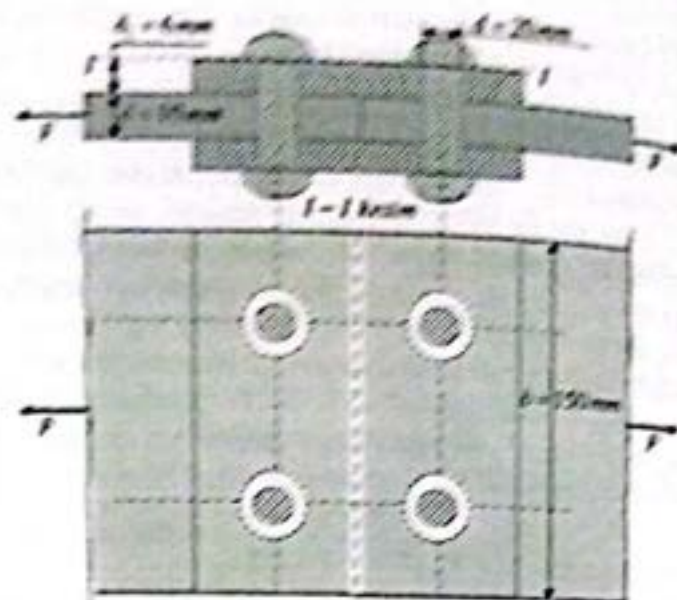
$$\sigma_{ez} = N_3 / n d_0 \delta = 500 \cdot 10^3 / 6 \cdot 23 \cdot 12 = 301,932 < 320 \text{ MPa}$$

Kuchlanishlarni taqqoslash natijasi quyidagi foizni beradi:
 $[(301,932-320)/320] \cdot 100\% = -5,65\%$

Xulosa

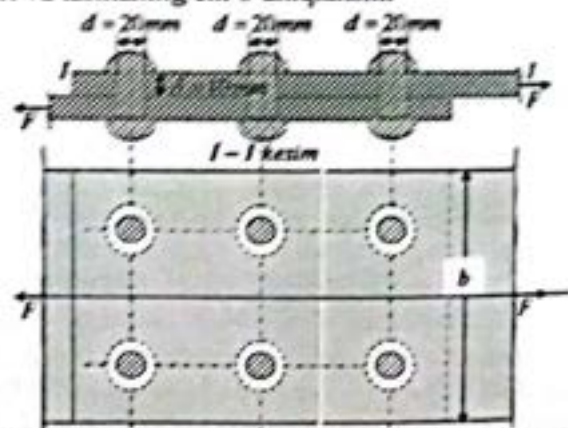
Konstruksiya ishlayotgan tasmada ham, parchin mixda ham uzilish va ezilish mustahkamlik shartlari to'liq bajarildi.

5.3-masala. Uchma-uch qo'yib, ikki tomoniga ustqo'ymalar o'rnatilib parchin mixlangan, cho'zuvchi $F = 125 \text{ kN}$ kuch ta'sirida bo'lgan konstruksiya 5.14-chizmada ko'rsatilgan. Parchin mixli birikma mustahkamligi tekshirilsin. Uglerodli po'lat 5 rusumli material uchun ruxsat etilgan kuchlanishlarni jadvaldan quyidagilarni qabul qilish tavsiya etilgan: $\sigma_{adm,t} = 165 \text{ MPa}$, $\tau_{adm,ket} = 100 \text{ MPa}$, $\sigma_{adm,ez} = 250 \text{ MPa}$.



5.14-chizma. Ustqo'yimli bir kesimli ikki qatorli parchin mixli birikma.

5.5-masala. Bir-birining ustiga qo'yib parchin mix bilan biriktirilgan 5.15-chizmada keltirilgan konstruktsiya cho'zilishga ishlaydi. Agar uglerodli po'lat 5 rusumli material uchun ruxsat etilgan kuchlanishlarni jadvaldan quyidagilarni qabul qilish tavsiya etilgan bo'lsa: $\sigma_{adm,t} = 165\text{ MPa}$, $\tau_{adm,t} = 100\text{ MPa}$, $\sigma_{adm,e} = 250\text{ MPa}$, cho'zuvchi kuch miqdori va tasmaning eni b aniqlansin.



5.15-chizma. Ustma-ust qo'yilgan bir kesimli ikki qatorli parchin mixli birikma.

Nazorat savollari va topshiriqlari:

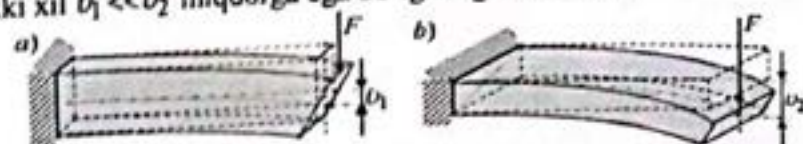
1. Tekin kuchlanganlik holatining qanday turiga sol siljish deb ataladi?
2. Siljishda Guk qonuni qanday ifodalanadi?
3. Bo'yлама elastiklik moduli va siljishdagi elastiklik modullari orasida qanday matematik bog'lanish mavjud?
4. Cho'zilishdagi ruxsat etilgan normal kuchlanish bilan siljishdagi ruxsat etilgan urinma kuchlanishlar orasida qanday bog'lanish mavjud?
5. Absolyut va nisbiy siljish nima va ularning o'lchov birliklari qanday?
6. Qanday deformatsiya ezilish deb ataladi?
7. Ezilish deformatsiyasi qanday sharoitda vujudga keladi?
8. Parchin mixlarni ezilishga hisoblashda qanday yuza olinadi?
9. Parchin mixlarni kesilishga hisoblashda qanday yuza olinadi?
10. Parchin mixli birikmalarda parchin mixlarning soni qanday shartdan aniqlanadi?
11. Boltli birikmalarni ezilishga hisoblashda qanday yuza olinadi?
12. Konstruktsiya birikmalarining qanday turlarini bilasiz?

VI BOB. TEKIS KESIM GEOMETRIK TAVSIFLARI

6.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Ma'lumki cho'zilish va siqilishga ishlovchi sterjenlarning ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan kuchlanishlar, sterjen mustahkamligi va bikirligi ko'ndalang kesim o'lchamlari miqdoriga bog'liq.

Ko'ndalang kesim yuzasi bir-biriga teng bo'lgan sterjenlarni ikki xil mahkamlangan holatdagi egilishini qarab chiqamiz (6.1, a), b)-chizma). Bunda F to'plangan kuch ta'sirida bo'lgan sterjenlarning erkin uchlaridagi vertikal ko'chishlari biri ikkinchisidan katta farq qiluvchi ikki xil $u_1 \ll u_2$ miqdorga ega bo'lganligini ko'ramiz:



6.1-chizma. Tashqi kuch ta'siridan sterjenda hosil bo'lgan deformatsiyalari.

Demak, bu misoldan ko'rinadiki, ko'ndalang kesim yuzasi holati sterjenning egilishida muhim rol o'ynaydi.

Xulosa qilib quyidagilarni aytish mumkin:

1. Sterjenlarni egilishga, buralishga, murakkab qarshilikka hisoblashda, shuningdek, siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka hisoblashda kesim yuzasidan murakkabroq bo'lgan geometrik tavsiflardan foydalanishga to'g'ri keladi.

2. Bunday tavsiflar jumlasiga tekis kesim yuzalarining o'qqa nisbatan statik momentlari, tekis kesim yuzalarining o'qqa nisbatan inersiya momentlari, qutb inersiya momentlari va kesim yuzalarining o'qqa nisbatan qarshilik momentlari kiradi.

6.2-§. Kesimning statik momentlari

Qaralayotgan tekis kesim yuzasidan ajratilgan elementar yuzachalar yuzasi bilan shu yuzachalardan koordinata o'qlarigacha bo'lgan masofalariga ko'paytmalarining yig'indisiga tekis kesim yuzining koordinata o'qlariga nisbatan statik momentlari deb ataladi (6.2, a)-chizma).

Tekis kesim yuzasining Ox, Oy o'qlariga nisbatan statik momentlari matematik ifodasi tegishli quyidagicha bo'ladi:

Tekis kesim og'irlik markazi koordinatalari va kesim ma'lum bo'lsa, Ox, Oy o'qlariga nisbatan statik momentlari tegishli quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$S_x = y_c \cdot A, \quad S_y = x_c \cdot A. \quad (6.2)$$

Og'irlik markazi. Agar tekis kesim yuzasi yuzi va o'qlarga nisbatan statik momentlari ma'lum bo'lsa, tekis kesim og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{\int y dA}{A}, \quad y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{\int x dA}{A}. \quad (6.3)$$



6.2-chizma. Tekis kesim yuzalari.

Murakkab ko'rinishdagi tekis kesim yuzasi og'irlik markazi koordinatalarini topish uchun kesim yuzalarining og'irlik markazlari ma'lum bo'lgan bir qancha oddiy kesimlarga ajratamiz (6.2, b)-chizma).

Murakkab kesim yuzasi og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} x_c &= \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + \dots + A_n \cdot x_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^n A_i}, \\ y_c &= \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 + \dots + A_n \cdot y_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot y_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

Xulosa

1. Tekis kesim statik momentlari musbat, manfiy va nol qiymatlarni qabul qiladi.

2. Tekis kesim statik momentlari sm^3 bilan o'lchanadi.

6.3-§. Tekis kesimning inersiya momentlari

Qaralayotgan tekis kesim yuzasidan ajratilgan elementar yuzachalar yuzi bilan shu yuzachalardan o'qlargacha bo'lgan masofa kvadratlariga ko'paytmasi yig'indisiga o'q yoki ekvatorial inersiya momenti deb ataladi (6.2, a) chizma).

Tekis kesimning Ox va Oy o'qlariga nisbatan inersiya momentlari quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA. \quad (6.5)$$

Tekis kesim yuzasidan ajratilgan barcha elementar yuzachalar yuzi bilan shu yuzachadan koordinata boshigacha bo'lgan masofa kvadratlariga ko'paytmasi yig'indisiga qutb inersiya momenti deb ataladi. Qutb inersiya momenti quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA. \quad (6.6)$$

Tekis kesim yuzasining qutb va ekvatorial inersiya momentlari orasidagi bog'lanishni aniqlaymiz. 6.2, a)-chizmadan quyidagi bog'lanishni aniqlash muammo tug'dirmaydi:

$$\rho^2 = x^2 + y^2. \quad (6.7)$$

Unda qutb inersiya momentini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA = \int_A x^2 dA + \int_A y^2 dA. \quad (6.8)$$

Yoki bu formulani quyidagi ko'rinishda ham ifodalash mumkin:

$$I_\rho = I_x + I_y. \quad (6.9)$$

Tekis kesim yuzasidan ajratilgan barcha elementar yuzachalar yuzi bilan shu yuzachalardan koordinata o'qlarigacha bo'lgan masofalariga ko'paytmalarining yig'indisiga markazdan qochirma inersiya momenti deb ataladi va quyidagicha ifodalanadi:

$$I_{xy} = \int_A xy dA. \quad (6.10)$$

Xulosa

1. Tekis kesim yuzalarining ekvatorial (o'q) va qutb inersiya momentlari faqat musbat qiymatlarni qabul qilib, sm^4 da o'lchanadi.

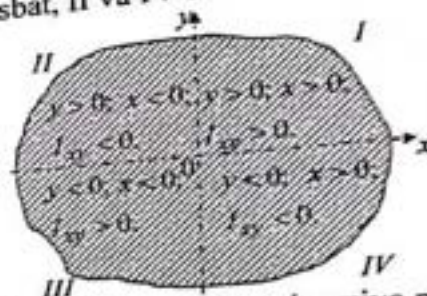
2. Tekis kesim yuzalardan o'zaro perpendikulyar bo'lgan o'qlarga nisbatan olingan ekvatorial inersiya momentlarining yig'indisi shu

o'qlarning kesishgan nuqtasiga nisbatan momentiga teng bo'lar ekan.

3. Tekis kesim yuzalarining markazdan qochirma inersiya momenti o'qlarning holatiga qarab musbat, manfiy va nol qiymatlarni qabul qilib, sm^4 da o'lchanadi.

Markazdan qochirma inersiya momenti ishorasini quyidagi mulohazadan osongina aniqlash mumkin (6.3-chizma). Koordinatalar tizimining I va III choraklarida yotgan kesimi qismining har ikkala inersiya momenti musbat bo'ladi.

Lekin II va IV choraklarida yotgan kesimi qismining koordinatalari har xil ishorali bo'lganligi sababli markazdan qochirma momenti manfiydir. Demak, qaralayotgan kesimning kattaroq qismi I va III choraklarida yotsa, unda butun yuzaning markazdan qochirma inersiya momenti musbat, II va IV choraklarida yotsa manfiy.



6.3-chizma. Markazdan qochirma inersiya momenti ishoralari.

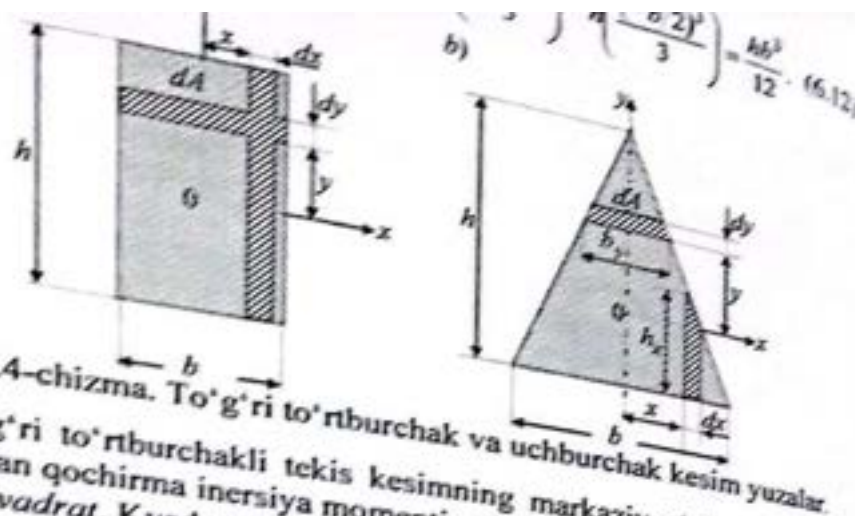
6.4-§. Oddiy tekis kesimlarning inersiya momentlari

1. To'g'ri to'rtburchak. 6.3-paragrafdagi (6.5) formula asosida markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini hisoblashni ko'rib chiqamiz. Buning uchun to'g'ri to'rtburchakdan fikran Ox markaziy o'qiga parallel bo'lgan chiziqlar yordamida yuzasi $dA = bdy$ bo'lgan elementar yuzacha ajratamiz (6.4, a)-chizma).

Unda Ox markaziy o'qqa nisbatan inersiya momenti quyidagiga teng bo'ladi:

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 (b dy) = b \frac{y^3}{3} \Big|_{-h/2}^{h/2} = b \left(\frac{(h/2)^3}{3} - \frac{(-h/2)^3}{3} \right) = \frac{bh^3}{12}. \quad (6.11)$$

Xuddi shu usulda Oy markaziy o'qiga nisbatan inersiya momentini hisoblab topish mumkin, ya'ni



6.4-chizma. To'g'ri to'rtburchak va uchburchak kesim yuzalar.

To'g'ri to'rtburchakli tekis kesimning markaziy o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momenti nolga teng.

2. **Kvadrat.** Kvadrat shaklidagi kesimning o'qlarga nisbatan momentlarini $h=b=a$ tomonlari teng bo'lganligi sababli to'g'ri to'rtburchakning xususiy holi deb qarash mumkin, unda o'qlarga nisbatan inersiya momentlari quyidagicha bo'ladi (6.4, a)-chizma):

$$I_x = I_y = \frac{a^4}{12}. \quad (6.13)$$

3. **Uchburchak.** 6.4, b)-chizmadagi kesimning Ox markaziy o'qiga nisbatan inersiya momentini topish uchun unda shtrixlab ajratib ko'rsatilgan cheksiz kichik trapetsiya yuzachasining o'zgaruvchi eni uchburchaklarning o'xshashlik alomatidan aniqlanadi (6.4, b)-chizma):

$$\frac{b_y}{b} = \frac{(2h/3) - y}{h}, \text{ bundan } b_y = \frac{b[(2h/3) - y]}{h}. \quad (6.14)$$

Unda kesimning Ox markaziy o'qiga nisbatan inersiya momenti quyidagiga teng bo'ladi:

$$\begin{aligned} I_x &= \int_A y^2 dA = \int_{-h/3}^{2h/3} y^2 (b_y) dy = \int_{-h/3}^{2h/3} y^2 \frac{b}{h} \left(\frac{2h}{3} - y \right) dy = \\ &= \frac{b}{h} \int_{-h/3}^{2h/3} \left(\frac{2h}{3} y^2 - y^3 \right) dy = \frac{b}{h} \left[\frac{2h}{3} \frac{y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right]_{-h/3}^{2h/3} = \frac{bh^3}{36}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Oy markaziy o'qiga nisbatan inersiya momentini topish uchun unda shtrixlab ajratib ko'rsatilgan cheksiz kichik trapetsiya yuzachasining

o'zgaruvchi balandligi uchburchaklarning o'xshashlik alomatidan aniqlanadi:

$$h_z = \frac{h(b/2 - x)}{b/2}. \quad (6.16)$$

Xuddi shu usulda Oy markaziy o'qiga nisbatan inersiya momentini hisoblab topish mumkin, ya'ni

$$I_y = \int_A x^2 dA = 2 \int_0^{b/2} x^2 h_z dx = 2 \int_0^{b/2} x^2 \frac{2h}{b} \left(\frac{b}{2} - x \right) dx = \frac{4h}{b} \left[\frac{b}{2} \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right]_0^{b/2} = \frac{bh^3}{48}. \quad (6.17)$$

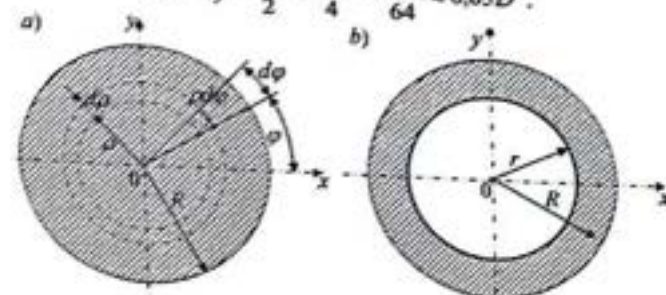
4. **Doira.** Avval qutb inersiya momentini topish maqsadga muvofiqdir.

Aniqlangan qutb inersiya momentidan foydalanib, markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini aniqlash qulaylik tug'diradi. 6.5, a)-chizmadagi doiradan radiuslari ρ va $\rho + d\rho$ bo'lgan ikkita aylana bilan elementar $dA = \rho \cdot d\varphi \cdot d\rho$ yuzacha ajratamiz. Unda doira yuzining qutb inersiya momenti quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \rho^3 d\rho = \frac{R^4}{4} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32} = 0.1D^4. \quad (6.18)$$

Doiraviy kesimning markaziy o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlari bir-biriga teng bo'ladi, chunki doira kesim yuzasi har ikkala markaziy o'qlarga nisbatan simmetrikdir. Unda doiraviy kesimning markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari (6.5) va (6.18) formulalarga asosan quyidagiga teng bo'ladi:

$$I_x = I_y = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64} = 0.05D^4. \quad (6.19)$$



6.5-chizma. Doira va halqa kesim yuzalar.

quyidagi formuladan aniqlanadi: $I_p = \frac{\pi R^4}{2} - \frac{\pi^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32} (1 - c^4)$ (6.20)

Markaziy koordinata o'qlariga nisbatan $I_x = I_y = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi R^4}{4} - \frac{\pi^4}{64} = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi D^4}{64} (1 - c^4)$ (6.21)

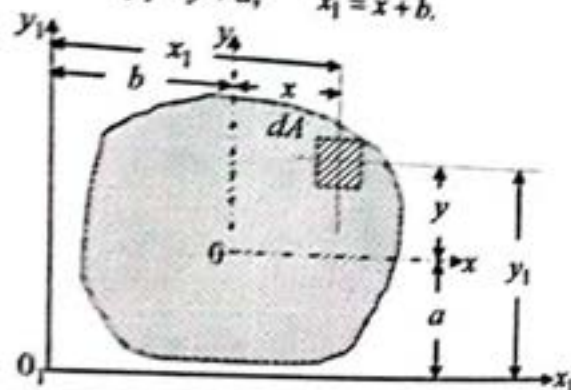
Bunda $c = d/D$ ichki doira d diametrlig tashqi doira D diametri nisbati bo'lib, o'lchamsiz miqdordir.

6.5-§. Tekis kesimning o'qlari parallel ko'chirilganda inersiya momentlari

Ixtiyoriy shakldagi biror tekis kesim yuzining markaziy o'qlariga nisbatan inersiya I_x, I_y momentlari va markazdan qochirma I_{xy} inersiya momenti ma'lum bo'lsin (6.6-chizma).

Tekis kesim yuzining markaziy Ox, Oy o'qlariga parallel ravishda a va b masofalardan o'tgan Ox_1, Oy_1 o'qlarga nisbatan $I_{x_1}, I_{y_1}, I_{x_1y_1}$ inersiya momentlarini aniqlash masalasini ko'rib chiqamiz. Elementar dA yuzachaning markaziy va parallel o'qlarga nisbatan koordinatalari orasidagi bog'lanishlar quyidagicha ifodalanadi:

$$y_1 = y + a, \quad x_1 = x + b. \quad (6.22)$$



6.6-chizma. Parallel koordinatalar tizimida joylashgan tekis kesim.

Unda tekis kesim yuzining Ox_1 va Oy_1 o'qlarga nisbatan $I_{x_1}, I_{y_1}, I_{x_1y_1}$ inersiya momentlarining ifodalari (6.5) va (6.22) formulalarga asosan quyidagilarga teng bo'ladi:

$$\begin{aligned} I_{x_1} &= \int_A y_1^2 dA = \int_A (y+a)^2 dA = \int_A y^2 dA + 2a \int_A y dA + a^2 \int_A dA, \\ I_{y_1} &= \int_A x_1^2 dA = \int_A (x+b)^2 dA = \int_A x^2 dA + 2b \int_A x dA + b^2 \int_A dA, \\ I_{x_1y_1} &= \int_A x_1 y_1 dA = \int_A (x+b)(y+a) dA = \int_A xy dA + a \int_A x dA + b \int_A y dA + ab \int_A dA. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Bu formulalardagi $\int_A x dA$ va $\int_A y dA$ integrallar markaziy o'qlarga nisbatan tekis kesim yuzasi statik moment bo'lgani sababli ular nolga teng bo'ladi. (6.23) formulaning oxirgi hadidagi integral tekis kesim yuzasining to'la yuzasini beradi, ya'ni $\int_A dA = A$. Ushbu formulalarning o'ng tomonidagi birinchi hadlari tekis kesim yuzasining markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini ifodalaydi, ya'ni

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA, \quad I_{xy} = \int_A xy dA. \quad (6.24)$$

Demak, bularni e'tiborga olib, parallel o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$I_{x_1} = I_x + a^2 A, \quad I_{y_1} = I_y + b^2 A, \quad I_{x_1y_1} = I_{xy} + abA. \quad (6.25)$$

Xulosa

1. Tekis kesim yuzining ixtiyoriy o'qqa nisbatan inersiya momenti, shu o'qqa parallel ravishda kesim og'irlik markazidan o'tuvchi markaziy o'qqa nisbatan olingan inersiya momenti bilan kesim yuzasining o'qlar orasidagi masofa kvadratiga ko'paytmasining yig'indisiga teng.

2. Tekis kesim yuzining ixtiyoriy o'qqa nisbatan markazdan qochirma inersiya momenti, shu o'qqa parallel ravishda kesim og'irlik markazidan o'tuvchi markaziy o'qqa nisbatan olingan markazdan qochirma inersiya momenti bilan kesim yuzining o'qlarga nisbatan olingan koordinatalariga ko'paytmasining yig'indisiga teng.

6.6-§. Murakkab tekis kesimning inersiya momentlari

Murakkab tekis kesim yuzasi inersiya momentlarini hisoblash uchun kesim yuzasini bir qancha mumkin bo'lgan ma'lum oddiy

...shu o'qqa nisbatan inersiya momentlari (6.25) formula asosida aniqlanib keyin ularni qo'shiladi, ya'ni

$$I_x = I_x^I + I_x^{II} + I_x^{III} + \dots + I_x^n = \sum_{i=1}^n I_x^i. \quad (6.26)$$

Bunda

$$\begin{aligned} I_x^I &= I_{x_c}^I + a_1^2 A_1, & I_x^{II} &= I_{x_c}^{II} + a_2^2 A_2, \\ I_x^{III} &= I_{x_c}^{III} + a_3^2 A_3, & I_x^n &= I_{x_c}^n + a_n^2 A_n. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Bu yerda

$I_{x_c}^I, I_{x_c}^{II}, I_{x_c}^{III}, I_{x_c}^n$ ajratilgan oddiy tekis kesimlarning markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari; $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ oddiy kesim markaziy o'q bilan murakkab kesim markaziy o'qlari orasidagi eng qisqa masofalar. Xuddi shuningdek, Oy o'qiga nisbatan inersiya momenti va markazdan qochirma inersiya momentlari aniqlanadi.

6.7-§. Tekis kesimning koordinata o'qlari burilganda inersiya momentlari

Qaralayotgan tekis kesim yuzasining Ox va Oy o'qlariga nisbatan inersiya I_x, I_y, I_{xy} momentlari berilgan bo'lsin. Koordinata o'qlarini soat millari bo'yicha α burchakka burib, Ou va Ov o'qlarini hosil qilamiz. Tekis kesim yuzasining yangi o'qlarga nisbatan inersiya I_u, I_v, I_{uv} momentlarini aniqlaymiz. Buning uchun tekis kesim yuzasidan dA elementar yuzacha ajratamiz, uning yangi o'qlardagi koordinatalarini dastlabki o'q koordinatalari bilan bog'laymiz (6.7-chizma):

$$\begin{aligned} u &= \overline{OC} = \overline{OE} + \overline{EC} = \overline{OE} + \overline{BD} = x \cos \alpha + y \sin \alpha, \\ v &= \overline{FC} = \overline{FD} - \overline{CD} = \overline{FD} - \overline{EB} = y \cos \alpha - x \sin \alpha. \end{aligned} \quad (6.28)$$

Bu bog'lanishlardan foydalanib, Ou koordinata o'qiga nisbatan tekis kesimning inersiya I_u momentini quyidagicha ifodalash mumkin:

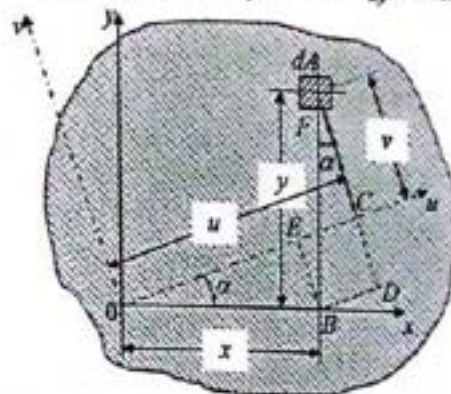
$$\begin{aligned} I_u &= \int_A v^2 dA = \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA = \\ &= \cos^2 \alpha \int_A y^2 dA - 2 \sin \alpha \cos \alpha \int_A xy dA + \sin^2 \alpha \int_A x^2 dA. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Bu tenglamadagi integrallar quyidagilarni ifodalaydi:

$$I_x = \int_A y^2 dA, \quad I_y = \int_A x^2 dA \quad \text{va} \quad I_{xy} = \int_A xy dA. \quad (6.30)$$

Unda (6.29) inersiya momentini quyidagicha yozish mumkin:

$$I_u = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha. \quad (6.31)$$



6.7-chizma. Koordinata o'qlari burilganda inersiya momentlarining o'zgarishi.

Xuddi shuningdek, Ov koordinata o'qiga nisbatan tekis kesimning I_v inersiya momentini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$I_v = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha. \quad (6.32)$$

Tekis kesim yuzining markazdan qochirma inersiya momenti quyidagiga teng:

$$\begin{aligned} I_{uv} &= \int_F (y \cos \alpha - x \sin \alpha)(y \sin \alpha + x \cos \alpha) dA = \\ &= \sin \alpha \cos \alpha \int_A y^2 dA - \sin \alpha \cos \alpha \int_A x^2 dA + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \int_A xy dA. \end{aligned} \quad (6.33)$$

Markazdan qochirma inersiya momenti ifodasiga ba'zi trigonometrik o'zgartirishlar kiritib quyidagicha ifodalaymiz:

$$I_{uv} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \quad (6.34)$$

Yuqoridagi (6.31) va (6.32) tengliklarni hadma-had qo'shib, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$I_u + I_v = I_x + I_y = I_\rho. \quad (6.35)$$

(6.31) va (6.32) tengliklarni hadlab ayirib, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$I_u - I_v = (I_x - I_y) \cos 2\alpha - 2I_{xy} \sin 2\alpha. \quad (6.36)$$

Xulosa

1. O'zaro perpendikulyar bo'lgan o'qlarga nisbatan inersiya momentlari va markazdan qochirma inersiya momentlari ma'lum bo'lsa, shu o'qlar koordinata boshidan o'tuvchi o'zaro perpendikulyar bo'lgan ixtiyoriy boshqa o'qlarga nisbatan inersiya momentlarini topish mumkin.

2. O'zaro perpendikulyar bo'lgan ixtiyoriy burchakka burilgan o'qlarga nisbatan olingan I_u, I_v, I_{uv} inersiya momentlari α og'ish burchagining funksiyasidir.

3. O'zaro perpendikulyar bo'lgan o'qlar koordinata boshl atrofida ixtiyoriy burchakka burilganda, bu o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig'indisi o'zgarmas miqdor bo'lib, u qutb inersiya momentiga teng.

6.8-§. Tekis kesim bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari

O'zaro perpendikulyar bo'lgan ixtiyoriy o'qlarga nisbatan I_u, I_v, I_{uv} inersiya momentlarining miqdori α burchakka bog'liq. Og'ish burchagining shunday bir $\alpha = \alpha_0$ qiymatini topish mumkinki, unda I_u, I_v inersiya momentlari ekstremal qiymatlarga erishadi. Og'ish burchagining bunday miqdorini topish uchun I_u inersiya momenti ifodasi hosilasini olib nolga tenglaymiz:

$$\frac{dI_u}{d\alpha} = -2I_x \cos\alpha_0 \sin\alpha_0 + 2I_y \sin\alpha_0 \cos\alpha_0 - 2I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0. \quad (6.37)$$

Bu tenglikni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$-(I_x - I_y) \sin 2\alpha_0 - 2I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0. \quad (6.38)$$

Bundan

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y}. \quad (6.39)$$

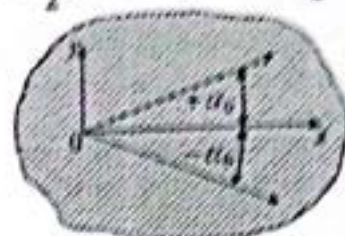
Ushbu formuladan aniqlangan α_0 burchakni musbat deb hisoblaymiz, agar dastlabki o'qqa nisbatan bosh inersiya moment o'qi soat strekasi millariga teskari burilsa va aks holda, ya'ni soat millari bo'yicha burilsa manfiy bo'ladi (6.8-chizma).

Yuqoridagi (6.39) formuladan aniqlangan α_0 va $\alpha_0 + 90^\circ$ burchaklar ostida o'tuvchi o'zaro perpendikulyar bo'lgan ikkita o'q holati aniqlanadi. Bu o'qlarga nisbatan ekvatorial inersiya momentlar ekstremal qiymatlarga erishadi. Bunday o'qlarga bosh o'qlar deb

ataladi. Bosh o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlariga bosh inersiya momentlari deb ataladi.

Bosh inersiya $I_u = I_{\max}, I_v = I_{\min}$ momentlarini aniqlaymiz. (6.31) formulani boshqacha ko'rinishda ifodalash mumkin. Buning uchun trigonometriyadan ma'lum bo'lgan quyidagi bog'lanishlardan foydalanamiz:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha), \quad \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha). \quad (6.40)$$



6.8-chizma. Burilish burchaklarining ishoralari.

Unda (6.31) formula quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\alpha - I_{xy} \sin 2\alpha. \quad (6.41)$$

Bu formulaga $\alpha = \alpha_0$ qo'yib, $\cos 2\alpha_0$ ni qavsdan tashqariga chiqarib, quyidagini hosil qilamiz:

$$I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \left(\frac{I_x - I_y}{2} - I_{xy} \operatorname{tg} 2\alpha_0 \right) \cos 2\alpha_0. \quad (6.42)$$

Ushbu (6.39) formulani va trigonometriyadan ma'lum bo'lgan ifodani e'tiborga olish natijasida quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$\cos 2\alpha_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha_0}} = \pm \frac{I_x - I_y}{\sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}}. \quad (6.43)$$

(6.43)ni (6.42) ifodaga qo'yib, qavs ichidagi ifodalarni umumiy maxrajga keltiramiz va ba'zi qisqartirish amallarini bajarish natijasida quyidagi formula hosil qilamiz:

$$I_{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}, \quad I_{\min} = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} \quad (6.44)$$

Xulosa

1. Bosh o'qlarga nisbatan inersiya momentlari ekstremal $I_{u/v} = I_{\max/\min}$ qiymatlarga erishadi.

2. Bosh o'qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momenti nolga teng $I_{uv} = 0$.

3. Agar $I_x = I_y$ bo'lib, $I_{x_0} = 0$ bo'lsa, bosh o'qlar danlab o'qlarga nisbatan 45° asosida o'tadi.

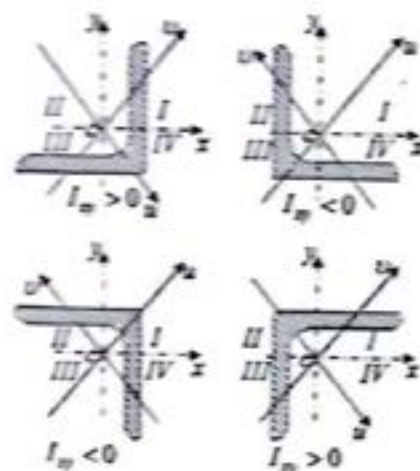
Agar bosh inersiya o'qlarining qanday joylashganligi ma'lum bo'lsa, unda markazdan qochirma inersiya momenti ishorasi quyidagi qonuniyatlardan aniqlanadi (6.9-chizma):

1. Agar kesimning inersiya momenti maksimal bo'lgan bosh o'qlar II va IV choraklaridan o'tsa, unda kesimning markazdan qochirma inersiya momenti musbat bo'ladi.

2. Agar kesimning inersiya momenti maksimal bo'lgan bosh o'qlar I va III choraklaridan o'tsa, unda kesimning markazdan qochirma inersiya momenti manfiy bo'ladi.

3. Agar kesimning inersiya momenti minimal bo'lgan bosh o'qlar II va IV choraklaridan o'tsa, unda kesimning markazdan qochirma inersiya momenti manfiy bo'ladi.

4. Agar kesimning inersiya momenti minimal bo'lgan bosh o'qlar I va III choraklaridan o'tsa, unda kesimning markazdan qochirma inersiya momenti musbat bo'ladi.



6.9-chizma. Bosh o'qlar ma'lum bo'lganda markazdan qochirma inersiya momentining ishoralari.

6.9-§. Tekis kesimning inersiya radiuslari

Tekis kesim yuzining koordinata o'qlariga nisbatan inersiya radiuslari quyidagicha ifodalanadi:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}. \quad (6.45)$$

Inersiya radiuslari sm da o'lchanadi.
Inersiya momentlarini inersiya radiuslari orqali quyidagicha ifodalash mumkin:

$$I_x = i_x^2 A, I_y = i_y^2 A. \quad (6.46)$$

Bosh o'qlarga nisbatan bosh inersiya radiuslari quyidagicha ifodalanadi:

$$i_{x_0} = \sqrt{\frac{I_{x_0}}{A}}, i_{y_0} = \sqrt{\frac{I_{y_0}}{A}}. \quad (6.47)$$

Masalalar:

6.1-masala. Konstruksiya elementi kesimi №16 shveller va №20 qo'shtavdan tashkil topgan tekis kesim yuzasi 6.10-chizmada berilgan. Tekis kesim yuzasi bosh inersiya momentlari, bosh inersiya o'qlari holati va inersiya radiuslari aniqlansin.

Yechish. 1. Murakkab kesim yuzasi oddiy yuzalarga ajratiladi (prokat profilari va og'irlik markazi ma'lum bo'lgan oddiy kesimlarga) va tartib bilan raqamlanadi, qarayotgan murakkab tekis kesim yuzasi ikki qismdan iborat bo'lib ular quyidagilardir:

a) prokat po'lat sortament jadvalidan GOST 8269-72 bo'yicha №16 shveller uchun quyidagi ma'lumotlarni olamiz:

$$h_1 = 16 \text{ sm}; b_1 = 6,4 \text{ sm}; d = 0,5 \text{ sm}; t = 0,84 \text{ sm};$$

$$A_1 = 18,1 \text{ sm}^2; I_{x_1} = 747 \text{ sm}^4; I_{y_1} = 63,3 \text{ sm}^4; I_{x_1 y_1} = 0; z_0 = 1,80 \text{ sm}.$$

b) prokat po'lat sortamentidan GOST 8269-72 bo'yicha №20 qo'shtavr uchun quyidagi ma'lumotlarni olamiz:

$$h_2 = 20 \text{ sm}; b_2 = 10 \text{ sm}; t = 0,4 \text{ sm};$$

$$A_2 = 26,8 \text{ sm}^2; I_{x_2} = 1840 \text{ sm}^4; I_{y_2} = 115 \text{ sm}^4; I_{x_2 y_2} = 0.$$

2. Murakkab kesim yuzasi masshtabda chizilib, barcha kerakli o'lchamlar ko'rsatiladi. Kesimning c_1, c_2 og'irlik markazlaridan bir-biriga parallel bo'lgan $x_1 c_1 y_1$ va $x_2 c_2 y_2$ koordinata tizimlari joylashtiriladi.

3. Murakkab kesim yuzasi $x_0 y_0$ koordinatalar tizimiga joylashtiriladi va shvellemning og'irlik markazi c_1 koordinatalari $x_1 = 0; y_1 = h_2 + z_0 = 21,8 \text{ sm}$ ga teng ekanligi, qo'shtavning c_2 og'irlik

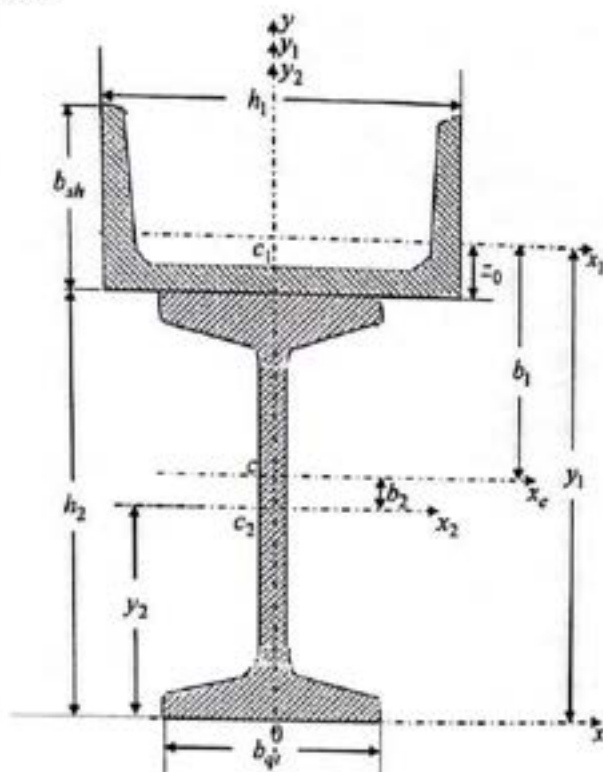
markazi koordinatalari $x_2 = 0$; $y_2 = h_2/2 = 10 \text{ sm}$ ga teng ekanligi aniqlanadi.

4. Murakkab kesimning c og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} = \frac{18,10 \cdot 0 + 26,8 \cdot 0}{18,1 + 26,8} = 0 \text{ sm.}$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{18,1 \cdot 21,8 + 26,8 \cdot 10}{18,1 + 26,8} = 14,757 \text{ sm.}$$

5. Murakkab kesim c og'irlik markazlaridan $x_1 c_1 y_1$ va $x_2 c_2 y_2$ koordinatalar tizimlariga parallel bo'lgan $x_c c y_c$ koordinata tizimi joylashtiriladi.



6.10-chizma. Qo'shtavr va shvellerdan tuzilgan murakkab kesim.

6. $x_c c y_c$ koordinata tizimida c_1 ; c_2 nuqtalarning koordinatalari aniqlanadi:

$$a_1 = (y_1 - y_c) = 21,8 - 14,757 = 7,043 \text{ sm};$$

$$a_2 = -(y_c - y_2) = -(14,757 - 10) = -4,757 \text{ sm};$$

$$b_1 = -(x_c - x_1) = -(0 - 0) = 0 \text{ sm};$$

$$b_2 = (x_2 - x_c) = (0 - 0) = 0 \text{ sm}.$$

7. Yuqorida keltirilgan (6.25) va (6.27) formulalardan foydalanib markaziy o'qlariga nisbatan inersiya momentlari hisoblanadi:

$$I_{x_c} = I'_{x_c} + I''_{x_c} = [I'_{x_1} + a_1^2 A_1] + [I'_{x_2} + a_2^2 A_2] =$$

$$= [747 + (7,043)^2 \cdot 18,1] + [1840 + (-4,757)^2 \cdot 26,8] = 4091,288 \text{ sm}^4.$$

$$I_{y_c} = I'_{y_c} + I''_{y_c} = [I'_{y_1} + b_1^2 A_1] + [I'_{y_2} + b_2^2 A_2] =$$

$$= [63,3 + (0)^2 \cdot 18,1] + [115 + (0)^2 \cdot 26,8] = 178,3 \text{ sm}^4.$$

$$I_{x_c y_c} = I'_{x_c y_c} + I''_{x_c y_c} = [I'_{x_1 y_1} + a_1 b_1 A_1] + [I'_{x_2 y_2} + a_2 b_2 A_2] =$$

$$= [0 + (7,043)(0) \cdot 18,1] + [0 + (-4,757)(0) \cdot 26,8] = 0 \text{ sm}^4.$$

8. $x_c c y_c$ koordinata o'qlariga nisbatan markaziy bosh o'qlarning burilish burchagi quyidagi formuladan topiladi:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = \frac{2 \cdot 0}{4091,288 - 178,300} = 0. \quad 2\alpha_0 = 0^\circ, \quad \alpha_0 = 0^\circ.$$

9. Bosh markaziy uov tizimi $x_c c y_c$ koordinata tizimiga nisbatan burchakka burilmas ekan, chunki burilish burchak $\alpha_0 = 0^\circ$ teng.

10. Bosh inersiya momentlari aniqlanadi:

$$I_{\max} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \frac{4091,288 + 178,3000}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sqrt{(4091,288 - 178,300)^2 + 4 \cdot (0)^2} = 4091,288 \text{ sm}^4.$$

$$I_{\min} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \frac{4091,288 + 178,3000}{2} -$$

$$- \frac{1}{2} \sqrt{(4091,288 + 178,300)^2 + 4 \cdot (0)^2} = 178,300 \text{ sm}^4.$$

11. Hisob natijalari ikki usulda tekshiriladi:

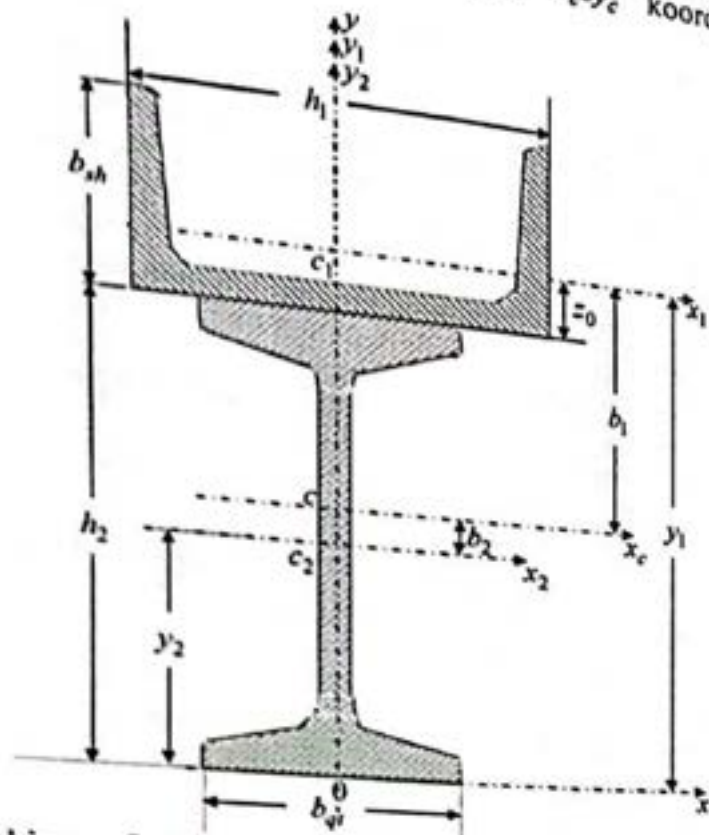
1. O'zaro perpendikulyar bo'lgan o'qlar koordinata boshi atrofida ixtiyoriy burchakka burilganda, bu o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig'indisi teng va o'zgarmas miqdor ekanligi tekshiriladi, ya'ni

$$I_{\max} + I_{\min} = I_{x_c} + I_{y_c};$$

$$4091,288 + 178,300 = 4091,288 + 178,300; \quad 4269,588 = 4269,588.$$

aniqlanadi: $x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} = \frac{18,10 \cdot 0 + 26,8 \cdot 0}{18,1 + 26,8} = 0 \text{ sm.}$
 $y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{18,1 \cdot 21,8 + 26,8 \cdot 10}{18,1 + 26,8} = 14,757 \text{ sm.}$

5. Murakkab kesim c og'irlik markazlaridan $x_1 c_1 y_1$ va $x_2 c_2 y_2$ koordinatalar tizimlariga parallel bo'lgan $x_c c y_c$ koordinata tizimi joylashtiriladi.



6.10-chizma. Qo'shtavr va shvellardan tuzilgan murakkab kesim.

6. $x_c c y_c$ koordinata tizimida $c_1 c_2$ nuqtalarning koordinatalari aniqlanadi:

$$\begin{aligned} a_1 &= (y_1 - y_c) = 21,8 - 14,757 = 7,043 \text{ sm;} \\ a_2 &= -(y_c - y_2) = -(14,757 - 10) = -4,757 \text{ sm;} \\ b_1 &= -(x_c - x_1) = -(0 - 0) = 0 \text{ sm;} \\ b_2 &= (x_2 - x_c) = (0 - 0) = 0 \text{ sm.} \end{aligned}$$

7. Yuqorida keltirilgan (6.25) va (6.27) formulalardan foydalanib markaziy o'qlariga nisbatan inersiya momentlari hisoblanadi:

$$I_{x_c} = I_{x_1}^I + I_{x_1}^{II} = [I_{x_1}^I + a_1^2 A_1] + [I_{x_2}^{II} + a_2^2 A_2] = [747 + (7,043)^2 \cdot 18,1] + [1840 + (-4,757)^2 \cdot 26,8] = 4091,288 \text{ sm}^4.$$

$$I_{y_c} = I_{y_1}^I + I_{y_1}^{II} = [I_{y_1}^I + b_1^2 A_1] + [I_{y_2}^{II} + b_2^2 A_2] = [63,3 + (0)^2 \cdot 18,1] + [15 + (0)^2 \cdot 26,8] = 178,3 \text{ sm}^4.$$

$$I_{x_c y_c} = I_{x_1 y_1}^I + I_{x_1 y_1}^{II} = [I_{x_1 y_1}^I + a_1 b_1 A_1] + [I_{x_2 y_2}^{II} + a_2 b_2 A_2] = [0 + (7,043)(0) \cdot 18,1] + [0 + (-4,757)(0) \cdot 26,8] = 0 \text{ sm}^4.$$

8. $x_c c y_c$ koordinata o'qlariga nisbatan markaziy bosh o'qlarning burilish burchagi quyidagi formuladan topiladi:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \cdot 0}{4091,288 - 178,300} = 0. \quad 2\alpha_0 = 0', \quad \alpha_0 = 0'.$$

9. Bosh markaziy uov tizimi $x_c c y_c$ koordinata tizimiga nisbatan burchakka burilmas ekan, chunki burilish burchak $\alpha_0 = 0'0'$ teng.

10. Bosh inersiya momentlari aniqlanadi:

$$I_{\max} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \frac{4091,288 + 178,3000}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(4091,288 - 178,300)^2 + 4 \cdot (0)^2} = 4091,288 \text{ sm}^4.$$

$$I_{\min} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \frac{4091,288 + 178,3000}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(4091,288 + 178,300)^2 + 4 \cdot (0)^2} = 178,300 \text{ sm}^4.$$

11. Hisob natijalari ikki usulda tekshiriladi:

1. O'zaro perpendikulyar bo'lgan o'qlar koordinata boshi atrofida ixtiyoriy burchakka burilganda, bu o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig'indisi teng va o'zgarmas miqdor ekanligi tekshiriladi, ya'ni

$$I_{\max} + I_{\min} = I_{x_c} + I_{y_c}; \quad 4091,288 + 178,300 = 4091,288 + 178,300; \quad 4269,588 = 4269,588.$$

12. Murakkab kesimning bosh inersiya radiuslari hisoblanadi:

$$I_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \sqrt{\frac{4091,288}{44,8}} = 9,556 \text{ sm.}$$

$$I_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \sqrt{\frac{178,300}{44,8}} = 1,995 \text{ sm.}$$

6.2-masala. Shveller №10, teng yonli bo'lmagan burchaklik va $100 \times 40 \text{ mm}$ to'g'ri to'rtburchakdan tashkil topgan tekis kesim yuzasi 6.11-chizmada berilgan. Tekis kesim yuzasi bosh inersiya momentlari, bosh inersiya o'qlar holati va inersiya radiuslari aniqlansin.

Yechish. 1. Murakkab kesim yuzasini oddiy yuzalarga ajratiladi va tartib bilan raqamlanadi, qaralayotgan murakkab tekis kesim yuzi uch qismdan iborat bo'lib ular quyidagilardir:

a) prokat po'lat sortamentidan GOST 8269-72 bo'yicha №10 shveller uchun quyidagi ma'lumotlarni olamiz:

$$I_1^{sh} = 10 \text{ sm}^4; b_1^{sh} = 4,6 \text{ sm}; d = 0,45 \text{ sm}; t = 0,76 \text{ sm};$$

$$I_{x_1} = 174,0 \text{ sm}^4; I_{y_1} = 20,4 \text{ sm}^4; I_{x_1 y_1} = 0; A_1 = 10,90 \text{ sm}^2; z_0 = y_1^{sh} = 1,44 \text{ sm.}$$

b) to'g'ri to'rtburchakli tekis kesim $100 \times 40 \text{ mm}$ uchun quyidagi ma'lumotlarni olamiz:

$$I_{1,b} = 10 \text{ sm}^4; b_{1,b} = 4 \text{ sm}; A_2 = 40 \text{ sm}^2.$$

$$I_{x_2} = \frac{4 \cdot 10^3}{12} = 333,33 \text{ sm}^4; I_{y_2} = \frac{10 \cdot 4^3}{12} = 53,33 \text{ sm}^4.$$

d) prokat po'lat sortamentidan GOST 8509-72 bo'yicha teng yonli bo'lmagan $80 \times 50 \times 5$ burchaklik uchun quyidagi ma'lumotlarni olamiz:

$$B = 8 \text{ sm}; b = 5 \text{ sm}; d = 0,5 \text{ sm}; A_3 = 6,36 \text{ sm}^2.$$

$$I_{x_3} = 41,6 \text{ sm}^4; I_{y_3} = 12,7 \text{ sm}^4; I_{y_3} = I_{3 \min} = 7,58 \text{ sm}^4;$$

$$y_{0_3}^{bu} = 2,6 \text{ sm}; x_{0_3}^{bu} = 1,13 \text{ sm}; \text{tg} \alpha = 0,387.$$

2. Murakkab kesim yuzasi masshtabda chizilib, barcha kerakli o'lchamlar ko'rsatiladi. Kesimning $c_1; c_2; c_3$ og'irlik markazlaridan bir-biriga parallel bo'lgan $x_1 c_1 y_1; x_2 c_2 y_2$ va $x_3 c_3 y_3$ koordinata tizimlari joylashtiriladi.

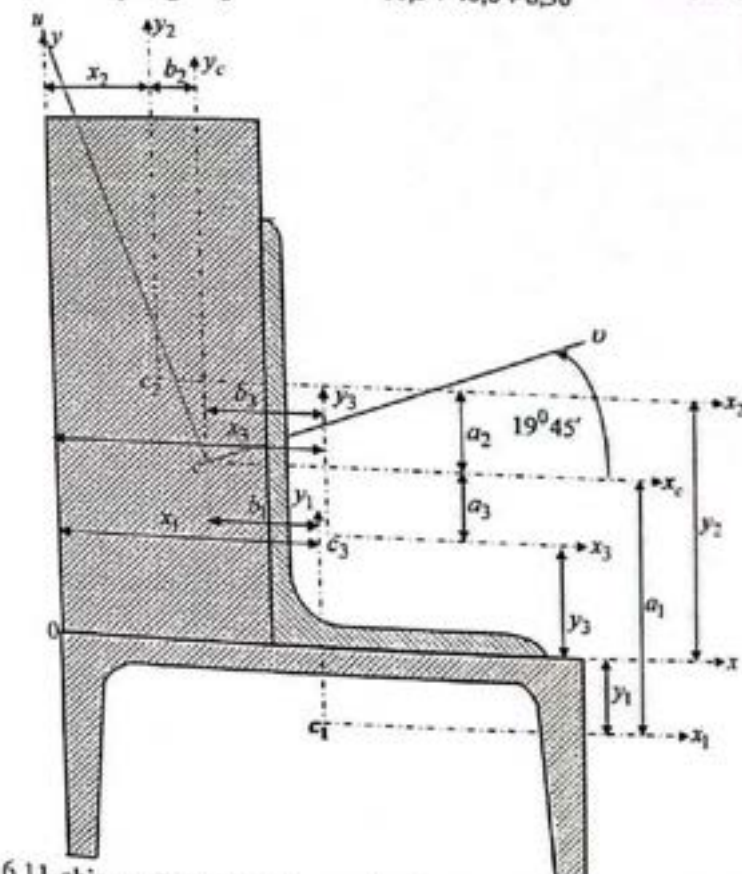
3. Murakkab kesim yuzasi $x_0 y_0$ koordinatalar tizimiga joylashtiriladi va shveller og'irlik markazi c_1 koordinatalari $x_1 = h_1^{sh}/2 = 10/2 = 5,0 \text{ sm}; y_1 = -y_1^{sh} = -1,44 \text{ sm}$ teng ekanligi, to'g'ri to'rtburchakli tekis kesim

og'irlik markazi c_2 koordinatalari $x_2 = b_{1,b}/2 = 4,0/2 = 2,0 \text{ sm}, y_2 = b_{1,b}/2 = 5,0 \text{ sm}$ teng ekanligi va teng yonli bo'lmagan burchaklik c_3 og'irlik markazi koordinatalari $x_3 = b_{1,b} + x_{0_3}^{bu} = 4,0 + 1,13 = 5,13 \text{ sm}, y_3 = y_{0_3}^{bu} = 2,6 \text{ sm}$ teng ekanligi aniqlanadi.

4. Murakkab kesimning c og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{10,9 \cdot 5,0 + 40,0 \cdot 2 + 6,36 \cdot 5,13}{10,9 + 40,0 + 6,36} = 2,919 \text{ sm.}$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{10,9 \cdot (-1,44) + 40,0 \cdot 5 + 6,36 \cdot 2,6}{10,9 + 40,0 + 6,36} = 3,508 \text{ sm.}$$



6.11-chizma. Uchta oddiy yuzalardan iborat bo'lgan murakkab kesim.

markazlaridan x_1, y_1 va x_2, y_2 bo'lgan x, y koordinata tizimiga nisbatan joylashtiriladi.

6. x, y koordinata tizimida a_1, a_2, a_3 nuqtalarning koordinatalari aniqlanadi:

$$\begin{aligned} a_1 &= (y_1 - y_c) = -1,44 - 3,508 = -4,948 \text{ sm}; \\ a_2 &= (y_2 - y_c) = (5,0 - 3,508) = 1,492 \text{ sm}; \\ a_3 &= (y_3 - y_c) = (2,6 - 3,508) = -0,908 \text{ sm}; \\ b_1 &= (x_1 - x_c) = (5,0 - 2,919) = 2,081 \text{ sm}; \\ b_2 &= (x_2 - x_c) = (2,0 - 2,919) = -0,919 \text{ sm}; \\ b_3 &= (x_3 - x_c) = (5,33 - 2,919) = 2,211 \text{ sm}. \end{aligned}$$

7. Yuqorida keltirilgan (6.25) va (6.27) formulalardan foydalanib, markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari hisoblanadi:

$$\begin{aligned} I_{x_c} &= I'_{x_c} + I''_{x_c} + I'''_{x_c} = [I_{x_1} + a_1^2 A_1] + [I_{x_2} + a_2^2 A_2] + [I_{x_3} + a_3^2 A_3] = \\ &= [20,41 + 10,9 \cdot (-4,948)^2] + [33,33 + 40,0 \cdot (1,492)^2] + \\ &\quad + [33,33 + 6,36 \cdot (-0,908)^2] = 756,448 \text{ sm}^4. \\ I_{y_c} &= I'_{y_c} + I''_{y_c} + I'''_{y_c} = [I_{y_1} + b_1^2 A_1] + [I_{y_2} + b_2^2 A_2] + [I_{y_3} + b_3^2 A_3] = [174,0 + \\ &+ 10,9 \cdot (2,081)^2] + [33,33 + 40,0 \cdot (-0,919)^2] + [2,7 + 6,36 \cdot (2,211)^2] = 352,077 \text{ sm}^4. \end{aligned}$$

8. Markaziy o'qlariga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentini aniqlaymiz.

Teng yonli bo'lmagan burchaklik markazdan qochirma inersiya momenti uning markaziy o'qlariga nisbatan quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\begin{aligned} I_{x_1 y_1} &= -\frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{xy}^0 \cos 2\alpha_0 = \frac{I_x + I_y - 2I_{\min}}{2} \sin 2\alpha_0. \\ \operatorname{tg} 2\alpha_0 &= -\frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} \Rightarrow I_{xy} = -\frac{(I_x - I_y) \operatorname{tg} 2\alpha_0}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{x_1 y_1} &= \frac{I_x + I_y - 2I_{\min}}{2} \sin 2\alpha_0 = \frac{41,6 + 12,7 - 2 \cdot 7,58}{2} \sin(-2 \cdot 21,1) = -13,17 \text{ sm}^4. \\ I_{x_c y_c} &= I'_{x_c y_c} + I''_{x_c y_c} = [I_{x_1 y_1} + a_1 b_1 A_1] + [I_{x_2 y_2} + a_2 b_2 A_2] + [I_{x_3 y_3} + a_3 b_3 A_3] = \\ &= [0 + 10,9 \cdot (2,081) \cdot (-4,948)] + [0 + 40,0 \cdot (-0,919) \cdot (1,492)] + \\ &\quad + [-13,7 + 6,36 \cdot (2,211) \cdot (-0,91)] = -166,679 \text{ sm}^4. \end{aligned}$$

x_c, y_c koordinata o'qlariga nisbatan markaziy bosh o'qlarning burilish burchagi quyidagi formuladan topiladi:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{xy}}{I_x - I_y} = \frac{2(-166,679)}{756,448 - 352,077} = -0,8244. 2\alpha_0 = 39^\circ 30'. \alpha_0 = 19^\circ 45'.$$

9. Bosh markaziy u, v tizimi x_c, y_c koordinata tizimiga nisbatan sot millari yo'nalishiga teskari yo'nalish bo'yicha $\alpha_0 = 19^\circ 45'$ burchakka buriladi.

10. Bosh inersiya momentlari aniqlanadi:

$$\begin{aligned} I_{\max} &= \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \frac{756,448 + 352,077}{2} + \\ &\quad + \frac{1}{2} \sqrt{(756,448 - 352,077)^2 + 4 \cdot (-166,679)^2} = 816,294 \text{ sm}^4. \\ I_{\min} &= \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \frac{756,448 + 352,077}{2} - \\ &\quad - \frac{1}{2} \sqrt{(756,448 - 352,077)^2 + 4 \cdot (-166,679)^2} = 292,230 \text{ sm}^4. \end{aligned}$$

11. Hisob natijalari ikki usulda tekshiriladi:

a) o'zaro perpendikulyar bo'lgan o'qlar koordinata boshi atrofida ixtiyoriy burchakka burilganda, bu o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig'indisi teng va o'zgarmas miqdor ekanligi tekshiriladi, ya'ni

$$I_{\max} + I_{\min} = I_{x_c} + I_{y_c};$$

$$816,294 + 292,23 = 756,448 + 352,077; \quad 1108,524 = 1108,525.$$

b) bosh o'qlarning to'g'ri topilganligiga ishonch hosil qilish uchun markazdan qochirma inersiya momentining nolga tengligi tekshiriladi, ya'ni

$$\begin{aligned} I_{uv} &= \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \sin 2\alpha + I_{x_c y_c} \cos 2\alpha = \\ &= \frac{756,448 - 352,077}{2} \cdot 0,6334 + (-166,679) \cdot 0,7716 = 0. \end{aligned}$$

12. Murakkab kesimning bosh inersiya radiuslari hisoblanadi:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{816,294}{57,26}} = 3,776 \text{ sm}. \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{292,230}{57,26}} = 2,259 \text{ sm}.$$

6.3-masala. Murakkab kesim tekis kesim yuzasi 6.12-chizmada berilgan. Tekis kesim yuzasi bosh inersiya momentlari, bosh inersiya o'qlar holati va inersiya radiuslari aniqlansin.

Yechish. 1. Murakkab kesim yuzasi oddiy yuzalarga ajratiladi (to'g'ri burchakli uchburchak, to'g'ri to'rtburchak va doiraning to'rtidan bir bo'lagidan iborat bo'lgan yuzalar og'irlik markazlari ma'lum bo'lgan

Yuzasi uch qismdan iborat bo'lib ular quyidagilardir:
a) to'g'ri burchakli uchburchak:

$$h = 30 \text{ sm}; b = 15 \text{ sm}; A_1 = 225 \text{ sm}^2; I_{x_1} = \frac{15 \cdot (30)^3}{36} = 11250 \text{ sm}^4;$$

$$I_{y_1} = \frac{30 \cdot (15)^3}{36} = 2812,5 \text{ sm}^4; I_{x_1 y_1} = \frac{h^2 \cdot b^2}{72} = \frac{30^2 \cdot 15^2}{72} = -15,625 \text{ sm}^4.$$

b) to'g'ri to'rtburchak:

$$h = 30 \text{ sm}; b = 20 \text{ sm}; A_2 = 600 \text{ sm}^2;$$

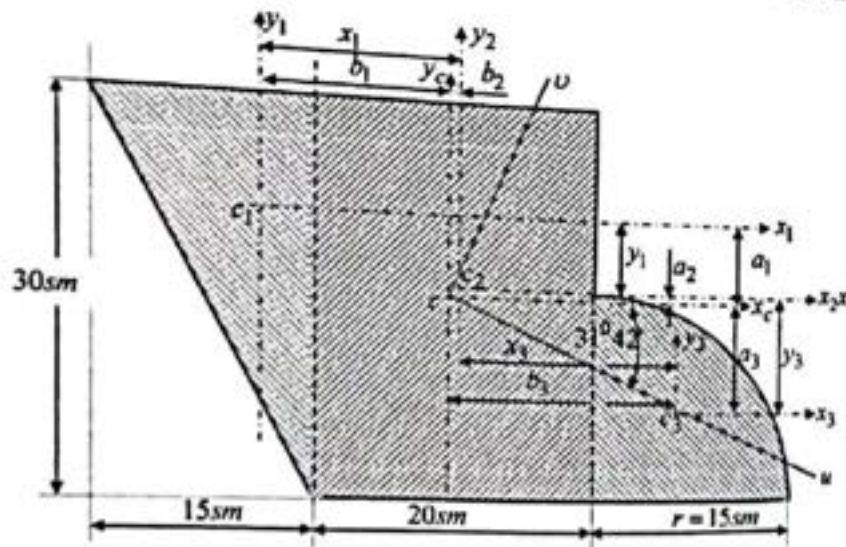
$$I_{x_2} = \frac{20 \cdot (30)^3}{12} = 45000 \text{ sm}^4; I_{y_2} = \frac{30 \cdot (20)^3}{12} = 20000 \text{ sm}^4; I_{x_2 y_2} = 0.$$

d) doiraning to'rtidan bir bo'lagidan iborat bo'lgan yuzalar:

$$r = 15 \text{ sm}; A_3 = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi (15)^2}{4} = 176,625 \text{ sm}^2; I_{x_3 y_3} = \pm 0,0165 r^4 = -853,125 \text{ sm}^4;$$

$$I_{x_3} = I_{y_3} = 0,055 r^4 = 0,055 (15)^4 = 2784,375 \text{ sm}^4.$$

2. Murakkab kesim yuzasi masshtabda chizilib, barcha kerakli o'lchamlar ko'rsatiladi. Kesimning $c_1; c_2; c_3$ og'irlik markazlaridan bir-biriga parallel bo'lgan $x_1 c_1 y_1; x_2 c_2 y_2$ va $x_3 c_3 y_3$ koordinata tizimlari joylashtiriladi.



6.12-chizma. Uchta oddiy yuzalardan iborat bo'lgan murakkab kesim.

3. Murakkab kesim yuzasi $x_c y_c$ koordinatalar tizimiga joylashtiriladi va to'g'ri burchakli uchburchak og'irlik markazi c_1

koordinatalari $x_1 = -15 \text{ sm}; y_1 = 5 \text{ sm}$, to'g'ri to'rtburchak c_2 og'irlik markazi koordinatalari $x_2 = 0; y_2 = 0$ va doiraning to'rtidan bir bo'lagidan iborat bo'lgan yuzaga og'irlik markazi c_3 koordinatalari $x_3 = 16,38 \text{ sm}; y_3 = -8,62 \text{ sm}$ teng ekanligi aniqlanadi.

4. Murakkab kesimning c og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{225,0 \cdot (-15,0) + 600 \cdot 0 + 176,625 \cdot 16,38}{225,0 + 600 + 176,625} = -0,481 \text{ sm}.$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{225,0 \cdot 5,0 + 600 \cdot 0 + 176,625 \cdot (-8,62)}{225,0 + 600 + 176,625} = -0,399 \text{ sm}.$$

5. Murakkab kesim c og'irlik markazlaridan $x_1 c_1 y_1; x_2 c_2 y_2; x_3 c_3 y_3$ koordinatalar tizimlariga parallel bo'lgan $x_c c y_c$ koordinata tizimi joylashtiriladi.

6. $x_c c y_c$ koordinata tizimida c_1, c_2, c_3 nuqtalarning koordinatalari aniqlanadi:

$$a_1 = (y_1 - y_c) = (5,0 - (-0,397)) = 5,397 \text{ sm};$$

$$a_2 = (y_2 - y_c) = (0 - (-0,397)) = 0,397 \text{ sm};$$

$$a_3 = (y_3 - y_c) = (-8,62 - (-0,397)) = -8,223 \text{ sm};$$

$$b_1 = (x_1 - x_c) = (-15,0 - (-0,481)) = -14,519 \text{ sm};$$

$$b_2 = (x_2 - x_c) = (0 - (-0,481)) = -0,481 \text{ sm};$$

$$b_3 = (x_3 - x_c) = (16,38 - (-0,481)) = 16,861 \text{ sm}.$$

7. Yuqorida keltirilgan (6.25) va (6.27) formulalardan foydalanib, markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari hisoblanadi:

$$I_{x_c} = I_{x_1}^I + I_{x_1}^{II} + I_{x_1}^{III} = [I_{x_1}^I + a_1^2 A_1] + [I_{x_2}^II + a_2^2 A_2] + [I_{x_3}^III + a_3^2 A_3] + [I_{x_c}^IV + a_4^2 A_4] =$$

$$= [11250 + 225 \cdot (5,397)^2] + [45000 + 600 \cdot (0,397)^2] +$$

$$+ [2784,375 + 176,625 \cdot (8,223)^2] = 77625,6338 \text{ sm}^4.$$

$$I_{y_c} = I_{y_1}^I + I_{y_1}^{II} + I_{y_1}^{III} = [I_{y_1}^I + b_1^2 A_1] + [I_{y_2}^II + b_2^2 A_2] + [I_{y_3}^III + b_3^2 A_3] + [I_{y_c}^IV + b_4^2 A_4] =$$

$$= [2812,5 + 225 \cdot (-14,519)^2] + [20000 + 600 \cdot (-0,481)^2] +$$

$$+ [2784,375 + 176,625 \cdot (16,861)^2] = 123379,306 \text{ sm}^4.$$

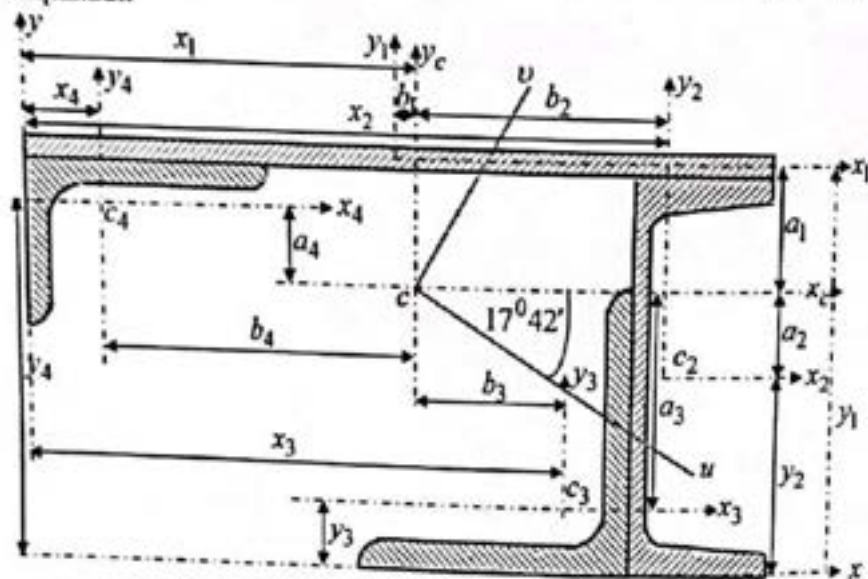
8. Markaz o'qlariga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentini aniqlaymiz.

Teng yonli bo'lmagan burchaklik markazdan qochirma inersiya momenti uning markaziy o'qlariga nisbatan quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$I_{x_4 y_4} = \frac{I_x + I_y - 2I_{min}}{2} \sin 2\alpha_0 = \frac{239 + 784 - 2 \cdot 142}{2} \sin(2 \cdot 21^{\circ}12') = 369,5 \cdot 0,6704 = 247,713 \text{ sm}^4.$$

2. Murakkab kesim yuzasi masshtabda chizilib, barcha kerakli o'lchamlar ko'rsatiladi. Kesimning $c_1; c_2; c_3; c_4$ og'irlik markazlaridan bir-biriga parallel bo'lgan $x_1 c_1 y_1; x_2 c_2 y_2; x_3 c_3 y_3$ va $x_4 c_4 y_4$ koordinata tizimlari joylashtiriladi.

3. Murakkab kesim yuzasi $x_0 y_0$ koordinatalar tizimiga joylashtiriladi va to'g'ri to'rtburchakli tekis kesim og'irlik markazi c_1 koordinatalari $x_1 = b_1/2 = 50,0/2 = 25,0 \text{ sm}; y_1 = h_1/2 = 24 + 0,8 = 24,8 \text{ sm}$ teng ekanligi, shveller og'irlik markazi c_2 koordinatalari $x_2 = b_1/2 - (b_1/2 - z_0) = 50 - (25 - 2,42) = 27,42 \text{ sm}; y_2 = h_1/2 = 24/2 = 12,0 \text{ sm}$ teng ekanligi, va teng yonli burchaklik c_3 og'irlik markazi koordinatalari $x_3 = B - b_1/2 - z_0 = 50 - 25 - 2,42 = 22,58 \text{ sm}; y_3 = z_0 = 2,42 \text{ sm}$ teng ekanligi va teng yonli bo'lmagan burchaklik c_4 og'irlik markazi koordinatalari $x_4 = x_0 = 5,32 = 5,32 \text{ sm}; y_4 = h_1/2 - y_0 = 24 - 2,36 = 21,64 \text{ sm}$ teng ekanligi aniqlanadi.



6.13-chizma. To'rtta oddiy yuzalardan iborat bo'lgan murakkab kesim.

4. Murakkab kesim c og'irlik markazlaridan $x_1 c_1 y_1; x_2 c_2 y_2; x_3 c_3 y_3$ va $x_4 c_4 y_4$ koordinatalar tizimiga parallel bo'lgan $x_c c y_c$

koordinata tizimi joylashtiriladi.

5. Murakkab kesimning c og'irlik markazi koordinatalari quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4} = \frac{80,0 \cdot 25,0 + 30,6 \cdot 43,42 + 42,2 \cdot 36,11 + 30,0 \cdot 5,32}{80,0 + 30,6 + 42,2 + 30,0} = 27,418 \text{ sm}.$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 + A_4 y_4}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4} = \frac{80,0 \cdot 24,8 + 30,6 \cdot 12,0 + 42,2 \cdot 4,89 + 30,0 \cdot 21,64}{80,0 + 30,6 + 42,2 + 30,0} = 17,542 \text{ sm}.$$

6. $x_c c y_c$ koordinata tizimida c_1, c_2, c_3, c_4 nuqtalarning koordinatalari aniqlanadi:

$$a_1 = (y_1 - y_c) = (24,8 - 17,542) = 7,258 \text{ sm};$$

$$a_2 = (y_2 - y_c) = (12,0 - 17,542) = -5,542 \text{ sm};$$

$$a_3 = (y_3 - y_c) = (4,89 - 17,542) = -12,652 \text{ sm};$$

$$a_4 = (y_4 - y_c) = (21,64 - 17,542) = 4,098 \text{ sm};$$

$$b_1 = (x_1 - x_c) = (25,0 - 27,418) = -2,418 \text{ sm};$$

$$b_2 = (x_2 - x_c) = (27,42 - 27,418) = -0,002 \text{ sm};$$

$$b_3 = (x_3 - x_c) = (22,58 - 27,418) = -4,838 \text{ sm};$$

$$b_4 = (x_4 - x_c) = (5,32 - 27,418) = -22,098 \text{ sm}.$$

7. Yuqorida keltirilgan (6.25) va (6.27) formulalardan foydalanib, markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari hisoblanadi:

$$I_{x_c} = I_{x_c}^I + I_{x_c}^{II} + I_{x_c}^{III} + I_{x_c}^{IV} = [I_{x_1} + a_1^2 A_1] + [I_{x_2} + a_2^2 A_2] + [I_{x_3} + a_3^2 A_3] + [I_{x_4} + a_4^2 A_4] = [17,067 + 80,0 \cdot (7,258)^2] + [2900,0 + 30,6 \cdot (-5,542)^2] + [1317,0 + 42,2 \cdot (-12,652)^2] + [239,0 + 30,0 \cdot (4,098)^2] = 15686,086 \text{ sm}^4.$$

$$I_{y_c} = I_{y_c}^I + I_{y_c}^{II} + I_{y_c}^{III} + I_{y_c}^{IV} = [I_{y_1} + b_1^2 A_1] + [I_{y_2} + b_2^2 A_2] + [I_{y_3} + b_3^2 A_3] + [I_{y_4} + b_4^2 A_4] = [16666,667 + 80,0 \cdot (-2,418)^2] + [208,0 + 30,6 \cdot (-0,002)^2] + [1317 + 42,2 \cdot (-4,838)^2] + [784,0 + 30,0 \cdot (-22,098)^2] = 45116,858 \text{ sm}^4.$$

8. Markaz o'qlariga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentini aniqlaymiz.

Teng yonli bo'lmagan burchaklik markazdan qochirma inersiya momenti uning markaziy o'qlariga nisbatan quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$I_{x_c y_c} = I_{x_c y_c}^I + I_{x_c y_c}^{II} + I_{x_c y_c}^{III} + I_{x_c y_c}^{IV} = [I_{x_1 y_1} + a_1 b_1 A_1] + [I_{x_2 y_2} + a_2 b_2 A_2] + [I_{x_3 y_3} + a_3 b_3 A_3] + [I_{x_4 y_4} + a_4 b_4 A_4] = [0 + 80,0 \cdot (7,258)(-2,418)] + [0 + 30,6 \cdot (-5,542)(-0,002)] + [776,5 + 42,2 \cdot (-12,652)(4,838)] + [247,713 + 30,0 \cdot (4,098)(-22,098)] = -10449,548 \text{ sm}^4.$$

x_c, y_c koordinata o'qlariga nisbatan markaziy bosh o'qlarning burilish burchagi topiladi:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{-2I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = \frac{-2(-10449,548)}{15686,086 - 45116,858} = 0,7101. \quad 2\alpha_0 = 35^{\circ}24', \alpha_0 = 17^{\circ}42'.$$

9. Bosh markaziy u, v tizimi x_c, y_c koordinata tizimiga nisbatan soat millari yo'nalishiga teskari yo'nalish bo'yicha $\alpha_0 = 17^{\circ}42'$ burchakka buriladi.

10. Bosh inersiya momentlari aniqlanadi:

$$I_{\max} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \frac{15686,086 + 45116,858}{2} + 0,5 \sqrt{(15686,086 - 45116,858)^2 + 4 \cdot (-10449,548)^2} = 48449,620 \text{ sm}^4.$$

$$I_{\min} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} = \frac{15686,086 + 45116,858}{2} - 0,5 \sqrt{(15686,086 - 45116,858)^2 + 4 \cdot (-10449,548)^2} = 12353,325 \text{ sm}^4.$$

11. Hisob natijalari ikki usulda tekshiriladi:

a) o'zaro perpendikulyar bo'lgan o'qlar koordinata boshi atrofida ixtiyoriy burchakka burilganda, bu o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig'indisi teng va o'zgarmas miqdor ekanligi tekshiriladi, ya'ni

$$I_{\max} + I_{\min} = I_{x_c} + I_{y_c}; \quad 48449,620 + 12353,325 = 15686,086 + 45116,858.$$

b) bosh o'qlarning to'g'ri topilganligiga ishonch hosil qilish uchun markazdan qochirma inersiya momentining nolga tengligi tekshiriladi, ya'ni

$$I_{uv} = \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \sin 2\alpha + I_{x_c y_c} \cos 2\alpha = \frac{756,448 - 352,077}{2} \cdot 0,6334 - (166,279) \cdot 0,7716 = 0.$$

12. Murakkab kesimning bosh inersiya radiuslari hisoblanadi:

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \sqrt{\frac{48449,620}{182,8}} = 16,28 \text{ sm}, \quad i_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \sqrt{\frac{12353,325}{182,8}} = 8,22 \text{ sm}.$$

6.6-masala. 6.1-jadvalda keltirilgan variantlarda prokat profilardan tuzilgan payvand kesimlarning bosh markaziy inersiya momentlarini, qarshilik momentlarini va inersiya radiuslarini aniqlang. Tarkibiy kesimning elementlari birgalikda ishi punktir bilan ko'rsatilgan birlashtirish elementlari bilan ta'minlangan.

6.1-jadval

Sxe ma №	Kesim sxemasi	Kesimni tashkil etuvchilar	Javoblar
I		4ta burchaklik $\angle 140 \times 90 \times 10$; List 12×240 .	$I_x = 10634,55872 \text{ sm}^4$; $I_y = 4162,17312 \text{ sm}^4$.
II		2ta shvellr №30; qo'shtavr №14.	$I_x = 11661,9 \text{ sm}^4$; $I_y = 8567,0624 \text{ sm}^4$.
III		a) 2ta qo'shtavr №14; $c = 120$; 240×8 ; b) 2 qo'shtavr №30; $c = 150$; 300×12 .	$I_x = 3248,832 \text{ sm}^4$; $I_y = 3179,8 \text{ sm}^4$.
IV		a) Shvellr №30; list 200×10 ; $\angle 100 \times 100 \times 10$.	$I_x = 10997,52 \text{ sm}^4$; $I_y = 3016,28 \text{ sm}^4$.

6.7- masala. 6.2-jadvalda keltirilgan murakkab kesimlar uchun quyidagilar aniqlansin. Shakllar o'lchamlari 6.3-jadvaldan olinsin.

1. Murakkab kesim og'irlik markazi koordinatalari va og'irlik markazidan o'tuvchi o'qlarga nisbatan ekvatorial va markazdan qochirma inersiya momentlari aniqlansin.

2. Bosh inersiya momentlari miqdorlari va bosh inersiya o'qlari holati aniqlansin.

3. Bosh o'qlarga nisbatan inersiya radiuslari aniqlansin va inersiya ellipisi qurilsin.

T/r №	Murakkab kesim yuzalar			
1				
2				
3				
4				
5				
6				

7				
8				
9				
0				
	A	B	D	G

3-jadval

T/r №	Qo'shtav r	Shveller	Teng yonli burchaklik	Teng yonlimas burchaklik	List o'lchamlari, mm	
					vertikalni	gorizontalla ni
1	18	14	80x80x8	75x50x9	400	24
2	24	18	70x70x8	80x50x6	400	16
3	20	14a	90x90x8	90x56x8	400	22
4	16	20	50x50x5	100x63x8	600	18
5	22	22	100x100x8	75x50x8	600	14
6	24a	27	110x110x8	90x56x6	600	20
7	12	12	125x125x8	70x45x5	600	16
8	27	16	80x80x8	80x50x5	600	18
9	20a	20a	100x100x8	63x40x8	600	20
0	18a	22a	90x90x8	100x63x10	600	18
	A	B	D	A	B	D

1. Tekis kesim yuzasining o'qlarga nisbatan statik momentlari qanday ifodalanishini yozing.
2. Tekis kesimning statik momentlari qanday o'lchov birligi bilan o'lchanadi?
3. Tekis kesim yuzasining statik momentlari qanday o'qlarga nisbatan nolga teng?
4. Tekis kesim yuzaning og'irlik markazi koordinatalari qanday formulalardan aniqlanadi?
5. Tekis kesim yuzasining ekvatorial, qutb va markazdan qochirma inersiya momentlari deb nimaga aytiladi?
6. Tekis kesim inersiya momentlari qanday o'lchov birligi bilan o'lchanadi?
7. Tekis kesim yuzasining ekvatorial, qutb va markazdan qochirma inersiya momentlari qanday qiymatlarni qabul qila oladi?
8. Tekis kesim o'zaro perpendikulyar bo'lgan o'qlarga nisbatan olingan inersiya momentlari yig'indisi nimaga teng?
9. To'g'ri to'rtburchakli, doiraviy va teng yonli uchburchakli kesimlarning markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari nimaga teng?
10. Koordinata o'qlari parallel ko'chirilganda inersiya momentlarining o'zgarishini izohlab bering.
11. Koordinata o'qlari birorta burchakka burilganda inersiya momentlarining o'zgarishini izohlab bering.
12. Tekis kesimning bosh o'qlari deb qanday o'qlarga aytiladi va uning yo'nalishi qanday formuladan aniqlanadi?
13. Tekis kesimning bosh inersiya momentlari deb qanday inersiya momentlariga aytiladi va u qanday formulalar bilan ifodalanadi?

7.1-§. Doira kesimli to'g'ri brusning buralishi

Tashqi kuchdan brusning ko'ndalang kesimi yuzalarida zo'riqish kuch omillaridan biri, ya'ni faqat burovchi momentlarga hosil bo'ladigan deformatsiyalanish holatiga *buralish* deformatsiyasi deyiladi. Buralishga ishlovchi silindrik bruslarga *val* deb ataladi.

Ba'zi bir hollarda vallarni hisoblashda tashqi burovchi momentlar talab qilingan quvvat miqdori va valning aylanishlar tezligi bilan aniqlanadi. Agar val bir daqiqa ichida n marta aylansa, unda 1 sekundda aylanish burchagi $2\pi/60$ yoki $\pi/30$ radianga teng bo'ladi. Valdan uzatilayotgan quvvat, burovchi moment miqdori bilan valning 1 sekundda aylanishlar soni (radianda) ko'paymasiga teng:

$$N = T \frac{\pi n}{30} \text{ bundan } T = \frac{30N}{\pi n} (\text{kg} \cdot \text{m}) = \frac{300N}{\pi n} (\text{N} \cdot \text{m})$$

Bu yerda quvvatning o'lchov birligi kg m/sek.

Agar quvvat N ot kuchida (o.k.) berilgan bo'lsa, burovchi moment quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$T = \frac{30 \cdot 75N}{\pi n} = 716,2 \frac{N}{n} (\text{kg} \cdot \text{m}) = 7162 \frac{N}{n} (\text{N} \cdot \text{m})$$

Agar bir ot kuchi 0,73562 kVt ekanligini e'tiborga olsak, unda burovchi moment quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$T = \frac{7162}{0,73562} \frac{N}{n} (\text{N} \cdot \text{m}) = 9736 \frac{N}{n} (\text{N} \cdot \text{m})$$

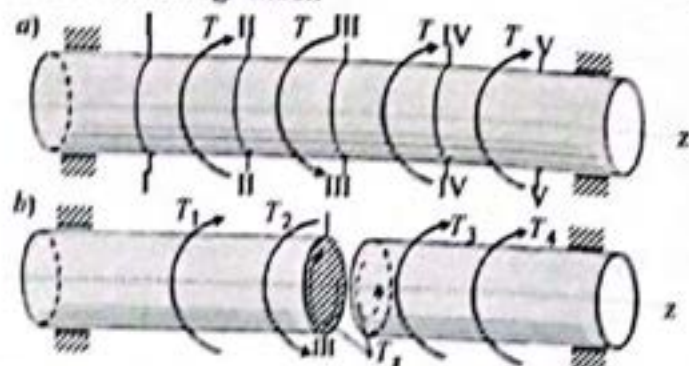
Buralish deformatsiyasi amalda juda ko'p uchraydi. Masalan: mashina detallari, inshoot elementlari, lokomotivlarning o'qlari, tirsakli vallar, fazoviy konstruksiya elementlari, prujinalarning o'ramlari va shunga o'xshashlar buralish deformatsiyasiga qarshilik ko'rsatadi. Ko'ndalang kesim yuzasi turli shaklda bo'lgan buralishga ishlaydigan bruslar ichida texnikada ko'p uchraydigan doiraviy va halqasimon ko'ndalang kesim yuzasiga ega bo'lgan bruslar muhim o'rin egallaydi.

7.2-§. Buruvchi moment va uning epyurasini qurish

Bir uchi bilan mahkamlangan silindrik brusning ikkinchi erkin uchiga qo'yilgan just kuch ta'sirida bo'lsa, brusning erkin ko'ndalang kesimi mahkamlangan kesimiga nisbatan aylanadi va natijada brus buraladi (7.3-chizma). Brus buralganda, uning ixtiyoriy ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan ichki kuch omili, ya'ni burovchi moment kesish

usulidan foydalanib aniqlanadi.

Brusning qoldirilgan qismiga ta'sir etayotgan tashqi momentlarning biror kesimdagi algebraik yig'indisiga shu kesimdagi *burovchi moment* deb ataladi va T bilan belgilanadi.



7.1-chizma. Turli sirtqi buruvchi momentlar ta'siridagi val.

Valni mustahkamlikka tekshirishda uning eng xavfli kesimini aniqlab olish zarur. Buning uchun esa brus o'qi bo'ylab buruvchi momentning o'zgarish qonunini ko'rsatuvchi grafikni chizish lozim. O'zgarmas ko'ndalang kesimli bruslarning maksimal buruvchi momenti hosil bo'lgan kesimi xavfli kesim hisoblanadi.

Burovchi momentni brus o'qi bo'ylab o'zgarish qonunini ko'rsatuvchi grafikka *burovchi moment epyurasi* deyiladi. 7.1, a)-chizmada keltirilgan val turli ko'ndalang kesimlariga qo'yilgan sirtqi momentlar ta'sirida muvozanatda bo'lsin.

Valning ixtiyoriy kesimidagi buruvchi momentni aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni valni o'qiga perpendikulyar bo'lgan biror tekislik bilan ikkiga bo'lamiz. Val bo'laklarining muvozanatini tiklash maqsadida tashlab yuborilgan qismning ta'sirini olib qolingan qismga qo'yamiz va uning muvozanatini tekshiramiz (7.1, b)-chizma).

Masalan III-III tekislik bilan bo'lingan bo'laklarni tekshiramiz. Chap qism uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_z = 0; \quad T_1 - T_2 + T = 0; \quad \text{bundan } T = T_2 - T_1.$$

Xuddi shuningdek, o'ng qism uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\sum M_z = 0; \quad -T + T_3 + T_4 = 0; \quad \text{bundan } T = T_3 + T_4.$$

Demak, bular asosida quyidagi qoidalarni qabul qilish mumkin:

Brusning ixtiyoriy kesimida hosil bo'ladigan buruvchi moment, shu kesimdan chap tomonda ta'sir etayotgan barcha sirtqi kuchlardan brus o'qiga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisiga teng

bo'ladi. Yoki shu kesimdan o'ng tomonda ta'sir etayotgan barcha sirtqi kuchlardan teskari ishora bilan olingan momentlarning algebraik yig'indisiga teng bo'ladi.

$$M_z = T_z = \sum_{\text{chap}} \text{mom}_{\text{chap}} = - \sum_{\text{o'ng}} \text{mom}_{\text{o'ng}}$$

Ko'ndalang kesimga uning normali tomonidan qaraganda buruvchi moment soat millari harakati bo'yicha yo'nalgan bo'lsa, ishorasini musbat, aks holda manfiy deb qabul qilamiz. Buruvchi moment epyurasini qurish bo'yilama kuch epyurasini qurishdan farq qilmaydi. Valning uzunligi bo'yicha bir nechta kesimlarda buruvchi momentlarni topish zaruriyati tug'ilsa va xavfli kesimni aniqlash maqsadida buruvchi moment epyurasini qurish lozim. Shu maqsadda 7.2-chizmada keltirilgan brus uchun buruvchi moment epyurasi qurilgan. Bunda sirtqi buruvchi momentlar qiymatlari $T_1 = 1000 \text{ N} \cdot \text{m}$, $T_2 = 2000 \text{ N} \cdot \text{m}$, $T_3 = 3000 \text{ N} \cdot \text{m}$, $T_4 = 8000 \text{ N} \cdot \text{m}$, $T_5 = 2000 \text{ N} \cdot \text{m}$ ga teng bo'lsin.

Brusni oltita oraliqlarga bo'lamiz va har safar chap oraliqlarning muvozanatini tekshiramiz, unda kesimlardagi buruvchi moment quyidagilarga teng bo'ladi:

$$T_z^I = 0;$$

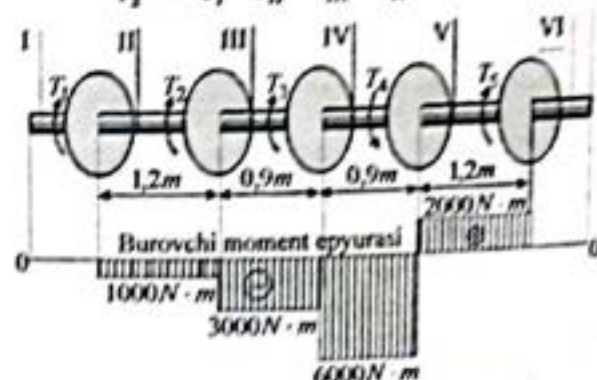
$$T_z^{II} = -T_1 = -1000 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$T_z^{III} = -T_1 - T_2 = -3000 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$T_z^{IV} = -T_1 - T_2 - T_3 = -6000 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$T_z^V = -T_1 - T_2 - T_3 + T_4 = 2000 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$T_z^{VI} = -T_1 - T_2 - T_3 + T_4 - T_5 = 0.$$



7.2-chizma. Buruvchi moment epyurasi.

Burovchi moment epyuralarini qurish cho'zilgan va siqilgan bruslarning bo'ylama kuch epyurasini qurish kabi bajariladi. Burovchi moment epyuralari 7.2-chizmada keltirilgan.

7.3-§. Val kesimidagi kuchlanishlarni hamda kesimning buralish burchagini aniqlash

Silindr shaklidagi brusning yon sirtiga yasovchilariga parallel bo'lgan bo'ylama chiziqlar va ko'ndalang kesim yuzalarining konturini hosil qiluvchi aylanalar bilan to'rt hosil qilamiz. Brus buralganda hosil bo'lgan deformatsiya natijalariga asosan quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

a) deformatsiyagacha tekis bo'lgan ko'ndalang kesim yuzasi, brus buralgandan keyin ham tekisligicha, kesim gardishi aylanaligicha, radiusi esa to'g'ri chiziqligicha qoladi;

b) har bir ko'ndalang kesim qo'shni kesimga nisbatan brus o'qi atrofida ma'lum burchakka aylanadi. Bu burchak buralish burchagi deyiladi. Buralish burchagi burovchi momentga va ko'ndalang kesimlar oraliqiga proporsionaldir;

v) brusning barcha yasovchilari bir xil burchakka og'adi va silindr sirtiga chizilgan kvadratlar bir xilda qiyshayib, romb shaklini oladi;

g) brus buralganda ko'ndalang kesim oraliqlari o'zgarmaydi, ya'ni brus cho'zilmaydi ham, siqilmaydi ham.

Keltirilgan bu tajribalarning natijalaridan foydalanib, doiraviy silindr uchun buralishda hosil bo'ladigan deformatsiya va kuchlanishlarning ko'ndalang kesim yuzasi bo'yicha qanday qonun bilan o'zgarishini aniqlash mumkin.

7.3. a)-chizmadan ko'rinadiki, deformatsiyadan keyin brusning yonma-yon bo'lgan ko'ndalang kesimlari bir-biriga nisbatan siljiydi; qaralayotgan kesim qistirib mahkamlangan kesimdan qancha uzoq bo'lsa, shu kesimning siljishi shuncha ko'p bo'ladi. Masalan, tayanchdan z oraliqdagi ko'ndalang kesim mahkamlangan kesimga nisbatan φ ga burilgan bo'lsa, tayanchdan $z + dz$ oraliqdagi kesim esa $\varphi + d\varphi$ burchakka buriladi (7.3, b)-chizma).

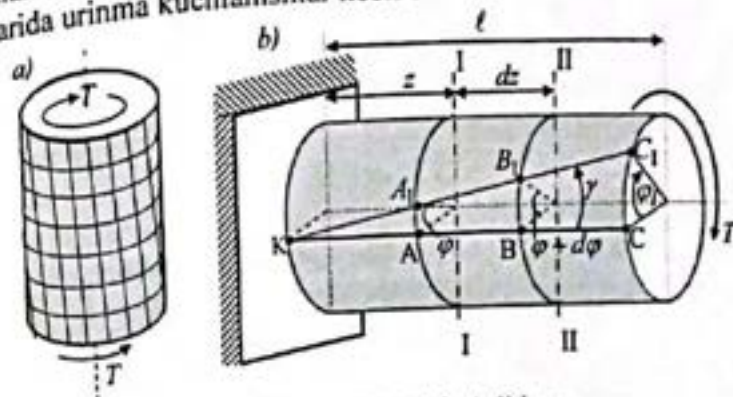
$d\varphi$ burchak II kesimining I kesimga nisbatan og'ish burchagi, ya'ni dz oraliqdagi elementning buralish burchagidir.

Umuman, istalgan kesimning og'ish burchagi shu kesim bilan mahkamlangan kesim orasidagi elementning buralish burchagiga tengdir.

Shunday qilib, brus uchidagi kesimning og'ish burchagi

tekshirilayotgan brusning buralish burchagiga tengdir.

Demak, buralish deformatsiyasi, brusning yonma-yon turgan kesimlarining bir-biriga nisbatan siljishidan iborat ekan, shu brus kesim yuzalarida urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi.

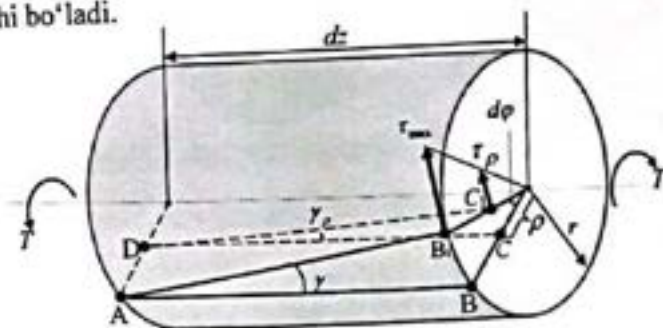


7.3-chizma. To'g'ri o'qli brus.

Endi buralgan brusdan I va II kesimlar bilan ajratilgan elementni tekshiramiz (7.4-chizma).

$$CC_1 = r \cdot d\varphi.$$

$\angle CAC_1 = \gamma$ burchak element II kesimning I kesimga nisbatan nisbiy siljishi bo'ladi.



7.4-chizma. Uzunligi bo'lgan ajratilgan element.

$$CC_1 = \gamma \cdot dz; \quad \gamma \cdot dz = r \cdot d\varphi; \quad \gamma = r \frac{d\varphi}{dz}.$$

brusning uzunlik birligiga to'g'ri keladigan siljish burchagidir.

$$\gamma = r\theta.$$

Bu formuladan ko'rinadiki, silindrik brusning buralishidan hosil bo'ladigan nisbiy siljish shu brus kesimi yuzasining radiusiga proporsionaldir.

Yuqoridagi xulosalarning a) bandiga binoan, bu elementning

ichidan ajratilgan ρ radiusli elementning nisbiy siljishi quyidagicha bo'ladi:

$$\gamma_\rho = \theta \cdot \rho.$$

Buralgan brusning ko'ndalang kesimlaridagi urinma kuchlanishlarni siljishdagi Guk qonunidan foydalanib aniqlaymiz. Kesim markazidan ρ masofadagi nuqtaning urinma kuchlanishi (7.4-chizma) quyidagicha topiladi:

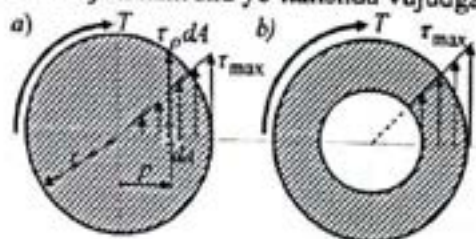
$$\tau_\rho = G \cdot \gamma_\rho = G \cdot \theta \cdot \rho, \quad (a)$$

bunga binoan urinma kuchlanish ρ ga to'g'ri proporsional bo'lar ekan. Demak, valning ko'ndalang kesimi bo'yicha urinma kuchlanish to'g'ri chiziqli qonuni bilan o'zgarar ekan (7.5-chizma).

Kesimdan ajratilgan elementar yuzacha (dA)ga to'g'ri keladigan zo'riqish kuchi quyidagicha bo'ladi:

$$\tau_\rho dA = G \cdot \theta \cdot \rho \cdot dA.$$

Bu elementar zo'riqish kuchlarining yo'nalishlari kesim radiusiga tik bo'ladi, chunki siljish ham shu yo'nalishda vujudga keladi.



7.5-chizma. Urinma kuchlanishning kesim bo'yicha o'zgarish qonuni.

Elementar zo'riqish kuchning brus o'qiga nisbatan olingan momenti quyidagicha bo'ladi:

$$dT = G \cdot \theta \cdot \rho^2 dA.$$

Brus buralganda deformatsiyadan keyingi muvozanat holati uchun ko'ndalang kesimi yuzasida to'plangan bu elementar zo'riqish kuchlari momentlarining yig'indisi tashqi burovchi momentga teng bo'ladi:

$$T = \int_A G \cdot \theta \cdot \rho^2 \cdot dA.$$

Bu formuladagi $G\theta$ o'zgarmas miqdorni integral tashqarisiga chiqarib va $\int_A \rho^2 \cdot dA$ integral kesim yuzasining qutb inersiya momenti ekanligini e'tiborga olsak, u quyidagi ko'rinishni oladi:

$$T = G \cdot \theta \cdot I_\rho.$$

Bundan brusning uzunlik birligiga to'g'ri kelgan buralish burchagi (θ)ni topamiz:

$$\theta = \frac{T}{GI_\rho}, \quad (7.2)$$

bunda GI_ρ buralgan brusning bikirligini ifodalaydi, uning val materialining fizik xossasi va ko'ndalang kesim o'lchamlarining buralish deformatsiyasiga qanday ta'siri borligi quyidagicha topiladi:

$$\varphi = \theta l = \frac{Tl}{GI_\rho}. \quad (7.3)$$

Bundan ko'rinadiki, buralgan brusning to'la buralish burchagi burovchi moment bilan brus uzunligiga to'g'ri proporsional va bikirligiga teskari proporsionaldir.

(7.3) formuladan to'la buralish burchagining qiymati radian hisobida chiqadi, uni gradusga aylantirish uchun $\frac{180^\circ}{\pi}$ ga ko'paytirish kerak:

$$\varphi^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \frac{Tl}{GI_\rho}. \quad (7.4)$$

Urinma kuchlanishni topish uchun (a) formulaga θ ning qiymatini (7.2) formuladan qo'yamiz:

$$\tau_\rho = \frac{T}{I_\rho} \rho. \quad (7.5)$$

Bu formuladan ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi urinma kuchlanish topiladi.

Maksimal urinma kuchlanish brus ko'ndalang kesimining chetki nuqtalarida hosil bo'ladi:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{I_\rho} r = \frac{T}{I_\rho / r}. \quad (7.6)$$

Kuchlanish diagrammasi (7.5-chizmada ko'rsatilgan).

Ushbu (7.6) formulaning maxrajidagi kasrni W_ρ bilan belgilaymiz va u brus ko'ndalang kesimi yuzasining qutb qarshilik momenti deyiladi:

$$W_\rho = \frac{I_\rho}{r}. \quad (7.7)$$

Ushbu (7.7) formuladan ko'rinadiki, tekis kesim yuzalarning qutb qarshilik momentlari uzunlik o'lchovining uchinchi darajasi bilan o'lchanar ekan va kesim yuzasining qutb qarshilik momenti deb ataladi.

(7.7) formulani hisobga olib, (7.6) formulani quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\rho}} \quad (7.8)$$

Silindrik sterjenlarning buralish nazariyasida (7.3) va (7.8) formulalar muhim ahamiyatga egadir.

7.4-§. Valni mustahkamlikka va bikirlikka hisoblash

Buralishning mustahkamlik sharti shundan iboratki, maksimal urinma kuchlanish ($\tau_{\max}$) tegishli ruxsat etilgan kuchlanishdan oshmasligi kerak:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_{\rho}} \leq \tau_{adm} \quad (7.9)$$

Bunda $T_{\max}$ valning eng xavfli kesimiga tegishli burovchi momentdir. Uni biz burovchi moment epyurasidan topamiz.

Bu tenglama ham cho'zilish va siqilishdagi yoki siljishdagi mustahkamlik shartlariga juda o'xshashdir, biroq kuch o'rniga moment, kesim yuzi o'rniga esa kesim yuzining qarshilik momenti olingan. Bu formulani faqat silindrik bruslar uchun tatbiq qilish mumkin.

Bu tenglama yordamida cho'zilish yoki siqilishdagi mustahkamlik shartidagi kabi uch xil masalani yechish mumkin. Ulardan eng muhimi vallarning diametrini topishdir. Buning uchun (7.9) formuladan kesim yuzasining qarshilik momenti W_{ρ} qiymatini topamiz:

$$W_{\rho} \geq \frac{T_{\max}}{\tau_{adm}} \quad (7.10)$$

Bunga (7.8) dan W_{ρ} ni qiymatini qo'ysak,

$$\frac{\pi d^3}{16} \geq \frac{T_{\max}}{\tau_{adm}}; \text{ bundan } d \geq \sqrt[3]{\frac{16 T_{\max}}{\pi \tau_{adm}}} = 1,72 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{\max}}{\tau_{adm}}} \quad (7.11)$$

kelib chiqadi.

Agar $T_{\max}$ ning o'rniga uning quvvat orqali ifodalangan ifodasini qo'ysak:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{71620 \cdot N \cdot 16}{\pi \cdot \tau_{adm} \cdot n}} = 72 \cdot \sqrt[3]{\frac{N}{\tau_{adm} \cdot n}} \quad (7.12)$$

Ko'ndalang kesimi halqasimon vallar uchun qarshilik momenti quyidagicha ifodlanadi:

$$W_{\rho} = \frac{\pi D^3}{16} (1 - c^4).$$

bundan:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 T_{\max}}{\pi (1 - c^4) \tau_{adm}}} = 1,72 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{\max}}{(1 - c^4) \tau_{adm}}} \text{ yoki } D \geq 72 \cdot \sqrt[3]{\frac{N}{n(1 - c^4) \tau_{adm}}} \quad (7.13)$$

bo'ladi.

Bunda N quvvat (ot kuchida olinadi);
 n valning bir minutga aylanishlar soni.

(7.11) va (7.13) formulalardan ko'rinadiki, quvvat o'zgartirilmagan holda valning aylanishlar soni oshirilsa, val diametri kichrayishi mumkin.

Siljish uchun ruxsat etilgan kuchlanish $\tau_{adm} = (0,5 - 0,6) \sigma_{adm}$ formula yordamida olinadi. Bunda valga yuklar statik ravishda qo'yilgan deb qaraladi.

Biz yuqorida buralgan brusning ko'ndalang va bo'ylama kesimlarida faqat urinma kuchlanishlar ta'sir qilishini qayd etib o'tgan edik (7.4- chizma).

Endi bunday bruslarning qiya kesimlarida qanday kuchlanishlar paydo bo'lishini tekshiramiz.

Buralgan silindrik bruslarning qiya yuzalarida urinma kuchlanishlardan tashqari, normal kuchlanishlar ta'sir qilishini ko'ramiz. Bu normal kuchlanishlar quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2} \left[(\sigma_z + \sigma_y) \pm \sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau_{zy}^2} \right]. \quad (7.14)$$

Bu bosh kuchlanish formulasi bo'lib, juda katta ahamiyatga ega.

Biz tekshirayotgan hol uchun $\sigma_z = \sigma_y = 0$ bo'ladi, binobarin $\sigma_1 = \sigma_{\max} = \tau$ va $\sigma_3 = -\sigma_{\min} = -\tau$ ga teng bo'ladi. Ulardan birinchisi cho'zuvchi va ikkinchisi esa siquvchi normal kuchlanishlardir. Bosh yuzalarni esa ushbu

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{zy}}{\sigma_z - \sigma_y}, \quad (7.15)$$

formula orqali topiladi.

Tajribalar shuni ko'rsatadiki, mo'rt materiallar, masalan, cho'yan brus o'qiga 45° burchak qiyaligidagi tekislik bo'yicha, ya'ni ancha katta cho'zuvchi kuchlanish ta'sir qilgan yuza bo'yicha yemiriladi.

Demak, brus buraladigan bo'lganda, uning o'qidan boshqa barcha nuqtalarida tekis kuchlanish holati, ya'ni sof siljish hosil bo'ladi. Buralishda bruslarning sirtidagi materiallari o'q oldidagi materiallarga

qaraganda katta kuchlanishga ega bo'ladi. Shu tufayli brus bir xilda kuchlanmaydi. Agar yupqa devorli bruslar buralsa, devorning barcha nuqtalarida bir xil kuchlanish hosil bo'ladi deb hisoblanadi. Bunga bo'ladi. Bunday trubalar sof siljish deformatsiyasini tekshirishda qo'l keladi, masalan siljishdagi oquvchanlik chegarasi (r_{oq}) ni topishda ishlatiladi.

Buralishga ishlovchi bruslar mustahkam bo'lishi bilan birgalikda bikir bo'lishi ham shart. Bikirlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\theta = \frac{T}{GI_p} \leq \theta_{adm} \quad (7.16)$$

Bunda θ_{adm} brusning birlik uzunligiga to'g'ri keluvchi ruxsat etilgan buralish burchagi.

Masalalar:

7.1-masala. 7.6-chizmada berilgan val uchun quyidagilar aniqlansin:

1) noma'lum X burovchi momentning qanday qiymatida valning o'ng uchidagi kesimida buralish burchagi nolga teng bo'lishi;

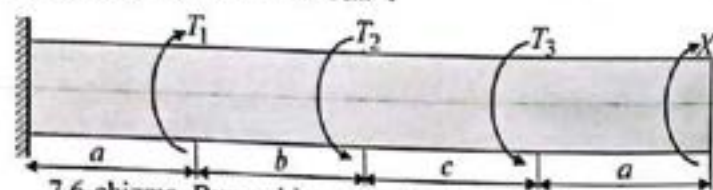
2) aniqlangan X miqdori bo'yicha burovchi momentlar epyurasi qurilsin;

3) berilgan r_{adm} ruxsat etilgan urinma kuchlanish qiymati bo'yicha valning diametri mustahkamlik shartidan aniqlansin va unga yaqin bo'lgan butun son bilan yaxlitlab olinsin (30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100);

4) buralish burchak epyuralari qurilsin;

5) eng katta nisbiy buralish burchagi aniqlansin (1 metr uzunlikka).

Berilganlar. $a = 1,4m$; $b = 1,6m$; $c = 1,2m$; $T_1 = 1,4kNm$; $T_2 = 1,6kNm$; $T_3 = 1,2kNm$; $r_{adm} = 70 MPa = 700 N/sm^2$.



7.6-chizma. Buruvchi momentlar bilan yuklangan val.

Yechish. 1) qaralayotgan masala bir marta statik aniqmas. Valning qistirib mahkamlangan tayanchidagi reaksiya kuchini aniqlash talab

qilinmaganligi uchun uni aniqlamaymiz. Valning erkin uchidagi oxirgi kesimidagi noma'lum X burovchi momentni aniqlaymiz. Masalaning sharti bo'yicha valning o'ng oxirgi uchidagi kesimning $\varphi_D = 0$ burilish burchagi nolga teng bo'lishi lozim, ya'ni masalaning shartidan. Kuchlarning mustaqillik prinsipi asosida quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\varphi_D = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi^X = 0.$$

$$\varphi_D = \frac{T_1 \cdot a}{GI_p} - \frac{T_2 \cdot (a+b)}{GI_p} - \frac{T_3 \cdot (a+b+c)}{GI_p} + \frac{X \cdot (2a+b+c)}{GI_p} = 0.$$

Bu tenglamadan noma'lum X burovchi moment topiladi:

$$X = \frac{(-T_1) \cdot a + T_2 \cdot (a+b) + T_3 \cdot (a+b+c)}{(2a+b+c)}$$

$$\frac{(-1,4) \cdot 1,4 + 1,6(1,4+1,6) + 1,2(2 \cdot 1,4 + 1,6 + 1,2)}{(2 \cdot 1,4 + 1,6 + 1,2)} = 1,40714 kNm$$

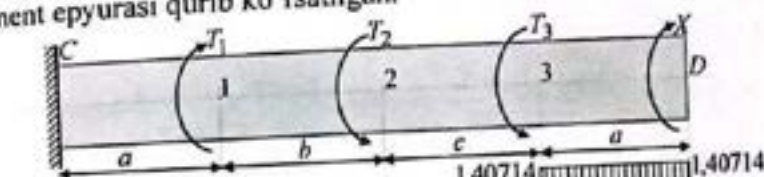
Valning har bir oralig'i uchun burovchi momentlar aniqlanadi:

$$T_{3-D} = -X = -1,40714 kNm; \quad T_{2-3} = -X + M_3 = -1,40714 + 1,2 = -0,20714 kNm;$$

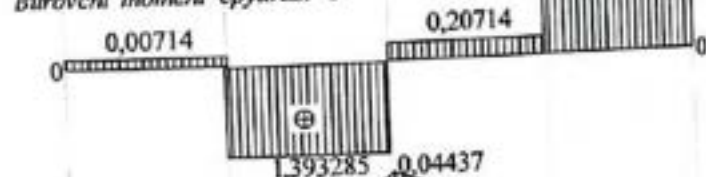
$$T_{1-2} = -X + T_3 + T_2 = -1,40714 + 1,2 + 1,6 = 1,39286 kNm;$$

$$T_{C-1} = -X + T_3 + T_2 - T_1 = -1,40714 + 1,2 + 1,6 - 1,4 = -0,00714 kNm.$$

2) aniqlangan bu qiymatlar bo'yicha 7.7-chizmada burovchi moment epyurasi qurib ko'rsatilgan.



Buruvchi moment epyurasi T



Buralish burchak epyurasi φ



7.7-chizma. Buruvchi moment va buralish burchak epyuralari.

3) valning mustahkamlik shartidan, uning diametri aniqlanadi.

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_p} \leq \tau_{adm}; \quad W_p \geq \frac{T_{\max}}{\tau_{adm}}$$

Doira shaklidagi kesim yuzasi qarshilik momenti taqriban $0,2d^3$ ga teng bo'lgani uchun mustahkamlik shartidan:

$$0,2d^3 \geq \frac{T_{\max}}{\tau_{adm}}; \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{T_{\max}}{0,2\tau_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{1,40714 \cdot 10^5}{2 \cdot 700}} = 4,650 \text{ sm} = 46,50 \text{ mm}.$$

Val diametrini $d = 50 \text{ mm}$ ga teng deb qabul qilimiz.

4) materiali po'latdan bo'lgan val uchun siljishdagi elastiklik moduli $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/sm}^2$ ga teng ekanligi tajribalarda aniqlangan.

Kesimning qutb inersiya momentini aniqlaymiz: $I_p = 0,1d^4 = 0,1 \cdot 62,5 \text{ sm}^4$ ga teng bo'ladi.

Har bir oraliqdagi xarakterli 0, 1, 2, 3, D kesimlar uchun valning buralish burchak qiymatlarini quyidagi formulalardan foydalanib aniqlaymiz:

Valning chap uchi buralish burchagi nolga teng ekanligi ma'lum $\varphi_0 = 0$.

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \varphi_{0-1} = 0 + \frac{T_{0-1} \cdot a}{G I_p} = \frac{(-0,00714 \cdot 10^5 \text{ Nsm}) \cdot (140) \text{ sm}}{(8 \cdot 10^6 \text{ N/sm}^2) \cdot 62,5 \text{ sm}^4} = -0,0002 \text{ rad}.$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_{1-2} = -0,0002 + \frac{T_{1-2} \cdot b}{G I_p} = -0,0002 + \frac{1,39286 \cdot 10^5 (160)}{(8 \cdot 10^6) \cdot 62,5} = 0,04437 \text{ rad}.$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_{2-3} = -0,04437 + \frac{T_{2-3} \cdot c}{G I_p} = -0,04437 - \frac{0,20714 \cdot 10^5 \cdot 120}{(8 \cdot 10^6) \cdot 62,5} = -0,0394 \text{ rad}.$$

$$\varphi_D = \varphi_3 + \varphi_{3-D} = \frac{T_{3-D} \cdot a}{G I_p} = -0,0394 + \frac{(-1,40714 \cdot 10^5 \text{ Nsm}) \cdot (140) \text{ sm}}{(8 \cdot 10^6 \text{ N/sm}^2) \cdot 62,5 \text{ sm}^4} = 0.$$

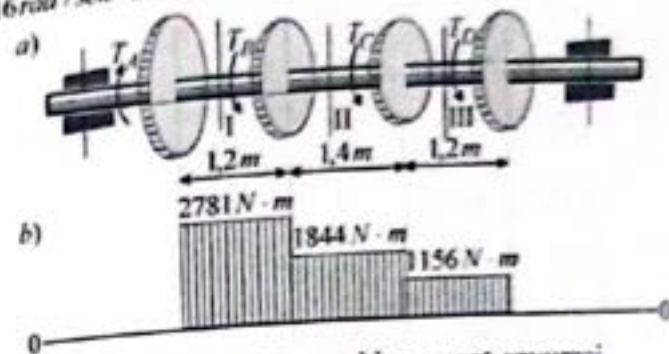
Buralish burchagining aniqlangan qiymatlari bo'yicha epyuralari 7.7-chizmada qurib ko'rsatilgan.

5. Valning eng katta nisbiy buralish burchagini aniqlaymiz:

$$\varphi_{\max} = \frac{T_{3-D} \cdot l_m}{G I_p} = \frac{1,40286 \cdot 10^5 \text{ Nsm} \cdot 100 \text{ sm}}{8 \cdot 10^6 \text{ N/sm}^2 \cdot 62,5 \text{ sm}^4} = 0,0271 \text{ rad}.$$

7.2-masala. Elektrodvigatel valiga o'rnatilgan shkivdan (7.8, a-chizmada ko'rsatilmagan) tasmali uzatma yordamida, transmissiya vali unga o'rnatilgan A shkivdan harakatga keltiriladi. O'z navbatida shu valga o'rnatilgan B, C va D shkivlar yordamida ish mashinalari harakatga keltiriladi (7.8-chizma). Ushbu shkivlar tegishli

$N_B = 15 \text{ kv}$, $N_C = 11 \text{ kv}$ va $N_D = 18,5 \text{ kv}$ quvvatlarni uzatadi. Transmissiya vali $\omega = 16 \text{ rad/sek}$ burchak tezlik bilan aylanadi.



7.8-chizma. Burovchi moment epyurasi.

Podshipniklarning ishqalanishini e'tiborga olmasdan burovchi moment epyurasi qurilsin.

Yechish. 1. Valning B shkividan tasmali uzatma yordamida ulangan mashina quvvatni talab qiladi, chunki mashina valiga uzatilishi lozim bo'lgan burovchi moment quyidagiga teng bo'lishi lozim:

$$T_B = \frac{N_B}{\omega} = \frac{15 \cdot 10^3}{16} = 937 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

C shkivdan uzatilishi lozim bo'lgan burovchi moment quyidagiga teng bo'lishi lozim:

$$T_C = \frac{N_C}{\omega} = \frac{11 \cdot 10^3}{16} = 688 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

D shkivdan uzatilishi lozim bo'lgan burovchi moment quyidagiga teng bo'lishi lozim:

$$T_D = \frac{N_D}{\omega} = \frac{18,5 \cdot 10^3}{16} = 1156 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Unda dvigatelning A shkiv orqali uzatiladigan burovchi momenti quyidagiga teng bo'ladi:

$$T_A = T_B + T_C + T_D = 937 + 688 + 1156 = 2781 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

2. Val uchta oraliqdan iborat bo'lib, bu oraliqlarning har birida hosil bo'lgan burovchi momentlarni kesish usulidan foydalanib aniqlaymiz.

Birinci AB ($0 \leq z_1 \leq 1,2 \text{ m}$) oraliqda burovchi momentni quyidagi formuladan aniqlaymiz: $\sum M = -T_A + T_B = 0$;

$$\sum M = -T_A + T_B = 0; \quad \text{bundan } T_B = T_A = 2781 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

Ikkinchi BC ($0 \leq z_2 \leq 1,4 \text{ m}$) oraliqda burovchi momentni quyidagi

formuladan aniqlaymiz:

$$\sum M = -T_A + T_B + T_{k2} = 0;$$

bundan $T_{k2} = T_A + T_B = 2781 - 937 = 1844 \text{ N} \cdot \text{m}$.

Uchinchi CD ($0 \leq z_2 \leq 1,2 \text{ m}$) oraliqda burovchi momentni quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$\sum M = -T_A + T_B + T_C + T_{k3} = 0;$$

bundan $T_{k3} = T_A + T_B + T_C = 2781 - 937 - 688 = 1156 \text{ N} \cdot \text{m}$.

3. Buruvchi moment epyurasini qurish uchun val o'qiga parallel ravishda sanoq, ya'ni nol chiziqni o'tkazamiz. Sanoq chizig'iga har bir oraliqda o'zgarimas o'z qiymatiga ega bo'lgan buruvchi momentlarni o'lchab qo'yib ularni bir-biri bilan tutashtirish natijasida 7.8, b) chizmada ko'rsatilgan epyurani hosil qilamiz. Buruvchi moment epyurasidan valning ko'p yuklangan oralig'i AB shakl oraliq'ini ko'rish mumkin.

7.3-masala. 7.9, a)-chizmada ko'rsatilgan, val uchun buruvchi moment, maksimal urinma kuchlanish, burilish burchak epyuralari qurilib, berilgan $\theta_{adm} = 0,25^\circ/\text{m} = \frac{0,25 \cdot \pi}{180}$; $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ ma'lumotlardan foydalanib val kesimi diametri va eng katta buralish burchak aniqlansin.

Yechish. 1. Val uchta oraliqdan iborat bo'lib, bu oraliqlarning har birida hosil bo'lgan buruvchi momentlarni kesish usulidan foydalanib aniqlaymiz.

Birinchi AB ($0 \leq z_1 \leq 0,5 \text{ m}$) oraliqda buruvchi momentni quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$T_I = -T_A = -0,6 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

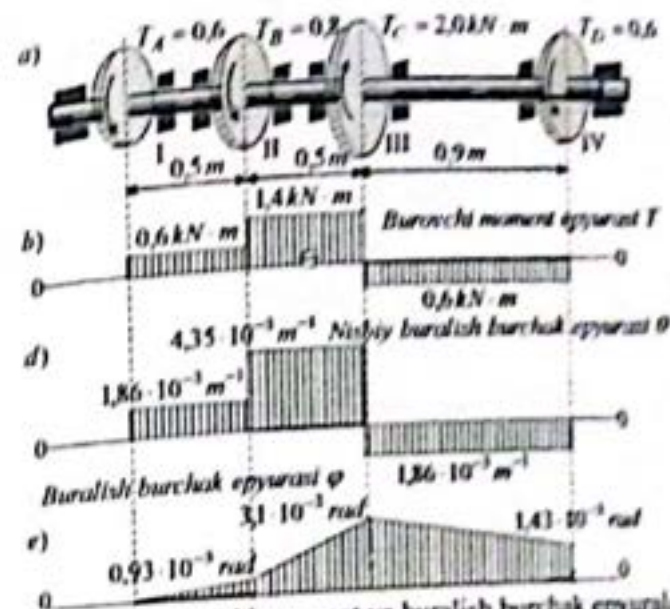
Ikkinchi BC ($0 \leq z_2 \leq 0,5 \text{ m}$) oraliqda buruvchi momentni quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$T_{II} = -T_A - T_B = -1,4 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Uchinchi CD ($0 \leq z_3 \leq 0,9 \text{ m}$) oraliqda buruvchi momentni quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$T_{III} = -T_A - T_B + T_C = 0,6 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Buruvchi moment epyuralarini quramiz (7.9, b)-chizma). Epyuradan ko'rinadiki, eng katta buruvchi moment $T_{max} = T_{II} = -1,4 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ga teng ekan.



7.9-chizma. Buruvchi moment va buralish burchak epyuralari.

2. Valning mustahkamlik (7.11) shartidan foydalanib, uning diametrini aniqlaymiz:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 T_{max}}{\pi \theta_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1,4 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 20}} = 0,07 \text{ m} = 7 \text{ mm}$$

3. Valning bikirlik shartidan foydalanib, uning diametrini aniqlaymiz:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 T_{max}}{G \theta_{adm}}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 1,4 \cdot 10^3 \cdot 180}{8 \cdot 10^4 \cdot [\pi]}} = 0,0796 \text{ m} = 8 \text{ mm}$$

Valning aniqlangan diametrlaridan eng kattasi $d = 8 \text{ mm}$ ni qabul qilamiz.

4. Valning oraliqlardagi nisbiy buralish burchaklarini aniqlaymiz:

$$\theta_I \geq \frac{T_I}{G I_p} = \frac{0,6 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi (8 \cdot 10^{-2})^4} = 1,86 \cdot 10^{-3};$$

$$\theta_{II} \geq \frac{T_{II}}{G I_p} = \frac{1,4 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi (8 \cdot 10^{-2})^4} = 4,35 \cdot 10^{-3};$$

$$\theta_{III} \geq \frac{T_{III}}{G I_p} = \frac{0,6 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot \pi (8 \cdot 10^{-2})^4} = 1,86 \cdot 10^{-3}$$

Hisob natijalari bo'yicha nisbiy buralish burchak epyuralarini

quramiz (7.9, b)-chizma).

A nuqtani qo'zg'almas deb barcha oraliqlar uchun buralish burchak φ epyuralarini quramiz (7.9, d)-chizma). Valning oraliqlari chegaralarida nisbiy buralish burchak $\theta = \text{const}$ bo'lgani uchun buralish burchak φ val uzunligi bo'ylab chiziqli qonun asosida o'zgaradi:

$$\varphi_{2-1} = -\theta_1 \ell_1 = 1,86 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5 \text{ rad} = -0,93 \cdot 10^{-3} \text{ rad};$$

$$\varphi_{3-1} = \varphi_{2-1} + \varphi_{3-2} = (-0,93 \cdot 10^{-3} - 2,18 \cdot 10^{-3}) = -4,35 \text{ rad};$$

$$\varphi_{4-1} = \varphi_{2-1} + \varphi_{3-2} + \varphi_{4-3} = (-0,93 - 2,18 + 1,67) \cdot 10^{-3} = -1,43 \cdot 10^{-3} \text{ rad}.$$

7.4-masala. Doiraviy kesimli to'g'ri o'qli brus uzunligi bo'yicha o'zgaras bo'lgan $T = 3 \text{ kNm}$ ta'siridan buraladi. $r_{adm} = 45 \text{ MPa}$, $\varphi'_{adm} = 0,25 \text{ grad/m}$, $G = 0,8 \cdot 10^3 \text{ MPa}$ ga teng deb qabul qilib, ko'ndalang kesimi diametri mustahkamlik va bikirlik shartlaridan aniqlansin.

Eslatma: $\varphi'_{adm} = 0,25 \text{ grad/m} = 0,25\pi/180 = 0,437 \text{ rad/sm}$.

Javob $D = 97 \text{ mm}$.

7.5-masala. Burchak $\omega = 12 \text{ rad/sek}$ tezlik bilan aylanib, $N = 100 \text{ kv}$ quvvat uzatuvchi doiraviy val ko'ndalang kesimi diametri mustahkamlik va bikirlik shartlaridan aniqlansin. Berilganlar: $r_{adm} = 40 \text{ N/mm}^2$; $\theta_{adm} = 0,009 \text{ grad/m}$; $G = 8 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$.

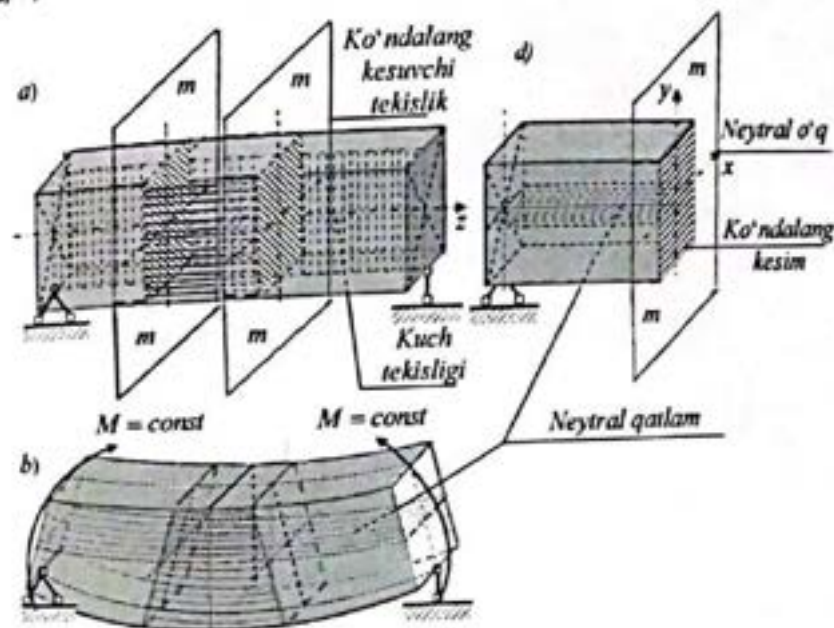
Nazorat savollari va topshiriqlar:

1. Val deb qanday konstruktsiya elementiga aytiladi?
2. Burovchi moment bilan val uzatadigan quvvat ot kuchi va aylanishlar soni orasida qanday bog'lanish bor?
3. Burovchi moment bilan val uzatadigan quvvat (kVt) va aylanishlar soni orasida qanday bog'lanish mavjud?
4. Brus ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan burrovchi moment qanday usuldan foydalanib aniqlanadi?
5. Brusning buralishida ko'ndalang kesimida qanday zo'riqish kuchlari hosil bo'ladi?
6. Burovchi moment epyurasi deb nimaga aytiladi?
7. Silindrik valning buralish burchagi deb nimaga aytiladi?
8. Buralishda valning qutb qarshilik momenti qanday aniqlanadi?
9. Ko'ndalang kesimi doira shaklida brusning nisbiy buralish burchak ifodasini yozing va uni izohlab bering.
10. Buralishda silindrik bruslarning mustahkamlik sharti qanday ifodalanadi va uni izohlab bering.

VIII BOB. TO'G'RI BRUSNING TEKIS EGILISHI

8.1-§. To'sinlarning egilishi haqida umumiy mulohazalar

To'g'ri o'qli bruslarning markaziy cho'zilishi, siqilishi va buralishida dastlabki to'g'ri o'qi deformatsiyadan keyin ham to'g'riligicha qolishi materiallar qarshiligi fani cho'zilish (siqilish) va buralish boblaridan ma'lum. Bu deformatsiya turlaridan farqli ravishda, bruslar egilganda ko'ndalang kesim og'irlik markazlarini tutashtiruvchi to'g'ri o'q ustida yotgan barcha nuqtalar shu o'qqa vertikal yo'nalish bo'yicha ko'chadi va ko'ndalang kesimlar bir-biriga nisbatan ma'lum bir burchakka og'adi, natijada to'g'ri chiziqli o'q egri chiziqqa o'tadi (8.1, a, b)-chizma).



8.1-chizma. Tashqi kuchlar ta'sirida to'sinning egilishi.

Egilgan to'sinning siqilgan va cho'zilgan tolalari orasida shunday bir qatlam borki, bu qatlamdagi tolalar egilganda uzunligini o'zgartirmaydi. Bunday qatlam *neytral qatlam* deb yuritiladi (8.1, b-chizma). Neytral qatlam bilan to'sin ko'ndalang kesim tekisligining kesishgan chizig'iga *neytral o'q* deb ataladi. Shuning uchun ham

egilishni o'rganish murakkab masalalardan biridir. Egilish, brus ko'ndalang kesimlarida eguvchi momentning hosil bo'lishi bilan bog'liq. Egilishga qarshilik ko'rsatuvchi bruslar *to'sinlar* deb ataladi.

Tashqi yuklarning qo'yilish va to'sinlarning tayanchlarga mahkamlanish usullari bo'yicha egilish quyidagi turlarga bo'linadi:

- *tekis ko'ndalang egilish* deb, to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning simmetriya tekisligida yotgan tashqi yuklar ta'siridan egilishiga aytiladi;

- *sof egilish* deb, to'sinning ko'ndalang kesimlarida ichki zo'riqish kuch omili ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan va faqat o'zgarmas miqdorli eguvchi moment hosil bo'lgan egilishiga aytiladi.

- *qiyshiq egilish* deb, to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'sirida egilishiga aytiladi;

- *qiyshiq sof egilish* deb, to'sinning o'qiga tik yo'nalgan va uning birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'siridan barcha ko'ndalang kesimlarida faqat o'zgarmas miqdorli eguvchi moment hosil bo'lgan egilishiga aytiladi.

Ushbu bobda qaratilgan to'sinlarni egilish masalalari quyidagi shartlarni qanoatlantirishi lozim:

1. ko'ndalang kesimlari hech bo'lmaganda bitta simmetriya o'qiga ega bo'lishi lozim (8.2-chizma);

2. barcha tashqi kuchlar simmetriya tekisligida yotishi lozim.



8.2-chizma. To'sin ko'ndalang kesim yuzalari.

8.2-§. To'sin va tayanch turlari

Amalda berilgan yuklar o'zaro muvozanatda bo'lmaydi. Bu yuklar ta'sirida bo'lgan konstruksiyalar qo'zg'almasligi, uni asos bilan tutashtiruvchi tayanchlar mavjudligi evaziga ta'minlanadi. To'sinlar tashqi yuklarni qabul qilib, ular ta'sirini asosga uzatishi uchun tayanch bog'lanishlar bilan birlashgan bo'lishi lozim. Nazariy mexanikadan ma'lumki, tekislikda har qanday sistema uchta erkinlik darajasiga ega.

Shuning uchun ham to'sinlarning geometrik o'zgarmasligini ta'minlash maqsadida uchta tayanch bog'lanishlar qo'yilishi lozim. Tayanchlar uch turga bo'linadi 8.1-jadval:

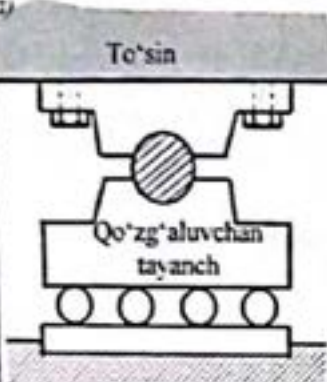
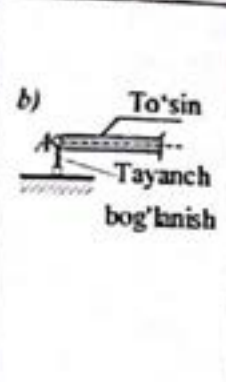
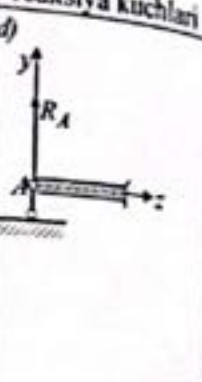
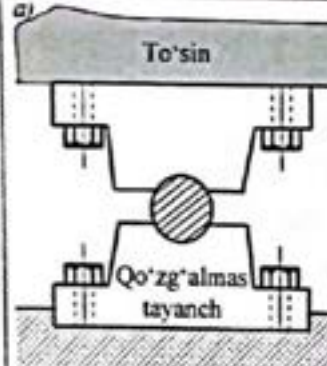
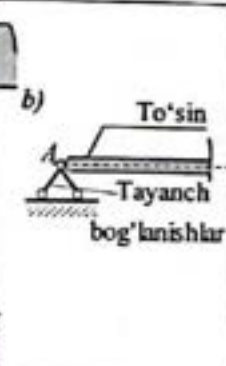
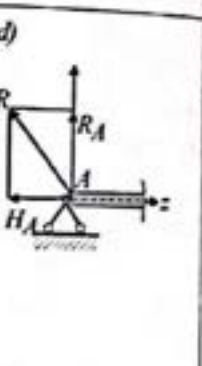
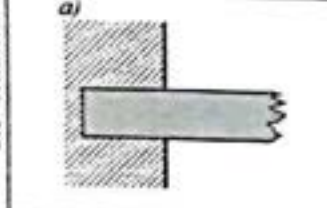
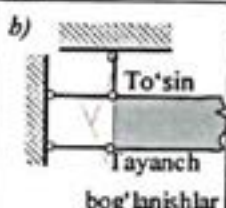
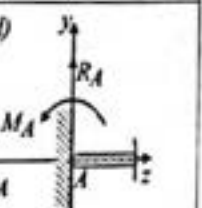
1. *Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch* (8.3, a)-chizma). Bunday tayanch, to'sinning tayanch ustidagi uchining tayanch bog'lanishiga perpendikulyar bo'yicha ko'chishiga va ko'ndalang kesimning sharnir atrofida aylanishiga imkon beradi, lekin tayanch bog'lanishi bo'yicha ko'chishiga yo'l qo'ymaydi. Sharnirli qo'zg'aluvchan tayanch sxema tasviri 8.3, b)-chizmada va tayanch R_A reaksiya kuchi tayanch bog'lanishi bo'ylab, ya'ni asosga perpendikulyar yo'naladi 8.3, d)-chizmada ko'rsatilgan.

2. *Sharnirli qo'zg'almas tayanch* (8.4, a)-chizma). Bunday tayanch, to'sinning tayanch ustidagi ko'ndalang kesimning sharnir atrofida aylanishiga imkon beradi, lekin to'sin uchining chiziqli ko'chishlariga aylanishiga imkon beradi, lekin to'sin uchining chiziqli ko'chishlariga yo'l qo'ymaydi. Sharnirli qo'zg'almas tayanch sxema tasviri 8.4, b)-chizmada va tayanch R reaksiyasini vertikal R_A va gorizontal H_A tashkil etuvchi tayanch reaksiya kuchlariga ajratish mumkin 8.4, d)-chizmada ko'rsatilgan.

3. *Qistirib mahkamlangan tayanch* (8.5, a)-chizma). Bunday tayanchda, qistirilgan uchining chiziqli ko'chishlariga va qistirilgan ko'ndalang kesimning aylanishiga yo'l qo'ymaydi. Qistirib mahkamlangan tayanch sxema tasviri 8.5, b)-chizmada ko'rsatilgan.

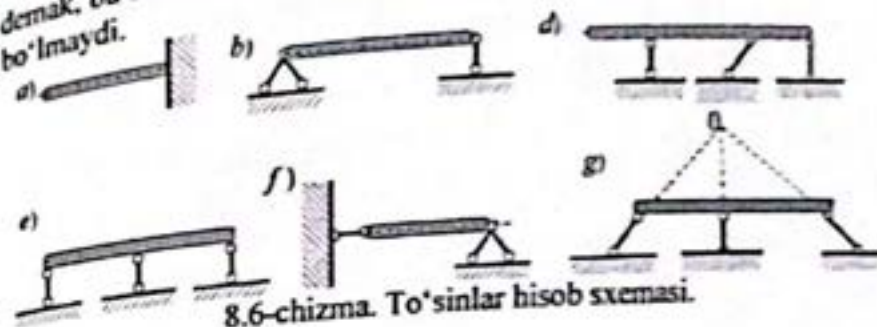
Qistirib mahkamlangan A tayanchda vertikal chiziqli ko'chishga qarshilik ko'rsatuvchi vertikal R_A , gorizontal chiziqli ko'chishga qarshilik ko'rsatuvchi gorizontal H_A tayanch reaksiya kuchlari va ko'ndalang kesimning aylanishiga qarshilik ko'rsatuvchi reaktiv moment M_A hosil bo'ladi 8.5, d)-chizmada ko'rsatilgan.

Yuqorida keltirilgan tayanch sxema tasvir chizmalardan ko'rinadiki, to'sin geometrik o'zgarmas bo'lishi uchun, uning tayanch reaksiya kuchlari tashkil etuvchilari soni nechta bo'lsa, tayanch bog'lanishlar soni ham shuncha bo'lishi shart.

№	Tayanchlar turlari	Tayanchlar sxemasi	8.1-jadval Tayanchlar reaksiya kuchlari
8.3-chizma. Sharnirli			
8.4-chizma. Sharnirli			
8.5-chizma.			

Bunga bitta qistirib mahkamlash bilan (8.6, a)-chizma, konsol) yoki bitta sharnirli qo'zg'almas va sharnirli qo'zg'aluvchi tayanch bilan (8.6, b)-chizma, oddiy to'sin) yoki reaksiyalar yo'nalishlari bitta nuqtada kesishmaydigan uchta sharnirli qo'zg'aluvchi tayanchlar bilan (8.6, d)-chizma) erishish mumkin. 8.6, e)-chizmada ko'rsatilgan sistema uchta tayanch bog'lanishlari bir-biriga parallel bo'lganda to'sin o'z yo'nalishi bo'yicha ko'chishi mumkin, 8.6, f)-, g)-chizmada ko'rsatilgan tizimlarning uchala tayanch bog'lanishlari bitta (misol uchun o) nuqtada kesishsa, to'sin shu nuqta atrofida aylanishga ega bo'lishi mumkin.

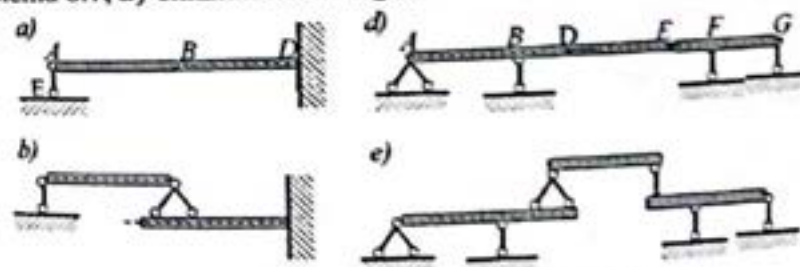
demak, bu tizimlar geometrik o'zgaruvchi tizimlardir. Bunga yo'l qo'yib bo'lmaydi.



8.6-chizma. To'sinlar hisob sxemasi.

To'sin bitta tekislikda yotgan tashqi kuchlar ta'sirida bo'lgani uchun, uni shu tekislikda tayanch bog'lanishlari bilan mahkamlash zarur. To'sinlar bitta tekislikda qo'zg'almas bo'lishini ta'minlash uchun tayanch bog'lanishlar soni uchtaga teng bo'lishi shart.

Bir nechta to'sinlarni sharnirlar vositasida tutashtirish natijasida geometrik o'zgarmas tizimlar (8.7, a)-chizma) hosil qilish mumkin. Misol uchun 8.7, a)-chizmada ikkita (AB va BD) to'sindan tashkil topgan va har biriga uchta tayanch bog'lanish qo'yilgan to'sin keltirilgan. AB to'singa A nuqtasining ko'chishiga qarshilik ko'rsatuvchi AE tayanch bog'lanish va B sharniriga, uning vertikal hamda gorizontall ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi ikkita tayanch bog'lanish qo'yiladi (8.7, b)-chizma). Uchta (AD, DE va EG) to'sinni sharnirlar vositasida tutashtirishdan tashkil topgan geometrik o'zgarmas sistema 8.7, d)-chizmada keltirilgan.



8.7-chizma. Ko'p oraliqli sharnirli to'sinlar.

Har bir to'singa uchta tayanch bog'lanish qo'yilgan. Masalani D sharnir DE to'sin ustiga vertikal va gorizontall ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi ikkita tayanch bog'lanishni, E sharnir esa to'sin ustiga vertikal ko'chishlariga qarshilik ko'rsatuvchi bitta tayanch bog'lanishni

qo'yadi (8.7, e)-chizma). Bunday to'sinlar ko'p oraliqli sharnirli to'sinlar deb ataladi.

Tayanch reaksiyalarini faqat statika muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo'lsa, bunday to'sinlar statik aniq to'sinlar deb ataladi.

Tayanch reaksiyalari soni statika muvozanat tenglamalari sonidan ortiq bo'lsa, bunday to'sinlarga statik aniqmas to'sinlar deb ataladi. Noma'lum reaksiyalar soni statika muvozanat tenglamalar sonidan nechta ortiq bo'lsa, to'sin shuncha marta statik aniqmas bo'ladi. Statik aniqmas to'sin masalasini yechish uchun statika muvozanat tenglamalariga qo'shimcha sifatida to'sin deformatsiyalanish shartidan tuziladigan tenglamalardan foydalaniladi.

8.3-§. Tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash

Berilgan tashqi kuchlar ta'siridagi to'sinni hisoblash uchun tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash talab etiladi. Nazariy mexanika fanidan ma'lumki, umumiy holda tekislikda statikaning muvozanat tenglamalari uch xil variantda ifodalanadi:

- birinchi variantda, statikaning muvozanat tenglamalari bir-biriga parallel bo'lmagan ikkita ixtiyoriy o'qlarga nisbatan barcha kuchlar proyeksiyalari algebraik yig'indisi va tekislikdagi istalgan 0 nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan algebraik momentlar yig'indisi nolga tengligi ko'rinishida ifodalanadi:

$$\sum Z = 0; \sum Y = 0; \sum \text{mom}_0 = 0; \quad (8.1)$$

- ikkinchi variantda, statikaning muvozanat tenglamalari ixtiyoriy o'qqa nisbatan barcha kuchlar proyeksiyalari algebraik yig'indisi va tekislikdagi istalgan ikkita nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi ko'rinishida ifodalanadi (Oz o'q AB to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lmisligi lozim):

$$\sum \text{mom}_A = 0; \sum \text{mom}_B = 0; \sum Z = 0; \quad (8.2)$$

- uchinchi variantda, statikaning muvozanat tenglamalari tekislikda bitta to'g'ri chiziqda yotmagan istalgan uchta nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi ko'rinishida ifodalanadi:

$$\sum m_A = 0; \sum m_B = 0; \sum m_D = 0; \quad (8.3)$$

To'sinlar tayanch reaksiyalarini topish soddaroq bo'lishi uchun statikaning muvozanat tenglamalarini shunday tuzish lozimki, tenglamalarning har biridagi noma'lumlar soni bittadan ortiq bo'lmasin.

Buning uchun ikkinchi variantdan foydalanish maqsadga muvofiqdir, Buning uchun ta'sir etayotgan barcha kuchlardan tayanch nuqtalariga ya'ni to'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlardan tayanch nuqtalariga nisbatan olingan moment tenglamalari tuziladi. Bu tenglamalardan R_A va R_B reaksiya kuchlari aniqlangandan keyin, quyidagi tenglamadan reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligi tekshirib ko'riladi:

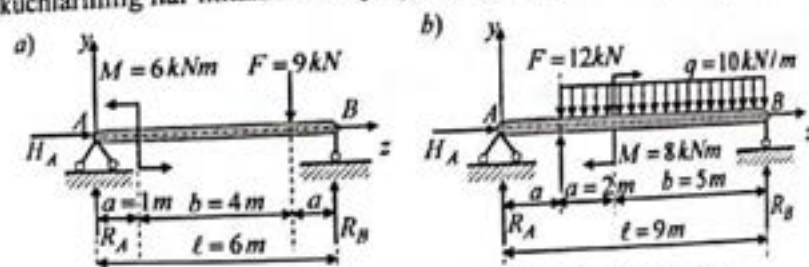
$$\sum Y = 0. \quad (8.4)$$

Demak, to'sin muvozanatda bo'lishi uchun unga vertikal ta'sir etayotgan barcha tashqi kuchlarning yig'indisi barcha vertikal reaksiya kuchlarning yig'indisiga teng bo'lishi lozim ekan.

8.1-masala. 8.8, a)-chizmada keltirilgan tashqi kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish. To'sin tayanchlarini tashlab yuborib, ularning ta'sirini reaksiya kuchlari R_A, R_B, H_A bilan almashtiramiz (8.8, a)-chizma). To'sinning B nuqtadagi qo'zg'aluvchi tayanchini vertikal R_B reaksiya kuchi bilan, A nuqtadagi qo'zg'almas tayanchini esa gorizontal H_A va vertikal R_A reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz.

Reaksiya kuchlar (to'sin o'qiga yoki to'sin o'qidani) yo'nalishlari ixtiyoriy olinadi, agar hisob natijalarida birorta reaksiya kuchi manfiy ishora bilan chiqsa, unda uning yo'nalishi qabul qilingan yo'nalishga nisbatan teskari tomonga o'zgartiriladi. Qaralayotgan masalada reaksiya kuchlarining har ikkalasi ham yuqoriga yo'nalgan deb qabul qilingan.



8.8-chizma. Tashqi kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin.

Reaksiya kuchlarini aniqlash uchun yuqorida keltirilgan formulalarning ikkinchi varianti (8.2)dan foydalanamiz.

To'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlarning gorizontal x o'qiga nisbatan proyeksiyalari algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi lozim (8.8, a)-chizma):

$$\sum Z = 0; H_A = 0.$$

Bundan ko'rinadiki, to'singa faqat vertikal kuchlar ta'sir etsa, gorizontall reaksiya kuchi nolga teng bo'lar ekan.

To'sinning R_A reaksiya kuchini aniqlash uchun B nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga tenglashtiriladi (8.8, a)-chizma):

$$\sum \text{mom}_B = 0; R_A \cdot l - F \cdot (a) - M = 0;$$

$$R_A = F(a)/l + M/l = 9 \cdot 1/6 + 6/6 = 2,5 \text{ kN}.$$

Shuningdek, B nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga tenglanib, R_B reaksiya kuchi aniqlanadi:

$$\sum \text{mom}_A = 0; -R_B \cdot l + F \cdot (a+b) - M = 0;$$

$$R_B = F(a+b)/l - M/l = 9 \cdot 5/6 - 6/6 = 6,5 \text{ kN}.$$

Hisob natijalaridan ko'rinadiki, aniqlangan har ikkala reaksiya kuchlari ishorasi musbat, bu reaksiya kuchlarining yo'nalishi to'g'ri tanlanganligini ko'rsatadi.

Reaksiya kuchlarning to'g'ri aniqlanganligini tekshirish uchun barcha kuchlarning vertikal o'qqa proyeksiyalari algebraik yig'indisi nolga tenglanadi:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = 0; 2,5 - 9 + 6,5 = 0; 0 = 0.$$

Tuzilgan muvozanat tenglamasini qanoatlantiradi. Demak, bu reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini ko'rsatadi.

Qilingan hisoblash natijalaridan shuni xulosa qilib aytish mumkin: agar tashqi juft kuch $M = 0$ bo'lsa, vertikal F kuch to'sin uzunligining $l/2$ o'rtasiga qo'yilgan bo'lsa, gorizontall reaksiya kuchi $H_A = 0$ ga va vertikal reaksiya kuchlari bir-biri $R_A = R_B = F/2$ ga teng bo'lar ekan.

8.2-masala. Ko'rib chiqilgan to'sin masalasini biroz murakkablashtirib 8.8, b)-chizmadagi to'sin reaksiya kuchlarini aniqlaymiz.

Yechish. To'sinning B nuqtadagi qo'zg'aluvchi tayanchini vertikal R_B reaksiya kuchi bilan, A nuqtadagi qo'zg'almas tayanchini esa gorizontall H_A va vertikal R_A reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz (8.8, b)-chizma).

To'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlarning gorizontall : o'qiga nisbatan proyeksiyalari algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi lozim:

$$\sum Z = 0; H_A = 0.$$

Demak, bundan ko'rinadiki, agar to'singa faqat vertikal kuchlar ta'sir etsa, gorizontall reaksiya kuchi nolga teng bo'lar ekan.

To'sinning R_A reaksiya kuchini aniqlash uchun B nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisini nolga tenglashtiramiz:

$$\sum \text{mom}_B = 0; R_A \cdot (2a+b) + F \cdot (a+b) + M - q \cdot (a+b) \cdot (a+b)/2 = 0.$$

Bundan:

$$R_A = \frac{-F \cdot (a+b) - M + q \cdot (a+b) \cdot (a+b)/2}{(2a+b)} = \frac{-12 \cdot 7 - 8 + 10 \cdot 7 \cdot 3,5}{9} = 17 \text{ kN}.$$

Bunda $q \cdot (a+b)$ to'sin uzunligi $(a+b)$ bo'yicha tekis tarqalgan intensivligi q bo'lgan yukning teng ta'sir etuvchisi bo'lib, yukning tekis tarqalgan uzunligi $o'rtasi (a+b)/2$ ga qo'yilgan deb qarash lozim. Shuningdek, A nuqtaga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlar algebraik yig'indisi nolga tenglanib, R_B reaksiya kuchi aniqlanadi:

$$\sum \text{mom}_A = 0; -R_B \cdot (2a+b) - F \cdot (a) + M + q \cdot (a+b) \cdot [a + (a+b)/2] = 0.$$

Bundan:

$$R_B = \frac{-F(a) + M + q(a+b) \cdot [a + (a+b)/2]}{(2a+b)} = \frac{-12 \cdot 2 + 8 + 10 \cdot 7 \cdot 5,5}{9} = 4 \text{ kN}.$$

Reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish uchun barcha kuchlarning vertikal o'qqa proyeksiyalari algebraik yig'indisi nolga tenglashtiriladi, ya'ni quyidagi muvozanat tenglamani tuzamiz:

$$\sum Y = R_A + F - q \cdot (a+b) + R_B = 0;$$

$$17 + 12 - 70 + 41 = 0;$$

$$0 = 0.$$

Muvozanat tenglamasining ikkala (chap va o'ng) tomonlari nolga teng. Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

8.4-§. To'sin egilishidagi ichki kuchlar

Qaralayotgan to'sinlar uchun reaksiya kuchlari aniqlangandan keyin ixtiyoriy kesimda hosil bo'lgan ichki kuchlarning (zo'riqish kuchlarining) teng ta'sir etuvchilari kesish usulidan foydalanib aniqlanadi. Bu usul bilan ichki kuch omillarini aniqlash uchun to'sin fikran bo'ylama o'qiga perpendikulyar bo'lgan birorta S_v tekislik bilan kesib (chap va o'ng) ikki qismga ajratiladi va bu qismlardan birining (chap yoki o'ng) muvozanati tekshiriladi.

8.9, a)-chizma ikkita vertikal F_1, F_2 kuchlar bilan yuklangan to'sin keltirilgan 8.9, b)-chizmada esa kesish usulidan foydalanib, ikki qismga ajratilgan to'sinning chap qismi muvozanat holati keltirilgan. Bunda tashlab yuborilgan o'ng qism ta'siri bir bosh vektor R va M

zo'riqlash bilan almashtirilgan. Bosh vektor R bo'ylama H , va ko'ndalang kuch Q , bilan almashtiriladi (8.9, b)-chizmada kuch o'q millari musbat yo'nalishlari keltirilgan). Bo'ylama kuch cho'zuvchi bo'lsa, ishorasini musbat deb qabul qilamiz, aks holda manfiydir.

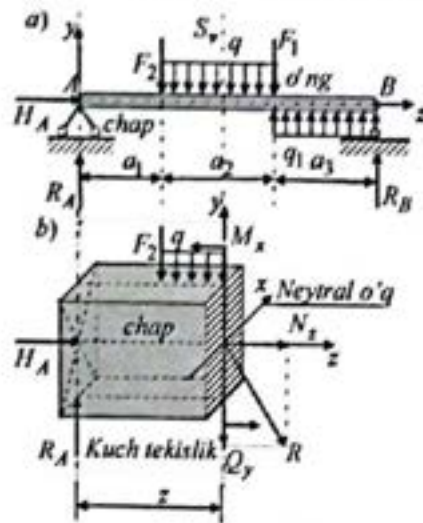
Ko'ndalang kuchi qaralayotgan qismni soat millari harakat yo'nalishi bo'yicha aylantirishga intilsa (chap qismida tashqi kuch pastdan yuqoriga, o'ng qismida esa yuqoridan pastga yo'nalgan bo'lsa), uning ishorasini musbat deb qabul qilamiz, aks holda manfiydir (8.9, d)-chizma). To'singa qo'yilgan kuchlardan hosil bo'lgan eguvchi moment to'sin pastki tolalarini cho'zib, yuqorigi tolalarini siqsa, uning ishorasini musbat deb qabul qilamiz, aks holda manfiydir (8.9, e)-chizma).

To'sin ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan ichki kuchlarni aniqlash uchun undan kesib olib qolingan chap (o'ng) qismining muvozanatini tekshiramiz (8.9, b)-chizma).

To'sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo'ladigan ichki kuchlarni aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalarini qaralayotgan qism uchun tuzamiz:

$$1. \sum m_{om_0} = 0, R_A z - F_2(z - a_1) - q \frac{(z - a_1)^2}{2} - M_x = 0;$$

$$M_x = R_A z - F_2(z - a_1) - q \frac{(z - a_1)^2}{2}.$$



8.9-chizma. Muvozanatdagi oddiy to'sin.

$$2. \sum y = 0, R_A - F_2 - q(z - a_1) - Q_y = 0; Q_y = R_A - F_2 - q(z - a_1)$$

$$\sum Z = 0, -H_A - H_1 = 0.$$

3. Bundan:

$$H_1 = H = -H_A$$

Demak, bular asosida quyidagi qoidalarini qabul qilish mumkin:

To'sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo'ladigan eguvchi moment, shu kesimdan chap tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan shu kesimdan o'tuvchi neytral o'qqa nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisiga teng bo'ladi. Yoki shu kesimdan o'ng tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan shu kesimdan o'tuvchi neytral o'qqa nisbatan teskari ishorasi bilan olingan momentlarning algebraik yig'indisiga teng bo'ladi:

$$M_x = \sum_{chap} m_{om_x} F_i = - \sum_{o'ng} m_{om_x} F_i \quad (8.5)$$

To'sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo'lgan ko'ndalang kuch, shu kesimdan chap tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan to'sin o'qiga tik o'qqa nisbatan olingan proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng bo'ladi. Yoki shu kesimdan o'ng tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan to'sin o'qiga tik o'qqa nisbatan teskari ishorasi bilan olingan proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng bo'ladi:

$$Q_y = \sum_{chap} F_i = - \sum_{o'ng} F_i \quad (8.6)$$

To'sinning ixtiyoriy kesimida hosil bo'lgan bo'ylama kuch, shu kesimdan chap tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan to'sin o'qiga nisbatan olingan proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng bo'ladi. Yoki shu kesimdan o'ng tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlardan to'sin o'qiga nisbatan teskari ishorasi bilan olingan proyeksiyalarining algebraik yig'indisiga teng bo'ladi:

$$N_z = \sum_{chap} F_i = - \sum_{o'ng} F_i \quad (8.7)$$

8.5-§. Eguvchi moment M_x , ko'ndalang kuch Q_y va yoyilgan kuch intensivligi q orasidagi differensial bog'lanishlar

Eguvchi moment M_x , ko'ndalang kuch Q_y va yoyilgan kuch intensivligi q orasidagi differensial bog'lanishni aniqlash uchun 8.10, a)-chizmada keltirilgan to'sinning yoyilgan kuch qo'yilgan oralig'idan z va $z + \Delta z$ tekisliklari bilan uzunligi Δz bo'lgan birorta cheksiz kichik

elementni fikran ajratib olamiz (8.10, b)-chizma). Ajratib olingan elementning dz uzunligiga ta'sir etayotgan yoyilgan kuchni $q(z) = q = \text{const}$ tekis taqsimlangan deb olish mumkin. To'sindan kesib olingan cheksiz kichik elementning chap va o'ng tomonlaridagi qismlarning ta'sirini ichki zo'riqishlar bilan almashtiramiz (8.10, b)-chizma). Bu element uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz.

Ajratib olingan cheksiz kichik element muvozanat holatda bo'lishi uchun unga ta'sir etayotgan barcha kuchlarning to'sin o'qiga tik o'qqa nisbatan olingan proyeksiyalarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi shart, ya'ni:

$$\sum Y = Q_y + qdz - (Q_y + dQ_y) = 0.$$

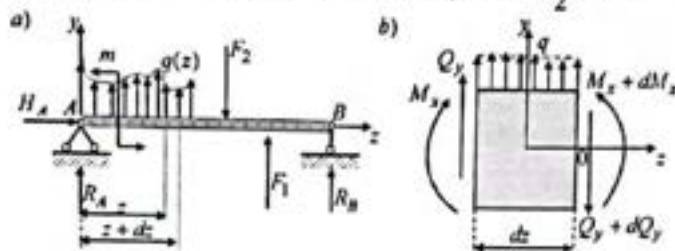
Bu tenglamadan quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\frac{dQ_y}{dz} = q. \quad (8.8)$$

Demak, bundan ko'rinadiki, ko'ndalang kuchdan abssissa o'qi z bo'yicha olingan birinchi hosila tekis taqsimlangan kuch intensivligiga teng bo'lar ekan. Bu tenglik Juravskiyning birinchi teoremasi deb ham yuritiladi.

Ajratib olingan cheksiz kichik element muvozanat holatda bo'lishi uchun unga ta'sir etayotgan barcha kuchlarning o'ng kesim og'irlik markazi O ga nisbatan olingan momentlarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi shart, ya'ni:

$$\sum \text{mom}_O = 0; \quad M_x - (M_x + dM_x) + Q_y dz + qdz \frac{1}{2} dz = 0.$$



8.10-chizma. To'sindan ajratib olingan kichik element.

Bu tenglamadagi oxirgi hadi boshqa hadlarga nisbatan ikkinchi tartibli kichik qiymat bo'lgani uchun e'tiborga olmasa ham bo'ladi, unda quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$\frac{dM_x}{dz} = Q_y. \quad (8.9)$$

Demak, bundan ko'rinadiki, moment M_x dan abssissa o'qi z bo'yicha olingan birinchi hosila ko'ndalang kuchga teng bo'lar ekan. Bu tenglik Juravskiyning ikkinchi teoremasi deb ham yuritiladi. Bu ikki (8.8-8.9) formulalardan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{d^2 M_x}{dz^2} = \frac{dQ_y}{dz} = q. \quad (8.10)$$

Demak, eguvchi moment M_x dan abssissa o'qi z bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosila tekis taqsimlangan kuch intensivligiga teng.

8.6-§. Ichki kuchlarning epyuralarini qurish

Tashqi kuchlar ta'sirida bo'lgan to'sinni mustahkamlikka hisoblash uchun, uning uzunligi bo'yicha kesimlarida hosil bo'ladigan ichki kuchlarning o'zgarish qonunini bilish lozim. Ichki kuchlarning o'zgarish qonunini analitik bog'lanish ko'rinishida ifodalash yoki uni epyura deb ataluvchi maxsus grafik ko'rinishida tasvirlash ham mumkin.

Eguvchi momentning to'sin uzunligi bo'yicha o'zgarish qonunini tasvirlovchi grafik eguvchi moment epyurasi deb ataladi.

Ko'ndalang kuchning yoki bo'ylama kuchning to'sin uzunligi bo'yicha o'zgarish qonunini tasvirlovchi grafik ko'ndalang kuch yoki bo'ylama kuch epyurasi deb ataladi. Epyura ordinatalari tegishli kesimdagi eguvchi moment, ko'ndalang kuch yoki bo'ylama kuch qiymatlarini bildiradi.

Eguvchi moment, ko'ndalang kuch va bo'ylama kuchlarning epyuralarini qurishdan maqsad:

- 1) to'sin uzunligida hosil bo'lgan eng katta eguvchi moment, ko'ndalang kuch va bo'ylama kuchlar qiymatlarini xatosiz aniqlash;
- 2) eguvchi moment, ko'ndalang kuch va bo'ylama kuchlarni to'sin uzunligi bo'yicha o'zgarish qonunini tahlil qilish.

Eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qurishning asosan uch xil usuli mavjud bo'lib, ular quyidagilardir:

- 1) to'sin oraliqlarining xarakterli nuqtalari (kesimlari)dagi eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qiymatlari bo'yicha qurish;
- 2) eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini tenglamalari bo'yicha qurish;
- 3) ko'ndalang kuch epyurasi yuzasidan foydalanib eguvchi moment epyurasini qurish.

Eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qurishda Juravskiy teoremlaridan kelib chiqadigan xulosalar 8.7-8.8-§ larda keltirilgan.

8.7.8. Eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qurish qoidalar

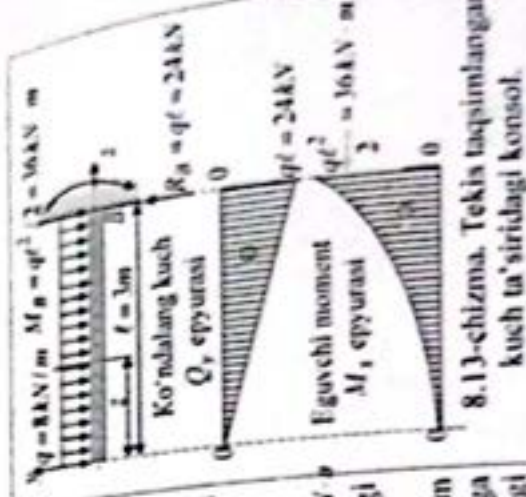
Qo'sha lar	Har bir oraliqdagi ko'ndalang kuch va eguvchi moment alqovchilari	Ko'ndalang kuch va eguvchi moment epyuralari
I	To'rtinchi qatlamdagi oraliqda ko'ndalang kuch $Q_z = 0$ bo'lsa, shu oraliqdagi eguvchi moment $M_z = const$ bo'ladi. Bunga misol qilib quyidagi konso'l ko'rsatib chiqamiz. 8.3-masala. Erkin uchdan qo'yilgan juft kuch ta'siridagi konsol uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (8.11-chizma). Yechish. a) to'rtinchi qatlam mahkamlangan tayanchdagi reaksiya kuchini yuqoriga, reaktiv momentini soat millariga tekislik tomoniga yo'naltiramiz. Tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz: $\sum y = 0 \Rightarrow R_B = 0$, bundan $R_A = 0$. $\sum m_{konso'l} = M - M_B = 0$, bundan $M_B = M = 8 kN \cdot m$. Konsol uchun reaksiya kuchlarini aniqlash shart emas, ko'ndalang kuch va eguvchi moment analitik ifodalari konsolning erkin uchidan boshlab tuzish ham mumkin. Unda analitik ifodalarga noma'lum reaksiya kuchi va reaktiv moment kirmaydi. b) konsolning erkin uchidan z masofadagi istiroj kesim uchun ko'ndalang kuch analitik ifodasi (8.6) formulaga asosan tuziladi. Erkin uchi bilan tayanch kesim orasidagi l	8.11-chizma. Juft kuch bilan yuklangan konsol.

228

	masofa $0 \leq z \leq l$ oraliqda o'zgaradi. Konsolga ko'ndalang kuch ta'sir etmaganligi uchun: $Q_z = 0$. a) konsolning erkin uchidan z masofadagi kesim uchun eguvchi moment analitik ifodasi (8.5) formulaga asosan tuziladi: $M_z = M(l - 0) = 8 kN \cdot m$. 8.11-chizmada eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari keltirilgan.	
II	To'rtinchi tekis taqsimlangan kuch $\frac{dQ_z}{dz} = q = 0$ qo'yilgan oraliqlarida, ya'ni ko'ndalang kuch $Q_z = const$ bo'lgan oraliqlarda ko'ndalang kuch Q_z epyurali abssissa o'qiga parallel to'g'ri chiziqli bo'lib, konsol eg'ma to'g'ri chiziqli bilan chegaralanadi (8.12-chizma). Bunga misol qilib 8.12-chizmada keltirilgan konso'l qaraymiz. 8.4-masala. Erkin uchga qo'yilgan to'plangan kuch ta'siridagi konsol uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (8.12-chizma). Yechish. a) to'rtinchi qatlam mahkamlangan tayanchdagi reaksiya kuchini yuqoriga, reaktiv momentini soat millari tomoniga yo'naltiramiz. Tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz: $\sum y = -F + R_B = 0$, bundan $R_B = F = 10 kN$. $\sum m_{konso'l} = -F \cdot l + M_B = 0$, bundan $M_B = Fl = 10 \cdot 1.5 = 15 kN \cdot m$. Konsol uchun reaksiya kuchlarini aniqlash shart emas. Ko'ndalang kuch va eguvchi moment analitik ifodalari	8.12-chizma. To'plangan kuch ta'siridagi konsol.

	erkin uchidan boshlab tuzish mumkin. b) konsolning erkin uchidan z masofadagi kesim uchun ko'ndalang kuch analitik ifodasi (8.6) formulaga asosan tuziladi. Erkin uchi bilan tayanch kesim orasidagi masofa $0 \leq z \leq l$ oralig'ida o'zgaradi: $Q_z = -F(z - 0)^0 = -10 \text{ kN}.$ d) konsolning erkin uchidan ixtiyoriy z masofadagi kesim uchun eguvchi moment analitik ifodasi (8.5) formulaga asosan tuziladi: $M_z = -F(z - 0)^1.$ Bunda: $z = 0; M_z = 0; z = l = 2 \text{ m}; M_z = -Fl = -10 \cdot 1,5 = -15 \text{ kN} \cdot \text{m}.$ 8.12-chizmada eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan.
III	To'rtinchi tekis taqsimlangan kuch $q = \text{const}$ qo'yilgan oraliq'ida ko'ndalang kuch Q_z epyurasi eg'ma to'g'ri chiziq bilan, eguvchi moment M_z epyurasi ikkinchi tartibli egri chiziq bilan chegaralanadi (8.13-chizma, 8.18-chizma).

III.1	8.5-masala. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi konsol uchun eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (8.13-chizma). <i>Yechish a)</i> to'sinining qistirib mahkamlangan tayanchdagi reaksiya kuchini yuqoriga, reaktiv momentni soat millari tomoniga yo'naltiramiz. Tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz: $\sum y = -ql + R_B = 0; \text{ bundan } R_B = ql = 8 \cdot 3 = 24 \text{ kN}.$ $\sum m_{\text{kon}} = -ql \cdot l/2 + M_B = 0; \text{ bundan } M_B = ql^2/2 = 8 \cdot 3^2/2 = 36 \text{ kN} \cdot \text{m}.$ Konsol uchun reaksiya kuchlarini aniqlash shart emasligi yuqorida aytilgan edi. b) konsolning erkin uchidan ixtiyoriy z masofadagi kesim uchun ko'ndalang kuch analitik ifodasi (8.6) formulaga asosan tuziladi. Erkin uchi bilan tayanch kesim orasidagi masofa $0 \leq z \leq l$ oralig'ida o'zgaradi: $Q_z = -q(z - 0)^0.$ Bunda: $z = 0 \text{ bo'lganda } Q_z = 0; z = l; \text{ bo'lganda } Q_z = -ql = -8 \cdot 3 = -24 \text{ kN}.$ d) konsolning erkin uchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun eguvchi moment analitik ifodasi (8.5) formulaga asosan tuziladi: $M_z = -q \frac{(z - 0)^2}{2}.$ Bunda:
-------	---



8.13-chizma. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi konsol.

	$z = 0$ bo'lganda $M_x = 0$; $z = \ell$ bo'lganda $M_x = -8 \cdot 3 \frac{3}{2} = -36 \text{ kN} \cdot \text{m}$. 8.13-chizmada eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan.
IV	Differensial $\frac{dM_x}{dz} = Q$, bog'lanishning geometrik ma'nosi shuki, u eguvchi moment epyurasini chegaralovchi egri chiziqqa o'tkazilgan urinma bilan absissa o'qi orasidagi burchak tangensini ifodalagan uchun noldan katta, ya'ni $Q, -q > 0$ bo'lgan oralikda eguvchi moment o'suvchi, aks holda, ya'ni $Q, -q < 0$ bo'lgan oralikda eguvchi moment kamayuvchi bo'ladi. Bu qonuniyatlarni 8.13-chizmada keltirilgan to'sin misolida ko'rib chiqamiz.
IV.1	8.6-masala. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin uchun tayanch reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (8.14-chizma). <i>Yechish.</i> a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini $Q, 5q\ell = 9 \text{ kN}$ Ko'ndalang kuch taqsimlangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin uchun tayanch reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin (8.14-chizma). b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish: $\sum Y = R_A - q\ell + R_B = 0$; bundan $9 - 18 + 9 = 0$; Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan. d) to'sinning chap tayanchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari (8.6) formulaga asosan tuziladi: $\sum M_A = R_A \ell - q\ell(\ell/2) = 0$; bundan $R_A = q(\ell/2) = 6(3/2) = 9 \text{ kN}$ $\sum M_B = -R_B \ell + q\ell(\ell/2) = 0$; bundan $R_B = q(\ell/2) = 6(3/2) = 9 \text{ kN}$ 8.14-chizma. Ravog'i bo'yicha tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin.

	z masofaning qiymati to'sin tayanchlari oralig'ida o'zgaradi, ya'ni $0 \leq z \leq \ell$. (8.6) formulaga binoan $Q_y = R_A(z - 0)^0 - q(z - 0)^1$. Bunda $R_A = q\ell/2$ ekanligini e'tiborga olsak: $Q_y = q \frac{\ell}{2} (z - 0)^0 - q(z - 0)^1 = 9 - 6z$. Bunda: $z = 0$ bo'lganda $Q_y = q \frac{\ell}{2} = 6 \frac{3}{2} = 9 \text{ kN}$; $z = \ell/2$ bo'lganda $Q_y = 0$; $z = \ell$ bo'lganda $Q_y = -q \frac{\ell}{2} = -6 \frac{3}{2} = -9 \text{ kN}$. e) to'sinning chap tayanchidan z masofadagi ixtiyoriy kesim uchun eguvchi moment analitik ifodalari (8.5) formulaga asosan tuziladi: $M_x = R_A(z - 0)^1 - q(z - 0)^2/2$. Bunda $R_A = q\ell/2$ ekanligini e'tiborga olsak: $M_x = q \frac{\ell}{2} (z - 0)^1 - q \frac{(z - 0)^2}{2}$. Bunda: $z = 0$ bo'lganda $M_x = 0$; $z = \ell$ bo'lganda $M_x = q \frac{\ell}{2} \ell - q \frac{\ell^2}{2} = 0$. Eguvchi momentning maksimum qiymatini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta $z = z_0$ absissasi, ko'ndalang kuch ifodasi nolga tenglab aniqlanadi. Ko'ndalang kuchning nolga teng bo'lish shartidan:
--	--

$$q \frac{\ell}{2} - qz_0 = 0; \text{ bundan } z_0 = \frac{\ell}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ m.}$$

Unda eguvchi momentning maksimum qiymati chap tayanchdan $z = z_0 = \ell/2$ kesimda quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_{\max}(\ell/2) = q \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\ell}{2} - q \frac{\ell^2}{8} = q \frac{\ell^2}{8} = 6,75 \text{ kN} \cdot \text{m.}$$

Bu ifodalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan (8.14-chizma). Eguvchi moment to'sin uzunligi o'rtasida maksimal qiymatiga erishadi. Shu kesimda ko'ndalang kuchning qiymati nolga teng bo'ladi. Tashqi kuchlar ta'sirida to'sinning ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini qurish qoidasiga muvofiq, haqiqatdan ham ko'ndalang kuch musbat bo'lgan birinchi oraliqda eguvchi moment o'suvchi, aks holda, ya'ni ko'ndalang kuch manfiy bo'lgan ikkinchi oraliqda kamayuvchi ekanligi 8.14-chizmada o'z tasdiq'ini topganligini ko'rish qiyin emas.

Ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirsa, bu nuqtada eguvchi moment maksimumga (8.15-chizma), aks holda, o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirsa, eguvchi moment minimumga (8.16-chizma) erishadi. Bu qonuniyatlarni 8.16-chizmada keltirilgan quyidagi to'sin misolida ko'rib chiqamiz.

V.1.

8.7-masala. 8.15-chizmada keltirilgan tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = R_A \ell + q \frac{\ell^2}{2} - q \frac{\ell^2}{8} = 0; \text{ bunda } R_A = -q \frac{\ell}{8} = -10 \frac{3 \cdot 4}{8} = -15 \text{ kN.}$$

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \ell - q \frac{\ell^2}{2} = 0; \text{ bundan } R_B = -q \frac{\ell}{2} = -10 \frac{4}{2} = -5 \text{ kN.}$$

To'sin reaksiya kuchlari teskari ishora bilan chiqdi, demak, reaksiya kuchlari yo'nalishi noto'g'ri qo'yilgan ekan, ularning yo'nalishini pastga qaratib o'zgartiramiz (8.15-chizmada shtrix chiziqlarda ko'rsatilgan).

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = -R_A + q \frac{\ell}{2} - R_B = 0; \text{ bundan } -q \frac{\ell}{8} + q \frac{\ell}{2} - q \frac{\ell}{8} = 0; 0 = 0.$$

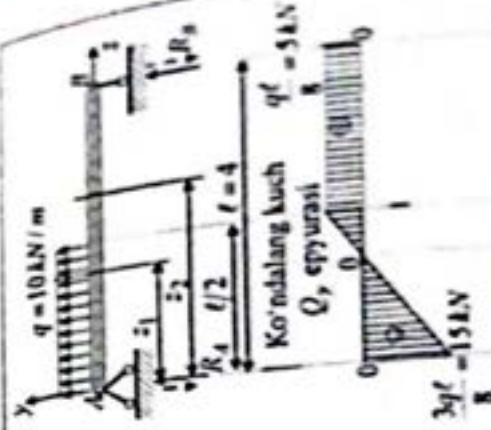
Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari (8.6) formulaga asosan tuziladi:

- birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$Q_1 = -R_A(z_1 - 0) + q(z_1 - 0)$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e'tiborga olsak:



Eguvchi moment M , epyurali
 $M_{\max} = \frac{9q\ell^2}{8} = 11,25 \text{ kN} \cdot \text{m}$
 Urimda kamayuvchi Q , epyurali
 $Q_{\max} = 10 \text{ kN}$

8.15-chizma. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin

$$Q_y = -q \frac{3\ell}{8} (z_1 - 0)^0 + q(z_1 - 0)^1.$$

Bunda: $z_1 = 0$ bo'lganda $Q_y = -q \frac{3\ell}{8} = -10 \frac{3 \cdot 4}{8} = -15 \text{ kN}$;

$$z_1 = \frac{\ell}{2} \text{ bo'lganda } Q_y = q \frac{\ell}{8} = 10 \frac{4}{8} = 5 \text{ kN}.$$

- ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$Q_y = -R_A(z_2 - 0)^0 + q \frac{\ell}{2} \left(z_2 - \frac{\ell}{2} \right)^0.$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e'tiborga olsak, u quyidagiga teng bo'ladi:

$$z_2 = \frac{\ell}{2}; z_2 = \ell \text{ bo'lganda } Q_y = -q \frac{3\ell}{8} + q \frac{\ell}{2} = q \frac{\ell}{8} = 10 \frac{4}{8} = 5 \text{ kN}.$$

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari (8.5) formulaga asosan tuziladi:

- birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A(z_1 - 0)^1 + q \frac{(z_1 - 0)^2}{2}.$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -q \frac{3\ell}{8} (z_1 - 0)^1 + q \frac{(z_1 - 0)^2}{2}.$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = -q \frac{3\ell}{8} \cdot 0 + q \frac{0^2}{2} = 0.$$

$$z_1 = \frac{\ell}{2} \text{ bo'lganda } M_x = -q \frac{3\ell}{16} \ell + q \frac{\ell^2}{8} = -q \frac{\ell^2}{16} = -10 \frac{4^2}{16} = -10 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

To'sinning birinchi oraliq'ida ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment minimumga erishadi. Eguvchi moment minimumi ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta absissasi, ko'ndalang kuch ifodasi nolga tenglab aniqlanadi.

$0 \leq z_1 \leq \ell/2$ oraliqda ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta absissasi $z_1 = z_0$ ni, ko'ndalang kuch ifodasini nolga tenglab aniqlaymiz:

$$Q_y = -q \frac{3\ell}{8} + qz_0 = 0; \text{ bundan } -q \frac{3\ell}{8} + qz_0 = 0 \quad z_0 = \frac{3\ell}{8}.$$

Unda eguvchi momentning minimum qiymati birinchi oraliqning $z_1 = z_0 = 3\ell/8$ kesimida quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_{\min}(3\ell/8) = -q \frac{3\ell}{8} \frac{3\ell}{8} + q \frac{9\ell^2}{2 \cdot 64} = -q \frac{9\ell^2}{128} = -10 \frac{9 \cdot 4^2}{128} = -11,25 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

- ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A(z_2 - 0) + q \frac{\ell}{2} \left(z_2 - \frac{\ell}{4} \right).$$

Bunda $R_A = 3q\ell/8$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -q \frac{3\ell}{8} (z_2 - 0) + q \frac{\ell}{2} \left(z_2 - \frac{\ell}{4} \right).$$

Bunda:

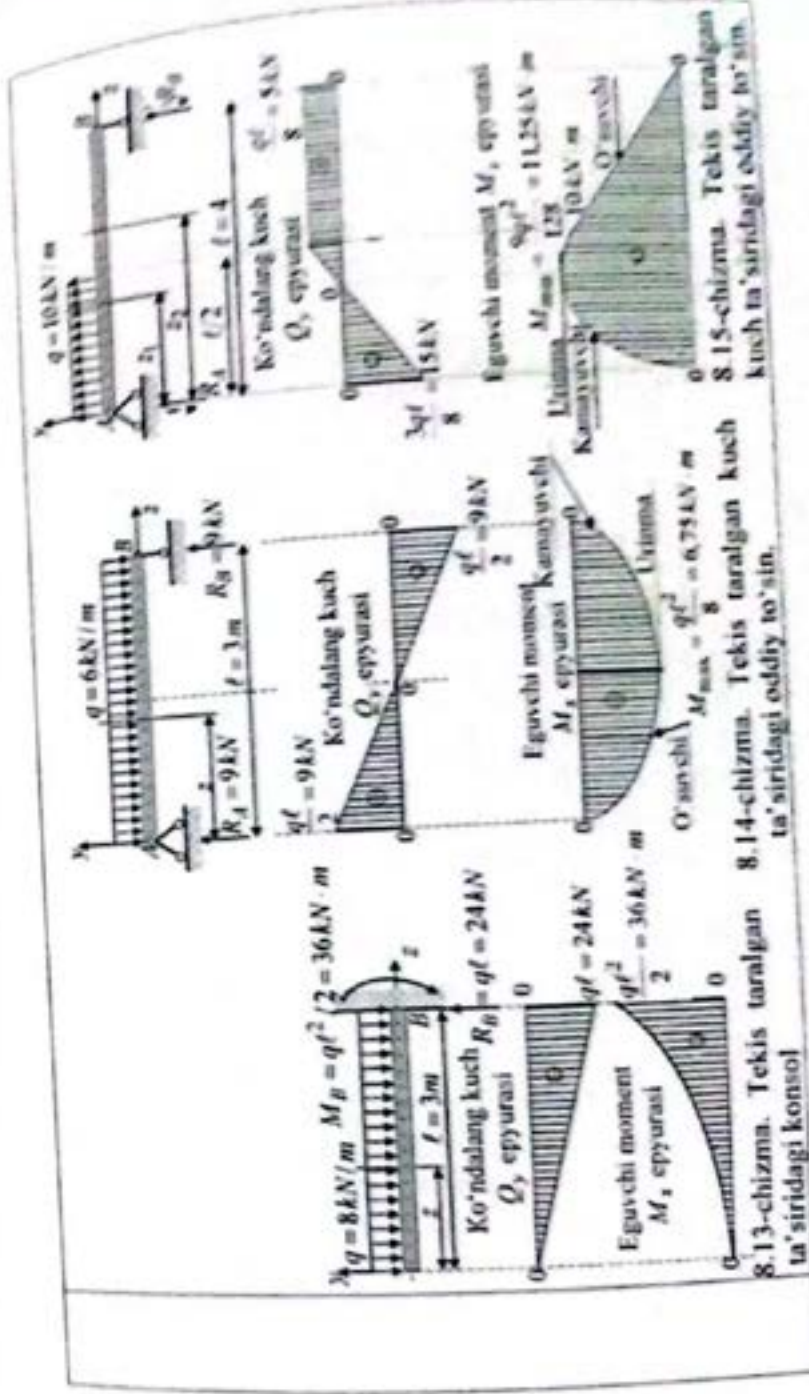
$$z_2 = \frac{l}{2} \quad \text{bo'lganda, } M_1 = -q \frac{3l}{8} + q \frac{l}{2} \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{4} \right) = -q \frac{l^2}{16} = -10 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$z_2 = l \quad \text{bo'lganda, } M_2 = -q \frac{3l}{8} \left(l + q \frac{l}{2} \left(l - \frac{l}{4} \right) \right) = -q \frac{3l^2}{8} + q \frac{3l^2}{8} = 0.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Birinchi oraliqda ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirganligi uchun shu kesimda eguvchi moment minimumga (8.15-chizma) erishishi ko'rsatilgan. Ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirganligi uchun shu nuqtada eguvchi moment minimumga (8.15-chizma) erishishi ko'rsatilgan.

VI.

To'sinning tekis taqsimlangan kuch $q = \text{const}$ qo'yilgan oraliq'ida eguvchi moment M_2 epyurasi ikkinchi tartibli egri chiziq bilan chegaralanib, kuch yo'nalaishi bo'yicha qavariq (8.13-8.15) chizma) yoki botiq bo'ladi (8.12-chizmada).



Kelgusida to'sinlarni hisoblash masalalarini hal qilishda eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini qurish quyidagi tartibda bajarilishi tavsiya etiladi:

1) to'sin uchun tuzilgan statik muvozanat tenglamalaridan tayanch reaksiya kuchlari aniqlanadi va ularning to'g'ri topilganligi tekshirib ko'riladi;

2) to'singa tegishli oraliqlar aniqlanadi va ular tartib bilan to'sin uzunligi bo'yicha raqamlar orqali belgilanib, o'zgarish chegaralari ko'rsatiladi;

3) har bir oraliqning ixtiyoriy kesimi uchun ko'ndalang kuch va eguvchi momentlarning (8.4-paragrafda qabul qilgan ishoralarni e'tiborga olib) analitik ifodalari (8.5), (8.6) formulalar asosida tuziladi;

4) har bir oraliqdagi ko'ndalang kuch va eguvchi moment ifodalari tarkibidagi o'zgaruvchiga oraliq boshidagi va oxiridagi qiymatlar berilib, ko'ndalang kuch va eguvchi momentlarning tegishli qiymatlari aniqlanadi;

5) ko'ndalang kuch epyuralarini qurish uchun to'sin o'qiga parallel bo'lgan sanoq chizig'i (nol chizig'i) olinadi va ko'ndalang kuchning musbat qiymatlarini sanoq chizig'i ustiga, manfiy qiymatlari esa sanoq chizig'i pastki tomoniga perpendikulyar ravishda oraliq boshidagi va oxiridagi aniqlangan qiymatlar biror masshtabda o'lchab qo'yilib, ular chiziqlar bilan tutashtiriladi;

6) eguvchi moment epyuralarini qurish uchun to'sin o'qiga parallel bo'lgan sanoq chizig'i (nol chizig'i) olinadi va to'sinning cho'zilgan tolalari tomoniga eguvchi momentning musbat qiymatlari, siqilgan tolalari tomoniga manfiy qiymatlari sanoq chizig'iga perpendikulyar ravishda oraliq boshidagi va oxiridagi aniqlangan qiymatlar biror masshtabda o'lchab qo'yilib, ular chiziqlar bilan tutashtiriladi;

7) qurilgan epyuralar sanoq chizig'iga perpendikulyar chiziqlar bilan shtrixlanadi.

8.8-§. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini tekshirish qoidalar

Qoidalar	Har bir oraliqdagi ko'ndalang kuch va eguvchi moment algoritmlari	Ko'ndalang kuch va eguvchi moment epyuralari
I.	To'sinning to'plangan kuch qo'yilgan kesimlarida ko'ndalang kuch epyurasini chegaralovchi to'g'ri chiziq uzilib, shu kuch yo'nalishi bo'yicha uning miqdoriga sakraydi, eguvchi moment epyurasini chegaralovchi og'ma to'g'ri chiziq sinadi. Bunga misol qilib quyidagi masalani ko'rib chiqamiz.	
I.1	8.8-mazala. 8.16-chizmada keltirilgan to'plangan kuchlar ta'siridagi oddiy to'sin reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin. Yechish. a) tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz (tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz): $\sum \text{mom}_B = R_A l - F l/2 = 0$; bundan $R_A = F/2 = 16/2 = 8 \text{ kN}$. b) $\sum \text{mom}_A = -R_B l + F l/2 = 0$; bundan $R_B = F/2 = 16/2 = 8 \text{ kN}$. reaksiya kuchlarining miqdorlari to'g'ri topilganligini tekshirish: $\sum Y = R_A - F + R_B = 0$; $8 - 16 + 8 = 0$; $0 = 0$. Demak, tayanchlardagi reaksiya kuchlari yo'nalishi va qiymatlari to'g'ri aniqlangan ekan. Bundan ko'rinadiki, tayanchlarda hosil bo'lgan reaksiya kuchlari, to'sin uzunligi o'rtasiga qo'yilgan to'plangan kuchning yarimiga teng bo'lar ekan. d) to'sinning chap tayanchidan ixtiyoriy x_1 va x_2 masofadagi ikki kesim uchun (8.6) formulaga asosan ko'ndalang kuch analitik ifodalari tuziladi: - birinchi oraliq $0 \leq x_1 \leq l/2$ o'zgaradi. $Q_1 = R_A = (F/2)(x_1 - 0) = 16/2 = 8 \text{ kN}$	8.16-chizma To'plangan kuch ta'siridagi oddiy to'sin

- ikkinchi oraliq ($l/2 \leq z_2 \leq l$) o'zgaradi.

$$Q_y = R_A(z - 0)^0 - F(z - l/2)^0 = (F/2)(z - 0)^0 - F(z - l/2)^0 = -F/2 = -16/2 = -8 \text{ kN}.$$

e) to'sinning chap tayanchidan ixtiyoriy z_1 va z_2 masofadagi ikki kesim uchun (8.5) formulaga asosan eguvchi momentning analitik ifodalari tuziladi:

birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq l/2$ o'zgaradi. $M_x = R_A(z_1 - 0)$

Bunda $R_A = F/2$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = (F/2)(z_1 - 0)$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = F/2 \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = \frac{l}{2} = 3 \text{ m bo'lganda } M_x = \frac{F \cdot l}{2 \cdot 2} = \frac{16 \cdot 1}{4} = 4 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

ikkinchi oraliq ($l/2 \leq z_2 \leq l$) o'zgaradi.

$$M_x = R_A(z_2 - 0) - F(z_2 - l/2)$$

Bunda $R_A = F/2$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = (F/2)(z_2 - 0) - F(z_2 - (l/2))$$

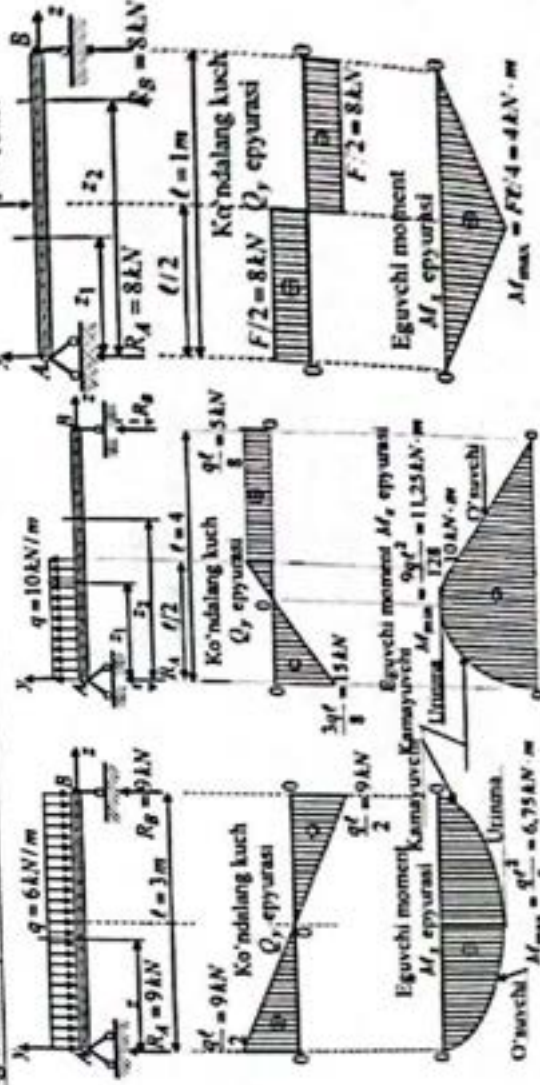
$$\text{Bunda } z_2 = \frac{l}{2} \text{ bo'lganda } M_x = \frac{F \cdot l}{2 \cdot 2} - F\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{2}\right) = \frac{F \cdot l}{4} = 4 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

$$z_2 = l \text{ bo'lganda } M_x = \frac{F}{2} \cdot l - F\left(l - \frac{l}{2}\right) = \frac{F \cdot l}{2} - \frac{F \cdot l}{2} = 0.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Epyuralardan ko'rinib turibdiki, eng katta eguvchi moment to'sin uzunligi o'rtasidagi, ya'ni to'plangan kuch qo'yilgan kesimda maksimal qiymatga erishib sinadi. Shu kesimda

ko'ndalang kuch yo'nalishi bo'yicha uzilib, shu kuch miqdoriga sakraydi (8.16-chizma). Bu kesimdagi sakrashning absolyut miqdori F tashqi kuch miqdoriga teng bo'ladi.

To'sinning chekki sharnirli tayanchlarda ko'ndalang kuch reaksiya kuchiga teng, eguvchi moment esa nolga teng bo'ladi (8.14, 8.15 va 8.16-chizmalar).



8.14-chizma. Tekia taqsimlangan kuch kuch ta'siridagi oddiy to'sin

To'sinning juft kuch qo'yilgan kesimida eguvchi moment epyurasi uzilib, shu kuch miqdoriga sakraydi. Bu kesimdagi sakrashning absolyut miqdori F tashqi kuch miqdoriga teng bo'ladi. Bunga misol qilib

8.15-chizma. Tekia taqsimlangan kuch ta'siridagi to'sin

8.16-chizma. To'plangan ta'siridagi oddiy to'sin

8.16-chizma. To'plangan ta'siridagi oddiy to'sin

quyidagi to'sin masalasini ko'rib chiqamiz.

8.9-masala. 8.17-chizmada keltirilgan to'sin uchun juft kuch ta'siridan eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin. *Yechish.* a) tayanchlardagi reaksiya kuchlarini statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz. Har ikkala tayanchdagi reaksiya kuchlarni yuqoriga yo'naltiramiz.

$$\sum \text{mom}_B = R_A \ell + M = 0; \text{ bundan } R_A = -M/\ell = -6/2 = -3 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \ell + M = 0; \text{ bundan } R_B = M/\ell = 6/2 = 3 \text{ kN}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish: $\sum Y = R_A + R_B = 0$; bundan $-3 + 3 = 0$, $0 = 0$.

Demak, reaksiya kuchlarining qiymatlari to'g'ri aniqlangan, lekin R_A reaksiya kuchi manfiy ishora bilan chiqdi. Demak, R_A reaksiya kuchi yo'nalishini noto'g'ri qo'ygan ekanmiz, uning yo'nalishini teskari tomonga (chizmada uzlukli chiziq bilan ko'rsatilgan) o'zgartiramiz va aniqlangan qiymatni qarama qarshi ishora bilan olamiz.

d) to'sinning chap tayanchidan ixtiyoriy z_1 va z_2 masofadagi ikki kesim uchun (8.6) formulaga asosan ko'ndalang kuch analitik ifodalari tuziladi:

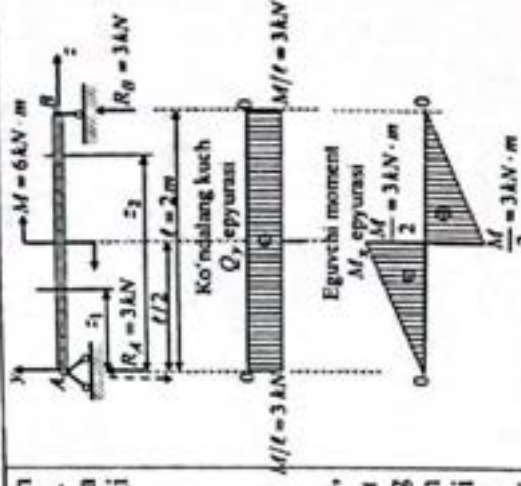
Birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$Q_y = -R_A(z-0)^0 = -M/\ell = -6/2 = -3 \text{ kN}.$$

Ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$Q_y = -R_A(z-0)^0 = -m/\ell = -6/2 = -3 \text{ kN}.$$

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikki kesim uchun eguvchi moment analitik ifodalari (8.5) formula



8.17-chizma. To'plangan juft kuch ta'siridagi oddiy to'sin.

asosida tuziladi:

- birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell/2$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A(z_1 - 0)$$

Bunda $R_A = m/\ell$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -(m/\ell)(z_1 - 0)$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = -M/\ell \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = \ell/2 \text{ bo'lganda } M_x = -(M/\ell)\ell/2 = -M/2 = -3 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

- ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x = -R_A(z_2 - 0) + M(z_2 - \ell/2)^0.$$

Bunda $R_A = m/\ell$ ekanligini e'tiborga olsak:

$$M_x = -(M/\ell)(z_2 - 0) + M(z_2 - \ell/2)^0.$$

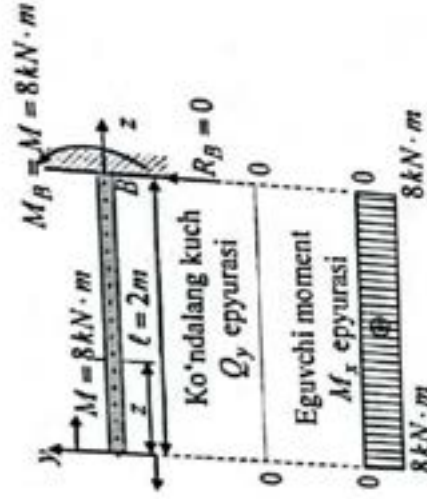
Bunda:

$$z_2 = \ell/2 \text{ bo'lganda } M_x = -(M/\ell)\ell/2 + M = M/2 = 3 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

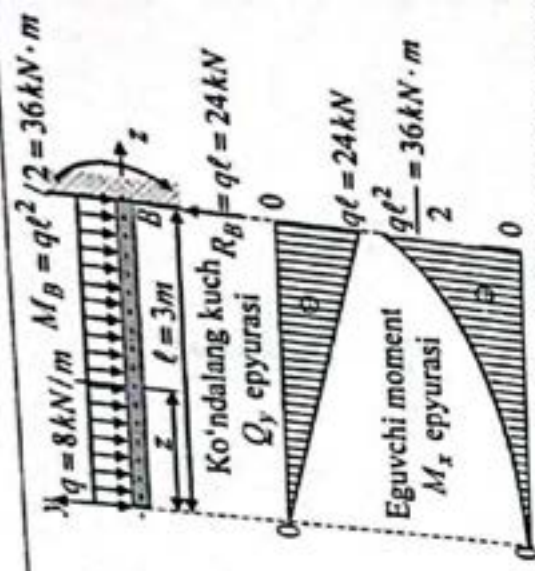
$$z_2 = \ell \text{ bo'lganda } M_x = -(M/\ell)\ell + M = -M + M = 0.$$

Bu tenglamalar yordamida eguvchi momenti va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Epyuradan ko'rinib turibdiki, eguvchi moment to'sin uzunligi o'rtasidagi, ya'ni juft kuch qo'yilgan kesimda uzilib, shu juft kuch miqdoriga sakraydi (8.17-chizma). Bu kesimdagi sakrashning absolyut miqdori tashqi juft kuch M miqdoriga teng bo'ladi.

To'sin (konsol) erkin uchiga juft kuch qo'yilmagan bo'lsa, eguvchi moment erkin uchida nolga teng (8.11-chizma) bo'ladi. To'sin (konsol) erkin uchiga to'plangan kuch qo'yilmagan bo'lsa, ko'ndalang kuch erkin uchida nolga teng bo'ladi (8.13-chizma qarasht).



8.11-chizma. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi konsol. 8.13-chizma. Juft kuch bilan yuklangan konsolning qistirib mahkamlangan tayanchidagi reaksiya kuchi ko'ndalang kuchga, reaktiv momentga eguvchi momentga teng bo'ladi. Bunga misol qilib quyidagi to'sin masalasini ko'rib chiqamiz.



8.10-masala. 8.18-chizmada keltirilgan tashqi kuchlar ta'siridagi qistirib mahkamlangan (konsol) to'sin uchun tayanch reaksiya kuchlari aniqlansin.

Yechish. Konsolning qistirib mahkamlangan tayanchidagi reaksiya kuchi yuqoriga va reaktiv moment soat millari harakatiga teskari yo'nalishini 8.18-chizmada ko'rsatilgandek qabul qilamiz. Tayanch reaksiya kuchini aniqlash uchun to'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlardan y o'qiga nisbatan olingan proyeksiyalarining

algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz, ya'ni:

$$\sum y = -F - ql + R_B = 0; \text{ bundan } R_B = F + ql = 10 + 8 \cdot 2 = 26 \text{ kN.}$$

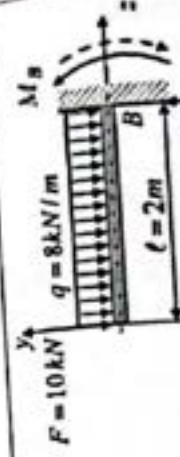
Aniqlangan reaksiya kuchi ishorasi musbat chiqdi, demak bu

reaksiya kuchi yo'nalishi to'sin tanlaganligini ko'rsatadi. Qistirib mahkamlangan B tayanchga nisbatan barcha kuchlardan olingan momentlarning algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz (R_B reaksiya kuchi B nuqtadan o'tganligi uchun uning yelkasi nolga teng). Unda $\sum m_{omB} = -Fl - ql(l/2) - M_B = 0$.

Bundan:

$$M_B = -Fl - ql(l/2) = -10 \cdot 2 - 8 \cdot 2 \cdot (2/2) = -36 \text{ kNm.}$$

Aniqlangan reaktiv moment ishorasi manfiy bo'lib chiqdi, demak, uning yo'nalishi noto'sin tanlangan ekan. Chizmada reaktiv moment yo'nalishini to'sin qo'yamiz va keyingi hisob ishlarida reaktiv moment (uzlukli chiziq) yo'nalishi soat millari bo'yicha yo'nalgan deb qaraladi.



8.18-chizma. Tekis taqsimlangan kuch ta'siridagi konsol

Masalalar:

8.11-masala 8.19, a)-chizmada keltirilgan to'sin uchun tashqi kuchlar ta'siridan reaksiya kuchlari aniqlanib, eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.

Yechish. 1) tayanchlardagi reaksiya kuchlarining har ikkalasini ham yuqoriga qarab yo'nalgan deb qabul qilamiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan foydalanib aniqlaymiz. Bu tenglamalarni shunday tuzish maqsadga muvofiqki, ularning har biriga bittadan noma'lum reaksiya kuchi kirsin.

Qaralayotgan to'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlardan 8 sharnirga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz:

$$\sum m_{xR_8} = F_1 \cdot 10 + m_0 + R_A \cdot 9 - F_0 \cdot 7 - q_0 \cdot 6 \cdot 4 - m_1 - q_1 \cdot 1 \cdot 0,5 = 0.$$

Ushbu bir noma'lumli tenglamadan R_A noma'lum reaksiya kuchini aniqlaymiz:

$$R_A = \frac{7F_0 - 10F_1 - m_0 + 24q_0 + m_1 + 0,5q_1}{9} = \frac{70 - 80 - 12 + 288 + 14 + 8}{9} = \frac{288}{9} = 32 \text{ kN}.$$

Xuddi shuningdek to'singa ta'sir etayotgan barcha kuchlardan A sharnirga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz:

$$\sum m_{xA} = F_1 \cdot 1 + m_0 + F_0 \cdot 2 + q_0 \cdot 6 \cdot 5 - m_1 - R_B \cdot 9 - q_1 \cdot 1 \cdot 9,5 = 0.$$

Bu bir noma'lumli tenglamadan R_B noma'lum reaksiya kuchini aniqlaymiz:

$$R_B = \frac{2F_0 + m_0 + 1 \cdot F_1 + 30q_0 - m_1 - 9,5q_1}{9} = \frac{20 + 12 + 8 + 360 - 14 - 152}{9} = \frac{234}{9} = 26 \text{ kN}.$$

Hisob natijalari bo'yicha R_A va R_B reaksiya kuchi musbat ishora bilan chiqdi.

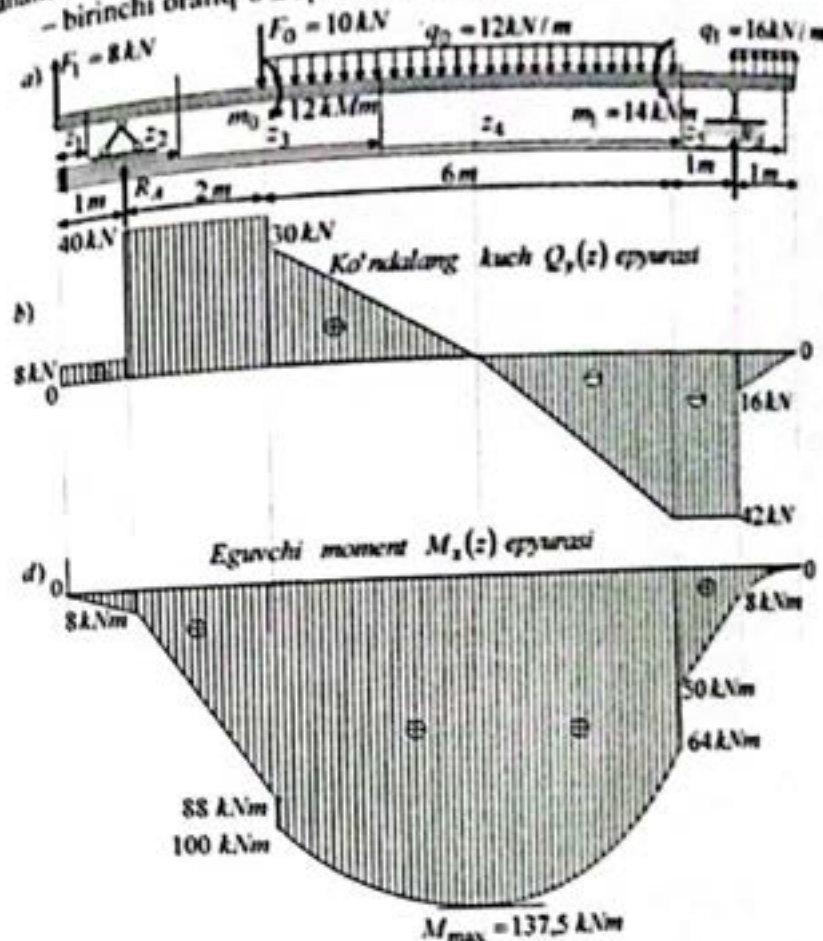
Demak, reaksiya R_A va R_B kuchlari yo'nalishini to'g'ri qo'ygan ekanmiz. Reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish. Buning uchun barcha kuchlarning vertikal Y o'qiga nisbatan olingan proeksiyalarning algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz:

$$\sum Y = F_1 + R_A - F_0 - 6 \cdot q_0 + 1 \cdot q_1 + R_B = 0; \quad 8 + 32 - 10 - 72 + 16 + 26 = 0; \quad 0 = 0.$$

Aniqlangan reaksiya kuchlari tenglamani qanoatlantirdi, demak reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

2) to'sinning chap (yoki o'ng) uchidan boshlab beshta oraliqqa bo'lamiz. Har bir oraliqlardagi ixtiyoriy (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5) kesimlar uchun, ko'ndalang kuch $Q_y(z)$ va eguvchi moment $M_x(z)$ larning yuqorida keltirilgan ta'riflari va ishoralarni e'tiborga olib, ularning analitik ifodalarini tuzamiz:

- birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq 1 \text{ m}$ o'zgaradi.



8.19-chizma. Ko'ndalang kuch va eguvchi moment epyuralari.

Bu oraliq uchun ko'ndalang kuch $Q_y(z_1)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi ko'ndalang kuch qiymatlarini aniqlaymiz:

$$Q_y(z_1) = F_1; \quad Q_y(0) = 8 \text{ kN}; \quad Q_y(1\text{m}) = 8 \text{ kN}.$$

Shuningdek, ushbu oraliq uchun eguvchi moment $M_x(z_1)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi eguvchi moment qiymatlarini aniqlaymiz:

$$M_x(z_1) = F_1 z_1, \quad M_x(0) = 0; \quad M_x(1m) = 8 \text{ kNm}$$

– ikkinchi oraliq $1 \leq z_2 \leq 3m$ o'zgaradi.

Bu oraliq uchun ko'ndalang kuch $Q_y(z_2)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi ko'ndalang kuch qiymatlarini aniqlaymiz:

$$Q_y(z_2) = F_1 + R_A, \quad Q_y(1m) = 8 + 32 = 40 \text{ kN}; \quad Q_y(3m) = 8 + 32 = 40 \text{ kN}.$$

Shuningdek, ushbu oraliq uchun eguvchi moment $M_x(z_2)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi eguvchi moment qiymatlarini aniqlaymiz:

$$M_x(z_2) = F_1 z_2 + R_A(z_2 - 1), \quad M_x(1) = 8 \cdot 1 = 8 \text{ kNm}$$

$$M_x(3,2m) = 8 \cdot 3 + 32 \cdot 2 = 88 \text{ kNm}$$

– uchinchi oraliq $3 \leq z_3 \leq 9m$ o'zgaradi.

Bu oraliq uchun ko'ndalang kuch $Q_y(z_3)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi ko'ndalang kuch qiymatlarini aniqlaymiz:

$$Q_y(z_3) = F_1 + R_A - F_0 - q_0(z_3 - 3)$$

$$Q_y(3m) = 30 \text{ kN}; \quad Q_y(9m) = -42 \text{ kN}.$$

Shuningdek, ushbu oraliq uchun eguvchi moment $M_x(z_3)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi eguvchi moment qiymatlarini aniqlaymiz:

$$M_x(z_3) = F_1 z_3 + m_0 + R_A(z_3 - 1) - F_0(z_3 - 3) - q_0 \frac{(z_3 - 3)^2}{2}$$

$$M_x(3m) = 8 \cdot 3 + 12 + 32 \cdot 2 = 100 \text{ kNm}$$

$$M_x(9m) = 8 \cdot 9 + 12 + 32 \cdot 8 - 10 \cdot 6 - 12 \cdot 18 = 64 \text{ kNm}$$

– to'rtinchi oraliq $9 \leq z_4 \leq 10m$ o'zgaradi.

Bu oraliq uchun ko'ndalang kuch $Q_y(z_4)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi ko'ndalang kuch qiymatlarini aniqlaymiz:

$$Q_y(z_4) = F_1 + R_A - F_0 - q_0 \cdot 6, \quad Q_y(9m) = -42 \text{ kN}; \quad Q_y(10m) = -42 \text{ kN}.$$

Shuningdek, ushbu oraliq uchun eguvchi moment $M_x(z_4)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi eguvchi moment qiymatlarini aniqlaymiz:

$$M_x(z_4) = F_1 z_4 + m_0 + R_A(z_4 - 1) - F_0(z_4 - 3) - q_0 \cdot 6(z_4 - 6) - m_1$$

$$M_x(9m) = 8 \cdot 9 + 12 + 32 \cdot 8 - 10 \cdot 6 - 12 \cdot 6 \cdot 3 - 14 = 50 \text{ kNm}$$

$$M_x(10m) = 8 \cdot 10 + 12 + 32 \cdot 8 - 10 \cdot 7 - 12 \cdot 6 \cdot 4 - 14 = 8 \text{ kNm}$$

– beshinchi oraliq $10 \leq z_5 \leq 11m$ o'zgaradi.

Bu oraliq uchun ko'ndalang kuch $Q_y(z_5)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi ko'ndalang kuch qiymatlarini aniqlaymiz:

$$Q_y(z_5) = F_1 + R_A - F_0 - q \cdot 6 + R_B + q(z_5 - 10), \quad Q_y(10) = -16 \text{ kN}; \quad Q_y(11) = 0.$$

Shuningdek, ushbu oraliq uchun eguvchi moment $M_x(z_5)$ ifodasi tenglamasini tuzamiz va oraliqning boshidagi va oxiridagi nuqtalaridagi eguvchi moment qiymatlarini aniqlaymiz:

$$M_x(z_5) = F_1 z_5 + m_0 + R_A(z_5 - 1) - F_0(z_5 - 3) - q_0 \cdot 6(z_5 - 6) - m_1 +$$

$$+ R_B(z_5 - 10) + q_1 \frac{(z_5 - 10)^2}{2}$$

$$M_x(10m) = 8 \cdot 10 + 12 + 32 \cdot 9 - 10 \cdot 7 - 12 \cdot 6 \cdot 4 - 14 = 8 \text{ kNm}$$

$$M_x(11m) = 8 \cdot 10 + 12 + 32 \cdot 10 - 10 \cdot 8 - 12 \cdot 6 \cdot 5 - 14 + 26 \cdot 1 + 16 \cdot 0,5 = 0.$$

Hisob natijalari bo'yicha har bir oraliq uchun ko'ndalang kuch $Q_y(z)$ va eguvchi moment $M_x(z)$ larning epyuralarini qurish maqsadida to'sin o'qiga parallel ravishda ikkita to'g'ri chiziq olamiz. Bu to'g'ri chiziqlarni nol yoki sanoq chiziqlari deb ataymiz. Bu sanoq chiziqlarga to'sinning xarakterli nuqtalaridan perpendikulyar shtrix chiziqlarni tushiramiz. Birinchi bo'lib, ko'ndalang kuchni $Q_y(z)$ epyurasini yuqoridagi to'g'ri chiziqqa quramiz. Har bir oraliqning boshida va oxirida aniqlangan qiymatlarni tegishli musbat qiymatlarni sanoq chiziqning yuqori tomoniga, manfiylarini esa pastki tomoniga perpendikulyar ravishda masshtabda o'lchab qo'yamiz va hosil qilingan nuqtalarni "Epyuralarni qurish qoidalarini"ni qo'llab tutashtirib 8.19, b) chizmada qurilgan epyurani hosil qilamiz.

Xuddi shuningdek, eguvchi moment epyuralarini ham quramiz. Eguvchi moment epyuralari to'sinning cho'zilgan tolalari tomoniga quriladi.

Ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirsa, bu nuqtada eguvchi moment maksimumga, aks holda, o'z ishorasini manfiydan musbatga o'zgartirsa, eguvchi moment minimumga erishadi degan qoidasi bu to'sinning uchinchi oraligida uchramoqda.

Ko'ndalang kuch epyurasida ko'rinib turibdiki, uchinchi oraliqda ko'ndalang kuch nol chizig'ini $x_3 = x_0$ nuqtada kesib o'tib, o'z ishoratini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment maksimumga erishadi. Eguvchi moment maksimum qiymatini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta absissasi, shu oraliqdagi ko'ndalang kuch ifodasi nolga tenglanib aniqlanadi:

$$Q_F(x_0) = F_1 + R_A - F_0 - q_0(x_0 - 3) \quad 8 + 32 - 10 + 36 - 12x_0 = 0; \quad x_0 = 5,5 \text{ m}$$

Bu kesimdagi eguvchi momentning maksimal qiymatini shu kesimdagi eguvchi moment ifodasidan aniqlaymiz:

$$M_F(x_0) = F_1x_0 + m_0 + R_A(x_0 - 1) - F_0(x_0 - 3) - q \frac{(x_0 - 3)^2}{2}$$

$$M_F(5,5 \text{ m}) = 8 \cdot 5,5 + 12 + 32 \cdot 4,5 - 10 \cdot 2,5 - 12 \cdot 3,125 = 137,5 \text{ kN}$$

Bu ifodalar yordamida ko'ndalang kuch va eguvchi moment epyuralari qurib (8.19, b), d)-chizma) ko'rsatilgan.

8.12-masala. 8.3-jadvalda berilgan to'sin(e)ni ravog'i bo'yicha 8.4-jadvaldagi yuk (f)lar bilan yuklab, geometrik o'lchamlar va yuklar miqdorlarini 8.2-jadvaldan olib quyidagilar aniqlansin:

1. Tayanch reaksiyalari aniqlansin.
2. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.

8.2-jadval

Til r No	a (m)	b (m)	c (m)	F (kN)	F ₁ (kN)	F ₂ (kN)	q ₁ (kN/m)	q ₂ (kN/m)	m (kN·m)
1	0,8	4,6	1,2	20	100	80	8	12	25
2	1,1	4,2	1,3	15	120	100	11	1	28
3	0,8	4,8	1,1	25	80	120	12	8	30
4	0,6	4,5	1,0	13	90	110	18	12	36
5	0,7	5,0	1,2	14	100	140	20	18	40
6	0,5	4,6	0,9	12	100	150	25	20	42
7	0,8	4,7	1,1	13	120	120	22	12	28
8	0,8	4,4	1,2	16	150	180	23	11	26
9	0,9	4,9	1,3	17	180	120	26	15	35
0	0,9	5,2	1,4	18	160	140	30	10	50
	e	f	e	f	e	f	e	f	e

TO'SINLAR

	e	f
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
0		

YUKLAMALAR					
No	e	f			
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
0					

IX BOB EGILGAN TO'SINLARNING KUCHLANISHLARINI ANIQLASH

9.1-§. Sof egilish. Normal kuchlanishlarni aniqlash

To'sinlar egilishini o'rganishda quyidagi cheklanishlar qabul qilinadi:

a) to'sin o'qi, ya'ni to'sin uzunligi bo'yicha barcha ko'ndalang kesim og'irlik markazlarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziq, deformatsiyagacha to'sin to'g'ri chizig'ini tasvirlaydi deb qaraladi;

b) to'singa ta'sir etuvchi barcha tashqi kuchlar, to'sin o'qidan o'tuvchi bitta tekislikda yotadi deb qaraladi;

d) to'sin ko'ndalang kesimlari tashqi kuchlar yotgan tekislikka nisbatan simmetrik deb qaraladi;

e) to'sin materiali Guk qonuniga bo'ysunadi, elastiklik moduli cho'zilish va siqilishda bir xil deb qaraladi;

g) to'sin o'lchamlari orasidagi munosabat shunday bo'lishi kerakki, u buralmasin va qiyshaymasin, tekis egilish sharoitida ishlaydi deb qaraladi.

To'sinning ushbu cheklanishlar asosida egilishi tekis egilish deb atalishi va uning barcha ko'ndalang kesimlarida ko'ndalang kuch Q , bilan eguvchi moment M_x hosil bo'lishi ma'lum.

Tajribalarning ko'rsatishicha, ensiz to'sinlar egilishida tekis shaklini tezzina o'zgartirib, ustivorligini yo'qotadi (buralish natijasida). To'sin to'g'ri burchakli kesimi balandligining ravog'iga bo'lgan nisbati $\frac{h}{t} > \frac{1}{5}$ bo'lsa, u to'sin sifatida emas, balki plastinka sifatida ishlaydi va unda hisoblash shartlari butunlay o'zgarib ketadi.

To'sinning egilishida ko'ndalang kesim yuzasi bo'yicha kuchlanishlarning taqsimlanish qonunini o'rganamiz va o'ta kuchlangan qismlarini aniqlaymiz.

To'sin egilishini tadqiq qilishni ko'ndalang kuch nolga teng, eguvchi moment o'zgarmas bo'lgan eng sodda egilish, sof egilishdan boshlaymiz (9.1-chizma). Bunda to'sinning xususiy og'irligini e'tiborga olmaymiz. Sof egilish to'sinning ikki uchiga bir-biriga qarama-qarshi yo'nalgan juft kuchlar ta'sir etganda (9.1, a)-chizma) yoki 9.1, b)-chizmada keltirilgandek, egilgan to'sinning ikkinchi oralig'ida ro'y beradi. 9.1, b)-chizmada keltirilgan to'sin tayanchlaridan bir xil uzoqlikda joylashgan to'plangan kuch ta'siridagi to'sinning birinchi va

Muvozanat tenglamalarining to'rtinchisi quyidagicha yoziladi:

$$\sum M_x = 0, \text{ yoki } M_x = \int_A (\sigma \cdot dA) y, \quad (9.3)$$

Muvozanat tenglamalarining beshinchisi quyidagicha yoziladi:

$$\sum M_y = 0, \text{ yoki } \int_A (\sigma \cdot dA) x = 0. \quad (9.4)$$

Statika muvozanat tenglamalarining oltinchisi $\sum M_z = 0$ ayniyat ravishda nolga aylanadi, chunki ko'ndalang kesimdagi $\sigma \cdot dA$ kuch oz o'qiga parallel yo'nalgan.

Demak, (9.2-9.4) ifodalardan ko'rinadiki, sof egilishda to'sinning ko'ndalang kesimi bo'yicha ichki kuchlarning taqsimlanish qonunini bilish uchun statikaning muvozanat tenglamalari yetarli emas ekan.

Shuning uchun ham masalaning geometrik tomonini qaraymiz. Shu maqsadda quyidagi tajribani o'tkazamiz, ya'ni materiali rezina bo'lgan to'sin yon sirtiga bo'ylama va ko'ndalang chiziqlar chizamiz (9.3, a)-chizma). To'sinning egilish jarayonida bo'ylama chiziqlar egilib, ko'ndalang chiziqlar esa to'g'riligicha qolib, bir-biriga nisbatan og'ishini ko'ramiz (9.3, b)-chizma).

To'sin tolalarining egilishini yuqorigi va pastki chetki tolalaridan boshlab kuzatsak, unda eng chetki yuqorigi tolalari kuchli siqilganligini undan pastki tolalarining siqilishi sekin asta kamaya borishini va birorta balandlikda hatto cho'zilishga o'tishini ko'ramiz. Bu cho'zilish jarayoni asta-sekin pastki tolalarda ortib boradi va pastki eng chetki tolasida maksimumga erishadi. Egilgan to'sinning siqilgan va cho'zilgan tolalari orasida shunday bir qatlam borki, bu qatlamdagi tolalar egilganda uzunligini o'zgartirmaydi. Bunday qatlamdagi tolalar *neytral tolalar* deb yuritiladi (9.3, b)-chizma). Neytral qatlam bilan to'sin ko'ndalang kesim tekisligining kesishgan chizig'iga *neytral o'q* deb ataladi. To'sin egilganda har bir ko'ndalang kesim neytral o'q atrofida aylanadi. Demak, to'sin egilganda uning tolalari turlicha deformatsiyalanadi, ya'ni neytral qatlamdan eng uzoqda yotgan tolalarining deformatsiyasi ekstremal qiymatlariga erishadi. Bu tajriba natijalari quyidagi farazlarni qabul qilishga asos bo'ladi:

a) to'sinning deformatsiyagacha tekis bo'lgan ko'ndalang kesimlar yuzasi deformatsiyadan keyin ham tekisligicha qoladi va bir-biriga nisbatan og'adi;

b) to'sinning bo'ylama qatlamlari bir-biriga bosim ko'rsatmaydi va bundan kelib chiqadiki, normal kuchlanishlar ta'sirida oddiy cho'zilish yoki siqilish ro'y beradi;

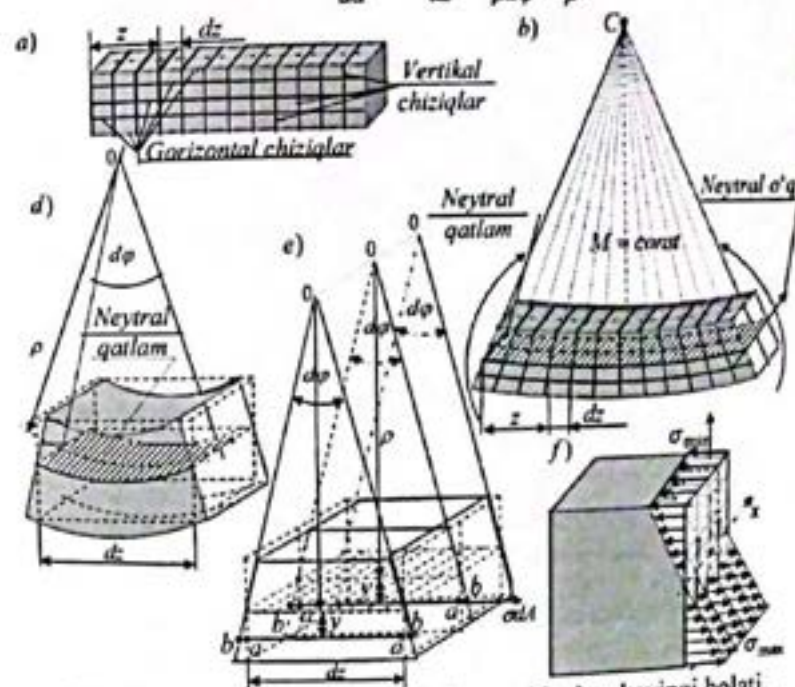
d) to'sin tolalarining deformatsiyast kesim eni bo'yicha joylashgan o'rtalga bog'liq emas, shuning uchun ham normal kuchlanish to'sin ko'ndalang kesim balandligi bo'yicha o'zgaruvchan bo'lib, eni bo'yicha bir xil qiymatga ega bo'ladi.

e) to'sin ko'ndalang kesimining siqilgan qatlamlari tomoni kengayib, cho'zilgan qatlamlari tomoni qisqaradi.

To'sin egilgandan keyin, uzunligi dz ga teng bo'lgan elementi deformatsiyasini qaraymiz (9.3, d)-chizma). Elementning qo'shni ko'ndalang kesimlari neytral o'q atrofida $d\varphi$ burchakka aylanadi. Neytral tolaning egrilik radiusini ρ bilan belgilaymiz va tadqiqot ishlarini olib borish oson bo'lishi uchun tolalar deformatsiyalansa ham, shartli ravishda 9.3, e)-chizmada keltirilganidek, to'g'riligicha qoladi deb qaraymiz. Qaralayotgan elementning yuqorigi tolalari siqilib pastki tolalari cho'ziladi. To'sin ko'ndalang kesimidagi tolaning bo'ylama cho'zilish deformatsiyasi quyidagiga teng ekanligi 9.3, e)-chizmadan ko'rinib turibdi:

$$bb - aa = \Delta z = y d\varphi, \quad aa = dz = \rho d\varphi. \quad (9.5)$$

$$\epsilon = \frac{bb - aa}{aa} = \frac{\Delta z}{dz} = \frac{y d\varphi}{\rho d\varphi} = \frac{y}{\rho}. \quad (9.6)$$



9.3-chizma. To'sinning egilish jarayonidagi va keyingi holati.

Guk qonunidan foydalanib, yuqorida qabul qilingan farazlar asosida normal kuchlanish ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = y \frac{E}{\rho} \quad (9.7)$$

Normal σ kuchlanish qiymatini (9.2) formulaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\int_A \frac{E}{\rho} y dA = 0. \quad (9.8)$$

Bu integral ostida $\frac{E}{\rho}$ qiymat o'zgarmas va nolga teng bo'lmaganligi sababli uni integraldan chiqarib, hosil bo'lgan integral tenglamaning har ikkala qismini $\frac{E}{\rho}$ ga bo'lib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\int_A y dA = 0. \quad (9.9)$$

Ushbu tenglikning chap tomonidagi integral, to'sin ko'ndalang kesimining neytral o'qqa nisbatan statik momentini ifodalaydi. Statik moment nolga tengligi sababli neytral o'q ko'ndalang kesimining og'irlik markazidan o'tadi.

Normal σ kuchlanish qiymatini (9.3) formulaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$M_x = \int_A \left(y \frac{E}{\rho} dA \right) y = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA. \quad (9.10)$$

Eguvchi moment ifodasidagi integral x o'qiga nisbatan ko'ndalang kesimning inersiya momentini ifodalaydi, ya'ni:

$$I_x = \int_A y^2 dA. \quad (9.11)$$

Shuning uchun ham eguvchi moment ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$M_x = \frac{EI_x}{\rho}. \quad (9.12)$$

Eguvchi moment ifodasidan neytral qatlamning egriligini aniqlab olamiz:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}. \quad (9.13)$$

Neytral qatlamning egrilik ifodasi (9.13)ni kuchlanish ifodasi (9.7)ga qo'yib, sof egilishdagi normal kuchlanishni quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y. \quad (9.14)$$

Shunday qilib, ko'ndalang kesimning istiqboliy nuqtasidagi normal kuchlanish eguvchi momenti qiymatiga hamda shu nuqtadan neytral o'qqacha bo'lgan masofaga to'g'ri proporsional va kesimning neytral o'qqa nisbatan olingan inersiya momentiga teskari proporsional ekan.

Demak, (9.14) formuladan ko'rinadiki, sof egilishda normal kuchlanish to'sin ko'ndalang kesim balandligi bo'yicha to'g'ri chiziqli qonun asosida o'zgarishi va neytral o'qdan bir xil uzoqlikda turgan tolalarda normal kuchlanishlar teng bo'lar ekan (9.3, f-dirma).

To'sin egilganda, uning xavfli ko'ndalang kesimida siquvchi yoki cho'zuvchi maksimal normal kuchlanish, kesim neytral o'qdan eng uzoqda joylashgan $y = y_{max}$ tolalarida hosil bo'ladi, ya'ni:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{I_x} y_{max}. \quad (9.15)$$

Bu formuladagi $\frac{I_x}{y_{max}}$ ifoda ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbat qarshilik momentini ifodalaydi, ya'ni

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}}. \quad (9.16)$$

Unda maksimal normal kuchlanish ifodasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{xmax}}{W_x}. \quad (9.17)$$

Ko'ndalang kesimi turli shakldagi yuzalarning x va y koordinata o'qlariga nisbatan qarshilik momentlarini keltiramiz.

1. Balandligi h va eni b bo'lgan to'g'ri to'rtburchakning markaziy o'qiga nisbatan inersiya momentlari $I_x = \frac{bh^3}{12}$; $I_y = \frac{hb^3}{12}$ ga tengligi ma'lum. Unda to'g'ri to'rtburchak kesimining markaziy o'qlariga nisbatan qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}} = \frac{bh^3}{12} : \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{6}; \text{ va } W_y = \frac{b^2h}{6}. \quad (9.18)$$

2. Tomonlari teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchak, ya'ni $h=b=a$ bo'lgandagi kvadrat kesimining markaziy o'qlariga nisbatan qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$W_x = W_y = \frac{a^3}{6}.$$

3. Doiraning inersiya momenti $I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64}$ ga tengligi ma'lum. Unda doira kesimining markaziy o'qlariga nisbatan qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

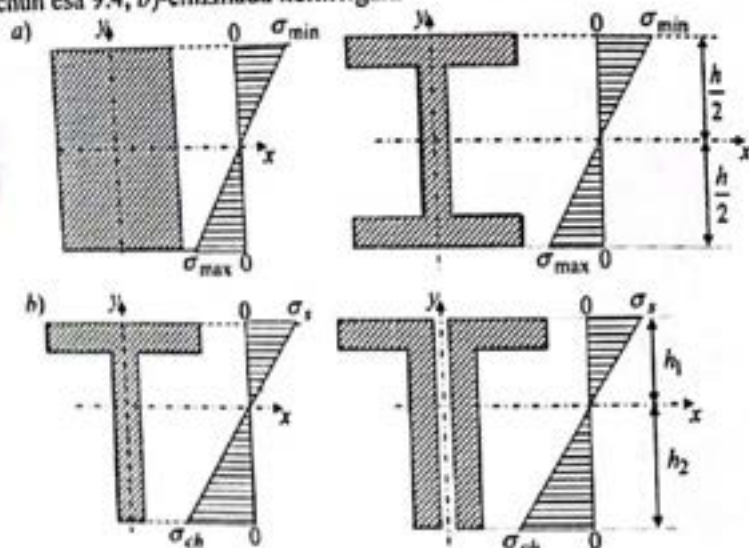
$$W_x = W_y = \frac{\pi d^4}{64} : \frac{d}{2} = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3. \quad (9.19)$$

4. Halqaning ichki diametri d va tashqi diametri D bo'lsa, unda halqa kesimining markaziy o'qlariga nisbatan qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$W_x = W_y = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\pi D^3 (1 - c^4)}{32} \approx 0,1 D^3 (1 - c^4) \quad (9.20)$$

Bunda $c = \frac{d}{D}$ nisbatni ifodalaydi.

To'sinlarning neytral o'qqa simmetrik bo'lgan turli shakldagi kesimlari balandligi bo'yicha normal kuchlanishning taqsimlanishi qonunini ko'rsatuvchi epyura 9.4, a)-chizmada, nosimmetrik kesimlar uchun esa 9.4, b)-chizmada keltirilgan.



9.4-chizma. Turli shakldagi ko'ndalang kesimlarda normal kuchlanish epyuralari.

Normal σ kuchlanish qiymati (9.7)ni (9.4) formulaga olib kelib qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{E}{\rho} \int xy dA = 0. \quad (9.21)$$

Egilishda (9.21) tenglikdagi egrilik $\frac{1}{\rho}$ nolga teng bo'lmaganligi sababli, bu tenglik bajarilishi uchun $\int xy dA = 0$ bo'lishi shart.

Demak, bu integral to'sin ko'ndalang kesimining markazdan qochirma inersiya momentini ifodalab, nolga teng bo'lganligi uchun ox va oy koordinata o'qlari bosh o'qlar bo'ladi.

9.2-§. Normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti

Egilishga qarshilik ko'rsatayotgan to'sin mustahkam bo'lishi uchun uning eng xavfli kesimida hosil bo'lgan maksimal normal kuchlanish to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanishga teng va undan kichik bo'lishi shart. Mustahkamlik sharti cho'zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatuvchi materialdan yasalgan va ko'ndalang kesimi neytral o'qqa nisbatan simmetrik bo'lgan to'sin uchun quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq \sigma_{adm} \quad (9.22)$$

Bunda

$M_{\max}$ to'sinning xavfli kesimidagi eng katta eguvchi moment;

σ_{adm} to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish.

To'sin egilishda cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatsa, ya'ni mo'rt materialdan yasalgan bo'lsa yoki ko'ndalang kesimi neytral o'qqa nosimmetrik bo'lsa, mustahkamlik sharti cho'ziluvchi qismlari va siqiluvchi qismlari uchun alohida-alohida ifodalanadi:

$$(\sigma_t)_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_2} \leq \sigma_{adm,t} \quad (9.23)$$

$$(\sigma_c)_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_1} \leq \sigma_{adm,c} \quad (9.24)$$

Bunda

$\sigma_{adm,t}$ cho'zilishda to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish;

$\sigma_{adm,c}$ siqilishda to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish.

Ko'ndalang kesimi neytral o'qqa nosimmetrik bo'lgan qarshilik momentlari quyidagicha ifodalanadi:

$$W_1 = \frac{I_x}{h_1}, \quad W_2 = \frac{I_x}{h_2} \quad (9.25)$$

Hisoblab aniqlangan maksimal normal kuchlanish σ_{max} bilan to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish σ_{adm} orasidagi farq $\pm 5\%$ bo'lishi lozim. Agar kuchlanishlar orasidagi farq $+5\%$ dan ortiq bo'lsa, to'sinning mustahkamligi va -5% dan kam bo'lsa, to'sin materiali tejamliligi ta'minlanmaydi.

Egilishga ishlovchi konstruksiya elementlarini mustahkamlikka hisoblashda quyidagi uch xil ko'rinishdagi masalalar uchrashtirish mumkin.

1. *Mustahkamlikka tekshirish:* to'singa ta'sir etayotgan kuchlar va ko'ndalang kesim o'lchamlari ma'lum bo'lsa, uning xavfli kesimidagi maksimal normal kuchlanishni aniqlab, to'sin mustahkamligini tekshirish talab etiladi, ya'ni

$$\sigma_{max} = \pm \frac{M_{max}}{W_x} \leq \sigma_{adm} \quad (9.26)$$

To'sin mustahkam va tejamliligi uchun maksimal normal kuchlanish σ_{max} bilan to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish σ_{adm} orasidagi farq $\pm 5\%$ dan kata farq qilmasligi lozim.

2. *Ko'ndalang kesimni tanlash va o'lchamlarini topish:* to'singa ta'sir etayotgan kuchlar va uning materiali ma'lum bo'lsa, to'sinning mustahkamligini ta'minlovchi ko'ndalang kesim o'lchamlari aniqlanib, kesim shaklini tanlash talab etiladi, ya'ni

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} \quad (9.27)$$

Bu shartdan aniqlangan qarshilik momenti shu qarshilik momenti bo'yicha tanlangan kesim qarshilik momenti ifodasiga tenglashtiriladi va ko'ndalang kesim o'lchamlari aniqlanadi. To'sinlar prokat po'latdan yasalgan bo'lsa, (9.27) ifodadan aniqlangan qarshilik momenti bo'yicha to'sin ko'ndalang kesimi o'lchamlari GOST jadvali bo'yicha tanlab olinadi.

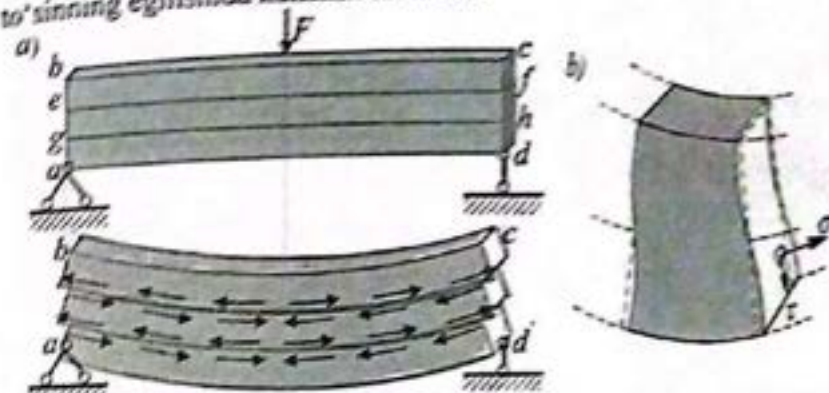
3. *To'sin ko'tara oladigan eng katta kuchni aniqlash:* to'sin materiali va uning ko'ndalang kesimi o'lchamlari ma'lum bo'lsa, to'sin ko'tara oladigan eng katta kuchni aniqlash talab etiladi, ya'ni

$$M_{max} \leq \sigma_{adm} W_x, \quad M_{max} \leq \sigma_{adm} W_x \quad (9.28)$$

Bu shartdan aniqlangan eguvchi moment to'singa qo'yilgan tashqi kuch bilan bog'lanadi va bu bog'lanishdan to'singa qo'yilishi mumkin bo'lgan eng katta tashqi kuchlar aniqlanadi.

9.3.4. Urinma kuchlanishni aniqlash

Ko'ndalang egilishda to'sin kesimida ko'ndalang kuch Q , va eguvchi moment M_x hosil bo'lishi ma'lum. To'sin ko'ndalang kesimlarida eguvchi moment M_x , ko'ndalang kuch Q , dan natijaviy normal kuchlanish σ hosil bo'ladi. bundan tashqari urinma kuchlanish τ ham hosil bo'ladi. Unda urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asosan neytral qatlamga parallel bo'lgan bo'yama qatlamlarida ham normal kuchlanish hosil bo'ladi. Bo'yama kesimlardagi urinma kuchlanishlar qatlamlardagi to'lalarni bir-biriga nisbatan siljitadi (9.5, a-chizma). Buni ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan yog'och to'sinning egilishida kuzatish mumkin.



9.5-chizma. Urinma kuchlanishlarning kesimlar bo'yicha taqsimlanishi.

Demak, siljish natijasida tekis kesim cheklanishi buziladi, unda ko'ndalang egilishda deformatsiyagacha tekis bo'lgan kesim yuzasi deformatsiyadan keyin biroz egilib deformatsiyalanadi (9.5, b)-chizma). Lekin o'tkazilgan tajribalar va nazariy tadqiqotlar siljishning normal kuchlanishlar qiymatiga ta'siri yetarli darajada kichik ekanligini va siljish normal kuchlanishlarning ko'ndalang kesim bo'yicha taqsimlanish qonuniga ta'sirini e'tiborga olmasa ham bo'lishini ko'rsatadi.

Bundan kelib chiqadigan xulosalar:

1. Ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan τ urinma kuchlanishlar ko'ndalang kuchga parallel yo'nalgan bo'ladi;
2. Ko'ndalang kesimlarida neytral o'qdan teng uzoqlikdagi nuqtalarda urinma kuchlanishlar o'zaro teng, ya'ni ko'ndalang kesim eni bo'yicha tekis taqsimlanadi;

3 Ko'ndalang egilishda ham sof egilishdagi normal kuchlanishni aniqlash formulasidan foydalanish mumkin, ya'ni

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y. \quad (9.29)$$

Egilgan to'sin kesimlarida r urinma kuchlanishlarni aniqlash va ularning kesim bo'yicha taqsimlanish qonunini o'rganish maqsadida 9.6, a)-chizmada keltirilgan to'sinni tadqiq qilamiz. Qaralayotgan to'sindan uzunligi Δz ga teng bo'lgan elementni fikran kesib olamiz (9.6, b)-chizma) va elementni neytral qatlarga parallel ravishda bo'ylama kesib, ikki qismga ajratamiz. Ajratilgan bu ikki qismlardan birining, ya'ni ikki kesim bo'yicha siqovchi N , $N + dN$ kuchlar ta'sir etgan yuqori bo'lakning muvozanatini ko'rib chiqamiz (9.6, d)-chizma).

To'sinning abscissasi z bo'lgan kesimda M_x eguvchi moment, abscissasi $z + \Delta z$ bo'lgan ko'ndalang kesimda $M_x + dM_x$ eguvchi moment ta'sir etadi. Buning natijasida ajratib olingan elementning 1-2-2'-1' va 3-4-4'-3' kesimlarida normal kuchlanishlar tegishli qiyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{I_x} y_1 \text{ va } \sigma_1 + d\sigma_1 = \frac{M_x + dM_x}{I_x} y_1. \quad (9.30)$$

Bunda

$$d\sigma_1 = \frac{dM_x}{I_x} y_1. \quad (9.31)$$

Urinma r kuchlanishni aniqlash uchun uning to'sin eni bo'yicha taqsimlanish qonunini bilish kerim. Bu masalani hal qilishda urima r kuchlanish kesim eni bo'yicha tekis taqsimlangan deb faraz qilishga to'g'ri keladi va z ko'ndalang kesim yuzasining shakliga bog'liqligini e'tiborga olish kerim.

Unda ajratilgan elementning neytral qatlarga parallel bo'lgan 1-2-2'-1' tashqi qismiga ta'sir qilovchi urima kuch quyidagiga teng:

$$dT = r \Delta z. \quad (9.32)$$

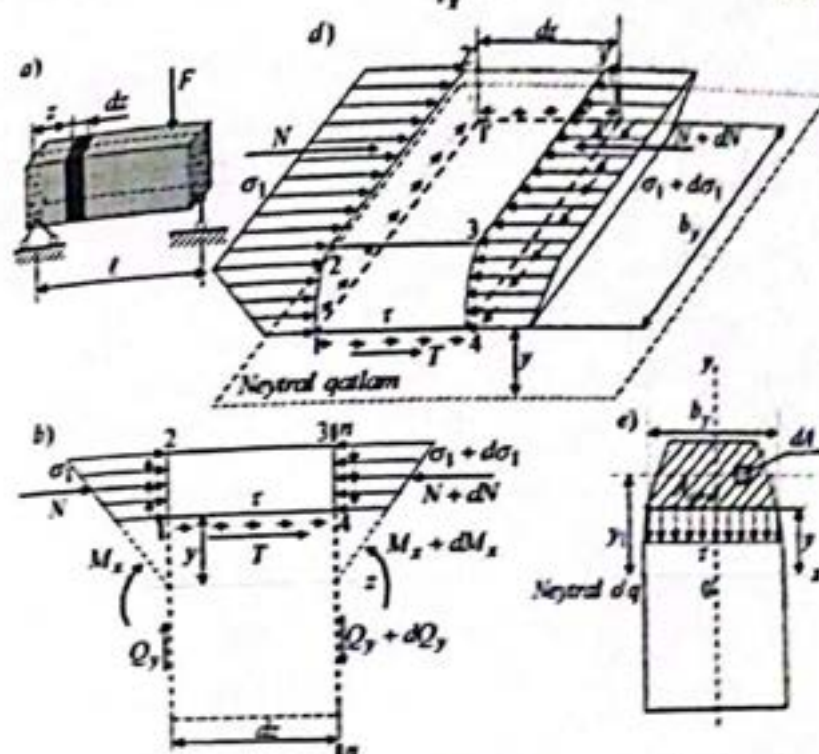
bunda r - urima kuchlanishlar aniqlanadigan kesim yuzasining eni.

Elementning 3-4-4'-3' o'ng tashqi qismiga ta'sir etuvchi siqovchi kuch 1-2-2'-1' chap tashqi qismiga ta'sir etuvchi siqovchi kuchdan quyidagi qiymatga eriq:

$$dN = \int_{A_0} d\sigma_1 \Delta z = \int_{A_0} \frac{dM_x}{I_x} y_1 \Delta z = \frac{dM_x}{I_x} \int_{A_0} y_1 \Delta z \quad (9.33)$$

Bunda $S_x^{ch} = \int_{A_0} y_1 \Delta z$ ajratib olingan bo'lakchani bo'lakchani nisbatan statik momenti bo'lgani uchun ham (9.33) formulani quyidagicha ifodalash mumkin:

$$dN = \frac{dM_x}{I_x} S_x^{ch}. \quad (9.34)$$



9.6-chizma. Ajratilgan ko'ndalang kesimlardagi kuchlanishlarning taqsimlanishi.

Elementning z o'qiga nisbatan muvozanat $\sum z = 0$ tenglamasini tuzamiz, ya'ni

$$dT = dN \text{ yoki } dT = \frac{dM_x}{I_x} S_x^{ch}. \quad (9.35)$$

Ushbu (9.35) ifodani yuqorida keltirilgan urima kuch (9.32) ga tenglab, quyidagini hosil qilamiz:

$$r = \frac{dM_x}{\Delta z} \frac{S_x^{ch}}{I_x \Delta z}. \quad (9.36)$$

Juravskiyning ikkinchi teoremasi $\frac{dM_z}{dz} = Q_z$ ni e'tiborga olib, 9.7-
 ifodani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\tau = \frac{Q_z S_z^0}{I_z b} \quad (9.37)$$

Bu Juravskiy formulasi deb ataladi.

Urinma kuchlanishlarning juftlik qonuni asosida neytral qutbga
 perpendikulyar bo'lgan kesimlardagi, ya'ni ko'ndalang kesimlardagi
 urinma kuchlanishni ham aniqlash mumkin.

Urinma kuchlanish (9.37) formulasidan ko'rinib turibdiki, urinma
 kuchlanish kesim balandligi bo'yicha taqsimlanish qonuni, neytral o'qqa
 nisbatan olingan statik moment S_z^0 ning kesimi eni b , ga nisbati kabi
 o'zgaradi.

Ixtiyoriy berilgan ko'ndalang kesim yuzasining eng chetki nuqtalari
 uchun ajratib olingan bo'lakchani statik momenti nolga teng bo'ladi,
 chunki $A_{\Delta} = 0$. Shuning uchun ham bu nuqtalarda urinma kuchlanishlar
 nolga teng bo'ladi. Urinma kuchlanishlarning taqsimlanish qonunlarini
 to'g'ri to'rtburchak va qo'shtavr shaklidagi kesim yuzalari uchun qarab
 chiqamiz.

To'g'ri to'rtburchakli kesim. Urinma kuchlanishlarning kesim
 balandligi bo'yicha taqsimlanish qonunini ko'rib chiqamiz (9.7-chizma).
 Bunda kesim eni b , $= b$ o'zgarmas bo'lgani uchun kesim balandligi
 bo'yicha urinma kuchlanishlarning taqsimlanish qonuni kesim statik
 momentining o'zgarish qonuniga bog'liq bo'ladi. Ajratib olingan qism
 kesimning neytral o'qqa nisbatan statik momenti quyidagicha
 hisoblanadi:

$$S_z^0 = A_{\Delta} \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) = b \cdot \left(\frac{h}{2} - y \right) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} + y \right) = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (9.38)$$

To'g'ri to'rtburchakli kesimning inersiya momenti quyidagicha

$$I_z = \frac{bh^3}{12} \quad (9.39)$$

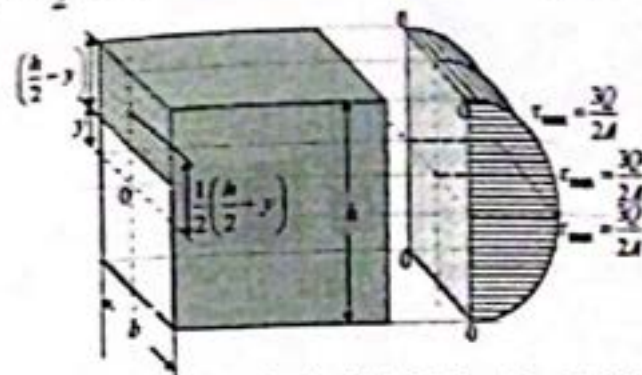
teng ekanligi ma'lum.

Ushbu (9.38) va (9.39) ifodalarni (9.37) urinma kuchlanish
 formulasiga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\tau = \frac{Q_z}{b \left(\frac{bh^3}{12} \right)} \cdot \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) = \frac{6Q_z}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (9.40)$$

Demak, bu formuladan ko'rinadiki, urinma kuchlanishlar kesim
 balandligi bo'yicha kvadrat parabola qonuni asosida o'zgarib ekan.
 Urinma kuchlanishlar epyurasini chizish uchun o'rinaning
 xarakterli qiymatlarini beramiz, ya'ni

$$y = \pm \frac{h}{2} \text{ bo'lganda } \tau = 0; \quad y = 0 \text{ bo'lganda } \tau_{\max} = \frac{3Q_z}{2A} \quad (9.41)$$

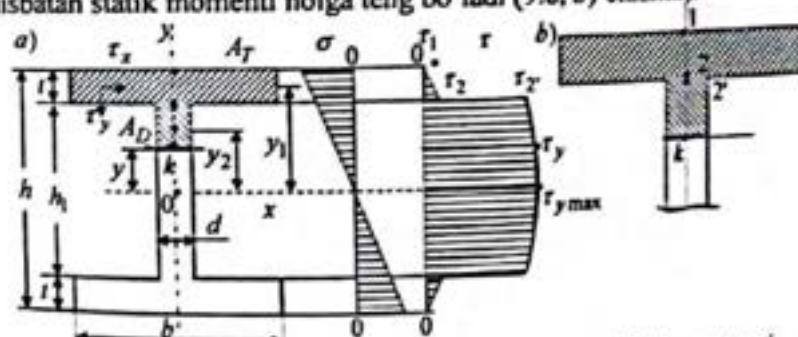


9.7-chizma. To'g'ri to'rtburchakli kesimda urinma kuchlanishlar
 epyurasi.

Olingan bu natijalar asosida urinma kuchlanishlar epyurasi 9.7-
 chizmada qurib ko'rsatilgan.

Qo'shtavrli kesim. Qo'shtavr kesimli yuza shu bilan xarakterliki,
 kesimning eni qo'shtavr devoridan tokchasiga o'tishda keskin o'zgaradi
 (9.8, a)-chizma). Urinma kuchlanishning kesim balandligi bo'ylab
 o'zgarish qonunini (9.37) formuladan foydalanib aniqlaymiz.

Yuqorigi 1 nuqtada urinma kuchlanish $\tau_1 = 0$ bo'ladi, chunki kesim
 yuzasi bu nuqtadan pastda joylashgan, shuning uchun ham x o'qiga
 nisbatan statik momenti nolga teng bo'ladi (9.8, b)-chizma).



9.8-chizma. Qo'shtavr kesimda urinma kuchlanishlar epyurasi.

Tokchani pastki qirrasidan o'tuvchi chiziq ustki qismiga tegishli 2 nuqtasidan yuqoridagi yuzaning x o'qiga nisbatan statik momenti va shu nuqtadagi urinma kuchlanish quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$S_x^{ch} = A_I^{ch} y_1 = b \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = \frac{1}{2} b (h-t) \quad r_2 = \frac{Q}{b I_x} \frac{1}{2} b (h-t) \quad (9.42)$$

Tokchani pastki qirrasidan o'tuvchi chiziq pastki qismiga tegishli 2 nuqtadan pastdagi devorning yuqorigi chizig'iga tegishli 2 nuqtasidan yuqoridagi yuzaning x o'qiga nisbatan statik momenti va shu nuqtadagi urinma kuchlanish quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$S_x^{ch} = A_I^{ch} y_1 = b \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = \frac{1}{2} b (h-t) \quad r_2 = \frac{Q}{d \cdot I_x} \frac{1}{2} b (h-t) \quad (9.43)$$

Devoriga tegishli ixtiyoriy k nuqtasidan yuqoridagi yuzaning x o'qiga nisbatan statik momenti quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$S_x^{ch} = A_I^{ch} y_1 + A_D^{ch} y_2 \quad (9.44)$$

Qo'shtavr og'irlik markazi, 0 nuqtasidan yuqoridagi yuzaning x o'qiga nisbatan statik momenti va shu nuqtada urinma kuchlanish maksimal qiymatga erishadi, ular quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$S_x^{ch} = A_I^{ch} y_1 + A_D^{ch} y_2 = b \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) + d \left(\frac{h}{2} - t \right) \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} - t \right) =$$

$$= \frac{bt}{2} (h-t) + \frac{d}{2} \left(\frac{h}{2} - t \right)^2; \quad (9.45)$$

$$r_{max} = \frac{Q}{d I_x} \left[\frac{bt}{2} (h-t) + \frac{d}{2} \left(\frac{h}{2} - t \right)^2 \right]$$

Yuqorida keltirilgan formulalar yordamida aniqlangan qiymatlari bo'yicha urinma $r_1; r_2; r_y; r_{max}$ kuchlanishlar epyuralari 9.8, a) chizmada qurilgan. 9.8, a) chizmadan ko'rinadiki, urinma kuchlanishlar epyurasi x o'qiga simmetrik bo'lib, qo'shtavr balandligi bo'yicha kvadrat parabola qonuni asosida o'zgarar ekan. To'singa ta'sir etayotgan kuchning 90% dan ko'prog'i qo'shtavr devoriga tushadi.

Urinma kuchlanishlarning juftlik qonunidan ma'lumki, qo'shtavr tokchasining har bir nuqtasida r_y bilan r_x urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi. Urinma r_y kuchlanishlarni (9.37)dan foydalanib aniqlasak, kesimni keskin o'zgarishi munosabati bilan urinma kuchlanish epyurasida sakrash ro'y beradi (9.8, a) chizmada ko'rsatilgandek). Qo'shtavr tokchasi bo'yicha urinma kuchlanishlar tekis taqsimlanmaydi, shuning uchun ham r_y urinma kuchlanishni (9.37) formuladan aniqlab bo'lmaydi.

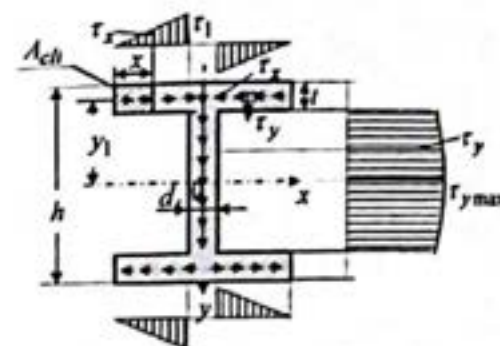
Qo'shtavr tokchasi qalinligi bo'ylab urinma kuchlanishlar tekis taqsimlangan deb faraz qilsak, ularni (9.37) formuladan foydalanib aniqlash mumkin.

Tokcha yuzasining x o'qiga nisbatan statik momenti va shu nuqtadagi urinma kuchlanish quyidagi formulalardan aniqlanadi (9.9-chizma):

$$S_x^{ch} = A^{ch} y_1 = x \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = \frac{1}{2} x (h-t) \quad r_x = \frac{Q}{2 I_x} x (h-t) \quad (9.46)$$

Ushbu (9.46) formuladan ko'rinadiki, tokchani erkin uchidagi kesimda urinma kuchlanish nolga teng bo'ladi va u eng katta qiymatga devor chiziqlari bilan tokchani kesishgan yuzasida erishadi, ya'ni:

$$r_{xmax} = \frac{Q}{4 I_x} (b-d)(h-t) \quad (9.47)$$



9.9-chizma. Qo'shtavr kesimining devoridagi va tokchasidagi urinma kuchlanishlar epyuralari.

9.4-§. Urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti

To'sinlar urinma kuchlanishga puxta qarshilik ko'rsatishi uchun uning ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan maksimal urinma kuchlanish shu to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanishdan kichik va teng bo'lishi shart.

To'sinlarning urinma kuchlanishga nisbatan mustahkamlik shartini quyidagi formula orqali ifodalash mumkin:

$$r_{max} = \frac{Q_{y,max} S_{x,max}^{ch}}{I_x b_y} \leq r_{adm} \quad (9.48)$$

bunda $Q_{y,max}$ to'sin kesimidagi eng katta ko'ndalang kuch;

$S_{x,max}^{ch}$ ko'ndalang kesimning neytral o'qdan bir tomonda joylashgan yuzasining shu neytral o'qqa nisbatan maksimal statik momenti;

τ_{adm} to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish bo'lib, mustahkamlikning to'rtinchi nazariyasiga asosan $\tau_{adm} = 0,6\sigma_{adm}$ ga teng. Masalan po'lat 3 materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish GOST-960-48 bo'yicha $\sigma_{adm} = 160 \text{ MPa}$ qabul qilingan.

Ba'zi bir materiallar, masalan yog'och urinma kuchlanishga yetarli darajada qarshilik ko'rsata olmaydi. Yog'och to'sinlar, neytral qavasi tolalari urinma kuchlanishga yetarlicha bardosh bera olmasligi tufayli yoriladi. Shuning uchun ham, bu kabi to'sinlarni urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlikka tekshirish zarur.

9.5-§. Egilishda bosh kuchlanishlar va eng katta urinma kuchlanishlar

Shu bobning yuqorida keltirilgan 9.2-9.3-paragraflarida to'sinning tekis ko'ndalang egilishida normal kuchlanish

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y \quad (9.49)$$

va urinma kuchlanish

$$\tau = \frac{Q_y S_x^{cd}}{I_x b_y} \quad (9.50)$$

formulalari hosil qilingan edi.

Demak, egilishda to'sinning istalgan nuqtasida tekis kuchlanganlik holati mavjud bo'ladi.

Ushbu (9.49 va 9.50) formulalardan va ularning yuqorida keltirilgan epyuralaridan ko'rinadiki, normal kuchlanishlar neytral o'qdan eng uzoqdagi nuqtalarda maksimal qiymatga erishib, neytral o'q ustida nolga teng, urinma kuchlanishlar neytral o'q ustida maksimal qiymatga erishib, neytral o'qdan eng uzoqdagi nuqtalarda nolga teng bo'ladi.

Tekis egilishga qarshilik ko'rsatuvchi, to'sinning turli qatlamlaridagi elementlari (9.10-chizma) qanday kuchlanganlik holatida bo'lishini ko'rib chiqamiz. To'sinning neytral o'qdan turli uzoqlikda joylashgan quyidagi elementlarini qaraymiz:

1. Neytral o'qdan eng uzoqdagi 1-chi element oddiy siqilish holatida bo'ladi.

2. Neytral o'qdan eng uzoqdagi 3-chi element oddiy cho'zilish holatida bo'ladi.

3. Neytral o'q ustidagi 2-chi element sof siljish (tekis kuchlanganlik) holatida bo'ladi.

4. Neytral o'qdan y masofadagi 4-chi element tekis kuchlanganlik holatida bo'ladi.

Nuqataning kuchlanish va deformatsiyalanish holati bobida tekis kuchlanganlik holati uchun bosh kuchlanishlar quyidagi formuladan aniqlanishi ma'lum:

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (9.51)$$

Qaralayotgan hol uchun bu formulaga $\sigma_x = \sigma$, $\sigma_y = 0$, $\tau_{xy} = \tau$ larni qo'yamiz, unda:

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}; \quad \sigma_{\min} = \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (9.52)$$

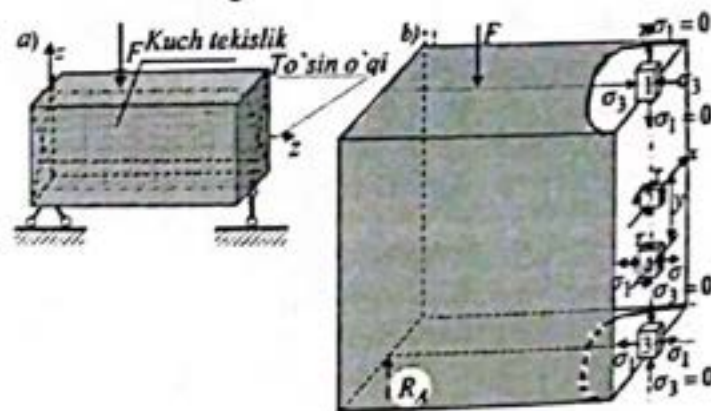
Bosh kuchlanishlar ta'sir etuvchi ikkita o'zaro perpendikulyar bo'lgan bosh yuzalar α_0 va $\alpha_0 + 90$ og'ish burchaklari quyidagi formuladan aniqlanadi (To'rtinchi bobdagi 4.18-formulaga qarang):

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau}{\sigma} \quad (9.53)$$

1. To'sin neytral o'qdan turli uzoqlikda joylashgan elementlarining kuchlanganlik holatlari: Neytral o'qdan eng uzoqdagi 1-chi element oddiy siqilish $\sigma = -\sigma$, $\tau = 0$ holatida bo'ladi, ya'ni

$$\sigma_1 = -\frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(-\sigma)^2 + 0} = 0; \quad \sigma_3 = -\frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(-\sigma)^2 + 0} = -\sigma \quad (9.54)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{0}{-\sigma} = 0; \quad \text{bo'lganda } \alpha_1 = 0; \quad \alpha_2 = 90^\circ.$$



9.10- chizma. To'sin turli qatlamlaridagi elementlar.

2. Neytral o'qdan eng uzoqdagi 3-chi element oddiy cho'zilish

$\sigma = \sigma$; $\tau = 0$ holatida bo'ladi, ya'ni

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma)^2} = \sigma; \quad \sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma)^2} = 0. \quad (9.55)$$

$$\alpha_1 = 90^\circ; \quad \alpha_2 = 0.$$

3. Neytral o'q ustidagi 2-chi element sof siljish (tekis kuchlanganlik) holatida bo'ladi, ya'ni

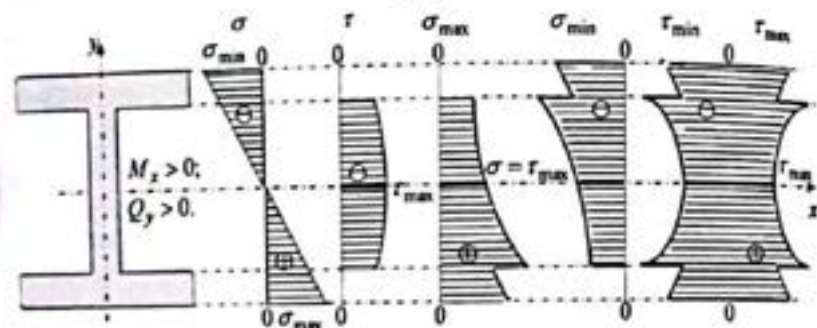
$$\sigma_1 = \frac{1}{2}\sqrt{(0+4\tau_{\max}^2)} = \tau_{\max}; \quad \sigma_3 = -\frac{1}{2}\sqrt{(0+4\tau_{\max}^2)} = -\tau_{\max}. \quad (9.56)$$

$$\tan 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{\max}}{0} = \infty; \quad 2\alpha_0 = 90^\circ \text{ va } 270^\circ; \quad \alpha_1 = 45^\circ; \text{ va } \alpha_2 = 135^\circ.$$

4. Neytral o'qdan y masofadagi 4-chi element tekis kuchlanganlik holatida bo'ladi.

Quyidagi formuladan eng katta urinma kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \quad \tau_{\max/\min} = \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (9.57)$$



9.11-chizma. Qo'shtavr kesimdagi kuchlanishlar epyuralari.

Egilishda to'sinning berilgan biror ko'ndalang kesimida neytral o'q ustida yotuvchi beshta nuqtadagi σ normal va τ urinma kuchlanishlarni aniqlab, bosh kuchlanishlar epyuralarini qurish mumkin.

Masalan, 9.11-chizmada qo'shtavr kesimli to'sin uchun kuchlanishlar epyuralari qurib ko'rsatilgan.

Bosh $\sigma_{\max}$, $\sigma_{\min}$ kuchlanishlar va $\tau_{\max}$, $\tau_{\min}$ ekstremal urinma kuchlanishlar epyuralaridagi sakrashlar qo'shtavr devoridan tokchasiga o'tishda τ urinma kuchlanish sakrashi kabi ro'y beradi. Kuchlanishlar epyuralaridan ko'rinadiki, absolyut qiymati bo'yicha eng katta urinma kuchlanish qo'shtavr tokchasidan devoriga o'tish joyida hosil bo'lar ekan.

9.6-§. To'sin mustahkamligini to'la tekshirish

Ko'ndalang egilishda to'sin materialining mustahkamligini ikki xil normal va urinma kuchlanishlar bo'yicha tekshirish masalalarini ko'rib chiqqan edik.

9.5-paragrafda keltirilganlar asosida to'sinlarning mustahkamligini quyidagi ikki holatda tekshirish maqsadga muvofiqdir:

1. Qaralayotgan to'sinning birorta ko'ndalang kesimida eguvchi moment va ko'ndalang kuch o'zining eng katta qiymatiga erishganda;
2. To'sin ko'ndalang kesimi eni to'satdan o'zgargan joylarda, masalan qo'shtavr tokchasidan devoriga o'tish joyida normal va urinma kuchlanishlar miqdori yetarli darajada katta bo'ladi.

Bosh kuchlanishlarning (9.51-9.57) formulalar bilan aniqlangan qiymatlari asosida mustahkamlik nazariyalari bo'yicha to'sin materiali uchun mustahkamlik shartlari quyidagicha ifodalanadi:

-birinchi mustahkamlik nazariyasi, eng katta normal kuchlanish nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti:

$$\frac{1}{2}[\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}] \leq \sigma_{adm}. \quad (9.58)$$

-uchinchi mustahkamlik nazariyasi, eng katta urinma kuchlanish nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_{adm}. \quad (9.59)$$

-to'rtinchi mustahkamlik nazariyasi, potensial energiya nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq \sigma_{adm}. \quad (9.60)$$

To'sinlarni hisoblashda to'rtinchi nazariya - potensial energiya nazariyasidan foydalanish maqsadga muvofiq bo'lar edi, lekin amaliyotda ko'pincha tejamli o'lchamlarni berganligi uchun eng katta normal kuchlanishlar nazariyasidan foydalanib kelinmoqda.

Masalalar:

9.1-masala. 9.12-chizmada keltirilgan ko'ndalang kesim o'lchamlari $0,16 \times 0,24 \text{ m}$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchakli yog'och to'sinning xavfli kesimidagi maksimal normal kuchlanish aniqlansin va kuchlanish epyurasi qurilsin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = R_A \cdot 6 + M - q \cdot 4 \cdot 4 + F \cdot 2 = 0, \text{ bundan}$$

$$6R_A - 160 + 12 + 16 = 0, \quad R_A = 22 \text{ kN}.$$

$$\sum m_{A} = -F \cdot 4 + q \cdot 4 \cdot 2 + M - R_B 6 = 0, \text{ bundan}$$

$$-32 + 92 - 6R_B = 0, \quad R_B = 10 \text{ kN}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = +R_A - q \cdot 4 + F + R_B = 0, \text{ undan } 10 - 40 + 8 + 22 = 0, \quad 0 = 0.$$

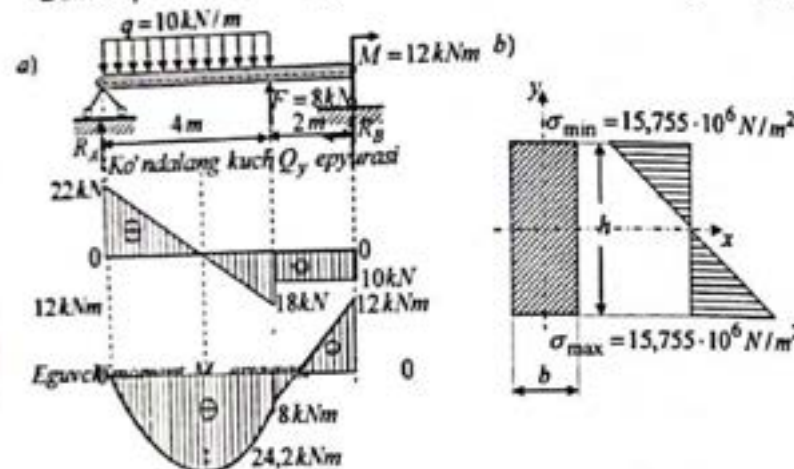
Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari quyidagicha tuziladi:

-o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 4 \text{ m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_y = R_A(z_1 - 0)^0 - q(z_1 - 0)$$

Bunda: $z_1 = 0$ bo'lganda $Q_y = 22 \text{ kN}$; $z_1 = 4 \text{ m}$ bo'lganda $Q_y = -18 \text{ kN}$.



9.12-chizma. Turli sirtqi yuklar bilan yuklangan oddiy to'sin.

-o'zgarish chegarasi $4 \leq z_2 \leq 6 \text{ m}$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$Q_y = R_A(z_2 - 0)^0 + F(z_2 - 4)^0 - q \cdot 4$$

Bunda: $z_1 = 4 \text{ m}$ bo'lganda $Q_y = -10 \text{ kN}$; $z_2 = 6 \text{ m}$ bo'lganda $Q_y = -10 \text{ kN}$.

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

-o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 4 \text{ m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = R_A(z_1 - 0) - q(z_1 - 0) \frac{(z_1 - 0)}{2}$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } M_x = 0; \quad z_1 = 4 \text{ m bo'lganda } M_x = 22 \cdot 4 - 10 \cdot 4 \cdot 2 = -8 \text{ kNm}$$

To'sinning birinchi va ikkinchi oraliqlarida ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment maksimum qiymatiga erishadi. Eguvchi moment maksimum qiymatini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta z_0 absissasi, ko'ndalang kuch ifodasi nolga tenglanib aniqlanadi.

-o'zgarish chegarasi $4 \leq z_2 \leq 6 \text{ m}$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$M_x = R_A(z_2 - 0) - q \cdot 4 \cdot (z_2 - 2) + F(z_2 - 4)$$

Bunda: $z_2 = 4 \text{ m}$ bo'lganda $M_x = 22 \cdot 4 - 10 \cdot 4 \cdot 2 + 8 \cdot 0 = -8 \text{ kNm}$

$z_2 = 6 \text{ m}$ bo'lganda $M_x = 22 \cdot 6 - 10 \cdot 4 \cdot 4 + 8 \cdot 2 = -12 \text{ kNm}$

Ikkinchi oraliqda eguvchi moment maksimumi qiymatini aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta z_0 absissasi, ko'ndalang kuch ifodasi nolga tenglanib aniqlanadi.

Ko'ndalang kuchning nolga teng bo'lishi shartidan:

$$Q_y = R_A(z_0 - 0)^0 - q(z_0 - 0) = 0; \quad z_0 = \frac{R_A(z_0 - 0)^0}{q} = \frac{22}{10} = 2.2 \text{ m}$$

Unda eguvchi momentning maksimum qiymati birinchi oraliqning $z_2 = z_0 = 2.2 \text{ m}$ kesimida quyidagiga teng bo'ladi:

$$z_0 = 2.2 \text{ m bo'lganda, } M_{\max} = 22 \cdot 2.2 - 10(2.2) \frac{(2.2)}{2} = 24.2 \text{ kNm}$$

Bu natijalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Birinchi oraliqda ko'ndalang kuch noldan o'tib o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun shu kesimda eguvchi moment maksimumga (9.12-chizma) erishishi ko'rsatilgan.

Eguvchi momentning eng katta absolyut qiymati to'sinning $z = 2.2 \text{ m}$ kesimida bo'lgani uchun bu kesim xavfli kesim hisoblanadi. Eguvchi moment epyurasidan maksimal qiymat uchun $M_{\max} = 24.2 \text{ kNm}$ qabul qilamiz.

To'sin ko'ndalang kesimidagi normal kuchlanishlar (9.14) va (9.17) formulalardan aniqlanadi.

Ko'ndalang kesimning $y = h/2$ nuqtasida normal kuchlanish qiymati aniqlanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x} = \frac{24.2}{0.16(0.24)^2} = 15755 \text{ kN/m}^2 = 15.755 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$

Ko'ndalang kesimning og'irlik markazidagi nuqtasida, ya'ni $y = 0$

bo'lganda $\sigma = 0$ bo'ladi.

Ko'ndalang kesimning $y = -4/2$ nuqtasida normal kuchlanish qiymati aniqlanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} = \frac{24,2}{0,18(0,24)^2} = 15755,4 \text{ N/m}^2 = 15,755 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$

To'sin ko'ndalang kesimi balandligi bo'yicha normal kuchlanish e'qurasi 9.12 b)-chizmada qurib ko'satilgan.

2-masala 9.13-chizmada keltirilgan tekis taqsimlangan yuk ta'siridagi konsolli to'sinning xavfli kesimi aniqlansin va turli shakldagi 9.13, a) g)-chizmalarda berilgan ko'ndalang kesimlar tanlansin. To'sin materiali po'lat 3 berilgan ruxsat etilgan kuchlanishi $\sigma_{\text{ruxs}} = 16000 \text{ N/cm}^2$.

Yechish: a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum m_{A} = -q_1 \cdot 2 \cdot 1 + q_2 \cdot 2 \cdot 1 - R_B \cdot 2 + q_3 \cdot 2 \cdot 3 = 0.$$

$$12 + 32 - 2R_B + 36 = 0 \quad R_B = 28 \text{ kN}.$$

$$\sum m_{B} = -q_1 \cdot 2 \cdot 3 - q_2 \cdot 2 \cdot 1 + R_A \cdot 2 + q_3 \cdot 2 \cdot 1 = 0.$$

$$-36 - 32 + 2R_A + 12 = 0 \quad R_A = 28 \text{ kN}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - q_1 \cdot 2 - q_2 \cdot 2 - q_3 \cdot 2 + R_B = 0 \quad 28 - 12 - 32 - 12 + 28 = 0 \quad 0 = 0.$$

Tenglamani reaksiya kuchlari qanoatlantirdi, demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari quyidagicha tuziladi:

-o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2 \text{ m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -q_1(z_1 - 0)$$

Bunda:

$$z_1 = 0 \text{ bo'lganda } Q_y = 0; \quad z_1 = 2 \text{ m bo'lganda } Q_y = -12 \text{ kN}.$$

-o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 4 \text{ m}$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -q_1 \cdot 2 - q_2(z_2 - 2) - q_3(z_2 - 2)^2;$$

Bunda:

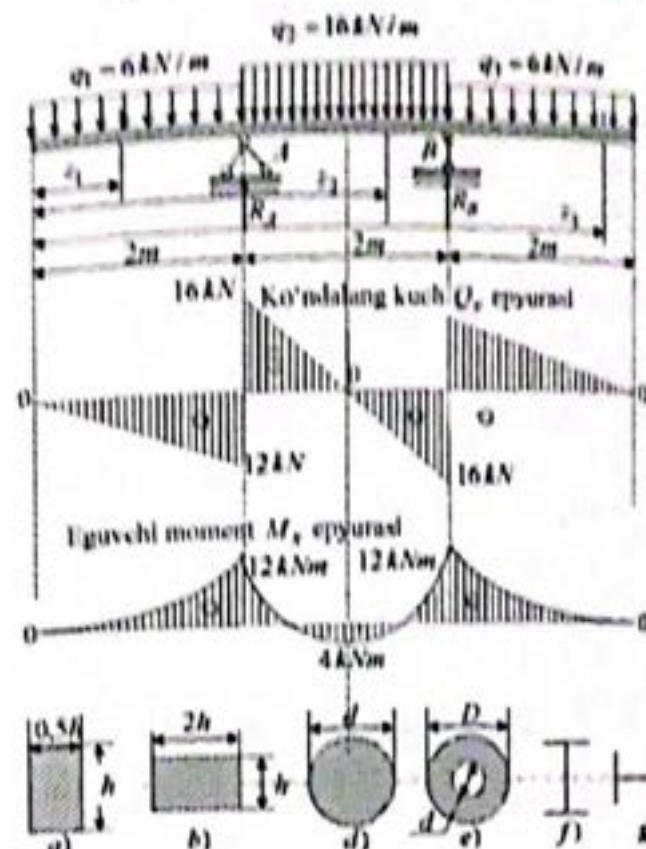
$$z_2 = 2 \text{ m bo'lganda } Q_y = -16 \text{ kN}; \quad z_2 = 4 \text{ m bo'lganda } Q_y = -16 \text{ kN}.$$

-o'zgarish chegarasi $4 \leq z_3 \leq 6 \text{ m}$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -q_1 \cdot 2 - q_2 \cdot 2 - q_3(z_3 - 2)^2 + R_A(z_3 - 4) + R_B(z_3 - 4)^2.$$

Bunda:

$z_1 = 4 \text{ m bo'lganda } Q_y = -12 \text{ kN}; \quad z_1 = 6 \text{ m bo'lganda}$



9.13-chizma. Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan konsolli to'sin.

e) to'sinning chap tayanchidan z_1, z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

-o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2 \text{ m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = -q_1(z_1 - 0) \frac{(z_1 - 0)}{2}.$$

Bunda: $z_1 = 0$ bo'lganda $M_x = -6 \cdot 0 \cdot \frac{0}{2} = 0$; $z_1 = 2 \text{ m}$ bo'lganda

$$M_x = -6 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = -12 \text{ Nm}.$$

o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 4m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$M_z = -q_1 \cdot 2 \cdot (z_2 - 1) + R_A(z_2 - 2) - q_2 \cdot (z_2 - 2) \cdot \frac{(z_2 - 2)}{2}.$$

Bunda:

$$z_2 = 2m \text{ bo'lganda } M_z = -6 \cdot 2 \cdot (2 - 1) + 28 \cdot (2 - 2) - 16 \cdot \frac{(2 - 2)^2}{2} = -12 kNm.$$

$$z_2 = 4m \text{ bo'lganda } M_z = -6 \cdot 2 \cdot (4 - 1) + 28 \cdot (4 - 2) - 16 \cdot \frac{(4 - 2)^2}{2} = -12 kNm.$$

To'sinning ikkinchi oraliq'ida ko'ndalang kuch nol chizig'ini kesib o'tib, o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun bu nuqtada eguvchi moment maksimumga erishadi. Eguvchi moment maksimumni aniqlash maqsadida ko'ndalang kuch nolga teng bo'lgan nuqta z_0 absissasi, ko'ndalang kuch ifodasi shu nuqtada nolga tenglanib aniqlanadi.

Ko'ndalang kuchning nolga teng bo'lishi shartidan:

$$Q_z = -q_1 \cdot 2(z_0 - 1) - q_2(z_0 - 2) + R_A(z_0 - 2) = 0; \quad 12 - 16(z_0 - 2) + 28 = 0; \quad z_0 = 3m.$$

Unda eguvchi moment maksimum qiymati ikkinchi oraliqning $z_2 = z_0 = 3m$ kesimida quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_z = -q_1 \cdot 2 \cdot (z_2 - 1) + R_A(z_2 - 2) - q_2 \cdot (z_2 - 2) \cdot \frac{(z_2 - 2)}{2}.$$

$$z_2 = z_0 = 3; \quad M_z = -6 \cdot 2 \cdot (3 - 1) + 28 \cdot (3 - 2) - 16 \cdot (3 - 2) \cdot \frac{(3 - 2)}{2} = 4 kNm.$$

o'zgarish chegarasi $4 \leq z_3 \leq 6m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$M_z = -q_1 \cdot 2 \cdot (z_3 - 1) + R_A(z_3 - 2) - q_2 \cdot 2 \cdot (z_3 - 3) + R_B(z_3 - 4) - q_3 \cdot (z_3 - 4) \cdot \frac{(z_3 - 4)}{2}.$$

Bunda:

$z_3 = 4m$ bo'lganda,

$$M_z = -6 \cdot 2 \cdot 3 + 28 \cdot 2 - 16 \cdot 2 \cdot 1 + 28 \cdot 0 + 6 \cdot 0 = -12 kNm;$$

$$z_3 = 6m \text{ bo'lganda, } M_z = -6 \cdot 2 \cdot 5 + 28 \cdot 4 - 16 \cdot 2 \cdot 3 + 28 \cdot 2 - 6 \cdot 2 \cdot 1 = 0.$$

Bu topilgan qiymatlar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Ikkinchi oraliqda ko'ndalang kuch noldan o'tib, o'z ishorasini musbatdan manfiyga o'zgartirganligi uchun shu kesimda eguvchi moment maksimumga (9.13-chizma) erishishi ko'rsatilgan.

Eguvchi momentning eng katta absolyut qiymati to'sinning $z = 3m$ kesimida bo'lgani uchun bu kesim xavfli kesim hisoblanadi. Shuning uchun ham eguvchi moment epyurasidan maksimal qiymati uchun $M_{max} = 12 kNm$ qabul qilamiz.

To'sinning mustahkamlik sharti (9.27) formulasi bilan kesimning qarshilik momenti neytral o'qqa nisbatan aniqlanadi:

$$W_z \geq \frac{M_z}{\sigma_{adm}} = \frac{1200000}{16000} = 75 cm^3.$$

1. 9.13. a)-chizmada ko'rsatilgan to'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlaymiz:

$$W_z = \frac{0,5bh^3}{6} = \frac{h^3}{12} \geq 75 cm^3; \quad h \geq \sqrt[3]{75 \cdot 12} = 9,655 cm.$$

To'g'ri to'rtburchakli kesimning balandligini $h = 9,66 cm = 97 mm$ qabul qilamiz. Ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$W_z = \frac{0,5 \cdot 9,7 \cdot (9,7)^2}{6} = \frac{912,6734}{6} = 152,1122 cm^3. \quad \frac{75 - 152,1122}{152,1122} \cdot 100\% = -50,69\%.$$

Mustahkamlikga tekshirish:

$$\sigma_{max} = \frac{M_z}{W_z} = \frac{1200000}{152,1122} = 7888,6479 N/cm^2.$$

$$\frac{15777,8479 - 16000}{16000} \cdot 100\% = -1,39\%.$$

Aniqlangan maksimal normal kuchlanish σ_{max} bilan to'sin materiali uchun berilgan ruxsat etilgan kuchlanish σ_{adm} orasidagi farq $\pm 5\%$ dan oshmasligi kerak, qaralayotgan masalada bu farq $-1,39\%$ ga teng. Demak, to'g'ri to'rtburchak kesimli to'sinning kam yuklanishi ruxsat etilgan chegarada.

2. 9.13. b)-chizmada ko'rsatilgan to'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlaymiz,

$$W_z = \frac{2bh^3}{6} = \frac{h^3}{3} \geq 75 cm^3; \quad h \geq \sqrt[3]{75 \cdot 3} = 6,08 cm.$$

To'g'ri to'rtburchakli kesimning balandligini $h = 6,08 cm = 61 mm$ qabul qilamiz. Ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$W_z = \frac{2 \cdot 6,08 \cdot (6,08)^2}{6} = \frac{216,0}{3} = 72,00 cm^3. \quad \frac{75 - 72,00}{72,00} \cdot 100\% = 4,17\%.$$

Mustahkamligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sigma_{max} = \frac{M_z}{W_z} = \frac{1200000}{72,00} = 16666,667 N/cm^2. \quad \frac{16666,667 - 16000}{16000} \cdot 100\% = 4,17\%.$$

Demak, to'g'ri to'rtburchak kesimli to'sin kam yuklangan.

3. 9.13. d)-chizmada ko'rsatilgan doira shaklidagi ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlaymiz.

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{114.9^3}{32} = 71.53 \text{ cm}^3. \quad \frac{75 - 71.53}{71.53} 100\% = 4.8\%.$$

Doiraviy kesimning diametrini $d = 9.35 \text{ cm} = 90 \text{ mm}$ qabul qilamiz. Ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$W_y = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{114.9^3}{32} = 130.5 \text{ cm}^3. \quad \frac{125 - 130.5}{130.5} 100\% = -4.2\%.$$

Mustahkamlikka tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1200000}{71.53} = 16776.38 \text{ N/cm}^2. \quad \frac{16776.38 - 16000}{16000} 100\% = -4.25\%.$$

Demak, doira shaklidagi kesimli to'sinning yuklanishi ruxsat etilgan chegarada.

4. 9.13. e)-chizmada ko'rsatilgan halqa $d/D = 0.2$ shaklidagi ko'ndalang kesim o'lchamlarini aniqlaymiz.

$$W_x = \frac{\pi D^3}{32} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right) = 0.99796 D^3 \text{ cm}^3; \quad D \geq \sqrt[3]{\frac{75}{0.99796}} = 9.146.$$

Unda $d = 0.2 \cdot D = 0.2 \cdot 9.146 = 1.8292 \text{ cm}$.

Halqa kesimning diametrlarini $D = 9.146 \text{ cm} = 90 \text{ mm}$ $d = 2 \text{ cm} = 20 \text{ mm}$ qabul qilamiz. Ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$W_y = \frac{\pi D^3}{32} \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right) = 71.419 \text{ cm}^3. \quad \frac{75 - 71.419}{71.419} 100\% = 3.61\%.$$

Mustahkamlikka tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1200000}{71.419} = 16802.2515 \text{ N/cm}^2. \quad \frac{16802.2515 - 16000}{16000} 100\% = 5.014\%.$$

Demak, halqa shaklidagi kesimli to'sinning yuklanishi ruxsat etilgan chegarada.

5. 9.13. f)-chizmada ko'rsatilgan qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesim o'lchamlarini GOST 8239-72 ga muvofiq sortament jadvalidan qarshilik $W_x = 125 \text{ cm}^3$ momentiga eng $h = 14 \text{ cm}$, $b = 7.3 \text{ cm}$, $d = 4.9 \text{ cm}$, $F = 17.4 \text{ cm}^2$; $i_{\min} = 1.55 \text{ cm}$, $I_x = 272 \text{ cm}^4$; $W_y = 81.7 \text{ cm}^3$; $I_y = 41.9 \text{ cm}^4$; $W_z = 11.5 \text{ cm}^3$ bo'lgan №14 qo'shtavr tanlab olindi.

Qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$\frac{75 - 81.7}{81.7} 100\% = -8.2\%.$$

Mustahkamlikka tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1200000}{81.7} = 14687.8825 \text{ N/cm}^2. \quad \frac{14687.8825 - 16000}{16000} 100\% = -8.2\%.$$

Demak, qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesimli to'sin kam yuklangan. 6. 9.13. g)-chizmada ko'rsatilgan qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesim o'lchamlarini GOST 8239-72 ga muvofiq sortament jadvalidan qarshilik $W_x = 125 \text{ cm}^3$ momentiga eng yaqin $h = 360 \text{ mm}$, $b = 145 \text{ mm}$, $d = 75 \text{ mm}$, $F = 61.9 \text{ cm}^2$; $i_{\min} = 2.8982 \text{ cm}$, $I_x = 13380 \text{ cm}^4$; $W_y = 74 \text{ cm}^3$; $I_y = 516 \text{ cm}^4$; $W_z = 71.1 \text{ cm}^3$ bo'lgan №35 qo'shtavr tanlab olindi.

Qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesimning qarshilik momentlari orasidagi farq % da:

$$\frac{75 - 71.1}{71.1} 100\% = 5.48\%.$$

Mustahkamlikka tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{1200000}{71.1} = 16877.6371 \text{ N/cm}^2. \quad \frac{16877.6371 - 16000}{16000} 100\% = 5.48\%.$$

Demak, qo'shtavr shaklli ko'ndalang kesimli to'sinning yuklanishi ruxsat etilgan chegarada.

9.3-masala. 9.14-chizmada keltirilgan to'sin uchun "II" shaklidagi ko'ndalang kesimning o'lchamlari (9.15-chizmada) tanlansin va normal kuchlanish epyurasi qurilsin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \cdot 4 - F \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 1 + M = 0; \quad -4R_B - 54 + 10 = 0; \quad R_B = -11 \text{ kN}.$$

$$\sum \text{mom}_B = R_A \cdot 4 + F \cdot 1 - q \cdot 2 \cdot 5 + M = 0; \quad 4R_A - 150 + 18 = 0; \quad R_A = 33 \text{ kN}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

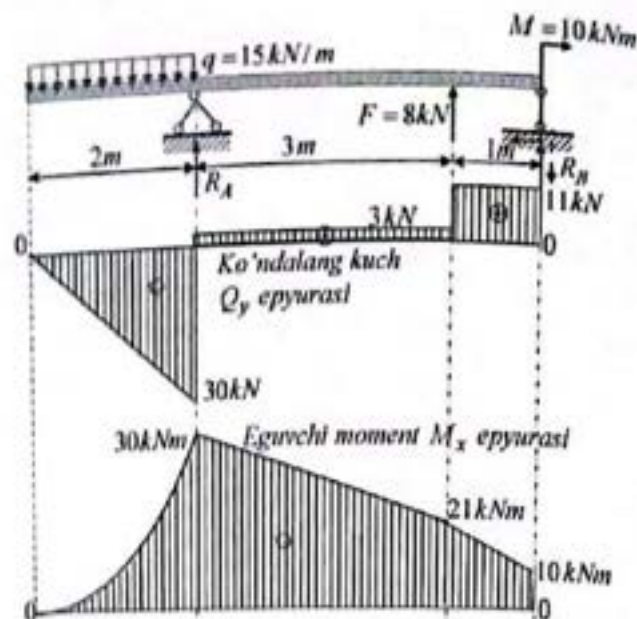
$$\sum Y = R_A + F - q \cdot 2 + R_B = 0; \quad -11 + 8 - 30 + 33 = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari quyidagicha tuziladi:

—o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2 \text{ m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -q(z_1 - 0)$$



9.14-chizma. To'plangan yuklar bilan yuklangan konsolli to'sin.

Bunda:

$z_1 = 0$ bo'lganda $Q_y = 0$; $z_1 = 2m$ bo'lganda $Q_y = -30kN$.
 -o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 5m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:
 $Q_y = -q \cdot 2 + R_A(z_2 - 2)^0$.

Bunda:

$z_2 = 2m$ bo'lganda $Q_y = -30kN$; $z_2 = 5m$ bo'lganda $Q_y = -3kN$.
 o'zgarish chegarasi $5 \leq z_3 \leq 6m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:
 $Q_y = -q \cdot 2 + R_A(z_3 - 2)^0 + F(z_3 - 5)^0$.

Bunda:

$z_3 = 5m$ bo'lganda $Q_y = -11kN$; $z_3 = 6m$ bo'lganda $Q_y = 11kN$.

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

-o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 2m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = -q(z_1 - 0) \frac{(z_1 - 0)}{2}.$$

Bunda:

$z_1 = 0$ bo'lganda $M_x = 0$; $z_1 = 2m$ bo'lganda $M_x = -30kNm$.
 -o'zgarish chegarasi $2 \leq z_2 \leq 5m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:
 $M_x = -q \cdot 2 \cdot (z_2 - 1) + R_A(z_2 - 2)$

Bunda:

$z_2 = 2m$ bo'lganda $M_x = -30kNm$; $z_2 = 5m$ bo'lganda $M_x = -21kNm$.
 -o'zgarish chegarasi $5 \leq z_3 \leq 6m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:
 $M_x = -q \cdot 2 \cdot (z_3 - 1) + R_A(z_3 - 2) + F(z_3 - 5)$

Bunda:

$z_3 = 5m$ bo'lganda $M_x = -15 \cdot 8 + 33 \cdot 3 = -21kNm$,
 $z_3 = 6m$ bo'lganda $M_x = -15 \cdot 10 + 33 \cdot 4 + 8 \cdot 1 = 10kNm$.

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan (9.14-chizma). Eguvchi momentning eng katta absolyut qiymati to'sinning $z = 2m$ kesimida bo'lgani uchun bu kesim xavfli kesim hisoblanadi. Shuning uchun ham eguvchi momentning maksimal qiymatini $M_{max} = 30kNm$ qabul qilamiz.

To'sin ko'ndalang kesimi qarshilik momentini (9.27) formuladan aniqlaymiz:

$$W_x \geq M_{max} / \sigma_{adm} = 30000 / 16 \cdot 10^7 = 1,875 \cdot 10^{-4} m^3 = 187,5 cm^3.$$

Ko'ndalang kesimi yuzasi og'irlik markazi koordinatasini y_0, z_0 koordinata sistemasiga nisbatan aniqlaymiz:

$$y_c = \frac{2A_1 y_1 + A_2 y_2}{2A_1 + A_2} = \frac{2 \cdot a \cdot 9a \cdot 5,5a + a \cdot 6a \cdot 0,5a}{2 \cdot a \cdot 9a + a \cdot 6a} = \frac{102a^3}{24a^2} = 4,25a.$$

Oltinchi bob, 6.5-§da keltirilgan (6.25) formula yordamida ko'ndalang kesimning markaziy o'qqa nisbatan inersiya momentini aniqlaymiz:

$$I_x = 2 \left[\frac{a \cdot (9a)^3}{12} + a \cdot 9a \cdot (1,25a)^2 \right] + \frac{6a \cdot a^3}{12} + a \cdot 6a \cdot (3,75a)^2 = 234,5a^4.$$

$$1) W_{1max} = \frac{234,5a^4}{5,75a} = 40,7826087a^3; \quad 2) W_{2max} = \frac{234,5a^4}{4,25a} = 55,17647a^3.$$

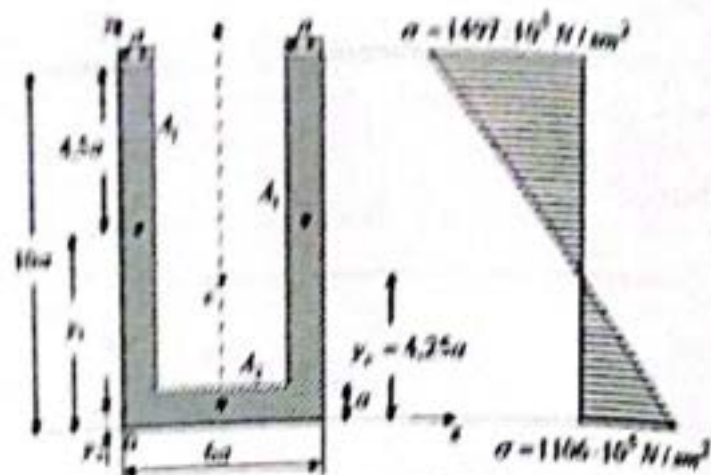
$$a = 1,7 cm = 17 mm$$

$$1) 187,5 \leq 40,7826087a^3; \quad a \geq \sqrt[3]{\frac{187,5}{40,7826}} = 1,67.$$

$$2) 187,5 \leq 55,17647a^3; \quad a \geq \sqrt[3]{\frac{187,5}{55,17647}} = 1,5033.$$

Ko'ndalang kesim o'lchamini qabul qilamiz, unda ko'ndalang kesimning markaziy o'qqa nisbatan inersiya momenti quyidagiga teng bo'ladi:

$$I_x = 234,5a^4 = 234,5 \cdot (1,7)^4 = 1958,5675 cm^4.$$



9.15-*chizma*. To'sin ko'ndalang kesim balandligi bo'yicha normal kuchlanish epyurasi.

Ko'ndalang kesimning eng yuqorigi nuqtasida $y = 5,75a = 9,775 \text{ m}$ nuqtasida normal kuchlanish 9.14-formuladan quyidagiga teng:

$$\sigma = \frac{M_x y}{I_x} = \frac{30000}{1959 \cdot 10^4} \cdot 9,775 \cdot 10^{-2} = 1497 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Ko'ndalang kesimning og'irlik markazi nuqtasida $y = 0$ bo'lganda normal kuchlanish nolga $\sigma = 0$ teng bo'ladi.

Ko'ndalang kesimning eng pastki $y = 4,25a = 7,225 \text{ m}$ bo'lgan nuqtasida normal kuchlanish 9.14-formuladan quyidagiga teng:

$$\sigma = \frac{M_x y}{I_x} = \frac{30000}{1959 \cdot 10^4} \cdot 7,225 \cdot 10^{-2} = -1106 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Ko'ndalang kesimda normal kuchlanishning aniqlangan qiymatlari bo'yicha epyuralari 9.15, b) *chizma*da keltirilgan.

9.4-masala 9.16-*chizma*da keltirilgan qo'shtavr kesimli to'sin materiali uchun berilgan tuxsat etilgan kuchlanish $\sigma_{adm} = 16 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$ ga teng. To'sin ko'ndalang kesimi tahlilatsin.

Yechish a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz.

$$\sum m_{m_A} = R_A \cdot 6 + F \cdot 5 + M - q \cdot 3 \cdot 3,5 = 0, \quad 6R_A - 12 = 0, \quad R_A = 2 \text{ kN}.$$

$$\sum m_{m_A} = -R_B \cdot 6 - F \cdot 1 + M + q \cdot 3 \cdot 2,5 = 0, \quad -6R_B + 42 = 0, \quad R_B = 7 \text{ kN}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum X = R_A + F - q \cdot 3 + R_B = 0, \quad 2 + 9 - 18 + 7 = 0, \quad 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan x_1 , x_2 va x_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari tuziladi:

-o' zgarish chegarasi $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_x = R_A(x_1 - 0).$$

Bunda:

$x_1 = 0$ bo'lganda $Q_x = 2 \text{ kN}$, $x_1 = 1 \text{ m}$ bo'lganda $Q_x = 1 \text{ kN}$

-o' zgarish chegarasi $1 \leq x_2 \leq 4 \text{ m}$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$Q_x = R_A(x_2 - 0) + F(x_2 - 0) - q(x_2 - 1)$$

Bunda:

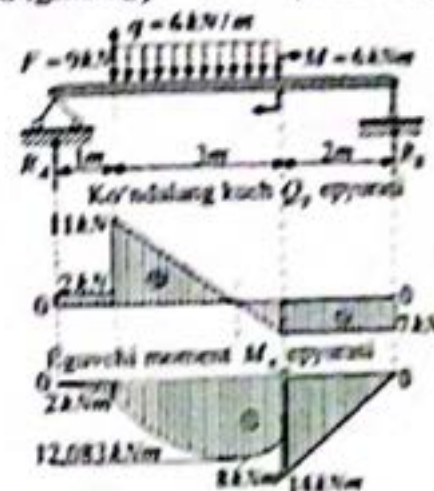
$x_2 = 1 \text{ m}$ bo'lganda $Q_x = 1 \text{ kN}$, $x_2 = 4 \text{ m}$ bo'lganda $Q_x = -7 \text{ kN}$

-o' zgarish chegarasi $4 \leq x_3 \leq 6 \text{ m}$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$Q_x = R_A(x_3 - 0) + F(x_3 - 1) - q(x_3 - 2,5)$$

Bunda:

$x_3 = 4 \text{ m}$ bo'lganda $Q_x = -7 \text{ kN}$, $x_3 = 6 \text{ m}$ bo'lganda $Q_x = -7 \text{ kN}$



9.16-*chizma*. To'plangan yuklar bilan yuklangan oddiy to'sin.

e) to'sinning chap tayanchidan x_1 , x_2 va x_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun egrovchi moment analitik ifodalari tuziladi:

-o' zgarish chegarasi $0 \leq x_1 \leq 1 \text{ m}$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = R_A(x_1 - 0)$$

Bunda: $x_1 = 0$ bo'lganda $M_x = 2 \cdot 0 = 0$, $x_1 = 1 \text{ m}$ bo'lganda

$$M_x = 2 \cdot 1 = 2 \text{ kNm}$$

Original document is in the Arabic script only.

五、四、三、二、一

2. 1940年10月10日，国民党政府正式宣布对日抗战。

$\frac{1}{2} \times 10^{-6}$

Journal of Management Education 32(1) 10-11

$$10 = 2(5) = 2(10 - 5) = 2(5) = 10$$

2. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

$\Delta H_{\text{vap}} = 78 \times 10^3 \text{ J mol}^{-1}$

॥ अथ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ १ ॥ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ २ ॥ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ ३ ॥ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ ४ ॥ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ ५ ॥ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ ६ ॥ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ ७ ॥ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ ८ ॥ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ ९ ॥ शिवस्य चरित्रं ॥
 ॥ १० ॥ शिवस्य चरित्रं ॥

Key words: casting; wage; log; Nish; shuntan.

一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、十一、十二、十三、十四、十五、十六、十七、十八、十九、二十、二十一、二十二、二十三、二十四、二十五、二十六、二十七、二十八、二十九、三十、三十一、三十二、三十三、三十四、三十五、三十六、三十七、三十八、三十九、四十、四十一、四十二、四十三、四十四、四十五、四十六、四十七、四十八、四十九、五十、五十一、五十二、五十三、五十四、五十五、五十六、五十七、五十八、五十九、六十、六十一、六十二、六十三、六十四、六十五、六十六、六十七、六十八、六十九、七十、七十一、七十二、七十三、七十四、七十五、七十六、七十七、七十八、七十九、八十、八十一、八十二、八十三、八十四、八十五、八十六、八十七、八十八、八十九、九十、九十一、九十二、九十三、九十四、九十五、九十六、九十七、九十八、九十九、一百。

$$2 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 2 \cdot 10^{2+3} = 2 \cdot 10^5 = 200,000$$

1. The Government of India has decided to grant a 10% increase in the salaries of the members of the Council of Ministers.

$$u_1 = 2, u_2 = 1, u_3 = 2, u_4 = 1, u_5 = 2$$

$$I_{\text{max}} = 2 \cdot 200 - 4 \cdot 100 + \frac{(200 - 100)^2}{2} = 12,500 \text{ lbs}$$

॥ श्रीगणेशाय नमः ॥
 ॥ श्रीगणेशाय नमः ॥
 ॥ श्रीगणेशाय नमः ॥
 ॥ श्रीगणेशाय नमः ॥
 ॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

The use of rotating beam orbital motion (RBM) formulae

$$F_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{r_{\text{min}}} = \frac{1400000}{16-18} = 87.5 \text{ kN/cm}^2$$

[illegible]

$\therefore$ 4-Answering $A = 16 \text{ cm}$, $B = 7 \text{ cm}$, $d = 20 \text{ cm}$, $e = 12.4 \text{ cm}^2$, $f_{\max} = 1.9 \text{ cm}$

Excluded from the normal distribution

$$B_{\text{max}} = \frac{\mu_0 I_{\text{max}}}{8a} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A} \times 10 \text{ A}}{8 \times 0.01 \text{ m}} = 1.57 \times 10^{-3} \text{ T} \approx 1.6 \times 10^{-3} \text{ T}$$

[Faint handwritten text at the bottom of the page]

$$\frac{1712.25 \times 100 - 14000}{14000} \times 100 = 2.23\%$$

[illegible]

2.5. masala. 2.17-shizmada ko'rsatilgan to'g'ri to'rtburchak to'rt to'rtburchak kesimi o'lchamlari $a=15\text{cm}$, $b=30\text{cm}$. Yog'och ustun maxsus o'lgan kuchlanish miqdori $\sigma_{max}=10 \cdot 10^4 \text{N/m}^2$. To'rtinchi kesimidagi o'g' katta normal va qisqirish kuchlaridagi aniqlash va muvozanilikni tekshirish.

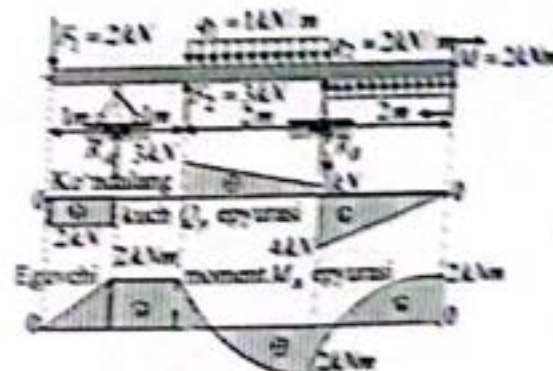
Yanihki 4) har ikkala ayvanchilardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga va pastga va ularni shartli muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$V_{max,2} = -R_2(3 - \sqrt{1 - R_2}) + q_2(2.2 - q_2(2.4 - M) + 2$$

$$-3R_2 - 2 = -3 + 4 - 10 + 2 = 0 \quad R_2 = -54 \text{ N}$$

$$V_{max2} = R_1(3 - \beta_1 4 + \beta_2 - 2 - \alpha_1 - 21 - \alpha_2 - 21 + M) = 0$$

$$3E_2 = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 = 0 \quad E_2 = 240$$



9.17-chizma To'plangan yuklar ta'siridagi ikki konsoli ta'sir

2) reaksiya kuchlarining 10° g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = -F_1 + R_A + F_2 - q_1 \cdot 2 + R_B + q_2 \cdot 2 = 0; \quad -2 + 2 + 3 - 2 - 5 + 4 = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlangan.

d) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 va z_3 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun ko'ndalang kuch analitik ifodalari quyidagicha tuziladi:

-o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 1m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -F_1(z_1 - 0)^0.$$

Bunda: $z_1 = 0$ bo'lganda $Q_y = -2kN$; $z_1 = 1m$ bo'lganda $Q_y = -2kN$.

-o'zgarish chegarasi $1 \leq z_2 \leq 2m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -F_1(z_2 - 0)^0 + R_A(z_2 - 1)^0$$

Bunda:

$z_2 = 1m$ bo'lganda $Q_y = 0$; $z_2 = 2m$ bo'lganda $Q_y = 0$.

-o'zgarish chegarasi $2 \leq z_3 \leq 4m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -F_1(z_3 - 0)^0 + R_A(z_3 - 1)^0 + F_2(z_3 - 2)^0 - q_1 \cdot (z_3 - 2)$$

Bunda:

$z_3 = 2m$ bo'lganda $Q_y = 3kN$; $z_3 = 4m$ bo'lganda $Q_y = 1kN$.

-o'zgarish chegarasi $4 \leq z_4 \leq 6m$ bo'lgan to'rtinchi oraliq uchun:

$$Q_y = -F_1(z_4 - 0)^0 + R_A(z_4 - 1)^0 + F_2(z_4 - 2)^0 - q_1(z_4 - 2) + R_B(z_4 - 4)^0 + q_2(z_4 - 4)$$

Bunda:

$z_4 = 4m$ bo'lganda $Q_y = -4kN$; $z_4 = 6m$ bo'lganda $Q_y = 0$.

e) to'sinning chap tayanchidan z_1 , z_2 , z_3 va z_4 masofadagi ixtiyoriy uchta kesimlar uchun eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

-o'zgarish chegarasi $0 \leq z_1 \leq 1m$ bo'lgan birinchi oraliq uchun:

$$M_x = -F_1(z_1 - 0)$$

Bunda:

$z_1 = 0$ bo'lganda $M_x = -2 \cdot 0 = 0$; $z_1 = 1m$ bo'lganda $M_x = -2 \cdot 1 = -2kNm$.

-o'zgarish chegarasi $1 \leq z_2 \leq 2m$ bo'lgan ikkinchi oraliq uchun:

$$M_x = -F_1 \cdot (z_2 - 0) + R_A \cdot (z_2 - 1).$$

Bunda:

$z_2 = 1m$ bo'lganda $M_x = -2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 = -2kNm$.

$z_2 = 2m$ bo'lganda $M_x = -2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = -2kNm$.

-o'zgarish chegarasi $2 \leq z_3 \leq 4m$ bo'lgan uchinchi oraliq uchun:

$$M_x = -F_1 \cdot (z_3 - 0) + R_A(z_3 - 1) + F_2 \cdot (z_3 - 2) - q_1 \frac{(z_3 - 2)^2}{2}.$$

Bunda:

$z_3 = 2m$ bo'lganda $M_x = -2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0 = -2kNm$.

$z_3 = 4m$ bo'lganda $M_x = -2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 - 1 \cdot \frac{2^2}{2} = 2kNm$.

-o'zgarish chegarasi $4 \leq z_4 \leq 6m$ bo'lgan to'rtinchi oraliq uchun:

$$M_x = -F_1(z_4 - 0) + R_A(z_4 - 1) + F_2(z_4 - 2) - q_1 \cdot 2 \cdot (z_4 - 3) + R_B(z_4 - 4) - q_2 \frac{(z_4 - 4)^2}{2}$$

Bunda:

$z_4 = 4m$ bo'lganda $M_x = -2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 - 1 \cdot 2 \cdot 1 = -2kNm$.

$z_4 = 6m$ bo'lganda $M_x = -2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 - 3 \cdot 4 - 1 \cdot 2 \cdot 3 - 5 \cdot 2 + 2 \cdot \frac{2^2}{2} = 2kNm$.

Bu tenglamalar yordamida eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilgan. Eguvchi momentning eng katta absolyut qiymati to'sinning $z = 6m$ kesimida bo'lgani uchun bu kesim xavfli kesim hisoblanadi. Shuning uchun ham eguvchi momentning maksimal qiymatini $M_{max} = 2kNm$ qabul qilamiz.

Eguvchi moment epyurasidan maksimal qiymati $M_{max} = 2kNm$ ni topamiz va xavfli kesimdagi maksimal normal kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{2000}{15 \cdot (30)^2 \cdot 10^{-6}} = 8,88 \cdot 10^5 N/m^2 < 10 \cdot 10^5 N/m^2.$$

$$\frac{8,88 \cdot 10^5 - 10 \cdot 10^5}{10 \cdot 10^5} 100\% = -11,2\%$$

Demak, to'sinning normal kuchlanish bo'yicha mustahkamligi ta'minlangan. Ko'ndalang kuch epyurasidan maksimal ko'ndalang kuch qiymatini aniqlaymiz va maksimal urinma kuchlanishini topamiz:

$$\tau_{max} = \frac{3Q_{max}}{2A} = \frac{3 \cdot 2000}{2 \cdot 15 \cdot 30 \cdot 10^{-4}} = 1,333 \cdot 10^5 N/m^2 < 5 \cdot 10^5 N/m^2.$$

$$\frac{1,333 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^5}{5 \cdot 10^5} 100\% = -73\%$$

To'sin mustahkamligi ta'minlangan. Material ko'p sarf bo'ladi.

9.6-masala. 9.1-jadvalda berilgan to'sin (e)ni ravog'i bo'yicha 9.1-jadvaldagi yuk (d)lar bilan yuklab, geometrik o'lchamlar va yuklar miqdorlarini 9.2-jadvaldan olib quyidagilar aniqlansin:

1. Tayanch reaksiyalari aniqlansin.

2. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilsin.

9.1- jadval

T/r №	TO'SINLAR	YUKLAR
	e	f
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
0		

3. To'sin ko'ndalang kesim yuzasi qo'shtavr, shveller yoki burchakliklar shaklida tanlansin.

9.2- jadval

T/r №	a (m)	b (m)	c (m)	F (kN)	F1 (kN)	q (kN/m)	q1 (kN/m)	m kN·m
1	0,5	1,5	1,0	15	20	42	40	20
2	1,0	1,4	2,0	16	18	50	50	25
3	0,8	1,8	3,0	14	22	28	30	15
4	0,6	1,0	1,5	13	21	40	60	18
5	0,4	1,6	2,5	14	19	30	45	21
6	0,3	2,0	1,4	15	17	28	65	22
7	0,7	1,1	1,2	13	23	35	35	24
8	1,2	1,3	1,6	12	22	45	80	16
9	1,4	1,0	2,2	16	25	15	70	12
0	1,5	1,2	1,8	18	14	22	20	10
	e	d	e	d	e	d	e	d

Nazorat savollari va topshiriqlar:

1. Sof egilish deb qanday egilishga aytiladi?
2. Neytral qatlamni izohlab bering?
3. Neytral o'qni izohlab bering?
4. Egilishda kesim bikirligi deb nimaga aytiladi?
5. To'sin ko'ndalang kesimida normal kuchlanish qanday formuladan aniqlanadi va qanday qonun asosida o'zgaradi?
6. Normal kuchlanish bo'yicha to'sinning mustahkamlik shartini izohlab bering?
7. To'sin ko'ndalang kesimida urinma kuchlanish qanday formuladan aniqlanadi va qanday qonun asosida o'zgaradi?
8. To'rtburchak va ko'shtavr shaklidagi ko'ndalang kesimlarda urinma kuchlanish epyurasi qanday ko'rinishda bo'ladi?
9. Urinma kuchlanish bo'yicha to'sinning mustahkamlik shartini izohlab bering?
10. To'sin mustahkamlika qanday holatlarda to'la tekshirish zarurligini izohlab bering?

X BOB. EGILGAN TO'SINLARNING KO'CHISHLARINI ANIQLASH

10.1-§. Umumiy tushunchalar

Egilgan to'sinlarning kuchlanishlarini aniqlash bobida sirtqi kuchlar ta'siridan to'sinlar ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan kuchlanishlarni aniqlash hamda to'sinlarni normal va urinma kuchlanishlar bo'yicha mustahkamlikka tekshirish masalalarini o'rgangan edik. Bular esa egilgan to'sinlar to'g'risida to'la tasavvurga ega bo'lish uchun yetarli emas. Mustahkamligi to'liq ta'minlangan to'sinlarning bikirligi ta'minlanmaganligi tufayli solqilanib, ishga yaroqsiz holatga kelishi mumkin.

Shuning uchun ham birorta bosh inersiya tekisligida yotuvchi sirtqi kuchlar ta'sirida egilgan to'sinlarda shu kuch tekisligida hosil bo'lgan deformatsiyasini o'rganish, ya'ni to'sinlarni bikirlikka tekshirish maqsadga muvofiqdir.

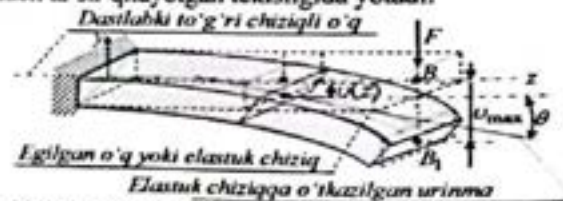
To'sinlar deformatsiyalanishini o'rganishdan asosiy maqsad:

1) solqilikning norma bo'yicha belgilangan qiymatlaridan oshib ketmasligini ta'minlash;

2) statik aniqlas to'sinlar masalasini yechish.

Birorta bosh inersiya tekisligida yotuvchi sirtqi kuchlar ta'sirida egilgan to'sin o'qi kuch tekisligida egilib, ko'ndalang kesim yuzalari tekisligicha qolib, neytral o'q atrofida aylanib, boshlang'ich holatiga nisbatan biror burchakka buriladi hamda kesim og'irlik markazlari vertikal ko'chadi (10.1-chizma). Vertikal ko'chishi *solqilik* deb ataladi va uni " $u(z)$ ", *burilish burchagini* " $\theta(z)$ " bilan belgilaymiz.

Deformatsiyalangan to'sinning kuch ta'sir tekisligidagi barcha ko'ndalang kesimlari og'irlik markazlarini tutashturuvchi egri chiziqa *egilgan o'q* yoki *elastik chiziqlik* deb ataladi. Elastik chiziqlik silliq egri chiziqlik bo'lib, u kuch ta'sir qilayotgan tekisligida yotadi.



10.1-chizma. Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan erkin uchiga qo'yilgan to'plangan kuchdan to'sinning egilgan o'qi.

Foydalanish qulay bo'lishi maqsadida koordinata boshini har doim to'sinning chap boshlanish uchiga qo'yamiz. Vertikal y koordinata

o'qini yuqoriga yo'naltiramiz. Unda to'sin egilgan o'qining solqilik tenglamasi ifodasi quyidagicha yoziladi:

$$u = u(z). \quad (10.1)$$

To'sin egri chizig'iga o'tkazilgan urinma bilan absissalar o'qi hosil qilgan burchagini, ya'ni burilish burchagini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\theta = \frac{du}{dz}. \quad (10.2)$$

Amalda to'sinning solqiligi uning uzunligiga nisbatan juda kichik miqdor bo'lganligi uchun, *burilish burchagi*, odatda, 1° dan katta bo'lmaydi. Shu sababli burchak tangensining qiymatini uning radian qiymatiga teng deb olish mumkin, ya'ni

$$\theta = \theta = \frac{du}{dz}. \quad (10.3)$$

Demak, kesimning burilish burchagi shu kesim solqilikdan : o'q bo'yicha olingan birinchi hosilga teng bo'lar ekan.

To'sinlarni bikirlikka tekshirishda eng katta solqilikni topish muhim ahamiyatga ega. Po'lat to'sinlarning ishlash sharoitini e'tiborga olib, eng katta solqiligi to'sin ravog'i uzunligining $\frac{1}{250} + \frac{1}{1000}$ qismidan oshib ketmasligi lozim.

To'sinlarning bikirligini tahlil qilishda egilgan o'q differensial tenglamalarini tuzish va ularni yechish muhim ahamiyat kasb etadi.

10.2-§. To'sin egilgan o'qining differensial tenglamasi

Sof egilish. Normal kuchlanishlarni aniqlash mavzusida eguvchi moment bilan egrilik o'rtasida quyidagi munosabat mavjudligini aniqlagan edik:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}. \quad (10.4)$$

Egrilikni aniqlash formulasi "Oliy matematika" kursidan ma'lum va u quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{\frac{d^2u}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{du}{dz}\right)^2\right]^{3/2}}. \quad (10.5)$$

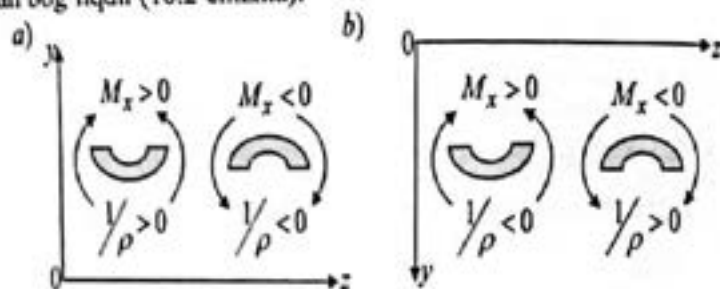
Egrilik qiymatini (10.4) tenglikka qo'yib, to'sin elastik chizig'ining aniq differensial tenglamasini hosil qilamiz:

$$\pm \frac{\frac{d^2 v}{dz^2}}{\left[1 + \left(\frac{dv}{dz}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{M_x(z)}{EI_x} \quad (10.6)$$

Bu chiziqlimas differensial tenglamani integrallash anchagina murakkabdir. Tenglamani maxrajidagi dv/dz ifoda to'sin o'qiga o'tkazilgan urinma og'ish burchagining tangensi kichik miqdor ekanligini e'tiborga olib, $(dv/dz)^2$ birinchi hosilaning kvadrati birga nisbatan juda ham kichik bo'lganligi sababli uni e'tiborga olmaymiz. Natijada quyidagi taqribiy differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{d^2 v(z)}{dz^2} = \pm \frac{M_x(z)}{EI_x} \quad (10.7)$$

Egrilik ishorasi bilan eguvchi moment ishorasi har doim ham mos kelmaganligi sababli tenglama ikki xil ishora bilan olingan. Eguvchi moment ishorasi to'sinning cho'zilgan tolalari joylashishiga qarab olinishi ma'lum. Egrilik radiusi ishorasi koordinata o'qlari yo'nalishi bilan bog'liqdir (10.2-chizma).



10.2-chizma. Egrilik ishorasi bilan eguvchi moment ishorasi orasidagi bog'lanish.

Agar Oy koordinata o'qi yuqoriga qarab yo'nalgan bo'lsa, differensial tenglamani ishorasi musbat olinadi. Chunki, musbat eguvchi momentga musbat egrilik, manfiy eguvchi momentga manfiy egrilik mos keladi (10.2, a)-chizma). Unda differensial tenglama ifodasi:

$$\frac{d^2 v(z)}{dz^2} = \frac{M_x(z)}{EI_x} \quad (10.8)$$

Agar Oy koordinata o'qi pastga qarab yo'nalgan bo'lsa, eguvchi moment bilan egrilik ishoralari turlicha bo'ladi (10.2, b)-chizma), unda

differensial tenglama manfiy ishora bilan olinadi:

$$\frac{d^2 v(z)}{dz^2} = -\frac{M_x(z)}{EI_x} \quad (10.9)$$

Juravskiy teoremlarini e'tiborga olib, o'zgaras ko'ndalang kesimli to'sin uchun quyidagi bog'lanishlarni hosil qilish mumkin:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{dv}{dz}; & \pm M_x &= EI_x \frac{d^2 v}{dz^2}; \\ Q_y &= EI_x \frac{d^3 v}{dz^3}; & q &= EI_x \frac{d^4 v}{dz^4}. \end{aligned} \quad (10.10)$$

Bu ifodalardan xulosa qilib shuni aytish mumkinki, agar to'singa juft ($Q_y = 0$, $M = \text{const}$) kuch ta'sir qilsa, elastik chizig'i ikkinchi tartibli egri chiziq, to'plangan ($q = 0$, $Q = \text{const}$) kuch ta'sir etsa, uchinchi tartibli egri chiziq, tekis taqsimlangan ($q = \text{const}$) kuch ta'sir etsa, to'rtinchi tartibli egri chiziqdan iborat bo'lar ekan.

Egilgan to'sin deformatsiyalari $v = v(z)$; $\theta = \theta(z)$ ni aniqlashning bir qancha usullari mavjud. Bu usullardan ba'zilarini keyingi mavzularda ko'rib chiqamiz.

10.3-§. Differensial tenglamani integrallash va doimiylarni aniqlash

$\theta(z)$ burilish burchak va $v(z)$ solqilik funksiyalarini aniqlash uchun (10.7) taqribiy differensial tenglamani ketma-ket integrallaymiz.

Differensial tenglamani bir marta integrallab, $\theta(z)$ burilish burchak ifodasini topamiz:

$$\frac{dv(z)}{dz} = \theta(z) = \pm \int \frac{M_x(z)}{EI_x} dz + C. \quad (10.11)$$

Ikkinchi marta integrallab, $v(z)$ solqilik ifodasini hosil qilamiz:

$$v(z) = \int dz \int \frac{M_x(z)}{EI_x} dz + Cz + D. \quad (10.12)$$

Bu tenglamalar tarkibiga kirgan integral doimiylari C va D to'sinning tayanchlarga mahkamlanish usuliga bog'liq bo'lgan chegaradagi shartlaridan foydalanib aniqlanadi. Integral doimiylarini aniqlashni quyidagi misollarda ko'rib chiqamiz.

10.1-masala. Erkin uchiga to'plangan kuch qo'yilgan konsol to'sin uchun burilish burchak va solqilik tenglamasi ifodalari tuzilsin va erkin

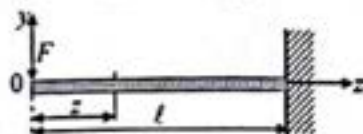
uchidagi burilish burchak va solqilik qiymatlari aniqlansin (10.3. chizma).

Yechish. a) koordinata boshidan z masofadagi kesim uchun eguvchi moment tenglamasini tuzamiz:

$$M_x(z) = -Fz. \quad (1)$$

b) koordinata o'qi y yuqoriga yo'nalganligi uchun to'sin egilgan o'qi differensial tenglamasi o'ng tomoni ishorasi musbat bo'lib, (9.8) ko'rinishida ifodalanadi:

$$\frac{d^2 u(z)}{dz^2} = \frac{M_x(z)}{EI_x}. \quad (2)$$



10.3-chizma. To'plangan yuk bilan yuklangan konsol to'sin.

Bu differensial tenglamaga $M = -Fz$ ifodani qo'yib, konsol to'sin uchun quyidagi differensial tenglamani hosil qilamiz:

$$\frac{d^2 u(z)}{dz^2} = -\frac{Fz}{EI_x}. \quad (3)$$

Bu tenglamani bir marta integrallab, burilish burchak ifodasini hosil qilamiz:

$$\frac{du(z)}{dz} = \theta(z) = -\frac{F}{2EI_x} z^2 + C. \quad (4)$$

Ikkinchi marta integrallab, solqilik ifodasini hosil qilamiz:

$$u(z) = -\frac{F}{EI_x} \frac{z^3}{6} + Cz + D. \quad (5)$$

Ma'lumki, konsolning qistirib mahkamlangan tayanchida burilish burchak va solqilik nolga teng bo'ladi. Bu chegara shartlaridan integral doimiylarini aniqlaymiz:

1. $z = l$, bo'lganda qistirib mahkamlangan tayanchda konsol to'sin burilish burchagi nolga teng bo'ladi, ya'ni $\frac{du(l)}{dz} = 0$.

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$-\frac{F}{2EI_x} \cdot l^2 + C = 0.$$

Bundan

$$C = \frac{Fl^2}{2EI_x}. \quad (6)$$

2. $z = l$, bo'lganda qistirib mahkamlangan tayanchda to'sin solqiligi nolga teng bo'ladi, ya'ni $u(l) = 0$.

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$-\frac{F}{EI_x} \frac{l^3}{6} + C \cdot l + D = 0.$$

Bu tenglamaga C qiymatni qo'ysak unda:

$$-\frac{F}{EI_x} \frac{l^3}{6} + \frac{Fl^2}{2EI_x} \cdot l + D = 0.$$

Bundan

$$D = -\frac{Fl^3}{3EI_x}. \quad (7)$$

Unda to'sin ko'ndalang kesimi burilish burchak va solqilik funksiyalari ifodalari quyidagicha ifodalanadi:

$$\theta(z) = \frac{dv}{dz}(z) = -\frac{F}{2EI_x} z^2 + \frac{Fl^2}{2EI_x}. \quad (8)$$

$$u(z) = -\frac{F}{6EI_x} z^3 + \frac{Fl^2}{2EI_x} z - \frac{Fl^3}{3EI_x}. \quad (9)$$

Bu ifodalardagi z absissaga ma'lum qiymatlar berib, to'sinning uzunligi bo'ylab ma'lum kesimlaridagi burilish burchak va solqiliklarining son qiymatlarini aniqlash mumkin.

To'sinning $z = 0$ koordinata boshida burilish burchak $\theta(0) = \frac{dv(0)}{dz} = \frac{Fl^2}{2EI_x}$ ga, solqilik $u(0) = -Fl^3/3EI_x$ ga teng bo'ladi.

Demak, birinchi chegara sharti va burilish burchak ifodasidan shuni xulosa qilib aytish mumkinki, integrallash doimiysi C koordinata boshidagi burilish burchagini bildiradi va qaralayotgan masalada

$$C = \theta(0) = \frac{Fl^2}{2EI_x} \text{ ga teng.}$$

Ikkinchi chegara sharti va solqilik deformatsiyasi ifodasidan shuni xulosa qilib aytish mumkinki, integrallash doimiysi D koordinata boshidagi solqilikni bildiradi va qaralayotgan masalada $D = u(0) = -\frac{Fl^3}{3EI_x}$ ga teng.

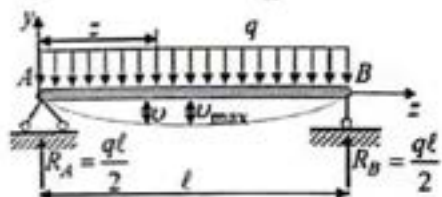
Eng katta solqilik va burilish burchak yuk qo'yilgan kesim ostida bo'lishi 10.3-chizmadan ko'rinib turibdi va u quyidagiga teng bo'ladi:

$$\nu(0) = -\frac{F\ell^3}{3EI_x}; \quad \theta(0) = \frac{F\ell^2}{2EI_x}. \quad (10)$$

10.2-masala. Tekis taqsimlangan yuk ta'siridagi ikki tayanchda yotgan oddiy to'sin uchun burilish burchak va solqilik tenglamasi ifodalari tuzilsin. To'sin tayanchlaridagi burilish burchaklari va eng katta solqilik deformatsiyasi aniqlansin (10.4-chizma).

Yechish. a) to'sin simmetrik yuklanganligi uchun har ikkala tayanchga teng taqsimlanib, sirtqi kuchlar teng ta'sir etuvchisining yarimiga teng bo'ladi, ya'ni

$$R_A = R_B = \frac{q\ell}{2}.$$



10.4-chizma. Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan oddiy to'sin.

b) koordinata boshidan z masofadagi kesim uchun eguvchi moment ifodasini tuzamiz:

$$M_x(z) = \frac{q\ell}{2}z - qz\frac{z}{2}. \quad (1)$$

d) koordinata o'qi y yuqoriga yo'nalganligi uchun to'sin egilgan o'qi differensial tenglamasi ishorasi musbat olinadi:

$$\frac{d^2\nu(z)}{dz^2} = \frac{M_x(z)}{EI_x}. \quad (2)$$

Unda to'sin egilgan o'qining differensial tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{d^2\nu(z)}{dz^2} = -\frac{q}{2EI_x}z^2 + \frac{q\ell}{2EI_x}z. \quad (3)$$

Bu tenglamani bir marta integrallab, burilish burchak ifodasini hosil qilamiz:

$$\theta(z) = \frac{d\nu(z)}{dz} = -\frac{q}{6EI_x}z^3 + \frac{q\ell}{4EI_x}z^2 + C. \quad (4)$$

Ikkinchi marta integrallab, solqilik ifodasini hosil qilamiz:

$$\nu(z) = -\frac{q}{24EI_x}z^4 + \frac{q\ell}{12EI_x}z^3 + C_2z + D. \quad (5)$$

Bu tenglamalardagi C va D integral doimiylarini to'sinning quyidagi chegara shartlaridan aniqlaymiz:

1. Koordinata boshida, ya'ni $z=0$ bo'lgan nuqtada solqilik $\nu(0)=0$ bo'ladi.

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$\nu(0) = -\frac{q}{24EI_x}0^4 + \frac{q\ell}{12EI_x}0^3 + C \cdot 0 + D = 0.$$

Bundan $D=0$ ga teng.

2. To'sinning $z=\ell$ bo'lgan nuqtasida solqilik $\nu(\ell)=0$ bo'ladi.

Bu chegara shartdan quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$\nu(\ell) = -\frac{q}{24EI_x}\ell^4 + \frac{q\ell}{12EI_x}\ell^3 + C\ell + D = 0.$$

Bu tenglamaga D integrallash doimiysi qiymatini qo'yib, quyidagini topamiz:

$$C = -\frac{q\ell^3}{24EI_x}.$$

Chegara shartlaridan aniqlangan integral doimiylarini e'tiborga olib, burilish burchak va solqilik tenglamalarini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\theta(z) = \frac{d\nu(z)}{dz} = -\frac{qz^3}{6EI_x} + \frac{q\ell}{4EI_x}z^2 - \frac{q\ell^3}{24EI_x}. \quad (6)$$

$$\nu(z) = -\frac{qz^4}{24EI_x} + \frac{q\ell}{12EI_x}z^3 - \frac{q\ell^3}{24EI_x}z. \quad (7)$$

Bu ifodalardagi z abssissaga ma'lum bo'lgan $0 \leq z \leq \ell$ qiymatlarni berib, to'sinning uzunligi bo'ylab ma'lum kesimlaridagi burilish burchak va solqiliklarining son qiymatlarini aniqlash mumkin.

Tayanchlardagi burilish burchaklarining qiymatlarini yuqoridagi (6) ifodadan aniqlaymiz ular quyidagilarga teng bo'lar ekan:

$$z=0; \quad \theta_A(0) = \theta_0(0) = -\frac{q\ell^3}{24EI_x}; \quad z=\ell; \quad \theta_B(\ell) = \frac{q\ell^3}{24EI_x}.$$

To'sinning tayanchlari o'rtasida $z=\ell/2$ bo'lgan kesimida burilish burchagi nolga teng bo'lib, solqilik maksimumga teng bo'ladi:

$$\nu_{max}(\ell/2) = -\frac{5}{384} \frac{q\ell^4}{EI_x}. \quad (8)$$

10.3-masala. 10.5-chizmada ko'rsatilgan ikki tayanchda yotgan to'sin uchun burilish burchak va solqilik ifodalari tuzilsin. To'sin

tayanch kesimlaridagi burilish burchaklari va kuch qo'yilgan nuqtaning solqilik qiymatlari aniqlansin.

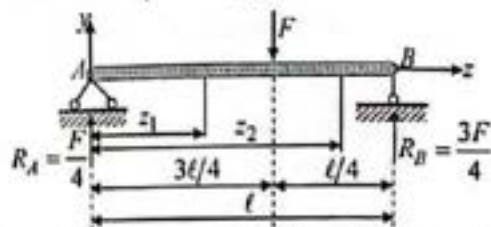
Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_B = R_A \ell - F \frac{\ell}{4} = 0; \quad R_A = \frac{F}{4}.$$

$$\sum \text{mom}_A = -R_B \ell + F \frac{3\ell}{4} = 0; \quad R_B = \frac{3F}{4}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = 0; \quad \frac{3F}{4} - F + \frac{F}{4} = 0; \quad 0 = 0.$$



10.5-chizma. To'plangan yuk bilan yuklangan oddiy to'sin.

d) har ikkala oraliqlar uchun eguvchi moment ifodalarini tuzamiz:

birinchi oraliqda $0 \leq z \leq \frac{3\ell}{4}$ bo'lib $M_1(z) = \frac{F}{4}z;$

ikkinchi oraliqda $\frac{3\ell}{4} \leq z \leq \ell$ bo'lib $M_2(z) = \frac{F}{4}z - \frac{F}{4}\left(z - \frac{3\ell}{4}\right).$ (1)

e) y koordinata o'qi yuqoriga yo'nalganligi uchun to'sin egilgan o'qi differensial tenglamasi musbat ishora bilan olinadi, ya'ni

$$\frac{d^2 u_1(z_1)}{dz^2} = \frac{F}{4EI_x} z_1; \quad (2)$$

$$\frac{d^2 u_2(z_2)}{dz^2} = \frac{F}{4EI_x} z_2 - \frac{F}{EI_x} z_2 + \frac{F}{EI_x} \frac{3\ell}{4}.$$

Bu tenglamalarni bir martadan integrallab, burilish burchak ifodalarini hosil qilamiz:

$$\frac{du_1(z_1)}{dz} = \frac{F}{8EI_x} z_1^2 + C_1; \quad (3)$$

$$\frac{du_2(z_2)}{dz} = \frac{F}{8EI_x} z_2^2 - \frac{F}{2EI_x} z_2^2 + \frac{3F\ell}{4EI_x} z_2 + C_2.$$

Ikkinchi marta integrallab, solqilik ifodalarini hosil qilamiz:

$$u_1(z_1) = \frac{Fz_1^3}{24EI_x} + C_1 z_1 + D_1; \quad (4)$$

$$u_2(z_2) = \frac{Fz_2^3}{24EI_x} - \frac{Fz_2^3}{6EI_x} + \frac{3F\ell z_2^2}{8EI_x} + C_2 z_2 + D_2.$$

Integrallash natijasida hosil bo'lgan C_1, C_2, D_1, D_2 doimiylarni aniqlash uchun quyidagi chegara shartlaridan foydalanamiz:

1. $z = 0$; bo'lganda $u_1(0) = 0$. $\frac{F}{24EI_x} 0^3 + C_1 \cdot 0 + D_1 = 0$; $D_1 = 0$. (5)

2. $z = (3\ell/4)$; bo'lganda $\frac{du_1}{dz}(3\ell/4) = \frac{du_2}{dz}(3\ell/4)$

$$\frac{F}{8EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) + C_1 = \frac{F}{8EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) - \frac{F}{2EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) + \frac{3F\ell}{4EI_x} \left(\frac{3\ell}{4} \right) + C_2; \quad (6)$$

$$C_1 = \frac{9F\ell^2}{32EI_x} + C_2.$$

3. $z = (3\ell/4)$; bo'lganda $u_1(3\ell/4) = u_2(3\ell/4)$

$$\frac{F}{24EI_x} \left(\frac{27\ell^3}{64} \right) + C_1 \left(\frac{3\ell}{4} \right) = \frac{F}{24EI_x} \left(\frac{27\ell^3}{64} \right) - \frac{F}{6EI_x} \left(\frac{27\ell^3}{64} \right) + \frac{3F\ell}{8EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) + C_2 \left(\frac{3\ell}{4} \right) + D_2; \quad (7)$$

$$\frac{9F\ell^2}{32EI_x} \left(\frac{3\ell}{4} \right) + C_2 \left(\frac{3\ell}{4} \right) = -\frac{F}{6EI_x} \left(\frac{27\ell^3}{64} \right) + \frac{3F\ell}{8EI_x} \left(\frac{9\ell^2}{16} \right) + C_2 \left(\frac{3\ell}{4} \right) + D_2.$$

$$D_2 = \frac{9F\ell^3}{128EI_x}$$

4. $z = \ell$; bo'lganda $u_2(\ell) = 0$.

$$u_2(\ell) = \frac{F}{24EI_x} \ell^3 - \frac{F}{6EI_x} \ell^3 + \frac{3F\ell}{8EI_x} \ell^2 + C_2 \ell + D_2 = 0.$$

$$\frac{F}{24EI_x} \ell^3 - \frac{F}{6EI_x} \ell^3 + \frac{3F}{8EI_x} \ell^3 + C_2 \ell + \frac{9F}{128EI_x} \ell^3 = 0 \quad (8)$$

$$C_2 = -41F\ell^2/128EI_x.$$

Unda (6) tenglamadan C_1 quyidagiga teng bo'ladi:

$$C_1 = \frac{9F\ell^2}{32EI_x} + C_2 = \frac{9F\ell^2}{32EI_x} - \frac{41F\ell^2}{128EI_x}; \quad \text{bundan } C_1 = -\frac{5F\ell^2}{128EI_x}. \quad (9)$$

Aniqlangan integral doimiylarini e'tiborga olib, har bir oraliq uchun burilish burchak va solqilik ifodalarini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\frac{dv_1(z_1)}{dz} = \frac{F}{8EI_A} z_1^2 - \frac{5Fl^2}{128EI_A};$$

$$\frac{dv_2(z_2)}{dz} = \frac{F}{8EI_A} z_2^2 - \frac{F}{2EI_A} z_2^2 + \frac{3Fl}{4EI_A} z_2 - \frac{41Fl^2}{128EI_A}; \quad (10)$$

$$v_1(z_1) = \frac{F}{24EI_A} z_1^3 - \frac{5Fl^2}{128EI_A} z_1;$$

$$v_2(z_2) = \frac{F}{24EI_A} z_2^3 - \frac{F}{6EI_A} z_2^2 + \frac{3Fl}{8EI_A} z_2^2 - \frac{41Fl^2}{128EI_A} z_2 + \frac{9Fl^3}{128EI_A}. \quad (11)$$

To'sinning chap A tayanchidagi kesimning burilish burchagini (10) formulaning birinchisidan aniqlaymiz:

$$z = 0; \text{ bo'lganda } \theta_A(0) = \frac{dv_1}{dz}(0) = -\frac{5Fl^2}{128EI_A}.$$

To'sinning o'ng B tayanchidagi kesimning burilish burchagini (10) formulaning ikkinchisidan aniqlaymiz:

$$z = l; \text{ bo'lganda}$$

$$\theta_B(l) = \frac{dv_2}{dz}(l) = \frac{F}{8EI_A} l^2 - \frac{F}{2EI_A} l^2 + \frac{3Fl}{4EI_A} l - \frac{41Fl^2}{128EI_A} = \frac{7Fl^2}{128EI_A}.$$

To'sinning kuch qo'yilgan kesimidagi solqilikni (11) formulaning birinchisidan aniqlaymiz:

$$v_1\left(\frac{3l}{4}\right) = \frac{F}{24EI_A} \left(\frac{3l}{4}\right)^3 - \frac{5Fl^2}{128EI_A} \left(\frac{3l}{4}\right) = -\frac{3Fl^3}{256EI_A}. \quad (12)$$

Agar to'plangan kuch to'sin uzunligining o'rtasiga qo'yilgan bo'lsa, solqilik (11) formulaning birinchisiga asosan quyidagiga teng bo'ladi:

$$v_1\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{Fl^3}{48EI_A}. \quad (13)$$

Bu masaladan ko'rinadiki, to'sinning oraliqlar soni ikkita bo'lsa, har bir oraliq uchun eguvchi moment ifodalari alohida-alohida aniqlanadi va bu oraliqlar uchun ikkita differensial tenglama tuziladi. Bu differensial tenglamalarni integrallash natijasida to'rtta integral doimiylari hosil bo'ldi. Bu doimiylarni aniqlash uchun to'sin chegara shartlaridan foydalanib, to'rtta algebraik tenglama tuziladi va ulardan integral doimiylari aniqlanadi.

Demak, to'sin oraliqlari soni n ta bo'lsa, n ta differensial tenglamalar tuziladi va integrallash natijasida hosil bo'lgan $2n$ ta integral doimiylarini aniqlash uchun $2n$ ta algebraik tenglamalar tuziladi. Bu algebraik tenglamalardan $2n$ ta noma'lum doimiylar

aniqlanadi. Hatto, to'sin oraliqlari soni $n=3$ ga teng bo'lganda ham integral doimiylarini aniqlash juda ham ko'p mehnat talab qiladi. Bunday masalalarni hal qilish matematik jihatdan katta qiyinchilik tug'dirmasada, lekin ko'p mehnat talab qiladi.

Shu sababli ikki va undan ortiq oraliqli to'sinlar burilish burchagi va solqiligini aniqlash masalalarini yechishda yuqoridagi kamchiliklardan holi bo'lgan boshlang'ich parametrlar usulidan foydalanish maqsadga muvofiq bo'ladi.

Ko'rib chiqilgan masalalardan, to'sinlar ko'chishlarini egilgan o'q differensial tenglamasini integrallab aniqlash natijasidan shunday xulosaga kelish mumkinki, elastik chiziq differensial tenglamasini to'g'ridan to'g'ri integrallash usuli bilan to'sin ko'chishlarini aniqlashni quyidagi tartibda bajarish lozim ekan:

- tayanch reaksiyalari aniqlanadi;
- to'sinning har bir oraliq'i uchun eguvchi moment ifodasi tuziladi;
- to'sinning elastik chiziq'i asosiy differensial (10.7) tenglamaga har bir oraliq uchun eguvchi moment ifodasi qo'yiladi;
- asosiy differensial tenglamani ikki marta integrallab, har bir oraliq uchun burilish burchak va solqilikning umumiy ifodalari aniqlanadi;
- to'sin tayanchlaridagi va oraliqlari chegaralaridagi shartdan integral doimiylari aniqlanadi;
- aniqlangan doimiylar to'sin kesimlarining aylanish burchak va solqiliklarining umumiy formulasiga qo'yiladi;
- masalaning shartiga ko'ra to'sinning u yoki bu kesimlaridagi burilish burchak va solqilik qiymatlari aniqlanadi.

10.4-§. Boshlang'ich parametrlar usuli

To'sin egilgan o'qining universal tenglamasidan foydalanilsa, solqilikni aniqlash masalasi soddalashadi. Universal tenglamani keltirib chiqarish uchun boshlang'ich parametrlar usulidan foydalanamiz. Tenglamani chiqarishda barcha sirtqi yuklarning yo'nalishini shunday tanlaymizki, ular musbat eguvchi moment hosil qilsin. To'sinning turli kesimlariga ta'sir etayotgan bir nechta juft yuk, to'plangan yuk va tekis taqsimlangan yuklar tizimi qo'yilgan bo'lishi mumkin. Lekin ishini soddalashtirish maqsadida faqat bitta to'plangan yuk, juft yuk va tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan 10.6-chizmada keltirilgan to'sinning egilish masalasini qarab chiqamiz.

Boshlang'ich parametrlar usulidan foydalanishda quyidagi amallarni e'tiborga olish lozim:

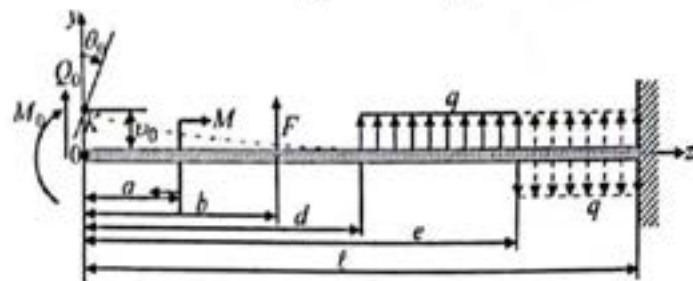
- koordinata boshini to'sin chap uchiga joylashtiramiz va uni hamma oraliq uchun umumiy deb hisoblaymiz;
- eguvchi moment ifodasi qarayotgan kesimdan chap tomonda joylashgan barcha sirtqi kuchlardan tuziladi;
- eguvchi moment ifodasiga kirgan sirtqi M juft kuch hadini $(z-a)^0$ binomga ko'paytirish lozim; bunda $(z-a)^0 = 1$ bo'lib, a juft M kuch qo'yilgan kesim absissasi;
- barcha oraliqlar uchun tenglamalarni integrallashda qavslar ochilmasdan integrallanadi;

- agar tekis taqsimlangan yuk to'sinning oxirgi o'ng uchigacha yetmagan bo'lsa, uni to'sin oxirgi uchigacha davom ettiramiz va yuk davom ettirilgan kesimdan uni muvozanatlashtiruvchi qarama-qarshi yo'nalgan tekis taqsimlangan yuk bilan to'sinni yuklaymiz (10.6-chizmada uzukli chiziqli bilan ko'rsatilgan).

Elastik chiziqning universal tenglamasini keltirib chiqarish uchun 10.6-chizmada keltirilgan besh oraliqli to'sinni qaraymiz. Koordinata boshi 0 bilan beshta oraliqning har birining birorta ixtiyoriy kesimi uchun eguvchi moment ifodasini tuzish mumkin.

Misol sifatida beshinchi oraliqning birorta ixtiyoriy kesimi uchun eguvchi moment ifodasini tuzamiz:

$$M_x(z) = M_0 z^0 + Q_0 z^1 + M(z-a)^0 + F(z-b)^1 + q \frac{(z-d)^2}{2} - q \frac{(z-e)^2}{2} \quad (10.13)$$



10.6-chizma. Turli yuklar bilan yuklangan to'sin.

(10.13) ifodada har bir oraliqning eguvchi momenti ifodasi vertikal chiziqli indeks bilan ajratib ko'rsatilgan.

Bu beshinchi oraliqdagi eguvchi moment ifodasiga barcha oraliqlardagi eguvchi moment ifodalari kiradi, chunki u eng oxirgi oraliqdur.

Qarayotgan to'sinda eguvchi moment ifodasi to'rtinchi oraliq uchun, yuqorida beshinchi oraliq uchun keltirilgan tenglamadan osongina aniqlanadi. Bunda beshinchi oraliq uchun tegishli bo'lgan hadni tashlab yuborish yo'li bilan hosil qilish mumkin:

$$M_x(z) = M_0 z^0 + Q_0 z^1 + M(z-a)^0 + F(z-b)^1 + q \frac{(z-d)^2}{2} \quad (10.14)$$

Shuni aytib o'tish lozimki, $(z-a)$, $(z-b)$, $(z-d)$, $(z-e)$, $(z-f)$ ifodalar faqat musbat qiymatlarni qabul qiladi. Arap $(z-f) < 0$ bo'lsa, unda bu yuk qarayotgan kesimdan o'ng tomonda yotganligini ko'rsatadi, shuning uchun bu qo'shiluvchini tenglamadan olib tashlash lozim.

Bu tenglamalardagi eguvchi moment M_0 va ko'ndalang kuchlar Q_0 koordinata boshi bilan ustma-ust tushgan nuqtalarda ta'sir etganligi uchun statik boshlang'ich parametrlar deb ataladi.

Beshinchi oraliqning elastik chiziqli differensial tenglamasini tuzamiz:

$$EI_x \frac{d^2 v(z)}{dz^2} = \left[M_0 z^0 + Q_0 z + M(z-a)^0 + F(z-b)^1 + q \frac{(z-d)^2}{2} - q \frac{(z-e)^2}{2} \right] \quad (10.15)$$

Bu differensial tenglamaning ikki tomonini qavslarni ochmasdan integrallab burilish burchak ifodasini hosil qilamiz:

$$EI_x \theta(z) = EI_x \frac{dv(z)}{dz} = \left[M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a) + F \frac{(z-b)^2}{2} + q \frac{(z-d)^3}{6} - q \frac{(z-e)^3}{6} + C_1 \right] \quad (10.16)$$

Ikkinchi marta integrallab, solqilik ifodasini hosil qilamiz:

$$EI_x v(z) = \left[M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + M \frac{(z-a)^2}{2} + F \frac{(z-b)^3}{6} + q \frac{(z-d)^4}{24} - q \frac{(z-e)^4}{24} + C_2 z + D_1 \right] \quad (10.17)$$

To'rtinchi oraliq uchun differensial tenglama quyidagicha ifodalanadi:

$$EI_x \frac{d^2 v(z)}{dz^2} = \left[M_0 z^0 + Q_0 z + M(z-a)^0 + F(z-b)^1 + q \frac{(z-d)^2}{2} \right] \quad (10.18)$$

Bu differensial tenglamani integrallab, burilish burchak va solqilik ifodalarini hosil qilamiz:

$$EI_x \theta(z) = EI_x \frac{dv(z)}{dz} = \left[M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a) + F \frac{(z-b)^2}{2} + q \frac{(z-d)^3}{6} + C_4 \right] \quad (10.19)$$

$$EI_x v(z) = \left[M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + M \frac{(z-a)^2}{2} + F \frac{(z-b)^3}{6} + q \frac{(z-d)^4}{24} + C_4 z + D_4 \right] \quad (10.20)$$

Qaralayotgan to'sinning beshta oraliqlari uchun yuqorigidek differensial tenglamalar tuzilib integrallansa, burilish burchak va solqilik ifodalarida o'nta integral doimiylari hosil bo'ladi.

To'sinning to'rtinchi va beshinchi oraliqlari elastik chizig'ining uzluksiz silliq tutashish sharti $z=e$; $\theta_4(e) = \theta_5(e)$ dan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \left[M_0 e + Q_0 \frac{e^2}{2} + M(e-a) + F \frac{(e-b)^2}{2} + q \frac{(e-d)^3}{6} + C_4 \right] = \\ = \left[M_0 e + Q_0 \frac{e^2}{2} + M(e-a) + F \frac{(e-b)^2}{2} + q \frac{(e-d)^3}{6} - q \frac{(e-e)^3}{6} + C_5 \right] \end{aligned} \quad (10.21)$$

Bu tenglikdan kelib chiqadiki: $C_4 = C_5$.

Elastik chizig'ining to'rtinchi va beshinchi oraliqlar uzluksiz silliq tutashish sharti $z=e$; $v_4(e) = v_5(e)$ dan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \left[M_0 \frac{e^2}{2} + Q_0 \frac{e^3}{6} + M \frac{(e-a)^2}{2} + F \frac{(e-b)^3}{6} + q \frac{(e-d)^4}{24} + C_4 e + D_4 \right] = \left[M_0 \frac{e^2}{2} + \right. \\ \left. + Q_0 \frac{e^3}{6} + M \frac{(e-a)^2}{2} + F \frac{(e-b)^3}{6} + q \frac{(e-d)^4}{24} - q \frac{(e-e)^4}{24} + C_4 e + D_5 \right] \end{aligned}$$

Bu tenglikdan quyidagini hosil qilamiz: $D_4 = D_5$.

Xuddi shuningdek, barcha oraliqlar uchun yuqoridagi amallarni bajarib, integral doimiylari quyidagicha bog'lanishda bo'lishini aniqlaymiz:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C_5 = C. \quad (10.22)$$

$$D_1 = D_2 = D_3 = D_4 = D_5 = D. \quad (10.23)$$

Bajargan bu amallardan ko'rinadiki, o'nta integrallash doimiylari ikkita garga keltirilishi mumkin ekan.

Demak, to'sin oraliqlari soni nechta bo'lishidan qat'iy nazar, integrallash doimiylarini ikkita garga keltirish mumkin. To'sinning koordinata boshidagi burilish burchak θ_0 , solqilik v_0 bilan belgilandi va geometrik boshlang'ich parametrlar deb ataladi. Unda birinchi oraliqdagi burilish burchak va solqilik

$$\begin{aligned} EI_x \theta_1(z) = EI_x \frac{dv_1(z)}{dz} = \left[M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + C \right], \\ EI_x v_1(z) = \left[M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + C z + D \right] \end{aligned} \quad (10.24)$$

Ushbu ifodalaridan koordinata ($z=0$) boshida $EI_x \theta_0 = C$; $EI_x v_0 = D$ ga teng ekanligini aniqlash qiyin emas. Demak, integral doimiylari C , D tegishlilikiga koordinata boshidagi burilish burchak va solqilik (boshlang'ich parametrlarini) ifodalashiga ikkinchi bor ishonch hosil qildik. Integral doimiylari C , D qiymatlarini beshinchi oraliqning burilish burchak va solqilik ifodalariga qo'yib, ularni boshlang'ich parametrlar θ_0 ; v_0 orqali quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$\begin{aligned} \theta(z) = \frac{dv(z)}{dz} = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} \left[M_0 z + Q_0 \frac{z^2}{2} + M(z-a) + F \frac{(z-b)^2}{2} + \right. \\ \left. + q \frac{(z-d)^3}{6} - q \frac{(z-e)^3}{6} \right] \end{aligned} \quad (10.25)$$

$$\begin{aligned} v(z) = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[M_0 \frac{z^2}{2} + Q_0 \frac{z^3}{6} + M \frac{(z-a)^2}{2} + F \frac{(z-b)^3}{6} + \right. \\ \left. + q \frac{(z-d)^4}{24} - q \frac{(z-e)^4}{24} \right] \end{aligned} \quad (10.26)$$

Elastik chiziqning solqilik tenglamasini bir nechta juft yuklar, to'plangan yuklar va tekis taqsimlangan yuklar ta'siridan umumiy holda quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$v(x) = v_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI_s} \left[M_0 \frac{x^2}{2!} + Q_0 \frac{x^3}{3!} + \sum M_i \frac{(x-a_i)^2}{2!} + \sum F_i \frac{(x-b_i)^1}{1!} + \sum q_i \frac{(x-d_i)^4}{4!} - \sum q_i \frac{(x-e_i)^4}{4!} \right] \quad (10.27)$$

Odatda, bu tenglama elastik chiziqlning universal tenglamasi deb ataladi.

Universal formulani bir marta differensiallab, kesimning burilish burchak ifodasini hosil qilamiz:

$$\theta(x) = \theta_0 + \frac{1}{EI_s} \left[M_0 \frac{x}{1!} + Q_0 \frac{x^2}{2!} + \sum M_i \frac{(x-a_i)}{1!} + \sum F_i \frac{(x-b_i)^0}{0!} + \sum q_i \frac{(x-d_i)^3}{3!} - \sum q_i \frac{(x-e_i)^3}{3!} \right] \quad (10.28)$$

Bu tenglamalardagi M_0 va Q_0 statik boshlang'ich parametrlar to'sinning muvozanatidan, geometrik boshlang'ich parametrlar θ_0 , v_0 esa to'sinning mahkamlanish chegaralaridan aniqlanadi.

10.4-masala. 10.7-chizmada keltirilgan to'sin uchun elastik chiziqli tenglamasi ifodasi universal tenglama yordamida tuzilsin. Xarakterli A, B, D, G kesimlardagi burilish burchak va solqilik ifodalari aniqlansin.

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statik muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_D = M + R_A \ell - q \frac{\ell^2}{2} \left(\frac{\ell}{4} \right) - F \frac{\ell}{4} = 0, \quad R_A = -\frac{5}{8} q \ell.$$

$$\sum \text{mom}_A = -F \left(\frac{5\ell}{4} \right) - R_D \ell + q \frac{\ell^2}{2} \left(\frac{3\ell}{4} \right) + M = 0, \quad R_D = \frac{1}{8} q \ell.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

$$\sum Y = R_A - q \frac{\ell}{2} + R_D + F = 0, \quad -\frac{5}{8} q \ell - q \frac{\ell}{2} + \frac{1}{8} q \ell + q \ell = 0, \quad 0 = 0.$$



10.7-chizma. Kambolli to'sin.

d) statik boshlang'ich parametrlar $M_0 = q \ell^2$, $Q_0 = -\frac{5}{8} q \ell$ ma'lumligini e'tiborga olib, qaratilgan to'sin elastik chiziqlining

universal tenglamasini, (10.27) umumiy universal tenglama asosida quyidagicha ifodalaymiz:

$$v(x) = v_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI_s} \left[q \ell^2 \frac{x^2}{2!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{x^3}{3!} - q \frac{(x-\ell/2)^4}{4!} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(x-\ell)^3}{3!} + q \frac{(x-\ell)^4}{4!} \right]$$

Universal tenglamani bir marta differensiallab, burilish burchak tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{dv(x)}{dx} = \theta(x) = \theta_0 + \frac{1}{EI_s} \left[q \ell^2 \frac{x}{1!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{x^2}{2!} - q \frac{(x-\ell/2)^3}{3!} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(x-\ell)^2}{2!} + q \frac{(x-\ell)^3}{3!} \right]$$

Bu tenglamalardagi geometrik boshlang'ich parametrlarni aniqlashda to'sin uchun quyidagi chegara shartlaridan foydalanamiz:

1. To'sinning chap tayanchidagi $x=0$ bo'lgan kesim solqiligi $v_A = v(0) = v_0 = 0$ bo'ladi.

2. To'sinning D tayanchidagi $x=\ell$ bo'lgan kesim solqiligi $v_D(\ell) = 0$ bo'ladi.

Birinchi tayanch shartidan $v_0 = 0$ ekanligi ma'lum. Unda ikkinchi tayanch chegaralaridan quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$v(\ell) = \theta_0 \ell + \frac{1}{EI_s} \left[q \ell^2 \frac{\ell^2}{2} - \frac{5}{8} q \ell \frac{\ell^3}{6} - q \frac{(\ell-\ell/2)^4}{24} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(\ell-\ell)^3}{6} + q \frac{(\ell-\ell)^4}{24} \right] = 0$$

Bu tenglamada noma'lum bo'lgan boshlang'ich parametrlarni aniqlaymiz:

$$\theta_0 = -\frac{1}{EI_s} \left[\frac{q \ell^3}{2} - \frac{5 q \ell^3}{8 \cdot 6} - q \frac{(\ell)^4}{384} \right]$$

bundan

$$\theta_0 = -\frac{151 q \ell^3}{384 EI_s}$$

Unda to'sin elastik chizig'i va burilish burchak tenglamalarini quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$v(x) = \frac{1}{EI_s} \left[-\frac{151 q \ell^3}{384} x + q \ell^2 \frac{x^2}{2!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{x^3}{3!} - q \frac{(x-\ell/2)^4}{4!} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(x-\ell)^3}{3!} + q \frac{(x-\ell)^4}{4!} \right]$$

$$\theta(x) = \frac{1}{EI_s} \left[-\frac{151 q \ell^3}{384} + q \ell^2 \frac{x}{1!} - \frac{5}{8} q \ell \frac{x^2}{2!} - q \frac{(x-\ell/2)^3}{3!} + \frac{1}{8} q \ell \frac{(x-\ell)^2}{2!} + q \frac{(x-\ell)^3}{3!} \right]$$

To'sinning eng oxirgi nuqtasining $v_G(5\ell/4)$ solqilik va $\theta_G(5\ell/4)$ burilish burchagini topish uchun solqilik va burilish burchagi ifodalariga $x = 5\ell/4$ ni qo'yib aniqlaymiz:

$$u_G\left(\frac{5}{4}l\right) = \left[-\frac{151}{384}\left(\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{5}{48}\left(\frac{5}{4}\right)^3 - \frac{1}{24}\left(\frac{3}{4}\right)^4 + \frac{1}{48}\left(\frac{1}{4}\right)^3 + \frac{1}{24}\left(\frac{1}{4}\right)^4 \right] \frac{ql^4}{EI_x}$$

Bundan

$$u_G\left(\frac{5}{4}l\right) = 0,07356 \frac{ql^4}{EI_x}$$

$$\theta_G\left(\frac{5}{4}l\right) = \left[-\frac{151}{384} + \left(\frac{5}{4}\right) - \frac{5}{16}\left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{1}{6}\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \frac{1}{16}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{1}{4}\right)^3 \right] \frac{ql^3}{EI_x}$$

yoki

$$\theta_G\left(\frac{5}{4}l\right) = 0,30469 \frac{ql^3}{EI_x}$$

To'sin ravog'i o'rtasidagi B nuqtaning v_B solqilik va burilish burchagini topish maqsadida solqilik va burilish burchak ifodalarga $z = l/2$ ni qo'yamiz. Bu nuqta birinchi va ikkinchi oraliqlarning tutashgan nuqtasi bo'lgani uchun birinchi oraliqning universal tenglamasidan foydalanamiz, ya'ni universal formuladagi birinchi oraliqqa tegishli bo'lmagan ikkinchi va uchinchi oraliqlarga tegishli bo'lgan hadlarni tashlab yuboramiz, unda quyidagilarni hosil qilamiz:

$$u(z) = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{151ql^3}{384}z + ql^2 \frac{z^2}{2} - \frac{5}{8}ql \frac{z^3}{3} \right]$$

$$\theta(z) = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{151ql^3}{384} + ql^2 \frac{z}{1} - \frac{5}{8}ql \frac{z^2}{2} \right]$$

Bularga $z = l/2$ qo'yib, burilish burchak va solqilik qiymatlarini aniqlaymiz:

$$\theta_B\left(\frac{1}{2}l\right) = \left[-\frac{151}{384} + \left(\frac{1}{2}\right) - \frac{5}{16}\left(\frac{1}{2}\right)^2 \right] \frac{ql^3}{EI_x}$$

Bundan

$$\theta_B\left(\frac{1}{2}l\right) = 0,028646 \frac{ql^3}{EI_x}$$

$$v_B\left(\frac{1}{2}l\right) = \left[-\frac{151}{384}\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{48}\left(\frac{1}{2}\right)^3 \right] \frac{ql^4}{EI_x}$$

Bundan

$$v_B\left(\frac{1}{2}l\right) = -0,08464 \frac{ql^4}{EI_x}$$

Ko'rib chiqilgan masalalardan boshlang'ich parametrlar usuli bilan to'sin kesimlaridagi burilish burchak va solqilik ifodalarini quyidagi tartibda aniqlanishini ko'rsatish mumkin:

- tayanch reaksiyalari aniqlanadi;
- burilish burchak ifodasi (10.28) formula va solqilik ifodasi (10.27) universal formula yordamida tuziladi;
- tuzilgan universal tenglamadagi noma'lum boshlang'ich parametrlar chegara shartlaridan foydalanib aniqlanadi;
- noma'lum boshlang'ich parametrlarni universal tenglamaga qo'yib, to'sinning kerakli kesimdagi burilish burchagi va solqilik tenglamalari ifodalari tuziladi;
- to'sinning kerakli kesimidagi burilish burchak (10.28) va solqilik (10.27) formulalardan aniqlanadi.

10.5-§. To'sin ko'chishlarini aniqlashda Mor integrali

Yuqoridagi paragraflarda to'g'ri o'qli to'sinlarning burilish burchagi va solqiligini aniqlashda differensial tenglamani integrallash va boshlang'ich parametrlar usullarini o'rganib chiqdik. Qarab chiqilgan bu usullar bilan bikirligi o'zgaruvchi, siniq chiziqli va egri o'qli bruslar burilish burchagi va solqiligini aniqlab bo'lmaydi. Bu usullarga qaraganda ancha qulay bo'lgan Mor usuli bikirligi o'zgaruvchi, siniq o'qli va egri o'qli bruslar tizimi ko'chishlarini aniqlashda qulaylik tug'diradi. Bu usulni o'rganish uchun konstruktsiya elementining ikki holatini qaraymiz. Birinchi holatda ixtiyoriy sirtqi kuchlar ta'sirida bo'lgan konstruktsiya elementining har bir oralig'i uchun ichki kuch $M_{ek}^F(z)$, $T^F(z)$, $Q^F(z)$, $N^F(z)$ omillari ifodalarini tuzib olamiz va ularning epyuralarini quramiz. Ikkinchi holatda to'plangan birlik kuchi ta'siridan hosil bo'lgan ichki kuchlar $\bar{M}_{ek}^1(z)$, $\bar{T}^1(z)$, $\bar{Q}^1(z)$, $\bar{N}^1(z)$ omillari ifodalarini tuzamiz.

Unda umumiy holda konstruktsiya elementining burilish burchagi va chiziqli ko'chishlari quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\Delta_{1F} = \sum_0^l \int \frac{M_{ek}^F \bar{M}_{ek}^1}{EI_x} dz + \sum_0^l \int \frac{T^F \bar{T}^1}{GI_\rho} dz + \sum_0^l \int \eta \frac{Q^F \bar{Q}^1}{GA} dz + \sum_0^l \int \frac{N^F \bar{N}^1}{EA} dz. \quad (10.29)$$

Ushbu tenglama Mor tenglamasi deb ataladi.

Bunda Δ_{1F} birlik kuchi $\bar{F}=1$ yo'nalishi bo'yicha sirtqi kuchlar ta'siridan hosil bo'lgan ko'chish;

EI_x, GI_ρ, GA, EA to'sin kesimining tegishli egilish, buralish, siljish va cho'zilishlardagi bikiirliklari;

η urinma kuchlanishlarning to'sin kesimi yuzi bo'yicha notekis taqsimlanganligini e'tiborga oluvchi koeffitsient bo'lib, u ko'ndalang kesim shakliga bog'liq. To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun $\eta = 1,2$, doira shaklidagi kesim uchun $\eta = 1,1$ ga teng.

To'sin uzunligi l bo'yicha bikiirliki doimiy bo'lsa, bikiirliklarni integraldan tashqariga chiqarib yozish mumkin, ya'ni

$$\Delta_{1F} = \sum \frac{1}{EI_x} \int_0^l M_{\text{eg}}^F \bar{M}_{\text{eg}}^1 dz + \sum \frac{1}{GI_\rho} \int_0^l T^F \bar{T}^1 dz + \sum \frac{\eta}{GA} \int_0^l Q^F \bar{Q}^1 dz + \sum \frac{1}{EA} \int_0^l N^F \bar{N}^1 dz. \quad (10.30)$$

Bu ifodadan aniqlangan ko'chish ishorasi musbat bo'lsa, ko'chish yo'nalishi bilan birlik kuchi yo'nalishi mos keladi. Aks holda ko'chish ishorasi manfiy bo'lsa, ko'chish yo'nalishi bilan birlik kuchi bir-biriga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi.

To'sinlar va ramalarning egilishida ko'ndalang kesimlarida eguvchi moment, ko'ndalang va bo'ylama kuchlar hosil bo'lsada, faqat eguvchi moment ta'siri e'tiborga olinganda ko'chish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\Delta_{1F} = \sum \frac{1}{EI_x} \int_0^l M_{\text{eg}}^F \bar{M}_{\text{eg}}^1 dz. \quad (10.31)$$

Arkalarining ko'chishlarini aniqlashda eguvchi moment va bo'ylama kuch ta'sirini e'tiborga olish kifoya, unda ko'chish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\Delta_{1F} = \sum \frac{1}{EI_x} \int_0^l M_{\text{eg}}^F \bar{M}_{\text{eg}}^1 dz + \sum \frac{1}{EA} \int_0^l N^F \bar{N}^1 dz. \quad (10.32)$$

To'g'ri sterjenlardan iborat bo'lgan fermalarning ko'chishlarini aniqlashda faqat bo'ylama kuch ta'sirini e'tiborga olish kifoya, unda ko'chish quyidagi formuladan aniqlanadi:

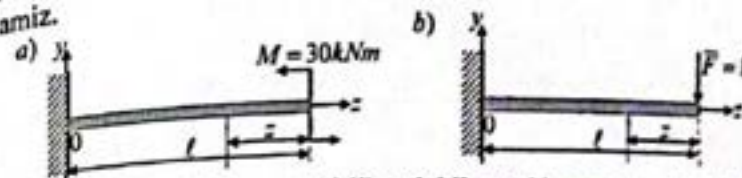
$$\Delta_{1F} = \sum \frac{1}{EA} \int_0^l N^F \bar{N}^1 dz. \quad (10.33)$$

Mor usuli bilan ko'chishlarni aniqlashni quyidagi misollarda ko'rib chiqamiz.

10.4.masala. 10.8-chizmada keltirilgan konsol to'sin erkin uchining ko'chishi aniqlansin. Ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan

inersiya momenti $I_x = 2790 \text{ sm}^4$, elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2$ uzunligi $l = 4 \text{ m}$ ga teng.

Yechish. 10.8, a)-chizmada keltirilgan konsol to'sinning vertikal ko'chishi aniqlanishi lozim bo'lgan nuqtasiga 10.8, b)-chizmada ko'rsatilgandek, vertikal birlik kuchini qo'yib, konsol to'sinni yuklab olamiz.



10.8-chizma. To'plangan va birlik yuk bilan yuklangan konsol to'sinlar.

Konsol bitta oraliqdan iborat bo'lgan to'sin uchun ixtiyoriy kesimdagi eguvchi moment ifodasi quyidagicha bo'ladi:

$$M_{\text{eg}}^F(z) = M = 30 \text{ kNm}$$

Birlik kuchdan konsolning ixtiyoriy kesimidagi eguvchi moment ifodasi esa quyidagicha bo'ladi:

$$\bar{M}_{\text{eg}}^1(z) = -1 \cdot z$$

Unda ko'chish ifodasini (10.31) formuladan foydalanib aniqlaymiz

$$\begin{aligned} \Delta_{1F} &= \sum \frac{1}{EI_x} \int_0^l M_{\text{eg}}^F \bar{M}_{\text{eg}}^1 dz = \sum \frac{1}{EI_x} \int_0^l 30(-1 \cdot z) dz = -\frac{30z^2}{2EI_x} \Big|_0^l = -\frac{240}{EI_x} = \\ &= -\frac{240 \cdot 10^9}{2 \cdot 10^7 \cdot 2790} = -4,3 \text{ sm}. \end{aligned}$$

Hisoblash natijasining manfiy chiqishi, ko'chish yo'nalishi bilan birlik kuch yo'nalishi mos kelmasligini bildiradi.

10.6.masala. 10.9-chizmada keltirilgan oddiy to'sinning chap tayanchidagi buralish burchagi aniqlansin. To'sin materiali po'lat, ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti $I_x = 27696 \text{ sm}^4$, uzunligi $l = 6 \text{ m}$, elastiklik moduli esa $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2$ teng.

Yechish. Tekis taqsimlangan yuk bilan yuklangan oddiy to'sin reaksiya kuchlari va eguvchi momentlar 10.2-masalada aniqlangan edi. To'sinning chap uchidan, masofadagi kesim uchun sirtqi kuchlardan eguvchi moment ifodasini tuzamiz (10.9, -chizma):

$$M_{\text{eg}}^F(z) = \frac{q l}{2} z - q \frac{z^2}{2}.$$

[illegible]

Beitrag zur Kenntnis der ...

$$\sum_{i=1}^n m_i = -\bar{W} + \bar{W}_2 - 1 = 0 \quad \bar{W}_2 = \bar{W} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

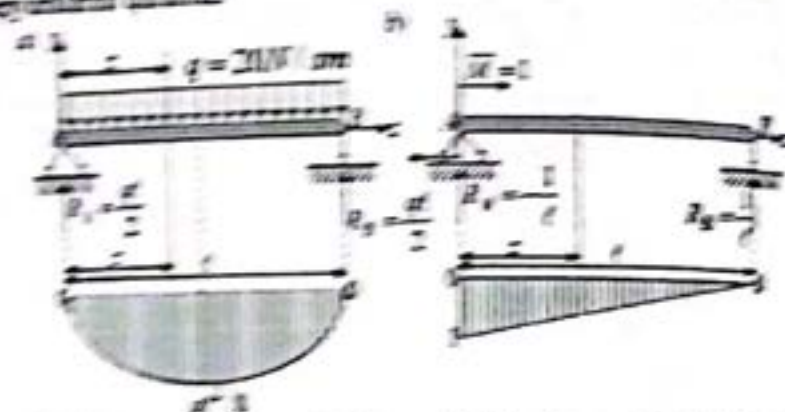
$$\sum_{i=1}^n \log p_i = -\bar{H} - H_0 - \epsilon = 0, \quad H_0 = -\bar{H} \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon}$$

Torontoning rejalatlarining ushbu g'ildirigini tekshirish zaruridir.

$$\sum f = f_1 + f_2 = \frac{f}{t} + \frac{f}{t} = 2$$

Qizniq. Boshqa yetilganlikdan xavflovchi kuchlarni ta'g'in topilgan.

Enfite $\bar{u} = 1$ just before equilibrium moment (rodularin) moment $\bar{u}$
equilibrium moment.



11-3-7-2014 pengembalian yuk bilas
yukdangdut iddy 11-3-2014

DL 34-chimera. Birth just last
in pregnancy order to me.

Training step 4 vyachislan z mashtabagi indiyaty kum
skom otlik jst kachdan egvchi moment analitik ifodalari uzilad
(0.1.1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16.17.18.19.20.21.22.23.24.25.26.27.28.29.30.31.32.33.34.35.36.37.38.39.40.41.42.43.44.45.46.47.48.49.50.51.52.53.54.55.56.57.58.59.60.61.62.63.64.65.66.67.68.69.70.71.72.73.74.75.76.77.78.79.80.81.82.83.84.85.86.87.88.89.90.91.92.93.94.95.96.97.98.99.100.101.102.103.104.105.106.107.108.109.110.111.112.113.114.115.116.117.118.119.120.121.122.123.124.125.126.127.128.129.130.131.132.133.134.135.136.137.138.139.140.141.142.143.144.145.146.147.148.149.150.151.152.153.154.155.156.157.158.159.160.161.162.163.164.165.166.167.168.169.170.171.172.173.174.175.176.177.178.179.180.181.182.183.184.185.186.187.188.189.190.191.192.193.194.195.196.197.198.199.200.201.202.203.204.205.206.207.208.209.210.211.212.213.214.215.216.217.218.219.220.221.222.223.224.225.226.227.228.229.230.231.232.233.234.235.236.237.238.239.240.241.242.243.244.245.246.247.248.249.250.251.252.253.254.255.256.257.258.259.260.261.262.263.264.265.266.267.268.269.270.271.272.273.274.275.276.277.278.279.280.281.282.283.284.285.286.287.288.289.290.291.292.293.294.295.296.297.298.299.300.301.302.303.304.305.306.307.308.309.310.311.312.313.314.315.316.317.318.319.320.321.322.323.324.325.326.327.328.329.330.331.332.333.334.335.336.337.338.339.340.341.342.343.344.345.346.347.348.349.350.351.352.353.354.355.356.357.358.359.360.361.362.363.364.365.366.367.368.369.370.371.372.373.374.375.376.377.378.379.380.381.382.383.384.385.386.387.388.389.390.391.392.393.394.395.396.397.398.399.400.401.402.403.404.405.406.407.408.409.410.411.412.413.414.415.416.417.418.419.420.421.422.423.424.425.426.427.428.429.430.431.432.433.434.435.436.437.438.439.440.441.442.443.444.445.446.447.448.449.450.451.452.453.454.455.456.457.458.459.460.461.462.463.464.465.466.467.468.469.470.471.472.473.474.475.476.477.478.479.480.481.482.483.484.485.486.487.488.489.490.491.492.493.494.495.496.497.498.499.500.501.502.503.504.505.506.507.508.509.510.511.512.513.514.515.516.517.518.519.520.521.522.523.524.525.526.527.528.529.530.531.532.533.534.535.536.537.538.539.540.541.542.543.544.545.546.547.548.549.550.551.552.553.554.555.556.557.558.559.560.561.562.563.564.565.566.567.568.569.570.571.572.573.574.575.576.577.578.579.580.581.582.583.584.585.586.587.588.589.590.591.592.593.594.595.596.597.598.599.600.601.602.603.604.605.606.607.608.609.610.611.612.613.614.615.616.617.618.619.620.621.622.623.624.625.626.627.628.629.630.631.632.633.634.635.636.637.638.639.640.641.642.643.644.645.646.647.648.649.650.651.652.653.654.655.656.657.658.659.660.661.662.663.664.665.666.667.668.669.670.671.672.673.674.675.676.677.678.679.680.681.682.683.684.685.686.687.688.689.690.691.692.693.694.695.696.697.698.699.700.701.702.703.704.705.706.707.708.709.710.711.712.713.714.715.716.717.718.719.720.721.722.723.724.725.726.727.728.729.730.731.732.733.734.735.736.737.738.739.740.741.742.743.744.745.746.747.748.749.750.751.752.753.754.755.756.757.758.759.760.761.762.763.764.765.766.767.768.769.770.771.772.773.774.775.776.777.778.779.780.781.782.783.784.785.786.787.788.789.790.791.792.793.794.795.796.797.798.799.800.801.802.803.804.805.806.807.808.809.810.811.812.813.814.815.816.817.818.819.820.821.822.823.824.825.826.827.828.829.830.831.832.833.834.835.836.837.838.839.840.841.842.843.844.845.846.847.848.849.850.851.852.853.854.855.856.857.858.859.860.861.862.863.864.865.866.867.868.869.870.871.872.873.874.875.876.877.878.879.880.881.882.883.884.885.886.887.888.889.890.891.892.893.894.895.896.897.898.899.900.901.902.903.904.905.906.907.908.909.910.911.912.913.914.915.916.917.918.919.920.921.922.923.924.925.926.927.928.929.930.931.932.933.934.935.936.937.938.939.940.941.942.943.944.945.946.947.948.949.950.951.952.953.954.955.956.957.958.959.960.961.962.963.964.965.966.967.968.969.970.971.972.973.974.975.976.977.978.979.980.981.982.983.984.985.986.987.988.989.990.991.992.993.994.995.996.997.998.999.1000.1001.1002.1003.1004.1005.1006.1007.1008.1009.1010.1011.1012.1013.1014.1015.1016.1017.1018.1019.1020.1021.1022.1023.1024.1025.1026.1027.1028.1029.1030.103

branchi: 14, 15 e 16

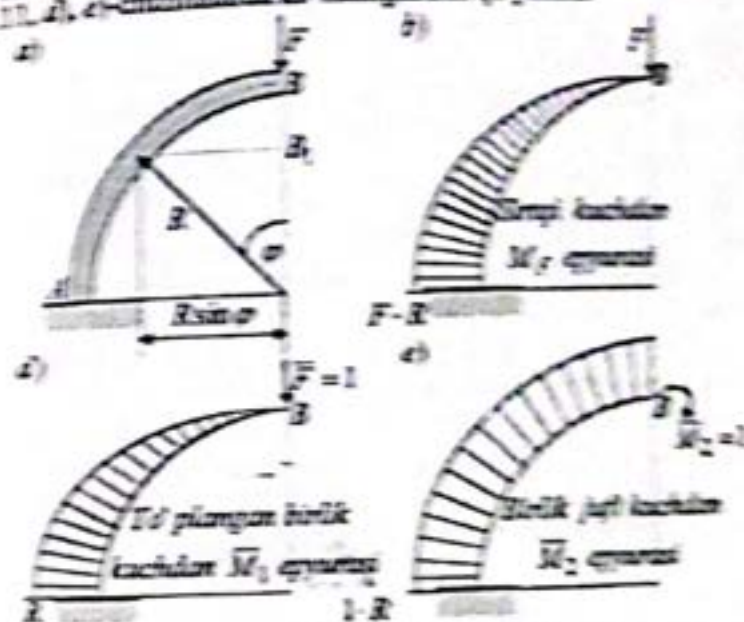
$$H_{\text{eff}}^1(z) = \bar{H} + \bar{F}, \quad z = 0, \quad H_{\text{eff}}^1(0) = \frac{1}{2}, \quad H_{\text{eff}}^1(\ell) = \frac{1}{2} - \frac{1}{f} \quad (z = \ell).$$

Ukara berikut ini merupakan hasil dari (3.37) formulasi di atas:

$$J_{\text{eff}} = \sum \frac{1}{E} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{M}{EI} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{V}{EI} \right)^2 \right] = \sum \frac{1}{E} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{M}{EI} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{V}{EI} \right)^2 \right]$$

[illegible]

10.7-madda. O'q yiliga yetti boricha yozilgan 11.11-chorak
kelirigun epi chiqiqi kassal uchun kach qo'yilgan nashriy otak
kachi va arkiz uchidagi B kasning barish barchay anikam.

[illegible]

MLI-chimie. Egi chimici kumol

Egri chiziqli to'sin uchun o'zaro ta'sir kuchlarini to'g'ri hisoblashda birik kuchlaridan egri chiziqli momentlar o'zaro ta'sir kuchlarini hisoblashda

$$N_{\text{eff}}^F = F \text{ Fitter}, \quad \bar{N}_{\text{eff}}^F = 1 \text{ Fitter}, \quad \bar{N}_{\text{eff}}^F = 1.$$

Sıra içi kütçü və bütöf kütçülörün quruluş qvşuqı rövşü
quruluşu tərifiylə 10.11, 5), 2), e)-ciyərlərin kütölgü.

Sirtqi kuch va birlik kuchlar ifodalarni (10.31) Mor formulasiga qo'yamiz va to'sin uzunligi bo'yicha integrallaymiz. Bunda aylana yoyi $ds = R d\varphi$ ekanligini e'tiborga olish lozim. Natijada quyidagilar hosil bo'ladi:

$$v_B = \Delta_{1F} = \int_0^l \frac{M_F \bar{M}_1}{EI} ds = \frac{FR^3}{EI} \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi d\varphi = \frac{\pi FR^3}{4EI}.$$

$$\theta_B = \Delta_{2F} = \int_0^l \frac{M_F \bar{M}_2}{EI} ds = \frac{FR^2}{EI} \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = \frac{FR^2}{EI} (-\cos \varphi)_0^{\pi/2} = \frac{FR^2}{EI}.$$

Aniqlangan vertikal ko'chish va burilish burchak ishorasi musbat chiqdi, demak bu, ko'chishlar yo'nalishlari birlik kuch yo'nalishlari bo'yicha ro'y berganligini ko'rsatadi.

10.6-§. Vereshagin qoidasi

Bikirligi o'zgarmas bo'lgan to'g'ri o'qli to'sin uchun sirtqi va birlik kuchlardan qurilgan epyuralaridan biri to'g'ri chiziq bilan chegaralangan bo'lsa, Mor integrali bilan ko'chishlarni aniqlash ancha soddalashadi. Bunday epyuralar to'sin ko'chishlarni aniqlashda Mor integralini grafoanalitik usul bilan hisoblashni birinchi bo'lib, Moskva temir yo'l muhandislar instituti talabasi A.N.Vereshagin 1925 yilda taklif etgan. A.N.Vereshagin qoidasi asosida ko'chishlarni aniqlash sirtqi kuchlardan va birlik kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyuralarini ko'paytirishga asoslangan. Bunda to'singa ta'sir etayotgan sirtqi kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyurasi egri chiziq bilan, birlik juft kuchi yoki to'plangan birlik kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyurasi to'g'ri chiziq bilan chegaralangan bo'lishi shart.

Sirtqi kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyurasi elementi yuzasini 10.12, a)-chizmadan quyidagicha ifodalash mumkin:

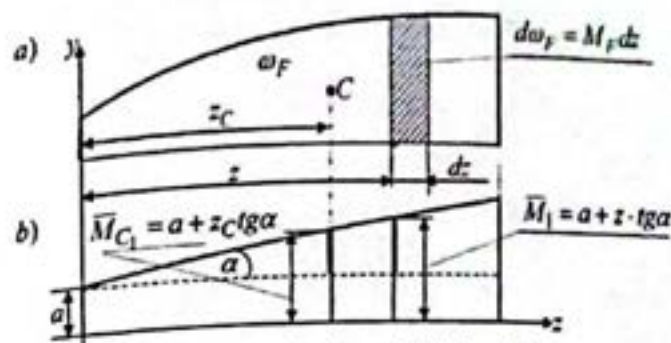
$$d\omega_F = M_F dz. \quad (10.34)$$

Birlik kuchi epyurasi to'g'ri chiziqli qonun asosida o'zgaradi va uning ifodasini quyidagicha yozamiz (10.12, b)-chizma):

$$\bar{M}_1 = (z \cdot \operatorname{tg} \alpha + a). \quad (10.35)$$

Bu ifodalarni Mor integraliga qo'yamiz:

$$\int_0^l M_F \bar{M}_1 dz = \int_0^l d\omega_F (z \cdot \operatorname{tg} \alpha + a) = a \cdot \omega_F + \operatorname{tg} \alpha \int_0^l z d\omega_F. \quad (10.36)$$



10.12-chizma. Sirtqi va birlik kuchlar epyuralari.

Bu formulaning oxirgi hadidagi integral chap tomondagi vertikal o'qqa nisbatan yuzaning statik momentini ifodalaydi, ya'ni

$$\int_0^l z d\omega_F = z_C \cdot \omega_F. \quad (10.37)$$

Unda Mor integralini quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$\int_0^l M_F \bar{M}_1 dz = a \cdot \omega_F + \operatorname{tg} \alpha \cdot z_C \cdot \omega_F = \omega_F (z_C \operatorname{tg} \alpha + a). \quad (10.38)$$

Eguvchi moment epyurasi yuzasining og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi birlik kuchi epyurasi ordinatasi quyidagiga teng:

$$\bar{M}_{C1} = (z_C \cdot \operatorname{tg} \alpha + a),$$

bo'lganligini e'tiborga olib, (10.38) formulani quyidagicha ifodalaymiz:

$$\int_0^l M_F \bar{M}_1 dz = \omega_F \bar{M}_{C1}. \quad (10.39)$$

Ko'chishlarni aniqlash uchun oxirgi ifodani to'sin kesimi bikirligiga bo'lish lozim:

$$\Delta_{1F} = \frac{\omega_F \bar{M}_{C1}}{EI_x}. \quad (10.40)$$

Bu ifoda Vereshagin formulasi deb ataladi.

Demak, Vereshagin qoidasi bo'yicha ko'chishlarni aniqlash uchun egri chiziqli epyura yuzasi, shu yuza og'irlik markaziga mos keluvchi birlik kuch epyurasi ordinatasiga ko'paytmasi yetarli bo'lar ekan.

Qaralayotgan konstruktsiya elementi bir nechta oraliqlardan iborat bo'lsa, Vereshagin formulasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{EI_x} \sum \omega_F \bar{M}_{C1}. \quad (10.41)$$

Vereshagin qoidasidan foydalanishda quyidagilarni e'tiborga olish kerak:

- to'sinni shunday oraliqlarga bo'lish lozimki, eguvchi moment epyuralaridan hech bo'lmaganda bittasi chiziqli va to'sin kesimining birligi o'zgarmas bo'lishi;

- eguvchi moment epyuralari sanoq chizig'ining turli tomonida joylashgan bo'lsa, unda epyuralar ko'paytmasi manfiy ishora bilan olinadi.

Hisoblab topilgan ko'chishlari ishorasi musbat chiqsa, uning birlik kuchi yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lganligini ko'rsatadi. Burilish burchak ishorasi musbat ishorali bo'lsa, kesimning soat millari yo'nalishiga teskari aylanishini ko'rsatadi.

Vershagin usulidan har ikkala epyura egri chiziq bilan chegaralangan bo'lsa, foydalanib bo'lmaydi (masalan egri sterjenlarning solqilik va burilish burchagini aniqlashda).

10.8-masala. 10.13-chizmada keltirilgan oddiy to'sinning chap A tayanchidagi kesimning burilish burchagi va kuch qo'yilgan D nuqtasining ko'chishi aniqlansin. To'sin materiali po'lat, ko'ndalang kesimining neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti $I_x = 27450 \text{ sm}^4$, to'sin uzunligi $\ell = 5 \text{ m}$, elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2$.

Yechish.

1. Sirtqi kuch ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = F \cdot a - R_B \cdot \ell = 0; \quad R_B = F \frac{a}{\ell}.$$

$$\sum \text{mom}_B = -F \cdot b + R_A \cdot \ell = 0; \quad R_A = F \frac{b}{\ell}.$$

2. Tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A - F + R_B = F \frac{b}{\ell} - F + F \frac{a}{\ell} = F \frac{b}{\ell} - F \frac{\ell}{\ell} + F \frac{a}{\ell} = 0.$$

Demak, sirtqi kuchlar ta'siridan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

3. Berilgan sirtqi yuklardan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz (10.13, a)-chizma).

To'sinning chap A tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun sirtqi kuchlardan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

- birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq a$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A \cdot z_1; \quad M_x(0) = F \frac{b}{\ell} \cdot 0 = 0; \quad M_x(a) = F \frac{b}{\ell} a.$$

- ikkinchi oraliq $a \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = R_A \cdot z_2 - F(z_2 - a); \quad M_x(a) = F \frac{b}{\ell} a;$$

$$M_x(\ell) = \frac{Fb}{\ell} \cdot \ell - F(\ell - a) = Fb - Fb = 0.$$

4. Chap tayanchdagi A kesimning burilish burchagini aniqlash uchun to'sinning shu kesimini birlik juft kuch bilan yuklaymiz (10.13, b)-chizma).

5. Birlik juft kuch ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = +\bar{M}_1 - R_B \cdot \ell = 0; \quad R_B = \bar{M}_1 \frac{1}{\ell} = \frac{1}{\ell}.$$

$$\sum \text{mom}_B = +\bar{M}_1 + R_A \cdot \ell = 0; \quad R_A = -\bar{M}_1 \frac{1}{\ell} = -\frac{1}{\ell}.$$

6. Tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A + R_B = -\bar{M}_1 \frac{1}{\ell} + \bar{M}_1 \frac{1}{\ell} = 0.$$

Demak birlik juft kuchdan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

7. Birlik juft kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz.

To'sinning chap A tayanchidan z_1 masofadagi ixtiyoriy kesim uchun birlik juft kuchdan eguvchi moment analitik ifodasi tuziladi: bitta oraliq $0 \leq z \leq \ell$ o'zgaradi.

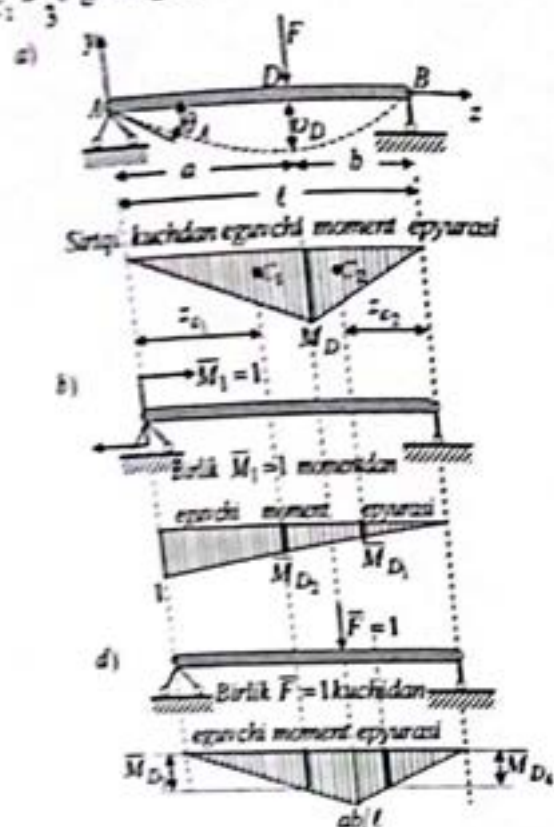
$$M_x(z) = \bar{M}_1 + R_A \cdot z; \quad M_x(z) = 1 - \frac{1}{\ell} z;$$

$$M_x(0) = 1; \quad M_x(\ell) = 1 - \frac{1}{\ell} \ell = 0.$$

8. Bu epyuralarni to'sin uzunligi bo'yicha ikki qismga ajratib, ko'paytiramiz. To'sinning AD oraliq'idagi burilish burchagi va ko'chishlarini aniqlaymiz. Keyinchalik DB oraliqni qaraymiz.

Berilgan kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasidagi D nuqta ordinatasi $M_D = \frac{Fab}{\ell}$ ga teng (10.13, a)-chizma), AD oraliq'idagi uchburchak shaklidagi epyuraning og'irlik markazi absissasi to'sinning chap tayanchidan $z_{C_1} = \frac{2}{3}a$ ga teng, DB oraliq'idagi uchburchak

shaklidagi epyuraning og'irlik markazi absissasi to'sinning o'ng tayanchidan $z_1 = \frac{2}{3}b$ ga teng bo'ladi.



10.13-chizma. Birlik kuch juft kuch, to'plangan birlik kuch va sirtqi kuchlar epyuralari.

9. Sirtqi yuk ta'siridan qurilgan moment epyurasi ikkita uchburchakdan iborat (10.13, a)-chizma). Bu uchburchaklar og'irlik markaziga mos keluvchi birlik momentidan qurilgan epyura ordinatalari tegishli uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan foydalanib aniqlanadi.

$$\frac{\bar{M}_{D_1}}{(l-2a/3)} = \frac{1}{l}; \text{ bundan } \bar{M}_{D_1} = \frac{(l-2a/3)}{l}; \frac{\bar{M}_{D_2}}{2b/3} = \frac{1}{l}; \text{ bundan } \bar{M}_{D_2} = \frac{2b}{3l} \cdot 10.$$

Yuqorida keltirilgan (10.41) formuladan foydalanib, to'sinning chap A tayanchidagi kesimning burilish burchagini aniqlaymiz:

$$\theta_A = \frac{1}{EI_x} \left[\left(\frac{1}{2} \left(\frac{Fab}{l} \cdot a \right) \cdot \frac{(l-2a/3)}{l} \right) + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{Fab}{l} \cdot b \right) \cdot \frac{2b}{3l} \right) \right] = \frac{Fb}{6EI} \left(1 - \frac{b^2}{l^2} \right)$$

11. Chap tayanchdagi D kesimning ko'chishini aniqlash uchun to'sinning shu kesimiga birlik to'plangan kuchini qo'yamiz. (10.13, d)-chizma)

12. Birlik to'plangan kuch ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = \bar{F} \cdot a - R_B \cdot l = 0; \quad R_B = 1 \cdot \frac{a}{l} = \frac{a}{l}.$$

$$\sum \text{mom}_B = -\bar{F} \cdot b + R_A \cdot l = 0; \quad R_A = 1 \cdot \frac{b}{l} = \frac{b}{l}.$$

13. Tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A - \bar{F} + R_B = \frac{a}{l} - 1 + \frac{b}{l} = \frac{a-l+b}{l} = 0.$$

Demak, birlik to'plangan kuch ta'sirida hosil bo'lgan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

14. Birlik to'plangan kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz.

To'sinning chap A tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy kesimlar uchun birlik to'plangan kuchdan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

– birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq a$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A \cdot z_1; \quad M_x(0) = 1 \cdot \frac{b}{l} \cdot 0 = 0; \quad M_x(a) = \frac{b}{l} \cdot a.$$

– ikkinchi oraliq $a \leq z_2 \leq l$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = R_A \cdot z_2 - \bar{F}(z_2 - a); \quad M_x(a) = \frac{b}{l} \cdot a,$$

$$M_x(l) = \frac{Fb}{l} \cdot l - \bar{F}(l - a) = 1 \cdot b - 1 \cdot b = 0.$$

15. Birlik kuch $\bar{F} = 1$ ta'siridan qurilgan moment epyurasining sirtqi kuchdan qurilgan uchburchak shaklidagi epyuraning og'irlik markazlariga mos keluvchi ordinatalari tegishli uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan foydalanib, aniqlanadi.

$$\frac{\bar{M}_{D_1}}{ab/l} = \frac{2a/3}{a}; \text{ bundan } \bar{M}_{D_1} = \frac{2ab}{3l}; \quad \frac{\bar{M}_{D_2}}{ab/l} = \frac{2b/3}{b}; \text{ bundan } \bar{M}_{D_2} = \frac{2ab}{3l}.$$

16. (10.41) formuladan foydalanib, to'sinning kuch qo'yilgan D nuqtasining ko'chishini aniqlaymiz:

$$v_D = \frac{1}{EI_x} \left[\left(\frac{1}{2} \left(\frac{Fab}{l} - a \right) \frac{2ab}{3l} \right) + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{Fab}{l} - b \right) \frac{2ab}{3l} \right) \right] = \frac{F(ab)^2}{3EI_x l}.$$

Demak, aniqlangan qiymatlar shuni ko'rsatadiki, to'sin D nuqtasining ko'chishi birlik kuchning yo'nalishi bo'yicha hosil bo'ladi.

Agar 10.13-chizmada to'sin uzunligi markaziga to'plangan kuch qo'yilgan bo'lsa, yuqoridagi formulalardan quyidagilarni keltirib chiqarish qiyinchilik tug'dirmaydi:

$$\theta_A = \frac{Fl^2}{16EI_x}, \quad v_D = \frac{Fl^3}{48EI_x}.$$

10.9-masala. 10.14-chizmada keltirilgan sinq o'qli brus B kesimning vertikal, gorizontaal va burilish burchaklari aniqlansin. Ustun bikiqligi EI ga, rigel bikiqligi $E-2I$ ga teng bo'lsin.

Yechish. Sirtqi kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va uning epyurasini quramiz (10.14, a)-chizma).

Rigel uzunligi $0 \leq z \leq l$ gacha o'zgaradi.

$$M(z) = Fz, \quad M(0) = 0, \quad M(l) = Fl.$$

Ustun uzunligi $0 \leq z \leq 2l$ gacha o'zgaradi.

$$M(z) = Fl, \quad M(0) = Fl, \quad M(l) = Fl.$$

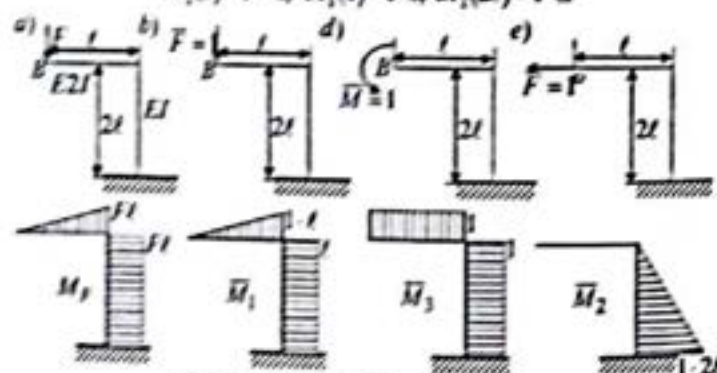
Sinq o'qli brus B kesimining vertikal ko'chishini aniqlash uchun shu kesimga to'plangan birlik kuch $\bar{F} = 1$ ni qo'yamiz va birlik kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va eguvchi moment epyurasini quramiz (10.14, b)-chizma).

Rigel uzunligi $0 \leq z \leq l$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_1(z) = \bar{F} \cdot z, \quad \bar{M}_1(0) = 0, \quad \bar{M}_1(l) = 1 \cdot l.$$

Ustun uzunligi $0 \leq z \leq 2l$

$$\bar{M}_1(z) = \bar{F} \cdot l, \quad \bar{M}_1(0) = 1 \cdot l, \quad \bar{M}_1(2l) = 1 \cdot l.$$



10.14-chizma. Sinq o'qli brus.

Vereshagin qoidasidan foydalanib, B kesimning vertikal ko'chishini aniqlaymiz, ya'ni sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment M_F epyurasi yuzalari bilan shu yuzalar og'irlik markaziga mos keluvchi birlik kuchida qurilgan eguvchi moment $\bar{M}_1$ epyuralaridan olingan ordinatalarni tegishli ko'paytirib, bikiqligiga bo'lamiz va ularning yig'indilari quyidagiga teng ekanligini aniqlaymiz:

$$(\Delta_{1F})_{\text{ver}} = \frac{1}{EI} \frac{1}{2} Fl \cdot l \cdot \frac{2}{3} l + \frac{1}{EI} Fl \cdot 2l \cdot l = \frac{2}{12EI} Fl^3 + \frac{2}{EI} Fl^3 = \frac{13Fl^3}{6EI}.$$

Vertikal ko'chish ishorasi musbat bo'lganligi sababli B kesim ko'chishi birlik kuch yo'nalishi bo'yicha yo'nalgan bo'ladi.

Sinq o'qli brus B kesimining burilish burchagini aniqlash uchun shu kesimga birlik juft kuch $\bar{M} = 1$ ni qo'yamiz va birlik kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va uning epyurasini quramiz (10.14, d)-chizma).

Rigel uzunligi $0 \leq z \leq l$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_3(z) = \bar{M}; \quad \bar{M}_3(0) = 1; \quad \bar{M}_3(l) = 1.$$

Ustun uzunligi $0 \leq z \leq 2l$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_3(z) = \bar{M}; \quad \bar{M}_3(0) = 1; \quad \bar{M}_3(2l) = 1.$$

B kesimning burilish burchagini Vereshagin qoidasidan foydalanib aniqlaymiz, ya'ni M_F epyurasi yuzalari bilan shu yuzalar og'irlik markaziga mos keluvchi $\bar{M}_3$ epyuralaridan olingan ordinatalarni tegishli ko'paytirib, bikiqligiga bo'lib qo'shamiz:

$$(\Delta_{1F})_{\text{buril}} = \theta = \frac{1}{EI} \frac{1}{2} Fl \cdot l + \frac{1}{EI} Fl \cdot 2l = \frac{1}{4EI} Fl^2 + \frac{2}{EI} Fl^2 = \frac{9Fl^2}{4EI}.$$

Burilish burchak ishorasi musbat chiqdi, demak, B kesim soat millari yo'nalishi bo'yicha buriladi.

Sinq o'qli brus B kesimining gorizontaal ko'chishini aniqlash uchun shu kesimga to'plangan birlik gorizontaal kuch $\bar{F} = 1$ ni qo'yamiz va birlik kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va uning epyurasini quramiz (10.14, e)-chizma).

Rigel uzunligi $0 \leq z \leq l$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_2(z) = 0; \quad \bar{M}_2(0) = 0; \quad \bar{M}_2(l) = 0.$$

Ustun uzunligi $0 \leq z \leq 2l$ gacha o'zgaradi.

$$\bar{M}_2(z) = \bar{F} \cdot z; \quad \bar{M}_2(0) = 0; \quad \bar{M}_2(2l) = 1 \cdot 2l.$$

To'sinning B kesimi gorizontaal ko'chishini Vereshagin qoidasidan foydalanib aniqlaymiz, ya'ni M_F epyurasi yuzalari bilan shu yuzalar

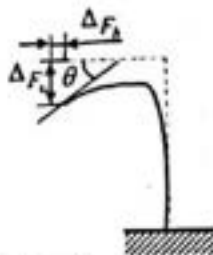
og'irlik markaziga mos keluvchi $\bar{M}_2$ epyuralaridan olingan ordinatalarni tegishli ko'paytirib, birligiga bo'lib, qo'shamiz:

$$(\Delta_{1F})_{\text{gor}} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} F \ell \cdot \ell \cdot 0 + \frac{1}{2} F \ell \cdot \ell \cdot \frac{2\ell}{2} \right) = \frac{1}{EI} F \ell^3 = \frac{F \ell^3}{EI}.$$

Gorizontal ko'chish ishorasi musbat bo'lganligi sababli B kesimning ko'chish birlik kuch yo'nalishi bo'yicha yo'nalgan.

Ko'chishlarini aniqlash maqsadida qurilgan eguvchi moment epyuralar sterjenlarning bir tomonida yotganligi sababli epyuralarni ko'paytirish natijalari har uchala holda ham musbat chiqdi.

Deformatsiyalangan brus kattalashtirilib, 10.15-chizmada keltirilgan.



10.15-chizma. Siniq o'qli sterjenning deformatsiyalangan holati.

10.10-masala. Vereshagin usuli bilan 10.16, a)-chizmada keltirilgan to'sinning chap tayanchidagi burilish burchagi va ravog'i o'rtasidagi solqilik aniqlansin.

Yechish. 1. sirtqi kuchdan hosil bo'ladigan tayanch reaksiya kuchlarini statik muvozanat tenglamalardan aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = 0; F \ell + F \cdot 2\ell - R_B \cdot 3\ell = 0; R_B = F.$$

$$\sum \text{mom}_B = 0; -F \ell - F \cdot 2\ell + R_A \cdot 3\ell = 0; R_A = F.$$

2. reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlanganligini tekshirib ko'ramiz, ya'ni vertikal o'qqa barcha kuchlarning proyeksiyalari yig'indisini nolga tenglashtiramiz:

$$\sum y = 0; R_A - F - F + R_B = 0; 0 = 0.$$

Bundan ko'rinadiki, reaksiya kuchlarining yo'nalishi to'g'ri tanlangan ekan va uning miqdori ham to'g'ri aniqlangan.

3. har bir oraliq uchun sirtqi kuchlardan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz.

- birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A z_1; M_x(0) = 0; M_x(\ell) = F \ell.$$

- ikkinchi oraliq $\ell \leq z_2 \leq 2\ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = R_A z_2 - F(z_2 - \ell); M_x(\ell) = F \ell; M_x(2\ell) = F \ell.$$

- uchinchi oraliq $2\ell \leq z_3 \leq 3\ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_3) = R_A z_3 - F(z_3 - \ell) - F(z_3 - 2\ell); M_x(2\ell) = F \ell; M_x(3\ell) = 0.$$

Sirtqi kuchlardan eguvchi moment epyurasi har bir oraliqlar uchun 10.16, b)-chizmada qurib ko'rsatilgan.

To'sin ixtiyoriy kesimining burilish burchagini aniqlash quyidagi tartibda bajariladi:

1. To'sinning chap A tayanchidagi burilish burchagini topish uchun shu kesimga birlik juft $\bar{M} = 1$ kuchini qo'yamiz va undan hosil bo'lgan tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = 0; \bar{M} - R_B \cdot 3\ell = 0; R_B = \bar{M}/3\ell = 1/3\ell.$$

$$\sum \text{mom}_B = 0; \bar{M} + R_A \cdot 3\ell = 0; R_A = -\bar{M}/3\ell = -1/3\ell.$$

2. Birlik juft kuchidan hosil bo'lgan reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlanganligini tekshirib ko'ramiz, ya'ni vertikal o'qqa barcha kuchlarning proyeksiyalari yig'indisini nolga tenglashtiramiz:

$$\sum y = 0; -R_A + R_B = 0; -1/3\ell + 1/3\ell = 0; 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlarining yo'nalishi R_B to'g'ri qo'yilgan R_A manfiy ishora bilan chiqqanligi uchun yo'nalishini noto'g'ri qo'ygand ekan va ularning miqdori esa to'g'ri aniqlanganligi ko'rinib turibdi.

3. Har bir oraliq uchun birlik juft kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz.

- birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq 3\ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A z_1 + \bar{M}; M_x(0) = \bar{M} = 1; M_x(3\ell) = (-1/3\ell)3\ell + 1 = 0.$$

4. To'sinning chap A tayanchidagi burilish burchagini aniqlaymiz. Sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasini uchta oddiy (ikkita uchburchak va to'rtburchak) yuzadan iborat deb qarash mumkin. Eguvchi moment epyura yuzasi og'irlik markaziga mos keluvchi ordinatalarini, birlik juft kuch epyurasidan uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan aniqlanadi (10.16, d)-chizma).

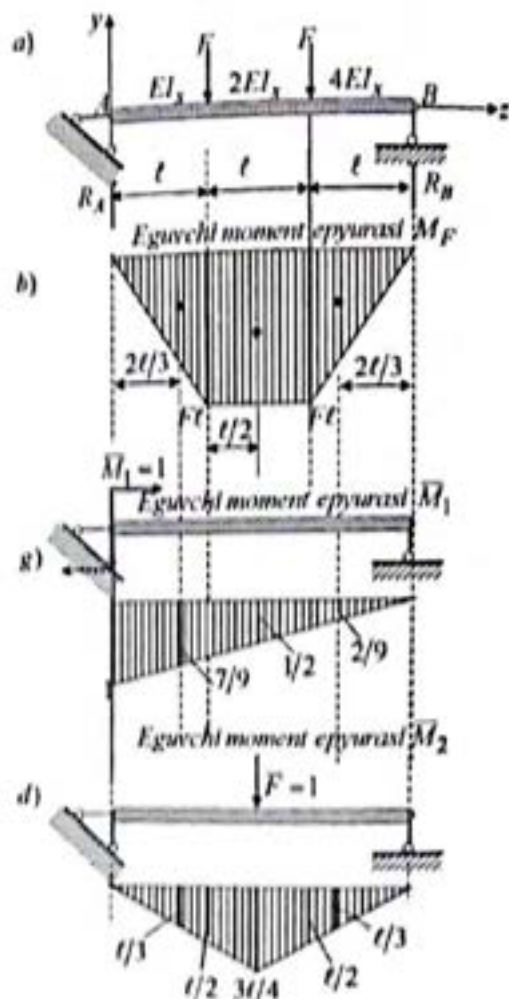
Birinchi oraliqda sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuzasi $\frac{1}{2} F \ell \cdot \ell$ bo'lgan uchburchakdan iborat (10.16, b)-chizma).

Birlik juft kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasi katta uchburchak bo'lib, gorizontal kateti 3ℓ va vertikal kateti 1 ga teng ekanligi birlik juft kuchi eguvchi moment epyurasidan ko'rinib turibdi (10.16, g)-chizma). Shu katta uchburchakning ichida gorizontal kateti $(2\ell + \ell/3) = 7\ell/3$ teng va sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuza og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi vertikal $\bar{M}_{\text{ichida}}$ kateti noma'lum bo'lgan kichik uchburchak birlik juft kuchi epyurasidan

ko'rinib turibdi (10.16, g)-chizma). Noma'lum vertikal katetini aniqlash uchun katta va kichik uchburchaklarning o'xshashligidan katetlari nisbatini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\frac{7t/3}{3t} = \frac{\bar{M}_{1,kichik1}^{ver}}{1}.$$

Bundan birlik juft kuch epyurasidagi noma'lum $\bar{M}_{1,kichik1}^{ver}$ ordinatani aniqlaymiz:



10.16-chizma. Bikirligi o'zgaruvchi to'sin.

$$\bar{M}_{1,kichik1}^{ver} = \frac{7}{9}.$$

Ikkinchi oraliqda sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasi yuzasi $Ft \cdot t$ bo'lgan to'g'ri to'rtburchakdan iborat.

Birlik juft kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasi katta uchburchak bo'lib, gorizontal kateti $3t$ va vertikal kateti 1 ga teng ekanligi birlik juft kuchi eguvchi moment epyurasidan ko'rinib turibdi (10.16, g)-chizma). Shu katta uchburchakning ichida gorizontal kateti $(t + t/2) = 3t/2$ teng va sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuza og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi vertikal $\bar{M}_{1,kichik2}^{ver}$ kateti noma'lum bo'lgan ikkinchi bir kichik uchburchak birlik juft kuchi epyurasidan ko'rinib turibdi (10.16, g)-chizma). Noma'lum vertikal katetini aniqlash uchun katta va kichik uchburchaklarning o'xshashligidan katetlari nisbatini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\frac{3t/2}{3t} = \frac{\bar{M}_{1,kichik2}^{ver}}{1}.$$

Bundan birlik juft kuch epyurasidagi noma'lum $\bar{M}_{1,kichik2}^{ver}$ ordinatani aniqlaymiz:

$$\bar{M}_{1,kichik2}^{ver} = \frac{1}{2}.$$

Uchinchi sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuzasi $0.5Ft \cdot t$ bo'lgan uchburchak (10.16, b)-chizma) bo'lib, gorizontal kateti $3t$ va vertikal kateti 1 ga teng bo'lishi epyuradan ko'rinib turibdi.

Birlik juft kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasi katta uchburchak bo'lib, gorizontal kateti $3t$ va vertikal kateti 1 ga teng ekanligi eguvchi moment epyurasidan ko'rinib turibdi (10.16, g)-chizma). Shu katta uchburchakning ichida gorizontal kateti $2t/3$ teng va sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuza og'irlik markaziga mos keluvchi vertikal $\bar{M}_{1,kichik3}^{ver}$ kateti noma'lum bo'lgan uchinchi bir kichik uchburchak birlik juft kuchi epyurasidan ko'rinib turibdi (10.16, g)-chizma). Noma'lum vertikal katetini aniqlash uchun katta va kichik uchburchaklarning o'xshashligidan katetlari nisbatini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\frac{2t/3}{3t} = \frac{\bar{M}_{1,kichik3}^{ver}}{1}.$$

Bundan birlik juft kuch epyurasidagi noma'lum $M_{1,2,3,4}$ aniqlaymiz.

$$M_{1,2,3,4} = \frac{2}{9}.$$

Sirtqi kuchdan qurilgan epyura yuzalari bilan shu yuzalar og'irlik markaziga mos keluvchi birlik juft kuch epyurasi ordinatasiga ko'paytirib, tegishli oraliqlar bikiirligiga bo'lamiz va ularning yig'indisini topamiz, unda chap A tayanchidagi burilish burchakni aniqlagan bo'lamiz.

$$\theta_A = \left[\frac{1}{2} (F \cdot l) \right] \frac{1}{9EI_A} + (F \cdot l) \frac{1}{2} \frac{1}{2EI_A} + \left[\frac{1}{2} (F \cdot l) \right] \frac{2}{9EI_A} = \frac{2Fl^2}{3EI_A}.$$

Demak, kesimning burilishi sost millari yo'nalishi bo'yicha θ_A barabar ekan.

To'sinning ravog'i o'rtasidagi solqilik deformatsiyasini aniqlash uchun quyidagi amallarni bajaramiz:

1. To'sin ravog'ining o'rtasidagi kesimda solqilik deformatsiyasini topish uchun shu kesimga to'plangan birlik $F=1$ kuchini qo'yamiz va undan kelib bo'lgan tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum_{i=1}^n m_{iA} = 0, F \cdot 3l/2 = R_B \cdot 3l = 0, R_B = 1/2.$$

$$\sum_{i=1}^n m_{iB} = 0, -F \cdot 3l/2 + R_A \cdot 3l = 0, R_A = 1/2.$$

2. To'plangan birlik kuchidan reaksiya kuchlari to'g'ri aniqlanganligini tekshirib ko'ramiz, ya'ni vertikal o'qqa barcha kuchlarning proyeksiyalari yig'indisini nolga tenglashtiramiz:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0, R_A = F + R_B = 0, 1/2 + 1/2 = 0, 0 = 0.$$

Demak, reaksiya kuchlarining R_A , R_B yo'nalishi to'g'ri qo'yilganligi va ularning miqdorlari esa to'g'ri aniqlanganligi ko'rinib turibdi.

3. To'plangan birlik $F=1$ kuchdan eguvchi moment ifodalarini tuzamiz.

- birinchi oraliq $0 \leq x_1 \leq 3l/2$ o'zgaradi.

$$M_1(x_1) = R_A x_1, M_1(0) = 0, M_1(3l/2) = (1/2)(3l/2) = 3l/4.$$

- ikkinchi oraliq $3l/2 \leq x_2 \leq 3l$ o'zgaradi.

$$M_2(x_2) = R_A x_2 - F(x_2 - 3l/2), M_2(3l/2) = (1/2)(3l/2) = 3l/4, M_2(3l) = 0.$$

4. Sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasini uchta oddiy (ikkita uchburchak va to'rtburchak) yuzalardan iborat deb qarash mumkin.

To'plangan birlik kuchdan qurilgan eguvchi moment epyurasini ham oddiy (ikkita uchburchak va ikkita trapetsiya) yuzalarga bo'lish

mumkin. Sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuzasi og'irlik markaziga mos keluvchi ordinatalarini, to'plangan birlik kuch eguvchi moment epyurasidan, uchburchaklarning o'xshashlik almashlaridan aniqlanadi (10.16, b)-chizma).

Birinchi oraliqda sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuzasi $0.5Fl$ ga bo'lgan uchburchakdan iborat (10.16, b)-chizma). To'plangan birlik kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura katta uchburchak bo'lib, gorizontal kateti $1.5l$ va vertikal kateti $3l/4$ teng ekanligi eguvchi moment epyuradan ko'rinib turibdi (10.16, d)-chizma). Shu katta uchburchakning ichida gorizontal kateti $2l/3$ teng va sirtqi kuchdan qurilgan eguvchi moment epyura yuzasi og'irlik markaziga to'g'ri keluvchi vertikal $M_{2,3,4,5}$ kateti noma'lum bo'lgan kichik uchburchak epyuradan ko'rinib turibdi (10.16, d)-chizma). Noma'lum vertikal $M_{2,3,4,5}$ katetini aniqlash uchun katta va kichik uchburchaklarning o'xshashligidan katetlari nisbatini quyidagicha ifodalaymiz:

$$\frac{2l/3}{3l/2} = \frac{M_{2,3,4,5}}{3l/4}.$$

Bundan to'plangan birlik kuch epyurasidagi noma'lum $M_{2,3,4,5}$ ordinatani aniqlaymiz:

$$M_{2,3,4,5} = \frac{l}{3}.$$

Katta uchburchakning ichidagi trapetsiyaning balandligi $l/2$, uzun yon tomoni uzunligi $3l/4$ bo'lgan trapetsiyaning ikkinchi yon tomoni uzunligini uchburchaklarning o'xshashligidan foydalanib aniqlaymiz:

$$\frac{l}{3l/2} = \frac{M_{3,4,5,6}}{3l/4}.$$

Bundan to'plangan birlik kuch epyurasidagi noma'lum $M_{3,4,5,6}$ ordinatani aniqlaymiz:

$$M_{3,4,5,6} = \frac{l}{2}.$$

Sirtqi kuchdan qurilgan epyura yuzalari bilan shu yuzalar og'irlik markaziga mos keluvchi to'plangan birlik kuchi epyurasi ordinatasiga ko'paytirib, tegishli oraliqlar bikiirligiga bo'lamiz va ularning yig'indisini topamiz, unda to'sin ravog'i o'rtasidagi solqilik deformatsiyasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\alpha(1,5l) = \left\{ \frac{(1/2)(l \cdot Fl)(l/3)}{EI_x} + \frac{(1/2)((3l/4) + l/2)(l/2)Fl}{E2I} + \frac{(1/2)((3l/4) + l/2)(l/2)Fl}{E2I} + \frac{(1/2)(l \cdot Fl)(l/3)}{E4I_x} \right\} = \frac{5 Fl^2}{8 EI_x}$$

To'sinning solqiligi musbat ishora bilan chiqdi, demak, solqilik bilan birlik kuch yo'nalishi bir-biriga mos keladi.

10.7-§. To'sinlarning bikirlik sharti

Amaliyotda to'sinlarning mustahkamligini ta'minlash bilan birga ularni bikirlikka hisoblashni ham talab etadi. Bikirlikka hisoblashni, ya'ni burilish burchagi va solqiligini hisoblash usullarini to'liq o'zlashtirib olgandan so'ng bikirlik shartidan to'sinning kesim o'lchamlarini tanlab olish mumkin.

To'sinning bikirlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\nu \leq \nu_{adm} \quad (10.42)$$

Demak, to'sin bikir bo'lishi uchun uning maksimal solqiligining absolyut qiymati ν berilgan ruxsat etilgan ν_{adm} solqilikka teng va undan kichik bo'lishi shart ekan.

To'sinning berilgan ruxsat etilgan ν_{adm} solqilik qiymati tajriba yoki ishlash jarayonida olingan natijalar asosida belgilanib, me'yoriy hujjatlarda keltiriladi.

10.8-§. Statik noaniq to'sinlar

Qaralayotgan to'singa ta'sir etuvchi kuchlar bitta tekislikda yotsa, to'sinni geometrik o'zgarmas qilib mahkamlash uchun zarur bo'lgan minimal bog'lanishlar soni uchtaga teng bo'ladi. Bunday zarur bo'lgan bog'lanishlardagi reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalaridan aniqlanadi. Bunday bog'lanishlar bilan mahkamlangan to'sinlarga *statik aniq to'sinlar* deb ataladi.

Tashqi kuchlar ta'sirida to'sinlarda hosil bo'ladigan noma'lum zo'riqish yoki reaksiya kuchlarni faqat statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlab bo'lmasa, bunday to'sinlar *statik noaniq to'sinlar* deb ataladi. Statik noaniq to'sinlarning aniqmaslik darajasi, statikaning muvozanat tenglamalari sonidan ortiq bo'lgan noma'lum zo'riqish yoki reaksiya kuchlari soni bilan belgilanadi.

Statik noaniq to'sinlarda noma'lum zo'riqish yoki reaksiya kuchlarni aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalaridan tashqari yana qo'shimcha deformatsiya tenglamalarini tuzish lozim

bo'ladi. Qo'shimcha tenglamalar qaralayotgan to'sinning deformatsiyalanish shartidan foydalanib tuziladi. Masala necha marta noaniq bo'lsa, shuncha qo'shimcha tenglama tuzilishi lozim. Qo'shimcha tenglamalarini tuzishda egilgan to'sin o'qi differensial tenglamasini integrallash, boshlang'ich parametr usuli, Mor integrali, Vereshagin qoidasi va boshqa usullardan foydalanish mumkin.

10.13-masala. Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan ikkinchi uchi bilan sharnirli-qo'zg'aluvchi tayanchga tiralgan va ravog'i o'rtasiga qo'yilgan to'plangan F kuch ta'siridagi to'sin masalasini qarab chiqamiz (10.17, a)-chizmadan).

I. Masalaning statik tomonini qaraymiz. Tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash uchun statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum z = 0; H_A = 0.$$

$$\sum mom_A = 0; M_A + F(l/2) - R_B l = 0; \quad (10.43)$$

$$\sum mom_B = 0; M_A - F(l/2) + R_A l = 0.$$

Qaralayotgan masaladan ko'rinib turibdiki (10.17, b)-chizma), noma'lum reaksiya kuchlari soni to'rtta (qistirib mahkamlangan tayanchda uchta va sharnirli-qo'zg'aluvchi tayanchda bitta), demak, masala bir marta statik noaniq.

II. Masalaning geometrik tomoni. Masalani yechish uchun berilgan to'sinni statik aniq to'sin sifatida qaraymiz, ya'ni o'ng tayanchni fikran tashlab yuborib uni R_B tayanch reaksiya kuchi bilan almashtirib ekvivalent sistema tanlaymiz (10.17, b)-chizma). Tanlangan sistema berilgan sistemaga ekvivalent bo'lishi uchun F kuch va R_B kuchlarining bir vaqtdagi ta'siri natijasida B nuqtada hosil bo'ladigan solqilik nolga teng ($\nu_B = 0$) bo'lish shart.

III. Masalaning fizik tomonini qaraymiz. Bunda to'sinning B nuqtasida F sirtqi kuch va R_B reaksiya kuchlaridan hosil bo'ladigan solqilikni aniqlash lozim. Buning uchun kuchlarning mustaqillik prinsipidan foydalanib, R_B reaksiya kuchi va F sirtqi kuchlardan alohida-alohida ko'chishlarni aniqlaymiz. Buning uchun boshlang'ich parametr usuli va Vereshagin qoidasidan foydalanamiz.

I. To'sinni R_B kuch bilan yuklaymiz (10.17, d)-chizma) va qistirib mahkamlangan tayanchdagi reaksiyalarini aniqlaymiz:

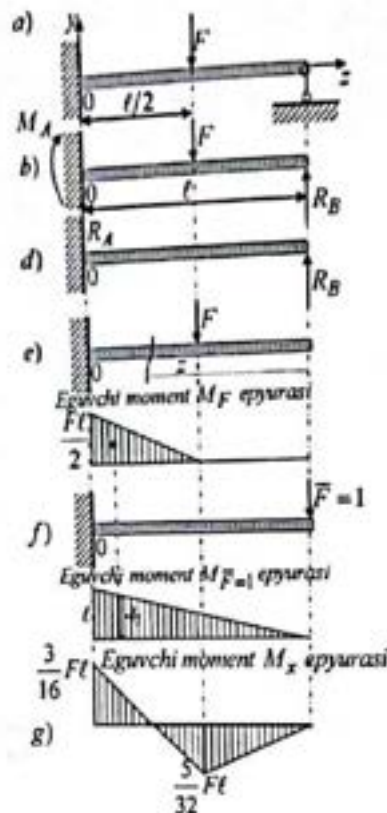
$$\sum mom_A = 0; M_A - R_B l = 0; M_A = R_B l. \quad (10.44)$$

$$\sum z = 0; R_A + R_B = 0; R_A = -R_B.$$

To'sinning B o'ng uchidagi nuqtaning solqilik deformatsiyasini

aniqlash uchun boshlang'ich parametr usulidan foydalanamiz. Qaralayotgan to'sinning chap uchiga koordinata boshini joylashtiramiz, unda to'sinning egilgan o'qining tenglamasi, (10.27) universal formulaga asosan quyidagicha ifodalanadi:

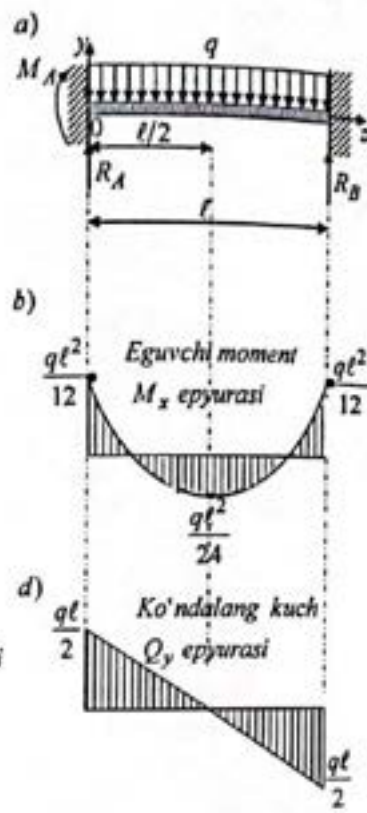
$$v(z) = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[M_A \frac{z^2}{2} + R_A \frac{z^3}{6} \right] \quad (10.45)$$



10.17-chizma. Bir marta statik aniqmas to'sin.

Ushbu qaralayotgan to'sin uchun boshlang'ich v_0 va θ_0 parametrlar nolga teng ekanligi 10.17, d)-chizmadan ko'rinib turibdi. Unda universal formuladan $z = \ell$ bo'lgan B o'ng uchidagi nuqtaning ko'chishi v_B ni aniqlaymiz:

$$v_B = \frac{1}{EI_x} \left[\frac{M_A \ell^2}{2} + \frac{R_A \ell^3}{6} \right] = \frac{1}{EI_x} \left[-\frac{R_B \cdot \ell \cdot \ell^2}{2} + \frac{R_B \cdot \ell^3}{6} \right] = -\frac{R_B \cdot \ell^3}{3EI_x} \quad (10.46)$$



10.18.-chizma. Uch marta statik aniqmas to'sin.

2. To'sinning sirtqi F kuchdan hosil bo'ladigan solqilikni aniqlash uchun Vereshagin qoidasidan foydalanamiz. To'sinni F sirtqi kuchi bilan yuklab eguvchi moment tenglamalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz (10.17, e)-chizma).

To'sinning B o'ng tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesim uchun sirtqi kuchdan eguvchi momentlarning analitik ifodalari tuziladi:

- birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq (\ell/2)$ o'zgaradi

$$M_F = 0. \quad (10.47)$$

- ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi

$$M_F = -F[z_2 - (\ell/2)] \quad (10.48)$$

$$z_2 = (\ell/2), M_F = 0; z_2 = \ell, M_F = -0.5F\ell.$$

Bu natijalar asosida eguvchi moment epyurasi qurilgan (10.17, d)-chizma), uning yuzasi $\omega_F = (F\ell^2/8)$ ga teng.

3. To'sinni birlik $\bar{F}$ kuch bilan yuklab eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va eguvchi moment epyurasini quramiz (10.17, f)-chizma).

To'sinning o'ng B tayanchidan z_1 masofadagi ixtiyoriy kesim uchun birlik kuchdan eguvchi moment analitik ifodasi tuziladi:

- oraliq $0 \leq z \leq \ell$ o'zgaradi

$$M_x(z) = \bar{F} \cdot z. \quad (10.49)$$

$$M_x(0) = 0; M_x(\ell) = 1 \cdot \ell = \ell.$$

Bu natijalar asosida eguvchi moment epyurasi qurilgan (10.17, f)-chizma).

4. Birlik $\bar{F} = 1$ kuch ta'siridan qurilgan eguvchi moment epyurasining sirtqi F kuchdan qurilgan uchburchak shaklidagi epyuraning og'irlik markazlariga mos keluvchi h ordinatasi, epyuradagi katta va kichik uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan foydalanib, aniqlanadi, ya'ni

$$\frac{h}{\ell} = \frac{(\ell/2) + \frac{2}{3}(\ell/2)}{\ell}; h = \frac{5}{6}\ell \quad (10.50)$$

5. (10.41) formuladan foydalanib to'sinning kuch qo'yilgan nuqtasining ko'chishini aniqlaymiz:

$$v_F = \frac{F\ell^2}{8EI} \cdot \frac{5}{6} \cdot \ell = \frac{5F\ell^3}{48EI}. \quad (10.51)$$

Ushbu aniqlangan miqdorlar shuni ko'rsatadiki, to'sin kuch qo'yilgan nuqtasining ko'chishi birlik kuchning yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lar ekan.

Ushbu (10.51) va (10.46) formulalarda keltirilgan solqiliklarning algebraik yig'indisi nolga teng bo'lish sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$-\frac{R_A \cdot \ell^3}{3EI} + \frac{5F\ell^3}{48EI} = 0. \quad (10.52)$$

Bu shundan R_A reaksiya kuchini aniqlaymiz:

$$R_A = 5F/16. \quad (10.53)$$

Masalani statik aniqlik darajasi ochildi, endi to'sinni R_A va F kuchlar bilan yuklangan konsol sifatida qarab masalani yechish mumkin.

To'sinning o'ng B tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun sirtqi kuchlardan eguvchi moment analitik ifodalari tuziladi:

- birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq (\ell/2)$ o'zgaradi

$$M_x(z_1) = R_A z_1. \quad (10.54)$$

Bundan

$$M_x(z_1=0) = 0; \quad M_x\left(z_1 = \frac{\ell}{2}\right) = \frac{5F\ell}{16} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{5F\ell}{32}.$$

- ikkinchi oraliq $(\ell/2) \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi

$$M_x(z_2) = R_A z_2 - F[z_2 - (\ell/2)] \quad (10.55)$$

Bundan

$$M_x(z_2 = \ell/2) = \frac{5F}{16} \cdot (\ell/2) - F[\ell/2 - (\ell/2)] = \frac{5F\ell}{32};$$

$$M_x(z_2 = \ell) = \frac{5F}{16} \ell - F[\ell - (\ell/2)] = -\frac{3F\ell}{16}.$$

Bu natijalar asosida eguvchi moment epyurasi 10.18, b)-chizmada qurib ko'rsatilgan.

Demak, xulosa qilib shuni aytish mumkinki, ikki uchi bilan sharnirli tayanchlarga tiralgan oddiy to'singa (8.14-chizma) qaraganda, ikki uchi bilan qistirib mahkamlangan to'sinda yukning qayta taqsimlanishi yuz berish ko'rinadi

10.17, g) - chizmadan. To'sinning chap tayanchida reaksiya momenti hosil bo'lganligi sababli ko'proq yuklanadi. Ikki sharnirli tayanchga tiralgan oddiy to'sin ravog'i $\ell/2$ o'rtasida hosil bo'lgan eguvchi moment $\frac{F\ell}{4}$ miqdori bilan qistirib mahkamlangan to'sinlar

ravog'i $\ell/2$ o'rtasida hosil bo'lgan eguvchi moment $\frac{5F\ell}{32}$ miqdorlarni solishtirib ko'rsak, to'sinni qistirib mahkamlash evaziga eguvchi

moment miqdori 40% ga yaqin kamayganligiga amin bo'lamiz.

Bu masalani yechish uchun boshqa ko'rinishdagi shartlarni sistemani ham qabul qilish mumkin, ya'ni qistirib mahkamlangan tayanchni sharnirli qo'zg'almas tayanch bilan almashtirib, shu kesim reaktiv tayanch moment bilan yuklanishi lozim.

Ikki uchi bilan qistirib mahkamlangan to'sin masalasi qisqich qisqamiz.

Ikki uchi bilan qistirib mahkamlangan to'sinning har bir qistirib mahkamlangan tayanchlarida uchadan noma'lum reaksiya kuchlari, ya'ni reaksiya kuchining vertikal va gorizontal tashkil etuvchilari hamda ta'sirda egilganda reaksiya kuchining gorizontal tashkil etuvchisini e'tiborga olmasa ham bo'ladi, chunki bu kuchdan hosil bo'ladigan kuchlanish, egilishda hosil bo'lgan kuchlanishga nisbatan juda ham kichik. Shuning uchun to'sinda ikkita vertikal tayanch reaksiya kuchlari hosil bo'ladi deb qaraymiz. Bu va ikkita tayanch reaksiya momentlari hosil bo'ladi deb qaraymiz. Bu noma'lumlarni aniqlash uchun to'rtta tenglama tuzish lozim. Bu tenglamalarning ikkitasi statikaning muvozanat tenglamalari bo'lsa, qolgan ikkitasi to'sinning deformatsiyalanish shartlaridan tuziladi. Bu masalani yechish uchun boshlang'ich parametr usulidan foydalanamiz.

10.14 masala. Ikki uchi bilan qistirib mahkamlangan tekis taralgan yuk bilan yuklangan to'sin uchun eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyurasini qurish talab etiladi. Tayanch reaksiya momentlarining yo'nalishi noma'lum, ularni hozircha musbat deb qabul qilamiz. Qaralayotgan to'sin ravog'i o'rtasidan o'tuvchi vertikal o'qqa simmetrik yuk bilan yuklanganligi uchun tayanchlardagi shartlarni quyidagicha ifodalash mumkin (10.18-chizma):

$$M_A = M_B; \quad R_A = R_B = \frac{q\ell}{2}; \quad v_A = 0; \quad v_B = 0. \quad (10.56)$$

Unda (10.27) universal formulaga asosan to'sin egilgan o'qi tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$v = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[M_A \frac{z^2}{2} + \frac{q\ell z^3}{6} - q \frac{z^4}{24} \right] \quad (10.57)$$

Bu tenglamaga to'sinning $z = \ell$ bo'lgan uchidagi solqilik ($v_B = 0$) nolga teng bo'lish shartidan foydalanib, boshlang'ich parametrlar nolga teng ekanligini e'tiborga olib quyidagini aniqlaymiz:

$$M_A \frac{\ell^2}{2} + \frac{q\ell \ell^3}{6} - q \frac{\ell^4}{24} = 0; \quad M_A = -\frac{q\ell^2}{12}. \quad (10.58)$$

To'sin ravog'i $z = \ell/2$ o'rtasidagi eguvchi moment quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_x(\ell/2) = q\ell \frac{\ell}{2} - \frac{q\ell^2}{12} - \frac{q(\ell/2)^2}{2} = \frac{q\ell^2}{24}. \quad (10.59)$$

Eguvchi moment epyurasini quramiz (10.19, b)-chizma).

Unda to'sin egilgan o'qining umumiy tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$EI_x v = -\left(\frac{q\ell^2}{12}\right)\frac{z^2}{2} + \left(\frac{q\ell}{2}\right)\frac{z^3}{6} - \frac{qz^2}{24}. \quad (10.60)$$

To'sin ravog'i o'rtasidagi eng katta solqiligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$v_{\max} = -\frac{q\ell^4}{384EI_x}. \quad (10.61)$$

10.2-masalada tekis taralgan yuk bilan yuklangan oddiy to'sin ravog'i $z = \ell/2$ o'rtasidagi solqiligi quyidagiga teng ekanligi aniqlangan edi:

$$v_{\max} = -\frac{Sq\ell^4}{384EI_x}. \quad (10.62)$$

Bu natijalarni taqqoslab, ikki uchi bilan qistirib mahkamlangan tekis taralgan yuk bilan yuklangan to'sin ravog'i $z = \ell/2$ o'rtasidagi solqilik, ikki sharnirli tayanchga tirilgan tekis taralgan yuk bilan yuklangan oddiy to'sin ravog'i $z = \ell/2$ o'rtasidagi solqilikdan besh marta kichik ekan. Boshqacha qilib aytganda, ikki uchi bilan qistirib mahkamlangan tekis taralgan yuk bilan yuklangan to'sin besh marta bikir ekan, oddiy to'singa nisbatan.

Masalalar:

10.11-masala. 10.19-chizmada keltirilgan to'sinning mustahkamlik va bikirlik shartlaridan foydalanib, qo'shtavr shaklidagi kesim sortament jadvalidan tanlansin. Berilganlar:

$$\sigma_{adm} = 16000 \text{ N/sm}^2; E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2; \ell = 6 \text{ m}; f_{adm} = \ell/600.$$

Yechish. a) har ikkala tayanchlardagi reaksiya kuchlarini yuqoriga yo'naltiramiz va ularni statika muvozanat tenglamalaridan aniqlaymiz:

$$\sum m_{om B} = M + R_A \ell = 0. \quad R_A = -180/6 = -30 \text{ kN}.$$

$$\sum m_{om A} = -R_B \ell + M = 0. \quad R_B = 180/6 = 30 \text{ kN}.$$

b) reaksiya kuchlarining to'g'ri aniqlanganligini tekshirish:

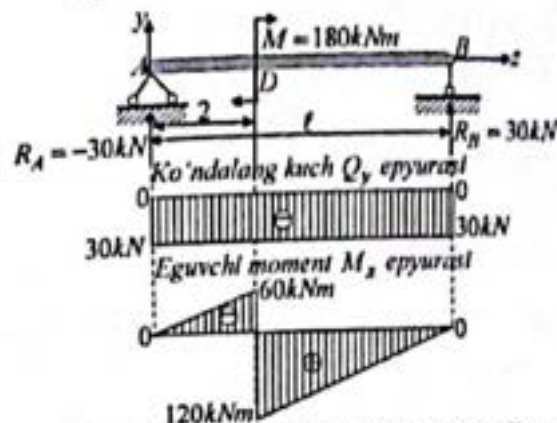
$$\sum Y = R_A + R_B = 0; \quad \text{unda } -30 + 30 = 0; \quad 0 = 0.$$

d) statik boshlang'ich parametrlar ma'lumligini e'tiborga olib, qaralayotgan to'sin elastik chizig'ining universal tenglamasini (10.27) umumiy universal tenglama asosida quyidagicha ifodalaymiz:

$$v = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} \left[R_A \frac{z^3}{3!} + M \frac{(z-2)^2}{2!} \right] = v_0 + \theta_0 z + \frac{1}{EI_x} [-5z^3 + 90(z-2)^2]$$

Universal tenglamani bir marta differensiallab, burilish burchak tenglamasini hosil qilamiz:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} \left[R_A \frac{z^2}{2!} + M \frac{(z-2)}{1!} \right] = \theta_0 + \frac{1}{EI_x} [-15z^2 + 180(z-2)]$$



10.19-chizma. Juft kuchi bilan yuklangan oddiy to'sin.

Bu tenglamalardagi geometrik boshlang'ich parametrlarni aniqlash uchun to'sinning quyidagi chegara shartlaridan foydalanamiz:

$$1. z = 0; \quad v_A = v(0) = v_0 = 0. \quad 2. z = \ell = 6; \quad v_B(6) = 0.$$

Birinchii tayanch shartidan $v_0 = 0$ ekanligi ma'lum. Ikkinchi tayanch chegara shartidan:

$$0 = \theta_0 \cdot 6 + \frac{1}{EI_x} [-15(6)^3 + 180(6-2)^2] \quad \theta_0 = -\frac{60}{EI_x}.$$

Unda to'sin elastik chizig'i tenglamalarini boshlang'ich parametrlar asosida quyidagicha ifodalash mumkin bo'ladi:

$$v = \frac{1}{EI_x} [-60z - 5z^3 + 90(z-2)^2] \quad \theta = \frac{1}{EI_x} [-60 - 15z^2 + 180(z-2)]$$

To'sin oraliqlarining chegaralaridagi burilish burchaklari qiymatlarini aniqlaymiz:

- w sin chap tayanchidagi kesimning burilish burchagi quyidagicha teng:

$$z=0; \text{ bo'lganda } \theta(0) = \theta_0 = \theta_1 = -\frac{60}{EI_z}$$

- w sin o'ng tayanchidagi kesimning burilish burchagi quyidagicha teng:

$$z=l=6; \text{ bo'lganda } \theta(6) = \theta_2 = \frac{1}{EI_z} \left[60 - 15(6)^2 + 18(6-2)^3 \right] = \frac{120}{EI_z}$$

- w sinning juft kuch qo'yilgan ($z=2m$) D kesimdagi burilish burchak va solqilik ifodalari quyidagicha teng:

$$\theta(z) = \theta_0 - \frac{1}{EI_z} \left[60z - 15z^2 + 18(z-2)^3 \right] - \frac{1}{EI_z} \left[60(2) - 15(2)^2 \right] = -\frac{160}{EI_z}$$

Solqlikning ekstremal qiymati ($\theta(z_0)=0$) burilish burchagi nolga teng bo'lgan kesimda bo'ladi. Bu shart qaratayotgan masala uchun quyidagicha ifodalarni:

$$\theta(z_0) = -\frac{1}{EI_z} \left[60 - 15z_0^2 + 18(z_0-2)^3 \right] = 0; \quad -60 + 15z_0^2 + 18(z_0-2)^3 = 0;$$

$$z_0^2 - 12z_0 + 22 = 0; \quad z_0 = 3.37$$

Bu nuqada solqlik ekstremal qiymatga erishadi va uni hisoblash topamiz.

$$v_{\max}(3.37) = \frac{1}{EI_z} \left[60(3.37) - 9(3.37)^3 + 18(3.37-2)^3 \right]$$

$$v_{\max}(3.37) = -\frac{216.2746}{EI_z}$$

To'sin uchun bika'lik shartini quyidagicha ifodalaymiz:

$$v_{\max}(3.37) = -\frac{216.2746}{EI_z} \cdot 10^9 \text{ sm} \leq v_{\text{adm}}$$

Bu shartdan kesim inertiya momentini aniqlash olamiz, ya'ni

$$I_z \geq \frac{216.2746}{10^9} \cdot 10^9 \text{ sm}^4$$

Buqqa $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2$ va berilgan ruxsat etilgan $v_{\text{adm}} = \frac{l}{400} = 1.5 \text{ sm}$

bika'likni qo'yib, inertiya momentini aniqlaymiz:

$$I_z \geq \frac{216.2746}{1.2 \cdot 10^7} \cdot 10^9 \text{ sm}^4 = 11314 \text{ sm}^4$$

Ko'ndalang kesimni qo'shtart shakildagi to'sin o'lchamlarini GOST 8279-72 da tavsiya qaratilgan jadvaldan inertiya momenti

$I_z = 11380 \text{ sm}^4$ yoki qarablik $W_z = 74 \text{ sm}^3$ momentni bo'yicha tanlaymiz:
 $b = 360 \text{ sm}$, $h = 145 \text{ sm}$, $d = 7.5 \text{ sm}$, $A = 861 \text{ sm}^2$, $I_{\text{max}} = 2.89 \text{ sm}^4$, $I_y = 514 \text{ sm}^4$,
 $W_y = 421 \text{ sm}^3$ No 36 qo'shtart tanlab olinadi.

Muntazamlikka tekshirish:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{12000000}{743} = 16150.7402 \text{ N/sm}^2 > 16000 \text{ N/sm}^2$$

$$\frac{16150.7402 - 16000}{16000} \cdot 100\% = 0.9422\%$$

Demak, qo'shtart shakilli ko'ndalang kesimli to'sinning yuklanishi ruxsat etilgan chegarada ekan, ya'ni to'sinning muntazamligi ta'minlangan.

10.12-masala. 10.2-jadvalda berilgan to'sin (e, d) larni ruzg'i bo'yicha 10.3-jadvaldagi yuk (e, d)lar bilan yuklab, geometrik o'lchamlar va yuk miqdorlarini 10.1-jadvaldan olib quyidagilar aniqlanir:

1. Tayanch reaksiyalari aniqlanir.
2. Egiruvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralari qurilir.
3. To'sin ko'ndalang kesimi yuzani qo'shtart shakilda tashlab $\sigma = 16000 \text{ N/sm}^2$.
4. To'sinlarning xarakterli nuqtalari uchun burilish burchagi va solqliklarini boshlang'ich parametr usulidan foydalanib aniqlang.

10.1-jadval

T// r №	a (m)	b (m)	c (m)	F (kN)	F ₁ (kN)	q (kN/m)	q ₁ (kN/m)	M (kN·m)
1	1,5	2,0	1,2	40	20	8	15	30
2	1,6	1,8	1,1	50	25	11	12	50
3	1,4	2,2	1,0	30	15	12	14	60
4	1,3	2,1	1,0	60	18	18	10	40
5	1,4	1,9	1,1	45	21	20	11	35
6	1,5	1,7	1,2	65	22	25	8,0	45
7	1,25	2,3	1,0	70	24	22	11	32
8	1,2	2,2	1,2	80	150	18	13	36
9	1,6	2,0	1,3	70	180	12	10	50
0	2,2	1,4	1,2	90	160	11	12	38
	e	d	e	d	e	d	e	d

TO'SINLAR

10.2-jadval

No	c	d
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
0		

YUKLAMALAR

10.3-jadval

No	c	d
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
0		

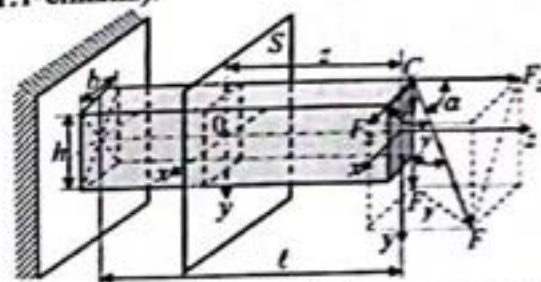
1. To'sin egilgan o'qining differensial tenglamasi qanday ifodalanadi?
2. Nima sababdan differensial tenglamani taqribiy tenglamaga almashtirish mumkin?
3. To'sin egilgan o'qining differensial tenglama ishorolari qanday qabul qilinadi?
4. Butilish burchak va solqilik orasida qanday differensial bog'lanish mavjud?
5. Solqilik va butilish burchak ifodalari qaysi tenglamadan aniqlanadi?
6. Differensial tenglamani integrallashda hosil bo'lgan ixtiyoriy o'zgarmas qanday topiladi?
7. To'sin chegara shartlarini izohlab bering.
8. Differensial tenglamani ikki marta integrallab, qanday ifodani hosil qilamiz?
9. Differensial tenglamani integrallash natijasida hosil bo'lgan doimiylar nimani bildiradi?
10. Geometrik boshlang'ich parametrlarini izohlab bering?
11. Statik boshlang'ich parametrlarini izohlab bering?
12. Boshlang'ich parametr usulidan foydalanish integrallash usuliga qaraganda qanday qulaylikka ega?
13. Ravog'i o'rtasiga qo'yilgan to'plangan kuchdan egilganda oddiy to'sin solqiligi kuch qo'yilgan kesimda nimaga teng bo'ladi?
14. Universal formula ifodasini izohlab bering.
15. Universal formuladagi boshlang'ich noma'lum parametrlar qanday aniqlanadi?
16. Mor integralini izohlab bering.
17. Vereshagin qoidasini izohlab bering.
18. To'sinlarning bikirlik shartini izohlab bering.

11.1-§. Murakkab qarshilik turlari va ichki kuchlarni aniqlash

Hozirgacha oddiy cho'zilish (siqilish), siljish, buralish va egilish deformatsiyalarini alohida-alohida o'rgandik. Ko'pgina hollarda tashqi yuk ta'sirida brus ko'ndalang kesimi yuzalarida bir vaqtda bir necha zo'riqish kuch omillari hosil bo'ladi. Bunday brus murakkab qarshilik holatida bo'ladi va unda ikkitadan ortiq deformatsiya birgalikda hosil bo'ladi.

Murakkab qarshilikka siniiq sterjenlar sistemasi, egilib buralish, cho'zilib egilish, qiyshiq egilish va nomarkaziy siqilish kabilar misol bo'la oladi.

11.1-masala. Chap uchi bilan qistirib mahkamlangan erkin uchidagi kesimining C nuqtasiga qo'yilgan to'plangan F kuchi ta'sirida bo'lgan brusning ixtiyoriy ko'ndalang kesimidagi zo'riqish kuch omillari ifodasi aniqlansin (11.1-chizma).

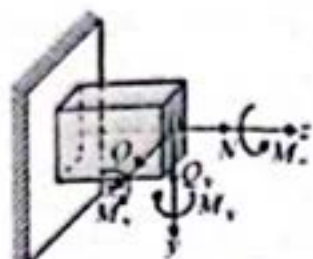


11.1.-chizma. Bir uchi qistirib mahkamlangan, erkin uchiga qo'yilgan to'plangan kuch ta'siridagi brus.

Yechish: Qaralayotgan to'sinning erkin uchidagi ko'ndalang kesimiga 11.1-chizmada ko'rsatilgandak, $Oxyz$ koordinatalar sistemasini joylashtiramiz. Bu sistemada to'plangan F kuch koordinata o'qlari orasidagi burchaklar α, β, γ bo'lsin.

To'sinning istalgan ko'ndalang kesimida tashqi kuch ta'siridan oltita ichki zo'riqish omillari hosil bo'lishi 11.2-chizmadan ham ko'rinib turibdi.

Ushbu zo'riqish kuchlarini aniqlash uchun kesish usulidan foydalanamiz, ya'ni brusni birorta vertikal S tekislik bilan kesib, ikki qismga ajratamiz, brusning o'ng qismini qaraymiz (11.1-chizma).



11.2-chizma. Ichki zo'riqish kuch omillari yo'nalishlari

Qaralayotgan ko'ndalang kesimdagi ichki zo'riqish omillarini aniqlash uchun qaralayotgan qism uchun muvozanat tenglamalarini tuzamiz va ichki zo'riqish omillarini aniqlaymiz:

- normal kuch

$$1. \sum z = 0; N = F \cos \alpha, \quad (11.1)$$

- ko'ndalang kuchlar

$$2. \sum y = 0; Q_y = F \cos \gamma, \quad (11.2)$$

$$3. \sum x = 0; Q_x = F \cos \beta,$$

-burovchi moment

$$4. \sum \text{mom}_z = 0; M_z = T = F \frac{b}{2} \cos \gamma - F \frac{h}{2} \cos \beta, \quad (11.3)$$

- eguvchi momentlar

$$5. \sum \text{mom}_x = 0; M_x = -F \frac{h}{2} \cos \alpha - F z \cos \gamma, \quad (11.4)$$

$$6. \sum \text{mom}_y = 0; M_y = -F \frac{b}{2} \cos \alpha - F z \cos \beta.$$

Bu ifodalar orqali zo'riqish kuchlari aniqlanadi, so'ng xavfli kesimni topishga imkon beruvchi epyuralar qurilib, xavfli kesim aniqlanadi.

Ma'lumki, normal kuch va eguvchi momentdan brus ko'ndalang kesimida normal kuchlanish, ko'ndalang kuch va burovchi momentdan urinma kuchlanish hosil bo'ladi.

Brusning ko'ndalang kesimidagi umumiy kuchlanishni aniqlash maqsadida "kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipi"dan foydalanish maqsadga muvofiqdir, ya'ni har bir ichki zo'riqish kuch omillari ta'siridan kuchlanishlarni aniqlash va ularni qo'shish lozim.

Brusning qaralayotgan kesimida cho'zuvchi kuchlanish hosil qiluvchi normal kuchni musbat deb qabul qilamiz. Eguvchi moment bosh o'qlarga mos koordinata sistemasining musbat choragida yotuvchi

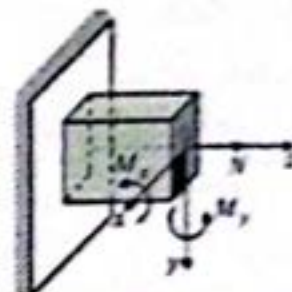
nuqtalarida cho'zuvchi kuchlanish hosil qilsa (musbat choragida yotuvchi tolalar cho'zilsa), musbat ishorali deb qabul qilamiz.

11.3-chizmada zo'riqish kuch omillarining musbat yo'nalishlari (har uchala kuch omillaridan musbat chorakda yotuvchi tolalar cho'ziladi) ko'rsatilgan.

Agar brusga cho'zuvchi va ikkita tekislik bo'yicha eguvchi zo'riqish kuchlari ta'sir etsa, unda brus ko'ndalang kesimining musbat choragida hosil bo'lgan kuchlanish quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x, \quad (11.5)$$

Bu holda brusda hosil bo'lgan urinma kuchlanish geometrik q'ishqir topiladi.



11.3-chizma. Musbat yo'nalishdagi ichki zo'riqish kuch omillari

Juravskiy formulasidan foydalanib, har ikkala tekislikdagi urinma kuchlanishlar aniqlanadi:

$$\tau_x = \frac{Q_y S_x^a}{I_y b_x}; \quad \tau_y = \frac{Q_x S_y^a}{I_x b_y}. \quad (11.6)$$

Ushbu ifodalarning geometrik yig'indisi

$$\tau = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2}. \quad (11.7)$$

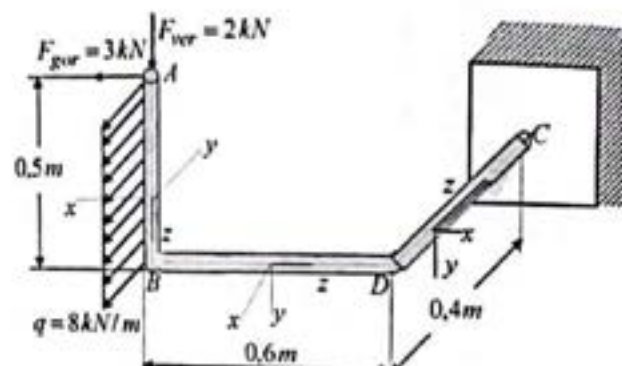
Amaliyotda murakkab qarshilikning quyidagi turlari ko'proq uchraydi:

- siniq o'qli sterjenlar;
- qiyshiq egilish;
- markaziy bo'lmagan siqilish;
- egilish bilan cho'zilishning birgalikdagi ta'siri;
- buralish bilan egilishning birgalikdagi ta'siri.

11.2-§. Siniq o'qli bruslar kesimlaridagi zo'riqish kuchlarini aniqlash

11.2-masala. 11.4-chizmada keltirilgan fazodagi siniq o'qli bruslar uchun zo'riqish omillari epyuralari qurilsin. Bunda AB va BD bruslar vertikal tekislikda yotadi, DC brus esa ushbu vertikal tekislikka perpendikulyar bo'lgan tekislikda yotadi.

Siniq o'qli bruslar hisob ishlari ham ichki zo'riqish kuchlarini aniqlashdan boshlanadi. Siniq o'qli bruslarning oraliqlari aniqlanadi, so'ng xavfli kesimni topishga imkon beruvchi zo'riqish kuchlar epyuralar qurilib, xavfli kesimi aniqlanadi. Koordinata o'qlarini 11.4-chizmada ko'rsatilgandek joylashtiramiz. Har bir brus uchun zo'riqish kuch ishoralarini bruslarning ko'ndalang egilishida eguvchi moment, ko'ndalang kuch va bo'ylama kuchlar uchun qabul qilingan ishoralari kabi qabul qilamiz. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch ifodalarini tuzishda har bir brusga koordinata o'qlarining musbat tomonidan qarash lozim.



11.4-chizma. Siniq o'qli brus.

Siniq chiziqli AB , BD , DC sterjenlar uchun ichki zo'riqish kuchlari ifodalarini tuzamiz. Buning uchun har bir sterjenning Ox koordinata o'qining musbat tomonidan qarab, ichki zo'riqish kuchlari omillari ifodalarini aniqlash lozim.

AB sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_1 \leq 0,5m$ bo'lib, bu oraliqda ichki zo'riqish kuchlari quyidagicha ifodalanadi:

– bo'ylama kuch

$$N(z_1) = -F_v = -2kN.$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } N(0) = -F_v = -2kN;$$

$$z_1 = 0,5m; \text{ bo'lsa } N(0,5) = -F_v = -2kN.$$

– ko'ndalang kuch

$$Q_y(z_1) = qz_1.$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } Q_y(0) = q \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = 0,5m; \text{ bo'lsa } Q_y(0,5) = 8 \cdot 0,50 = 4kN.$$

– eguvchi moment

$$M_x(z_1) = qz_1 \frac{z_1}{2}.$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_x(0) = q \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = 0,5m; \text{ bo'lsa } M_x(0,5) = 8 \cdot 0,50 \frac{0,5}{2} = 1,0kN \cdot m.$$

– burovchi moment

$$T = M_z(z_1) = 0.$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = 0;$$

$$z_1 = 0,5m; \text{ bo'lsa } M_z(0,5) = 0.$$

BD sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_2 \leq 0,6m$ bo'lib, bu oraliqda ichki kuchlar quyidagicha ifodalanadi:

– bo'ylama kuch

$$N(z_2) = F_g = 3kN.$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } N(0) = F_g = 3kN;$$

$$z_2 = 0,6m; \text{ bo'lsa } N(0,6) = F_g = 3kN.$$

– ko'ndalang kuch

$$Q_y(z_2) = -F_v = -2kN.$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } Q_y(0) = -F_v = -2kN;$$

$$z_2 = 0,6m; \text{ bo'lsa } Q_y(0,6) = -F_v = -2kN.$$

– eguvchi moment

$$M_x(z_2) = -F_v z_2 - F_g \cdot 0,5.$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } M_x(0) = -3 \cdot 0,5 = -1,5kN \cdot m;$$

$$z_2 = 0,6m; \text{ bo'lsa } M_x(0,6) = -2 \cdot 0,6 - 3 \cdot 0,5 = -2,70kN \cdot m.$$

– burovchi moment

$$T = M_z(z_2) = q \cdot 0,5 \cdot 0,25 = 1,0kN \cdot m.$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = 1,0kN \cdot m;$$

$$z_2 = 0,6m; \text{ bo'lsa } M_z(0,6) = 1,0kN \cdot m.$$

DC sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_1 \leq 0,4 \text{ m}$ bo'lib, bu oraliqda ichki kuchlar quyidagicha ifodalanadi:

– bo'ylama kuch

$$N(z_1) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 \text{ kN},$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } N_1(0) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 \text{ kN};$$

$$z_1 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } N_1(0,4) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 \text{ kN}.$$

– ko'ndalang kuch

$$Q_y(z_1) = -F_y = -2 \text{ kN}.$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } Q_y(0) = -F_y = -2 \text{ kN};$$

$$z_1 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } Q_y(0,4) = -F_y = -2 \text{ kN}.$$

– eguvchi moment

$$M_x(z_1) = -F_y z_1 - q \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2}.$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_x(0) = -8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2} = -1,0 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_1 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_x(0,4) = -2 \cdot 0,4 - 8 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2} = -1,80 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

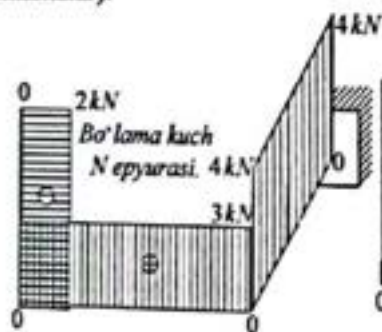
– burovchi moment

$$T = M_z(z_1) = -F_y \cdot 0,6 - F_x \cdot 0,5 = -2 \cdot 0,6 - 3 \cdot 0,5 = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

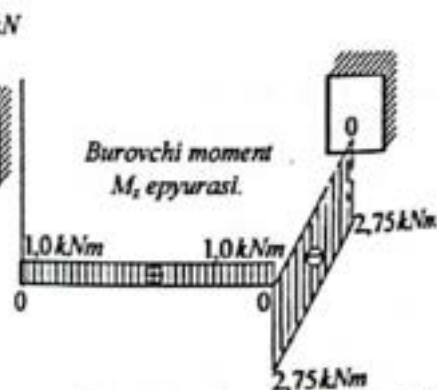
$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_1 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_z(0,4) = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Har bir AB, BD, DC siniq sterjenlarning Ox koordinata o'qining musbat tomonidan koordinata boshiga qaraganda topilgan, ichki zo'riqish kuch omillari epyuralari qurilgan (11.5-, 11.6-, 11.7-, 11.8-chizmalar).



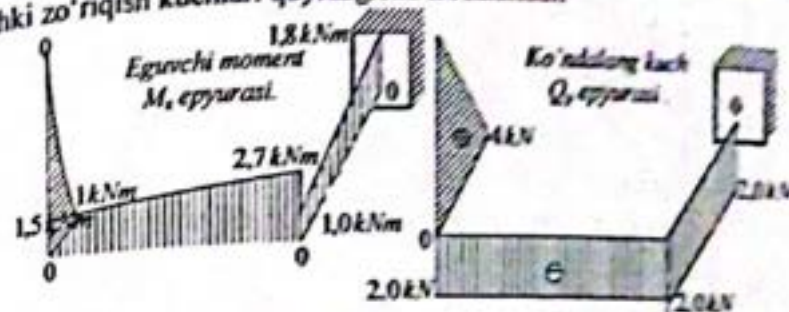
11.5-chizma. Bo'ylama kuch epyurasi.



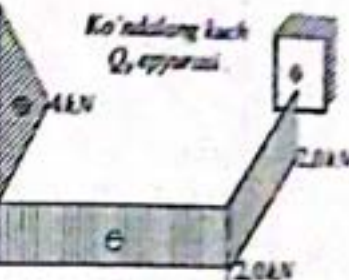
11.6-chizma. Burovchi moment epyurasi.

Endi har bir sterjenning Ox koordinata o'qining musbat tomonidan qarab, ichki zo'riqish kuchlari omillari ifodalarini aniqlash lozim.

AB sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_1 \leq 0,5 \text{ m}$ bo'lib, bu oraliqda ichki zo'riqish kuchlari quyidagicha ifodalanadi:



11.7-chizma. Eguvchi moment epyurasi.



11.8-chizma. Ko'ndalang kuch epyurasi.

– bo'ylama kuch

$$N(z_1) = -F_y = -2 \text{ kN}.$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } N(0) = -F_y = -2 \text{ kN};$$

$$z_1 = 0,5 \text{ m}; \text{ bo'lsa } N(0,5) = -F_y = -2 \text{ kN}.$$

– ko'ndalang kuch

$$Q_x(z_1) = F_{gx}$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } Q_x(0) = F_{gx} = 3 \text{ kN};$$

$$z_1 = 0,5 \text{ m}; \text{ bo'lsa } Q_x(0,5) = F_{gx} = 3 \text{ kN}.$$

– eguvchi moment

$$M_y(z_1) = -F_{gx} z_1.$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_y(0) = q \cdot 0 = 0;$$

$$z_1 = 0,5 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_y(0,5) = -3 \cdot 0,50 \cdot 0,25 = -0,75 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

– burovchi moment

$$T = M_z(z_1) = 0.$$

$$z_1 = 0; \text{ bo'lsa } M_z(0) = 0;$$

$$z_1 = 0,5 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_z(0,5) = 0.$$

BD sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_2 \leq 0,6 \text{ m}$ bo'lib, bu oraliqda ichki kuchlar quyidagicha ifodalanadi:

– bo'ylama kuch

$$N(z_2) = F_g = 3 \text{ kN}.$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } N(0) = F_g = 3 \text{ kN};$$

$$z_2 = 0,6 \text{ m}; \text{ bo'lsa } N(0,6) = F_g = 3 \text{ kN}.$$

- ko'ndalang kuch

$$Q_z(z_2) = q \cdot 0,5.$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } Q_z(0) = qz_2 = 8 \cdot 0,5 = 4,0 \text{ kN};$$

$$z_2 = 0,6 \text{ m}; \text{ bo'lsa } Q_z(0,6) = qz_2 = 8 \cdot 0,5 = 4,0 \text{ kN}.$$

- eguvchi moment

$$M_y(z_2) = -q \cdot 0,5 \cdot z_2.$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } M_y(0) = -8 \cdot 0,5 \cdot 0 = 0;$$

$$z_2 = 0,6 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_y(0,6) = -8 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = -2,4 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

- burovchi moment

$$T = M_x(z_2) = q \cdot 0,5 \cdot 0,25.$$

$$z_2 = 0; \text{ bo'lsa } M_x(0) = 1,0 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_2 = 0,6 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_x(0,6) = 1,0 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

DC sterjenning o'zgarish oralig'i $0 \leq z_3 \leq 0,4 \text{ m}$ bo'lib, bu oraliqda ichki kuchlar quyidagicha ifodalanadi:

- bo'ylama kuch

$$N(z_3) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 \text{ kN}.$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } N_3(0) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 \text{ kN};$$

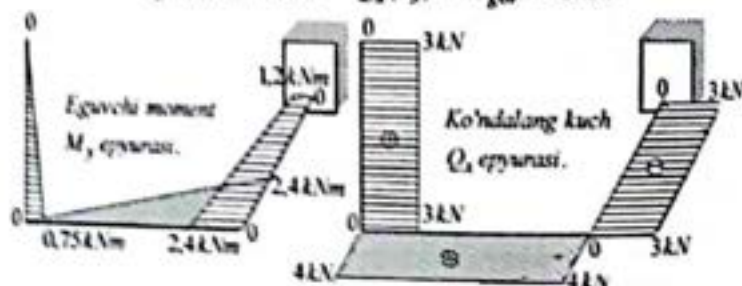
$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } N_3(0,4) = q \cdot 0,5 = 8 \cdot 0,5 = 4 \text{ kN}.$$

- ko'ndalang kuch

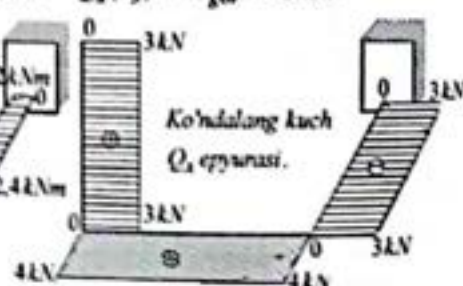
$$Q_z(z_3) = -F_{gor} = -3 \text{ kN}.$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } Q_z(z_3) = -F_{gor} = -3 \text{ kN};$$

$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } Q_z(z_3) = -F_{gor} = -3 \text{ kN}.$$



11.9-chizma. Eguvchi moment epyurasi.



11.10-chizma. Ko'ndalang kuch epyurasi.

-eguvchi moment

$$M_y(z_3) = F_{gor} \cdot z_3 - q \cdot 0,5 \cdot 0,6.$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } M_y(0) = -8 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = -2,4 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_y(0,4) = 3 \cdot 0,4 - 8 \cdot 0,5 \cdot 0,6 = -1,2 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

-burovchi moment

$$T = M_x(z_3) = -F_g \cdot 0,6 - F_g \cdot 0,5.$$

$$z_3 = 0; \text{ bo'lsa } M_x(0) = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$z_3 = 0,4 \text{ m}; \text{ bo'lsa } M_x(0,4) = -2,70 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Ichki zo'riqish kuch omillarining aniqlangan bu qiymatlari bo'yicha epyuralari 11.5-11.10-chizmalarda qurib keltirilgan.

Har bir AB, BD, DC siniq sterjenlarning Oy koordinata o'qining musbat tomonidan koordinata boshiga qaraganda topilgan, ichki zo'riqish kuch omillari epyuralari qurilgan (11.9-11.10-chizmalar). Bunda bo'ylama kuch va burovchi moment epyuralari chizilmagan, chunki u 11.5-11.6-chizmada ko'rsatilgan epyuradek bo'ladi.

11.3-§. Qiyshiq egilishda to'sin kesimlaridagi normal kuchlanishlarni aniqlash

To'sin o'qiga tik yo'nalgan va uning ko'ndalang kesim yuzasining birorta simmetriya tekisligida yotmagan tashqi yuklar ta'sirida hosil bo'lgan egilish *qiyshiq egilish* deb ataladi (11.11-chizma). Agar to'sin ko'ndalang kesim yuzalarida faqat o'zgarmas miqdorli eguvchi moment hosil bo'lib, qolgan kuch omillari nolga teng bo'lsa, brusning bunday egilishi *sof qiyshiq egilish* deb ataladi (11.11-chizma kuch $F=0$ bo'lgan hol).

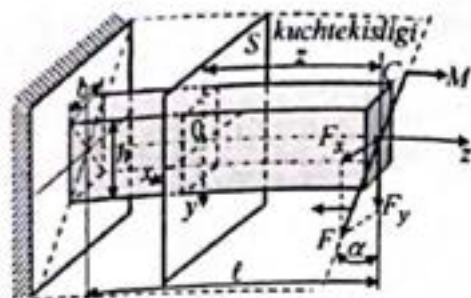
Bir uchi bilan qistirib mahkamlangan erkin uchi kesim yuzasi Oy vertikal o'qi bilan α burchak ostida F va M juft kuchlar ta'siridagi konsolning ko'ndalang qiyshiq egilishini ko'rib chiqamiz (11.11-chizma).

Konsolning ko'ndalang qiyshiq egilishini o'rganishda uning ikki holatini qaraymiz:

1-hol. Sof qiyshiq egilish.

Bunda 11.11-chizmada konsolga ta'sir etayotgan kuch $F=0$ bo'lib, bosh inersiya o'qi bilan α burchak ostida faqat M juft kuch ta'sir etadi. Bu juft kuchni kesimning bosh inersiya o'qlari bo'yicha ikkita tashkil M_x va M_y etuvchilarga ajratish mumkin:

$$M_x = M \cdot \cos \alpha; \quad M_y = M \cdot \sin \alpha. \quad (11.8)$$



11.11-chizma. Konsol to'sinning ko'ndalang qiyshiq egilishi.

2-hol. Ko'ndalang qiyshiq egilishini.

Bosh inersiya o'qi bilan α burchak ostida konsolga ta'sir etayotgan to'plangan F kuch o'qlar bo'yicha ikkita tashkil etuvchilariga ajraladi va ular orasidagi munosabatlar quyidagicha ifodalanadi:

$$F_x = F \cdot \sin \alpha; \quad F_y = F \cdot \cos \alpha. \quad (11.9)$$

Konsolning erkin uchidan z masofadagi S kesimdagi bosh o'qlariga nisbatan olingan eguvchi momentlarni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned} M_x &= -F_y \cdot z = -F \cdot z \cdot \cos \alpha; \\ M_y &= -F_x \cdot z = -F \cdot z \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \quad (11.10)$$

Demak, bundan shunday xulosa qilish mumkinki, qiyshiq egilishda konsolning ixtiyoriy ko'ndalang kesimlarida ikkita eguvchi momentlar hosil bo'lar ekan. Albatta, ular konsolni ikkita bosh tekisliklar bo'yicha egadi. Bu bosh tekisliklardagi eguvchi momentlardan hosil bo'ladigan kuchlanishlarni aniqlashda alohida-alohida tekis egilishda kuchlanishni topish formulasidan foydalanish mumkin.

Kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipini qo'llab, koordinatalar sistemasining musbat choragidagi ixtiyoriy nuqtalardagi normal kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x. \quad (11.11)$$

Ushbu formula yordamida ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi kuchlanish aniqlanadi.

To'sin kesimi yuzasining burchaklari uchlaridagi koordinatalari maksimal qiymatga ega bo'ladi, bu nuqtalarda kuchlanishlar qiymati jihatidan ekstrimumga erishadi (11.12-chizma), unda (11.11) formulani quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{W_x} \pm \frac{M_y}{W_y}. \quad (11.12)$$

Ushbu formulada W_x, W_y tegishli $0x$ va $0y$ koordinata o'qlariga nisbatan ko'ndalang kesim yuzasining qarshilik momentlari.

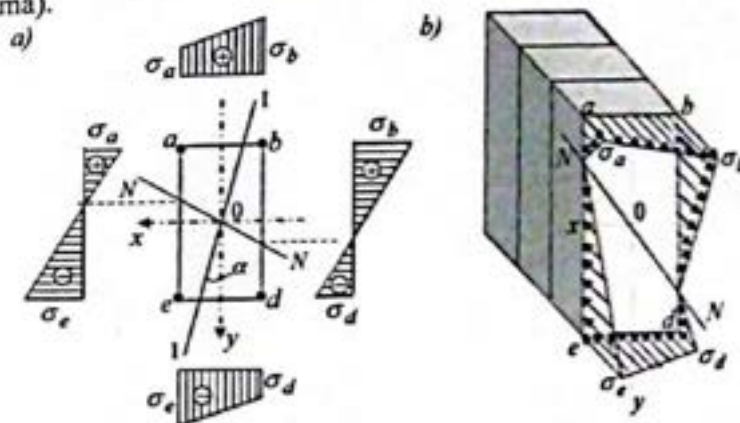
(11.11) formula ko'ndalang kesimning uchlaridagi a, b, d, e nuqtalarida tegishli kuchlanishlar quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \frac{F_y z}{W_x} - \frac{F_x z}{W_y}; & \sigma_b &= \frac{F_y z}{W_x} + \frac{F_x z}{W_y}; \\ \sigma_d &= -\frac{F_y z}{W_x} + \frac{F_x z}{W_y}; & \sigma_e &= -\frac{F_y z}{W_x} - \frac{F_x z}{W_y}. \end{aligned} \right\} \quad (11.13)$$

Bu formuladan ko'rinish turibdiki, b nuqtada eng katta cho'zuvchi, e nuqtada esa eng katta siquvchi kuchlanish hosil bo'lar ekan.

Ushbu (11.13) formulalardan ko'ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi kuchlanishlarni aniqlab bo'lmaydi, undan kesimning bosh inersiya o'qlaridan eng uzoqda joylashgan nuqtalar uchun foydalanish mumkin.

Brus ko'ndalang kesimi yuzasi bo'ylab kuchlanishning tarqalish qonunini bilish maqsadida uning a, b, d, e uchlaridagi nuqtalarda kuchlanishlar qiymatlari aniqlanib, kuchlanish epyurasi quriladi (11.12-chizma).



11.12-chizma. Kuchlanish epyurasi.

11.12, a)-chizmada tekislikda, 11.12, b)-chizmada fazoda kuchlanish epyuralari qurib ko'rsatilgan.

Qiyshiq egilishda to'sin ko'ndalang kesimining neytral chizig'i ustida yotuvchi nuqtalari koordinatalarini x_N, y_N bilan belgilab, ularni

(11.11) tenglamaga qo'ysak normal kuchlanish nolga teng bo'ladi ($\sigma=0$), chunki kesimning neytral chizig'i ustida yotuvchi barcha nuqtalarida normal kuchlanish nolga teng. Bundan foydalanib, neytral (nol) chiziq tenglamasini quyidagicha ifodalash mumkin (11.13, a)-chizma):

$$\sigma = \left(\frac{F \cdot z \cdot \cos \alpha}{I_x} y_N + \frac{F \cdot z \cdot \sin \alpha}{I_y} x_N \right) = 0. \quad (11.14)$$

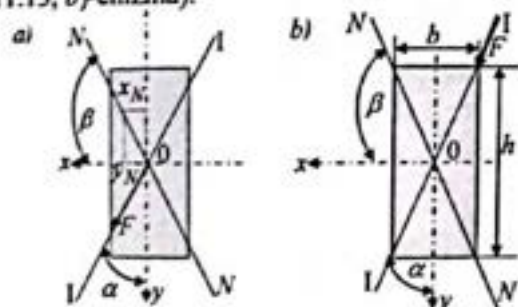
Ushbu tenglama koordinata boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini ifodalaydi. Neytral chiziq holatini burchak koeffitsienti xarakterlaydi:

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{y_N}{x_N} = -\frac{I_x M_y}{I_y M_x}. \quad (11.15)$$

Bu tenglamani eguvchi moment (11.8) ifodalarini e'tiborga olib, quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \alpha. \quad (11.16)$$

11.3-masala. Agar to'sin ko'ndalang kesimi dioganallarining biri bo'yicha yuklangan bo'lsa, balandligi h va eni o'lchami b bo'lgan to'g'ri to'rtburchak ko'ndalang kesimda neytral chiziq qanday o'tishi aniqlansin (11.13, b)-chizma).



11.13-chizma. To'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesim.

Yechish. Markaziy bosh o'qlarga nisbatan to'g'ri to'rtburchakli kesim inersiya momentlari quyidagilarga teng ekanligi ma'lum:

$$I_x = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{b^3h}{12}. \quad (a)$$

Ikkinchi tomondan 11.13, b-chizmadan ko'rinish turibdiki, kuchning vertikal koordinata o'qi bilan tashkil qilgan burchak tangensi quyidagiga teng:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{h}. \quad (b)$$

Ushbu (a) va (b) ifodalarni (11.16) formulaga qo'yib, neytral chiziqlik holatini aniqlaymiz:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\left(\frac{bh^3}{12} \right) \frac{b}{h}}{\left(\frac{b^3h}{12} \right) \frac{h}{b}} = \frac{h}{b}. \quad (11.17)$$

Demak, to'g'ri to'rtburchak kesimli to'sin dioganallarining biri bo'yicha yuklangan bo'lsa, neytral chiziq ikkinchi diagonal bo'yicha o'tar ekanligi.

Xulosa

– qiyshiq egilishda neytral chiziq kuch chizig'iga perpendikulyar emas;

– (11.16) formuladan ko'rinadiki, bosh inersiya momentlari I_x , I_y orasidagi farq qancha katta bo'lsa, neytral chiziq va kuch chiziqlar orasidagi burchaklar bir-biridan shuncha katta bo'ladi;

– $\alpha=0$ bo'lsa, ya'ni $M_y=0$, yoki $\alpha=\frac{\pi}{2}$ bo'lsa, ya'ni $M_x=0$,

bo'lganda tekis egilish hosil bo'ladi;

– faqat bosh inersiya momentlari bir-biriga teng $I_x=I_y$ bo'lgan kesimlarda neytral chiziq va kuch chiziqqa perpendikulyar bo'ladi;

– to'g'ri burchakli kesimning bir diagonal bo'yicha kuch chiziq o'tsa, ikkinchi diagonal bo'yicha neytral chiziq o'tadi;

– neytral chiziq kesimni cho'zilgan va siqilgan ikki sohaga bo'ladi.

11.4-§. Qiyshiq egilishda to'sinning deformatsiyasini aniqlash

To'sinning qiyshiq egilishini ikkita to'g'ri ko'ndalang egilishdan iborat deb qarash mumkinligini yuqorida ko'rib o'tgan edik. Shunga asosan uzunligi ℓ bo'lgan to'sinning (11.14-chizma) tashqi F_x kuchidan erkin uchida kuch yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lgan solqiligi:

$$v_x = \frac{F_x \ell^3}{3EI_y}. \quad (11.18)$$

F_y kuchidan erkin uchida kuch yo'nalishi bo'yicha hosil bo'lgan solqiligi:

$$v_y = \frac{F_y \ell^3}{3EI_x}. \quad (11.19)$$

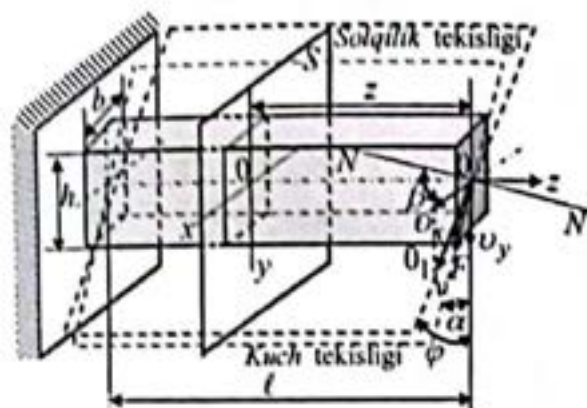
teng bo'lishi ma'lum.

Unda umumiy solqilik, tashkil etuvchilarining yig'indisi sifatida aniqlanadi, ya'ni:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (11.20)$$

To'sin egilgandan keyin kesimning makazi O nuqta Ox koordinata o'qi yo'nalishi bo'yicha v_x miqdorga va Oy o'qi yo'nalishi bo'yicha v_y miqdorga ko'chadi, ya'ni O_1 nuqtaga ko'chadi. Unda ko'chish yo'nalishi $O-O_1$ chiziqli bilan Oy koordinata o'qi orasidagi burchak quyidagicha teng bo'ladi:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_x}{v_y} = \frac{F_x I_x}{F_y I_y} = \frac{I_x F \sin \alpha}{I_y F \cos \alpha} = \frac{I_x}{I_y} \operatorname{tg} \alpha. \quad (11.21)$$



11.14-chizma. Qiyshiq egilishda to'sin deformatsiyasi.

Ushbu (11.21) formulaning o'ng qismi (11.16) formulaning o'ng qismiga, chap qismi chap qismiga teng ekanligini ko'rish qiyin emas. Demak, $\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \beta$ bo'lib, unda $\varphi = \beta$ teng bo'ladi.

Bundan chiqadigan xulosa shuki, qarayotgan to'sinning solqiligi neytral chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tekislik bo'yicha ro'y berar ekan, lekin, bunda solqilik kuch tekisligi yo'nalishiga mos kelmaydi.

Agar qiyshiq egilishda tashqi kuchlar bitta tekislikda yotmasa, to'sinning barcha kesimlaridagi to'la solqiliklari yo'nalishi neytral chiziqqa perpendikulyar bo'lmaydi.

Qiyshiq egilishda to'sin ko'ndalang kesimi burilish burchagi α va Oy o'qlari atrofida aylanish burchaklarining geometrik yig'indisiga teng:

$$\theta = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2}. \quad (11.22)$$

11.5-§. Qiyshiq egilishda to'sinning mustahkamlik va bikirlik shartlari

To'sinlarni mustahkamlikka hisoblash uchun uning xavfli kesimini va bu kesimdagi xavfli nuqtalarni aniqlash lozim. Har ikkala tekislik bo'yicha eguvchi momentlar maksimal qiymatga erishgan kesimlar xavfli hisoblanadi. To'sinning xavfli kesimidagi xavfli nuqtalarini aniqlash uchun yuqorida neytral chiziqli formulasini keltirib chiqargan edik. Neytral chiziqlardan eng uzoqda joylashgan nuqtalar xavfli nuqtalar hisoblanadi. Bu nuqtalarni aniqlash uchun kesim neytral o'qiga parallel bo'lgan urinma chiziqlarni o'tkazamiz, urinish nuqtalari xavfli nuqtalar bo'ladi.

Yuqorida 11.14-chizmada keltirilgan to'sinning qistirib mahkamlangan kesimi xavfli kesim bo'ladi. Bu kesimning xavfli nuqtalari e va b nuqtalar ekanligini 11.12, a)-chizmada keltirilgan epyuralardan bilib olish qiyinchilik tug'dirmaydi.

Qiyshiq egilishda to'sinlarning mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{M_{x \max}}{I_x} y_{\max} + \frac{M_{y \max}}{I_y} x_{\max} \leq \sigma_{adm, t}; \\ \sigma_{\max} &= \frac{M_{x \max}}{I_x} y_{\max} + \frac{M_{y \max}}{I_y} x_{\max} \leq \sigma_{adm, c}. \end{aligned} \right\} \quad (11.23)$$

yoki

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{M_{x \max}}{W_x} + \frac{M_{y \max}}{W_y} \leq \sigma_{adm, t}; \\ \sigma_{\max} &= \frac{M_{x \max}}{W_x} + \frac{M_{y \max}}{W_y} \leq \sigma_{adm, c}. \end{aligned} \right\} \quad (11.24)$$

Bunda

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}; \quad W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}.$$

Yuqorida 11.14-chizmada keltirilgan to'sining mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{b \max} &= \frac{M_{x \max}}{W_x} + \frac{M_{y \max}}{W_y} \leq \sigma_{adm, t}; \\ \sigma_{e \max} &= \frac{M_{x \max}}{W_x} + \frac{M_{y \max}}{W_y} \leq \sigma_{adm, c}. \end{aligned} \right\} \quad (11.25)$$

Qiyshiq egilishda to'sinning bikirlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$v_{\max} = v_{adm}$$

11.4-masala. Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak shaklida bo'lgan yog'och konsol erkin uchiga qo'yilgan F to'plangan kuch vertikal Oy o'q bilan $\alpha = 30^\circ$ burchak ostida ta'sir etadi (11.15-chizma). Me'yoriy kuch miqdori $F = 3\text{ kN}$, ishonchlilik koeffitsienti $\gamma_f = 1,2$, $\ell = 2,2\text{ m}$ deb qabul qilinsin. Yog'och materialning hisobiy qarshiligi $R = 13\text{ MPa}$, elastiklik moduli $E = 10^4\text{ MPa}$, ish sharoitini e'tiborga oluvchi koeffitsienti $\gamma_s = 1$. Konsolning qistirib mahkamlangan kesimi uchun normal kuchlanish epyurasi qurilsin, konsol mustahkamligi tekshirilsin va erkin uchidagi ko'chish aniqlansin.

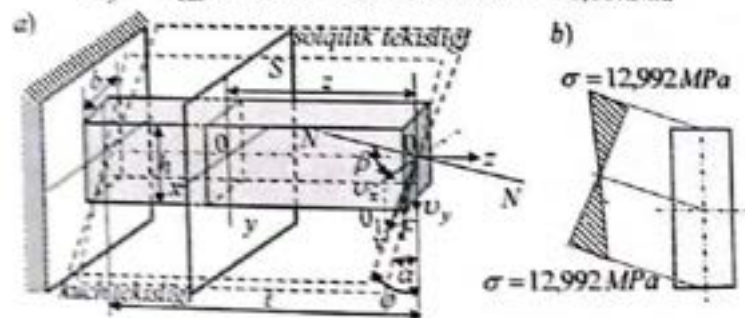
Yechish: Ma'lumki, QMQ bo'yicha konstruksiyani hisoblashda hisobiy yukni, solqilikni aniqlashda esa me'yoriy yuk miqdorini olish lozim.

Qistirib mahkamlangan kesimdagi hisobiy yukni va eguvchi momenti miqdorlarini aniqlaymiz:

$$F_{cal} = F_m \cdot \gamma_f = 3 \cdot 1,2 = 3,6\text{ kN}.$$

$$M_y = -F_{cal} \cdot \ell \cdot \sin \alpha = -3,6 \cdot 2,2 \cdot \sin 30^\circ = -3,96\text{ kNm};$$

$$M_z = -F_{cal} \cdot \ell \cdot \cos \alpha = -3,6 \cdot 2,2 \cdot \cos 30^\circ = -6,86\text{ kNm}.$$



11.15-chizma. Konsolning qiyshiq egilishi.

Bosh o'qlarga nisbatan bosh inersiya momentlari va qarshilik momentlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$I_x = \frac{14 \cdot 22^3}{12} = 12422\text{ sm}^4; \quad I_y = \frac{14^3 \cdot 22}{12} = 5030\text{ sm}^4;$$

$$W_x = \frac{12422}{11} = 1129\text{ sm}^3; \quad W_y = \frac{5030}{7} = 718\text{ sm}^3.$$

Yuqoridagi (11.16) formuladan neytral chiziqli holatini aniqlaymiz:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = -\frac{12422}{5030} \operatorname{tg} 30^\circ = -2,469 + 0,5773 = 1,425; \quad \alpha_0 = 55,94^\circ.$$

Konsolni mustahkamlikka tekshirib ko'ramiz:

$$\sigma = \frac{6,86 \cdot 10^2}{718} + \frac{3,96 \cdot 10^2}{1129} = 1,2992 \frac{\text{kN}}{\text{sm}^2} = 12,992\text{ MPa} < 13\text{ MPa}$$

Demak, konsolning mustahkamligi ta'minlangan.

Konsolning ko'ndalang kesimidagi normal kuchlanish epyurasini

11.15, b)-chizmada kurib keltirilgan.

Konsolning erkin uchidagi ko'chishni aniqlash uchun F kuchni koordinata Ox, Oy o'qlari bo'yicha ikkita $F_x = F \sin \alpha$ va $F_y = F \cos \alpha$ tashkil etuvchilarga ajratamiz, unda bu o'qlar bo'yicha ko'chishlari quyidagiga teng bo'ladi:

$$v_x = \frac{F_x \ell^3}{3EI_y} = \frac{F_m \ell^3}{3EI_y} \sin \alpha = \frac{3 \cdot (220)^3}{3 \cdot 10^3 \cdot 5030} \sin 30^\circ = 1,540\text{ sm};$$

$$v_y = \frac{F_y \ell^3}{3EI_x} = \frac{F_m \ell^3}{3EI_x} \cos \alpha = \frac{3 \cdot (220)^3}{3 \cdot 10^3 \cdot 12422} \cos 30^\circ = 0,7423\text{ sm}.$$

Unda konsol erkin uchining to'la solqiligi (11.20) formuladan aniqlanadi:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(1,540)^2 + (0,7423)^2} = 1,728\text{ sm}.$$

Solqilik yo'nalishini aniqlaymiz (11.20) formuladan foydalanib:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{v_x}{v_y} = \frac{1,540}{0,7423} = 1,425; \quad \varphi = 54,94^\circ.$$

Ushbu ko'chish yo'nalishini ko'rsatuvchi burchak qiymatini neytral chiziqli holatini belgilovchi burchak qiymati bilan solishtirsak, ular bir biriga tengligini ko'ramiz. Demak, ko'chish tekisligi neytral chiziqliqqa perpendikulyar bo'lishiga yana bir bor ishonch hosil qildik.

11.6-§. Bikir brusga bo'ylama kuchning nomarkaziy ta'siri. Normal kuchlanishlarni aniqlash

Binolar va ko'priklar qurilishi amaliyotida markaziy bo'lmagan siqilishga (cho'zilishga) qarshilik ko'rsatuvchi vazmin ustun (brus) masalasini tahlil qilamiz (11.16, a)-chizma).

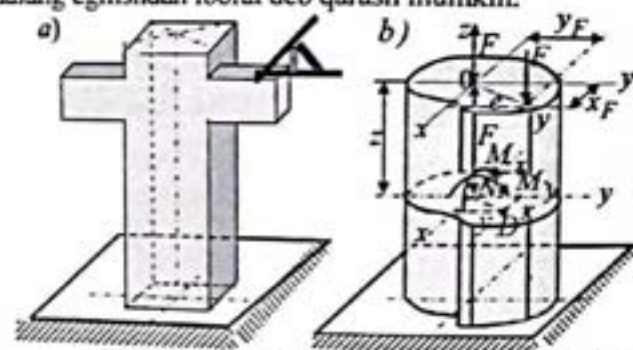
Brusning markaziy bo'lmagan siqilishiga (cho'zilishga) hisoblashda, hosil bo'ladigan qo'shimcha moment, ya'ni sirtqi F kuchning v solqilikka ko'paytmasi e'tiborga olinsa, bunday bruslar egiluvchan bruslar bo'lib, bu masalani kelgusida ustuvorlik bobida

qaraymiz. Agar qo'shimcha moment e'tiborga olinmasa, bunday brus *bikir brus* deb ataladi.

Bikir ustunning bunday kuchlanganlik holatida sirtqi kuchlarni teng ta'sir etuvchisi bo'ylama o'q bilan ustma-ust tushmaydi, ya'ni z o'qiga parallel ravishda ta'sir etib, u kesim og'irlik markazidan biror masofaga siljigan holatda bo'ladi.

Ustun ko'ndalang kesimi yuzasining bosh inersiya o'qlariga nisbatan koordinatalari x_F va y_F bo'lgan biror C nuqtasiga qo'yilgan siquvchi (cho'zuvchi) bo'ylama F kuch ustun o'qiga parallel ravishda ta'sir etsin (11.16, b)-chizma). Koordinata boshidan kuch qo'yilgan nuqtagacha bo'lgan masofa e *ekstsentrisset* deb ataladi. Bo'ylama kuch qo'yilgan C nuqta *qutb* deb ataladi.

Agar siquvchi F kuchni nazariy mexanika qoidalaridan foydalanib, kesim og'irlik markaziga ko'chirsak, unda ustunning ixtiyoriy ko'ndalang kesimda bo'ylama siquvchi (cho'zuvchi) N kuch va eguvchi moment $F \cdot e$ hosil bo'ladi. Demak, markaziy bo'lmagan siqilishni, sof qiyshiq egilish va markaziy siqilishdan (cho'zilishdan) iborat deb qarash mumkin. Sof qiyshiq egilishni o'z navbatida ikkita sof to'g'ri ko'ndalang egilishdan iborat deb qarash mumkin.



11.16-chizma. Nomarkaziy siqilgan ustunlar.

Bo'ylama F kuchdan, ustunning erkin uchidan z masofadagi ko'ndalang kesimda siquvchi kuch N va $0x$ hamda $0y$ o'qlariga nisbatan ikkita eguvchi moment M_x, M_y omillari hosil bo'ladi. Ustunning muvozanat shartlaridan quyidagilarni hosil qilamiz:

$$N = -F; \quad (11.27)$$

$$M_x = -F \cdot y_F; \quad M_y = -F \cdot x_F.$$

Bu formulada qaralayotgan kesimda siquvchi kuchlanish hosil bo'lgani uchun bo'ylama kuch manfiy ishorali, birinchi chorakdan

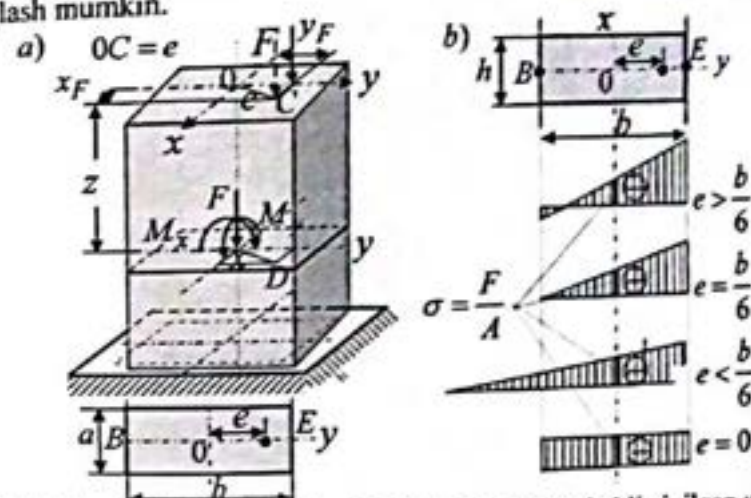
o'tuvchi tolalar siqilgani uchun eguvchi momentlar ishorasi manfiy ishorali olingan.

Ustun erkin uchidan z masofadagi ko'ndalang kesim yuzasi, musbat choragidagi birorta $D(x, y)$ nuqtasida hosil bo'lgan normal kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi (11.16, b)-chizma):

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x. \quad (11.28)$$

Misol sifatida ko'ndalang kesim yuzasi to'g'ri turtburchak bo'lgan siqilgan ustun masalasini qarab chiqamiz (11.17, a)-chizma). Masalani soddalashtirish maqsadida ustun kesimidagi ekstsentrissetlardan birini nolga teng bo'lgan xususiy holdagi markaziy bo'lmagan siqilishga qarshilik ko'rsatuvchi ustunning kuchlanganlik holatini tahlil qilamiz.

11.17, a)-chizmada ko'rsatilganidek, sirtqi siquvchi F kuch $0y$ o'qi ustiga qo'yilgan bo'lsa, unda kuch qo'yilgan koordinatalardan biri $x_F = 0$ bo'lib, ikkinchisi $y_F = e$ ga teng bo'ladi. Unda ustunning siqilishida kuchlanishni, (11.27) va (11.28) formulalardan foydalanib aniqlash mumkin.



11.17-chizma. Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchakli siqilgan ustun.

Ko'ndalang kesimi yuzasi to'g'ri turtburchakli siqilgan ustun kesimning eng chetki tolalaridagi kuchlanishni aniqlash uchun (11.27) va (11.28) formulaga $x_F = 0$; $y_F = e$ qiymatlarni qo'yib, quyidagi formulani hosil qilamiz (11.17, a)-chizma):

$$\sigma = -\frac{F}{A} \mp \frac{M_x}{W_x} = -\frac{F}{A} \mp \frac{F \cdot e}{\left(\frac{hb^2}{6}\right)} = -\frac{F}{A} \left(1 \pm \frac{6 \cdot e}{b}\right) \quad (11.29)$$

Ushbu (11.29) formuladan quyidagilarni xulosa qilib aytish mumkin:

- agar $\frac{6e}{b} = 0$ bo'lsa, unda $e = 0$ bo'lib, ustun ko'ndalang kesimida bir xil miqdorli siquvchi kuchlanish hosil bo'ladi.

- agar $\frac{6e}{b} = 1$ bo'lsa, unda $e = \frac{b}{6}$ bo'lib, ustun ko'ndalang kesimida bir xil ishorali siquvchi kuchlanish hosil bo'lib, ular kesimning cheki nuqtalarida ekstremal qiymatlarga erishadi.

- agar $\frac{6e}{b} < 1$ bo'lsa, unda $e < \frac{b}{6}$ bo'lib, ustun ko'ndalang kesimida bir xil ishorali siquvchi kuchlanish hosil bo'ladi.

- agar $\frac{6e}{b} > 1$ bo'lsa, unda $e > \frac{b}{6}$ bo'lib, kuch qo'yilgan nuqta kesim ichida bo'lganda, neytral chiziq kesimni ikkiga bo'ladi va natijada ustun ko'ndalang kesimida turli xil ishorali kuchlanish hosil bo'ladi.

- eksstentsititet $e < \frac{b}{6}$ bo'lgan xususiy hollar eng optimal xususiy hollar bo'ladi, chunki bunday hollarda kesim yuzasida faqat bir xil ishorali kuchlanish hosil bo'ladi.

Ustunning siqilish holatlariga to'g'ri keluvchi yuqorida keltirilgan holatlar uchun kuchlanishlar epyuralari 11.17, b)-chizmada qurib ko'rsatilgan.

Neytral chiziq holatini aniqlash

Markaziy bo'lmagan siqilishda ustun ko'ndalang kesimida hosil bo'ladigan maksimal kuchlanishni aniqlash uchun neytral chiziq holatini aniqlash lozim bo'ladi.

Normal kuchlanish (11.28) formulasiga (11.27) formuladan eguvchi momentlar ifodalarini qo'yib, uni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\sigma = -\frac{F}{A} - \frac{F \cdot y_F}{I_x} y - \frac{F \cdot x_F}{I_y} x = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{\frac{I_x}{A}} y + \frac{x_F}{\frac{I_y}{A}} x \right] \quad (11.30)$$

Bu ifodaga tegishli inersiya radiuslarining qiymatlarini

$$i_x^2 = \frac{I_x}{A}; i_y^2 = \frac{I_y}{A} \quad (11.31)$$

qo'yib, uni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_x^2} y + \frac{x_F}{i_y^2} x \right] \quad (11.32)$$

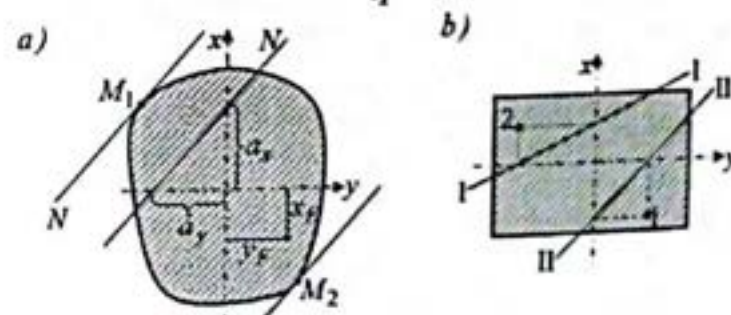
Ma'lumki, neytral chiziq ustida kuchlanishlar doimo nolga teng bo'ladi. Shuning uchun ham neytral chiziq ustidagi nuqtalar koordinatalarini x_N va y_N belgilab (11.32) normal kuchlanishni nolga tenglaymiz. Unda $\frac{F}{A} = 0$ bo'la olmaganligi sababli o'rta qavs ichidagi ifoda nolga teng bo'lishi lozim, ya'ni

$$1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_N + \frac{x_F}{i_y^2} x_N = 0. \quad (11.33)$$

Ushbu (11.33) tenglama kesim og'irlik markazidan o'tmagan to'g'ri chiziq tenglamasidir. Bu tenglamadan neytral chiziqning, $0x$ va $0y$ koordinata o'qlarini kesib o'tadigan kesmalar uzunliklarini topish mumkin. Kesmalar uzunliklarini tegishli a_x va a_y lar bilan belgilaymiz (11.18, a)-chizma).

Sirtqi kuch ustun kesim yuzasining $0y$ koordinata o'qi ustiga qo'yilgan bo'lsa, $x_N = 0$ bo'lib $y_N = a_y$ ga teng bo'ladi. Unda (11.33) neytral chiziq tenglamasi quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$1 + \frac{a_y}{i_x^2} y_F = 0. \quad (11.34)$$



11.18-chizma. Ustunning ko'ndalang yuzasi.

Xuddi shuningdek, $x_N = a_x$, $y_N = 0$ ga teng bo'lsa, neytral chiziq tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$1 + \frac{a_x}{i_y^2} x_F = 0. \quad (11.35)$$

Neytral chiziqlar (11.34) va (11.35) tenglamalardan neytral chiziqning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalari a_x va a_y lar uzunliklarini aniqlaymiz:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F}; \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_F}. \quad (11.36)$$

Agar ustun ko'ndalang kesim yuzasi neytral chizig'ining koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalar uzunliklari a_x va a_y lar ma'lum bo'lsa, kuch qo'yilgan nuqta koordinatalari x_F va y_F lar quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_F = -\frac{i_y^2}{a_x}; \quad y_F = -\frac{i_x^2}{a_y}. \quad (11.37)$$

Bu formulalardan shunday xulosalarga kelish mumkin:

– agar kuch koordinatalari x_F va y_F bo'lgan nuqtaga qo'yilgan bo'lsa, neytral chiziq koordinata o'qlarini a_x va a_y larga teng kesmalarini ajratib kesib o'tadi (11.18, a)-chizma);

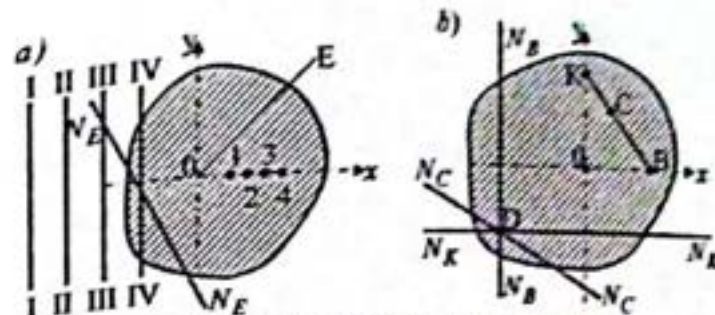
– yuqoridagi formulalardan ko'rinadiki, kuch qo'yilgan nuqta birinchi chorakda yotsa, neytral chiziq unga qarama-qarshi uchinchi chorakdan o'tadi va aksincha (11.18, b)-chizma).

– kuch Oy o'qi ustida yotuvchi nuqtaga qo'yilgan bo'lsa, neytral chiziq Ox koordinata o'qiga parallel bo'lib o'tadi;

– agar kuch qo'yilgan nuqta Ox koordinata o'qi ustida kesim og'irlik markazidan chetki tomoniga siljisa, unda neytral chiziq ham cheksizlikdan Oy koordinata o'qiga parallel ravishda kesim tomon siljiydi (11.19, a)-chizma). Xuddi shuningdek, kuch qo'yilgan nuqta Oy koordinata o'qi bo'yicha siljiganda, neytral chiziq Ox koordinata o'qiga parallel ravishda siljiydi.

– kuch qo'yilgan nuqta koordinata boshidan o'tuvchi bosh inersiya o'qlari ustida yotmagan birorta OE to'g'ri chiziq bo'yicha siljisa, bunda neytral chiziq dastlabki holatiga parallel ravishda siljiydi (11.19, a)-chizma). Haqiqatdan ham (11.36) formuladan quyidagi nisbat kelib chiqadi:

$$\frac{a_y}{a_x} = \left(\frac{i_x}{i_y} \right)^2 \frac{x_F}{y_F} = \left(\frac{i_x}{i_y} \right)^2 \operatorname{tg} \alpha.$$



11.19-chizma. Neytral chiziq holatlari.

– bundan neytral chiziqning og'ish burchagining tangensi $\frac{a_y}{a_x}$ kuch

qo'yilgan nuqta koordinatalariga emas, balki ularning nisbatlariga bog'liq degan xulosa kelib chiqadi;

– agar kuch qo'yilgan nuqta kesim og'irlik markazidan o'tmaydigan biror KB to'g'ri chiziq ustida siljisa, kuch qo'yilgan nuqtaning K va B eng chekka holatlarida neytral chiziqlar tegishli Ox va Oy koordinata o'qlariga parallel ravishda o'tib birorta D nuqtada kesishadi. Demak, kuch qo'yilgan nuqta KB to'g'ri chiziq bo'ylab siljiganda, neytral chiziq D nuqta atrofida aylanar ekan (11.19, b)-chizma).

Kesim neytral chiziqqa parallel qilib kesimning eng uzoqdagi nuqtalariga o'tkazilgan urinmaning urinish nuqtalarida kuchlanish ekstremal qiymatlarga erishadi (11.18, a)-chizma) va ular quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\sigma_{\max/\min} = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_{1,2} + \frac{x_F}{i_y^2} x_{1,2} \right] \quad (11.38)$$

Ustun materiali cho'zilish bilan siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatsa, uning mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_1 + \frac{x_F}{i_y^2} x_1 \right] \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (11.39)$$

Agar ustun materiali cho'zilish va siqilishga turlicha qarshilik ko'rsatsa, cho'zilish va siqilishga alohida-alohida tekshirish lozim bo'ladi:

$$\sigma_{\max} = -\frac{F}{A} \left[1 + \frac{y_F}{i_x^2} y_1 + \frac{x_F}{i_y^2} x_1 \right] \leq \sigma_{\text{adm},t} \quad (11.40)$$

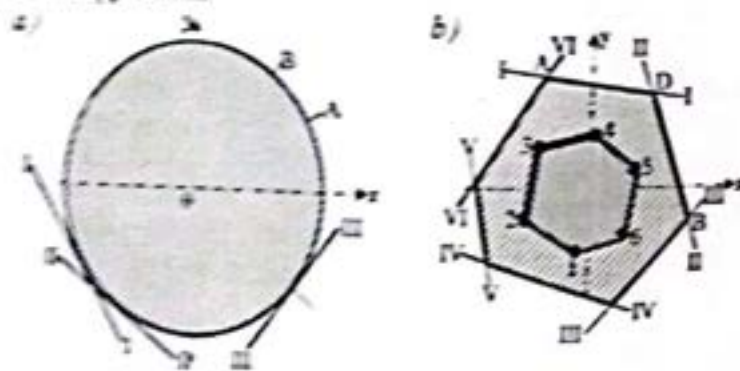
$$e_{\text{m}} = -\frac{F}{k} \left[1 + \frac{F_1}{F} \cdot \eta_1 + \frac{F_2}{F} \cdot \eta_2 \right] S_{\text{dabir}} \quad (11.41)$$

11.25. Kesim yadrosi to'g'risida tushuncha. Kesim yadrosini qurish

Cho'zilishga qarshilik ko'rsatish qobiliyati kichik bo'lgan materiallar (masalan: cho'yan, g'isht, tosh, beton, sopol va boshqalar) ni shilinishda shunga ahamiyat berish kerakki, uning hamma kesimlari faqat siqilishga qarshilik ko'rsatishini ta'minlash kerak. Buning uchun ushbu o'qiga bo'ylama ravishda ta'sir etuvchi siquvchi kuchni kesim markazidan uruqlashtirib kemasligiga harakat qilish kerak, ya'ni eksentrisitetning kamlashishiga yo'l qo'ymaslik kerak.

Ustunga ta'sir etuvchi sirati F kuch qo'yilgan nuqta, uning ko'ndalang yuzasi og'irlik markazidan chiquvchi birorta 0.1 chiziqli bo'yicha siljib, og'irlik markazidan uruqlashtirib, neytral chiziqli cho'zilishdan kesim markazi tomon dastlabki holatiga parallel ravishda siljidi. Kuch ta'sir nuqtasini 0.1 chiziqli bo'yicha siljib, 1-holatga keltirganimizda, neytral chiziqli 1-1 kesim yuziga urinma bo'lib o'tir (11.20, a-chizma). Agar 1-nuqtani kesim markazidan yara uruqlashtirib, unda neytral chiziqli kesimni cho'ziluvchi va siquvchi ikki qismga bo'ladi. Demak, 1-nuqta qandaydir chegar nuqta hisoblanib, kesim yuzasida faqat siquvchi kuchlanish hosil bo'lishini yoki cho'ziluvchi kuchlanish hosil bo'linmasligini ta'minlash uchun kuchni chegar nuqtadan tashqariga qo'yish mumkin emas ekan.

Yuqoridagi amallarni bajarib, 2- va 3- nuqtalar uchun ham II-II va III-III neytral chiziqlar kesim yuzasiga urinma bo'lib o'tirishini ko'rsatish qiyin emas.



11.20-chizma. Ustun ko'ndalang yuzalari.

Ustun kesim yuzasi og'irlik markazidan cheksiz ko'p chiziqlar o'tkazilib, ular ustida chegara nuqtalar aniqlansa, bu nuqtalarning geometrik o'rni kesim yuzasi og'irlik markazi atrofida egri chiziqli kichik bir yopiq sohani hosil qiladi. Kesimning og'irlik markazi atrofida ajratilgan kichik yopiq soha *kesim yadrosi* deb ataladi. Sirtqi kuch kesim yadrosi ichiga qo'yilgan bo'lsa, kesim yuzasining barcha nuqtalarida faqat bir xil ishorali kuchlanish hosil bo'ladi.

Ko'ndalang kesim yadrosini qurish uchun neytral chiziqli kesim yuzasi konturiga bir necha nuqtalarda urinma ravishda o'tkaziladi va urinmaning har bir holati koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalar uzunliklari a_x va a_y tegishli chizmadan o'lchab olinadi.

Kesim bosh o'qlariga nisbatan kesim yadrosining chegaraviy nuqtalari x_{yu} va y_{yu} quyidagi formuladan aniqlanadi va kesim yadrosi chiziladi:

$$x_{\text{yu}} = -\frac{I_y}{a_x}; \quad y_{\text{yu}} = -\frac{I_x}{a_y} \quad (11.42)$$

Misol sifatida amalda ko'p uchraydigan ko'pburchak ko'rinishidagi kesim yuzasi yadrosini qurishni qarab chiqamiz (11.20, b)-chizma). Ko'p burchakning AD tomoniga 1-1 urinmani o'tkazib, chizmadan neytral chiziqli bosh inersiya o'qlaridan ajratgan $a_{x,1}$ va $a_{y,1}$ kesmalar uzunliklarini o'lchab olamiz va kesim yadrosi chegar nuqtasi (ya'ni kuch qo'yilgan nuqta) koordinatalarini (11.42) formuladan aniqlab chizmaga o'lchab qo'yib, birinchi chegar nuqta holati belgilanadi:

$$x_{\text{yu},1} = -\frac{I_y}{a_{x,1}}; \quad y_{\text{yu},1} = -\frac{I_x}{a_{y,1}} \quad (11.43)$$

Xuddi shuningdek, kesim tomonlariga II-II, III-III, IV-IV, V-V va VI-VI urinmalarini o'tkazib, yuqoridagi amallarni bajarib, 2-, 3-, 4-, 5 va 6-chegara nuqtalari holatlari aniqlanadi. Yuqorida kuch qo'yilgan nuqta koordinata boshidan o'tmagan biror to'g'ri chiziqli bo'yicha harakatlanganda, neytral chiziqli bir nuqta atrofida aylanishini (4.19, b)-chizma) ko'rib chiqqan edik. Ko'pburchakning 1-1 holatidagi neytral chiziqli D nuqtasi atrofida aylantirib, II-II holatga o'tkazilsa, chegaraviy nuqta 1-2 kesma bo'yicha harakatlanib, kesim yadrosining bir tomonini hosil qiladi.

Shuningdek, ko'pburchakning barcha burchak nuqtalari atrofida neytral II-II, III-III, IV-IV, V-V va VI-VI chiziqlarni aylantirib,

ularga mos 2-, 3-, 4-, 5-, 6-nuqtalarni aniqlab, ularni o'zaro bir-biri bilan to'g'ri chiziqlar bilan tutashtirib, kesim yadrosini hosil qilamiz.

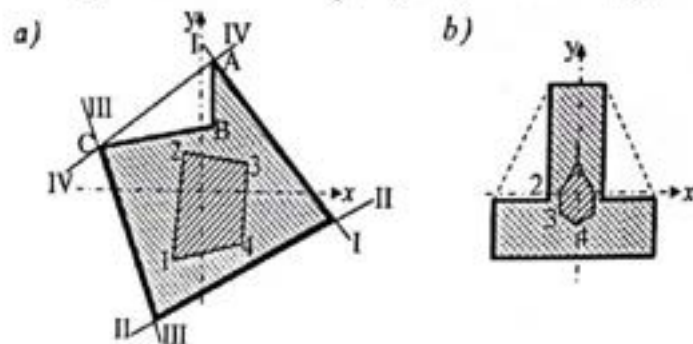
Bu misoldan ko'rinadiki, ko'pburchakning kesim yadrosi ham ko'pburchak bo'lar ekan. Ammo ko'pburchak 11.21, a)-chizmada keltirilgan ko'pburchak ichki B burchakli bo'lsa, kesim yadrosi tomonlari soni bilan kesim yuzasi tomonlari mos kelmaydi. Chunki AB va BC tomonlarga o'tkazilgan neytral chiziqlar kesim yuzasiga urinma emas balki, uni kesib ikki qismga ajratadi.

11.21, b)-chizmada tavr yuzasi uchun kesim yadrosi keltirilgan. Kesim yuzasiga o'tkazilgan urinmalar olti burchakni tashkil qilganligi sababli kesim yadrosi ham olti burchakli bo'lishi ko'rsatilgan.

Amaliyotda juda ko'p ishlatiladigan ustunlar kesimi yuzalari to'g'ri to'rtburchak, qo'shtavr va doira shaklida bo'lganligi sababli ularning kesim yuzasi yadrosini qurishni ko'rib chiqamiz (11.22-chizma).

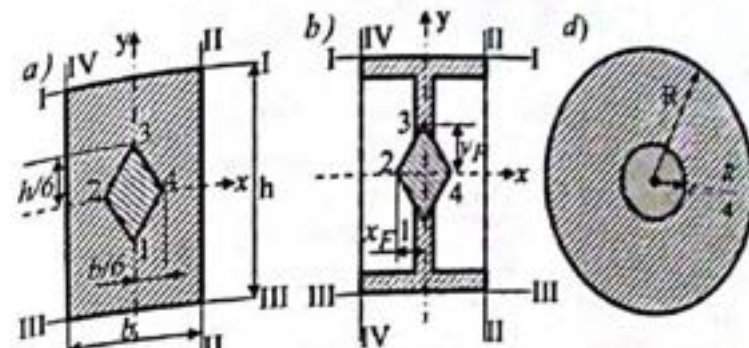
1. To'g'ri to'rtburchak. Balandligi h va eni b bo'lgan to'g'ri to'rtburchak (11.22, a)-chizma) kesim yadrosini qurish masalasini tahlil qilamiz. To'g'ri to'rtburchakning yuqori tomoni bo'yicha o'tkazilgan I-I urinmaning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalar uzunliklari $a_x = \infty$ va $a_y = h/2$ ga teng bo'ladi. Kesim yadrosi birinchi chegara nuqtasining holati mos ravishda quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_{ya,1,3} = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{i_y^2}{\infty} = 0; y_{ya,1,3} = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{i_x^2}{(\pm h/2)} = \mp \frac{2I_x}{hA} = \mp \frac{2bh^3}{12bh^2} = \mp \frac{h}{6}.$$



11.21-chizma. Tavr va ichki burchakli ko'pburchak.

Buni to'g'ri to'rtburchakning o_y o'qi manfiy tomoniga o'lchab qo'yamiz va I nuqtani belgilaymiz.



11.22-chizma. To'g'ri to'rtburchak, qo'shtavr va doira shaklidagi kesimlar.

II-II urinmaning koordinata o'qlaridan ajratgan kesmalar uzunliklari $a_x = b/2$ va $a_y = \infty$ teng bo'ladi. Kesim yadrosi ikkinchi chegara nuqtasining holati mos ravishda quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$x_{ya,2,4} = -\frac{i_y^2}{a_x} = -\frac{i_y^2}{(\pm b/2)} = \mp \frac{2I_y}{bA} = \mp \frac{2hb^3}{12hb^2} = \mp \frac{b}{6}; y_{ya,2,4} = -\frac{i_x^2}{a_y} = -\frac{i_x^2}{\infty} = 0.$$

Buni to'g'ri to'rtburchakning o_x o'qi manfiy tomoniga o'lchab qo'yamiz va 2 nuqtani belgilaymiz.

Kesim yuqorigi tomoniga o'tkazilgan I-I urinmani to'g'ri to'rtburchakning yuqorigi o'ng uchidagi nuqta atrofida aylantirib, II-II holatga o'tkazganda, kuch qo'yilgan 1-nuqta to'g'ri chiziq bo'yicha siljib, 2-holatga o'tadi. Shuningdek, II-II, III-III, IV-IV va I-I urinmalar uchun yuqoridagi amallarni bajarib, 3- va 4-nuqtalar holatlarini aniqlaymiz va 1-, 2-, 3-, 4-nuqtalarni tutashtirib, kesim yadrosini hosil qilamiz.

2. Qo'shtavr. Qo'shtavr kesim yuzasi (11.22, b)-chizma) uchun kesim yadrosini qurish masalasini tahlil qilamiz. To'g'ri to'rtburchak kesimni qarab chiqqanimiz kabi, qo'shtavr uchun ham urinmaning to'rtta holatini ko'rib chiqamiz. Qo'shtavr kesim yuzasi koordinata o'qlariga simmetrik bo'lgani uchun kesim yadrosining ikkita chegara nuqtasini topish yetarlidir. Kesimning o_y o'qida yotuvchi nuqtalar uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$y_{ya,1,3} = \pm \frac{i_x^2}{h/2}. \quad (11.44)$$

Kesimning o_x o'qida yotuvchi nuqtalar uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$x_{y2,4} = \pm \frac{l_y^2}{b/2} \quad (11.45)$$

Koordinata o'qlari ustida yotgan bu nuqtalarning uzunlik miqdori qo'shtavr o'lchamlariga bog'liq. Qo'shtavr profilni ustun kesimi uchun ham kesim yadrosi romb ko'rinishida bo'ladi.

3. *Doira*. Doira shaklidagi kesim yuzasi yadrosini qurishda, uning markazidan o'tuvchi barcha o'qlariga nisbatan simmetrik bo'lganligi sababli kesim yuzasiga o'tkazilgan urinmalarining birini qarash kifoyadir (11.22, d)-chizma). Doiraning markazidan kesim yadrosining chegara nuqtasigacha bo'lgan masofa quyidagiga teng bo'ladi:

$$x_F = y_F = r_y = -\frac{I}{AR} = -\frac{\pi R^4}{4\pi R^2 R} = -\frac{R}{4}.$$

Demak, doiraning kesim yadrosi ham doira bo'lar ekan.

11.8-§. Brusning egilib buralishi. Valni murakkab deformatsiyaga hisoblash

Amalda mashinalarning buralishga ishlovchi qismlari, masalan, turli tirsakli vallar, shuningdek, spiral prujinalar buralish bilan birga egiladi. Elektropoyezd motori vagonlarining, tramvay vagonlarining o'qlari buralish bilan birga egilishga ham qarshilik ko'rsatadi. Garchi buraluvchi vallarga bevosita ko'ndalang kuchlar ta'sir qilmasa ham, ular o'z xususiy og'irligi ta'sirida va shu tufayli aylanish vaqtida hosil bo'ladigan markazdan qochirma inersiya kuchi ta'sirida egiladi. Transmission va tirsakli vallar hamda shesternalar o'matilgan vallar buralish bilan birga egiladi.

Kuchlar ta'sirining mustaqillik prinsipidan foydalanib, doiraviy kesimli valning buralish va egilishidan hosil bo'lgan kuchlanishlarni hisoblaymiz (11.23- chizma).

Zo'rliqish kuchlarining epyuralarini qurib, valning qistirib mahkamlangan kesimi xavfli kesim ekanligini ko'ramiz.

Ma'lumki, to'siblar egilganda ko'ndalang kesimda normal va urinma kuchlanishlar hosil bo'ladi.

Normal kuchlanishning eng katta qiymati $\sigma = \sigma = M/W_x$, kesimdagi chetki to'lalarda, urinma kuchlanishning eng katta qiymati $\tau = \tau = 4Q/3A$ esa neytral qatlamda hosil bo'ladi.

Val buralganda eng katta urinma kuchlanishlar ko'ndalang kesimning chetki nuqtalarida hosil bo'lib, quyidagicha topiladi:

$$\tau = \tau_b = \frac{T}{W_\rho} = \frac{T}{2W_x} \quad (11.46)$$

Yuqorida ko'rib o'tganimizdek, ko'pincha kesuvchi kuch ta'siridan vujudga kelgan urinma kuchlanish τ e'tiborga olinmaydi, balki tosin'ning egilishi faqat M ta'siridan sodir bo'ladi.

Shunday qilib, xavfli kesimdagi A va B nuqtalar eng katta kuchlanishlarga ega (11.23- chizma). Ana shu A nuqtaning kuchlanganlik holatini tekshiramiz (11.24- chizma).

Ko'ndalang kesimning A nuqtasi atrofidan olingan elementning ko'ndalang kesimiga eng katta cho'zuvchi normal kuchlanish $\sigma = M/W_x$ va eng katta urinma kuchlanish $\tau = T/2W_x$ ta'sirida bo'ladi.

Shunday qilib, element tekis kuchlanish holatida bo'lar ekan. Bunday elementlarning bosh kuchlanishlari quyidagicha topiladi.

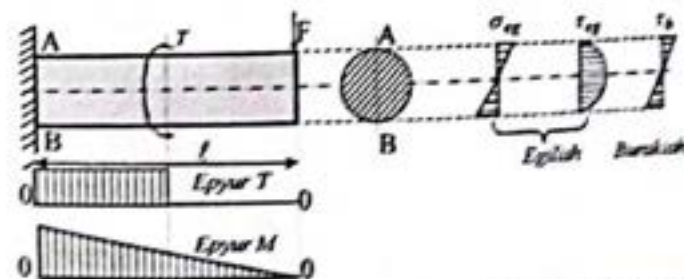
$$\sigma_{1,3} = \sigma_{\max} = 0,5 \sigma \pm 0,5 \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}. \quad (11.47)$$

Vallarning materiali ko'pincha po'lat bo'lganligi tufayli ularning mustahkamligi uchinchi va to'rtinchi mustahkamlik nazariyalaridan foydalanib tekshiriladi:

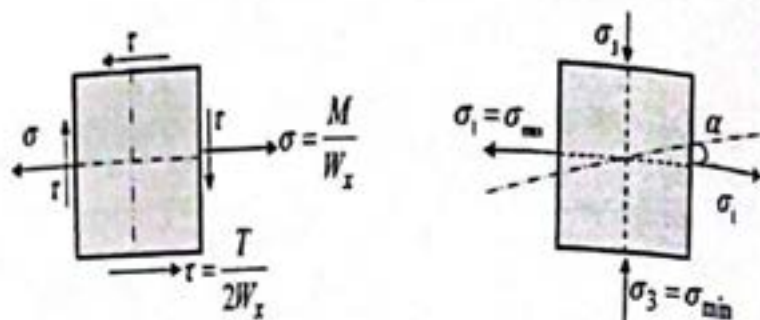
1. Uchinchi mustahkamlik (eng katta urinma kuchlanish) nazariyasi: $\sigma_1 - \sigma_3 \leq \sigma_{adm}$ (11.48)

(4.47) dan σ_1 va σ_3 larning qiymatini bu formulaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq \sigma_{adm}; \text{ yoki } \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W_x} \leq \sigma_{adm}$$



11.23- chizma. Egilish bilan buralishning birgalikdagi ta'siri.



11.24-chizma. Baldan ajratib olingan element.

Valning diametrini topish uchun uning qarshilik momentini aniqlaymiz:

$$W_x \geq \frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{\sigma_{adm}},$$

bu yerda $W_x = \pi d^3/32$ ga teng bo'lib, kesimning qarshilik momentini ifodalaydi.

2. Tekis kuchlanish holati uchun to'rtinchi mustahkamlik nazariyasi bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha bo'ladi:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2} - \sigma_1 \sigma_3 \leq \sigma_{adm}. \quad (11.49)$$

Xuddi yuqorida bajarilgan ishlarni takrorlab, hisob tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{\sqrt{M^2 + 0,75T^2}}{W_x} \leq \sigma_{adm}$$

Bundan kesim diametrini tanlash uchun qarshilik momentini topamiz:

$$W_x \geq \frac{\sqrt{M^2 + 0,75T^2}}{\sigma_{adm}}.$$

11.5-masala. Ko'ndalang kesimi 11.1-jadvalda keltirilgan cho'yandan yasalgan kalta sterjen A nuqtasiga qo'yilgan bo'ylama F kuch ta'sirida siqilganda, quyidagilar aniqlansin:

1. Sterjen ko'ndalang kesimida hosil bo'lgan eng katta cho'zuvchi va eng katta siquvchi kuchlanishlarni, F orqali ifodalab, kesim o'lchamlarini aniqlang.
2. Sterjen materiali uchun $\sigma_{adm,t}$ va $\sigma_{adm,c}$ ruxsat etilgan kuchlanishlarning va o'lchamlarining berilgan (11.2-jadval) qiymatlarida ruxsat etilgan F_{adm} kuchni aniqlang.

11.1-jadval

T/r №	SXEMALAR		
1			
2			
3			
4			
5			

6			
7			
8			
9			
0			
	A	B	D

T/r №	a (sm)	b (sm)	$\sigma_{adm_x} (MPa)$	$\sigma_{adm_y} (MPa)$
1	6	6	110	21
2	2	2	120	22
3	3	3	130	23
4	4	4	140	24
5	5	5	150	25
6	6	6	60	26
7	2	2	70	27
8	3	3	80	28
9	4	4	90	29
0	5	5	100	30
	G	D	G	D

11.2-jadval

Nazorat savollari va topshiriqlar:

1. Qiyshiq egilish deb qanday egilishga aytiladi?
2. Sof qiyshiq egilish va ko'ndalang qiyshiq egilish deb qanday egilishga aytiladi?
3. Doiraviy kesimli to'sinlar qiyshiq egilishi mumkinmi?
4. To'sinning qiyshiq egilishida normal kuchlanish qanday formula bilan ifodalanadi?
5. Qiyshiq egilishida neytral o'q holati qanday aniqlanadi? Tegishli formulani isbotlab bering.
6. To'sinning qiyshiq egilishida xavfli nuqtalari nimani bildiradi va ularning holati qanday aniqlanadi?
7. To'sinning qiyshiq egilishida to'sin o'qining ko'chishi qanday aniqlanadi?
8. Qanday murakkab qarshilik markaziy bo'lmagan siqilish deb ataladi?
9. Markaziy bo'lmagan siqilish va cho'zilishda normal kuchlanish qanday formula bilan ifodalanadi?
10. Markaziy bo'lmagan siqilish va cho'zilishda neytral o'q holati qanday formula bilan ifodalanadi?
11. Markaziy bo'lmagan siqilish va cho'zilishda kesimning og'irlik markazida normal kuchlanish nimaga teng?
12. Markaziy bo'lmagan siqilish va cho'zilishda mustahkamlik sharti ifodasini izohlab bering.
13. Kesim yadrosini izohlab bering

XII BOB. BO'YLAMA EGILISHI

12.1-§. Siqilgan sterjenning ustuvorlik masalasi

Amaliyotda konstruktsiya elementlariga qo'yiladigan mustahkamlik va bükirlik kabi talablardan tashqari, yana eng muhim bo'lgan talablardan biri, ularning ustuvorligini ta'minlash muammosidir.

Nazariy mexanika fanidan ma'lumki, absolyut qattiq jismlarning muvozanat holati uch xil bo'ladi, ya'ni ustuvor, befarq va noustuvor. Misol sifatida vaznli sharikning muvozanat holatlarini keltirish mumkin.

Birinchi hol. Botiq sirtida turgan sharik biroz o'z o'rnidan qo'zg'atilsa, u og'irligi ta'sirida o'zining dastlabki muvozanat holatiga qaytib keladi.

Demak, botiq sirtida turgan sharik muvozanat holati ustuvor bo'lar ekan (12.1, a)-chizma).

Ikkinchi hol. Gorizontall tekislikda turgan sharik biroz o'z o'rnidan qo'zg'atilsa, u o'zining dastlabki muvozanat holatiga qaytib kelmasdan, boshqa joyda turib qoladi. Demak, gorizontall tekislikda turgan sharik muvozanat holati befarq bo'ladi (12.1, b)-chizma).

Uchinchi hol. Sharik qavariq sirtida turgan bo'lsa, biroz o'z o'rnidan qo'zg'atilsa, sirtdan tushib ketadi. Demak, qavariq sirtida turgan sharik muvozanat holati noustuvor bo'ladi (12.1, d)-chizma).



12.1-chizma. Sharik muvozanat holati turlari.

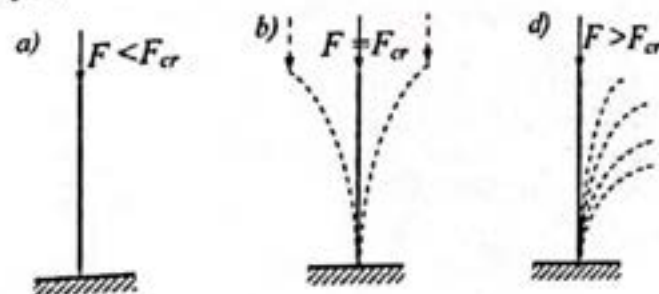
Yuqorida keltirilgan misollardan shuni xulosa qilib aytish mumkin, absolyut qattiq jismlar mexanikasida absolyut qattiq jismlar ustuvorligi unga ta'sir etuvchi kuchga bog'liq emas ekan.

Deformatsiyalanuvchi qattiq jismlar mexanikasida konstruktsiya elementlariga ta'sir etuvchi kuchlarning qiymati ustuvorlikning muvozanat holati turini belgilovchi asosiy omillardan biri hisoblanadi. Konstruktsiya elementlari muvozanat holatining ustuvor bo'lishini ta'minlash uchun ingichka sterjenlar muvozanat holatining buzilish sabablarini o'rganish maqsadida quyidagi misolni ko'rib chiqamiz.

Misol sifatida bir uchi qistirib mahkamlangan, erkin uchi ko'ndalang, kesimi og'irlik markaziga asta-sekin o'suvchi bo'ylama

siquvchi kuch qo'yilgan to'g'ri o'qli ingichka va uzun sterjenning muvozanat holatini qarab chiqamiz (12.2, a)-chizma).

Birinchi hol. Bo'ylama siquvchi kuchning kichik qiymatida, sterjen o'zining to'g'ri chiziqli muvozanat holatida bo'ladi. Unga birorta tasodifiy gorizontall turtki bilan ta'sir etganimizda ham, u bir ozgina egilib qisqa vaqt tebranib, yana o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytadi. Siquvchi kuchni orttirib, nihoyat uni shunday qiymatga yetkazish mumkinki, natijada siqilgan ingichka to'g'ri o'qli sterjen, o'zining to'g'ri chiziqli muvozanat holatini saqlab tura olmaydi, chunki u tasodifiy sabablarga ko'ra biror tomonga egiladi.



12.2-chizma. To'g'ri o'qli siqilgan ingichka sterjenning muvozanat holati.

Qaralayotgan siqilgan sterjenga kichik ko'ndalang turtki bersak, u biroz egilib o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga darhol qaytib keladi. Unda sterjenning to'g'ri chiziqli muvozanat holati *ustuvor holat* deb ataladi.

Ikkinchi hol. Siquvchi kuchning qiymatini sekin-asta oshira borish yo'li bilan shunday bir qiymatini topish mumkin, siquvchi kuchning bu qiymatida ko'ndalang turtki berilmasa ham, sterjen egilib o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytmasdan, egri chiziqli muvozanat holatida ustuvor bo'lib qoladi. Agar sterjen o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytarib keltirilsa, u bu holatida ham ustuvor bo'ladi. Bunda sterjenning muvozanat holati *befarq holat* deb ataladi (12.2, b)-chizma).

Bu misollardan xulosa qilib aytish mumkinki, sterjenning ham to'g'ri chiziqli, ham egri chiziqli muvozanat holati ustuvor bo'lgan vaqtga to'g'ri keluvchi siquvchi kuch *kritik kuch* deb ataladi va u F_{cr} bilan belgilanadi.

Uchinchi hol Siquvchi kuch qiymatini befarq holatga to'g'ri keluvchi kritik kuch qiymatidan biroz orttirilsa, sterjen kana deformatsiya hosil qilib, o'z ustuvorligini yo'qotadi. Siquilgan sterjenning bunday holati *nostuvor holat* deb ataladi (12.2, d)-chizma).

Sterjenlarning siquvchi bo'ylama kuch ta'sirida to'g'ri chiziqli muvozanat holatidagi ustuvorligini yo'qotishi sababli egilishi bo'ylama egilish deb ataladi. Sterjenning egilishi natijasida eguvchi moment hosil bo'ladi. Siquvchi kuchdan hosil bo'lgan kuchlanishga egilishdan hosil bo'lgan kuchlanish qo'shiladi va natijada, sterjenning to'satdan yemirilishiga sabab bo'ladi.

Kritik kuch ta'sirida elastik muvozanat holat ustuvorligini yo'qotish faqat siqilgan sterjenlar uchun xos bo'lib qolmasdan, balki konstruksiyalarning boshqa turdagi halqa, rama, plastinka, qobiq kabi elementlarida ham uchraydi.

Konstruksiya elementlarini ustuvorlikka to'g'ri hisoblashning qanchalik dolzarb vazifa ekanligini quyidagi tarixiy ma'lumotlardan ham ko'rish mumkin. Adabiyotlardan ma'lumki, inshootlarni ustuvorlikka noto'g'ri hisoblash natijasida ular yemirilib, ko'pgina baxtsiz voqealar yuz bergan. Masalan: Shveytsariyaning Menxenshteyn qishlog'idagi ko'priksida 1891-yil may oyida bo'lgan fojia siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka to'g'ri hisoblash naqadar zarur va muhimligini ko'rsatuvchi tarixiy dalildir. Baxtsiz voqea yuz berganda ko'priksidan parovoz o'tib ulgurgan edi, lekin daryoga qulagan vagonlar uni ham tortib ketgan. Natijada 74 kishi vafot etgan va 200 dan ortiq kishi turli jarohatlar olgan.

1907-yilda AQShda Shimoliy Lavrentiya daryosiga qurilgan, bosh ravog'i 549m bo'lgan konsol sistemali katta ko'priksidagi ag'darilib tushgan. Halokat natijasida 74 kishi halok bo'lgan va 9 ming tonna metall konstruksiya butunlay ishdan chiqib suv ostiga cho'kib ketgan.

Kvebek ko'prigini qurishda siqilgan yig'ma sterjenlarning ustuvorlikka noto'g'ri hisoblanishi natijasida ulkan fojiali halokat ro'y bergan. Shuni e'tiborga loyiqlik, bu voqeadan 9 yildan keyin, 1916-yilda o'sha joyda o'sha sxema bo'yicha yangi Kvebek ko'prigini qurish nihoyasiga yetkazildi, baxtga qarshi ikkinchi marta ham ko'priksidagi halokatga uchradi, chunki u vaqtlarda siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka hisoblash nazariyasi mukammal emas edi.

Demak, bo'ylama egilish xavfli bo'lib, unga yo'l qo'yib bo'lmaydi. Bulardan shunday xulosa kelib chiqadiki, sterjenning o'lchamlari shu sterjen materialining tavsiflari va unga ta'sir etuvchi siquvchi kuch va

boshqa omillar orasida shunday munosabatlarni topish lozimki, vki siqilgan sterjenning bo'ylama egilish xavfsizligi ta'minlansin. Shunday qilib, sterjenga qo'yilgan siquvchi kuch kritik kuchdan bir necha marta kichik bo'lishi shart ekan.

Siqilgan sterjenlarning xavfsiz ishlashini ta'minlash uchun ruxsat etilgan kuch kritik kuchdan yetarlicha kichik bo'lishi shart:

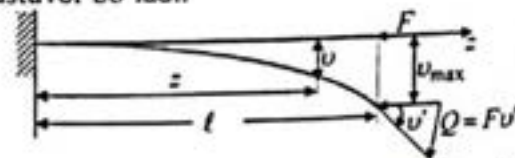
$$F_{adm} = \frac{F_{cr}}{n_{adm}}. \quad (12.1)$$

Bunda F_{adm} — ruxsat etilgan kuch; F_{cr} — kritik kuch; n_{adm} — sterjen bikirligiga bog'liq bo'lib, har xil materiallar har xil qiymatlarni qabul qiluvchi normal ustuvorlikning ehtiyotlik koeffitsienti.

Amaliyotda ustuvorlik uchun n_{adm} ehtiyotlik koeffitsienti, mustahkamlik uchun ehtiyotlik n_{adm} koeffitsientiga nisbatan kattaroq qabul qilinadi.

12.2-§. Siqilgan sterjen ustuvorligining differensial tenglamasi

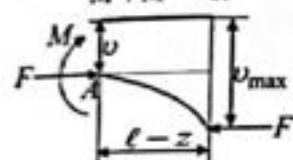
Bir uchi qistirib mahkamlangan ikkinchi erkin uchi ko'ndalang kesimi og'irlik markaziga sekin-asta o'suvchi siquvchi kuch F qo'yilgan to'g'ri o'qli ingichka sterjen muvozanat holatini tekshiramiz (12.3-chizma). Siquvchi kuchning kichik qiymatida, sterjen o'zining to'g'ri chiziqli muvozanat holatini saqlaydi. Kuchning qiymatini asta-sekin orttira borib, nihoyat uni shunday kritik qiymatga yetkazish mumkinki, natijada siqilgan ingichka to'g'ri o'qli sterjen to'g'ri chiziqli muvozanat holatini saqlab tura olmaydi, chunki u tasodifiy sabablarga ko'ra bikirligi kichik tekislikda egiladi. Shuning uchun ham qaralayotgan sterjenga kichik ko'ndalang kuch bilan turki berilsa, sterjen egilib o'zining avvalgi to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga qaytmasdan egri chiziqli muvozanat holatida ustuvor bo'lib qoladi. Agar sterjen o'zining avvalgi to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga keltirilsa, bu holatda ham ustuvor bo'ladi.



12.3-chizma. Bir uchi qistirib mahkamlangan erkin uchi bilan siqilgan sterjenning muvozanat holati.

Ko'chish miqdorini kichik deb qarab siqilgan sterjen uchun ustuvorlik differensial tenglamasini keltirib chiqaramiz. Sterjen ustuvorligini yo'qotishda uning ixtiyoriy kesimidagi solqilgini $u(z)$ bilan belgilaymiz va uning maksimal miqdorini $u_{\max}$ ga teng deb qabul qilamiz (12.4-chizma). Bo'ylama kuch bilan ko'chish o'rtasidagi bog'lanish chiziqli o'zgaradi deb qabul qilamiz.

Fikran, sterjendan uzunligi $\ell - z$ bo'lgan kesib olingan elementning tashqi va ichki kuchlar ta'sirida muvozanatda bo'lishi shartidan foydalanamiz, ya'ni barcha kuchlardan olingan momentlarning algebraik yig'indisini nolga tenglaymiz:

$$M + M^* = 0. \quad (12.2)$$


12.4-chizma. Siqilgan sterjen elementning muvozanat holati.

Bunda bo'ylama F kuchdan olingan sirtqi M^* moment quyidagi miqdorni qabul qiladi:

$$M^* = F(u_{\max} - u). \quad (12.3)$$

Siqilgan sterjenning egilishi natijasida, sterjen ichki kuchidan hosil bo'lgan eguvchi moment M . U sterjen o'qi egriligi bilan

$$\chi = \frac{d^2 u}{dz^2} \quad (12.4)$$

quyidagicha bog'langan:

$$M = -EI_{\min} \chi. \quad (12.5)$$

Bunda $I_{\min}$ sterjen ko'ndalang kesimining eng kichik inersiya momenti m^4 ;

E elastiklik moduli, kN/m^2 ;

$EI_{\min}$ ustuvorlikni yo'qotish holatidagi sterjen ko'ndalang kesimi birkirli, $kN \cdot m^2$.

Yuqoridagi (12.2)-(12.5) ifodalarni e'tiborga olib, sterjen ustuvorligining ikkinchi tartibli differensial tenglamasini hosil qilamiz:

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + k^2 u = k^2 u_{\max}. \quad (12.6)$$

Bu tenglamada quyidagicha belgilash kiritilgan:

$$k^2 = \frac{F}{EI_{\min}}. \quad (12.7)$$

(12.6) tenglama bir jinsli bo'lmagan differensial tenglama bo'lib, uning umumiy yechimi

$$\frac{d^2 u}{dz^2} + k^2 u = 0 \quad (12.8)$$

bir jinsli tenglamaning yechimi va birorta bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimlari yig'indisidan iborat bo'ladi.

Bir jinsli bo'lgan tenglamaning umumiy yechimini quyidagi ko'rinishda izlaymiz:

$$u = e^{\lambda z}. \quad (12.9)$$

Xarakteristik tenglamasidan

$$\lambda^2 + k^2 = 0 \quad (12.10)$$

xarakteristik sonlarni aniqlaymiz:

$$\lambda = \pm ik. \quad (12.11)$$

Unda bir jinsli bo'lmagan tenglamaning umumiy yechimini quyidagicha ifodalaymiz:

$$u = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz + u_{\max}. \quad (12.12)$$

Bunda $u_{\max}$ bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimi;

C_1, C_2 ixtiyoriy o'zgaras koeffitsientlar bo'lib, ular sterjen uchlarning mahkamlanish shartlaridan aniqlanadi.

Amaliyotda uchlari turli xil mahkamlangan sterjenlar ko'p uchraydi. Asosan sterjenlar uchun quyidagi to'rt xil mahkamlanish usullari keng tarqalgan:

1. Ikkala uchi sharnirli mahkamlangan siqilgan sterjenlar.
2. Bir uchi qistirib mahkamlangan, ikkinchi erkin uchi bilan siqilgan sterjenlar;
3. Ikki uchi bilan qistirib mahkamlangan siqilgan sterjenlar.
4. Bir uchi qistirib mahkamlangan, ikkinchi uchi sharnirli mahkamlangan siqilgan sterjenlar.

12.3-§. Uchlari sharnirli mahkamlangan siqilgan sterjen ustuvorligi. Eyler formulasi

Uchlari bilan sharnirli mahkamlangan ko'ndalang kesimi o'zgaras bo'lgan to'g'ri o'qli siqilgan sterjen uchun kritik kuchni aniqlaymiz. Sterjen ko'ndalang kesim yuzasi og'irlik markaziga siquvchi F kuch qo'yilgan va har doim yuklanish vertikal yo'nalishda bo'lsin.

To'g'ri o'qli siqilgan sterjen, siquvchi F kuchining kichik qiymatida to'g'riligicha qoladi va uning ko'ndalang kesimida $\sigma = F/A$ kuchlanish hosil bo'ladi. Siquvchi F kuch birorta aniq qiymatga erishganda, ya'ni kritik qiymatni qabul qilganda, sterjen o'zining kichik bikirlik tekisligida juda kichik egilishi tufayli, egri chiziqli muvozanat holatiga o'tadi (12.5, a)-chizma).

12.5, a)-chizmadan ko'rinib turibdiki, sterjenning oxirgi $z=l$ uchida $v_{\max}=0$ ekanligi va unda (12.6) tenglamaning yechimi (12.12) quyidagicha ifodalanadi:

$$v = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz. \quad (12.13)$$

Differensial (12.8) tenglamani integrallashdan hosil bo'lgan ixtiyoriy C_1 va C_2 o'zgarmas koeffitsientlarning qiymatlarini sterjen uchlarining mahkamlanish shartlaridan, ya'ni chegara shartlaridan foydalanib aniqlaymiz:

1) $z=0$ bo'lgan kesimda, solqilik nolga teng $v(0)=0$, unda (12.13) ifodadan $C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot 1 = 0$ bo'ladi;

2) $z=l$ bo'lgan kesimda, solqilik nolga teng $v(l)=0$, unda (12.13) ifodadan $C_1 \sin kl + C_2 \cos kl = 0$ bo'ladi.

Bu shartlarning birinchisidan $C_2 = 0$ bo'ladi, unda ikkinchi shartdan quyidagi tenglik hosil bo'ladi:

$$C_1 \sin kl = 0. \quad (12.14)$$

Bu tenglik bajarilishi uchun o'zgarmas C_1 koeffitsient nolga teng bo'lishi lozim. Bu holda solqilik $v=0$ bo'lib, sterjenning to'g'ri chiziqli holatiga to'g'ri keladi. Bu esa masalaning qo'yilishiga ziddir. Shuning uchun ham quyidagi shart bajarilishi lozim:

$$\sin kl = 0. \quad (12.15)$$

Bu shartdan, ya'ni trigonometrik tenglamaning yechimi quyidagiga teng bo'ladi:

$$kl = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi. \quad (12.16)$$

Bunda n butun son bo'lib, ($n=1,2,3,\dots$) sinusoidaning yarim to'lqinlari sonini ifodalaydi.

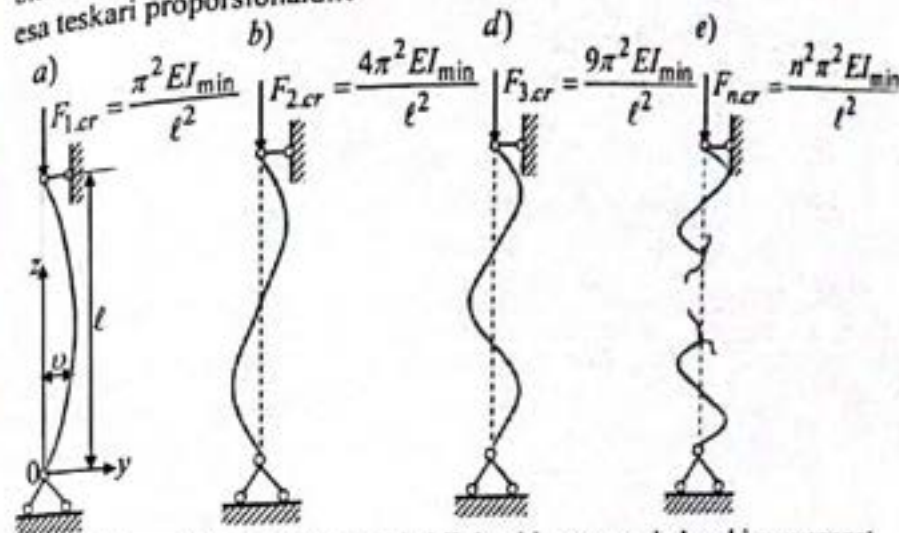
Yuqoridagi (12.16) ifodani (12.7) formulaga qo'yib, undan kritik kuchni aniqlaymiz:

$$F_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI_{\min}}{l^2}. \quad (12.17)$$

Bu kritik kuchning eng kichik qiymati $n=1$ bo'lgan holga to'g'ri keladi.

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{l^2}. \quad (12.18)$$

Bu formula *Eyler formulasi* deyiladi. Bu formula bilan topilgan kuch *Eyler kuchi* deb ataladi. Eyler kuchi, sterjen ko'ndalang kesimi bikirliigi ($EI_{\min}$) ga to'g'ri proporsional, sterjen uzunligi kvadrati l^2 ga esa teskari proporsionaldir.



12.5-chizma. Sterjenning turli kritik kuchlarga mos keluvchi muvozanat holatlari.

Sterjenning $n=1$ kritik kuchga mos keluvchi elastik egri chiziq (12.13) tenglamasiga asosan quyidagicha ifodalanadi:

$$v(z) = C_1 \sin \frac{\pi}{l} z. \quad (12.19)$$

Bu yerda C_1 qiymat aniqsizligicha qoladi. Qaralayotgan masalada $z = \frac{l}{2}$ bo'lsa, $C_1 = v\left(\frac{l}{2}\right)$ sterjen o'rtasidagi maksimal solqilikka teng bo'ladi. Unda solqilik funksiyasi quyidagicha ifodalanadi:

$$v(z) = v\left(\frac{l}{2}\right) \sin \frac{\pi}{l} z. \quad (12.20)$$

Masalada sinusoida yarim to'lqinlari soni $n=2$ va $n=3$ bo'lsa, sterjen ikki (12.5, b)-chizma) va uch yarim to'lqinli sinusoida bo'yicha egiladi (12.5, d)-chizma).

Kritik kuch qiymatlari quyidagi formulalardan aniqlanadi:

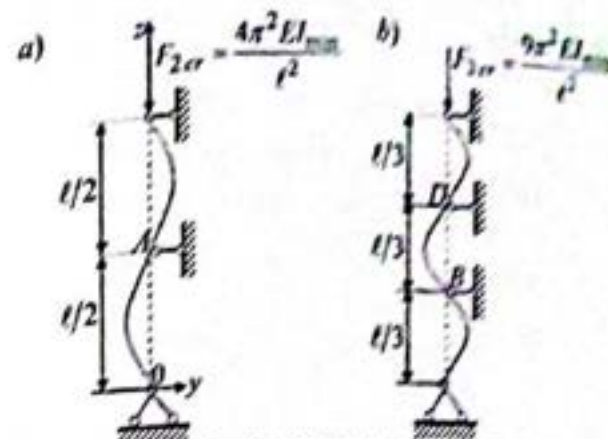
$$\left. \begin{aligned} F_{2,cr} &= \frac{4\pi^2 EI_{min}}{\ell^2}, \quad v(z) = v\left(\frac{\ell}{2}\right) \sin \frac{2\pi z}{\ell}; \\ F_{3,cr} &= \frac{9\pi^2 EI_{min}}{\ell^2}, \quad v(z) = v\left(\frac{\ell}{2}\right) \sin \frac{3\pi z}{\ell}; \\ &\vdots \\ F_{n,cr} &= \frac{n^2 \pi^2 EI_{min}}{\ell^2}, \quad v(z) = v\left(\frac{\ell}{2}\right) \sin \frac{n\pi z}{\ell}. \end{aligned} \right\} \quad (12.21)$$

Sterjenning har bir kritik kuch miqdoriga tegishli bo'lgan muvozanat holati 12.5-chizmada keltirilgan.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, bo'ylama egilishda deformatsiyaning o'sish jarayoni ko'ndalang egilishdagi deformatsiyaning o'sish jarayonidan tubdan farq qiladi. Ko'ndalang egilishda kuchning o'sishi bilan solqilik sekinlik bilan kuchga to'g'ri proporsional ravishda ortib boradi, ya'ni, masalan, kuch ikki marta ortsa, solqilik ham ikki marta ortadi. Bo'ylama egilishda kuch ortsa ham, sterjen dastlab umuman egilmaydi, siquvchi kuch miqdori kritik kuchdan juda ham kichik miqdorga ortishi bilan kutilmaganda solqilikning juda tez o'sishi kuzatiladi. Shunday qilib, bo'ylama egilishda kuch bilan solqilik orasida to'g'ri proporsional bog'lanish bo'lmaydi.

Demak, shuni aytish mumkinki, 12.5, a)-chizmasiga mos keluvchi sterjenning muvozanat holati ustuvor bo'ladi. Sterjenning boshqa barcha holatlari noustuvor bo'ladi (12.5, b)-, d)-, e)-chizmalar). Sterjenlarning muvozanat holatini tiklash uchun har bir sterjenga tegishli A, B, D kesimlariga qo'shimcha tayanchlar qo'yib erishiladi (12.6, a)-, b)-chizma).

12.6-chizmadan ko'rinib turibdiki, ikkinchi $F_{2,cr}$ kritik kuch ta'sir etganda ustuvorlikni yo'qotishda shakli ikkita yarim sinusoida, uchinchi $F_{3,cr}$ kritik kuch ta'sir etganda ustuvorlikni yo'qotishda shakli uchta yarim sinusoida, to'rtinchi kritik kuch ta'sir etganda ustuvorlikni yo'qotishda shakli to'rtta yarim sinusoida bo'yicha ro'y beradi.



12.6-chizma. Sterjenning kritik kuchga mos keluvchi muvozanat holatlari.

12.4-§. Kritik kuchlanish, keltirilgan uzunlik va egiluvchanlik

Ko'ndalang kesimi og'irlik markaziga qo'yilgan bo'ylama kuchdan siqilgan to'g'ri o'qli elastik sterjenga ko'ndalang turtki ta'sir qilmasa, siqilgan sterjen kritik holatida ham o'zining to'g'ri chiziqli muvozanat holatini saqlaydi. Kritik kuch (12.17) ifodasining har ikkala tomonini sterjen ko'ndalang kesimi yuzasi A ga bo'lib, unda kritik kuchlanish uchun quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{A(\mu\ell)^2} = \frac{\pi^2 E}{\frac{A}{I_{min}} (\ell_{red})^2} \quad (12.22)$$

bunda keltirilgan uzunlik ko'effitsienti:

$$\mu = \frac{\ell_{red}}{\ell}. \quad (12.23)$$

keltirilgan yoki erkin uzunlik:

$$\ell_{red} = \mu\ell. \quad (12.24)$$

Sterjenlar erkin uzunligi yoki keltirilgan uzunlik ko'effitsienti tushunchalari 1892 yil F.S.Yasinskiy tomonidan kiritilgan.

Sterjen ko'ndalang kesimi minimal inersiya radiusi quyidagi ifodadan aniqlanadi:

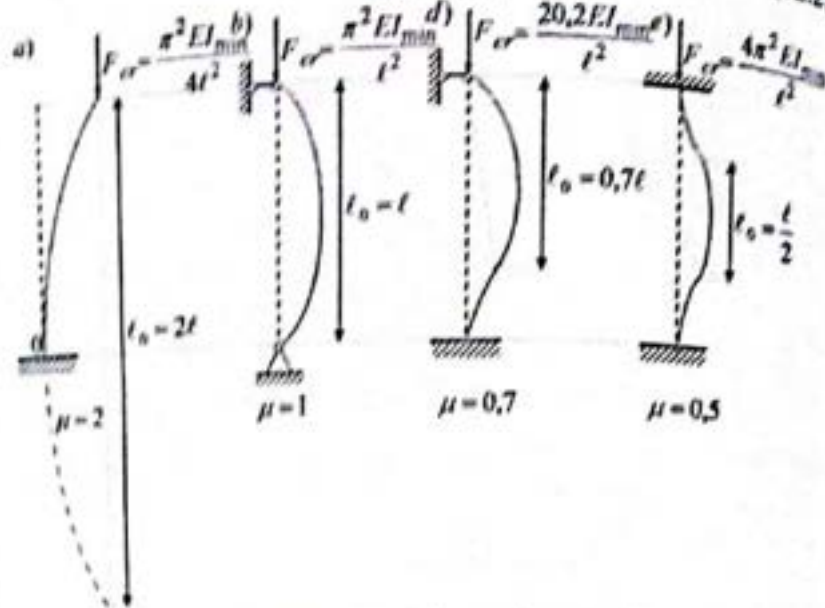
$$\ell_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}. \quad (12.25)$$

Bunda sterjen ko'ndalang kesimi yuzasi sifatida, uning brutto yuzi qabul qilinishi lozim:

$$A = A_{brutto}. \quad (12.26)$$

Sterjenning egiluvchanligi deb ataluvchi birliksiz miqdor quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\lambda = \frac{\mu l}{l_{\min}} = \frac{l_{\text{rest}}}{l_{\min}} \quad (12.27)$$



12.7-chizma. Sterjen uchlarning mahkamlanish usullari.

Kritik kuchlanish (12.22) formulasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(\mu l / l_{\min})^2} \quad (12.28)$$

Sterjen uchlarning mahkamlanish shartlarini, e'tiborga olib har bir mahkamlanish shartlariga tegishli kritik kuch ifodalarini siqilgan sterjenlar uchun umumlashgan (12.17) formuladan, 12.7-chizmada ko'rsatilgandek ifodalash mumkin.

12.5-§. Eyler formulasini tatbiq etish chegarasi

Eyler formulasini keltirib chiqarish elastik sterjenning egri chiziq differensial tenglamasini qo'llashga asoslangan edi. Buni e'tiborga olsak, Eyler formulasidan foydalanish mumkin bo'ladi, agar Guk qonuni o'z kuchiga ega bo'lsa, ya'ni kritik kuchlanish proporsionallik chegarasidan katta bo'lmagan holda:

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} \leq \sigma_{pr} \quad (12.29)$$

Sterjenning egiluvchanligi (12.27) ifodani e'tiborga olib, (12.28) formulani quyidagicha ifodalaymiz:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (12.30)$$

Demak, bundan ko'rinadiki, siqilgan sterjenlarda kritik kuchlanish materialning elastik tavsifi E ga to'g'ri proporsional va sterjen λ egiluvchanligi kvadratiga teskari proporsional ekan.

Yuqoridagi (12.29) shartni e'tiborga olib, kritik (12.30) kuchlanishni proporsionallik chegarasiga tenglab, sterjen egiluvchanligining chegaraviy qiymatini aniqlaymiz:

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}} \quad (12.31)$$

Bu tengsizlikning o'ng tomoni Eyler formulasidan foydalanish mumkin bo'lgan sterjen egiluvchanligining eng kichik miqdorini ifodalaydi va u chegaraviy egiluvchanlik deb atalib, quyidagicha ifodalanadi:

$$\lambda_{\lim} \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{pr}}} \quad (12.32)$$

Chegaraviy egiluvchanlik faqat materialning fizik-mexanik xossalriga: sterjen elastiklik moduli va proporsionallik chegarasiga bog'liq.

Eyler formulasini tatbiq etish chegarasi (12.31)ni (12.32) ifodani e'tiborga olib, quyidagicha ifodalanadi:

$$\lambda \geq \lambda_{\lim} \quad (12.33)$$

Shunday qilib, siqilgan sterjen kritik kuchini aniqlashda agar uning egiluvchanligi chegaraviy egiluvchanligidan katta bo'lsa, Eyler formulasini tatbiq qilish mumkin. Demak, $\lambda \geq \lambda_{\lim}$ bo'lsa, kritik kuchni aniqlashda Eyler formulasidan foydalanamiz, lekin $\lambda < \lambda_{\lim}$ bo'lsa, Eyler formulasini amalda tatbiq qilib bo'lmaydi.

Siqilgan sterjen materiali po'lat 3 elastiklik moduli $E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ N/sm}^2$, proporsionallik chegarasi $\sigma_{pr} = 20000 \text{ N/sm}^2$, $\pi^2 = (3,14)^2 \approx 10$ bo'lsa, Eyler formulasini tatbiq qilish mumkin bo'lgan chegarani (12.32) formuladan aniqlaymiz:

$$\lambda_{\lim} \geq \sqrt{\frac{10 \cdot 2,1 \cdot 10^7}{20000}} = 100.$$

Xuddi shuningdek, boshqa materiallardan yasalgan sterjenlar uchun ham Eyer formulasini tatbiq qilish chegaralari aniqlangan va u 12.1-jadvalda keltirilgan.

Buni grafikda ham tasvirlash mumkin, koordinata o'qiga proporsionallik chegarasi σ_{pr} qiymatini qo'yib, absissa o'qiga parallel to'g'ri chiziq o'tkazsak, u Eyer giperbolasi bilan absissasi λ_{um} bo'lgan m nuqtada kesishadi.

			12.1-jadval	
T/r №	Materiallar	λ_{um}	a	b
			MPa	
1	Po'lat 2, 3	100	310	1,14
2	Po'lat 5	100	464	3,26
3	Po'lat 40	90	321	1,16
4	Kremiyli po'lat	100	589	3,82
5	Yog'och (sosna)	110	29,3	0,194
6	Cho'yan	80	776	12,00

Chizmada m nuqtadan chapda Eyer giperbolasi uzlukli chiziq bilan chizilgan qismida kuchlanishning miqdori proporsionallik chegarasidan oshib ketadi, bu esa Eyer formulasini tatbiq etish shartidan foydalanib bo'lmashligini ko'rsatadi (12.8-chizma).

O'tkazilgan barcha tajribalar shuni ko'rsatadiki, kalta sterjenlar egiluvchanligi $\lambda = 30-40$ bo'lganda yuk ko'tarish qobiliyatini yo'qotadi, to'g'ri chiziqli ustuvorlik holatining buzilishi tufayli emas, balki siqilishda material mustahkamligining buzilishi uning uchun xavfli bo'lgan σ_{um} kuchlanishga yetganda (plastic $\sigma_{um} = \sigma_p$, mo'rt $\sigma_{um} = \sigma_c$, materiallar uchun) bo'ladi.

Elastiklik chegarasidan keyin kritik kuchlanishni aniqlash uchun Tetmayer-Yasinskiylar tomonidan quyidagi empirik formula taklif qilingan:

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda. \quad (12.34)$$

Bu ifodada a va b materiallarning xossasiga bog'liq koeffitsientlar bo'lib, ular tajribalar asosida aniqlanadi. Ba'zi bir materiallar uchun a va b materiallarning xossasiga bog'liq bo'lgan koeffitsientlar quyidagi 12.1-jadvalda keltirilgan.

Cho'yan sterjenlarning siqilishida kritik kuchlanish quyidagi formula bilan ifodalanadi:

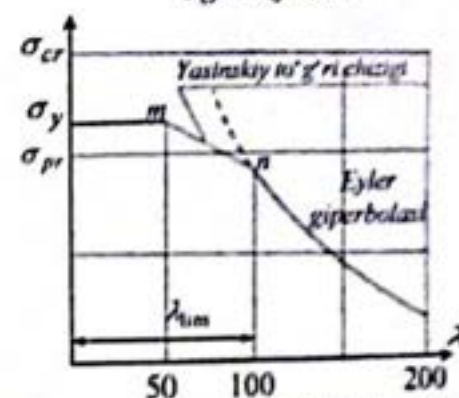
$$\sigma_{cr} = a - b\lambda + c\lambda^2. \quad (12.35)$$

Po'lat 3 materiali uchun kritik kuchlanishning egiluvchanlikka bog'liqligini ifodalovchi to'liq grafik keltirilgan (12.8-chizma).

Sterjenning o'rtacha egiluvchanlik $100 \leq \lambda \leq 200$ sohasida Eyer giperbolasi chizilgan. O'rtacha egiluvchanlikka ega bo'lganda, ya'ni $40 \leq \lambda \leq 100$ oralig'ida bo'lgan sohada, (12.34) ifoda asosida kritik kuchlanish bilan egiluvchanlik orasidagi bog'lanish grafigi Yasinskiy to'g'ri chizig'ini tasvirlaydi. Bu sohada sterjen elastik-plastik deformatsiyalanib, ustuvorligini yo'qotadi. Egiluvchanlik $\lambda \leq 40$ bo'lganda sohada kritik kuchlanish bilan egiluvchanlik orasidagi bog'lanish grafigi gorizontol to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Bu sohada oddiy siqilish bo'lib, xavfli holati siquvchi kuchlanish oquvchanlik chegarasiga tenglashganda hosil bo'ladi.

Kritik kuchlanish bilan egiluvchanlik orasidagi bog'lanish grafigining o'tish m va n nuqtalarida keskin sinish bo'lmashligi uchun chiziqli bo'lmagan sohada kritik kuchlanish parabola qonuni bo'yicha o'zgaruvchi Djonsonning empirik formulasidan foydalanish lozim.

$$\sigma_{cr} = \sigma_0 - \alpha \lambda^2. \quad (12.36)$$



12.8-chizma. Kritik kuchlanish bilan egiluvchanlik orasidagi bog'lanish grafigi.

Bunda $\lambda = 0$ bo'lsa, $\sigma_{cr} = \sigma_0$ bo'ladi, $\lambda = \lambda_{um}$ bo'lsa, $\sigma_{cr} = \sigma_{pr}$ bo'ladi. Unda α koeffitsient Djonson parabolasini silliq tutashish shartidan tanlanadi. Oquvchanlik chegarasi $\sigma_y = 28000 \text{ N/mm}^2$ bo'lgan qurilish po'lat materiali uchun $\alpha = 0,09$ ga teng bo'ladi.

Egiluvchanlik $0 \leq \lambda \leq \lambda_{lim}$ chegarada bo'lganda, elastik-plastik sohada deformatsiyalanib, ustuvorlikni yo'qotadi. Bu masala nazariy va tajriba yo'li bilan tekshirib hal qilinadi.

12.6-§. Elastik-plastik sohada ustuvorlikni nazariy tekshirish. Yasinskiy-Karman kritik kuchi

Eyler formulasi bilan aniqlanuvchi kritik kuch yillar davomida tajribalar asosida tekshirib ko'rilgan, natijada shunday xulosaga kelinganki, tajribaga nisbatan Eyler formulasi juda ham ortiqcha natijalar beradi. Lekin keyinchalik, bu tajribalar sterjen egiluvchanligi chegaraviy qiymatidan kichik $\lambda \leq \lambda_{lim}$ bo'lganda, ya'ni material proporsionallik chegarasidan keyin o'tkazilgani ma'lum bo'ldi. Siqilgan sterjen λ egiluvchanligini material proporsionallik chegarasidan oshmagan sohada qiymati olinganda, nazariy natijalar, ya'ni Eyler kuchi tajriba natijalari bilan mos kelishi aniqlangan.

Shunday qilib, elastiklik chegarasidan keyin kritik kuchni nazariy yo'l bilan aniqlash muammosi tug'ildi.

Siqilgan sterjenlarda kritik kuchlanish material proporsionallik chegarasidan oshganda ustuvorlik masalasi nazariy yechimini birinchi bo'lib 1889 yil F.Engesser aniqladi. Ya'ni F.Engesser tomonidan shunday fikr yuritildiki, Eyler formulasidagi elastiklik modulini urinma modul bilan almashtirishi mumkin degan taklif kiritildi. F.Engesser quyidagi formulani taklif etgan:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E_1}{\lambda^2} \quad (12.37)$$

Bu yerda E_1 o'zgaruvchi elastiklik moduli bo'lib, elastiklik chegarasidan keyin siqilish diagrammasi egri chizig'iga o'tkazilgan urinmaning tangensi bilan aniqlanadi. Urinma modul $E_1 = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon}$ diagrammaning ko'rinishiga hamda ustuvorlikni yo'qotish vaqtidagi kritik kuchlanish miqdoriga bog'liq.

Bu usul bilan hisoblab topilgan yuk *urinma modul nazariyasi* deb ataldi.

Ammo elastiklik modulini urinma modul bilan almashtirish nazariy jihatdan asoslanmaganligi uchun F.Engesser tomonidan kashf qilingan (12.37) formulaning noto'g'ri ekanligini professor F.Yasinskiy ko'rsatib, u ustuvorlikni yo'qotish vaqtida va sterjen o'qining egilishida

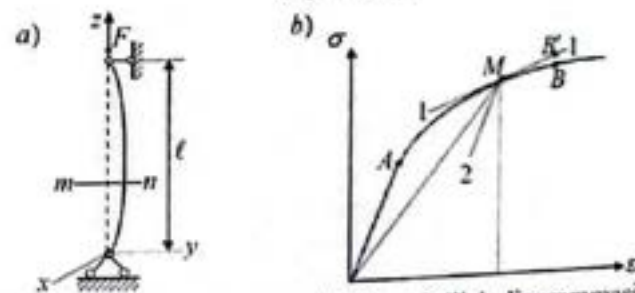
nafaqat siquvchi kuchlanish, balki qo'shimcha cho'zuvchi kuchlanish ham hosil bo'lishini e'tiborga olmaganligini ham ko'rsatadi.

F.Yasinskiy o'z e'tirozini e'tiborga olib, 1894-yil bir-biriga bog'liq bo'lmagan holda 1909-yil T.Karman bilan urinma modul o'rniga keltirilgan modulni E_{red} kiritdi.

Ustuvorlikka egiluvchanligi chegaraviy qiymatidan kichik $\lambda \leq \lambda_{lim}$ bo'lganda proporsionallik chegarasida hisoblash o'z kuchini yo'qotadi, chunki bu holda ustuvorlikni yo'qotguncha siquvchi kuch sterjenida plastik deformatsiya hosil qiladi, ustuvorlikni yo'qotish jarayoniga o'z hissasini qo'shadi, to'g'ri chiziqli holatdan egri chiziqli muvozanat holatga o'tadi. Masalani elastiklik chegarasidan keyin yechish tubdan farq qiladi, chunki sterjen ustuvorlikni yo'qotish jarayonida siquvchi kuch doimiy va o'zgaruvchi (ortuvchi yoki kamayuvchi) bo'ladi. Kritik kuch Yasinskiy-Karman nazariyasi bo'yicha $F = const$ o'zgarmas deb faraz qilib izlanadi. Faraz qilaylik, to'g'ri o'qli siqilgan sterjen deformatsiyasi elastiklik chegarasidan tashqariga chiqdi va kuchning $F = F_{cr}$ qiymatida dastlabki to'g'ri chiziqli muvozanat holatiga juda ham yaqin bo'lgan egilgan muvozanat holati shakllari mavjud bo'lish imkoniyati tug'iladi (12.9, a)-chizma).

Elastiklik chegarasidan keyin materiallar ustida o'tkazilgan tajribalar shuni ko'rsatadiki, yukning ortishi aktiv jarayon bo'lib, materialning holatini belgilovchi M nuqta $\sigma - \varepsilon$ diagrammasidagi B nuqtaga qarab siljiydi (12.9, b)-chizma). Agar yuksizlantirilsa, unda yuksizlanish jarayonida materialning holatini belgilovchi M nuqta $M2$ to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi $0.4 | M2$. Shunday qilib, o'suvchi deformatsiyada:

$$\Delta \sigma_1 = E_1 \Delta \varepsilon. \quad (12.38)$$



12.9-chizma. Sterjen materialining siqilish diagrammasi.

Kamayuvchi deformatsiyada:

$$\Delta\sigma_2 = E_2\Delta\varepsilon.$$

Bunda $E_1 = E_2$ sterjen kesimining botiq yuklanish qismidagi (12.39) moduli;

E_2 sterjen kesimining qavariq yuksizlanish qismidagi elastiklik moduli;

$\Delta\varepsilon$ deformatsiyaning kichik orttirmasi.

Bo'ylama siqilgan sterjenda kuchlanish va deformatsiya manfiy bo'ladi. Egilgan sterjen muvozanat holatini qaraymiz (12.9, a)-chizma) botiq tomonida deformatsiya o'sishi ro'y beradi, ya'ni $\Delta\varepsilon < 0$ deformatsiya M nuqtada $\varepsilon_M < 0$ bo'lgani uchun, qavariq tomonida esa $\Delta\varepsilon > 0$ bo'ladi (12.9, a)-chizma). Ko'ndalang kesim ikki: yuklanish va yuksizlanish qismlariga bo'linadi.

Tekis kesim gipotezasi asosida deformatsiyaning kichik orttirmalari botiq va qavariq qismlari uchun quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$\Delta\varepsilon = -\frac{d^2v}{dz^2} y_1. \quad (12.40)$$

Kuchlanishlar epyurasining kesim balandligi bo'yicha o'zgarish qonuni 12.10-chizmada ko'rsatilgan yuklanish va yuksizlanish qismlarida elastiklik moduli turlicha bo'lgani uchun kuchlanish epyurasida sinish ro'y beradi. Siqilgan va cho'zilgan sohalaridagi kuchlanishlar mos ravishda quyidagilarga teng bo'ladi, ya'ni

$$\sigma_2 = \sigma_M - E_2 \frac{d^2v}{dz^2} y_2; \quad \sigma_1 = \sigma_M - E_1 \frac{d^2v}{dz^2} y_1. \quad (12.41)$$

Bo'ylama kuchlarning muvozanat tenglamasi:

$$F + \int_A \sigma dA = 0; \text{ yoki } F + \sigma_M A - \frac{d^2v}{dz^2} (E_2 S_2 + E_1 S_1) = 0. \quad (12.42)$$

Bunda S , mos ravishda $a-a$ o'qqa nisbatan A , yuzaning statik momenti.

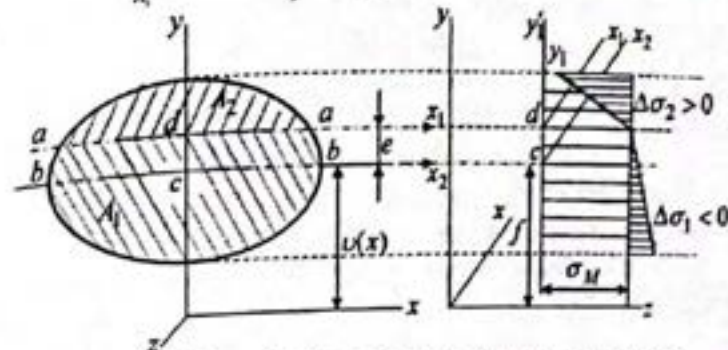
Dastlabki muvozanat holat uchun $F + \sigma_M A = 0$ bo'lganligi sababli

$$(E_2 S_2 + E_1 S_1) = 0, \quad (12.43)$$

ga teng bo'lishi shart.

Koordinata $0z$ o'qiga parallel bo'lgan, $b-b$ chiziq bo'ylab ko'ndalang kesim og'irlik markazidan o'tuvchi Cx_2 o'qni o'tkazamiz. Bu o'qqa nisbatan markaziy bo'lmagan kuchlarning eguvchi momenti quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_{x_1} = \int_A \sigma(y_1 + e) dA = -\frac{d^2v}{dz^2} \left\{ E_2 \int_A y_1(y_1 + e) dA + E_1 \int_A y_1(y_1 + e) dA \right\} = -\frac{d^2v}{dz^2} \{ E_2 I_2 + E_1 I_1 + e(E_2 S_2 + E_1 S_1) \}. \quad (12.44)$$



12.10-chizma. Sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi.

Yuqoridagi (12.43) shartni e'tiborga olsak, eguvchi moment ifodasi quyidagiga teng bo'ladi:

$$M_{x_1} = -(E_2 I_2 + E_1 I_1) \frac{d^2v}{dz^2}. \quad (12.45)$$

Bunda A_1 yuzaning inersiya momenti I_1 , A_2 yuzaning $0x_1$ o'qiga yoki aa o'qiga nisbatan inersiya momenti I_2 .

Moment ifodasi (12.45)ni e'tiborga olsak, sterjen egilgan o'q differensial tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$(E_2 I_2 + E_1 I_1) \frac{d^4v}{dz^4} - F \frac{d^2v}{dz^2} = 0.$$

yoki

$$\frac{d^4v}{dz^4} - \frac{F}{E_{red} I_z} \frac{d^2v}{dz^2} = 0. \quad (12.46)$$

Bunda

$$E_{red} = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{I}, \quad (12.47)$$

Ushbu (12.47) munosabatga keltirilgan elastiklik moduli deb ataladi.

I_1 sterjen botiq yuklanish qismidagi kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti;

I_2 sterjen qavariq yuksizlanish qismidagi kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti;

I sterjen kesim yuzining neytral o'qqa nisbatan inersiya momenti.

Yuqorida keltirilgan formuladagi modullar E_1 va E_2 bir biridan farq qilganligi uchun yuklanish va yuksizlanish qismlarini ajratuvchi neytral o'q kesim og'irlik markazidan o'tmaydi. Neytral o'qning holati sterjen kesimi shakliga va kritik kuchlanish miqdoriga bog'liq. Ko'ndalang kesimi turli shaklda bo'lgan siqilgan sterjenlar uchun (12.47) keltirilgan elastiklik moduli turlicha bo'ladi.

Ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchak bo'lgan kesim uchun keltirilgan modul ifodasi tekis kesim gipotezasi asosida (12.47) formuladan keltirib chiqarishi mumkin (12.11-chizma). (12.43) shartidagi S_1 va S_2 mos yuzalarning neytral o'qqa nisbatan statik momentlarini bildiradi, shuning uchun quyidagini yoza olamiz:

$$S_{red} = \left(\frac{E_2}{E_1} S_2 + S_1 \right) = 0. \quad (12.48)$$

Siqilgan va cho'zilgan qismlarining statik momentlari mos ravishda quyidagilarga teng bo'ladi:

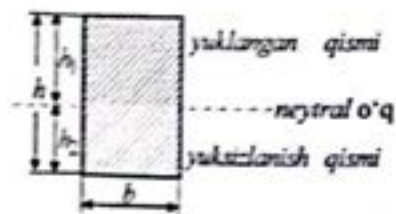
$$S_1 = \frac{bh_1^2}{2}; \quad S_2 = \frac{bh_2^2}{2}. \quad (12.49)$$

Keltirilgan statik moment (12.48) nolga tengligidan, ya'ni:

$$S_{red} = \frac{bh_1^2}{2} - \frac{E_2}{E_1} \frac{bh_2^2}{2} = 0, \quad (12.50)$$

yoki

$$h_1 \sqrt{E_1} = h_2 \sqrt{E_2}. \quad (12.51)$$



12.11-chizma. To'g'ri to'rtburchakli ko'ndalang kesimi.

Balandliklar orasida $h_2 = h - h_1$ bog'lanish bo'lganligi sababli yuqoridagi (12.51) tenglikdan h_1 balandlikni quyidagi formula orqali

ifodalash mumkin:

$$h_1 = \frac{\sqrt{E_2}}{\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2}} h, \quad h_2 = \frac{\sqrt{E_1}}{\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2}} h \quad (12.52)$$

To'g'ri to'rtburchakli kesim uchun keltirilgan elastiklik moduli (12.47)dan aniqlaymiz:

$$E_{red} = \frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{I} = E_1 \frac{bh_1^3/3}{bh^3/12} + E_2 \frac{bh_2^3/3}{bh^3/12} = 4 \left[E_1 \left(\frac{h_1}{h} \right)^3 + E_2 \left(\frac{h_2}{h} \right)^3 \right] \quad (12.53)$$

Bu ifodadagi (12.52) ni keltirib, qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$E_{red} = \frac{4E_1 E_2}{(\sqrt{E_1} + \sqrt{E_2})^2}. \quad (12.54)$$

Bu (12.54) formulalardan ko'rinadiki, agar $E_1 = E_2 = E$ bo'lsa, keltirilgan modul $E_{red} = E$ bo'ladi.

Keltirilgan modulning E_{red} izlanayotgan kritik kuchlanishga bog'liq bo'lgani uchun hisoblash ishlari katta qiyinchiliklar tug'diradi.

Engesserning urinma modul nazariyasi bu davrga kelib xato deb hisoblandi. Lekin nazariya bilan tajriba orasidagi farq yangi nazariya foydasiga emas, balki tajribalar natijasi sistematik ravishda keltirilgan modul nazariyasiga nisbatan kritik kuchning kichik miqdorini berishini tasdiqlab, urinma modul nazariyasi bilan mos kelishini ko'rsatadi.

Engesser-Karman formulalari amaliyotda hisoblash ishlarida qo'llanilmadi, chunki u tajribalarda olingan natijalarga qaraganda katta natijalarni berdi.

12.7-§. Engesser-Shenli kritik kuchi

Kritik kuch Yasinskiy-Karman nazariyasi bo'yicha siquvchi kuchni $F = const$ o'zgarmas deb faraz qilib kritik kuch aniqlangan. Elastiklik chegarasidan keyin ustuvorlik nazariyasining keyingi rivojlanishi 1946-yil Shenli ishlarida o'z aksini topdi. Shenli o'z fikrini real sharoitda ustuvorlikni yo'qotish yukning o'sishi ($F=0$ dan $F=F_r$ ga o'sishi) bilan ro'y berishiga qaratdi. Siquvchi kritik kuch qiymati ustuvorlikni yo'qotishning boshlang'ich holatiga to'g'ri keladi, chunki ustuvorlikni yo'qotish jarayonida siquvchi kuch ΔF_r qiymatga ortadi. Sterjen og'ish vaqtida ikkita yuklanish va yuksizlanish sohalari paydo bo'ladi. Yuksizlanish sohasining chuqurligi sterjenning cheksiz kichik egilish jarayonida ko'ndalang kesimda hosil bo'ladigan ΔM eguvchi moment bilan egilishga sababchi bo'lgan kuchning ΔF_r ortirmasiga bog'liq

bo'ladi (12.12-chizma). Ko'ndalang kesimda hosil bo'lgan ΔM eguvchi moment yuksizlanish sohasining hosil bo'lishiga yordam bersa, kuch ΔF_r o'tirtirishi bunga to'sqinlik qiladi.

Yasinskiy-Karman nazariyasi sterjen og'ish paytida siquvchi kuch o'zgarmasdan, ya'ni ΔF_r bo'lgan holga mos keladi (12.12, b)-chizma).

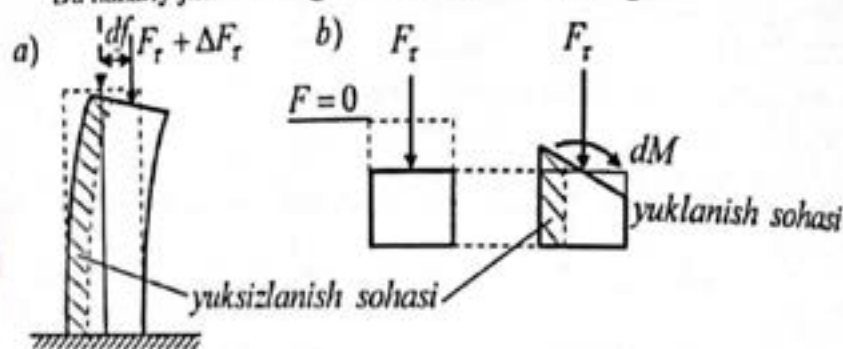
Shenli shunday xulosaga keldiki, siqilgan sterjenning ko'ndalang kesimida yuklanish bo'lishi lozim, ya'ni:

$$\Delta \sigma = E_r \Delta \epsilon. \quad (12.55)$$

Bu holda masalaning yechimi Eyler yechimidan rasman farq qilmaydi, unda quyidagi formulaga kelaymiz:

$$F_{cr,sh} = \frac{\pi^2 E_r I_{min}}{l^2}. \quad (12.56)$$

Bu nazariy jihatdan Engesser tomonidan asoslangan.



12.12-chizma. Siqilgan sterjen yuksizlanish sohasi.

Egiluvchanligi $\lambda \geq \lambda_{lim}$ bo'lgan sohada quyidagi bog'lanish to'g'ri:

$$\sigma_{cr,sh} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \quad (12.57)$$

Kuchlanish bilan egiluvchanlik kvadrati orasidagi munosabat koordinata o'qlarida giperboladir, bu Eyler giperbolasi deb atalishi ma'lum.

Egiluvchanligi chegaraviy qiymatidan katta $\lambda \geq \lambda_{lim}$ bo'lgan sohada Yasinskiy-Karman va Engesser-Shenli formulalari bilan olingan natijalar Eyler giperbolasidan pastda joylashadi, bunda:

$$F_{cr,sh} < F_{cr,yuk} < F_{cr,yok} \text{ yoki } \sigma_{cr,sh} < \sigma_{cr,yuk} < \sigma_{cr,yok}. \quad (12.58)$$

Shenlining bu ishlarida puxtalik bilan qo'yilgan tajribalar natijasida siqilgan sterjenning egilishi urinma modul yukida boshlanishini aniqladi. Buni yangi postulat sifatida qabul qilib, muallif sterjenni kritik holatidan

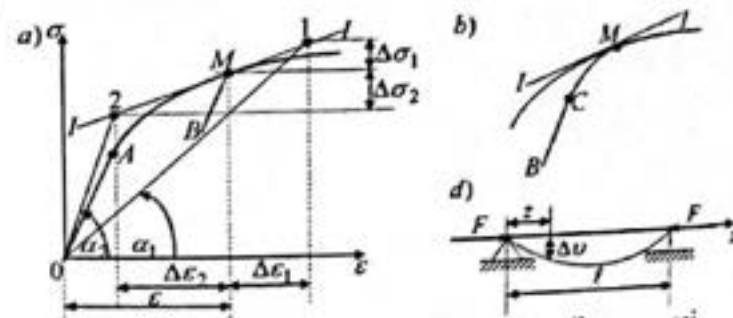
keyin o'zini tutishini katta ko'chishni nazariy tahlil qilib, keltirilgan modul yuk asimptota ekanligini ko'rsatadi va unga solqilikning cheksiz katta miqdorida erishishini aniqladi. Keltirilgan bu analiz kritik kuch to'g'risidagi har ikkala urinma modul va keltirilgan modul tushunchalarini o'z ichiga oladi, lekin ustuvorlikni yo'qotish vaqtida materialning yuksizlanish qonuni to'g'risidagi savol, bu ilmiy ish chop qilingandan keyin ham ochiq qoldi.

12.8-§. Siqilgan sterjen elastik-plastik sohasida ustuvorlikning yangi nazariyasi

Siqilgan sterjenlarning elastiklik chegarasidan keyin ustuvorligini yo'qotish paytida materialning yuksizlanish qonuni to'g'risidagi muammo 2000-yili K.Ismayilov tomonidan quyidagicha talqin qilingan. Elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjen materiali siqilish diagrammasi egri chiziqli qismidagi birorta M_0 nuqtasining holatini aniqlovchi α burchak tangensi kesuvchi modulni ifodalaydi (12.13, a)-chizma).

$$\tan \alpha = \psi = \frac{\sigma}{\epsilon}. \quad (12.59)$$

Siqilgan sterjen M_0 nuqtada yuksizlanishida kuchlanish bilan deformatsiya orasidagi bog'lanish tajribalarning tasdiqlashicha, boshlang'ich oraliqdagi OA to'g'ri chizig'iga taxminan parallel bo'lgan M_0B to'g'ri chiziq bilan aniqlanmaydi.



12.13-chizma. Sterjen materiali siqilish diagrammasi.

Shuning uchun ham yuksizlanish, siqilish diagrammasi egri chiziqli qismidagi M_0 nuqtadan chapda joylashgan M_0B og'ma to'g'ri chizig'iga o'tishi silliq bo'lib, M_0 nuqta muhim nuqta emas deb qaralgan. Bunday

o'tish M_0B nuqtadan chapda joylashgan cheksiz kichik uchastkada birorta M_0C egri chiziq bo'yicha yuz beradi (12.13, b)-chizma). Shunday qilib, M_0C egri chizig'i umumiy urinmaga ega bo'lsin.

Egri chiziqqa tegishli ikkita nuqta olamiz, bu nuqtalarning birinchisi egri chiziqning yuklanish qismida, ikkinchisi esa cheksiz kichik yuksizlanish qismida yotsin. Gorizonttal o'q bilan 01 va 02 qiya chiziqlarning hosil qilgan burchak tangenisi ψ_1, ψ_2 kesuvchi modullar bo'lib, ularni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\psi_1 = \epsilon_1 \alpha_1 = \psi_0 \left[1 - \frac{\Delta \epsilon_1}{\epsilon} \left(1 - \frac{E_r}{\psi_0} \right) \right]; \quad \psi_2 = \epsilon_2 \alpha_2 = \psi_0 \left[1 - \frac{\Delta \epsilon_2}{\epsilon} \left(1 - \frac{E_r}{\psi_0} \right) \right]. \quad (12.60)$$

Bu ifodada E_r urinma modul siqilish diagrammasi egri chizig'ining kritik M_0 nuqtasiga o'tkazilgan urinma bilan gorizonttal orasidagi burchak tangenisi belgilangan.

Kesuvchi modul (12.60) ifodalaridan ko'rinadiki, siqilgan sterjenning cheksiz kichik yuklanish (M_0 nuqtadan o'ngda) uchtaskasida ψ kesuvchi modul M_0 nuqtadagi ψ_0 kesuvchi modulga nisbatan kamayishi, cheksiz kichik yuksizlanish (M_0 nuqtadan chapda) uchtaskasida esa ortishi.

To'g'ri o'qli sterjenning markaziy siqilishida siqilish diagrammasidagi M_0 kritik nuqta deb hisoblaymiz, ya'ni sterjenning to'g'ri chiziqli muvozanat holati (bifurkatsiya) ikkilangan holatga o'tadi. Boshqacha aytganda, bu nuqtada kuchlanish va deformatsiya shunday chegaraga yetadiki, unda sterjen o'zining ustuvorligini birinchi tur yo'qotadi, uning to'g'ri chiziqli muvozanat holati egri chiziqli muvozanat holatga o'tishi mumkin.

Sterjen ikkilangan muvozanat holatda deb hisoblaymiz, unda sterjen cheksiz kichik egilgan holatda bo'ladi. Sterjen o'qi cheksiz kichik egirlik Δx deformatsiyasi bilan egiladi. Sterjen kesimi x koordinata o'qiga simmetrik bo'lsin deb qaraymiz. Tekis kesim gipotezasini e'tiborga olib, egilish natijasida ikki uchburchak ko'rinishida deformatsiyaning o'zgarishi qonunini ko'ramiz, siqilgan qismida deformatsiya musbat deb qabul qilinadi. Aniqlik kiritish uchun sterjen qavariqligi pastga qarab hosil bo'lsin, unda cheksiz kichik egirlik deformatsiya bilan cheksiz kichik solqilik funksiyasi orasida quyidagi bog'lanish mavjud:

$$\Delta x = \frac{d^2 \Delta v}{dx^2} > 0. \quad (12.61)$$

Kesuvchi modul ifodalaridagi bo'ylama deformatsiyalar o'rniga $\Delta x \cdot z$ qiymatini qo'yib, kesuvchi modul umumiy ko'rinishdagi bitta formulaga keltiriladi:

$$\psi = \psi_0 \left[1 + \frac{\Delta x \cdot z}{\epsilon_0} \left(1 - \frac{E_r}{\psi_0} \right) \right] \quad (12.62)$$

Siqilgan sterjenning cheksiz kichik egilishdagi to'la bo'ylama deformatsiya va normal kuchlanishni quyidagi formulalar orqali aniqlaymiz:

$$\epsilon = \epsilon_0 - \Delta x \cdot z, \quad \sigma = \psi \epsilon = \psi (\epsilon_0 - \Delta x \cdot z). \quad (12.63)$$

Bu bog'lanishlar elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjenning ustuvorlik masalasini tadqiq qilishda asosiy hisoblanadi.

Bizga ma'lumki, elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjenning cheksiz-kichik egilishida, unga ta'sir etuvchi eguvchi moment ΔM_0 , tashqi kuch F , ko'ndalang kesimidagi eguvchi moment ΔM va bo'ylama kuch N bilan muvozanatda bo'ladi, ya'ni

$$\Delta M_0 = F \Delta v; \quad \Delta M = \int_A \sigma z dA = \int_A \psi \cdot \epsilon z dA; \quad \Delta N = \int_A \sigma dA = \int_A \psi \cdot z dA. \quad (12.64)$$

(12.63) formula asosida zo'riqish kuchlarini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$N = \epsilon_0 I_1 - \Delta x I_2; \quad \Delta M = \epsilon_0 I_2 - \Delta x I_3. \quad (12.65)$$

Bunda $I_1 = \int_A \psi \cdot dA$ sterjenning cho'zilish-siqilishdagi, $I_2 = \int_A \psi \cdot z dA$

egilishdagi va $I_3 = \int_A \psi \cdot z^2 dA$ sterjenning aralash bikirligi bo'lib, ular

A.A.Ilyushin tomonidan kiritilgan.

Bikirlilik ifodalariga kesuvchi modul (12.62) ifodasini qo'yib integrallash natijasida uchta tenglik hosil bo'ladi. Bu tenglamalarning birinchisining o'ng tomonidagi integral kesimning neytral S_r o'qqa nisbatan statik momentini ifodalaydi, shuning uchun ham nolga teng bo'ladi. Ikkinchi tenglikning o'ng qismidagi birinchi integral neytral o'qqa nisbatan statik moment, shuning uchun nolga teng, ikkinchi integral x o'qqa nisbatan I_x inersiya momentini ifodalaydi. Uchinchi tenglikning o'ng qismidagi birinchi integral neytral o'qqa nisbatan I_y inersiya momenti, ikkinchi integral ko'ndalang kesimning yangi geometrik tavsifi, u $\bar{S}$ bilan belgilanadi. Ko'rinishidan bu kattalik ham neytral o'qqa nisbatan olingan statik moment singari nolga teng bo'ladi.

Hosil qilingan tengliklardan quyidagilarni hosil qilish mumkin:

$$I_1 = \nu_0 A; \quad I_2 = (\Delta\chi/\epsilon_0)(\nu_0 - E_r)J_x; \\ I_3 = \nu_0 J_x + (\Delta\chi/\epsilon_0)(\nu_0 - E_r)\bar{S}. \quad (12.66)$$

Hosil qilingan bükirlik miqdorlarini zo'riqlash kuchlari formulalariga qo'yib integrallash natijada sterjenning ixtiyoriy kesimdagi bo'ylama kuch, qarayotgan muvozanat holat uchun kritik qiymatni qabul qiluvchi siquvchi kuch F_0 bilan muvozanatlashishini ko'rsatish mumkin:

$$N = \epsilon_0 J_1 - \Delta\chi I_2 = \epsilon_0 \nu_0 A + (\Delta\chi^2/\epsilon_0)(\nu_0 - E_r)J_x = \epsilon_0 \nu_0 A = \sigma_0 A = F_0. \quad (12.67)$$

Cheksiz kichik eguvchi moment (12.66) ifodasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\Delta M = \Delta\chi \nu_0 J_x + (\Delta\chi^2/\epsilon_0)(\nu_0 - E_r)\bar{S} - \Delta\chi(\nu_0 - E_r)J_x = \Delta\chi E_r J_x. \quad (12.68)$$

Bunda o'tnadagi yuqori darajali kichik had tashlab yuborilgan. Unda cheksiz kichik eguvchi moment tashqi eguvchi moment bilan muvozanatda bo'ladi.

Sharnirli tryangan bo'ylama siquvchi kuch bilan siqilgan sterjen elastiklik chegarasidan keyingi ustuvorligini yo'qotishida cheksiz kichik $\Delta\chi$ solqilik funksiyasiga ega bo'ladi (12.13, b)-chizma).

Siquvchi kuch F_0 miqdori kritik qiymatga erishganda, sterjenning ixtiyoriy z kesimida $F_0 \Delta\chi$ eguvchi momentni beradi.

A.A.Ilyushinning kichik elastik-plastik deformatsiyalar nazariyasi asosida, siqilish diagrammasidagi M_0 kritik nuqtada urinmaning sinishi mumkin emasligi K.Ismayilov tomonidan nazariy isbotlab berilgan.

Siqilgan sterjenning elastiklik chegarasidan keyin ustuvorligini yo'qotishda materialning ikki modulli sxemasi qaralgan.

To'g'ri o'qli sterjenning cheksiz kichik egilishida (bifurkatsiya momentida) yuksizlanishi M_0-2 og'ma to'g'ri chizig'i bo'yicha, siqilish diagrammaning boshlang'ich oralig'idagi $0A$ to'g'ri chizig'iga parallell ravishda ro'y beradi deb hisoblansa, $1-1$ urinmaning oniy sinishi ro'y beradi (12.14, a)-chizma). Bunda sterjen materiali ikki modulli deb hisoblanadi, ko'ndalang kesim yuklanish qismida moduli urinma moduli E_r , yuksizlanish qismida elastiklik moduli E va $E > E_r$ bo'ladi.

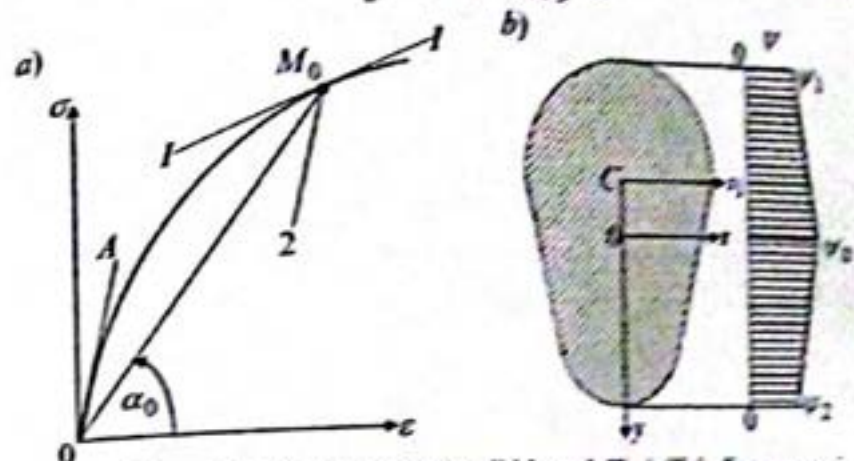
Kesuvchi ν_1 modul ko'ndalang kesim yuklanish qismida (12.60) formulaning birinchisidan aniqlanadi, yuksizlanish qismidagi kesuvchi ν_2 modulni aniqlash uchun (12.60) formulaning ikkinchisidagi E_r urinma modulni E bilan almashtirish lozim.

Siqilish diagrammasidagi M_0 kritik nuqtadagi kesuvchi modul $\nu_0 = \nu_2 \alpha_0$ dan elastiklik moduli E katta bo'lgani uchun ν_2 kesuvchi modul ν_0 moduldan kichik bo'ladi va demak, ikki modulli material

kesuvchi moduli yuksizlanish qismida ham yuklanish qismidagi kabi kamayadi (12.14, b)-chizma).

Keyingi amallarni bajarish uchun $E' = E - E_r$ belgisini e'tiborga olib, ν_2 ifodasini qo'yidagi ko'rinishda yozib olish maqsadga muvofiqdir:

$$\nu_2 = \nu_0 \left[1 + \frac{\Delta\chi}{\epsilon} \left(1 - \frac{E_r}{\nu_0} \right) \right] - \frac{\Delta\chi}{\epsilon} \alpha'. \quad (12.69)$$



12.14-chizma. Sterjen materialining ikki modulli siqilish diagrammasi.

Unda I_1, I_2 bükirlik formulalari quyidagi ko'rinishda ifodalanadi.

$$I_1 = \nu_0 A + (\Delta\chi/\epsilon_0)(\nu_0 - E_r)\bar{S} - S_2 E'; \\ I_2 = \nu_0 \bar{S} + (\Delta\chi/\epsilon_0)(\nu_0 - E_r)J_x - B_2 E'. \quad (12.70)$$

Bunda S ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan statik momenti; $S_2 = \int z dA$ ko'ndalang kesim ikkinchi pastki qismining neytral o'qqa nisbatan statik momentini ifodalaydi; I_1 ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan inersiya momentini ifodalaydi.

$B_2 = \int z^2 dA$ ko'ndalang kesimning pastki qismining inersiya momentini ifodalaydi.

I_3 bükirlik formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$I_3 = \nu_0 J_x + (\Delta\chi/\epsilon_0)(\nu_0 - E_r)C - (\Delta\chi/\epsilon_0)E' C_2. \quad (12.71)$$

Bunda $C = \int z^3 dA$ $C_2 = \int z^3 dA$ ko'ndalang kesimning yangi geometrik xarakteristiklari.

Cheksiz-kichik ichki eguvchi momentini aniqlash uchun (12.65) asosiy tenglamaning ikkinchisini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\Delta M = -\Delta X E_r I_x + \varepsilon_0 \psi_0 S - (\Delta X^2 / \varepsilon_0) (\psi_0 - E_r) C - E^* C_2 - \Delta X E^* B_2 \quad (12.72)$$

Ko'ndalang kesimning neytral o'qqa nisbatan S statik momenti katta miqdor bo'lgani uchun ham (12.72) formulaning o'ng tomonidagi $\varepsilon_0 \psi_0 S$ had ham katta bo'ladi. Unda (12.72) tenglamaning mavjud bo'lishi mumkin emas, demak, bu tenglamaning qolgan hadlari cheksiz kichikdir. Shuning uchun ham S statik momentni cheksiz kichik deb hisoblash lozim, ya'ni kesimning neytral x o'qi markaziy x_1 o'q bilan ustma-ust tushadi (12.14, b)-chizma).

Demak, siqilish diagrammasidagi (12.14, a)-chizma) M_0 nuqta muhim nuqta emas va urinma $I-I$ yuklanish qismidan yuksizlanish qismidagi M_0-2 holatga sinmasdan silliq o'tadi (12.14, a)-chizma). Bunday hol material faqat bitta modulli deb qaralganda bo'lishi mumkin.

Bu xulosaga, bo'ylama kuch N ifodasi (12.66) ni ikki modulli material shartida qarab ham kelish mumkinligi quyida isbotlangan. Buning uchun (12.71) va (12.72) bikiirlik ifodasini (12.67) ifodaga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz.

$$N = \varepsilon_0 \psi_0 A - (\Delta X / \varepsilon_0) (E_r S + E^* S_2) - (\Delta X^2 / \varepsilon_0) (\psi_0 - E_r) J_x - E^* B_2 \quad (12.73)$$

Bu ifodaning o'ng tomonidagi birinchi had $\varepsilon_0 \psi_0 A = \sigma_0 A$ sirtqi F_0 siquvchi kuchga teng va u bilan muvozanatda bo'ladi. Oxirgi hadi boshqa hadlarga nisbatan cheksiz kichik miqdorning yuqori tartibli bo'lgani uchun uni tashlab yuborish mumkin, o'rta had $(\Delta X / \varepsilon_0) (E_r S + E^* S_2)$ muvozanat shartiga asosan nolga teng bo'lishi shart. Bu shart quyidagi ikki holda bajariladi:

$$S = 0; \quad E^* = E - E_r = 0. \quad (12.74)$$

Birinchi shart ko'ndalang kesimning neytral x o'qi markaziy x_1 o'q bilan ustma-ust tushganda bajariladi. Ikkinchi shart, sterjenning cheksiz kichik egilishida, bifurkatsiyaning boshlang'ich bosqichidagi muvozanat holatining yuksizlanishida ko'ndalang kesimda faqat E_r urinma modul bo'lganda bajarilishi K. Ismayilov tomonidan (12.72-12.74) isbotlab berilgan.

Sterjen uchlari mustahkamlanishining asosiy turlarini e'tiborga olib, kritik kuch miqdori quyidagi umumiy formula bilan ifodalanadi:

$$F_0 = \pi^2 E_r I_x / (\mu l)^2 \quad (12.75)$$

Siquvchi kuchning F_0 o'zgarishi bilan o'zgaruvchi E_r ifodasi:

$$E_r = d\Phi / d\varepsilon. \quad (12.76)$$

Bu yerda $\Phi(\varepsilon)$ elastiklik chegarasidan keyin sterjenning siqilishida $\sigma-\varepsilon$ orasidagi munosabatni ifodalovchi funksiyadir.

Kritik kuchlanish formulasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_0 = \pi^2 E_r / \lambda^2. \quad (12.77)$$

Kritik F_0 kuchni va kritik σ_0 kuchlanishni (12.75-12.77) lardan aniqlash quyidagi nohiziq tenglamadan deformatsiyani aniqlashga olib keladi:

$$\frac{\Phi(\varepsilon)}{d\Phi / d\varepsilon} = \frac{\pi^2}{\lambda^2}. \quad (12.78)$$

Ma'lumki, chiziqli elastik jismlarda, kritik deformatsiya barcha materiallar uchun doimiy va u quyidagiga teng:

$$\varepsilon_{cr} = \pi^2 / \lambda^2. \quad (12.79)$$

Kritik deformatsiya bilan sterjen egiluvchanligi orasidagi grafik shaklidagi bog'lanishni qurish uchun (12.78) formuladan olingan munosabatdan foydalanish qulaylik tug'diradi:

$$\lambda^2 = \frac{\pi^2 (d\Phi / d\varepsilon)}{\Phi(\varepsilon)}. \quad (12.80)$$

(12.80) formulaga ε_0 kritik deformatsiya miqdorini berib, sterjen egiluvchanligi λ ni aniqlash maqsadga muvofiq.

Elastiklik chegarasidan keyin materiali ikki chiziqli puxtalanishga bo'ysinuvchi po'lat sterjen ustuvorlik masalasi qaralgan.

Diagrammaning AB uchastkasini chiziqli puxtalanish diagrammasi bilan, ya'ni qiya to'g'ri chiziq bilan almashtirib (ikki siniq chiziqli), puxtalanish moduli yoki urinma modul qiymatini quyidagicha olamiz (12.15, a)-chizma):

$$E_r = \tan \alpha_2 = 2400 / 0,169 = 14201 \text{ kg/sm}^2.$$

AB chizig'i siqilish diagrammasining A va B nuqtalarda tegishli pastki va yuqorigi qismlari bilan tutashishida sinadi, shuning uchun bu nuqtalarning silliq tutashishini ta'minlovchi aylana yoyi chiziqlarini quramiz.

Shu maqsadda σ vertikal o'qni $\varphi = \sigma / \sigma_y$ birliksiz o'q bilan almashtiramiz, bunda σ_y oquvchanlik chegarasi (12.15, b)-chizma).

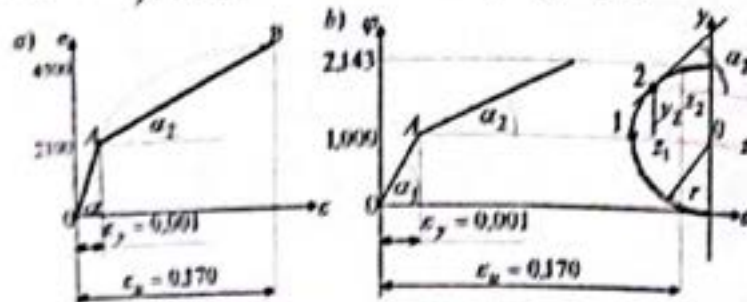
12.15-chizmada OA to'g'ri chiziqlarning AB to'g'ri chiziqqa 1-2 aylana yoyi bilan silliq o'tishi ko'rsatilgan.

σ, φ koordinata sistemasida joylashgan aylana tenglamasi:

$$x^2 + y^2 - r^2 = 0. \quad (12.81)$$

Aylana joylashgan 1 va 2 nuqtalar α_1 va α_2 burchaklar bilan xarakterlanadi, bu nuqtalar urinmasi tangenslarini quyidagicha yozamiz:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = E_1 = \frac{\varphi_1}{\varepsilon_1} = \frac{1,000}{0,001} = 1000; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = E_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} = \frac{1,143}{0,169} = 6,7633$$



12.15-chizma. Sterjen materialining ikki modulli siqilish diagrammasi.

Nuqtalar koordinatalari

$$z_1 = -\frac{rE_1}{\sqrt{1+E_1^2}} = -\frac{1000r}{\sqrt{1+1000^2}} = -0,99999995r; \quad (12.82)$$

$$y_1 = \frac{r}{\sqrt{1+E_1^2}} = \frac{r}{\sqrt{1+1000^2}} = 0,99999995 \cdot 10^{-3}r.$$

$$z_2 = -\frac{rE_2}{\sqrt{1+E_2^2}} = -\frac{6,7633r}{\sqrt{1+6,7633^2}} = -0,987925r; \quad (12.83)$$

$$y_2 = \frac{r}{\sqrt{1+E_2^2}} = \frac{r}{\sqrt{1+6,7633^2}} = 0,14627r.$$

x, y koordinatalar sistemasidan ε, φ koordinatalar sistemasiga o'tamiz.

$$x = z_1 + (\varepsilon - \varepsilon_1)(x_1 - 0) \quad y = y_1 + (\varphi - \varphi_1). \quad (12.84)$$

(12.84) tenglamasini e'tiborga olib, (12.83) aylana tenglamasini quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$x^2 - 2(\varphi_1 - y_1)(\varphi - \varphi_1) + \varepsilon^2 - 2(\varepsilon_1 - x_1)(\varepsilon - \varepsilon_1) + \varphi_1^2 - 2\varphi_1 y_1 + \varepsilon_1^2 - 2\varepsilon_1 x_1 = 0. \quad (12.85)$$

Bu tenglamadan ε bo'yicha olingan birinchi hosila, 1-2 yoydagi urinmaning qiyalik burchagini beradi (12.15, b)-chizma).

$$d\varphi/d\varepsilon = -x/y = dy/dx. \quad (12.86)$$

(12.84) ifodaning miqdoridan ko'rinadiki, 1-2 yoyda yuzatish 1 nuqtaning koordinatalari quyidagiga teng bo'ladi

$$x_1 = -r, \quad y_1 = 0. \quad (12.87)$$

1-2 yoyni qurish uchun aylana radiusi r miqdorini qabul qilish lozim (12.14, b)-chizma). Radiusni $r = -\varepsilon_1 = -0,001$ deb qabul qilamiz, unda (12.85) va (12.86) tenglamalar soddalanadi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi ($\varphi_1 = 1$).

$$\varphi^2 - 2\varphi + \varepsilon^2 - 4\varepsilon_1 \varepsilon + 3\varepsilon_1^2 + 1 = 0 \quad \frac{d\varphi}{d\varepsilon} = \frac{\varepsilon - 2\varepsilon_1}{\varphi - 1} = \frac{\varepsilon}{\varphi - 1}. \quad (12.88)$$

$\sigma = \sigma_y \varphi$ vertikal o'qqa o'tib, 1-2 yoy uchun (12.88) formuladan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\varepsilon - 2\varepsilon_1}{\varphi - 1} \sigma_y = \frac{\varepsilon}{\varphi - 1} \sigma_y. \quad \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = E_1 = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \sigma_y \varepsilon^2 + y^2 = \varepsilon_y^2. \quad (12.89)$$

1-2 yoy tiralgan, 1-3 uchastkaning uzunligini va balandligini aniqlaymiz (12.16, a)-chizma):

$$z_2 - z_1 = -0,987925\varepsilon_y + \varepsilon_y = 0,012075\varepsilon_y \quad y_2 - y_1 = 0,1461\varepsilon_y$$

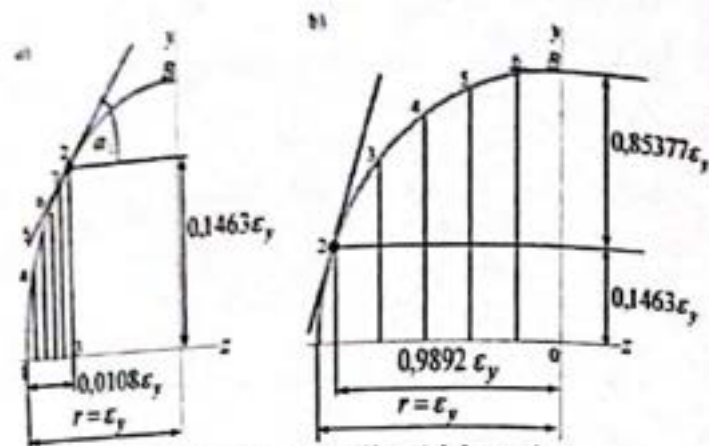
12.16, a)-chizmada keltirilganidek 1-2 yoyni 5 ta teng uchastkaga bo'lamiz. 1, 4, 5, 6, 7, 2 nuqtalardagi urinma qiyalik burchagi tangenslarini aniqlaymiz.

12.16-chizmada keltirilgan $\sigma - \varepsilon$ chiziqli pastalanishda tutashirish yoyning urinma modul miqdorlari quyidagi formula (12.91) asosida aniqlanadi.

12.16 chizmada keltirilgan 1-2 tutashirish yoyi balandligi $\sigma - \varepsilon$ diagrammasiga qo'llashda 2100 marta o'rnatilgan bo'lishi lozim, ya'ni $0,1463 \cdot 0,001 \cdot 2100 = 3,07 \text{ kg/cm}^2$ ga teng bo'ladi va 12.16, a)-chizmadagi gorizontall masshtab o'zgarmasdan qoladi. AB qiya to'g'ri chiziqlari B nuqtadagi gorizontall urinma bilan tutashiruvchi yoyni qaramiz, bu 12.16, b)-chizmada ko'rsatilgan $r = \varepsilon_y$ radiusli aylana joylashgan 2, 3, 4, 5, 6, B yoydir.

Xuddi shuningdek, 2-, 3-, 4-, 5-, 6-, B-nuqtalardagi urinma qiyalik burchaklar tangenslarini aniqlaymiz.

Haqiqiy (12.16, b)-chizma) siqilish diagrammaning B nuqtasini tutashiruvchi yoy urinma modul miqdorlarini topamiz.



12.16-chizma. Silliqli o'tish yoylari.

Materiali chiziqli puxtalanishga bo'ysinuvchi sterjenning egiluvchanligi va kritik deformatsiyani bog'lovchi (12.88) formula elastiklik chegarasidan keyin kritik kuchlanish orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\lambda^2 = \pi^2 E_T / \sigma. \quad (12.90)$$

Bunda kuchlanish σ bilan deformatsiya ε orasidagi bog'lanish 12.15-chizmaga muvofiq quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma = \Phi(\varepsilon) = \sigma_y + (\varepsilon - \varepsilon_y) \cdot \operatorname{tg} \beta. \quad (12.91)$$

σ - ε siqilish diagrammasining (12.15, a)-chizma) AB chiziqli puxtalanish uchastkasida (12.80) va (12.90) formulalar yordamida kritik deformatsiya miqdorini aniqlaymiz. Bu uchastkada urinma modul doimiy va $\operatorname{tg} \beta = 14201 \text{ kg/sm}^2$ ga teng.

Siqilish diagrammasidagi $\varepsilon = 0,001$ va $\varepsilon = 0,0011$ deformatsiyalar orasida o'tish yoyi mavjud, u bo'ylab λ egiluvchanlik 99,35 dan (12.15-chizmadagi OA chiziqli elastiklik uchastkasining oxiriga to'g'ri keladi) 8,17 gacha o'zgaradi (chiziqli puxtalanish uchastkasining boshlanish nuqtasi A nuqtadan $\varepsilon = 0,0011$ masofada joylashgan nuqtasiga to'g'ri keladi).

Siqilish diagrammasining $\varepsilon = 0,169$ va $\varepsilon = 0,170$ deformatsiyalar orasida o'tish yoyi bo'lib, puxtalanish uchastkasidagi AB to'g'ri chiziqni B nuqtadagi gorizontall urinma bilan tutashtiradi.

Ikki chiziqli puxtalanish qonuniga asoslangan σ - ε siqilish diagrammasi haqiqiy diagramma emas ekanligi ko'rsatilgan.

Haqiqiy diagrammaga yaqin bo'lgan diagramma o'zining o'zgarish sohasida bitta tenglama bilan ifodalanib, quyidagi talablarni qanoatlantirishi lozim:

1. Yuqorigi B nuqtada (12.15-chizma) kuchlanishdan deformatsiya bo'yicha olingan birinchi hosila $d\sigma/d\varepsilon$ nolga teng bo'lishi shart;

2. Plastik deformatsiya hosil bo'lishining boshlanishi A nuqtada, σ kuchlanish funksiyasi $\sigma = \sigma_y$ miqdorni qabul qilib, birinchi hosilasi esa $d\sigma/d\varepsilon = E_T$ urinma moduliga teng bo'lishi shart.

Bu shartlarni qanoatlantiruvchi $\sigma = \Phi(\varepsilon)$ tenglamani boshi 0_1 , diagrammaning yuqorigi B nuqtasiga to'g'ri keluvchi z, y koordinata sistemasiga joylashtiramiz (12.17, a)-chizma).

z o'qi ε bo'yicha, y o'qi σ bo'yicha yo'nalgan bo'lib, z va y o'qlarining yo'nalishi teskaridir.

Bir koordinata sistemadan ikkinchi koordinata sistemaga o'tish quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$\sigma = \sigma_M - y; \quad \varepsilon = \varepsilon_M - z. \quad (12.92)$$

AO₁ egri chiziqni σ - ε diagrammasi deb qabul qilamiz va z, y koordinata sistemasida quyidagi darajali funksiya bilan ifodalaymiz:

$$y = Cz^n. \quad (dy/dz) = E_T = nCz^{n-1}. \quad (12.93)$$

(12.93) funksiya yuqoridagi talablarning birinchisini qanoatlantiradi. O'zgarmas C va n kattaliklar ikkinchi talabga asosan quyidagi bog'lanishlardan aniqlanadi:

$$y_0 = Cz_0^n = 2400; \quad [dy(z_0)/dz] = nCz_0^{n-1} = E. \quad (12.94)$$

Bu yerda z_0 siqilish diagrammasidagi A nuqtaning gorizontall koordinatasi bo'lib, $z_0 = \varepsilon_M - \varepsilon_y$ ga tengdir.

(12.93) ifodadan quyidagini hosil qilamiz:

$$n \frac{Cz_0^n}{z_0} = n \frac{y_0}{z_0} = \frac{dy}{dz}(z_0) \text{ bundan } n = \frac{\varepsilon_M - \varepsilon_y}{\sigma_M - \sigma_y} E.$$

(12.93) ifodalar asosida, o'zgaruvchi z koordinataning funksiyasi bo'lgan y ning birinchi hosilasini topamiz.

$$y(z) = y_0 \frac{1}{[z_0/z]^n}, \quad \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{dy}{dz}(z) = nCz^{n-1} = n \frac{Cz^n}{z} = n \frac{y}{z}. \quad (12.95)$$

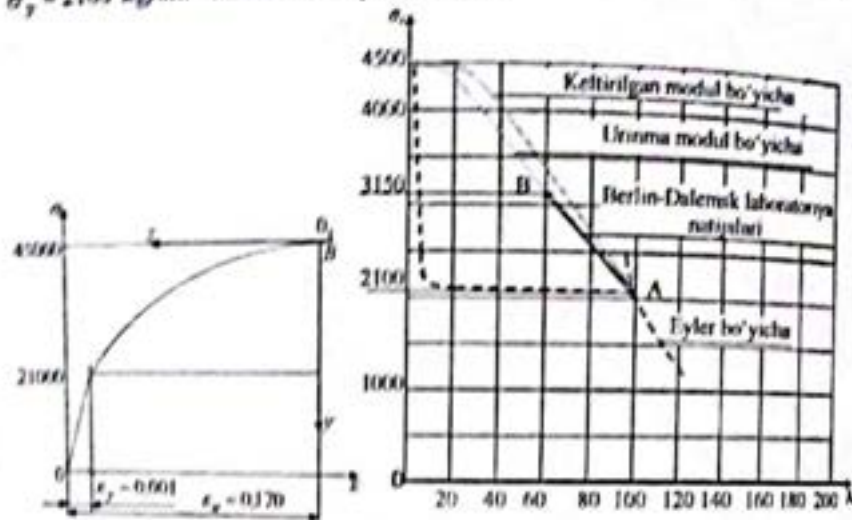
Elastiklik chegarasidan keyin qaralayotgan σ - ε siqilish diagrammasining ixtiyoriy nuqtasidagi urinma modul miqdorini (12.90) formuladan aniqlaymiz. Bu diagramma ifodasi (12.92) va (12.93) formulalarga muvofiq quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma = \sigma_0 - C(\epsilon_0 - \epsilon)^p.$$

Bu yerda n daraja ko'rsatkich va C o'zgarmanlarni (12.96) bog'lanishdan aniqlash mumkin, (12.93) va (12.95) hisoblash formulalariga C o'zgarman kirmaydi.

12.17. b)-chizmada elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjenning kritik kuchlanishi bilan egiluvchanligi orasidagi bog'lanish grafigi (12.96) formula asosida qurilgan. Bu grafikning AB qismi Berlinda Dalemskiy laboratoriyasida olingan tajriba natijalaridir.

Chiziqli elastik masaladagi kritik kuchlanish σ_{cr} bilan λ egiluvchanlikni bog'lovchi Euler egri chizig'i bilan $\sigma-\lambda$ chiziq $\sigma_y = 2100 \text{ kg/sm}^2$ sathida silliq tutashadi.



12.17-chizma. Sterjen materiali siqilish diagrammasi va qurilish po'lati uchun kritik kuchlanish bilan egiluvchanlikka o'rtasidagi grafik.

12.17. b)-chizmadan (12.96) formula asosida qurilgan grafik eksperiment natijalarida olingan AB grafikka juda yaqin ekanligi ko'rinadi.

Shuning uchun ham, taklif etilgan (12.59) - (12.96) bog'lanishlar elastiklik chegarasidan keyin siqilgan sterjenning siqilish diagrammasini to'lig'icha tasvirlaydi deb hisoblash mumkin.

12.17. b)-chizmada uzukli chiziq bilan chizilgan diagramma elastiklik chegarasidan keyin materiali chiziqli puxtalanishga bo'ysinuvchi siqilgan sterjen kritik kuchlanish bilan egiluvchanligi orasidagi bog'lanish grafigi keltirilgan. Sterjenning egiluvchanligi

uzlukli chiziqqa asosan $\sigma_y = 2100 \text{ kg/sm}^2$ bo'lganida $\lambda = 100$ dan $\lambda = 8$ gacha kamayadi. Kuchlanish $\sigma_y > 2100$ bo'lganida sterjen egiluvchanligi 8 dan nolgacha kamayadi.

Demak, materiali chiziqli puxtalanish diagrammasiga bo'yingan sterjen elastiklik chegarasidan keyin bo'ylama egilishga yomon qaramlik ko'rsatadi. Sterjen juda qisqa bo'lishi lozim.

12.9-§. Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka tekshirish

Siqilgan sterjenlar mustahkamlik sharti:

$$\sigma = \frac{F}{A_{netto}} \leq \sigma_{adm} \quad (12.97)$$

bilan ustuvorlik shartini ham qanoatlantirishi lozim:

$$\sigma = \frac{F}{A_{brutto}} \leq \sigma_{adm,us} = \varphi \sigma_{adm} \quad (12.98)$$

bunda

σ_{adm} mustahkamlikka hisoblashda ruxsat etilgan kuchlanish;

$\sigma_{adm,us}$ ustuvorlikka hisoblashda ruxsat etilgan kuchlanish;

φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti;

A_{netto} sterjen ko'ndalang kesim zaiflashini hisobga olgandagi haqiqiy kesim yuzasi.

A_{brutto} sterjen ko'ndalang kesim zaiflashishini hisobga otmaganda kesim yuzasi.

Mustahkamlikka hisoblash ishlarida ruxsat etilgan kuchlanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_y}{n_{adm}} \quad (12.99)$$

Ustuvorlikka hisoblash ishlarida ruxsat etilgan kuchlanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{adm,us} = \frac{\sigma_{cr}}{n_{adm,us}} \quad (12.100)$$

bunda $n_{adm,us}$ sterjen bikirligiga bog'liq bo'lib, har xil materiallar uchun turli qiymatlarni qabul qiluvchi, ustuvorlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsienti. Po'lat uchun $n_{adm,us} = 1.8 + 3.5$; cho'yan uchun $n_{adm,us} = 5 + 5.5$; yog'och uchun $n_{adm,us} = 2.8 + 3.2$ oraliqda qabul qilinadi.

n_{adm} mustahkamlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsienti. Plastik materiallar uchun $n_{adm} = 1,4 + 1,6$; mo'rt materiallar uchun $n_{adm} = 2,5 + 3,0$ oraliqda qabul qilinadi.

Ustuvorlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsienti har doim mustahkamlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsientidan biroz kattaroq qabul qilinadi.

Amalda hisoblash ishlarini yengillashtirish maqsadida ustuvorlikka hisoblashda ruxsat etilgan kuchlanish $\sigma_{adm,us}$ ning mustahkamlikka hisoblashda ruxsat etilgan kuchlanish σ_{adm} ga nisbatini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\frac{\sigma_{adm,us}}{\sigma_{adm}} = \frac{\sigma_{cr} \cdot n_{adm}}{\sigma_u \cdot n_{adm,us}}; \text{ yoki } \sigma_{adm,us} = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_u} \cdot \frac{n_{adm}}{n_{adm,us}} \sigma_{adm} \quad (12.101)$$

Quyidagicha belgilash kiritib,

$$\varphi = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_u} \cdot \frac{n_{adm}}{n_{adm,us}}, \quad (12.102)$$

Siqilgan sterjen ustuvorlik shartini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sigma_{adm,us} = \varphi \cdot \sigma_{adm} \quad (12.103)$$

Bu yerda φ siqilgan sterjen uchun asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti.

Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka hisoblashning quyidagi ikki:

1. Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka tekshirish hisobi;
 2. Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka loyihalash hisobi.
- masalalarini alohida-alohida ko'rib chiqamiz.

12.10-§. Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka tekshirish hisobi

Qaralayotgan material uchun $\sigma_{adm,cr}$ kritik kuchlanish va sterjen λ egiluvchanligi orasidagi bog'lanish grafigini hosil qilib, $\sigma_{lim} = \sigma_y$ yoki $\sigma_{lim} = \sigma_u$ bo'lib, $n_{adm,us}$ ustuvorlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsienti va n_{adm} mustahkamlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsientlarini tanlab olib, φ siqilgan sterjen uchun asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientining egilishga bog'liq bo'lgan jadvalini tuzish mumkin (12.2-jadval).

Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori.

Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka tekshirish hisobi φ asosiy ruxsat

etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientidan foydalanib, quyidagi tartibda olib boriladi:

1. Qaralayotgan sterjenning berilgan ko'ndalang kesimi o'lchamlari va shaklidan foydalanib, o'qqa nisbatan minimal inersiya momentini va kesim yuzasini aniqlaymiz:

$$I_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A_{brutto}}} \quad (12.104)$$

12.2-jadval

Egiluvchanlik λ	Po'lat	Alyumin	Cho'yan	Yog'och	Egiluvchanlik λ	Po'lat	Alyumin	Cho'yan	Yog'och
0	1,00	1,00	1,00	1,00	110	0,52	0,142	-	0,25
10	0,99	0,999	0,97	0,99	120	0,45	0,119	-	0,22
20	0,96	0,998	0,91	0,97	130	0,40	0,101	-	0,18
30	0,94	0,835	0,81	0,93	140	0,36	0,087	-	0,16
40	0,92	0,700	0,69	0,87	150	0,32	0,076	-	0,14
50	0,89	0,568	0,57	0,80	160	0,29	-	-	0,12
60	0,86	0,455	0,44	0,71	170	0,26	-	-	0,11
70	0,81	0,353	0,34	0,60	180	0,23	-	-	0,10
80	0,75	0,269	0,26	0,48	190	0,21	-	-	0,09
90	0,69	0,212	0,20	0,38	200	0,19	-	-	0,08
100	0,60	0,172	0,16	0,31	-	-	-	-	-

Siqilgan sterjen uchlarning mahkamlanish shartlaridan keltirilgan uzunligini

$$l_{red} = \mu \cdot l, \quad (12.105)$$

va

$$\lambda = \frac{l_{red}}{i_{min}}, \quad (12.106)$$

egiluvchanligini topamiz. Agar aniqlangan egiluvchanlik $\lambda \geq \lambda_A$ bo'lsa, kritik kuchni aniqlashda Euler formulasi bilan hisoblash mumkin, ya'ni:

$$F_{adm} = \frac{F_{cr}}{n_{adm}} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{n_{adm}(\mu \cdot l)^2} \quad (12.107)$$

Lekin $\lambda < \lambda_{lim}$ bo'lsa, Euler formulasini tatbiq qilib bo'lmaydi. Unda φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientidan

foydalanamiz.

2. Siqilgan sterjen materiali va hisoblab topilgan egiluvchanlikni e'tiborga olib 12.2-jadvaldan φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti qiymatini aniqlab olamiz.

Ustuvorlikka ruxsat etilgan kuchlanishni quyidagi ifodadan aniqlaymiz:

$$\sigma_{adm,us} = \varphi \cdot \sigma_{adm} \quad (12.108)$$

3. Sterjen ko'ndalang kesimidagi $\sigma = \frac{F}{A_{brutto}}$ haqiqiy kuchlanishni ustuvorlik uchun aniqlangan kuchlanish bilan solishtirib ko'ramiz:

$$\sigma \leq \sigma_{adm,us} \quad (12.109)$$

Maboda, kuchlanishlar orasidagi farq 5% farq qilsa, bu shart bajarilmagan hisoblanadi va qaralayotgan sterjen noustuvor bo'ladi.

12.11-§. Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka loyihalash hisobi

Qaralayotgan siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka loyihalash hisobida quyidagi formulalardan foydalaniladi:

$$\sigma = \frac{F}{\varphi \cdot A_{brutto}} \leq \sigma_{adm,us} \text{ yoki } A_{brutto} \geq \frac{F}{\varphi \cdot \sigma_{adm}} \quad (12.110)$$

Bu formulada ikkita noma'lum bo'lib, ularning biri φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti va aniqlanishi lozim bo'lgan A_{brutto} ko'ndalang kesim yuzasi. Demak, (12.110) formuladan ko'rinadiki, masala bir marta noaniq, shuning uchun ham ko'ndalang kesim yuzasini tanlashda ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanamiz.

Odatda, birinchi yaqinlashuvda φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti $\varphi_1 = 0,5 + 0,6$ qabul qilinadi. Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientining bu qiymatlaridan biri φ_1 qabul qilib olinadi, talab qilingan yuza (12.110) formuladan aniqlanadi va kesim tanlanadi. Tanlab olingan kesim tekshiriladi, (12.106) formuladan egiluvchanlik aniqlanadi va asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientining haqiqiy qiymati φ_1 aniqlanadi. Agar asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientining φ_1 haqiqiy qiymati qabul qilingan φ_1 qiymatidan katta farq qilsa, unda aniqlangan kuchlanish ham ruxsat etilgan kuchlanishdan farq qiladi ($\pm 5\%$). Unda hisob ishlarini qayta bajarish lozim, ya'ni

ikkinchi yaqinlashuvni bajarish lozim, ikkinchi yaqinlashuvda φ_1 va φ_2 koeffitsientlarining o'rta arifmetik qiymatini qabul qilamiz:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} \quad (12.111)$$

Ikkinchi yaqinlashuv natijasida φ_2' koeffitsientni aniqlaymiz. Agar uchinchi yaqinlashuv bajarilishi lozim bo'lsa, φ_2 va φ_2' koeffitsientlarining o'rta arifmetik qiymatini qabul qilamiz:

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_2 + \varphi_2'}{2} \quad (12.112)$$

Yaqinlashuv jarayonlarida aniqlangan kuchlanish bilan ruxsat etilgan kuchlanishdan farq ($\pm 5\%$) dan oshmasligi shart.

Keyingi yaqinlashuvlar ham xuddi shuningdek davom ettiriladi.

12.12-§. Siqilgan sterjen ko'ndalang kesimining qulay shaklini tanlash

Yuqorida ko'rib chiqilganlardan ko'rinib turibdiki, ingichka uzun sterjenlarning bo'ylama egilishiga qarshilik ko'rsatishda asosiy vazifani sterjen egiluvchanligi o'ynaydi. Demak, sterjen ko'ndalang kesimining eng kichik inersiya radiusi muhim ahamiyat kasb etadi, bunda mustahkamlikka hisoblagandagidek, sterjenning faqat ko'ndalang kesim yuzasi qiymati emas, balki ko'ndalang kesim shakli muhim rol o'ynaydi.

Masala yechimini iqtisodiy tejamkor bo'lishi nuqtai nazardan hal qilish uchun kesimni shunday loyihalash lozimki, qiymati ma'lum bo'lgan birorta yuzaning minimal inersiya radiusi mumkin qadar katta bo'lsin. Buning uchun minimal inersiya radiusini kesimning eng katta inersiya radiusiga tenglashtirishga intilish lozim, ya'ni kesimning barcha markaziy inersiya momentlari teng bo'lishi kerak, ellipsisning aylanaga o'tishiga intilishi lozim. Bunday kesimli sterjenlar barcha yo'nalishlar bo'yicha ustuvorlikni yo'qotishga bir xil qarshilik ko'rsatadi.

Agar har ikki bosh tekisliklar bo'yicha mumkin bo'lgan egilishda sterjenning keltirilgan uzunligi har xil bo'lsa, unda bosh inersiya momentlarini ham shunday maqsadda har xil tanlash lozimki, unda ketma-ket yaqinlashuvda φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti har ikkala hol uchun ham bir xil bo'lsin.

Turli xil kesimlarni solishtirish qulay bo'lishi uchun quyidagi birliksiz tavsif, solishtirma inersiya radiusni kiritamiz:

$$\frac{I_{min}}{\sqrt{F}} = \xi \quad (12.113)$$

12.3-jadvalda ba'zi bir kesimlar uchun solishtirma inersiya radiusning qiymatlarini keltiramiz.

Bunda

$$\alpha = d_{int}/d_{ext},$$

(12.114)

d_{int} ichki diametr; d_{ext} tashqi diametr.

Bo'ylama egilishda sterjen ko'ndalang kesimini shunday tanlash lozimki, yuzalari bir-birga teng miqdorga ega bo'lgan shakllardan minimal inersiya radiusi eng katta bo'lganini tanlab olish kerak.

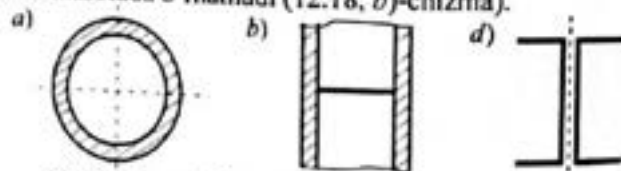
Bunda sterjenlarning ustuvorligi ortadi. Berilgan yuzaning markaziy inersiya momentlari eng katta bo'lishini ta'minlash lozim. Bunga esa materialning asosiy qismi kesimining og'irlik markazidan mumkin qadar uzoqroq joylashtirish evaziga erishiladi. Har ikkala shartga to'liq javob beradigan kesim bu halqa shaklidagi kesimlardir. Shuning uchun ham ko'pincha siqilgan sterjenlar quvurlardan yasaladi (12.18, a)-chizma).

Ko'ndalang kesimlar solishtirma inersiya radiuslari

12.3-jadval

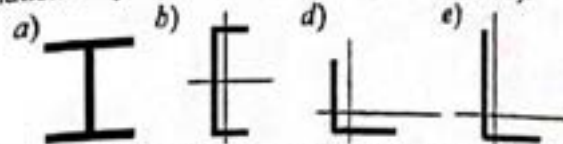
Kesim nomi	ξ Solishtirma inersiya radius
Halqa shaklidagi kesim ($\alpha = 0,95 + 0,8$)	2,25-1,64
Halqa shaklidagi kesim ($\alpha = 0,7 + 0,8$)	1,2-1,00
Burchaklik	0,5-0,3
Qo'shtavr	0,41-0,27
Shveller	0,41-0,29
Kvadrat	0,289
Aylana	0,283
To'g'ri to'rtburchak ($h = 2b$)	0,204

Bunday sterjenlar siqilganda ko'ndalang kesimi qalinligi kichik bo'lganligi sababli kuchlanishlarning to'planish hosil bo'lishi mumkin, bu hodisaning oldini olish maqsadida quvurlar ichiga diafragmalar ma'lum bir masofada o'rnatiladi (12.18, b)-chizma).



12.18-chizma. Ko'ndalang kesim yuzasi shakllari.

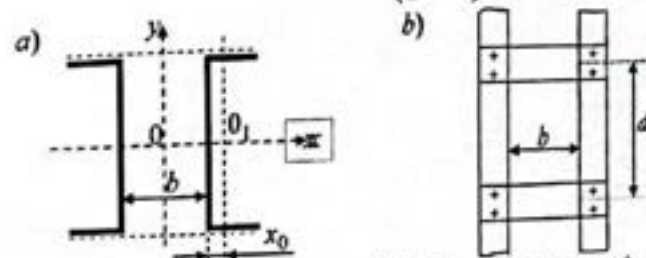
Noqulay kesimlarga qo'shtavr, shveller, burchaklik kabi kesimlar bosh inersiya momentlari bir-biridan katta farq qilgani uchun ularning tekisliklar bo'yicha bo'ylama egilishga qarshilik ko'rsatishi katta farq qiladi. Demak, qo'shtavr, shveller, teng tomonli burchaklik va tomonlari teng bo'lmagan burchaklik kabi kesimli sterjenlarni yakka holda ustun sifatida ishlatish noqulayliklar tug'diradi (12.19-chizma).



12.19-chizma. Qo'shtavr, shveller, burchaklik kabi ko'ndalang kesim yuzalari.

Agar bunday kesimli sterjenlarning ikkitasidan bir dona qurama sterjen yasalsa (12.20, a)-chizma), u bo'ylama egilishga talab darajasidagidek qarshilik ko'rsatishi mumkin. Bunda ikki shveller orasidagi masofasini ikkala o'qqa nisbatan bosh inersiya momentlarining tenglik shartidan aniqlash lozim, ya'ni

$$J_y = J_0 + F \left(\frac{b}{2} + x_0 \right)^2$$

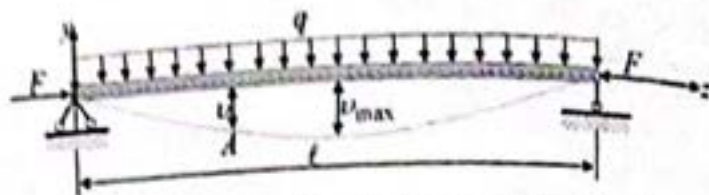


12.20-chizma. Qurama ko'ndalang kesim yuzasi.

Bunda J_y shvellerni O_y o'qqa nisbatan olingan inersiya momenti; F bitta shvellerning yuzi; x_0 shveller og'irlik markazidan devorigacha bo'lgan masofa. Qurama sterjenlarning kesimlari bir-biri bilan po'lat tasmalar yordamida bikir qilib mahkamlanishi lozim (12.20, b)-chizma).

12.13-§. Bo'ylama-ko'ndalang egilishi

Bo'ylama siquvchi kuch F bilan ko'ndalang yuk birgalikda ta'sir etganda, sterjenning ustuvorlik masalasini qaraymiz (12.21-chizma).



12.21-chizma. Siquvchi bo'ylama kuchi bilan ko'ndalang kuchning sterjenga ta'siri.

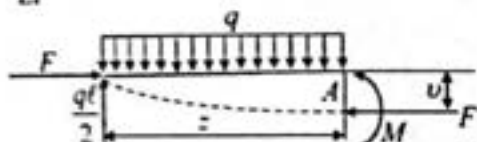
Sterjenning ixtiyoriy kesimidagi eguvchi moment ifodasini aniqlash uchun sterjen chap uchidan uzunligi z ga teng bo'lgan kichik element ajratib olib, uning muvozanatini qaraymiz (12.22-chizma), ya'ni

$$M = Fv + \frac{qz}{2}(l-z). \quad (12.115)$$

Sterjen egilgan o'qining ustuvorlik differensial tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$\frac{d^2v}{dz^2} + k^2v = \frac{qk^2}{2F}z(l-z). \quad (12.116)$$

Bunda $k^2 = \frac{F}{EI}$.



12.22-chizma. Bo'ylama va ko'ndalang kuch ta'siridagi element muvozanati.

Bir jinsli bo'lmagan (12.116) differensial tenglamaning umumiy yechimini quyidagi ko'rinishda qidiramiz:

$$v = C_1 \sin kz + C_2 \cos kz + \frac{q}{2F}z(l-z) - \frac{q}{Fk^2}. \quad (12.117)$$

Sterjenning chegara shartlari quyidagicha ifodalanadi:

$$\begin{aligned} z=0; & \quad v(0)=0; \\ z=l; & \quad v(l)=0. \end{aligned} \quad (12.118)$$

Bundan C_1 va C_2 o'zgaras koeffitsientlarni topamiz:

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= \frac{q}{Fk^2}; \\ C_1 &= \frac{q}{Fk^2} \frac{1 - \cos kl}{\sin kl} = \frac{q}{Fk^2} \frac{kl}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (12.119)$$

Sterjen solqilik funksiyasi ifodasini aniqlash uchun (12.119) o'zgaras koeffitsientlarni (12.17) umumiy yechimiga qo'yamiz:

$$v(z) = \frac{q}{Fk^2} \left(\frac{kl}{2} \sin kz + \cos kz - \frac{1}{2} k^2 z(l-z) - 1 \right). \quad (12.120)$$

Sterjen tayanchlari oralig'i $l/2$ o'rtasidagi ko'tarilish qavariq solqiligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$v_{\max} = \frac{q}{Fk^2} \left(\frac{1}{\cos \frac{kl}{2}} - 1 \right) - \frac{1}{F} \frac{ql^2}{8}. \quad (12.121)$$

(12.120) formulaga asosan F bo'ylama kuchning ortishi bilan solqilik uzluksiz o'sadi va siquvchi F kuch uchun $kl = \pi$ shart bajarilganda cheksizlikka aylanadi. Unda kritik kuchning qiymati sterjenga yoyilgan q kuch qo'yilmagan markaziy siqilish holatiga to'g'ri keladi, ya'ni

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{l^2}. \quad (12.122)$$

Sterjen uzunligi bo'yicha tekis yoyilgan q ko'ndalang kuch o'miga ravog'i o'rtasiga to'plangan F_v vertikal kuch qo'yilgan bo'lsin, unda sterjen egilgan elastik o'qi tenglamasi yuqoridagi kabi aniqlanadi va u quyidagicha ifodalanadi:

$$v = \frac{F_v}{2F} \left(\frac{1}{k \cos \frac{kl}{2}} \sin kz - z \right). \quad (12.123)$$

Sterjen ravog'i $l/2$ o'rtasidagi qavariq ko'tarilish solqiligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$v_{\max} = \frac{lF_v}{4F} \left(\frac{\frac{kl}{2}}{\cos \frac{kl}{2}} - 1 \right). \quad (12.124)$$

Bu yerda ham sterjenning ikkinchi tur ustuvorlikni yo'qotishi bo'yicha ish ko'riladi. Ko'ndalang kuchning, siqilgan sterjen ustuvorligini yo'qotishiga ta'siri xuddi, yuqorida qaralgan sterjen ustuvorligini yo'qotishi boshlang'ich solqilik va bo'ylama kuchni markaziy bo'lmagan siqilishdagi ta'siri kabi bo'ladi.

Shuni xulosa qilib aytish mumkinki, bo'ylama siqilgan prizmatik sterjenlarda kritik kuchning miqdoriga boshlang'ich solqilik, markaziy bo'lmagan siquvchi kuch va bo'ylama hamda ko'ndalang kuchlarning

birgalikdagi ta'siri o'zgartirish kiritmaydi. Kritik kuch miqdori ideal prizmatik sterjenlarning markaziy siqilishidagi ustuvorlik masalasidagi kabi bo'ladi.

Masalalar:

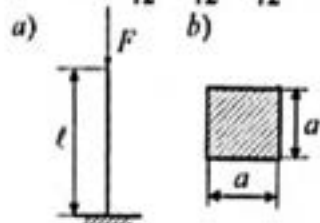
12.1-masala Bir uchi qistirib mahkamlangan ikkinchi erkin uchi bilan (12.23, a)-chizma) bo'ylama siqilgan yog'och sterjen uzunligi $l = 2,5\text{ m}$, ko'ndalang kesim tomonlari $a = 18\text{ sm}$ bo'lgan kvadrat (12.23, b-chizma), elastiklik moduli $E = 0,1 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$, ustuvorlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsienti $n_{adm,cr} = 3$ ga teng. Siquvchi kuchning ruxsat etilgan qiymati topilsin.

Yechish Sterjen kesim yuzasi aniqlanadi:

$$A = a^2 = (18\text{ sm})^2 = 324\text{ sm}^2.$$

Kvadrat ko'ndalang kesimning og'irlik markazidan o'tuvchi o'qlarga nisbatan inersiya momentlari bir-biriga teng bo'ladi, ya'ni:

$$J_x = J_y = J_{min} = \frac{bh^3}{12} = \frac{a^4}{12} = \frac{18^4}{12} = 8748\text{ sm}^4.$$



12.23-chizma. Bir uchi qistirib mahkamlangan bo'ylama siqilgan yog'och sterjen.

Kesim minimal inersiya momenti:

$$I_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{8748}{324}} = 5,19615\text{ sm}.$$

Sterjen keltirilgan uzunligi aniqlanadi:

$$l_{red} = \mu l = 2 \cdot 2,5 = 5\text{ m}.$$

Ustunning egiluvchanligi aniqlanadi:

$$\lambda = \frac{l_{red}}{I_{min}} = \frac{500}{5,19615} = 96.$$

Ustun egiluvchanligi 96 ga teng ekan, yog'och uchun chegaraviy egiluvchanlik esa 80 ga teng, ya'ni $96 > 80$.

Shunday qilib, Eyler formulasidan yog'och sterjen uchun ruxsat etilgan kuch aniqlanadi:

$$F_{adm} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{n_{adm,cr} l_{red}^2} = \frac{(3,14)^2 \cdot 0,1 \cdot 10^6 \cdot 8748}{3 \cdot (500)^2} = 11590,2774\text{ N} \approx 11,6\text{ kN}.$$

12.2-masala Bo'ylama siqilgan cho'yan ustun bir uchi qistirib mahkamlangan, ikkinchi uchi sharnirli tayangan (12.24, a)-chizma), uzunligi $l = 4\text{ m}$, ko'ndalang kesim halqa bo'lib, tashqi diametri $D = 6\text{ sm}$, ichki diametri $d = 5\text{ sm}$ (12.24, b)-chizma), elastiklik moduli $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, ustuvorlik uchun berilgan ehtiyotlik koeffitsienti $n_{adm,cr} = 5$ ga teng. Siquvchi kuchning ruxsat etilgan qiymati topilsin.

Yechish Halqa kesim o'qlarga nisbatan inersiya momentlari aniqlanadi (kesim yuzasi o'qlarga nisbatan simmetrik bo'lgani uchun $J_x = J_y$):

$$J_x = J_y = J_{min} = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi}{64} (6^4 - 5^4) = \frac{\pi}{64} (1296 - 625) = 32,93764\text{ sm}^4.$$

Kesim yuzasi aniqlanadi:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 6^2}{4} - \frac{3,14 \cdot 5^2}{4} = 8,63938\text{ sm}^2.$$

Kesim minimal inersiya radiusi:

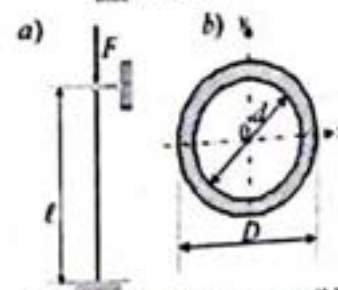
$$I_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{32,93764}{8,63938}} = 1,95256\text{ sm}.$$

Ustun keltirilgan uzunligi aniqlanadi:

$$l_{red} = \mu l = 0,7 \cdot 4 = 2,8\text{ m}.$$

Ustunning egiluvchanligi aniqlanadi:

$$\lambda = \frac{l_{red}}{I_{min}} = \frac{280}{1,95256} = 143,4.$$



12.24-chizma. Bir uchi qistirib mahkamlangan ikkinchi uchi sharnirli tayangan cho'yan sterjen.

Ustun egiluvchanligi 143,4 ga teng ekan, po'lat uchun chegaraviy egiluvchanlik esa 100 ga teng, ya'ni $143,4 > 100$.

Demak, Eyler formulasidan ustun uchun ruxsat etilgan kuch aniqlanadi:

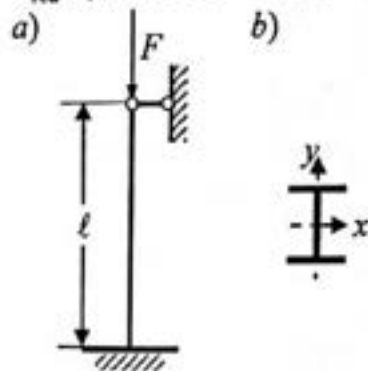
$$F_{adm} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{n_{adm,cr} l_{red}^2} = \frac{(3,14)^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 32,93764 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot (2,8)^2} = 0,087 MN = 87 kN.$$

12.3-masala. Pastki uchi bilan qistirib mahkamlangan, yuqorigi uchi sharnirli tayangan bo'ylama siqilgan sterjen (12.25, a)-chizma), uzunligi $l = 3,5m$, ko'ndalang kesim profili №22 qo'shtavr (12.25, b)-chizma) va ruxsat etilgan kuchlanish $\sigma_{adm} = 160 MN/m^2$. Ruxsat etilishi mumkin bo'lgan siquvchi kuch qiymati topilsin.

Yechish. Profili №27 qo'shtavr uchun GOST 8239-72 ga muvofiq sortament jadvalidan tanlab olinadi: $A = 40,2 sm^2$, $J_{min} = 260 sm^4$, $i_{min} = 2,54 sm$.

φ asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti jadvali ikki uchi ham sharnirli tayangan bo'ylama siqilgan sterjen uchun tuzilgan, qaralayotgan sterjen uchun keltirilgan uzunlikni aniqlaymiz:

$$l_{red} = \mu l = 0,7 \cdot 350 = 245 sm.$$



12.25-chizma. Pastki uchi qistirib, yuqorigi uchi sharnirli mahkamlangan sterjen.

Serjen egiluvchanligi aniqlanadi:

$$\lambda = \frac{l_{red}}{i_{min}} = \frac{245}{2,54} = 96,45669.$$

12.2-jadvaldan ko'rinadiki, egiluvchanlik $\lambda = 90$ bo'lganda asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori $\varphi = 0,69$

bo'ladi, egiluvchanlik $\lambda = 100$ bo'lganda, asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori $\varphi = 0,60$ bo'ladi.

Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdorini interpolyatsiyalash yordamida aniqlaymiz:

$$\varphi = 0,69 - \left(\frac{0,69 - 0,60}{10} \right) 6,45669 = 0,63189.$$

Siqilgan sterjen ustuvorlik uchun ruxsat etilgan kuchlanish aniqlanadi:

$$\sigma_{adm,cr} = \varphi \sigma_{adm} = 0,63189 \cdot 160 = 101,10237 MN/m^2.$$

Ruxsat etilishi mumkin bo'lgan siquvchi kuch qiymati topiladi:

$$F_{adm} = \sigma_{adm,cr} A = 101,10237 \cdot 40,2 \cdot 10^{-4} = 0,406431513 MN = 406,43151 kN.$$

12.4-masala. Uzunligi $l = 4m$, ko'ndalang kesimi tavr shaklida bo'lgan sterjen pastki uchi bilan qistirib mahkamlangan. Yuqorigi uchi D va C tayanch devor orasiga joylashgan bo'lib, u xy tekisligida ko'chishga ega xz tekisligida gorizontol ko'chishi va aylanishi taqiqlangan (12.26, a)-chizma). Ko'ndalang kesim yuzasi o'lchamlari 12.26, b)-chizmada berilgan. Berilgan ruxsat etilgan kuchlanish

$\sigma_{adm} = 16 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2}$. Sterjen ko'tarishi mumkin bo'lgan kuch aniqlansin.

Yechish. Tavr shaklidagi kesimning og'irlik markazi aniqlanadi. Kesim yuzasi z o'qiga simmetrik bo'lgani uchun z o'qi markaziy o'qlardan biridir, ikkinchi markaziy o'q tavrning chap tomoni sirtidan z_0 masofadan o'tadi (12.25, b)-chizmaga qaralsin).

$$z_0 = \frac{S_y}{A} = \frac{20 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} + 6 \cdot 2 \cdot \left(2 + \frac{6}{2} \right)}{20 \cdot 2 + 6 \cdot 2} = 1,92 sm.$$

Markaziy o'qlarga nisbatan bosh inersiya momentlari aniqlanadi:

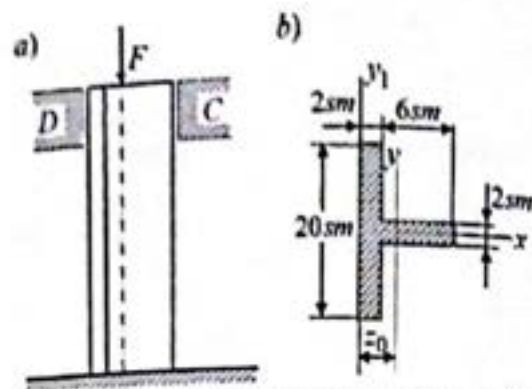
$$J_x = \frac{2 \cdot 20^3}{12} + \frac{6 \cdot 2^3}{12} = 1337 sm^4;$$

$$J_y = \frac{20 \cdot 2^3}{12} + 20 \cdot 2 \cdot \left(1,92 - \frac{2}{2} \right)^2 + \frac{2 \cdot 6^3}{12} + 2 \cdot 6 \cdot \left(2 + \frac{6}{2} - 1,92 \right)^2 = 197 sm^4.$$

Kesim inersiya radiuslari:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}} = \sqrt{\frac{1337}{52}} = 5,07 sm,$$

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} = \sqrt{\frac{197}{52}} = 1,94 sm.$$



12.26-chizma. Ikki uchi qistirib mahkamlangan siqilgan sterjen.

Sterjen ustuvorligini yo'qotishda uzunlikni keltirish koeffitsienti μ_x tekisligida $\mu_x = 2$ teng, xy tekisligida gorizontaal ko'chishi va aylanishi taqiqlanganligi uchun uzunlikni keltirish koeffitsienti $\mu_y = 0.5$.

Sterjen ustuvorligini yo'qotishda egiluvchanliklari aniqlanadi:

$$\lambda_x = \frac{\mu_x l}{i_x} = \frac{2 \cdot 400}{5.07} = 158, \quad \lambda_y = \frac{\mu_y l}{i_y} = \frac{0.5 \cdot 400}{1.94} = 103.$$

xy tekisligidagi egiluvchanlik xz tekisligidagi egiluvchanlikka nisbatan katta. Demak, bundan shunday xulosa kelib chiqadiki, xy tekisligi bo'yicha sterjen ustuvorligini yo'qotishi xavfli ekan.

12.2-jadvaldan ko'rinadiki, egiluvchanlik $\lambda = 150$ bo'lganda, asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori $\varphi = 0.32$ bo'ladi, egiluvchanlik $\lambda = 160$ bo'lganda asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori $\varphi = 0.29$ bo'ladi.

Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdorini interpolatsiyalash yordamida aniqlaymiz:

$$\varphi = 0.32 - \left(\frac{0.32 - 0.29}{10} \right) 8 = 0.296.$$

Ruxsat etilgan kuch miqdori aniqlanadi:

$$F_{adm} = \sigma_{adm} \cdot \varphi \cdot A_{bruto} = 16000 \cdot 0.296 \cdot 52 = 246272 \text{ N}.$$

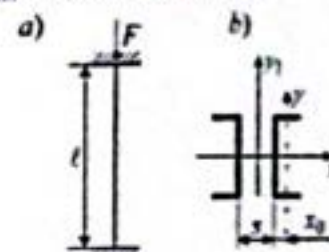
12.5-masala. Ikki uchi qistirib mahkamlangan (12.27, a)-chizma) bo'ylama siquvchi kuch $F = 260 \text{ kN}$ bilan siqilgan po'lat sterjen uzunligi $l = 6 \text{ m}$. Siqilish uchun ruxsat etilgan kuchlanish $\sigma_{adm} = 16 \cdot 10^4 \text{ kN/m}^2$ teng bo'lsin. Ko'ndalang kesimi 12.27, b)-chizmada ko'rsatilgan shveller va ular orasidagi s masofa aniqlansin.

Ko'ndalang kesimi yuzasi ketma-ket yaqinlashib usulidan foydalanib aniqlanadi.

Yechish. Birinchi taqribiy yaqinlashuv Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori $\varphi = 0.5$ qabul qilinadi, unda ikkita shvellerning ko'ndalang kesim yuzi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$A = F / \varphi \sigma_{adm} = 260 / (0.5 \cdot 16 \cdot 10^4) = 32.5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Bitta shvellerning yuzasi $A = 16.25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ teng bo'lgani uchun profili №14a shveller uchun GOST 8240-72 ga muvofiq sortament jadvalidan quyidagilar tanlab olinadi: $A = 17 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $J_x = 545 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$, $J_y = 57.5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$, $i_{min} = 1.84 \text{ sm}$, $x_0 = 1.87 \text{ sm}$.



12.27-chizma. Ikki uchi qistirib mahkamlangan siqilgan sterjen.

12.27, b)-chizmadagi shvellerlarni shunday joylashtirish lozimki, umumiy ko'ndalang kesimi yuzasining markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari teng bo'lsin, bu shartni e'tiborga olganda:

$$J_{min} = J_x = 2 \cdot 545 = 1090 \text{ sm}^4.$$

Ko'ndalang kesim yuzasining minimal inersiya radiusi aniqlanadi:

$$i_{min} = \sqrt{2J_{min}/2A} = \sqrt{54/17} = 5.66205 \text{ sm}.$$

Bo'ylama siqilgan sterjen keltirilgan uzunligi aniqlanadi:

$$l_{red} = \mu l = 0.5 \cdot 6 = 3 \text{ m}.$$

Bo'ylama siqilgan sterjenning egiluvchanligi aniqlanadi:

$$\lambda = l_{red} / i_{min} = 300 / 5.66205 = 52.98434.$$

12.2-jadvaldan ko'rinadiki, egiluvchanlik $\lambda = 50$ bo'lganda, asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori $\varphi = 0.89$ bo'ladi, egiluvchanlik $\lambda = 60$ bo'lganda, asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori $\varphi = 0.86$ bo'ladi.

Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdorini interpolatsiyalash yordamida aniqlaymiz:

$$\varphi_1' = 0,89 - \left(\frac{0,89 - 0,86}{10} \right) 2,98434 = 0,88104.$$

Haqiqiy kuchlanish aniqlanadi:

$$\sigma_{haq} = \frac{F}{\varphi_1' A} = \frac{2,6 \cdot 10^5}{0,88104 \cdot 34 \cdot 10^{-4}} = 868 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} < 1600 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}.$$

Haqiqiy kuchlanish bilan ruxsat etilgan kuchlanish orasidagi farq hisoblanadi:

$$\frac{1600 \cdot 10^5 - 868 \cdot 10^5}{1600 \cdot 10^5} \cdot 100\% = 46\%.$$

bu farq +5% katta.

Ikkinchi taqribiy yaqinlashuv. Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsientlarining o'rta arifmetik qiymati quyidagicha qabul qilinadi:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi_1'}{2} = \frac{0,88104 + 0,5}{2} = 0,69052.$$

Sterjenning ko'ndalang kesim yuzasi hisoblab topiladi:

$$A = \frac{F}{\varphi_2 [\sigma]} = \frac{260}{0,69052 \cdot 16 \cdot 10^4} = 23,53 \cdot 10^{-4} m^2.$$

Bitta shevellarning yuzasi $A = 11,76 \cdot 10^{-4} m^2$ teng bo'lgani uchun profili №10 shveller uchun 8240-72 ga muvofiq sortament jadvalidan quyidagilar tanlab olinadi: $A = 10,9 \cdot 10^{-4} m^2$, $J_x = 174 \cdot 10^{-8} m^4$, $J_y = 20,4 \cdot 10^{-8} m^4$, $i_{\min} = 1,37 sm$, $x_0 = 1,44 sm$.

Ko'ndalang kesim yuzasining minimal inersiya radiusi aniqlanadi:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{2J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{174}{10,9}} = 3,99541 sm.$$

Bo'ylama siqilgan sterjenning egiluvchanligi aniqlanadi:

$$\lambda = \frac{\ell_{red}}{i_{\min}} = \frac{300}{3,99541} = 75,08616.$$

12.2-jadvaldan ko'rinadiki, egiluvchanlik $\lambda = 70$ bo'lganda, asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori $\varphi = 0,81$ bo'ladi, egiluvchanlik $\lambda = 80$ bo'lganda, asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori $\varphi = 0,75$ bo'ladi.

Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdorini interpolatsiyalash yordamida aniqlaymiz:

$$\varphi_2' = 0,81 - \left(\frac{0,81 - 0,75}{10} \right) 5,08616 = 0,77948.$$

Haqiqiy kuchlanish aniqlanadi:

$$\sigma_{haq} = \frac{F}{\varphi_2' A} = \frac{2,6 \cdot 10^5}{0,77948 \cdot 21,8 \cdot 10^{-4}} = 1530 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} < 1600 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}.$$

Haqiqiy kuchlanish bilan ruxsat etilgan kuchlanish orasidagi farq hisoblanadi:

$$\frac{1600 \cdot 10^5 - 1530 \cdot 10^5}{1600 \cdot 10^5} \cdot 100\% = 4,375\%.$$

Demak, shart bajarildi.

Masalaning ikkinchi qismiga o'tamiz, ya'ni ikki shveller orasidagi masofa qancha bo'lishi kerakligini aniqlaymiz. Ko'ndalang kesim yuzasining koordinata y va x o'qlariga nisbatan inersiya momentlarini tenglashtiramiz:

$$J_x = J_y + F \left(x_0 + \frac{s}{2} \right)^2. 174 \cdot 10^{-8} = 20,4 \cdot 10^{-8} + 10,9 \left(1,44 + \frac{s}{2} \right)^2 \cdot 10^{-4}.$$

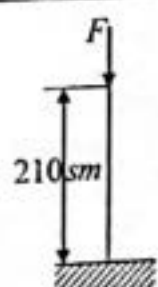
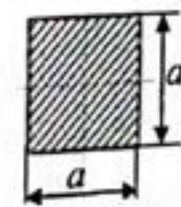
$$\frac{153,6}{10,9} = \left(1,44 + \frac{s}{2} \right)^2;$$

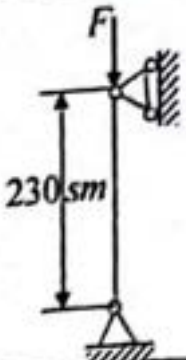
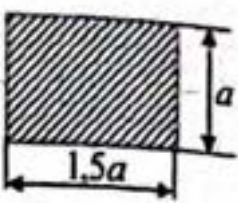
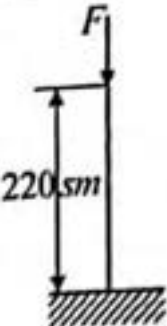
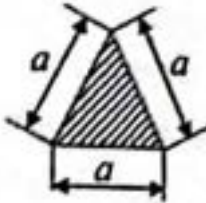
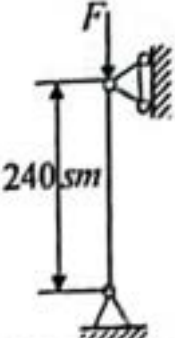
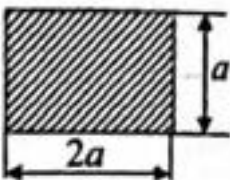
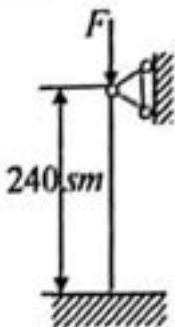
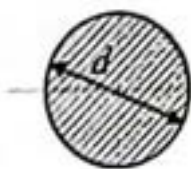
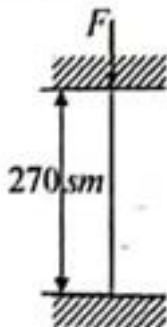
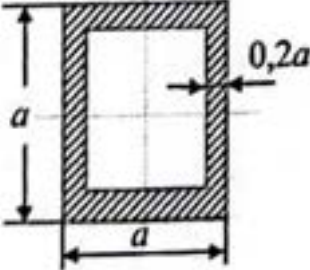
Yoki

$$3,75 = \left(1,44 + \frac{s}{2} \right)^2; 7,5 = 2,88 + s; \text{ bundan } s = 4,62 \cdot 10^{-2} m$$

12.6-masala. 12.4-jadvaldan shifr bo'yicha keltirilgan, o'qi bo'ylab F kuch bilan siqilgan ustun ko'ndalang kesim yuzasi aniqlansin. Kerakli ma'lumotlar 12.5-jadvaldan berilgan shifr bo'yicha olinadi.

12.4-jadval.

№	F kN	Ustunlar uchlarining mahkamlanish usullari	Ko'ndalang kesim yuzalari turlari
0	100		

1	300		
2	200		
3	400		
4	500		
5	700		

Asosiy ruxsat etilgan kuchlanishni kamaytirish koeffitsienti miqdori

Egiluvchanlik	Po'lat	Alyumin	Cho'yan	Yog'och	Egiluvchanlik	Po'lat	Alyumin	Cho'yan	Yog'och
0	1,00	1,00	1,00	1,00	110	0,52	0,142	-	0,25
10	0,99	0,999	0,97	0,99	120	0,45	0,119	-	0,22
20	0,96	0,998	0,91	0,97	130	0,40	0,101	-	0,18
30	0,94	0,835	0,81	0,93	140	0,35	0,087	-	0,16
40	0,92	0,700	0,69	0,87	150	0,32	0,076	-	0,14
50	0,89	0,568	0,57	0,80	160	0,29	-	-	0,12
60	0,86	0,455	0,44	0,71	170	0,26	-	-	0,11
70	0,81	0,353	0,34	0,60	180	0,23	-	-	0,10
80	0,75	0,269	0,26	0,48	190	0,21	-	-	0,09
90	0,69	0,212	0,20	0,38	200	0,19	-	-	0,08
100	0,60	0,172	0,16	0,31	-	-	-	-	-

Nazorat savollari va topshiriqlar:

1. Ustivorlik nima?
2. Kritik kuch deb qanday kuchga aytiladi?
3. Kritik kuchni ifodalovchi Eyler formulasini izohlab bering.
4. Sterjen bikirligi nimani bildiradi?
5. Kritik kuch miqdoriga sterjen bikirligi va uzunligi qanday ta'sir ko'rsatadi?
6. Eyler formulasiga qanday inersiya momenti kiradi?
7. Kritik kuch miqdoriga sterjen uchlarining mahkamlanish shartlari qanday ta'sir ko'rsatishini izohlab bering.
8. Keltirilgan uzunlik koeffitsienti nima?
9. Sterjenning egiluvchanlik chegarasi nima va u qanday ifodalanishini ko'rsatib bering.
10. Eyler formulasining ishlatilish chegarasini izohlab bering.
11. Kritik kuchlanishni aniqlashda Yasinskiy formulasi qanday ko'rinishda bo'ladi?
12. Sterjenning chegaraviy egiluvchanligi deb nimaga aytiladi?

XIII BOB. DINAMIK YUKLAR

13.1-§. Brusning dinamik yuklanishi

Fanning oldingi boblarida sterjenlar va sterjenlar sistemalarini statik yuk ta'sirida hisoblash masalalari mukammal ko'rib chiqilgan edi. Yuk konstruksiyaga juda ham asta-sekin qo'yilganda inshoot qismlarida paydo bo'ladigan harakat tezlanishi juda kichik bo'lganligidan ularni hisobga olmasa ham bo'ladi.

Yuk o'z miqdori, qo'yilgan nuqtalarini yoki yo'nalishlarini sekin-asta oxirgi qiymatigacha o'zgartiradigan, ya'ni tezlanishlari e'tiborsiz bo'lgan yuklarga *statik yuklar* deyiladi.

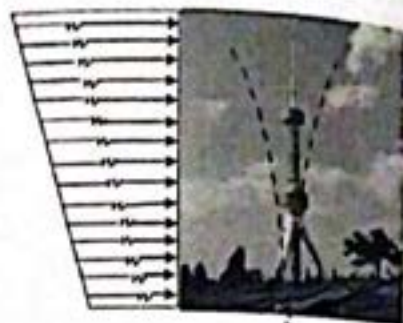
Yuklar o'z miqdori va qo'yilgan nuqtalarini juda qisqa vaqt mobaynida juda katta tezlik bilan o'zgartirsa, bunday yuklar *dinamik yuklar* deyiladi. Dinamik kuchlar jumlasiga inersiya, zarb va davriy o'zgaruvchan kuchlar kiradi. Bunday yuklar ta'siri natijasida konstruksiya elementlarida tebranish hosil bo'ladi. Bu yerda biz dinamik kuch ta'sirida hosil bo'ladigan jarayon mohiyatiga batafsil to'xtalib o'tamiz.

Muhandislik tajribasida ko'pincha dinamik yuklarga duch kelamiz. Bu yuk o'zining qiymati va holatini nisbatan tez o'zgartiradi (masalan, harakatlanayotgan po'yezd, shamol va boshqalar) (13.1-chizma). Dinamik yuk inshoot qismlarida tebranma harakatni yuzaga keltiradi. Shuning uchun hisoblarda inshootning o'z massasiga ham, yuk massasiga ham (masalan, poezd massasi) bog'liq bo'lgan inersiya kuchlarini ham hisobga olish zarur.

O'z navbatida qo'shimcha zo'riqish va deformatsiyalar inersiya kuchlariga bog'liq bo'ladi. Ba'zan bu qo'shimcha kuchlanishlar shu darajada kattaki, hatto asosiy kuchdan paydo bo'ladigan kuchlanishlardan ham ortiq bo'ladi.

Masalan, passajir lifti o'zgarmas tezlik bilan yuqoriga ko'tarilayotganda, uning sim arqonida statik kuch, agar ma'lum tezlanish bilan ko'tarilsa, dinamik kuch hosil bo'ladi. Bunday yuklardan dinamik ko'chish, deformatsiya va kuchlanishlar hosil bo'ladi.

Konstruksiya elementlarini dinamik yukka hisoblashda nazariy mexanikadan ma'lum bo'lgan, Dalmber prinsipidan foydalaniladi. Dalmber prinsipi, dinamik kuch ta'siridagi konstruksiya elementi har daqiqada sirtqi va inersiya kuchlari ta'sirida muvozanatda deb qaraydi. Inersiya F_i kuchlari hajmiy kuchlarga kirib, u konstruksiya elementining hajmi bo'yicha barcha zarrachalariga uzluksiz ta'sir etadi.



13.1-chizma. Dinamik yuklarga misollar.

Konstruksiya elementining har bir zarrachasiga ta'sir etayotgan elementar dF_{in} inersiya kuchi, uning dm massasi bilan a tezlanishi ko'paytmasiga teng bo'ladi va tezlanishiga qarama-qarshi yo'nalgan bo'ladi:

$$dF_{in} = dma = \frac{dQ}{g} a = \gamma dV \frac{a}{g}. \quad (13.1)$$

Bu yerda dQ va dV konstruksiya kichik elementining og'irligi va hajmi;

γ materialning solishtirma og'irligi, kN/m^3 ;

g erkin tushish tezlanishi, uning qiymati $g = 9,81 m/sec^2$.

Konstruksiya elementining bir-birlik hajmiga ta'sir etuvchi inersiya kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$\frac{dF_{in}}{dV} = \gamma \frac{a}{g}. \quad (13.2)$$

Sterjenlarni hisoblashda uning uzunligi bo'ylab tekis taqsimlangan kuchni kiritish qulaylik tug'diradi. Ko'ndalang kesim yuzasi $A(z)$ uzunligi dz bo'lgan elementar sterjenning hajmi $A(z) \cdot dz$ ga teng bo'ladi. Unda (13.2) formulani e'tiborga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$q_m(z) = \frac{\gamma a dV}{g dz} = \frac{\gamma a A dz}{g dz} = \frac{qa}{g}. \quad (13.3)$$

Bunda $q = \gamma \cdot A$ sterjenning bir-birlik uzunligiga to'g'ri keluvchi kuch.

Materiallar qarshiligi fanida ko'pgina masalalarni yechishda F_d dinamik kuchlardan hosil bo'ladigan dinamik u_d ko'chish, deformatsiya va σ_d kuchlanishlarni, statik F_s kuchdan hosil bo'ladigan statik u_s

ko'chish, ϵ_s deformatsiya va σ_s kuchlanishlarni dinamik koeffitsientga ko'paytirib aniqlanadi:

$$u_d = \mu u_s; \quad \epsilon_d = \mu \epsilon_s; \quad \sigma_d = \mu \sigma_s; \quad F_d = \mu F_s. \quad (13.4)$$

Ko'pgina hollarda dinamik koeffitsient μ analitik usulda topiladi, agar bu qiyin bo'lsa, tajriba yo'li bilan topiladi. Tabiiyki, bu koeffitsient dinamik yuk turiga, inshootning o'lchamlari, massasi, bikirligi kabi qator omillariga bog'liq.

Umumiy holda dinamik yuk inshootga bo'ladigan murakkab ta'sir bo'lib, hamma vaqt ham uni hisobga olib bo'lmaydi.

Bu bobda, faqat sodda masalalarni ko'rib chiqamiz va ularni yechishda hisobni soddalashtiruvchi qator gipotezalar qabul qilinadi.

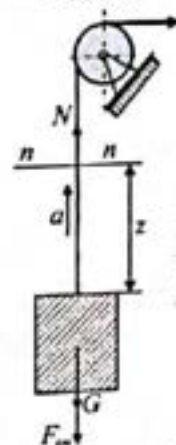
13.2-§. Sim arqonni hisoblashda inersiya kuchini inobatga olish

Og'irligi G bo'lgan yukni a tezlanish bilan ko'tarishda sim arqon hisobini ko'rib chiqamiz. (13.2-chizma). Ko'ndalang kesim yuzasi A bo'lgan, l_m uzunlikdagi sim arqon og'irligini q bilan belgilaymiz.

Yuk qo'zg'almas bo'lganda, sim arqonning ixtiyoriy ko'ndalang $n-n$ kesimida yuk va sim arqon og'irligidan statik zo'riqish kuchi paydo bo'ladi. Ushbu statik zo'riqish kuchi sim arqonning qirqib olingan pastki qismining muvozanatda bo'lish shartidan aniqlanadi va u quyidagiga teng:

$$N_s = G + qz. \quad (13.5)$$

Bu yerda qz $-z$ uzunlikdagi sim arqonning og'irligi.



13.2-chizma. Yuqoriga a tezlanish bilan ko'tarilayotgan yuk.

Yuqoriga biror yukni a tezlanish bilan ko'tarayotgan sim arqonda hosil bo'ladigan zo'riqish kuchini aniqlash uchun yukning harakat tenglamasini tuzish lozim. Bu tenglamani tuzish nazariy mexanikadan ma'lum bo'lgan Dalamber prinsipidan foydalanib amalga oshiriladi. Bu prinsipga muvofiq harakatlanayotgan sistemaning barcha nuqtalariga qo'shimcha ravishda *Inersiya kuchlarini* qo'yib, sistemani muvozanatda deb qarash mumkin.

Inersiya kuchining miqdori massa bilan uning tezlanishi ko'paytmasiga teng bo'lib, tezlanishga nisbatan teskari tomonga yo'nalgan.

Dalamber prinsipi yordamida istalgan dinamik masalaning yechimi sodda ko'rinishdagi statik muvozanat tenglamalarini tuzishga keltiriladi.

Yuk a tezlanish bilan ko'tarilganda, yukning G/g inersiya kuchi va sim arqonning $qz \cdot a/g$ inersiya kuchlari hosil bo'ladi.

Unda sim arqonda inersiya kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$F_{in} = \frac{G + qz}{g} a. \quad (13.6)$$

Bu yerda $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ jismning erkin tushish tezlanishi.

Dinamik N_d zo'riqish kuchining to'la qiymati quyidagi tenglikdan topiladi:

$$N_d = (G + qz) + \frac{(G + qz)}{g} a = (G + qz) \left(1 + \frac{a}{g} \right) \quad (13.7)$$

(13.1) formulani e'tiborga olib va belgilash kiritib (13.7) ifodani quyidagicha yozish mumkin:

$$N_d = \mu N_{st}. \quad (13.8)$$

Sim arqonning ixtiyoriy kesimidagi dinamik kuchlanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_d = \frac{N_d}{A} = \mu \sigma_{st} \quad (13.9)$$

Bunda dinamik koeffitsient qiymati quyidagi ifodadan aniqlanadi:

$$\mu = 1 + \frac{a}{g} \quad (13.10)$$

Xulosa

Demak, yukni a tezlanish bilan ko'targanda, dinamik kuchlanish statik kuchlanish miqdoridan bir necha marta katta bo'ladi.

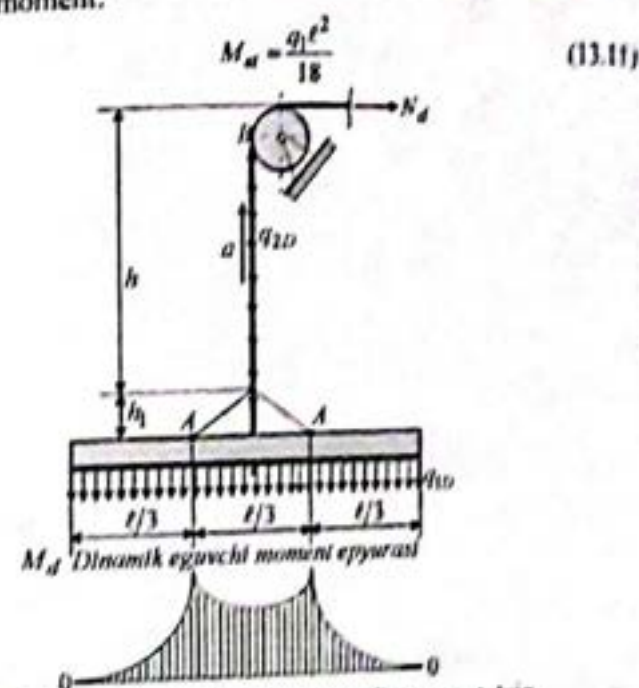
Agar yuk a tezlanish bilan tushirilsa, dinamik koeffitsient formulasi oldiga minus ishora qo'yish kerak. Yuk erkin tushganida tezlanish $a = -g$ bo'lganligidan sim arqondagi tortilish kuchi nolga teng bo'ladi.

Sim arqon tushayotgan yuk ketidan hech qanday zo'riqish harakatlanadi.

13.3-§. Tekis tezlanish bilan harakatlanayotgan brus hisobi

To'sin sim arqon bilan yuqoriga a tezlanish bilan ko'tarilayotganda, to'sin va sim arqonda hosil bo'ladigan dinamik kuch va kuchlanishlarni aniqlash masalasini ko'rib chiqamiz (13.3-chizma). Bunda hosil bo'lgan inersiya kuchi to'sinda qo'shimcha egilish va sim arqonda cho'zilish deformatsiyalarini hosil qiladi.

To'sin yuqoriga ko'tarilguncha to'sinning A kesimida eng katta statik eguvchi moment:



13.3-chizma. Tezlanish bilan ko'tarilayotgan to'sin.

sim arqonning B kesimida esa eng katta statik cho'zuvchi kuch hosil bo'ladi (mahkamlovchi qurilmalar og'irligini e'tiborga olmaymiz $h_1 \ll h$):

$$N_{st} = q_1 l + q_2 h. \quad (13.12)$$

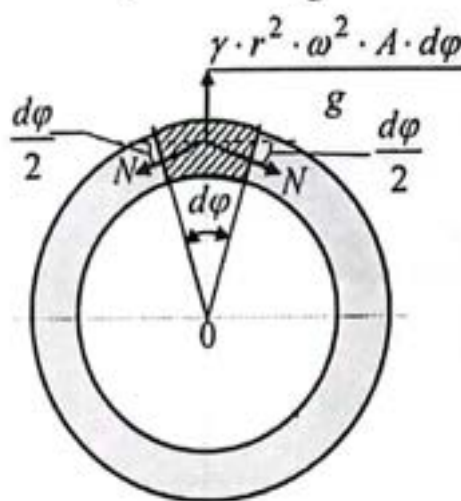
13.5-§. Aylanma harakatda bo'lgan halqa hisobi

Ko'ndalang kesim yuzasi A , radius r , solishtirma og'irligi γ bo'lgan, o'zgarmas ω burchak tezlik bilan aylanma harakatdagi halqa masalasini ko'rib chiqamiz. Ma'lumki, bunda halqa o'qining har bir nuqtasi $\omega^2 r$ tezlanish bilan harakatlanadi va natijada halqa o'qi bo'yicha tekis taqsimlangan inersiya kuchi yoki markazdan qochirma kuch hosil bo'ladi.

Halqadan birorta cheksiz kichik element ajratib olamiz (13.5-chizma.). Bu elementning uzunligi $ds = r d\varphi$ ga, hajmi $r A d\varphi$ ga og'irligi $\gamma r A d\varphi$ ga teng bo'ladi. Element og'irligidan hosil bo'ladigan inersiya kuchi uning massasi bilan tezlanishi ko'paytmasiga teng bo'ladi.

Element kesimiga tashlab yuborilgan qismning ta'sirini bo'ylama cho'zuvchi kuch bilan almashtiramiz. Elementga ta'sir etayotgan kuchi va inersiya kuchlaridan radial yo'nalish bo'yicha quyidagini hosil qilamiz:

$$2N \sin \frac{d\varphi}{2} = \frac{\gamma \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot A \cdot d\varphi}{g} \quad (13.24)$$



13.5-chizma. Halqa.

Bu ifodadagi burchak juda ham kichik bo'lganligi sababli $\sin \frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2}$ deb qaraymiz va quyidagi natijaga erishamiz:

$$N = \frac{\gamma \cdot r^2 \cdot \omega^2 \cdot A}{g} \quad (13.25)$$

Unda halqada hosil bo'lgan kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma = \frac{M}{A} = \frac{\gamma \cdot r^2 \cdot \omega^2}{2} \quad (13.26)$$

13.6.3. Brusi bo'ylama va ko'ndalang zarba yuklarga hisoblash

Qaralayotgan masalaning yechimi ixtiyoriy sistemaga qo'llash mumkin bo'lishi uchun birorta elastik konstruksiyani uchiga to'plangan $m = G_0/g$ massa birlashtirilgan prujina ko'rinishida qaraymiz (13.6, a)-chizma). h balandlikdan tushayotgan yuk massasini $M = G/g$ belgilaymiz.

Bu holat uchun quyidagi cheklanishlarni qabul qilamiz:

1. Real konstruksiyaga zarba beruvchi massaning birinchi zarb berishidan oq sterjen bo'ylab elastik deformatsiya to'loqini tarqalishi boshlanadi.

2. M va m massalarning urilishi bir ($r=0$) zunda ro'y beradi va ideal elastik emas deb qaraladi (orqaga qaytmaydi).

Yuqoridan tushayotgan zarba beruvchi massa tezligi tushayotgan balandligiga bog'liq bo'lib, quyidagiga teng bo'ladi:

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (13.27)$$

Yuqoridan tushayotgan zarba beruvchi massa pastki zarbalanuvchi massaga urilgandan so'ng ular bir butun bo'lib, $v_0 < v$ tezlik bilan harakatlanadi (13.6, b)-chizma). Bu tezlikni sistemaning urilguncha va urilgandan keyingi harakatlari sonining tenglik shartida aniqlaymiz:

$$Mv = (M+m)v_0. \quad (13.28)$$

Bu tenglamadan $r=0$ bo'lganda, sistemaning ikki massaning boshlang'ich tezligini va sistemaning unga to'g'ri keluvchi kinetik T_0 energiyasini aniqlaymiz:

$$v_0 = \frac{M}{M+m} v, \quad T_0 = \frac{(M+m)}{2} v_0^2 = \frac{M^2}{2(M+m)} v^2. \quad (13.29)$$

Yig'ma ($F_d + G_0$) massaning keyingi harakati boshlang'ich $\lambda_0 = 0$ ko'chishida va (13.29) shart asosida erkinlik darajasi birga teng bo'lgan sistema kabi harakatlanadi. Bu esa tebranish bo'ladi deganidir, uning grafigi 13.6, e)-chizmada keltirilgan.

Prujinada eng katta zo'riqish N_d kuchi, ko'chish $\lambda = \lambda_d$ maksimal qiymatga yetgan pastki chetki holatdagi 1 nuqtada hosil bo'ladi.

Bir onda massaning tezligi va sistemaning kinetik energiyasi T_1 nolga teng bo'ladi.

bu yerda q_1, q_2 to'sin va sim arqonning bir-birlik uzunligiga to'g'ri keluvchi og'irligi.

To'sinni a tezlanish bilan ko'tarishda to'sin va sim arqon uzunligi bo'yicha tekis taralgan inersiya kuchlari hosil bo'ladi. Ular (13.3) formula asosida quyidagicha ifodalanadi:

$$q_{1,1} = \frac{q_1 a}{g}; \quad q_{2,1} = \frac{q_2 a}{g}. \quad (13.13)$$

Dinamik yuklar statik va inersiya yuklari yig'indisiga teng:

$$q_{1,d} = q_1 + q_{1,1} = \left(1 + \frac{a}{g}\right) q_1 = \mu \cdot q_1; \quad q_{2,d} = q_2 + q_{2,1} = \left(1 + \frac{a}{g}\right) q_2 = \mu \cdot q_2. \quad (13.14)$$

Demak, bu ifodalardan ko'rinadiki, qarayotgan holat uchun dinamik koeffitsient miqdori quyidagi ifoda bilan aniqlanar ekan:

$$\mu = \left(1 + \frac{a}{g}\right). \quad (13.15)$$

Shunday qilib, eng katta dinamik eguvchi moment va sim arqonda dinamik zo'riqish kuchlari quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$M_d = \mu \cdot M_{st} = \mu \frac{q_1 l^2}{18}; \quad N_d = \mu \cdot N_{st} = \mu (q_1 l + q_2 h). \quad (13.16)$$

To'sin va sim arqonlardagi eng katta dinamik kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_d = \frac{M_d}{W} = \mu \frac{M_{st}}{W}; \quad \sigma_d = \frac{N_d}{A} = \mu \frac{N_{st}}{A}. \quad (13.17)$$

Bu yerda W to'sin ko'ndalang kesim yuzasi qarshilik momenti; A sim arqon ko'ndalang kesim yuzasi.

13.4-§. Aylanma harakatda bo'lgan brus hisobi

Yuqorida keltirilgan to'sin uzunligi o'rtasidan o'tuvchi biror vertikal 0-0 o'q atrofida o'zgarmas ω burchak tezlik bilan aylanganda hosil bo'luvchi kuchlanishlar qanday o'zgarishini ko'rib chiqamiz (13.4-chizma).

Bunda ajratilgan element radial (markazdan qochirma) tezlanishga ega bo'ladi:

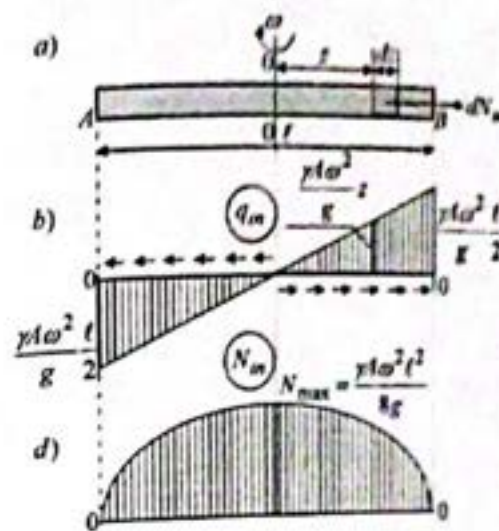
$$a_n = \omega^2 z. \quad (13.18)$$

Qarayotgan masalada sterjen uzunlik birligiga to'g'ri keluvchi inersiya kuchining intensivligi quyidagi formula orqali ifodalanadi:

$$q_m = \frac{\gamma A}{g} a_n = \frac{\gamma A}{g} \omega^2 z. \quad (13.19)$$

Bu kuchning to'sin uzunligi bo'yicha o'zgarish qonuni 13.4, b) chizmada keltirilgan. To'sindan ajratilgan elementga ta'sir etuvchi inersiya kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$dN_m = \frac{\gamma A dz}{g} \omega^2 z. \quad (13.20)$$



13.4-chizma. ω burchak tezligi bilan aylanayotgan to'sin.

Unda butun to'sin o'qidan z masofada ajratilgan elementga ta'sir etuvchi inersiya kuchi quyidagi formuladan aniqlanadi:

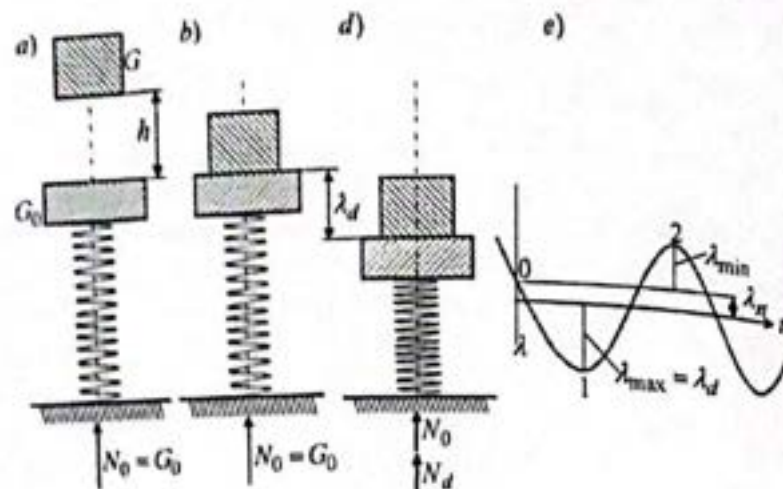
$$N_m = \int_z^l \frac{\gamma A z}{g} \omega^2 dz = \gamma \frac{A \omega^2}{2g} \left(\frac{l^2}{4} - z^2 \right) \quad (13.21)$$

Ushbu inersiya kuchining to'sin o'qi bo'yicha o'zgarish epyurasi 13.4, d)-chizmada keltirilgan. Eng katta inersiya kuchi to'sinning $z=0$ bo'lgan ko'ndalang kesimida hosil bo'ladi va uning miqdori quyidagiga teng bo'ladi:

$$N_{max} = \gamma A \frac{\omega^2 l^2}{8g}. \quad (13.22)$$

Maksimal dinamik kuchlanish esa quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{d,max} = \gamma \frac{\omega^2 l^2}{8g}. \quad (13.23)$$



13.6-chizma. Vertikal zarbda dinamik koeffitsientni aniqlash modeli.

Elastik prujina ichki zo'riqish N kuchidan hosil bo'ladigan λ ko'chish orasidagi bog'lanish quyidagicha ifodalanadi:

$$\lambda = \frac{N}{c}. \quad (13.30)$$

Bu yerda c prujina bikirligi.

Agar prujinani shartli ravishda yuqoridan tushuvchi yuk og'irligiga teng $F_{st} = G$ yuk bilan yuklasak, unda prujina ichki zo'riqish $N_{st} = F_{st} = G$ kuchi bo'ladi va unga tegishli ko'chish quyidagicha aniqlanadi:

$$\lambda_{st} = \frac{N_{st}}{c} = \frac{G}{c}. \quad (13.31)$$

Zarb natijasida olingan boshlang'ich tezlik tufayli prujina λ_d qiymatga siqiladi (13.3, d)-chizma). Dinamik λ_d ko'chishni (13.30) formuladan foydalanib, quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\lambda_d = \frac{N_d}{c}. \quad (13.32)$$

Ushbu (13.32) ifodani (13.31)-ifodaga bo'lsak, quyidagi natijani hosil qilamiz:

$$\mu = \frac{\lambda_d}{\lambda_{st}} = \frac{N_d}{N_{st}}. \quad (13.33)$$

Bundan ko'rinadiki, erkinlik darajasi birga teng bo'lgan qabul qilingan sistema hisob modeli dinamik koeffitsienti ko'chish va zo'riqish kuchlari uchun bir xil bo'lar ekan.

Dinamik λ_d ko'chish va dinamik μ koeffitsientini aniqlash uchun nazariy mexanika kursidan ma'lum bo'lgan, kinetik energiya o'ttirmasi sirtqi kuch bajargan ishiga tenglik teoremanan foydalanib aniqlanadi. Agar $\lambda = \lambda_0 = 0$ bo'lgan (13.6, b)-chizma) va 1 nuqtada $\lambda = \lambda_d$ bo'lgan (13.6, d)-chizma) holatlarni qabul qilib, ushbu teorema asosida quyidagi ifodani yozish mumkin:

$$T_1 - T_0 = A. \quad (13.34)$$

Bu yerda $T_1 = 0$ sistemaning ko'chishi $\lambda = \lambda_d$ bo'lgandagi kinetik energiyasi.

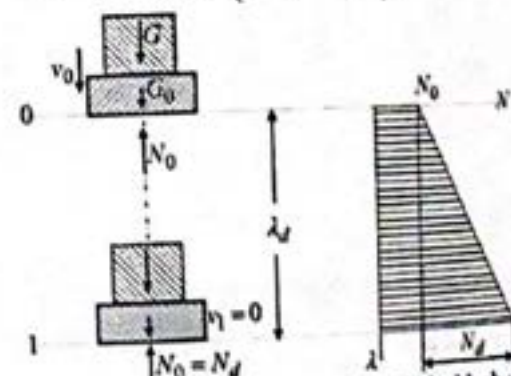
A og'irlik G , G_0 yuklari va prujina tomonida massaga ta'sir etayotgan N kuchlarning, $\lambda_0 = 0$ oraliqdan $\lambda = \lambda_d$ oraliqqa o'tishda harakatlanishi natijasida bajargan ish (13.7-chizma).

Og'irlik G , G_0 yuklari bajargan ishlari musbat bo'lib, quyidagiga teng bo'ladi:

$$(G + G_0)\lambda_d. \quad (13.35)$$

Zo'riqish kuchi N bajargan ishi manfiy bo'lib, trapetsiya yuzasi orqali ifodalanib, N kuchining λ_d yo'lda o'zgarishini tasvirlaydi. Demak, bundan quyidagi ifodani yozish mumkin:

$$A = (G + G_0)\lambda_d - \left(N_0\lambda_d + \frac{N_d\lambda_d}{2} \right) = G\lambda_d - \frac{c\lambda_d^2}{2}. \quad (13.36)$$



13.7-chizma. Zarbdan keyin bajarilgan ishini hisoblash uchun sxema.

Bu yerda $G_0 = N_0$; $N_d = c\lambda_d$ ekanligi e'tiborga olingan.

Ushbu (13.36) formuladan A ish va (13.29) tenglamadan kinetik T_1 energiya miqdorlarini (13.34) tenglamaga qo'yib hamda (13.31) formulani e'tiborga olib, dinamik λ_d ko'chishga nisbatan quyidagi kvadrat tenglamani hosil qilamiz:

$$\lambda_d^2 - 2\lambda_d\lambda_w - 2h \frac{M}{(M+m)} = 0. \quad (13.37)$$

Bu tenglamani yechib, dinamik λ_d ko'chish ifodasini aniqlaymiz:

$$\lambda_d = \lambda_w \left[1 \pm \sqrt{1 + 2h \frac{M}{\lambda_w(M+m)}} \right]. \quad (13.38)$$

Bu ifodadagi musbat ishora sistemaning pastki 1 amplituda holatiga to'g'ri keladi. Manfiy ishora zarbdan keyin tebranish jarayonidagi 2 yuqoridagi holatiga to'g'ri keladi (13.6, e)-chizma).

Dinamik ko'chish (13.38) formuladagi ishorani musbat olib, (13.33) ifodaga asosan dinamik ko'effitsientning ifodasini aniqlaymiz:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_w} \cdot \eta}. \quad (13.39)$$

Bu yerda η zarb beruvchi va zarbalanuvchi massalarning o'zaro munosabatlarini e'tiborga oluvchi ko'effitsient:

$$\eta = \frac{M}{M+m}. \quad (13.40)$$

Dinamik (13.39) ko'effitsientni (13.27) formuladan foydalanib, quyidagicha ham ifodalash mumkin:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\lambda_w} \cdot \eta}. \quad (13.41)$$

Agar yukning tushish balandligi nolga teng ($h=0$) bo'lsa, dinamik ko'effitsient (13.39) ikkiga teng ($\mu=2$) bo'ladi. Bunday yuklanish to'satdan yuklanish deyiladi. Bu masalani fizik jihatdan quyidagicha talqin qilish mumkin: ipga osilgan yukni to'sin ustida shunday o'rnatish kerakki, yuk to'sin sirtiga tegib tursin, lekin og'irligi to'singa tushmasin, barcha og'irligi ipga tushsin. Agar ip bir onda qirilsa, yukning butun og'irligi to'satdan to'singa tushadi. Bunda kuchlanish va solqiliklar statik yuklanishdagiga qaraganda ikki marta katta bo'ladi. Ma'lumki, statik yuklanishda yuk qiymati noldan belgilangan miqdorgacha ortadi deb, taxmin qilinadi.

Agar yukning tushish balandligi statik solqilikdan ancha katta bo'lsa, ikkinchi hadga nisbatan birni inobatga olmasa ham bo'ladi. Unda dinamik ko'effitsient quyidagicha ifodalanadi:

$$\mu = 1 + \frac{v}{\sqrt{g\lambda_w}}. \quad (13.42)$$

Bo'ylama zarb. Ko'ndalang A kesim yuzasi o'zgarmas, materialning zichligi ρ , bo'lgan, pastki uchi qistirib mahkamlangan

sterjenga bo'ylama zarb ta'sirini qaraymiz (13.8, a)-chizma). Zarb ta'siridan sterjenning, massasi $A\lambda\rho$ bo'lgan chetki kichik elementi v_1 tezlikni oladi. Bu v_1 tezlik berilgan kesimning ko'chishiga, ko'chishi esa o'z navbatida z qiymatiga proporsional, ya'ni dinamik ko'chishlar epyurasi shakli ham sterjen uchiga statik ravishda qo'yilgan bo'ylama kuchdan hosil bo'ladigan ko'chishlar shakliga o'xshash, deb faraz qilimiz. Unda brus balandligi bo'yicha tezlikning o'zgarish qonuni quyidagicha ifodalanadi:

$$v_1 = \frac{z}{l} v. \quad (13.43)$$

Bu yerda v sterjen yuqorigi nuqtasining tezligi.

Sterjenning kinetik energiyasi quyidagi formuladan aniqlanadi:

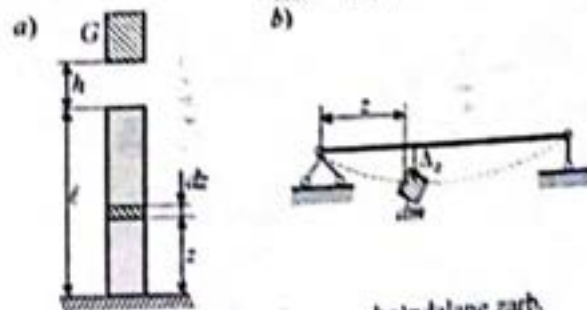
$$T = \int_0^l A\rho \frac{v^2}{2} dz = \frac{A\rho}{2} v^2 \int_0^l \frac{z^2}{l^2} dz = \frac{A\rho}{2} \frac{v^2}{3} = \left(\frac{1}{3} \right) \frac{A\lambda}{g} \frac{v^2}{2}. \quad (13.44)$$

Bu yerda k bo'ylama zarbda keltirish ko'effitsienti bo'lib, bir uchi qistirib mahkamlangan, og'irligi $A\lambda g$ bo'lgan sterjen uchun $k = \frac{1}{3}$ ga teng.

Ko'ndalang zarb. Ikkita sharnirli tayanchga tiralgan, ko'ndalang kesimi o'zgarmas bo'lgan to'sin zarba masalasini ko'ramiz. Sistemaning kinetik energiyasini aniqlash uchun chap tayanchdan z masofada yotuvchi to'sin elementi (13.8, b)-chizma) tezligi v_2 zarb tushadigan, nuqtaga qo'yilgan F kuch ko'rinishidagi statik yukdan hosil bo'ladigan ko'chish v_2 ga proporsional, deb taxmin qilamiz.

Bu proporsionallik shartini quyidagi tenglik bilan ifodalash mumkin:

$$\frac{v_2}{v_{\max}} = \frac{\Delta_2}{\Delta_{\max}}. \quad (13.45)$$



13.8-chizma. Bo'ylama va ko'ndalang zarb.

Bu yerda $v_{\max}$ va $\Delta_{\max}$ tegishli to'sin ravog'i o'rtasidagi nuqtaning tezligi va solqiligi.

Agar zarb tushadigan nuqta to'sin ravog'i o'rtasida deb, qarash unda solqilik quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$\Delta_z = \frac{Ft^3}{48EI} \left(3\frac{z}{l} - 4\frac{z^3}{l^3} \right) = \Delta_{\max} \left(3\frac{z}{l} - 4\frac{z^3}{l^3} \right) \quad (13.46)$$

Demak, tezlikni ham quyidagi tenglama orqali ifodalash mumkin:

$$v_z = \Delta_{\max} \left(3\frac{z}{l} - 4\frac{z^3}{l^3} \right); \quad 0 \leq z \leq \frac{l}{2}. \quad (13.47)$$

Sistemaning kinetik energiyasi quyidagi tenglikdan topiladi:

$$T = \int_0^l \frac{v_z^2}{2} dm = \int_0^l \rho dx \frac{v_z^2}{2} = 2 \int_0^{l/2} \frac{1}{2} \rho v_{\max}^2 \left(3\frac{z}{l} - 4\frac{z^3}{l^3} \right)^2 dz =$$

$$= \rho v_{\max}^2 \int_0^{l/2} \left(9\frac{z^2}{l^2} - 24\frac{z^4}{l^4} + 16\frac{z^6}{l^6} \right) dz = \frac{17}{35} \left(\frac{Q_0}{2g} v_{\max}^2 \right) \quad (13.48)$$

Bundan, ko'ndalang zarbda k keltirish koeffitsienti, uchlarlari sharnirli mahkamlangan, og'irligi $Q_0 = A\ell\rho$ bo'lgan to'sin uchun $k = \frac{17}{35}$ ga teng ekanligi kelib chiqadi.

Uchlarlari sharnirli tayangan to'sinning o'rtasiga yuk kelib uriladigan hol uchun dinamik koeffitsientning qiymati quyidagiga teng bo'ladi:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{17}{35} \frac{Q_0}{G}\right)}}. \quad (13.49)$$

Masalalar:

13.1-masala. Uzunligi $\ell = 60m$, diametri $d = 4sm$, materiali zichligi $\rho = 5g/cm^3$, hisobiy qarshiligi $R = 30MPa$ bo'lgan po'lat arqon yordamida massasi $m = 600N$ li lift kabinasi $a = 5m/sek^2$ tezlanish bilan yuqoriga ko'tarilganda, po'lat arqon mustahkamligi tekshirilsin (13.9-chizma).

Yechish. Agar kabina harakatlanmasdan tinch turganda po'lat arqonning ixtiyoriy kesimida hosil bo'lgan ichki zo'riqish kuchi quyidagiga teng bo'ladi:



13.9-chizma. Po'lat arqonda yuqoriga ko'tarilayotgan lift kabinasi.

$$F_m = ma + \rho g A z$$

Unda eng katta statik kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{st} = \frac{F_{m, \max}}{A} = \frac{(mg + \rho A g \ell)}{A} = \frac{600 \cdot 9,81 + 7,75 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 3,14 \cdot (0,02)^2}{3,14 \cdot (0,02)^2} =$$

$$9,25 \cdot 10^6 N/m^2 = 9,25 MPa.$$

Kabina a tezlanish bilan ko'tarilganda, kabinaning og' inersiya kuchi, po'lat sim arqonda $\rho g A z \frac{a}{g}$ inersiya kuchlari hosil bo'ladi.

Unda sim arqonda inersiya kuchi quyidagiga teng bo'ladi:

$$F_{in} = mg + \rho A z a$$

Dinamik, N_d zo'riqish kuchining to'la qiymati quyidagi tenglikdan topiladi:

$$N_d = (mg + \rho A g z) + (mg + \rho A z a) = (mg + \rho A z) \left(1 + \frac{a}{g} \right)$$

Bu yerda A po'lat sim arqonning ko'ndalang kesim yuzasi;

$g = 9,81m/sek^2$ erkin tushish tezlanishi.

Eng katta dinamik kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_d = \frac{N_{d, \max}}{A} = \frac{(mg + \rho A g z) \left(1 + \frac{a}{g} \right)}{A} =$$

$$\frac{600 \cdot 9,81 + 7,75 \cdot 10^3 \cdot 9,81 \cdot 3,14 \cdot (0,02)^2}{3,14 \cdot (0,02)^2} \left(1 + \frac{5}{9,81} \right) =$$

$$13,96 \cdot 10^6 N/m^2 = 13,96 MPa.$$

Xulosa

Po'lat sim arqon mustahkamligi ta'minlangan, chunki maksimal dinamik kuchlanish $\sigma_d = 13,96 \text{ MPa} < 30 \text{ MPa}$ hisobiy kuchlanishdan kichik.

Zarar yoldan hosil bo'lgan eng katta dinamik kuchlanish statik kuchdan hosil bo'lgan kuchlanishdan 1,5 marta katta bo'lar ekan.

13.2-masala. Uzunligi o'rtasiga qo'yilgan F kuch yuqoriga $a = 2g$ tezlanish bilan ko'tarilayotgan gorizontal brus mustahkamligi tekshirilsin (13.10. a)-chizma). Brus ko'ndalang kesim yuzasi tomonlari o'lchami $b = b = 5 \text{ m}$ bo'lgan kvadrat, uzunligi $l = 2 \text{ m}$ ga teng. Materialning tezlashtirish $\rho = 2,8 \text{ g/cm}^3$ hisobiy qarshiligi $R = 10 \text{ MPa}$ ga teng.

Techish. Yuqoriga ko'tarilayotgan gorizontal brusing og'irligidan hosil bo'ladigan tekis taqimlangan statik yuk intensivligini aniqlaymiz.

$$q_s = \rho l = 2,8 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 68,7 \text{ N/m}$$

Unda tekis taqimlangan inersiya kuchining miqdori quyidagiga teng bo'ladi:

$$q_m = q_s k_d = q_s \left(1 + \frac{a}{g}\right) = 68,7 \cdot \left(1 + \frac{2g}{g}\right) = 206,1 \text{ N/m}$$

Tekis taqimlangan yuklar yig'indisi intensivligini aniqlaymiz:

$$q = q_s + q_m = 68,7 + 206,1 = 274,8 \text{ N/m}$$

Brusing dinamik muvozanat shartidan foydalanib, F to'plangan kuch miqdorini aniqlaymiz:

$$F = q \cdot l = 274,8 \cdot 2 = 549,6 \text{ kN}$$

Yuklarning intensivligi q_s , q_m va taqimlangan yuklar q yig'indisi 13.10. b), d), e)-chizmalarda va Q ko'ndalang kuch hamda M egrovchi moment epyuralari 13.10. g), f)-chizmalarda keltirilgan.

Eng katta egrovchi moment miqdori quyidagiga teng bo'ladi:

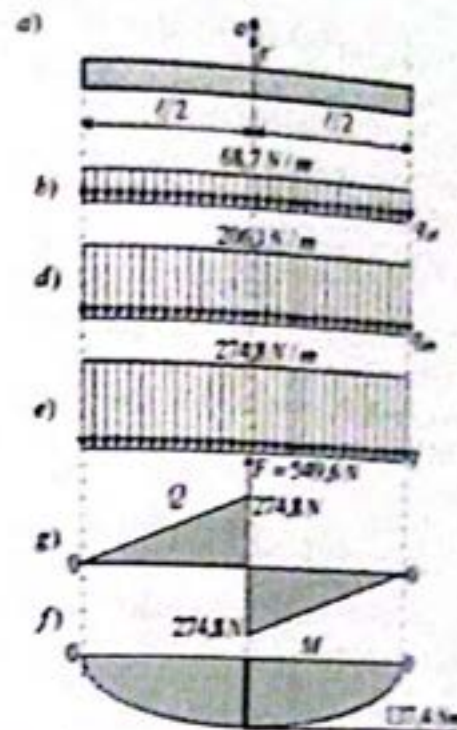
$$M_{\max} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{274,8 \cdot 2^2}{8} = 137,4 \text{ Nm}$$

Kvadrat shaklidagi kesimning qarshilik momenti quyidagiga teng:

$$W = \frac{b^3}{6} = \frac{125 \cdot 10^{-6}}{6} = 20,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Unda maksimal dinamik kuchlanish quyidagiga teng bo'ladi:

$$\sigma_{d, \max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{137,4}{20,8 \cdot 10^{-6}} = 6,6 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 6,6 \text{ MPa}$$



13.10-chizma. O'zgarmas tezlanish bilan ko'tarilayotgan gorizontal to'sin

Xulosa

Maksimal dinamik kuchlanish $\sigma_{d, \max} = 6,6 \text{ MPa}$ miqdori hisobiy $R = 10 \text{ MPa}$ qarshilikdan kichik, demak, brus mustahkamligi ta'minlangan.

Hisoblar shuni ko'rsatadiki, dinamik kuchlanish miqdori statik kuchlanish miqdoridan 3 marta katta bo'lar ekan.

13.3-masala. Ko'ndalang kesim yuzasi o'zgarmas, uzunligi $l = 0,6 \text{ m}$ bo'lgan gorizontal po'lat sterjen vertikal y o'q atrofida doimiy burchak tezlik $\omega = 1000 \text{ ot/min}$ bilan aylanadi (13.11. a)-chizma). Materiali zichligi $\rho = 7,75 \text{ g/cm}^3$ bo'lgan sterjendagi eng katta normal cho'zuvchi kuchlanish aniqlansin.

Techish. Sterjenning bir-birlik uzunligiga to'g'ri keluvchi inersiya kuchi intensivligini hisoblaymiz, u bir-birlik uzunlikdagi element massasi bilan normal a_n tezlanish ko'paytmasiga teng:

$$q_m = \rho \cdot A \cdot l \cdot a_n$$

Bu yerda normal a_n tezlanish quyidagiga teng:

$$a_n = \frac{(\pi \omega)^2}{900} z$$

ekanligini e'tiborga olib, inersiya q_{in} kuchi intensivligini quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$q_{in} = \rho A \frac{(\pi \omega)^2}{900} z.$$

Bu q_{in} kuchning epyurasi 13.11, b)-chizmada ko'rsatilgan.

Unda to'sin aylanish o'qidan z masofada kesimda ta'sir etuvchi N bo'ylama cho'zuvchi kuchi, kesimdan sterjen oxirigacha bo'lgan oraliqdagi q_{in} kuchning epyurasiga teng, ya'ni bu qaralayotgan masalada trapetsiya yuzasiga teng:

$$N = \rho A \frac{(\pi \omega)^2}{900} \left(z + \frac{\ell}{2} \right) \left(z - \frac{\ell}{2} \right) \frac{1}{2} = \rho A \frac{(\pi \omega)^2}{1800} \left(\frac{\ell^2}{4} - z^2 \right).$$

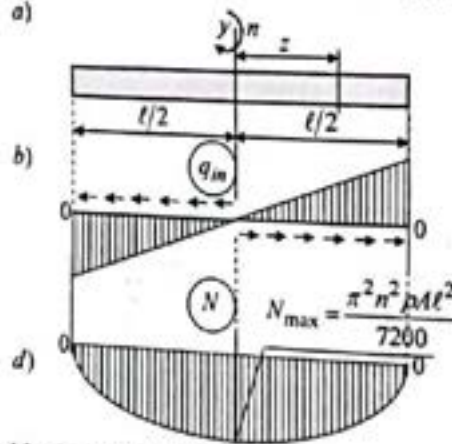
Ushbu kuch epyurasi 13.11, d)-chizmada ko'rsatilgan. Bo'ylama N kuchning eng katta qiymati $z=0$ bo'lgan kesimda hosil bo'lib, u quyidagiga teng bo'ladi:

$$N = \rho A \frac{(\pi \omega)^2 \ell^2}{1800}.$$

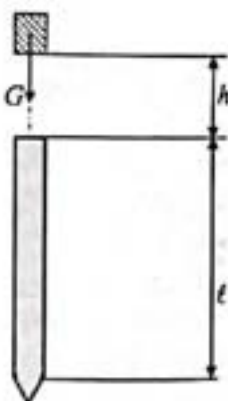
Eng katta cho'zuvchi kuchlanishni aniqlaymiz

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} = \rho \frac{(\pi \omega)^2 \ell^2}{1800} = \frac{7,75 \cdot 10^3 \cdot (3,14)^2 \cdot 1000^2 \cdot (0,6)^2}{7200} = 3,8 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}.$$

a)



13.11-chizma. Vertikal o'q atrofida aylanayotgan gorizontaal sterjen.



13.12-chizma. Yog'och qoziq.

13.4-masala. Uzunligi $\ell = 7m$ diametri, $d = 20sm$ bo'lgan yog'och qoziqni qoqish uskunasi kopyor bolg'asi $h = 0,6m$ balandlikdan tushib, normativ $G_n = 3kN$ og'irlik bilan uriladi. Bu paytda qoziqning oxiridagi pastki uchi ko'chmaydi deb qarab, uning mustahkamligi tekshirilsin (13.12-chizma). Yog'ochning hisobiy qarshiligi $R = 16MPa$, yuklash bo'yicha ishonchlilik $\gamma_f = 1,2$, koeffitsienti va ish sharoitini e'tiborga oluvchi koeffitsienti $\gamma_{sh} = 1,2$ ga teng.

Yechish. Yog'och qoziq qoqish jarayonida bo'ylama yoki siquvchi zarbga uchraydi.

Yog'och qoziqning yuqoridagi oxirgi uchining statik ko'chishi statik bo'ylama qisqarishiga teng bo'lib, u quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\lambda_{st} = \Delta \ell_{st} = \frac{N_{st} \ell}{EA} = \frac{G_n \ell}{E(\pi d^2/4)} = \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 8}{1 \cdot 10^{10} (3,14 \cdot 0,20^2/4)} = 7,64 \cdot 10^{-5} m = 0,0764 mm.$$

Bu yerda $E = 1 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$ yog'och qoziq materiali elastiklik moduli.

Statik kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_{st} = \frac{N}{A} = \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 1,2}{(3,14 \cdot 0,20^2/4)} = 114,65 \cdot 10^{-5} Pa = 0,11465 MPa$$

Uskuna bolg'asining tushish balandligi qoziqning statik ko'chishidan ancha katta bo'lganligi uchun dinamik koeffitsientni quyidagi soddalashgan formula bilan hisoblash mumkin:

$$k_d \approx \sqrt{\frac{2h}{\lambda_{st}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 600}{0,0764}} \approx 125.$$

Dinamik kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_d = k_d \sigma_{st} = 125 \cdot 0,11465 = 14,33 MPa < 16 MPa.$$

Xulosa

Yog'och qoziqning mustahkamligi ta'minlangan, holbuki dinamik kuchlanish statik kuchlanishga nisbatan 125 marta katta bo'lsa ham.

13.5-masala. Ikki tayanchga erkin tirilgan ravog'i $\ell = 6m$ bo'lgan to'sin o'rtasiga $h = 15sm$ balandlikdan $G_n = 2,5kN$ normativ yuk tushadi (13.13-chizma). Ko'ndalang kesim yuzasi tanlansin va yuk statik qo'yilgandagi aniqlangan kesim bilan taqqoslansin. Po'latning hisobiy qarshiligi $R = 240 MPa$, elastiklik moduli $E = 200 \cdot 10^9 kN/m^2$; ishonchlilik

koeffitsienti $\gamma_f = 1.2$ ish sharoitini e'tiborga oluvchi koeffitsienti $\gamma_{1.2} = 1.2$ va to'sinning chegaraviy solqiligi $f_{e,d} = l/200$ ga teng.

Yechish 1. Statik yuklangan to'sin ko'ndalang kesim yuzasini tanlash.

To'sinning ravog'i o'rtasiga ta'sir etayotgan to'plangan kuchdan hosil bo'lgan eguvchi moment quyidagiga teng ekanligi ma'lum:

$$M_{\max} = \frac{G \cdot \gamma_f \cdot l}{4} = \frac{2.5 \cdot 1.2 \cdot 6}{4} = 4.5 \text{ kN} \cdot \text{m} = 4500 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

To'sinning mustahkamlik shartidan talab qilingan qarshilik momentini quyidagi formuladan aniqlaymiz:

$$W_x = \frac{M_{\max}}{R} = \frac{4500}{240 \cdot 10^6} = 18.75 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 18.75 \text{ sm}^3.$$

Sortament GOST 8239-72 jadvalidan qarshilik moment $W_x = 18.75 \text{ sm}^3$ ga yaqin bo'lgan, $W_x = 39.715 \text{ sm}^3$, $A = 12 \text{ sm}^2$ № 10 nomerli qo'shtavni tanlaymiz.

2. Dinamik koeffitsientni aniqlash. To'sinning statik kuch ta'siridagi to'sin solqiligi ma'lum bo'lsa, dinamik solqiligini quyidagi formuladan aniqlash mumkin:

$$\lambda_d = k_d \lambda_{st}.$$

Ushbu formuladan statik solqilikni, masalaning shartida dinamik solqilikning chegaraviy $l/200$ qiymati berilganligini e'tiborga olib, statik solqilikning chegaraviy miqdorini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\lambda_{st} = \frac{\lambda_d}{k_d} = \frac{l/200}{k_d} = \frac{6}{200k_d} = \frac{3}{100k_d}.$$

Dinamik koeffitsient (13.39) formulasiga statik solqilik qiymatini qo'yib, quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

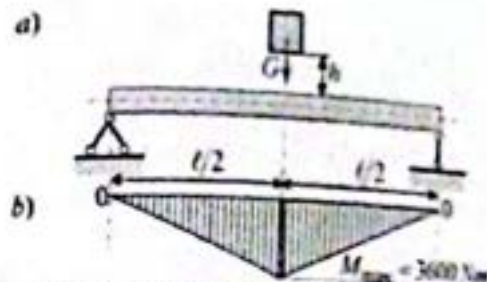
$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0.15}{3/100k_d}} = 1 + \sqrt{1 + 10k_d}.$$

Bu tenglikni quyidagi ko'rinishlarda ifodalash mumkin:

$$(k_d - 1)^2 = 1 + 10k_d; \quad k_d^2 - 2k_d + 1 = 1 + 10k_d;$$

$$k_d(k_d - 12) = 0.$$

Bu tenglik $k_d \neq 0$, aks holda masala mohiyatini yo'qotadi. Shuning uchun ham $(k_d - 12) = 0$ bo'lishi lozim. Bundan dinamik koeffitsient $k_d = 12$ ga teng bo'ladi.



13.13-chizma. Zarb yuk ta'siridagi oddiy to'sin.

3. To'singa zarb ta'siridan ko'ndalang kesimni tanlash. Statik solqilikning chegaraviy qiymatini aniqlaymiz:

$$\lambda_{st} = \frac{3}{100k_d} = \frac{3}{1200} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2.5 \text{ mm}.$$

To'sinning statik G , kuch ta'siridagi bikiirlik sharti quyidagicha ifodalanishi ma'lum:

$$\lambda_{st} \geq \frac{G \cdot l^3}{48EI_x}.$$

Bu shartdan to'sin materiali elastiklik moduli $200 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ ekanligini e'tiborga olib, inersiya momentini aniqlaymiz:

$$I_x \geq \frac{G \cdot l^3}{48E\lambda_{st}} = \frac{2.5 \cdot 10^3 \cdot 6^3}{48 \cdot 200 \cdot 10^9 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3}} = 2250 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 = 2250 \text{ sm}^4.$$

Sortament GOST 8239-72 jadvalidan inersiya va qarshilik momentlari tegishli $I_x = 2790 \text{ sm}^4 > 2700 \text{ sm}^4$; $W_x = 254 \text{ sm}^3$ bo'lgan, $A = 32.8 \text{ sm}^2$ № 22a nomerli qo'shtavni tanlaymiz.

To'sinning mustahkamligini tekshiramiz:

$$\sigma_d = k_d \sigma_{st} = k_d \frac{M_{\max}}{W_x} = 12 \left(\frac{4500}{232 \cdot 10^{-6}} \right) = 233 \cdot 10^6 \text{ Pa} = 233 \text{ MPa} < 240 \text{ MPa}.$$

Xulosa

1. Hisob natijalari kuchlanish bilan hisobiy qarshilik orasidagi farq -2.92% ekanligi to'sinning mustahkamligi ta'minlanganligini ko'rsatadi.

2. Zarb yuk ta'sir etuvchi to'sin ko'ndalang kesimi, statik yuklanishdagiga nisbatan ancha mustahkam bo'lishini talab qilar ekan.

3. Yuk tushish balandligi $h = 15 \text{ sm}$ bo'lganda, dinamik solqilik statik solqilikka nisbatan 12 baraborga oshib ketar ekan.

13.6-masala. Uzunligi $l = 3 \text{ m}$ bo'lgan, shamirli tryangan oddiy to'singa $h = 40 \text{ mm}$ balandlikdan $G = 1000 \text{ N}$ og'irlikdagi yuk tushganda

hosil bo'ladigan eng katta normal kuchlanish aniqlansin (13.14, a)-chizma). To'sinning mustahkamligi tekshirilsin, ruxsat etilgan kuchlanish $\sigma_{adm} = 16 \text{ kN/sm}^2$ elastiklik moduli $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/sm}^2$. To'sin ko'ndalang kesim yuzasi № 20 nomerli qo'shtavr bo'lib, uning inersiya momenti $I_x = 1840 \text{ sm}^4$ ga, qarshilik momenti $W_x = 184 \text{ sm}^3$ ga teng.

Yechish. To'sinning solqiligini hisoblashda qulay bo'lgan Vereshagin usulidan foydalanamiz.

1. Sirtqi statik G kuch ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = -G \cdot 0,3\ell + R_B \cdot \ell = 0; \quad R_B = 0,3G.$$

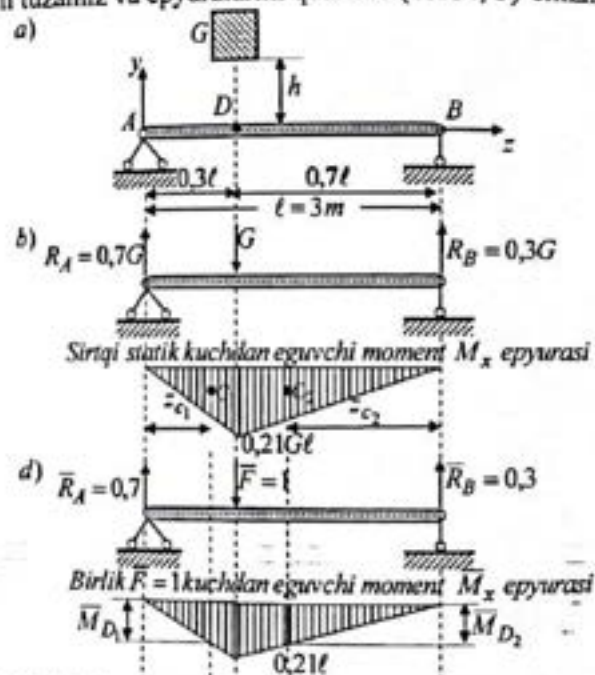
$$\sum \text{mom}_B = -G \cdot 0,7\ell + R_A \cdot \ell = 0; \quad R_A = 0,7G.$$

2. Tayanch reaksiya kuchlarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A - G + R_B = 0,7G - G + 0,3G = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, sirtqi kuch ta'siridan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

3. Berilgan statik sirtqi G yukdan eguvchi moment analitik ifodalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz (13.14, b)-chizma).



13.14-chizma. Sirtqi va birlik yuklari ta'siridagi to'sin.

To'sinning chap A tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy ikkita kesimlar uchun sirtqi kuchlardan eguvchi moment analitik

ifodalarini tuziladi:

– birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq 0,3\ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = R_A \cdot z_1; \quad M_x(0) = 0,7G \cdot 0 = 0; \quad M_x(0,3\ell) = 0,7G \cdot 0,3\ell = 0,21G\ell.$$

– ikkinchi oraliq $0,3\ell \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = R_A \cdot z_2 - G(z_2 - 0,3\ell); \quad M_x(0,3\ell) = 0,7G \cdot 0,3\ell = 0,21G\ell.$$

$$M_x(\ell) = 0,7G \cdot \ell - G(\ell - 0,3\ell) = 0,7G\ell - 0,7G\ell = 0.$$

4. Birlik to'plangan kuch ta'siridagi to'sinning tayanch reaksiya kuchlarini aniqlaymiz:

$$\sum \text{mom}_A = -\bar{F} \cdot 0,3\ell + R_B \cdot \ell = 0; \quad R_B = \bar{F} \cdot \frac{0,3\ell}{\ell} = 1 \cdot \frac{0,3\ell}{\ell} = 0,3.$$

$$\sum \text{mom}_B = -\bar{F} \cdot 0,7\ell + R_A \cdot \ell = 0; \quad R_A = \bar{F} \cdot \frac{0,7\ell}{\ell} = 1 \cdot \frac{0,7\ell}{\ell} = 0,7.$$

5. Tayanch reaksiyalarining to'g'riligini tekshirib ko'ramiz:

$$\sum Y = R_A - \bar{F} + R_B = \frac{0,3\ell}{\ell} - 1 + \frac{0,7\ell}{\ell} = \frac{0,3\ell - \ell + 0,7\ell}{\ell} = 0; \quad 0 = 0.$$

Demak, birlik to'plangan kuch ta'sirida hosil bo'lgan reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

6. Birlik to'plangan $\bar{F} = 1$ kuchdan eguvchi moment analitik ifodalarini tuzamiz va epyuralarini quramiz.

To'sinning chap A tayanchidan z_1 va z_2 masofadagi ixtiyoriy kesimlar uchun birlik to'plangan kuchdan eguvchi moment analitik ifodalarini tuziladi:

– birinchi oraliq $0 \leq z_1 \leq 0,3\ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_1) = \bar{R}_A \cdot z_1; \quad M_x(0) = \frac{0,7\ell}{\ell} \cdot 0 = 0; \quad M_x(0,3\ell) = \frac{0,7\ell}{\ell} \cdot 0,3\ell = 0,21\ell.$$

– ikkinchi oraliq $0,3\ell \leq z_2 \leq \ell$ o'zgaradi.

$$M_x(z_2) = \bar{R}_A \cdot z_2 - \bar{F}(z_2 - 0,3\ell); \quad M_x(0,3\ell) = \frac{0,7\ell}{\ell} \cdot 0,3\ell = 0,21\ell;$$

$$M_x(\ell) = \frac{\bar{F} \cdot 0,7\ell}{\ell} \cdot \ell - \bar{F}(\ell - 0,3\ell) = 1 \cdot 0,7\ell - 1 \cdot 0,7\ell = 0.$$

7. Birlik kuch $\bar{F} = 1$ ta'siridan qurilgan eguvchi moment epyurasining, sirtqi kuchdan qurilgan uchburchak shaklidagi epyuraning og'irlik markazlariga mos keluvchi, ordinatalari tegishli uchburchaklarning o'xshashlik alomatlaridan foydalanib aniqlanadi.

$$\frac{\bar{M}_{D_1}}{0,21\ell} = \frac{2 \cdot 0,3\ell/3}{0,3\ell}; \text{ bundan } \bar{M}_{D_1} = \frac{2(0,21\ell) \cdot 0,3\ell}{3 \cdot 0,3\ell} = 0,14\ell.$$

$$\frac{\bar{M}_{D_2}}{0,21\ell} = \frac{2b/3}{0,7\ell}; \text{ bundan } \bar{M}_{D_2} = \frac{2(0,21\ell) \cdot 0,7\ell}{3 \cdot 0,7\ell} = 0,14\ell.$$

8. Vereshagin formulasidan foydalanib, to'sinning statik $G=1kN$ kuch qo'yilgan D nuqtasining ko'chishini aniqlaymiz:

$$\lambda_{st} = \sum \frac{\omega_F \bar{M}_1}{EI_x} = \frac{1}{EI_x} \left[\left(\frac{1}{2} \left(\frac{G \cdot 0,3\ell \cdot 0,7\ell}{\ell} \cdot 0,3\ell \right) \cdot \frac{2 \cdot 0,3\ell \cdot 0,7\ell}{3\ell} \right) + \left(\frac{1}{2} \left(\frac{G \cdot 0,3\ell \cdot 0,7\ell}{\ell} \cdot 0,7\ell \right) \cdot \frac{2 \cdot 0,3\ell \cdot 0,7\ell}{3\ell} \right) \right] = 0,0147 \frac{G\ell^3}{EI}.$$

Ushbu ifodaga masala shartida berilganlarni qo'yib, D nuqta ko'chishining son qiymatini topamiz:

$$\lambda_{st} = 0,0147 \frac{G\ell^2}{EI} = 0,0147 \frac{1 \cdot (300)^2}{2 \cdot 10^4 \cdot 1840} = 0,0108 sm.$$

Demak, aniqlangan qiymat shuni ko'rsatadiki, to'sin D nuqtasining ko'chishi birlik kuchning yo'nalishi bo'yicha sodir bo'lar ekan.

9. Unda dinamik koeffitsient quyidagiga teng bo'ladi:

$$\mu = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\lambda_{st}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 4}{0,0108}} = 28,2.$$

10. To'sinning xavfli ko'ndalang kesimida statik kuchdan hosil bo'ladigan eng katta statik kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_{st} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{63}{184} = 0,342 kN/sm^2.$$

To'singa zarb berilganda, unda hosil bo'ladigan eng katta dinamik normal σ_d kuchlanish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$\sigma_d = \mu \sigma_{st} = 28,2 \cdot 0,342 = 9,64 kN/sm^2.$$

Xulosa

To'sinning dinamik mustahkamligi ta'minlangan, chunki dinamik $\sigma_d = 9,64 kN/sm^2$ hisobiy $R = 16 kN/sm^2$ qarshilikdan kichik.

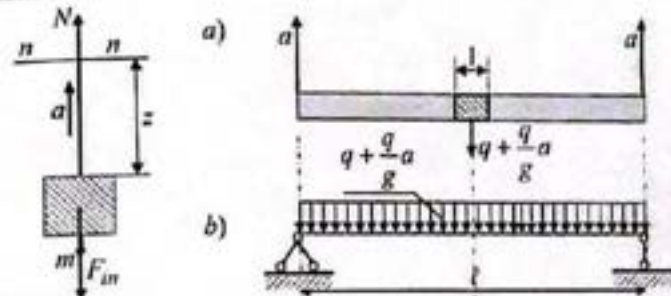
Dinamik kuchlanish statik kuchlanishga qaraganda 28 marta katta bo'lar ekan.

13.7-masala. Massasi $m=30000N$ bo'lgan yukni yuqoriga $a=4m/sek^2$ o'zgarmas tezlanish bilan ko'tarayotgan, hisobiy qarshiligi $R=70MPa$ bo'lgan po'lat sim arqonning talab qilingan ko'ndalang

kesim diametri aniqlansin (13.15-chizma). Po'lat sim arqon xususiy og'irligi e'tiborga olinmasin.

Javobi. $d=28mm$.

13.8-masala. Ikki uchiga bog'langan arqon yordamida, yuqoriga a o'zgarmas tezlanish bilan ko'tarilayotgan to'sinning $1m$ uzunligi og'irligi q ga teng (13.16-chizma). Arqonning kesimidagi kuchlanish aniqlansin.



13.15-chizma. Yukni o'zgarmas tezlanishi bilan ko'tarayotgan po'lat sim arqon. 13.16-chizma. O'zgarmas tezlanish bilan ko'tarilayotgan to'sin.

13.9-masala. Uzunligi $\ell=6,5m$ diametri, $d=22sm$ bo'lgan yog'och qoziqni qoqish uskunasi kopyor bolg'asi $h=0,6m$ balandlikdan tushib, normativ $G_n=1,6kN$ og'irlik bilan uriladi. Bu paytida qoziqning oxiridagi pastki uchi ko'chmaydi deb qarab, uning mustahkamligi tekshirilsin (13.12-chizma). Yog'ochning elastiklik moduli $E=10^4 MN/m^2$.

Javobi. $\sigma_d=8,9 MN/m^2$.

13.10-masala. Yuqori uchi bilan qistirib mahkamlangan, $d=20mm$ diametrli, uzunligi $\ell=1m$ bo'lgan, po'lat sterjenni $h=200mm$ balandlikdan tushayotgan $m=12,5N$ massali yuk cho'zadi (13.17-chizma). Sterjenda cho'zilganda hosil bo'lgan dinamik kuchlanish va deformatsiya aniqlansin. Agar sterjen materiali elastiklik moduli $E=7 \cdot 10^4 MPa$ bo'lgan duralyumin bo'lsa, dinamik kuchlanish va deformatsiya qiymatlari qanday o'zgaradi?

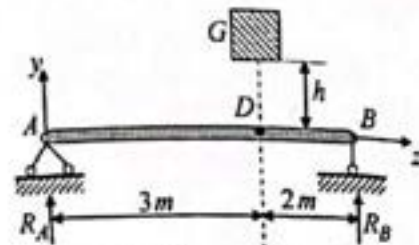
Javobi. po'lat sterjen uchun $\sigma_d=179 MPa$ alyumin sterjen uchun $\sigma_d=105,5 MPa$.

13.11-masala. Oddiy po'lat to'singa $h=40mm$ balandlikdan, $m=500N$ massali yuk tushib urilganda, hosil bo'lgan maksimal zarb

kuchlanish va solqilik deformatsiyasi aniqlansin (13.18-chizma). To'sin materiali po'lat ko'ndalang kesimi №14 qo'shtavr olinsin.
Javobi. $\sigma_d = 71,5 \text{ MPa}$; $\Delta \ell_d = 10,3 \text{ mm}$.



13.17-chizma. Yuqori uchi bilan qistirib mahkamlangan sterjen.



13.18-chizma. Ko'ndalang kesimi qo'shtavr shaklidagi oddiy to'sin.

13.12-masala. Ikki tayanchga o'rnatilgan bir-biri bilan bikir biriktirilgan sterjenlar sistemasi 12.1-jadvalda ko'rsatilgandek, ω burchak tezligi bilan gorizontaal o'q atrofida aylanadi. Quyidagi ishlar bajarilsin:

1. Inersiya kuchi ta'siridan hosil bo'lgan eguvchi moment M_{eg} epyurasi qurilsin.

2. Sterjenlar sistemasi bir minutda mumkin bo'lgan aylanishlar soni mustahkamlik shartidan aniqlansin.

Sterjenlar sistemasi 13.2-jadvaldan, hisobiy qarshiligi R , sterjen materiali solishtirma og'irligi ρ , doira shakldagi ko'ndalang kesim o'lchami d , uzunliklar a, b va η_1, η_2 koeffitsientlar 13.1-jadvaldan shifir bo'yicha qabul qilinsin.

13.1-jadval

№	$a \text{ m}$	$b \text{ m}$	$d \text{ m}$	η_1	η_2	$\rho \text{ g/sm}^3$	$R \text{ MPa}$
1	0,2	0,3	3	0,1	0,3	78,5	160
2	0,3	0,2	2	0,2	0,4	77,5	140
3	0,1	0,4	4	0,3	0,5	70,2	130
4	0,4	0,2	6	0,2	0,3	85,0	150
5	0,1	0,3	5	0,4	0,1	75,0	180
6	0,3	0,1	7	0,5	0,2	78,5	170
7	0,2	0,4	8	0,3	0,3	77,5	190
8	0,3	0,1	3	0,4	0,2	70,2	185
9	0,2	0,3	4	0,5	0,4	85,0	140
10	0,4	0,2	5	0,3	0,5	75,0	160

13.2-jadval

№	Bir-biri bilan bikir mahkamlangan sterjenlar sistemasi	№	Bir-biri bilan bikir mahkamlangan sterjenlar sistemasi
1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		0	

Yechish. Sterjenlar sistemasi 13.2-chizmada ko'rsatilgandek, ω burchak tezligi bilan ABC o'q atrofida aylanadi. Inersiya kuchi ta'siridan hosil bo'lgan eguvchi moment M_{eg} epyurasi qurilsin va hisobiy qarshiligi $R=160 \text{ MPa}$, sterjenning materiali solishtirma og'irligi $\rho=77,5 \text{ g/sm}^3$ bo'lsa, bir minutda mumkin bo'lgan aylanishlar soni

mustahkamlik shartidan aniqlansin. Sterjen ko'ndalang kesim o'lchami $d=3\text{ sm}$, uzunligi $a=0,2\text{ m}$ ga teng.

Valning aylanishi natijasida siniq sterjenlarning har birida hosil bo'ladigan inersiya kuchlarini aniqlaymiz.

Gorizontali ABC oraliqda sterjenning zarrachalari inersiya kuchlari muvozanatlashadi va bu oraliqda egilish hosil bo'lmaydi, demak, $q_i^{ABC}=0$ bo'ladi.

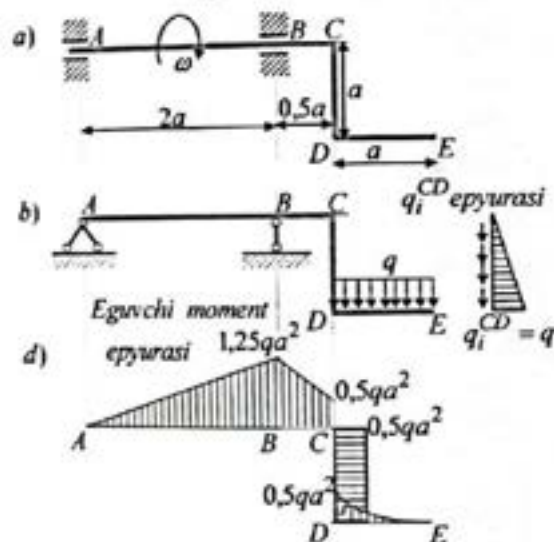
Vertikal CD oraliqda inersiya kuch sterjenning o'qi bo'yicha yo'naladi. Aylanish o'qidan y masofadagi kesimda inersiya kuchi intensivligi quyidagiga teng bo'ladi:

$$q_i^{CD} = \rho A \omega^2 z.$$

Agar $z=0$ bo'lganda, inersiya kuchi intensivligi $q_i^{CD}=0$ ga, $z=a$ bo'lsa $q_i^{CD} = \rho A \omega^2 a$ ga teng bo'ladi.

Sterjen o'qiga parallel bo'lgan gorizontali DE oraliqda inersiya kuch o'zgarmas bo'lib, quyidagiga teng bo'ladi:

$$q_i^{DE} = q = \text{const.}$$



13.20-chizma. Bir tirsakli val.

Qaralayotgan sterjenlar sistemaga ta'sir etuvchi inersiya kuch epyurasi 13.20, b)-chizmada keltirilgan.

Sterjenlar sistemasida inersiya kuchlaridan hosil bo'ladigan reaksiya kuchlarini aniqlaymiz, ya'ni tayanchlardagi reaksiya

kuchlarining har ikkalasini ham yuqoriga yo'nalgan deb qabul qilamiz va statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum \text{mom}_A = 0; qa \cdot 3a + 0,5qa \cdot 2,5a - R_B \cdot 2a = 0; R_B = \frac{4,25}{2} qa = 2,125qa.$$

$$\sum \text{mom}_B = 0; qa \cdot a + 0,5qa \cdot 0,5a + R_A \cdot 2a = 0; R_A = -\frac{1,25}{2} qa = -0,625qa.$$

Bundan ko'rinadiki, R_A tayanch reaksiya kuchi yuqoriga emas, balki pastga qarab yo'nalgan ekan.

Aniqlangan reaksiya kuchlarining to'g'ri topilganligini tekshirib ko'ramiz:

$$R_A + R_B - qa = (qa/2) = 0; 2,125qa - 0,625qa - 1,5qa = 0.$$

Demak, bundan ko'rinadiki, tayanchlardagi reaksiya kuchlari to'g'ri topilgan.

Har bir oraliq uchun eguvchi moment ifodalarini tuzamiz va ularning epyuralarini quramiz:

– birinchi gorizontali DE oraliq $0 \leq z_1 \leq a$

$$M_{eg} = qz_1(z_1/2); z_1 = 0; M_{eg} = 0; z_1 = a; M_{eg} = q(a^2/2)$$

– ikkinchi gorizontali DC oraliq $0 \leq z_2 \leq a$

$$M_{eg} = qz_2(z_2/2); z_2 = 0; M_{eg} = 0; z_2 = a; M_{eg} = q(a^2/2)$$

– uchinchi gorizontali CB oraliq $0 \leq z_3 \leq 0,5a$

$$M_{eg} = qa \cdot (z_3 + 0,5a) + \frac{qa}{2} \cdot z_3;$$

$$z_3 = 0; M_{eg} = \frac{1}{2} qa^2; z_3 = 0,5a; M_{eg} = 1,25 qa^2.$$

– to'rtinchi gorizontali CA oraliq $0,5a \leq z_4 \leq 2,5a$

$$M_{eg} = qa(z_4 + 0,5a) + \frac{qa}{2} z_4 - R_B(z_4 - 0,5a)$$

$$z_4 = 0,5a; M_{eg} = \frac{1}{4} qa^2; z_4 = 2,5a; M_{eg} = 0.$$

Eguvchi moment epyurasi 13.20, d)-chizmada keltirilgan.

Eguvchi momentning maksimal qiymati $M_{\max} = 1,25qa^2$ ga teng ekanligi epyuradan ko'rinib turibdi.

Qaralayotgan sterjenlar sistemasi mustahkamlik sharti quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = R.$$

Bo'yunda W_x ko'ndalang kesim yuzasining qarshilik momenti quyidagi formula dan aniqlanadi:

$$W_x = (\pi \cdot d^3 / 32) = 0.1 d^3$$

Unda qaralayotgan sterjenlar sistemasi mustahkamlik sharti quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{1.25 q a^2}{0.1 d^3} = R, \text{ yoki } \frac{1.25 \cdot \rho \cdot \pi \cdot d^2 \cdot a^3 \cdot \omega^2}{4 \cdot 0.1 \cdot d^3} = R$$

Bundan ruxsat etilgan burchak tezligini aniqlaymiz:

$$\omega = \sqrt{\frac{R \cdot d}{9.81 \cdot \rho \cdot a^3}} = \sqrt{\frac{160 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{9.81 \cdot 77.5 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}} = 88.8 \text{ s}^{-1}$$

Unda ruxsat etilgan aylanishlar soni quyidagiga teng bo'ladi:

$$n_{\text{rut}} = \frac{60 \omega}{\pi} = \frac{60 \cdot 88.8}{3.14} = 242 \text{ ay/min.}$$

Nazorat savollari va topshiriqlar:

1. Qanday yuklar statik yuklar deb ataladi?
2. Qanday yuklar dinamik yuklar deb ataladi?
3. Yuk ko'tarilganda inersiya kuchi qanday formuladan aniqlanadi?
4. Tekis tezlanuvchan harakatda dinamik koeffitsient ifodasini izohlab bering.
5. Sim arqon tekis tezlanish bilan ko'tarilayotganda sim arqondagi kuch qanday formuladan aniqlanadi?
6. Sterjenlar sistemasining tekis aylanma harakatida markazdan qochirma inersiya kuchi qanday aniqlanadi?
7. Qanday hodisa zarba deb ataladi?
8. Zarba masalasini o'rganishda Guk qonunidan foydalanish mumkinmi yoki yo'q?
9. Zarbadan hosil bo'lgan ko'chish qanday formuladan aniqlanadi?
10. Zarbadan hosil bo'lgan kuchlanish qanday formuladan aniqlanadi?
11. Qanday yuk to'satdan qo'yilgan yuk deb ataladi va bunda dinamik koeffitsient nimaga teng bo'ladi?

ASOSIY BELGILASHLAR VA RAMZLAR

ISO-Xalqaro standartlashirish tashkiloti (International Standards Organization) standarti № 3898.

Butun dunyoda ishlatilayotgan standartlarga ko'ra 3898 raqamli standart bo'yicha qurilmalar hisob-kitoblaridagi ayrim tushunchalarni ifodalash uchun lotin va yunon (kirill) harflari, raqamli ishoralar hamda maxsus belgilardan standartlardan foydalanish ko'zda tutilgan. 1-3 jadvallarda asosiy ramzlar 4-5 jadvallarda esa indekslar keltirilgan.

1-jadval

T/r.№	Harflar	Miqdorlar
1.	A	Yuza
2.	D	Egishda plastinka va qobiqlar bikirliqi (silindrik bikirlik)
3.	E	Bo'ylama elastiklik moduli (Yung moduli)
4.	F	To'plangan kuch (umuman ta'sirlar)
5.	G	Siljishdagi elastiklik moduli; doimiy yuk (og'irlik)
6.	H	Kuchning gorizonta tashkil etuvchisi
7.	I	Tekis shakl inersiya momenti
8.	L	Ravoq (prolet)ni belgilashda ishlatilishi mumkin, element uzunligi va b.q.
9.	M	Umuman (har doim) moment, eguvchi moment
10.	N	Normal zo'riqish
11.	P	Quvvat
12.	Q	Ko'ndalang kuch
13.	R	Kuchlarning teng ta'sir etuvchisi, tayanch reaksiyalari
14.	S	Tekis shakl statik momenti
15.	T	Burovchi moment, harorat
16.	V	Hajm; kuchning vertikal kuch tashkil etuvchisi
17.	W	Qarshilik momenti
18.	X,Y,Z	Kuchning, x, y, z kordinatalar o'qlariga parallel tashkil etuvchilari

T/r.N°	Harflar	Miqdorlar
1.	<i>a</i>	Masofa; tezlanish
2.	<i>b</i>	Eni
3.	<i>d</i>	Diametr
4.	<i>e</i>	Ekstsentrisset
5.	<i>f</i>	Qarshilik
6.	<i>g</i>	Og'irlik kuchi tezlanishi
7.	<i>h</i>	Balandlik; qalinlik
8.	<i>i</i>	Inersiya radiusi
9.	<i>k</i>	Koeffitsientlar
10.	<i>l</i>	Ravoq (prolet); element uzunligi
11.	<i>m</i>	Massa; o'rta miqdor
12.	<i>n</i>	Biror narsa soni
13.	<i>q</i>	Birlik uzunligidagi yuk intensivligi
14.	<i>r</i>	Radius
15.	<i>s</i>	Masofa, qadam; standartdan chetga chiqish
16.	<i>t</i>	Umuman (har doim) vaqt; yupqa devorli elementlar qalinligi
17.	<i>x, y, z</i>	Koordinatalar

3-jadval

T/r.N°	Harflar	Miqdorlar
1.	α -alfa	Burchak; og'ish
2.	β -beta	Burchak; nisbat
3.	γ -gamma	Hajmiy og'irlik; nisbiy siljish
4.	δ -delta	O'zgaruvchanlik koeffitsienti
5.	ε -epsilon	Nisbiy deformatsiya
6.	ξ -ksi	Nisbiy koordinata x/l
7.	η -eta	Nisbiy koordinata y/l
8.	ζ -dzeta	Nisbiy koordinata z/l
9.	θ -teta	Aylanish, buralish
10.	λ -lyambda	Egiluvchanlik
11.	μ -myu	Ishqalanish koeffitsienti; keltirish koeffitsienti
12.	ν -nyu	Puasson koeffitsienti
13.	ρ -ro	Zichlik
14.	σ -sigma	Normal kuchlanish
15.	τ -tau	Urinma kuchlanish

T/r.N°	Harflar	Miqdorlar
1.	<i>c</i>	Umuman (har doim) siqilish (ingl. <i>i</i> frans. <i>compression</i>)
2.	<i>d</i>	Hisobiy (ingl. <i>design</i>)
3.	<i>e(el)</i>	Elastik (ingl. <i>elastik</i>)
4.	<i>f</i>	Ishqalanish (ingl. <i>friction</i> , frans. <i>frottement</i>)
5.	<i>h</i>	Gorizontal (ingl. <i>horizontal</i>)
6.	<i>i</i>	Boshlang'ich (ingl. <i>i</i> frans. <i>initial</i>)
7.	<i>k</i>	Xarakterli (norma bo'yicha)
8.	<i>l</i>	Bo'ylama (ingl. <i>i</i> frans. <i>longitudinal</i>)
9.	<i>m</i>	O'rta miqdor (ingl. <i>mean</i> , frans. <i>moyen</i>)
10.	<i>n</i>	Netto (adashmovchilik bo'lmasligi uchun <i>net</i>)
11.	<i>o</i>	Boshlang'ich, nol
12.	<i>t</i>	Umuman (hardoim) cho'zilish (ingl. <i>tension</i> , frans. <i>traction</i>) Ko'ndalang (ingl. <i>i</i> frans. <i>transversal</i>)
13.	<i>u</i>	Chegaraviy (ingl. <i>ultimat</i>)
14.	<i>v</i>	Vertikal (ingl. <i>vertical</i>)
15.	<i>y</i>	Oquvchanlik (ingl. <i>yield</i>)

5-jadval

T/r.N°	Qisqacha	Miqdorlar
1.	<i>abs</i>	Absolyut (ingl. <i>absolute</i>)
2.	<i>adm</i>	Ruxsat etilgan (ingl. <i>admissible</i>)
3.	<i>cal</i>	Hisoblangan (ingl. <i>calculated</i>)
4.	<i>crit (cr)</i>	Kritik (ingl. <i>critical</i>)
5.	<i>ef</i>	Effektli (samaradorlik) (ingl. <i>effective</i>)
6.	<i>el(e)</i>	Elastik (ingl. <i>elastik</i>)
7.	<i>est</i>	Kutilgan, baholanadigan (ingl. <i>estimated</i>)
8.	<i>exs</i>	Maxsus, ishtirokchilik (ingl. <i>exceptional</i>)
9.	<i>ext</i>	Tashqi, sirtqi (ingl. <i>external</i>)
10.	<i>inf</i>	Pastki (ingl. <i>inferieur</i>)
11.	<i>int</i>	Ichki (ingl. <i>internal</i>)
12.	<i>lat</i>	Yon tomon tekisliklari (ingl. <i>lateral</i>)
13.	<i>lim</i>	Chegaraviy, xavfli miqdor (ingl. <i>Limit</i> , frans. <i>Limite</i>)
14.	<i>max</i>	Maksimal (ingl. <i>Maximum</i>)
15.	<i>min</i>	Minimal (ingl. <i>Minimal</i>)
16.	<i>des</i>	Hisobiy (ingl. <i>design</i>)
17.	<i>oct</i>	Oktedrik (ingl. <i>octhedron</i>)

Miqdorlar			6-jadval
T/r.№	Qisqacha		
1	nom	Nominal (ingl. <i>nominal</i>)	
2	obs	Ekspirimental, kuzatish (ingl. <i>observed</i>)	
3	pl	Plastiklik (ingl. <i>plastic</i>)	
4	red	Keltirilgan (ingl. <i>reduced</i>)	
5	rel	Nisbiy (ingl. <i>relative</i>)	
6	ser	Ekspluatatsiya qilishga yaroqli (ingl. <i>service</i>)	
7	sup	Yuqorigi (ingl. <i>superieur</i>)	
8	tot	To'la, yig'indi, umumiy (ingl. <i>total</i>)	
9	var	O'zgaruvchan (ingl. <i>variable</i>)	
10	cli	Qirqilgan, ajratilgan (ingl. <i>clipped</i>)	

Materiallar qarshiligi fanida qo'llaniladigan asosiy kattaliklarning ISO tomonidan taklif etilgan o'zgarishlari

Kattaliklar					7-jadval	
T/r.№	Belgilashlar		Nomi	Izoh		
	eskisi	yangisi				
1.	A	W	Ish	work – ish		
2.	F	A	Yuza	area – yuza		
3.	N	P	Quvvat	power – quvvat		
4.	P	F	Kuch	force – kuch		
5.	$M_k = M_z$	$T(M_k)$	Burovchi moment	torque – burovchi moment		
6.	$q_z(q)$	n_e	Bo'ylama taqsimlangan tashqi kuch	external– tashqi		
7.	μ	ν	Ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti, Puasson koeffitsienti	-		
8.	δ	t	Yupqa devorli elementlar qalinligi	-		

Boshqa ramzlar o'zgarimasdan qolgan, lekin rus tilidagi indekslar o'miga lotin ishlatiladi.

1. Materialning mexanik tavsiflari:

σ_{pq} – proporsionallik chegarasi $\Rightarrow \sigma_{pr}$ – proportionality (proportionalir)
 σ_{el} – elastiklik chegarasi $\Rightarrow \sigma_e$ – elasticity (elastiklik)
 σ_{oq} – oqirvchanlik chegarasi $\Rightarrow \sigma_y$ – yield (oqirvchanlik)
 $\sigma_y = \sigma_M$ – mustahkamlik chegarasi $\Rightarrow \sigma_u$ – ultimate (chegaravv)
 a) $\sigma_{vch} = \sigma_{m, ch}$ – cho'zilishda $\Rightarrow \sigma_{ut}$ – tition (cho'zilish)
 b) $\sigma_{vc} = \sigma_{m, c}$ – siqilishda $\Rightarrow \sigma_{uc}$ – compression (siqilish)

2. Xarakterli kuchlanishlar:

σ_{CT} – statik $\Rightarrow \sigma_{st}$ – static (statik)
 σ_d – dinamik $\Rightarrow \sigma_d$ – dynamic (dinamik)
 σ_k – kontakt $\Rightarrow \sigma_{com}$ – (contact – kontakt)
 σ_{kp} – kritik $\Rightarrow \sigma_{cr}$ – critical (kritik)
 $\sigma_{np} = \sigma_{3xs}$ – keltirilgan (ekvivakent) $\Rightarrow \sigma_{red}$ – reduced (keltirilgan)

3. Xarakterli kuchlanishlar:

ε_{non} – ko'ndalang $\Rightarrow \varepsilon_t$ – transverse (ko'ndalang)
 ε_{yp} – elastik $\Rightarrow \varepsilon_{el}$ – elastic (elastik)
 ε_{OCT} – qoldiq $\Rightarrow \varepsilon_r$ – residual (qoldiq)

4. Xarakterli kuchlanishlar:

Ruxsat etilgan quyidagi qiymatlar [] kvadrat qavs bilan emas, balki indeks *adm* (admissible-ruxsat etilgan) bilan belgilanadi:

[σ] – ruxsat etilgan kuchlanish $\Rightarrow \sigma_{adm}$

[F] – ruxsat etilgan yuk $\Rightarrow F_{adm}$

[ν] ruxsat etilgan solqilik $\Rightarrow \nu_{adm}$

[μ] me'yor bo'yicha mustahkamlik uchun ehtiyotlik koeffitsienti $\Rightarrow \mu_{adm}$

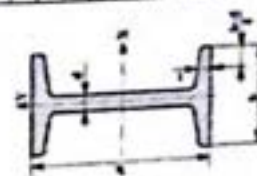
O'lov birliklar

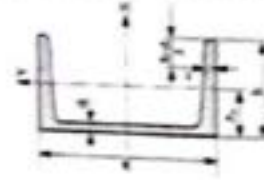
T/R №	MKGSS va SGS birliklar sistemalari va sistemaga kiritilgan birliklar	SI birliklar sistemasi	T/R №	MKGSS va SGS birliklar sistemalari va sistemaga kiritilgan birliklar	SI birliklar sistemasi
1	2	3	4	5	6
1	Yuza birligi		7	Hajm birligi	

	1 sm^2	10^{-4} m^2		1 sm^3	10^{-6} m^3
2	Kuch birliklari		8	Ish va energiya birliklari	
	1tonna – kuch			1ki/kog ramm – kuch × metr	
	(ok)	$9,81 \cdot 10^3 \text{ N} \approx 10^4 \text{ N}$		(kgk · m)	$9,81 \approx 10 \text{ J}$
	1ki/kog ramm –			1kvt/soat	$3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$
	– kuch (kgk)	$9,81 \text{ N} \approx 10 \text{ N}$		1erg	10^{-7} J
	1dina (dina)	10^{-5} N			
3	Tekis shakl inersiya momentlari o'lchov birligi		9	Massa birliklari	
	1 sm^4	10^{-8} m^4		1tonna (t)	10^3 kg
				1sentner (s)	10^2 kg
4	Solishtirma og'irlik birliklari		10	Quvvat birliklari	
	1tk / m ³ yoki			1ki/kog ramm – kuch ×	
	1kgk / sm ³	$9,81 \cdot 10^3 \text{ N} / \text{m}^3 \approx$		× metr / sekund	
		$\approx 10^4 \text{ N} / \text{m}^3$		(kgk · m. / sek)	$9,81 \approx 10 \text{ vt}$
	1kgk / m ³	$9,81 \cdot 10^6 \text{ N} / \text{m}^3 \approx$		1ok ruchi (ok)	$735,5 \text{ vt}$
		$\approx 10^7 \text{ N} / \text{m}^3$		1erg / sek	10^{-7} vt
5	Burchak tezligining o'lchov birliklari		11	Bosim yoki kuchlanishning o'lchov birliklari	
	1minanda aylanish			1bar	$10^5 \text{ N} / \text{m}^2$
	soni (ayl. / min)	$\frac{\pi}{30} \text{ rad} / \text{sek}$		1kgk / sm ² = 1atm	$9,81 \cdot 10^4 \approx$
	1ayl. / sek	$2\pi \text{ rad} / \text{sek}$			$\approx 10^5 \text{ N} / \text{m}^2 \approx 0,1 \text{ MPa}$
				1kgk / sm ²	$9,81 \approx 10 \text{ N} / \text{m}^2 \approx$
					$\approx 10 \text{ MPa}$
				1tk / m ²	10000 Pa
6	Kuch momenti va juft kuch momentining birliklari				
	1ki/kog ramm – kuch ×			1ki/kog ramm – kuch ×	
	× metr (kgk · m)	$9,81 \text{ N} \cdot \text{m} \approx 10 \text{ N} \cdot \text{m}$		× santimetr (kgk · sm)	$0,0981 \text{ N} \cdot \text{m} \approx 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}$

Qo'shtavrlar GOST 8239-72

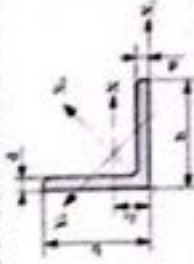
№	O'lchamlar mm					Kesim yuzi, sm ²	Massa, 1m, kg	O'qlar uchun ma'lumotlar miqdori					
								x-x			y-y		
	h	b	d	t				I _x , sm ⁴	W _x , sm ³	I _x , sm	S _x , sm ²	I _y , sm ⁴	W _y , sm ³
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	100	55	4,5	7,2	12,0	9,46	198	39,7	4,0	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	11,50	350	58,4	4,8	23,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	13,70	572	81,7	5,7	46,8	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	15,90	873	109,0	6,5	62,3	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	18,40	1290	143,0	7,4	81,4	82,6	18,40	1,88
20	200	100	5,2	8,4	26,8	19,90	1430	159,0	7,5	89,8	114,0	22,80	2,12
22	220	110	5,2	8,6	28,9	21,00	1840	203,0	8,2	104,0	115,0	23,10	2,07
24	240	120	5,4	8,9	32,8	22,70	2030	232,0	8,3	114,0	155,0	28,20	2,32
26	260	130	5,4	9,1	36,0	24,00	2550	254,0	9,1	131,0	157,0	28,60	2,22
28	280	140	5,6	9,5	37,5	25,80	2790	289,0	9,2	143,0	206,0	34,30	2,50
30	300	150	5,6	9,8	40,2	27,30	3460	289,0	9,9	163,0	193,0	34,50	2,37
32	320	160	5,6	10,2	43,2	29,40	3800	317,0	10,1	178,0	260,0	41,60	2,63
34	340	170	5,6	10,2	46,5	31,50	4010	371,0	11,2	210,0	260,0	41,60	2,54
36	360	180	5,6	10,2	49,9	33,90	5500	407,0	11,3	229,0	337,0	50,00	2,69
38	380	190	5,6	10,2	53,8	36,50	7080	472,0	12,3	268,0	337,0	49,90	2,69
40	400	200	5,6	10,2	57,8	39,20	7780	518,0	12,5	292,0	416,0	60,10	2,95
42	420	210	5,6	10,2	61,9	42,20	9840	597,0	13,5	339,0	419,0	59,90	2,79
44	440	220	5,6	10,2	66,0	48,60	13380	743,0	14,7	423,0	516,0	71,10	2,89
46	460	230	5,6	10,2	72,6	57,00	19062	953,0	16,2	545,0	667,0	89,10	3,03
48	480	240	5,6	10,2	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09
50	500	250	5,6	10,2	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1041,0	123,00	3,23
52	520	260	5,6	10,2	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39
54	540	270	5,6	10,2	138,0	108,00	76406	2560,0	23,60	1491,0	1735,0	182,00	3,54





Profililar №	O'lchamlar mm					Kesim yuzi, A sm ²	Massa, Im, kg	O'qlar uchun ma'lumotlar miqdori										Z _{xx} sm
								x-x					y-y					
	b	h	b	d	t			I _x , m ⁴	W _x , sm ³	I _x , sm ⁴	S _x , sm ³	I _y , sm ⁴	W _y , sm ³	I _y , sm ⁴	S _y , sm ³	I _{xy} , sm ⁴	I _{xy} , sm ⁴	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16			
5	50	52	4.4	7.0	6.16	4.84	22.8	9.10	1.92	5.59	5.61	2.75	0.945	1.16	1.24			
6.5	65	66	4.4	7.2	7.51	5.90	48.6	15.0	2.54	9.00	8.70	3.68	1.08	1.31	1.31			
8	80	80	4.5	7.4	8.98	7.05	89.4	22.4	3.16	13.3	12.8	4.75	1.19	1.37	1.44			
10	100	100	4.5	7.6	10.9	8.59	174	34.8	3.99	20.4	20.4	6.46	1.37	1.53	1.54			
12	120	120	4.8	7.8	13.3	10.4	304	50.6	4.78	29.6	31.2	8.52	1.53	1.70	1.67			
14	140	140	5.0	8.1	15.6	12.3	491	70.2	5.60	40.8	45.4	11.0	1.70	1.84	1.87			
16	160	160	5.0	8.4	18.1	14.2	747	93.4	6.42	54.1	63.3	13.8	1.87	2.01	2.00			
18	180	180	5.1	8.7	20.7	16.3	1090	121	7.24	69.8	86.0	17.0	2.04	2.13	1.94			
20	200	200	5.2	9.0	23.4	18.4	1520	152	8.07	87.8	113	20.5	2.20	2.28	2.13			
22	220	220	5.4	9.5	26.7	21.0	2110	192	8.89	110	151	21.2	2.35	2.37	2.28			
24	240	240	5.6	10.0	30.6	24.0	2900	242	9.73	139	187	25.1	2.55	2.55	2.46			
26	260	260	5.6	10.7	32.9	25.8	3180	265	9.84	151	208	30.0	2.60	2.60	2.42			
28	280	280	6.0	10.5	35.2	27.7	4160	308	10.9	178	245	31.6	2.73	2.73	2.67			
30	300	300	6.5	11.0	40.5	31.8	5810	387	12.0	224	262	37.2	2.78	2.78	2.47			
33	330	330	7.0	11.7	46.5	36.5	7980	484	13.1	281	327	43.6	2.84	2.84	2.52			
36	360	360	7.5	12.6	53.4	41.9	10200	601	14.2	350	410	51.8	2.97	2.97	2.59			
40	400	400	8.0	13.5	61.5	48.3	15220	761	15.7	444	642	61.7	3.10	3.10	2.68			

Teng yonli burchakliklar ГОСТ 8509-72

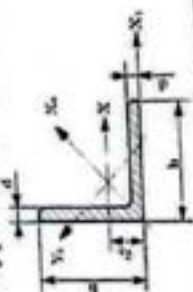


Profililar №	O'lchamlar mm			Kesim yuzi A, sm ²	Massa, tm, kg	O'qlar uchun ma'lumotlar miqdori									
	b	d	x-x			y-y		x _c -x _c		y _c -y _c		Z _{xx} sm			
			I _{xx} sm ⁴			I _{yy} sm ⁴	I _{xx} sm ⁴	I _{yy} sm ⁴	I _{xy} sm ⁴	I _{xy} sm ⁴	I _{xx} sm ⁴		I _{yy} sm ⁴		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13			
2	20	3	1,13	0,39	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60			
					0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64			
2,5	25	3	1,43	1,12	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,75			
					1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76			
2,8	28	3	1,62	1,37	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80			
3,2	32	3	1,86	1,46	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89			
					2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94			
3,6	36	3	2,10	1,65	2,56	1,09	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	1,04			
					3,29	1,09	5,21	1,38	1,36	0,70	6,24	1,04			
4	40	3	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,53	1,47	0,79	6,35	1,09			
					4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	8,53	1,13			
4,5	45	3	2,65	2,08	5,53	1,20	8,75	1,54	2,30	0,79	10,73	1,17			
					6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26			
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	13,4	1,33			
					8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,2	1,30			
5,6	56	3	3,48	2,73	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,2	1,30			
					9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,90	16,6	1,38			
5,6	56	3	3,48	2,73	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,90	20,9	1,42			
					13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,47			
5,6	56	3	3,48	2,73	16,0	1,72	25,4	2,10	6,49	1,10	29,2	1,57			

6.3	6.3	4	4.96	3.00	18.9	1.95	29.9	2.45	7.81	1.25	33.1	1.69
		5	6.13	4.81	23.1	1.94	36.6	2.44	9.52	1.25	41.5	1.74
		6	7.28	5.72	27.1	1.93	42.9	2.43	11.2	1.24	50.0	1.78
7	70	4.5	6.20	4.87	29.0	2.16	46.0	2.72	12.0	1.39	50.0	1.88
		5	6.86	5.38	31.9	2.16	50.7	2.72	13.2	1.39	56.7	1.90
		6	8.15	6.39	37.6	2.15	59.6	2.71	15.5	1.38	68.4	1.94
		7	9.42	7.39	43.0	2.14	68.2	2.69	17.8	1.37	80.1	1.99
		8	10.7	8.37	48.2	2.13	76.4	2.68	20.0	1.37	91.0	2.02
		9	12.8	10.1	66.1	2.27	105	2.86	27.5	1.46	127	2.18
7.5	75	5.5	8.63	6.78	52.7	2.47	83.5	3.11	21.8	1.59	93.2	2.17
		6	9.38	7.36	57.0	2.47	90.4	3.11	23.5	1.58	102	2.19
		7	10.8	8.51	65.3	2.45	104	3.09	27.0	1.58	119	2.23
8	80	8	12.3	9.65	73.4	2.44	116	3.08	30.3	1.57	137	2.27
		9	15.6	12.2	118	2.75	186	3.46	48.6	1.77	219	2.55
9	90	6	10.6	8.33	82.1	2.78	130	3.50	34.0	1.79	145	2.43
		7	12.3	9.64	94.3	2.77	150	3.49	38.9	1.78	169	2.47
		8	13.9	10.9	106	2.76	168	3.48	43.8	1.77	194	2.51
		9	15.6	12.2	118	2.75	186	3.46	48.6	1.77	219	2.55
10	100	6.5	12.8	10.1	122	3.09	193	3.88	50.7	1.99	214	2.68
		7	13.8	10.8	131	3.08	207	3.88	54.2	1.98	231	2.71
		8	15.6	12.2	147	3.07	233	3.87	60.9	1.98	265	2.75
		9	19.2	15.1	179	3.05	284	3.84	74.1	1.96	333	2.83
		10	22.8	17.9	209	3.03	331	3.81	86.9	1.95	402	2.91
		12	26.3	20.6	237	3.00	375	3.78	99.3	1.94	472	2.99
		14	29.7	23.3	264	2.98	416	3.74	112	1.94	542	3.06
11	110	7	15.2	11.9	176	3.40	279	4.29	72.7	2.19	308	2.96
		8	17.2	13.5	198	3.39	315	4.28	81.8	2.18	353	3.00
12.5	125	8	19.7	15.5	294	3.87	468	4.87	122	2.49	516	3.36
		9	22.0	17.3	327	3.86	520	4.86	135	2.48	582	3.40
		10	24.3	19.1	360	3.85	571	4.84	149	2.47	649	3.45
		12	28.9	22.7	422	3.82	670	4.82	174	2.46	782	3.53

14	140	14	33.4	25.2	482	3.80	764	4.78	200	2.45	916	3.61
		16	37.8	29.6	539	3.78	853	4.75	224	2.44	1051	3.68
		9	24.7	19.4	466	4.34	739	5.47	192	2.79	818	3.78
		10	27.3	21.5	512	4.33	814	5.46	211	2.78	911	3.82
		12	32.5	25.5	602	4.31	957	5.43	248	2.76	1097	3.90
16	160	10	31.4	24.7	774	4.96	1229	6.25	319	3.19	1356	4.30
		11	34.4	27.0	844	4.95	1341	6.24	348	3.18	1494	4.35
		12	37.4	29.4	913	4.94	1450	6.23	376	3.17	1633	4.39
		14	43.3	34.0	1046	4.92	1662	6.20	431	3.16	1911	4.47
		16	49.1	38.5	1175	4.89	1866	6.17	485	3.14	2191	4.55
		18	54.8	43.0	1299	4.87	2061	6.13	537	3.13	2472	4.63
		20	60.4	47.4	1419	4.85	2248	6.10	589	3.12	2756	4.70
18	180	11	38.8	30.5	1216	5.60	1933	7.06	500	3.59	2128	4.85
		12	42.2	33.1	1317	5.59	2093	7.04	540	3.58	2324	4.89
		13	47.1	37.0	1823	6.22	2896	7.84	749	3.99	3182	5.37
		14	50.9	39.9	1961	6.21	3116	7.83	805	3.98	3452	5.42
		16	54.6	42.8	2097	6.20	3333	7.81	861	3.97	3722	5.46
20	200	16	62.0	48.7	2363	6.17	3755	7.78	970	3.96	4264	5.54
		20	76.5	60.1	2871	6.12	4569	7.72	1182	3.93	5355	5.70
		25	94.3	74.0	3466	6.06	5494	7.63	1438	3.91	6733	5.89
		30	111.5	87.6	4020	6.00	6351	7.55	1688	3.89	8130	6.07
22	220	14	60.4	47.4	2814	6.83	4470	8.60	1159	4.38	4941	5.93
		16	68.6	53.8	3175	6.81	5045	8.58	1306	4.36	5661	6.02
		18	78.4	61.5	4717	7.76	7492	9.78	1942	4.98	8586	6.75
		20	87.7	68.9	5247	7.73	8337	9.75	2158	4.96	9342	6.83
		25	106.1	83.3	6270	7.69	9961	9.69	2579	4.91	11464	7.00
25	250	22	119.7	94.0	7006	7.65	1112	9.64	2887	4.91	11664	7.11
		28	133.1	104.5	7717	7.61	1224	9.59	3100	4.89	11674	7.23
		30	142.0	111.4	8177	7.59	1296	9.56	3389	4.89	11753	7.31

Тенг ёшли бурчакликлар ГОСТ 8509-93



Профиллар №	Ўлчамлар мм		Кесини юзи A_x см ²	Масса роқ. т, кг	Х _с -Х _с				Y _c -Y _c				X ₁ -X ₁	Z _с см
	b	d			I _{xx} см ⁴	I _{yy} см ⁴	I _{xy} см ⁴	I _x max см ⁴	I _y max см ⁴	I _{xy} max см ⁴	I _x min см ⁴	I _y min см ⁴		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13		
2	20	3	1,13	0,89	0,40	0,59	0,63	0,75	0,17	0,39	0,81	0,60		
		4	1,46	1,15	0,50	0,58	0,78	0,73	0,22	0,38	1,09	0,64		
2,5	25	3	1,43	1,12	0,81	0,75	1,29	0,95	0,34	0,49	1,57	0,73		
		4	1,86	1,46	1,03	0,74	1,62	0,93	0,44	0,48	2,11	0,76		
2,8	28	3	1,62	1,27	1,16	0,85	1,84	1,07	0,48	0,55	2,20	0,80		
		4	1,86	1,46	1,77	0,97	2,80	1,23	0,74	0,63	3,26	0,89		
3,2	32	3	2,43	1,91	2,26	0,96	3,58	1,21	0,94	0,62	4,39	0,94		
		4	2,75	2,16	2,56	1,10	4,06	1,39	1,06	0,71	4,64	0,99		
3,6	36	3	2,35	1,85	3,55	1,23	5,63	1,55	1,47	0,79	6,35	1,09		
		4	3,08	2,42	4,58	1,22	7,26	1,53	1,90	0,78	8,53	1,13		
4	40	5	3,79	2,97	5,53	1,20	8,75	1,54	2,30	0,79	10,73	1,17		
		3	2,65	2,08	5,13	1,39	8,13	1,75	2,12	0,89	9,04	1,21		
4,5	45	4	3,48	2,73	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	12,1	1,26		
		5	4,29	3,37	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	15,3	1,30		
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33		
		4	3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38		
		5	4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42		

5,6	56	4	4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52		
6,3	63	5	5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57		
		4	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69		
7	70	5	6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74		
		6	7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78		
7,5	75	6	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	50,0	1,88		
		7	6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90		
8	80	7	8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94		
		8	9,42	7,39	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99		
9	90	8	10,7	8,37	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,0	2,02		
		9	12,8	10,1	59,5	2,31	82,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02		
10	100	9	8,63	6,78	52,7	2,47	83,5	3,11	19,3	1,48	83,9	2,06		
		10	9,28	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19		
11	110	10	10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23		
		11	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27		
12,5	125	11	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43		
		12	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47		
		13	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51		
		14	15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55		
		15	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68		
		16	13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71		
		17	15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75		
		18	19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83		
		19	20,9	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91		
		20	22,8	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,98		
		21	26,3	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06		
		22	29,7	26,4	297	2,98	461	4,29	127	2,19	608	3,16		
		23	34,0	31,5	340	3,40	515	4,29	142	2,19	678	3,26		
		24	38,7	36,7	387	3,39	568	4,87	157	2,18	753	3,36		
		25	43,5	41,5	435	3,87	620	4,86	173	2,48	832	3,40		

			5	4.41	3.46	13.8	1.77	4.48	1.01	29.2	1.86	7.91	0.88	2.66	0.78	0.804
6.3/4.0	63	40	4	4.04	3.17	16.3	2.01	5.16	1.13	33.0	2.03	8.51	0.91	3.07	0.87	0.207
			5	4.98	3.91	19.9	2.00	6.26	1.12	41.4	2.08	10.8	0.95	3.73	0.86	0.296
			6	5.90	4.63	23.3	1.99	7.28	1.11	49.9	2.12	13.1	0.99	4.36	0.86	0.290
			8	7.68	6.03	29.6	1.96	9.15	1.09	66.9	2.20	17.9	1.07	5.56	0.85	0.286
7/4.5	70	45	5	5.59	4.39	27.8	2.23	9.05	1.27	56.7	2.28	15.2	1.05	5.34	0.98	0.404
7.5/5	75	50	5	6.11	4.79	34.8	2.30	12.5	1.43	69.7	2.39	20.8	1.17	7.24	1.09	0.436
			6	7.25	5.69	40.9	2.38	14.6	1.42	83.9	2.44	25.2	1.21	8.48	1.08	0.435
			8	9.47	7.43	52.4	2.35	18.3	1.40	112	2.52	34.2	1.29	10.9	1.07	0.430
			5	6.36	4.99	41.6	2.56	12.7	1.41	84.6	2.6	20.8	1.13	7.58	1.09	0.387
8/5	80	50	6	7.55	5.92	49.0	2.45	14.8	1.40	102	2.65	25.2	1.17	8.88	1.08	0.386
9/5.6	90	56	5	7.86	6.17	65.3	2.88	19.7	1.58	132	2.92	32.2	1.26	11.8	1.22	0.384
			6	8.54	6.70	70.6	2.88	21.2	1.58	145	2.95	35.2	1.28	12.7	1.22	0.384
			8	11.18	8.77	90.9	2.85	27.1	1.56	194	3.04	47.8	1.36	16.3	1.21	0.380
			6	9.59	7.53	98.3	3.2	30.6	1.79	198	3.23	49.9	1.42	18.2	1.38	0.393
10/6.3	100	63	7	11.1	8.70	113	3.19	35.0	1.78	232	3.28	58.7	1.46	20.8	1.37	0.382
			8	12.6	9.87	127	3.18	39.2	1.77	266	3.32	67.6	1.50	23.4	1.36	0.391
			10	15.5	12.1	154	3.15	47.1	1.75	333	3.40	85.8	1.58	28.3	1.35	0.387
			6	11.4	8.98	112	3.53	45.6	2	286	3.55	74.3	1.58	26.9	1.53	0.402
1/7	110	70	8	13.9	10.9	172	3.51	54.6	1.98	353	3.61	92.3	1.64	32.3	1.52	0.400
12.5/8	125	80	7	14.1	11	227	4.01	73.7	2.29	452	4.01	119	1.8	43.4	1.76	0.407
			8	16	12.5	256	4	83.0	2.28	518	4.05	137	1.84	48.8	1.75	0.406
			10	19.7	15.5	312	3.98	100	2.26	649	4.14	173	1.92	59.3	1.74	0.404
			12	23.4	18.3	365	3.95	117	2.24	781	4.22	210	2	69.5	1.72	0.400
14/9	140	90	8	18	14.1	364	4.49	120	2.58	727	4.49	194	2.03	70.3	1.98	0.411
			10	22.2	17.5	444	4.70	146	2.56	911	4.58	245	2.12	85.5	1.96	0.400
			9	22.9	18	606	5.15	186	2.85	1221	5.19	300	2.23	110	2.2	0.203
			10	25.3	19.8	667	5.13	204	2.84	1359	5.23	335	2.28	121	2.19	0.290
16/10	160	100	12	30	23.6	784	5.11	239	2.82	1634	5.32	405	2.36	142	2.18	0.308
			14	34.7	27.3	897	5.08	272	2.8	1910	5.40	477	2.43	162	2.16	0.305

18/11	180	110	10/12	128.3	22.2	952	5.8	276	3.12	1933	5.88	444	2.44	165	2.42	0.275
20/12.5	200	125	12	33.7	26.4	1123	5.77	324	3.10	2324	5.97	537	2.52	194	2.40	0.274
			11	34.9	27.4	1449	6.45	446	3.58	2920	6.5	718	2.79	264	2.75	0.302
			12	37.9	29.7	1568	3.43	482	3.57	3189	6.54	786	2.83	286	2.74	0.302
			14	43.9	34.4	1801	6.41	551	3.54	3726	6.62	922	2.91	327	2.73	0.300
25/16	250	160	16	49.8	39.1	2026	6.38	617	3.52	4264	6.71	1061	2.99	367	2.72	0.308
			12	48.3	37.9	3147	8.07	1032	4.62	6212	7.97	1634	3.53	604	3.54	0.410
			16	63.6	49.9	4091	8.02	1333	4.58	8308	8.14	2200	3.69	781	3.50	0.408
			18	71.1	55.8	4545	7.99	1475	4.56	9358	8.23	2487	3.77	806	3.49	0.407
			20	78.5	61.7	4987	7.97	1613	4.53	10410	8.31	2776	3.85	849	3.48	0.405

GLOSSARIY

1. *Mustahkamlik* – material (namuna, detal, konstruktsiya elementlari) ning yemirilmasdan tashqi kuchga qarshilik ko'rsatish qobiliyatidir.

2. *Bikirlilik* – konstruktsiya elementlarining tashqi kuch ta'siridan katta deformatsiya hosil qilmaslik qobiliyatidir.

3. *Ustuvorlik* – tashqi kuch ta'sirida konstruktsiya elementlarining dastlabki muvozanat holatini saqlash qobiliyatidir.

4. *Deformatsiya* – jismlarning tashqi kuch ta'siridan o'lchamlarini, o'z geometrik shaklini o'zgartirishi.

5. *Elastik deformatsiya* Δl_e – konstruktsiyaga ta'sir etayotgan kuchlardan hosil bo'lgan deformatsiya konstruktsiya kuchdan to'liq ozod qilinganda to'liq yo'qolib ketishi.

6. *Plastik yoki qoldiq deformatsiya* Δl_p – konstruktsiya kuchdan to'liq ozod qilinganda deformatsiya yo'qolmasdan qolishi (ingl. plastic).

7. *Brus* – ko'ndalang kesim o'lchamlari uzunlik o'lchamiga qaraganda juda kichik bo'lgan jismlar.

8. *Sterjen* – cho'zilishga yoki siqilishga ishlovchi bruslar.

9. *Val* – buralishga ishlovchi brus.

10. *Qobiq (obolochka)* – qalinligi qolgan boshqa o'lchamlariga nisbatan juda kichik bo'lgan egri sirt bilan chegaralangan konstruktsiya qismi.

11. *Guk qonuni* – σ normal kuchlanish nisbiy chiziqli ϵ deformatsiyaga to'g'ri proporsional.

12. *Ko'paytma* EA – sterjen ko'ndalang kesimining cho'zilish(siqlilish)dagi bikirligi.

13. E – bo'ylama elastiklik moduli (modul uprugosti), materialning cho'zilishga (siqlilish) qarshilik ko'rsata olish xususiyatini bildiradi.

14. *Elastiklik modulining geometrik ma'nosi* – og'ma to'g'ri chiziqli bilan ϵ o'qi orasidagi burchakning tangensi elastiklik moduliga to'g'ri proporsional $\tan \alpha = \sigma / \epsilon = E$.

15. *Elastiklik modulining fizik ma'nosi* – sterjenning ikki marta uzayishini ta'minlovchi kuchlanishni bildiradi. $E = \sigma$, bunda $\epsilon = 1$ bo'ladi. $\Delta l = l$ bo'lganda. Bundan, kuchlanishning elastik deformatsiyalanish sohada qabul qiladigan haqiqiy qiymati ming marta kichik bo'ladi.

16. *Buralish* – brus ko'ndalang kesimida faqat bitta ichki kuch faktori burovchi moment hosil bo'ladi.

17. *Markaziy o'q* – o'qqa nisbatan yuzadan olingan statik moment nolga teng.

18. *Kesim og'irlik markazi* – markaziy o'qlarning kesilgan nuqtasi.

19. *Balka(to'sin)* – konstruktsiya elementining to'g'ri chiziqli geometrik o'qi bo'lib, odatda brus kabi asosan egilishga ishlaydi.

20. *Konsol* – bir uchi bilan qistirib mahkamlangan to'sin.

21. *Egillishda to'sin' deformatsiyasi* – uning geometrik o'qining egirligi.

22. *To'plangan kuch* – inshoot yuziga nisbatan o'lchamlari kichik bo'lgan yuzachasiga qo'yilgan kuch.

23. *Hajmiy kuch* – elementning barcha zarrachalariga uzilmas ta'sir etuvchi kuchlar.

24. *Statik yuklar* – doimiy (xususiy og'irlik yuki) yoki vaqt bo'yicha sekin o'zgaruvchi, ya'ni inersiya kuchidan hosil bo'ladigan teztanish e'tiborga olmasa ham bo'ladigan (qor yukidan bosimning o'zgarishi).

25. *Doimiy kuchlar* – inshootlarga butun xizmat davomida uzilmas doimiy ta'sir qiladigan kuchlar.

26. *Muvaqqat kuchlar* – inshootni ekspluatatsiya davrida cheklangan vaqt oralig'ida ta'sir qiladigan kuchlar, masalan gaz balloni bosimi.

27. *Ichki yoki zo'riqish kuchlari* – konstruktsiya elementini hosil qiluvchi atom zarrachalari orasidagi o'zaro ta'sir kuchlari.

28. *Bo'ylama kuch* – brusning qaralayotgan kesimdan bir tomonda ta'sir etayotgan barcha kuchlar (shu jumladan reaksiya) proektsiyalarining algebratik yig'indisiga teng.

29. *Epyura* – brus uzunligi bo'ylab ichki kuchning yoki kuchlanishning ko'ndalang kesim bo'yicha o'zgarishi qonunini ko'rsatuvchi grafik.

30. *Kuchlanish* – yuza birligiga to'g'ri kelgan ichki kuch intensivligini xarakterlaydi.

31. *Normal kuchlanish* σ – kesim yuzasiga perpendikulyar ta'sir etib konstruktsiya elementini cho'zuvchi yoki siquvchi kuch intensivligi bilan xarakterlanadi.

32. *Urinma kuchlanish* τ – kesim tekisligida ta'sir etib, tekis kesimning qismini siljituvchi kuch intensivligi bilan xarakterlanadi.

33. *Rixsat etilgan kuchlanishlar* – konstruksiya elementlarining uzoq ishlash davrida yemirilmasdan va xavf-xatarsizligini ta'minlaydigan eng katta kuchlanish.

34. *Bosh yuzalar* – urinma kuchlanishlar nolga teng bo'lgan yuzalar.

35. *Bosh kuchlanishlar* – bosh yuzalarga ta'sir qiluvchi normal kuchlanishlar.

36. *Neytral qatlam* – qatlam tolalarida normal kuchlanish hosil bo'lmaydi (tolalar cho'zilmaydi ham, siqilmaydi ham).

37. *Neytral o'q* – neytral qatlam tekisligi bilan ko'ndalang kesim tekisligi kesishgan chiziq.

38. *Qobiq o'rta tekisligi* – qobiq qalinligini teng ikkiga bo'luvchi sirt.

39. *Qobiq egriligi* – radiusiga teskari bo'lgan kattalik.

40. *Puasson koeffitsienti* – oddiy cho'zilish yoki siqilishda ko'ndalang nisbiy deformatsiyaning absolyut qiymatining bo'ylama nisbiy deformatsiyaga absolyut qiymatiga nisbati.

41. *Cho'zilish diagrammasi* – cho'zuvchi kuch F bilan namunaning cho'zilishi Δl orasidagi grafik bog'lanish.

42. *Proporsionallik chegarasi* σ_{pr} – Guk qonuni bajariladigan eng katta kuchlanish.

43. *Oquvchanlik chegarasi* σ_{oq} – yuk ortmagan holda deformatsiya orta boradigan kuchlanish.

44. *Mustahkamlik chegarasi* σ_m (vaqtincha qarshilik) – namuna chidash bera oladigan eng katta yuk, uning dastlabki kesim yuzasiga nisbati.

45. *Statik noaniq masalalar* – faqat statikaning muvozanat tenglamalar yordamida yechib bo'lmaydigan masalalar.

46. *Kesim yadrosi* – kesim og'irlik markazi atrofida chizilgan shunday sohaki, agar bo'ylama kuch qo'yilgan nuqta shu yopiq soha ichida yotsa, u ko'ndalang kesim yuzasining barcha nuqtalarida bir xil ishorali kuchlanishlar hosil bo'ladi.

47. *Dinamik yuklar* – juda qisqa vaqt ichida o'z qiymati yoki holatini o'zgartiradigan yuklar.

48. *Zarba* – harakatlanayotgan jismlarning juda qisqa vaqt ichida tezliklarini keskin o'zgartirish bilan bog'liq bo'lgan to'qnashuv.

ADABIYOTLAR

1. Mirziyoyev Shavkat Miromonovich. Erkin va farovon, demokratik O'zbekiston davlatini birgalikda barpo etamiz. Sh.M. Mirziyoyev. – Toshkent: O'zbekiston, 2016. – 56 b. (.pdf)

2. Mirziyoyev Shavkat Miromonovich. Tanqidiy tahlil, qat'iy tartib-intizom va shaxsiy javobgarlik – har bir rahbar faoliyatining kundalik qoidasi bo'lishi kerak. 2017-yil 14-yanvar / Sh.M. Mirziyoyev. – Toshkent: O'zbekiston, 2017. – 104 b. (.pdf)

3. Ўзбекистон Республикасининг "Таълим тўғрисида"ги қонуни. 1997 йил 29 август. Т.: "Адолат", 1997.

4. Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2009 йил 14 августдаги 286-сонли "Талабалар мустакил ишларини ташкил этиш тўғрисида"ги буйруғи.

5. Ўрозбоев М.Т. Материаллар қаршилиги. Асосий курс. Олий ўқув юртлари учун дарслик – Т.: "Ўқитувчи", 1973. – 510 б.

6. Материаллар қаршилигидан масалалар тўплами. В.К. Качурин таҳрири остида. Олий техника ўқув юртлари талабалари учун ўқув қўлланма – Т.: Ўзбекистон, 1993. – 336 б.

7. Маткаримов А.Х. Материаллар қаршилигидан қисқача курс. Ўқув қўлланма – Т.: "ЎАЖБНТ" маркази, 2003. – 185б.

8. Материаллар қаршилиги. А.Ф. Смирновнинг умумий таҳрири остида. Олий ўқув юртлари учун дарслик – Т.: "Ўқитувчи", 1988. – 464 б.

9. Nabiyeв A. Materiallar qarshiligi. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik – Т.: "Yangi asr avlodi", 2008. – 379 b

10. Қорабоев Б. Материаллар қаршилиги. Олий техника ўқув юртлари учун дарслик. – Т.: Фан ва технологияси, 2007. – 192б.

11. Шодмонова З.С. Материаллар қаршилиги. Ўқув қўлланма. – Т.: 2018. – 169 б.

12. Якубов Ш.М., Рахманов Б.Қ., Хамраев С.П. Материаллар қаршилиги. Ҳисоблаш-лойиҳалаш ишлари. Ўқув қўлланма. – Т.: Ўқитувчи, 2007. – 100.б

13. Хасанов С.М. Материаллар қаршилиги фанидан масалалар ечиш. Ўқув қўлланма. Т.: Ўзбекистон. 2006. – 288 б.

14. Т. Shirlinulov, K. Ismayilov, A. Qo'ldashev. Elastik-plastik plastinkalar hisobi. O'quv qo'llanma. O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi. – Т.: "TAFakkur-bo'stoni", 2012. – 240 b.

15. Водопьянов, В. И. и др. Курс сопротивления материалов с примерами и задачами: учеб. пособие. ВолгГТУ.-Волгоград, 2012. -136 с.

16.Макаров Г.Е. Сопротивление материалов на базе Mathcad. Учеб.пос. Санкт-Петербург "БХВ – Петербург", 2004. –512 с.

17. Горшков А.Г. и др. Сопротивление материалов: Учеб.пос. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.–544с.

18. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. Учебник для вузов. –М.: Издательство, МГТУ, им.Н.Э.Баумана, 2003. – 592 с.

19. Подскребка М.Д. и др. Сопротивление материалов.Учебник для вузов. Минск.: Выш.шк., 2007.–797с.

20. Пирожков Д.Н., Якименко Л.В. Сопротивление материалов: пособие к решению задач /Сост.: Пирожков Д.Н., Якименко Л.В. – Барнаул: Изд-во АГАУ, 2005.

21. Варданян Г.С. и др. Сопротивление материалов теория упругости и пластичности. Учебник для вузов. – М.: 2000. – 584 с.

22. Александров А.В. и др. Сопротивление материалов. Учебник для вузов.3-е изд. – М.:Выш.шк, 2003. – 560 с.

23.Hobilov B.A., To'ychiyev N.J. Materiallar qarshiligi. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. – T.: "O'zbekiston faylasuflari milliy jamiyati", 2008. – 400 b.

24. Mirsaidov M.M. va boshqalar. Materiallar qarshiligi. Oliy o'quv yurtlari uchun darslik. –T.: "Fan va texnologiya", 2010. – 412 b.

25. Ismayilov K. Materiallar qarshiligi. 1-qism. –T.: "Mashhur-press", 2018. –344 b.

26. Ismayilov K. Materiallar qarshiligi. 2-qism. –T.: "Mashhur-press", 2019. –320 b.

Xorijiy adabiyotlar

27. Beer F.P., Johnston E.R., DeWolf J.T., Mazurek D.F. Mechanics of Materials. 7 th Edition.-New York. McGraw-Hill Education Ltd, 2015 (897p)

28. Gere J.M., Goodno B.J. Mechanics of Materials. 8th Edition.-Canada by Nelson Education Ltd, 2013 (1098p)

29. James M. Gere-Mechanics of Materials, 6th Edition Copyright 2004 Thomson Learning, Inc. 940 p.

30. Janco roland Hucko branislav introduction to mechanics of materials, part 1, -2013. 234 p.

31. Janco roland Hucko branislav introduction to mechanics of materials, part 2, -2013. 160 p.

32. Goulet J. Resistance des materiaux Bords Paris, 1976.-192

33. Surya N.Patnaik, Dale A. Hopkins-Strength of materials. 2004, Elsevier (USA). 773 p.

34. Tomasz Wierzbicki. Plates and Sells. - 2005. 102p.

35.Timoshenko S.P. S.Woinowsky-kriger Thory of plates and shells. Mcgraw-hill book company, inc New York Toronto London 1963.-635.

Foydalanish uchun tavsiya e'tilgan internet-saytlar

1. <http://www.uzsci.net>

2. <http://www.zivo.net>

3. <http://www/my.sopramat.ru>

MUNDARIJA

So'z boshi.....	3
I bob. ASOSIY TUSHUNCHALAR.....	5
1.1-§. Materiallar qarshiligi masalalari va asosiy tushunchalar.....	5
1.2-§. Konstruksiya elementlari va tuzilmalari.....	6
1.3-§. Kuchlar tasnifi.....	7
1.4-§. Ichki kuchlar. Kesish usuli.....	10
1.5-§. Deformatsiyalar to'g'risida tushuncha.....	12
1.6-§. Deformatsiya turlari.....	13
1.7-§. Kuchlanishlar to'g'risida tushunchalar.....	14
1.8-§. Materiallar qarshiligining asosiy gipotezalari.....	15
Nazorat savollari va topshiriqlar.....	17
II bob. CHO'ZILISH VA SIQILISH.....	18
2.1-§. Bo'ylama kuchlar va ularning epyuralarini qurish.....	18
2.2-§. Brus ko'ndalang kesimidagi kuchlanishlar.....	21
2.3-§. Cho'zilish va siqilishda bo'ylama deformatsiya.Guk qonuni.....	22
2.4-§. Ko'ndalang deformatsiya.....	24
2.5-§. Cho'zilish va siqilishda sterjenlarni mustahkamlikka hisoblash.....	27
2.6-§. Bikirlik sharti.....	36
2.7-§. Cho'zilish va siqilish deformatsiyalarida xususiy og'irlikni hisobga olish.....	37
2.8-§. Teng qarshilikli bruslar.....	39
2.9-§. Pog'onali sterjenlar.....	41
2.10-§. Cho'zilish va siqilishda statik aniqmas masalalar.....	42
2.11-§. Montaj kuchlanishlar.....	46
2.12-§. Haroratning o'zgarishi natijasida hosil bo'ladigan kuchlanishlar.....	48
Masalalar.....	49
Nazorat savollari va topshiriqlar.....	74
III bob. KONSTRUKSION MATERIALLARNING MEXANIK TAVSIFLARI.....	75
3.1-§. Materiallarni cho'zilishga sinash. Cho'zilish diagrammasi.....	75
3.2-§. Materiallarni siqilishga sinash.....	85
3.3-§. Cho'zilish va siqilishda potensial energiya.....	91
Masalalar.....	93
Nazorat savollari va topshiriqlar.....	95
IV bob. MURAKKAB KUCHLANISH HOLATI.....	96
4.1-§. Kuchlanishlarni belgilash va ularning ishoralari.....	96
4.2-§. Jism nuqtasining kuchlanganlik holati.....	97
4.3-§. Markaziy cho'zilish yoki siqilishda sterjen o'qiga qiya kesimlaridagi kuchlanishlar va ularning tahlili.....	98
4.4-§. Tekis kuchlanish holatida qiya kesim yuzachalaridagi Kuchlanishlar.....	101

4.5-§. Bosh kuchlanishlar va bosh yuzalar.....	102
4.6-§. Ekstremal urinma kuchlanishlar.....	106
4.7-§. Mor doirasi.....	110
4.8-§. Hajmiy kuchlanish holati.....	106
4.9-§. Umumlashgan Guk qonuni. Deformatsiya komponentlarining kuchlanish komponentlari orqali ifodasi.....	116
4.10-§. Mustahkamlik nazariyalari.....	121
4.11-§. Kuchlanishlar konsentratsiyasi.....	134
Masalalar.....	138
Nazorat savollari va topshiriqlar.....	148
V bob. SILJISH.....	149
5.1-§. Siljish deformatsiyasi haqida tushunchalar.....	149
5.2-§. Siljishda kuchlanish va deformatsiy.....	149
5.3-§. Guk qonuni. Elastiklik modullari G , E va ν orasidagi munosabat.....	151
5.4-§. Siljishga ishlovchi konstruksiyani amalda hisoblash.....	152
Masalalar.....	160
Nazorat savollari va topshiriqlar.....	167
VI bob. TEKIS KESIM GEOMETRIK TAVSIFLARI.....	168
6.1-§. Umumiy ma'lumotlar.....	168
6.2-§. Kesimning statik momentlari.....	170
6.3-§. Tekis kesimning inersiya momentlari.....	171
6.4-§. Oddiy tekis kesimlarning inersiya momentlari.....	174
6.5-§. Tekis kesimning o'qlari parallel ko'chirilganda inersiya momentlari.....	175
6.6-§. Murakkab tekis kesimning inersiya momentlari.....	176
6.7-§. Tekis kesimning koordinata o'qlari burilganda inersiya momentlari.....	178
6.8-§. Tekis kesim bosh inersiya o'qlari va bosh inersiya momentlari.....	180
6.9-§. Tekis kesimning inersiya radiuslari.....	180
Masalalar.....	181
Nazorat savollari va topshiriqlar.....	198
VII bob. BURALISH.....	199
7.1-§. Doira kesimli to'g'ri brusning buralishi.....	199
7.2-§. Burovchi moment va uning epyurasini qurish.....	202
7.3-§. Val kesimidagi kuchlanishlarni hamda kesimning buralish burchagini aniqlash.....	202
7.4-§. Valni mustahkamlikka va bikirlikka hisoblash.....	206
Masalalar.....	208
Nazorat savollari va topshiriqlar.....	214
VIII bob. TO'G'RI BRUSNING TEKIS EGILISHI.....	215
8.1-§. To'sinlarning egilishi haqida umumiy mulohazalar.....	215
8.2-§. To'sin va tayanch turlari.....	216
8.3-§. Tayanch reaksiya kuchlarini aniqlash.....	220
8.4-§. To'sin egilishidagi ichki kuchlar.....	223

8.5-§. Eguvchi moment M_x , ko'ndalang kuch Q , va yoyilgan kuch intensivligi q orasidagi differensial bog'lanishlar	225
8.6-§. Ichki kuchlarning epyuralarini qurish	227
8.7-§. Eguvchi moment, ko'ndalang kuch epyuralarini qurish qoidalar	228
8.8-§. Eguvchi moment va ko'ndalang kuch epyuralarini tekshirish	228
Qoidalar	241
Masalalar	248
Nazorat savollari va topshiriqlar	254
IX bob. EGILGAN TO'SINLARNING KUCHLANISHLARINI ANIQLASH	256
9.1-§. Sof egilish. Normal kuchlanishlarni aniqlash	256
9.2-§. Normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti	263
9.3-§. Urinma kuchlanishni aniqlash	265
9.4-§. Urinma kuchlanish bo'yicha mustahkamlik sharti	271
9.5-§. Egilishda bosh kuchlanishlar va eng katta urinma kuchlanishlar	272
9.6-§. To'sin mustahkamligini to'la tekshirish	275
Masalalar	275
Nazorat savollari va topshiriqlar	293
X bob. EGILGAN TO'SINLARNING KO'CHISHLARINI ANIQLASH	294
10.1-§. Umumiy tushunchalar	294
10.2-§. To'sin egilgan o'qining differensial tenglamasi	295
10.3-§. Differensial tenglamani integrallash va doimiylarni aniqlash	297
10.4-§. Boshlang'ich parametrlar usuli	305
10.5-§. To'sin ko'chishlarini aniqlashda Mor integrali	313
10.6-§. Vereshagin qoidasi	318
10.7-§. To'sinlarning bikirlik sharti	332
10.8-§. Statik noaniq to'sinlar	332
Masalalar	338
Nazorat savollari va topshiriqlar	344
XI bob. MURAKKAB QARSHILIK	345
11.1-§. Murakkab qarshilik turlari va ichki kuchlarni aniqlash	345
11.2-§. Siniq o'qli bruslar kesimlaridagi zo'riqish kuchlarini aniqlash	348
11.3-§. Qiyshiq egilishda to'sin kesimlaridagi normal kuchlanishlarni aniqlash	353
11.4-§. Qiyshiq egilishda to'sinning deformatsiyasini aniqlash	357
11.5-§. Qiyshiq egilishda to'sinning mustahkamlik va bikirlik shartlari	359
11.6-§. Bikir brusga bo'ylama kuchning nomarkaziy ta'siri. Normal kuchlanishlarni aniqlash	361
11.7-§. Kesim yadrosi to'g'risida tushuncha. Kesim yadrosini qurish	368
11.8-§. Brusning egilib buralishi. Valni murakkab deformatsiyaga	

hisoblash	372
Nazorat savollari va topshiriqlar	377
XII bob. BO'YLAMA EGILISHI	377
12.1-§. Siqilgan sterjenning ustuvorlik masalasi	378
12.2-§. Siqilgan sterjen ustuvorligining differensial tenglamasi	378
12.3-§. Uchlari sharnirli mahkamlangan siqilgan sterjen ustuvorligi Eyer formulasi	381
12.4-§. Kritik kuchlanish, keltirilgan uzunlik va egiluvchanlik	383
12.5-§. Eyer formulasini tatbiq etish chegarasi	387
12.6-§. Elastik-plastik sohada ustuvorlikni nazariy tekshirish. Yatskiy-Karman kritik kuchi	388
12.7-§. Engesser-Shenli kritik kuchi	392
12.8-§. Siqilgan sterjen elastik-plastik sohada ustuvorligining yangi nazariyasi	399
12.9-§. Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka tekshirish	409
12.10-§. Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka tekshirish hisobi	410
12.11-§. Siqilgan sterjenlarni ustuvorlikka loyihalash hisobi	412
12.12-§. Siqilgan sterjen ko'ndalang kesimining qulay shaklini tartib	414
12.13-§. Bo'ylama-ko'ndalang egilishi	415
Masalalar	417
Nazorat savollari va topshiriqlar	420
XIII Bob. DINAMIK YUKLAR	430
13.1-§. Brusning dinamik yuklanishi	431
13.2-§. Sim arqonni hisoblashda inersiya kuchini inobatga olish	433
13.3-§. Tekis tezlanish bilan harakatlanayotgan brus hisobi	435
13.4-§. Aylanma harakatda bo'lgan brus hisobi	436
13.5-§. Aylanma harakatda bo'lgan halqa hisobi	438
13.6-§. Brusni bo'ylama va ko'ndalang zarba yuklarga hisoblash	439
Masalalar	444
Nazorat savollari va topshiriqlar	460
Ilova	461
GLOSSARIY	478
ADABIYOTLAR	481

Kabuy murat Ismayilov
Alifher Kodirkulovich Usmonkulov
Sohirjon Kamurovich Toshov
Zafar Ishtiyorovich Boltayev
Sharifboy Ro'ziyevich Azamedov

MATERIALLAR QARSHILIGI

Darilik

Muharrir: G. Rahimova
Muassashtir: D. G'aybullayeva
Tex.muhammirl: H. Amirdinov

ISBN 978-9943-91046-0

Nashriyat tasdiqnomasi
№ 1243-7560-5999-4320-2125-1811-8655

Bosishga ruxsat etildi: 01.03.2021-yil.
Ofset bosma qog'oz. Qog'oz bichimi 60x84 1/16.
"Times New Roman" garnituras. Ofset bosma usuli.
Hudud nashriyat 1:30,1. Sharhli b.A:15,1.
Adadi: 200 nusxa. Buyurtma № 50.

"Samarqand davlat chet tillar instituti" nashriyoti.
Samarqand sh., Bo'stonaroy ko'chasi, 93-uy.

ISBN 978-9943-9105-6-0



9 789943 910560