

КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОМЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ *В РОБОТОТЕХНИКЕ*

С. К. АБСАДОВ, А. Р. КОГАНОВ



Издательство «ИТЭП»

С. К. ЛЕБЕДЕВ, А. Р. КОЛГАНОВ

КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОМЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ В РОБОТОТЕХНИКЕ

Учебное пособие

Москва Вологда
«Инфра-Инженерия»
2021

УДК 621.865.8
ББК 32.816
Л33

Научный редактор :
доктор технических наук *А. Б. Виноградов*

Рецензент :
доктор технических наук, профессор, профессор кафедры
автоматизированного электропривода и мехатроники
ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет
имени Г. И. Носова» *А. С. Сарваров*

Лебедев, С. К.
Л33 Кинематика и динамика электромехатронных систем в робототехнике : учебное пособие / С. К. Лебедев, А. Р. Колганов. – Москва ; Вологда : Инфра-Инженерия, 2021. – 352 с. : ил., табл.
ISBN 978-5-9729-0689-5

Представлены основные теоретические аспекты построения кинематических схем роботов и манипуляторов, анализа их динамического поведения и синтеза систем управления. Предлагается использование метода однородных координат в качестве основного инструмента при формировании кинематических и динамических моделей роботов и манипуляторов.

Для студентов и аспирантов электротехнических направлений подготовки. Может быть полезно специалистам в области электромехатронных систем в различных областях народного хозяйства.

УДК 621.865.8
ББК 32.816

ISBN 978-5-9729-0689-5

© Лебедев С. К., Колганов А. Р., 2021
© Издательство «Инфра-Инженерия», 2021
© Оформление. Издательство «Инфра-Инженерия», 2021

ВВЕДЕНИЕ

Материалы учебного пособия сформированы в соответствии с программой дисциплины «Управление движением промышленных манипуляторов», входящей в учебные планы очной и заочной подготовки бакалавров по направлению «Электроэнергетика и электротехника», профиль «Электропривод и автоматика». В Ивановском государственном энергетическом университете имени В.И. Ленина (ИГЭУ) подготовка в рамках этой дисциплины ведется на электромеханическом факультете кафедрой «Электропривод и автоматизация промышленных установок» (ЭП и АПУ). Дисциплина входит в вариативную часть учебных планов, и является дисциплиной по выбору.

В июле 2020 года кафедре ЭП и АПУ исполнилось 90 лет. Все эти годы кафедра ведет успешную подготовку выпускников, которая традиционно нацелена на формирование компетенций в производственно-технологической, проектно-конструкторской и исследовательской деятельности при проектировании, монтаже, наладке и эксплуатации систем электропривода и автоматики любой отрасли промышленности. При этом используются инновационные технологии обучения и контроля качества подготовки, основанные на интерактивной работе студентов на уникальном и типовом промышленном оборудовании в специализированных лабораториях кафедры. Студенты приобретают в процессе обучения навыки программирования и наладки промышленных контроллеров и электроприводов зарубежных и отечественных производителей. Все это делает выпускников кафедры востребованными на многих объектах – от «прохладной» сибирской нефтегазодобычи до «теплых» цехов тепловых и атомных станций.

Данное учебное пособие отражает научные, учебные и методические материалы, обобщающие опыт авторов более чем за 20-летний период чтения лекций, проведения практических занятий, формирования лабораторных практикумов, курсового и дипломного проектирования, руководства выпускными квалификационными работами бакалавриата и магистратуры по тематике, связанной с робототехникой.

За свою долгую и славную историю кафедра ЭП и АПУ не раз являлась новатором и «донором», формируя на своей основе новые направления и профили подготовки. Это и выпуск специалистов городского электрического транспорта, систем автоматизации проектирования, промышленной электроники, электротехнологии, и, в том числе, подготовка специалистов в области робототехники, которая планировалась в ИГЭУ в 90-е годы прошлого века в связи с развитием станкостроения в Ивановской области. Распад СССР и связанные с этим негативные тенденции в

промышленности и высшей школе привели к тому, что вместо выпуска специалистов по робототехнике кафедра ЭП и АПУ, изменив учебные планы, вела подготовку части инженеров со специализацией по робототехнике. В настоящее время эта тематика представлена элективным компонентом учебного плана в качестве одной из двух дисциплин по выбору студента.

Преподавание дисциплины ведется на 4-м, завершающем подготовку бакалавров, курсе (7-й и 8-й семестры). К этому времени студенты овладевают необходимыми компетенциями, изучая такие дисциплины, как «Теория автоматического управления», «Механика», «Прикладная механика», «Программные средства в математике и расчетах мехатронных систем», «Электрический привод». Параллельно с дисциплиной «Управление движением промышленных манипуляторов» студенты в те же семестры изучают дисциплины «Системы управления электроприводов», «Моделирование электропривода», дающие ряд необходимых компонентов знаний и навыков, особенно важных при разработке систем управления такими объектами, как промышленные манипуляторы.

Цель преподавания дисциплины «Управление движением промышленных манипуляторов» – сделать бакалавра профиля «Электропривод и автоматика» способным участвовать в разработке, внедрении и эксплуатации элементов робототехники, промышленных манипуляторов, электро-мехатронных систем позиционирования в промышленности, энергетике, транспорте, военной и космической технике.

Основными задачами, решение которых обеспечит достижение поставленной цели, являются задачи кинематического и динамического анализа механики промышленных манипуляторов, освоение алгоритмов синтеза и анализа систем позиционирования звеньев манипулятора, знакомство с основами промышленной робототехники, включая историю развития, аспекты технико-экономического анализа и классификацию промышленных роботов.

Значительное внимание в учебном пособии уделяется как вопросам теоретического анализа характеристик динамических систем, включая классические временные и частотные характеристики, так и вопросам анализа характеристик и имитационного моделирования с использованием современных программных комплексов.

Основы промышленной робототехники. Раздел посвящен экскурсу в историю развития промышленной робототехники. Здесь приводятся критерии и факторы, используемые при решении о внедрении робототехнических систем, как при разработке новых проектов, так и при модернизации оборудования в промышленности. Рассмотрение целого ряда классификаций робототехнических систем погружает читателя в многогранный и обширный мир промышленной робототехники, ненавязчиво знакомя с ос-

новными видами промышленных роботов и их функциональными особенностями.

Метод однородных координат в кинематике и динамике манипуляторов. В разделе рассмотрены вопросы теории и методики применения однородных координат для формирования математических моделей, обеспечивающих анализ и синтез промышленных манипуляторов различной конфигурации. При этом детально рассматриваются алгоритмы выполнения, как кинематического, так и динамического анализа. Форма полученных результатов анализа максимально способствует цели и задачам разработки систем управления движением манипуляторов.

Функциональная структура системы управления движением манипулятора. В разделе на основе детального анализа двух примеров взаимодействия манипуляторов с технологическим оборудованием представлено формирование требований к системам управления движением манипуляторов. Сформулированы допущения при рассмотрении приводов шарниров и сформирована обобщенная структура системы управления движением, элементы которой ставят задачи при проведении кинематического и динамического анализа конкретного манипулятора.

Кинематический анализ промышленных манипуляторов. На примере манипуляторов с вертикальной и горизонтальной цилиндрическими системами координат приводится с описанием каждого этапа получение кинематических моделей. Полученные результаты кинематического анализа подвергаются детальному анализу. Он проводится с использованием компьютерного моделирования для проверки уравнений связи и их решения перед использованием в системе управления движением для организации координатных преобразований сигналов.

Динамический анализ промышленных манипуляторов. Раздел посвящен использованию уравнения Лагранжа при решении прямой задачи динамики для конкретного манипулятора с целью получения математической модели манипулятора как объекта управления. Для тех же вариантов манипуляторов, для которых выполнен кинематический анализ, подробно описано получение уравнений движения и формирование структуры моделей, обеспечивающих реализацию, как синтеза, так и анализа системы управления движением манипуляторов.

Использование регуляторов положения в системах позиционирования звеньев манипуляторов. Рассматривается многообразие вариантов построения систем позиционирования на основе использования регуляторов положения. Предлагаются варианты структурно-параметрического синтеза, как статических систем управления, так и систем с астатизмом 1-го и 2-го порядка. Показана всесторонняя оценка при выборе модели динамики систем позиционирования для манипуляторов. Предлагается алгоритм настройки параметров регуляторов положения, обеспечивающий во

всех вариантах реализацию преимуществ, которые дает использование настроек, соответствующих динамике Бесселя.

Исследование систем позиционирования звеньев манипуляторов. В разделе описаны методики анализа и выбор вариантов систем позиционирования для звена манипулятора средствами компьютерного моделирования с имитацией силовых и параметрических воздействий, возникающих при работе манипулятора. Предлагается использовать фиксированную настройку регуляторов в условиях существенного изменения инерционности звеньев при изменении конфигурации манипулятора в процессе функционирования. Приведены *Simulink*-модели с пояснениями по их применению для исследования систем позиционирования.

Компьютерное моделирование и исследование движения схвата манипулятора по заданной траектории. В разделе представлены *Simulink*-модели и детально описывается процесс компьютерных испытаний разработанных систем управления движением совместно с кинематическими и динамическими моделями манипуляторов. Материал раздела является основой для курсового проектирования и выполнения выпускных квалификационных работ по тематике, связанной с промышленной робототехникой.

Для контроля качества усвоения материала в заключении каждого раздела содержится перечень вопросов и заданий для самоконтроля, выполнение которых должно стать, по нашему мнению, для читателя обязательным. Контрольные материалы особенно востребованы при заочной и дистанционной формах обучения.

Авторы выражают искреннюю признательность руководству и коллективу кафедры ЭП и АПУ ИГЭУ за замечания, пожелания по развитию курса, а также за дружественную и творческую атмосферу, в которой происходила подготовка и обсуждение материалов учебника.

Авторы выражают особую благодарность доктору технических наук, профессору А. Б. Виноградову за полезные советы и замечания по улучшению содержания книги в процессе научного редактирования.

Авторы благодарны за внимательное, объективное рецензирование и ценные замечания и рекомендации доктору технических наук, профессору А. С. Сарварову (кафедра автоматизированного электропривода и мехатроники ФГБОУ ВО «Магнитогорский государственный технический университет» имени Г. И. Носова).

Эта книга написана для будущих студентов, а многие выпускники увидят в ней и свои труды, и муки творчества их педагогов.

ГЛАВА 1

ОСНОВЫ ПРОМЫШЛЕННОЙ РОБОТОТЕХНИКИ

1.1. РАЗВИТИЕ РОБОТОТЕХНИКИ

Наряду с эволюционным развитием автоматизация промышленности претерпела ряд скачкообразных изменений [19,20]:

- внедрение взаимозаменяемости в производстве;
- появление сборочных конвейеров, поточных линий (заводы Форда, текстиль, УНРС и т.д.);
- роботизация промышленности.

Внедрение промышленных роботов – это воплощение современного этапа развития автоматизации производства.

Кратко рассмотрим историю развития роботов. С древних времен людей увлекала мечта создать такую умную машину, которая бы действовала так же искусно, как и человек. Умельцы, используя хитроумные механизмы, создавали марионетки и заводные куклы. В умах фантастов зарождались роботы самого различного назначения. Предпосылки появления промышленной робототехники связаны и с бурным развитием науки и техники, связанным со 2-й мировой войной. В 40-е и 50-е годы интенсивно развивались механика, электроника, теория автоматического управления. В начале 60-х годов начались исследования, связанные с управлением механической рукой с помощью ЭВМ, исследования в области технического зрения.

Интересный экскурс в историю развития роботов дает Джозеф Фредерик Энгельбергер (англ. *Joseph Frederic Engelberger*, 25.07.1925 – 1.12.2015 г. г.) – американский инженер, изобретатель, один из основателей компании «Юнимейшн», вошедшей в «Вестингауз» [20]:

1954 год; Джордж Чарльз Девол-младший (англ. *George Charles Devol, Jr.*, 20.02.1912 – 11.04.2011 г. г.) подает заявку на первый патент по робототехнике (1961 год – получение патента);

1956 год; Девол-младший и Энгельбергер (случайная встреча на коктейле) образуют фирму «Юнимейшн»; эффективность усилий специалистов фирмы «Юнимейшн» можно оценить по следующим цифрам: в те годы устройство ЧПУ для станков стоило 35 000 долларов, а специалисты «Юнимейшн» создали устройство управления роботом стоимостью 7 000 долларов (1959 год);

1961 год; введен в эксплуатацию первый промышленный робот «Юнимейт» на литейных участках завода «Дженерал Моторс» в Нью-Джерси (США); некоторые из этих роботов отработали по 100 000 часов, то есть 50 человеко-лет работы;

1970 год; создан промышленный робот с 6 степенями подвижности, но наиболее плодотворной оказалась для развития робототехники почва в Японии;

1967 год; Энгельбергер делает доклад перед более чем 700 промышленниками и специалистами;

1968 год; фирма «Кавасаки» (капитал около 3 миллиардов долларов) купила лицензию на всю технологию фирмы «Юнимейшн»;

1971 год; образована первая в мире ассоциация по роботам *JIRA* в Японии из 48 фирм (в США – только в 1975 году появился Американский институт робототехники); в дальнейшем робототехника уже из Японии начинает проникать в США и другие страны мира;

1982 год; фирма «Фанук» совместно с «Дженерал Моторс» начинает выпускать в США промышленные роботы. К робототехнике подключаются: «Дженерал Электрик», «Фольксваген», «Рено», «Сименс», «Фиат».

К функциям, которыми должен обладать робот, в первую очередь, можно отнести следующие четыре (рис. 1.1):

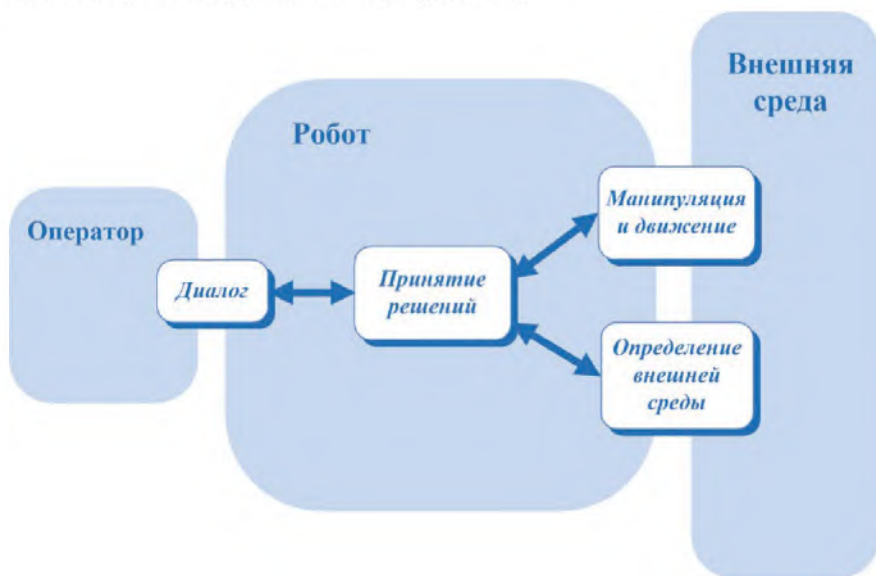


Рис. 1.1. Функциональная структура промышленного робота

- функция определения состояния внешней среды. Робот должен обладать искусственными органами чувств, позволяющими ему «видеть», «осознать», «чувствовать» силу, а также распознавать объекты;

- функция осмысления и принятия решения; она дает возможность планировать последовательность операций, необходимых для достижения цели, стоящей перед роботом;
- функция диалога; она обеспечивает эффективную связь человека с роботом, робота с другим оборудованием.

С помощью комплексной реализации этих четырех функций можно создать промышленный робот.

1.2. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ

Можно говорить о преимуществах робота перед рабочим, оператором технологического оборудования.

Но при внедрении роботов и манипуляторов полезнее считать, что преимущество имеет человек, достойный более осмысленной работы, чем та, которой могут заниматься роботы [20] (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Характеристики промышленного робота и человека

№	Характеристика	Робот	Человек
1	Сила	0,1÷1000 кг полезной нагрузки	≤ 30 кг, сильно зависит от типа движения, направления и т. п.
2	Мощность	Зависит от полезной нагрузки	2 л. с. в течение 10 с; 0,5 л. с. – 120 с; 0,2 л. с. – продолжительное время
3	Стабильность	Абсолютная в отсутствии неполадок	Низкая, зависит от физической и психологической усталости, необходим внешний контроль результатов
4	Индивидуальные отличия	Только если предусмотрены проектом	До 100÷150 % отклонения от типовых характеристик
5	Срок службы	Ожидаемый срок службы – 40.000 часов (20 лет односменной работы)	

Факторы, определяющие области эффективного применения промышленных роботов:

- выполнение монотонных повторяющихся операций, для которых не требуется или требуется мало умственной энергии;
- очень утомительные и опасные работы (горячие цеха, опасная атмосфера и т. д.);
- работы, требующие от оператора высокой повторяемости при выполнении сложных повторяющихся операций;
- работы, требующие перемещения больших тяжестей, непосильных для человека или настолько утомительных, что человек не выдерживает целую смену.

Приведем ряд примеров, где в одном производстве сочетаются сразу несколько факторов, указывающих на необходимость применения роботов:

- литейное производство (значительная масса отливок, повышенная температура, запыленность, загазованность, высокая повторяемость операций);
- сварочное производство (высокая повторяемость, точность, опасность, монотонность);
- окраска распылением (точность, повторяемость, опасная атмосфера);
- сборочное производство (большие тяжести, повторяемость);
- технический контроль (точность, повторяемость, объективность).

В решении вопроса о применении роботов возможны три случая:

- задание должно выполняться человеком, так как оно не может быть выполнено ни одной из существующих моделей из-за его высокой сложности;
- задание должно выполняться только роботом по соображениям безопасности, ограниченности рабочего пространства или особых требований к точности;
- робот может заменить человека при выполнении задания.

Рассмотрим подходы к экономическому обоснованию применения промышленных роботов [21,22]. В оценке эффективности внедрения следует учитывать следующие факторы.

Время работы:

- оператор работает около 40 часов в неделю (без перекуров); сверхурочные работы требуют дополнительных расходов и имеют свои естественные границы;
- робот может работать 7 дней в неделю по 3 смены. С учетом 8 часов в неделю на ремонт и обслуживание имеем время работы промышленного робота – 160 часов ($24 \times 7 - 8 = 160$); таким образом, мы можем, в рекламных целях, утверждать, что робот заменит 4 рабочих-операторов на данном оборудовании.

Точность и повторяемость при выполнении операций роботом положительно влияют на качество выпускаемой продукции.

Экономия материалов, расходуемых роботом при выполнении технологических операций. Например, окраска изделий распылением краски. Здесь рабочий-оператор может совершать два вида ошибок:

- мало краски (снижение качества);
- много краски (снижение качества и перерасход краски).

Причем установлено, что человек психологически имеет склонность к перерасходу краски, то есть совершает наиболее серьезную из двух ошибок.

Экономия дополнительных расходов, необходимых для обеспечения операторов:

- оплата отпусков и больничных;
- расходы на обеспечение безопасности;
- содержание бытовых помещений (комнаты отдыха, столовые, туалеты и т. п.);
- оплата отопления и освещения.

Перепрограммируемость робота обеспечивает гибкость производства и ослабляет действие фактора морального старения оборудования и роботов.

Технические факторы (основные):

- несовместимость робота и оборудования (моральная и иная);
- несоответствие уровней надежности робота и оборудования (выше или ниже);
- недостаточная повторяемость движений;
- проблема ориентации заготовок;
- проблема нестабильности размеров и хрупкости заготовок;
- проблема взаимной блокировки робота и оборудования.

Эксплуатационные факторы:

- сопротивление внедрению роботов со стороны рабочих-операторов;
- остановка производства на время установки и отладки;
- невозможность использовать ручную работу, чтобы покрыть простои роботов;
- необходимость переобучения операторов;
- планирование обслуживания роботов и поставки запасных частей.

1.3. ОСНОВНЫЕ КЛАССИФИКАЦИИ ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ

Рассмотрение различных классификационных признаков позволяет изучать многообразную совокупность представителей промышленной робототехники.

По характеру выполняемых работ промышленные роботы могут быть разделены на следующие группы:

- технологические (производственные) роботы; в качестве производящих или обрабатывающих машин выполняют основные операции технологического процесса (гибка, сварка и т. д.);
- вспомогательные (подъемно-транспортные) роботы; обслуживают основное технологическое оборудование (установка и снятие заготовок, деталей или инструмента, загрузка или разгрузка транспортеров, автоматизация транспортно-складских операций);
- универсальные роботы; сочетают в себе признаки производственных и вспомогательных роботов.

По степени специализации промышленные роботы делят на следующие виды:

- специальные роботы; выполняют определенные технологические операции или обслуживают конкретную модель основного технологического оборудования;
- целевые (специализированные) роботы; выполняют технологические операции одного вида или обслуживают основное технологическое оборудование, объединенное общностью манипуляционных действий;
- многоцелевые роботы; выполняют различные основные и вспомогательные операции, в том числе требующие разнотипных приемов действия.

По основным системам координатных перемещений. В данном случае классификационный признак формируется по виду рабочей зоны робота, в которой осуществляются основные координатные перемещения, и по типу координатной системы, в которой формируется движение схвата.

Рабочая зона – это пространство, в котором при работе может находиться рабочий орган манипулятора.

Основные координатные перемещения – все движения манипулятора и дополнительные перемещения основания робота без учета движений привода схвата, обеспечивающих зажим и освобождение объекта манипулирования. Движения манипулятора можно разделить на следующие типы:

- *транспортирующие движения*, которые обеспечивают перемещение центра схвата в заданную точку рабочей зоны;
- *ориентирующие движения*, которые обеспечивают ориентацию схвата в заданной точке относительно рабочей зоны.

Классификацию промышленных роботов по основным системам координатных перемещений можно представить графически (рис. 1.2).

Познакомимся с каждой из представленных в классификации координатных систем на примере типичных кинематических схем промышленных роботов.



Рис. 1.2. Классификация промышленных роботов по координатным системам

Прямоугольная система координат. В этом случае объект манипулирования перемещается путем взаимных прямолинейных поступательных движений звеньев манипулятора по двум или трем взаимно перпендикулярным осям (рис. 1.3 – 1.6).

При этом звенья манипуляторов соединяются шарнирами линейных перемещений (S_i). Нумерацию звеньев и шарниров принято производить от неподвижного основания манипулятора. Последнее звено заканчивается схватом, конструкция которого зависит от функционального назначения промышленного робота.

Рабочая зона манипуляторов с прямоугольной системой координат (рис. 1.4, 1.6) имеет вид прямоугольника или параллелепипеда. Для таких манипуляторов естественными являются движения по линейным траекториям, их используют при сборке и складских операциях.

В робототехнике всегда стараются придерживаться известного принципа соответствия естественных движений, присущих механике, и вынужденных движений манипулятора, определяемых технологическим назначением робота [21].

Недостатком таких кинематических схем является невыгодное соотношение между объемом, занимаемым роботом, и объемом рабочей зоны.

Полярная система координат. Полярная система координат представлена в промышленной робототехнике двумя видами:

- цилиндрическая система координат (рис 1.7, 1.8), относящаяся к пространственным полярным системам координат; здесь присутствует один шарнир вращательного движения одного из звеньев (Θ_i);
- сферическая система координат (рис 1.9, 1.10), где схват перемещается в пространстве рабочей зоны с использованием вращательных движений звеньев манипулятора относительно двух перпендикулярных осей.

Рабочая зона манипуляторов с цилиндрической системой координат представляет собой цилиндры с вертикальной или горизонтальной ориентацией оси вращения. Схват манипулятора в равной степени легко осуществляет прямолинейные перемещения и вращение вокруг оси цилиндрической системы, это определяет широкое распространение в различных отраслях таких манипуляторов.

Для схвата манипулятора со сферической системой координат естественным представляется движение по сложным пространственным траекториям. Это в большей степени определяет обоснованность их применения в таких сложных технологических операциях, как сварка и покраска при изготовлении автомобильной, авиационной и иной сложной техники.

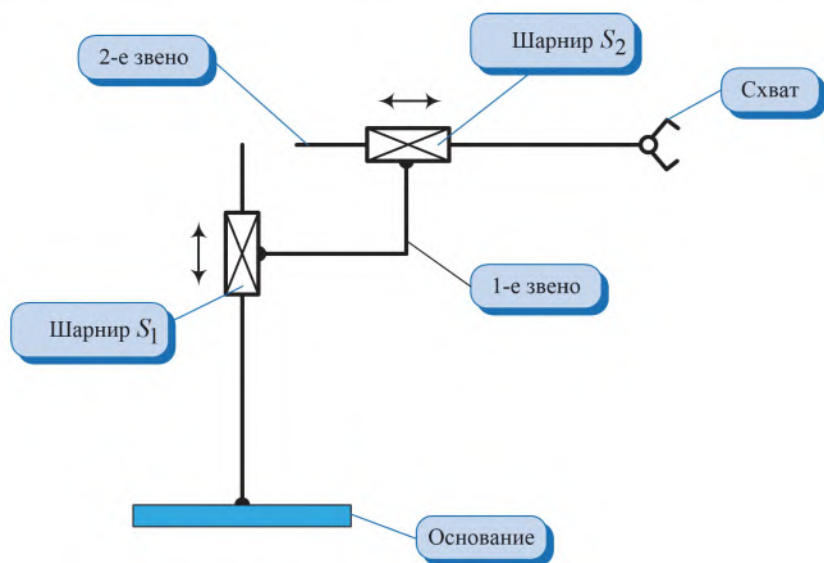


Рис. 1.3. Кинематическая схема манипулятора с плоской прямоугольной системой координат

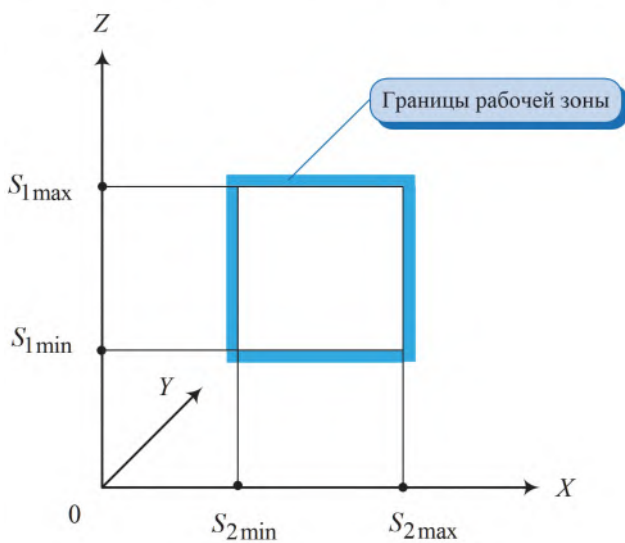


Рис. 1.4. Рабочая зона манипулятора с плоской прямоугольной системой координат

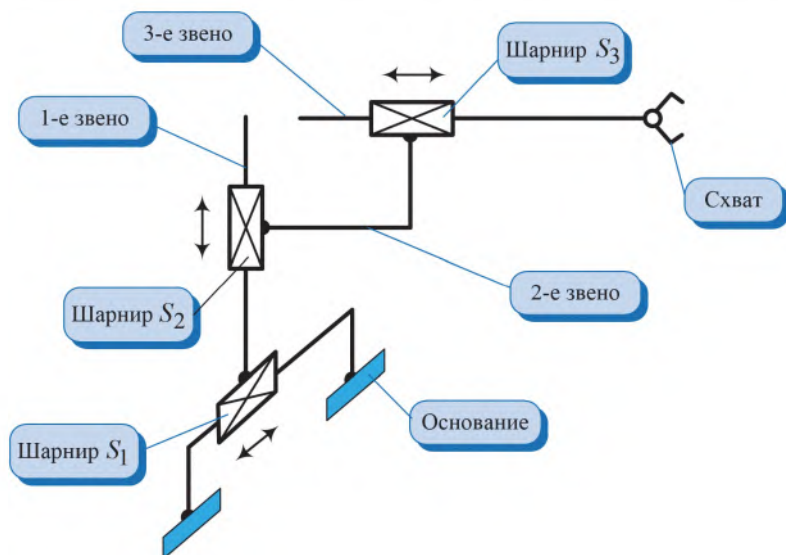


Рис. 1.5. Кинематическая схема манипулятора с пространственной прямоугольной системой координат

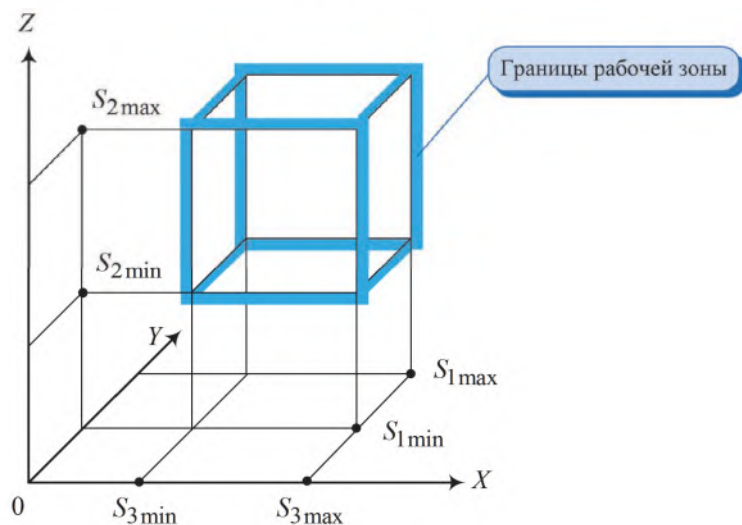


Рис. 1.6. Рабочая зона манипулятора с пространственной прямоугольной системой координат

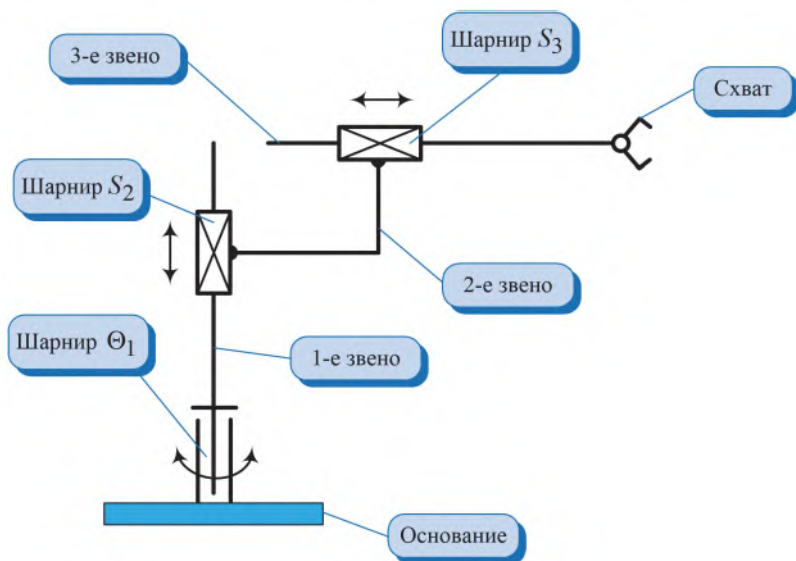


Рис. 1.7. Кинематическая схема манипулятора с цилиндрической системой координат

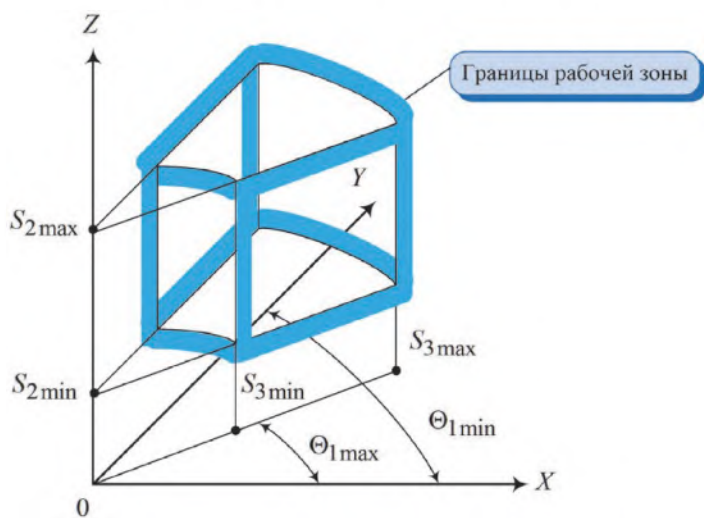


Рис. 1.8. Рабочая зона манипулятора с цилиндрической системой координат

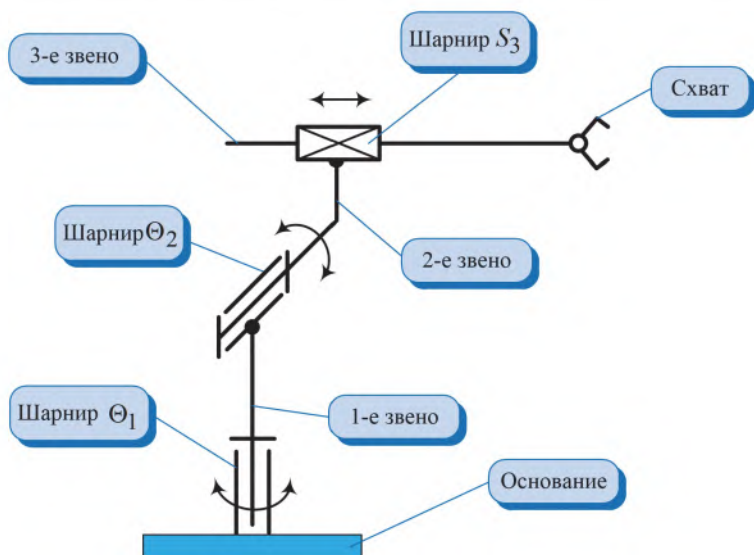


Рис. 1.9. Кинематическая схема манипулятора со сферической системой координат

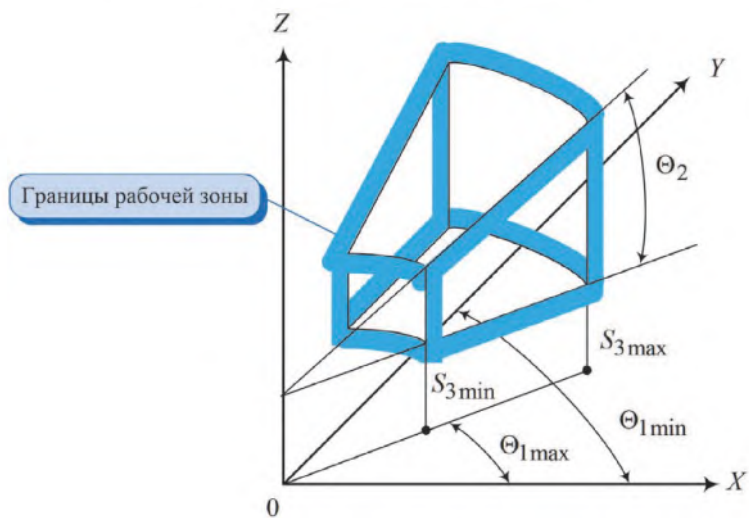


Рис. 1.10. Рабочая зона манипулятора со сферической системой координат

Ангулярная система координат. В плоской ангулярной системе координат (рис. 1.11) объект манипулирования перемещается в плоскости благодаря относительным поворотам звеньев манипулятора, имеющих постоянную длину. В этом случае появляется не только возможность обходить препятствия при движении схвата, но проблемы в управлении в связи с неоднозначностью конфигурации при позиционировании схвата. В промышленности применяют многозвенные манипуляторы с шарнирами вращения различной ориентации для выполнения технологических операций по обслуживанию внутренних полостей со сложной конфигурацией оборудования химической, нефтегазовой и атомной промышленности.

Комбинированная система координат. К манипуляторам с комбинированными системами координат относятся случаи, когда в одной кинематической схеме манипулятора присутствует сочетание нескольких из основных координатных систем.

На рис. 1.12 показана кинематическая схема манипулятора с комбинированной координатной системой. Сравнивая её с цилиндрической системой (рис. 1.7), видим, что манипулятор отличается заменой шарнира линейного перемещения S_3 шарниром вращательного перемещения Θ_3 . Такую координатную систему за рубежом называют двойной цилиндрической [17], также ее можно определить как ангулярно-цилиндрическую.

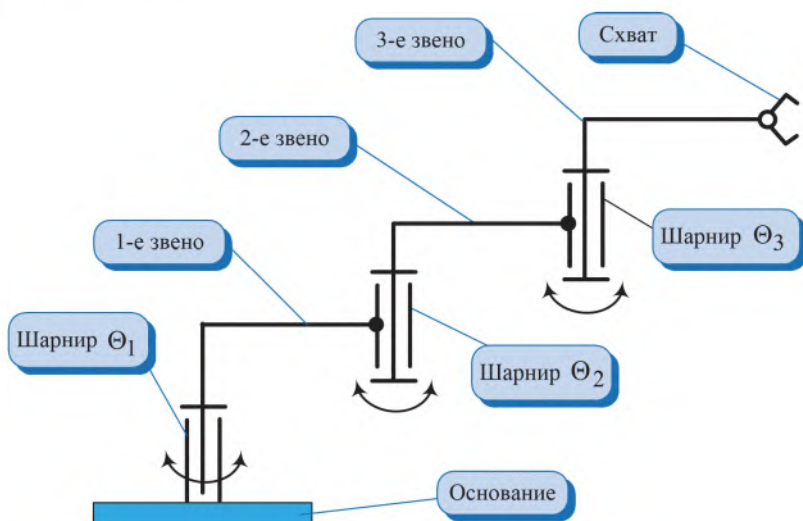


Рис. 1.11. Кинематическая схема манипулятора с ангулярной системой координат

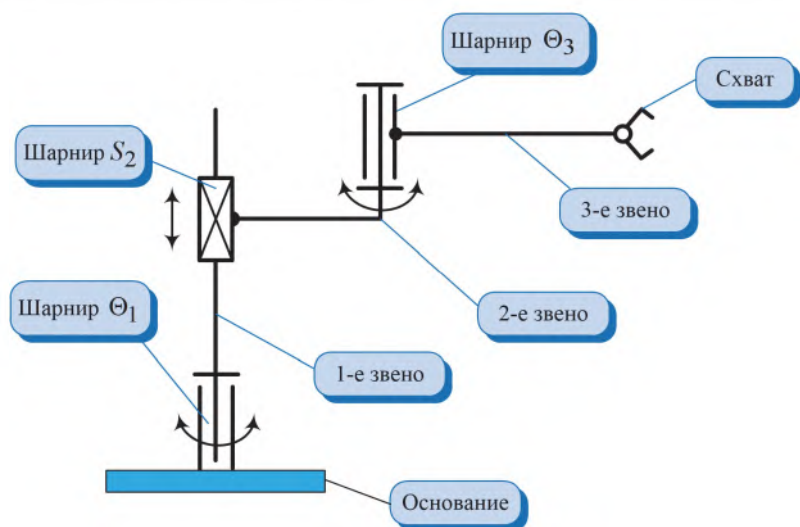


Рис. 1.12. Кинематическая схема манипулятора с комбинированной системой координат

Промышленные роботы классифицируют по числу степеней подвижности.

Число степеней подвижности – это количество возможных независимых движений объекта манипулирования относительно неподвижного звена (основания) без учета движений, обеспечивающих зажим объекта схватом робота.

Число степеней подвижности для манипулятора робота как совокупности некоторого числа подвижных звеньев определяется по формуле Сомова – Малышева [21]

$$W_1 = p_5 + 2p_4 + 3p_3 + \dots, \quad (1.1)$$

где p_5 – количество кинематических пар 5-го класса (рис. 1.13, 1.14);

p_4 – количество кинематических пар 4-го класса (рис. 1.15);

p_3 – количество кинематических пар 3-го класса (рис. 1.16);

пары 2-го и 1-го классов не рассматриваем, так как они в промышленной робототехнике практически не применяются.

В большинстве кинематических цепей промышленных роботов применяют кинематические пары 5-го класса: вращательные или поступательные, обеспечивающие одну степень свободы в относительном движении каждого из двух последовательно соединенных звеньев.

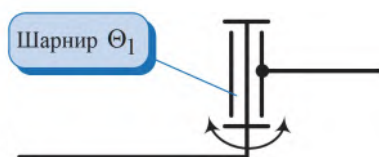


Рис. 1.13. Схема кинематической пары 5-го класса в соединении звеньев шарниром вращательного движения

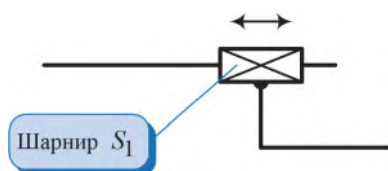


Рис. 1.14. Схема кинематической пары 5-го класса в соединении звеньев шарниром поступательного движения

Значительно реже применяют кинематические пары 4-го и 3-го классов (рис. 1.15, 1.16), обеспечивающие соответственно две и три степени свободы двух последовательно соединенных звеньев.

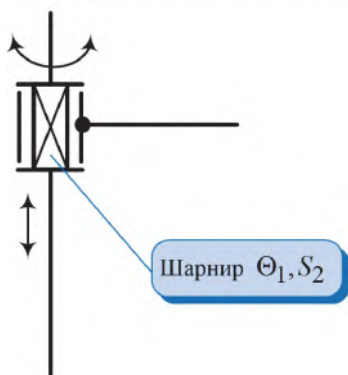


Рис. 1.15. Схема кинематической пары 4-го класса в соединении звеньев шарниром с сочетанием вращательного и поступательного движения

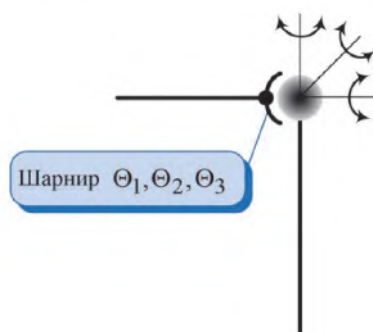


Рис. 1.16. Схема кинематической пары 3-го класса в соединении звеньев шарниром с сочетанием вращательного движения по трем взаимно перпендикулярным осям

Для работы с произвольно ориентированными объектами манипулирования необходимо иметь не менее 6 степеней подвижности:

- три транспортирующих степени для перемещения схвата в заданную точку;
- три ориентирующих степени для ориентации схвата в заданной точке.

Увеличение степеней подвижности (более чем 6 степеней) в робототехнике необходимо для повышения маневренности манипулятора, обхода

препятствий и т. п. Но это приводит к усложнению конструкции и неоднозначности расчета траектории движения. Для сравнения, у человека каждая рука имеет 27 степеней подвижности.

По мобильности промышленные роботы делят на следующие типы:

- стационарные;
- передвижные.

По конструктивному исполнению промышленные роботы можно разделить на категории:

- роботы, встроенные в технологическое оборудование;
- напольные роботы;
- подвесные роботы.

По типу силового привода промышленные роботы делятся:

- пневматические;
- электромеханические;
- гидравлические.

По схеме расположения приводов промышленные роботы можно разделить на следующие группы:

- роботы с расположением приводов в едином блоке;
- роботы с приводами, встроенными в шарниры;
- комбинированные.

Многообразие способов и систем управления роботом позволяет группировать их по различным признакам (вид траекторий, показатели качества управления, элементная база и др.).

К наиболее общим признакам относится *способ управления*, определяемый в зависимости от степени участия оператора в управлении роботом. По этому признаку роботы делят на две большие группы:

- автоматизированные (биотехнические) – оператор находится (участвует) в контуре управления;
- автоматические – оператор вне контура управления, его взаимодействие с роботом заключается только в процессе обучения.

Рассмотрим основные группы биотехнических систем управления (рис. 1.17).

Мышечные системы управления. Здесь оператор управляет манипулятором только с помощью собственной мышечной энергии.

Сбалансированные промышленные роботы. Содержат в кинематической схеме манипулятора систему противовесов, уравнивающих рабочий орган для экономии мышечной энергии оператора.

Экзоскелеты (киборги). Это многозвенные механизмы, звенья которых соединены с оператором (скелетом). В аналогах человеческих суставов расположены силовые приводы, движения оператора формируют лишь задания на движение манипулятора [19].



Рис. 1.17. Классификация биотехнических систем управления промышленных роботов

Роботы с дистанционной системой управления. Так же, как и экзоскелеты, снабжены усилителями мощности, но управление ими происходит на расстоянии. Они делятся на следующие виды:

- командные системы – получают управление на приводы каждого звена от пульта ручного управления (кнопочного пульта);
- копирующие – управляются оператором с помощью кинематически подобного роботу задающего устройства;
- полуавтоматические – оператор воздействует на специализированную управляющую рукоятку (джойстик), оснащенную датчиками, сигналы с которых преобразуются в команды управления звеньями.

Интерактивные системы. Сочетают элементы биотехнического и автоматического управления, имеют устройства памяти для автоматического выполнения операций. Они делятся на следующие виды:

- интерактивные автоматизированные системы, здесь имеет место чередование ручных и автоматических режимов;
- супервизорные – части заданного цикла операций выполняются автоматически, а переход от одного этапа к другому определяет оператор;
- диалоговые системы – оператор общается с роботом на языке, близком к естественному языку.

Рассмотрим основные группы автоматических систем управления промышленными манипуляторами (рис. 1.18).

Программное управление. Характеризуется движением робота по заранее рассчитанной программе, в роботе отсутствуют датчики очувствления, не учитывается изменение внешней среды, для управления используют только датчики положения звеньев. Системы программного управления делятся на следующие виды:

- цикловые системы – движение звеньев происходит только в определенные положения, задаваемые механическими упорами или конечными выключателями;
- позиционные системы – движение схвата в заданную точку рабочей зоны (позицию) происходит без учета траектории движения;
- контурные системы – движение схвата происходит по заданной в пространстве рабочей зоны траектории (контуру).

Адаптивное управление (с очувствлением). Характерные признаки таких систем:

- движение организуется по корректируемым программам;
- перестройка программ происходит в ответ на изменение внешней среды;
- роботы имеют датчики очувствления (датчики прикосновений — тактильные, силомоментные датчики, техническое зрение).



Рис. 1.18. Классификация автоматических систем управления промышленных роботов

Интеллектуальное управление. Характерные признаки:

- задаются только цель и правила поведения;
- система сама формирует модель внешней среды;
- робот имеет датчики осязания для наблюдения за изменением внешней среды.

Классификация промышленных роботов *по количеству совместно управляемых роботов* относится к тем случаям, когда промышленные роботы функционируют группами. Причем функционирование группами происходит либо в рамках одного производственного процесса, либо роботы обслуживают одну промышленную установку. В этих случаях возможны различные варианты построения системы управления роботами:

- индивидуальное (автономное) управление;
- групповое (согласованное) управление.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Перечислите основные предпосылки зарождения промышленной робототехники. Развитие каких разделов науки и отраслей промышленности привело к созданию первых используемых в промышленности роботов?
2. Какими основными функциями должен обладать промышленный робот? Какие возможности, реализуемые роботом в промышленности, открывает использование тех или иных функций? Есть ли общие черты и в чем отличие функций, реализуемых промышленным роботом и человеком – оператором промышленного оборудования?
3. Что дает преимущество роботу перед человеком и определяет области наиболее эффективного применения промышленных роботов? Приведите примеры наиболее массового применения роботов в промышленности и сформулируйте причины этого явления.
4. Какие факторы следует учитывать при оценке эффективности применения промышленных роботов? Приведите примеры технических и экономических факторов, которые необходимо учитывать при решении вопроса о внедрении робототехники при проектировании нового оборудования или при модернизации действующего производства.
5. В чем отличие транспортирующих и ориентирующих движений промышленного робота, манипулятора?
6. Сформулируйте основные достоинства и недостатки промышленных манипуляторов с прямоугольной системой координат, в которой формируется движение схвата. Приведите примеры кинематических схем таких манипуляторов для плоской и пространственной систем координат.

7. Приведите основные достоинства и недостатки промышленных манипуляторов с полярной системой координат, в которой формируется движение схвата. Приведите примеры кинематических схем таких манипуляторов для цилиндрических и сферических систем координат.
8. Перечислите основные достоинства и недостатки промышленных манипуляторов с ангулярной (поворотной) системой координат, в которой формируется движение схвата. Приведите примеры кинематических схем таких манипуляторов.
9. Приведите примеры кинематических схем манипуляторов с комбинированной системой координат. Сформулируйте причины использования комбинированной системы в каждом случае.
10. Как определить количество степеней подвижности манипулятора? Сколько степеней подвижности необходимо иметь манипулятору для работы с произвольно ориентированным объектом манипулирования?
11. Сформулируйте основные достоинства и недостатки использования в промышленных манипуляторах приводов – пневматического, гидравлического и электромеханического.
12. В чем состоит основное отличие биотехнических и автоматических систем управления промышленными роботами?
13. Каковы особенности командных, копирующих и полуавтоматических систем дистанционного управления промышленными манипуляторами? Сформулируйте основные требования к устройствам задания движения схвата при дистанционном управлении.
14. Какие средства очувствления используют системы адаптивного и интеллектуального автоматического управления? Приведите примеры их использования в промышленных манипуляторах.

ГЛАВА 2

МЕТОД ОДНОРОДНЫХ КООРДИНАТ В КИНЕМАТИКЕ И ДИНАМИКЕ МАНИПУЛЯТОРОВ

2.1. ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ

Кинематика изучает движение предметов без учета сил, порождающих это движение.

Кинематика роботов является, возможно, наиболее важной областью робототехники, так как манипулирование может быть осуществлено лишь посредством движений схвата робота и связанных с ним звеньев в трехмерном пространстве. Такие операции включают позиционирования (перемещения) и ориентацию (общее вращение) схвата при манипулировании объектами.

Кинематика манипулятора может быть полностью описана переносом и вращением систем координат, привязанных к объекту, схвату и другим частям конструкции робота [2,13,14]. Рассмотрим кинематическую схему манипулятора с необходимыми для кинематического анализа системами координат (рис. 2.1). Дадим определение координатным системам манипулятора, показанным на кинематической схеме:

- *глобальная система координат* ($X_w Y_w Z_w$), связана, как правило, с неподвижным основанием манипулятора, в этой координатной системе определяется рабочая зона, положение и ориентация элементов манипулятора;
- *системы координат звеньев* ($X_1 Y_1 Z_1$; $X_2 Y_2 Z_2$; $X_3 Y_3 Z_3$) располагают в подвижных соединениях звеньев (шарнирах), ориентируя таким образом, чтобы одна из осей проходила вдоль оси шарнира, а другая совпадала с самим звеном;
- *вспомогательные системы координат* ($X'_1 Y'_1 Z'_1$; $X'_2 Y'_2 Z'_2$) используют для кинематических преобразований;
- *система координат схвата* ($X_h Y_h Z_h$), центр располагается в геометрическом центре схвата;
- величины перемещений и углов поворота в шарнирах манипулятора (Θ_1, Θ_2, S_3) называют *шарнирными координатами* (координатами приводов).

За положительные значения их изменения в робототехнике принимают указанные по схеме направления.

Замечание. Принятая для кинематического анализа конфигурация манипулятора может быть и произвольной, главное, чтобы эта конфигурация в процессе анализа не изменялась. Это также относится и к принятым за нулевые значения значениям шарнирных координат и положительным направлениям их изменения [13,14].

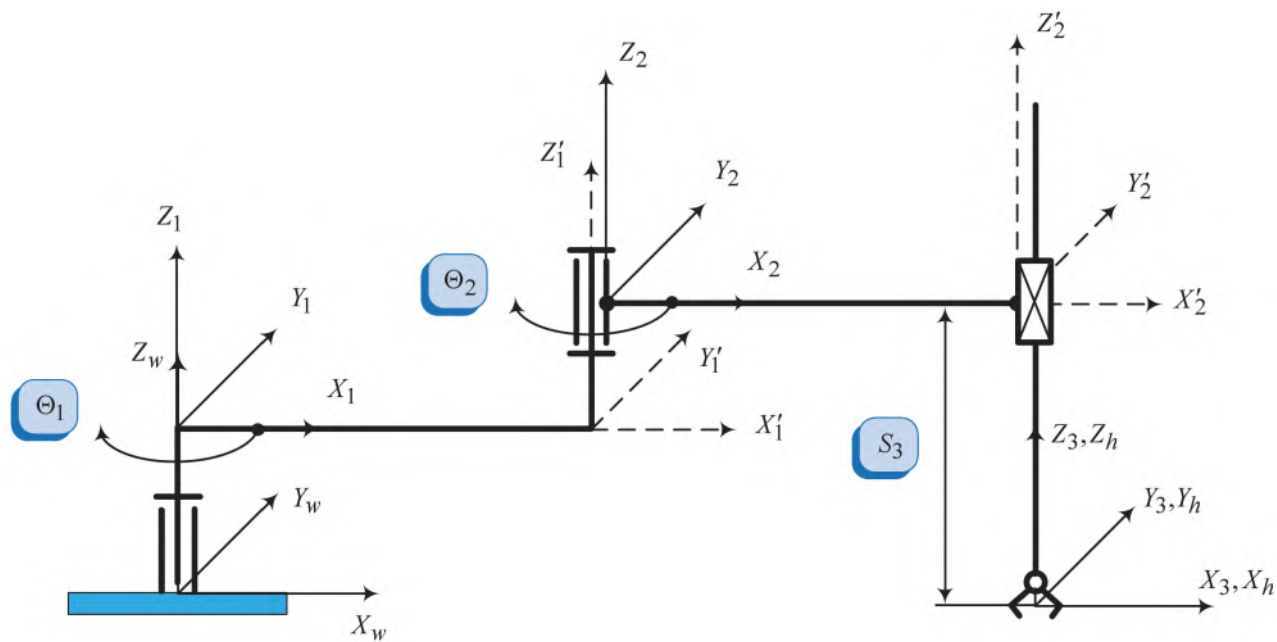


Рис. 2.1. Расположение координатных систем на кинематической схеме манипулятора

Положение манипулятора в пространстве рабочей зоны можно определить совокупностью векторов начал координатных систем звеньев и схвата в глобальной системе координат.

Ориентацию манипулятора можно охарактеризовать поворотами систем координат звеньев и схвата относительно глобальной системы координат.

Становится очевидным, что переход от координатной системы схвата в глобальную систему координат может быть представлен как последовательность преобразований координатных систем звеньев.

Преобразование представляет собой поступательные и вращательные перемещения, которые связаны с изменениями шарнирных координат и размерами звеньев манипулятора.

Для описания координатных преобразований в робототехнике чаще всего используют метод однородных координат, который позволяет в едином виде описывать угловые, линейные и масштабные преобразования координат [2].

Дадим определение однородных координат точки в пространстве.

Однородными координатами некоторой точки a в декартовой прямоугольной системе координат XYZ являются любые четыре числа a_1, a_2, a_3, a_4 , одновременно не равные нулю и подчиняющиеся следующим соотношениям:

$$x_a = \frac{a_1}{a_4}, y_a = \frac{a_2}{a_4}, z_a = \frac{a_3}{a_4}, a_4 \neq 0, \quad (2.1)$$

где x_a, y_a, z_a – декартовы координаты точки a .

Однородный вектор точки a будет иметь вид

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_4 x_a \\ a_4 y_a \\ a_4 z_a \\ a_4 \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

Изменение величины a_4 не меняет направления радиус-вектора точки, а является единым масштабом для осей координат. В большинстве случаев полагают в (2.2) $a_4 = 1$, тогда однородный вектор точки принимает вид

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

С помощью однородных координат можно задать любую точку в пространстве или линию (направление).

Основные операции над векторами, заданными в однородных координатах, выполняются в соответствии со следующими правилами:

- сложение (вычитание)

$$\vec{C} = \vec{A} \pm \vec{B}; \quad \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_a \pm x_b \\ y_a \pm y_b \\ z_a \pm z_b \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (2.4)$$

- умножение на скаляр

$$\lambda \vec{A} = \begin{bmatrix} \lambda x_a \\ \lambda y_a \\ \lambda z_a \\ 1 \end{bmatrix}; \quad (2.5)$$

- модуль (длина) однородного вектора

$$|\vec{A}| = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2}. \quad (2.6)$$

Рассмотрим координатные преобразования в общем виде на примере двух произвольно расположенных координатных систем (рис. 2.2).

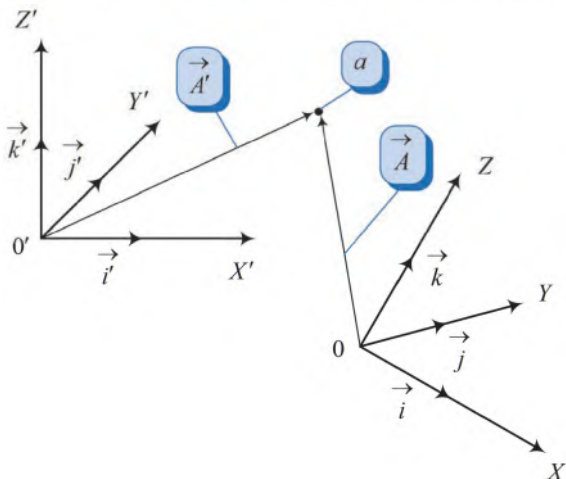


Рис. 2.2. Произвольное расположение координатных систем звеньев

Координаты точки a в однородных координатах для координатной системы XYZ описывает выражение (2.3), для координатной системы $X'Y'Z'$ –

$$\vec{A}' = \begin{bmatrix} x_{a'} \\ y_{a'} \\ z_{a'} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Связь между однородными координатами разных координатных систем будет иметь вид в матричной форме

$$\vec{A}' = \mathbf{T} \vec{A}. \quad (2.8)$$

Здесь $\mathbf{T}$ – матрица линейного преобразования от системы координат XYZ к системе координат $X'Y'Z'$;

$$\mathbf{T} = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos \left(\overset{\wedge}{\vec{i} \vec{i}'} \right) & \cos \left(\overset{\wedge}{\vec{j} \vec{i}'} \right) & \cos \left(\overset{\wedge}{\vec{k} \vec{i}'} \right) & l_x \\ \cos \left(\overset{\wedge}{\vec{i} \vec{j}'} \right) & \cos \left(\overset{\wedge}{\vec{j} \vec{j}'} \right) & \cos \left(\overset{\wedge}{\vec{k} \vec{j}'} \right) & l_y \\ \cos \left(\overset{\wedge}{\vec{i} \vec{k}'} \right) & \cos \left(\overset{\wedge}{\vec{j} \vec{k}'} \right) & \cos \left(\overset{\wedge}{\vec{k} \vec{k}'} \right) & l_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{C} & \mathbf{L} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right], \quad (2.9)$$

где $\mathbf{C}$ – матрица направляющих косинусов осей системы XYZ в системе $X'Y'Z'$;

$\mathbf{L}$ – матрица координат начала координатной системы XYZ в системе $X'Y'Z'$.

Любое преобразование координат может быть разбито на последовательные операции переноса координатных систем вдоль осей и поворота вокруг осей.

Матрицы однородных преобразований для поворотов на углы $\Theta_x, \Theta_y, \Theta_z$ относительно осей X, Y, Z (рис. 2.3 – 2.5) соответственно имеют следующий вид:

$$\mathbf{T}_{\Theta_x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & \cos \Theta_x & \sin \Theta_x & | & 0 \\ 0 & -\sin \Theta_x & \cos \Theta_x & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix}; \quad (2.10)$$

$$\mathbf{T}_{\Theta_y} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_y & 0 & -\sin \Theta_y & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ \sin \Theta_y & 0 & \cos \Theta_y & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix}; \quad (2.11)$$

$$\mathbf{T}_{\Theta_z} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_z & \sin \Theta_z & 0 & | & 0 \\ -\sin \Theta_z & \cos \Theta_z & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

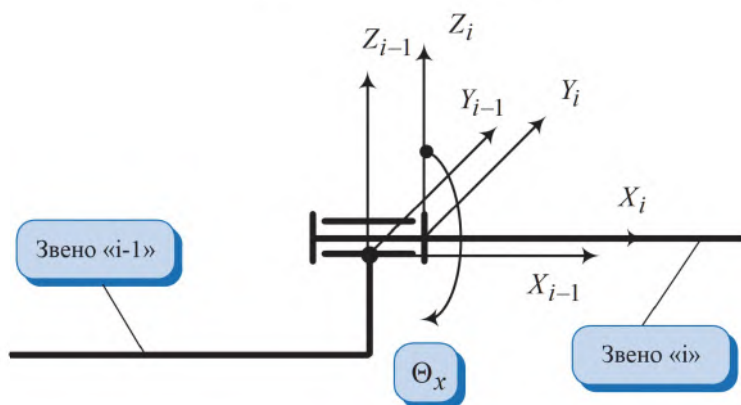
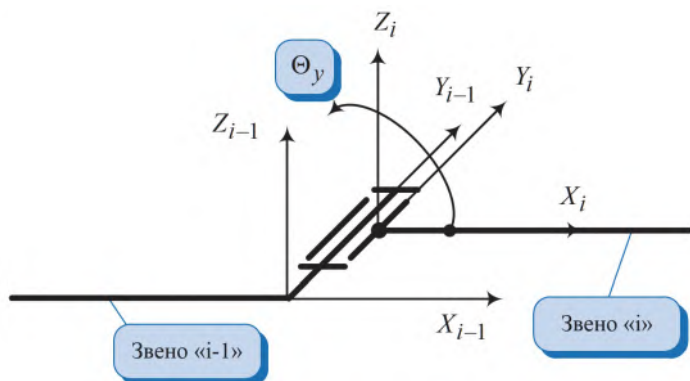
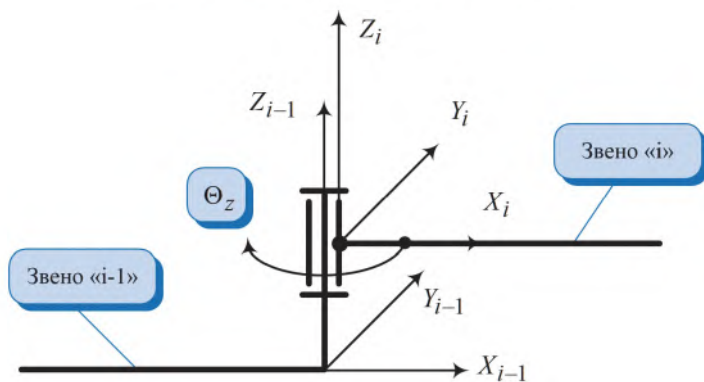


Рис. 2.3. Шарнир поворота вокруг оси X


 Рис. 2.4. Шарнир поворота вокруг оси Y

 Рис. 2.5. Шарнир поворота вокруг оси Z

Матрицы линейных перемещений координатных систем на расстояния l_x, l_y, l_z по осям X, Y, Z (рис. 2.6 – 2.8) соответственно имеют вид:

$$T_{l_x} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & l_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]; \quad (2.13)$$

$$T_{l_y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (2.14)$$

$$T_{l_z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

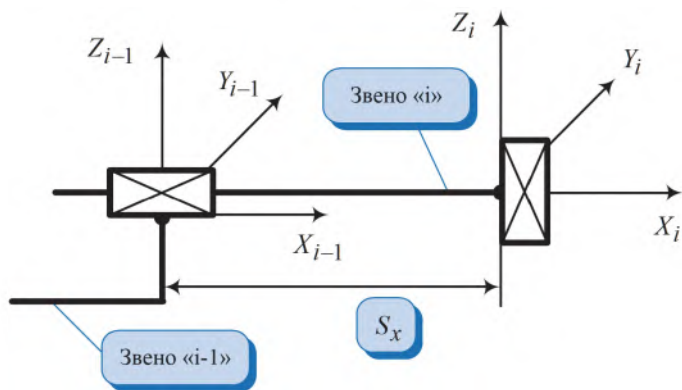


Рис. 2.6. Шарнир перемещения по оси X

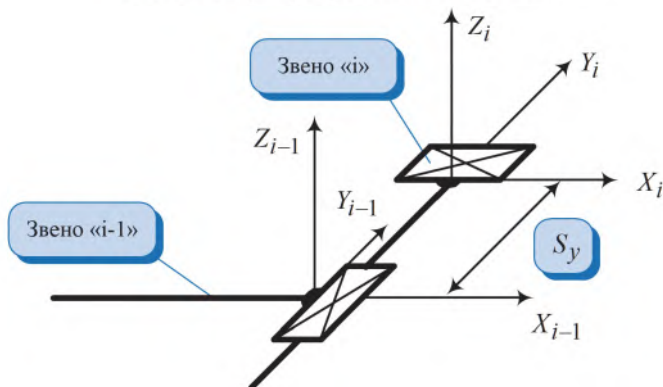


Рис. 2.7. Шарнир перемещения по оси Y

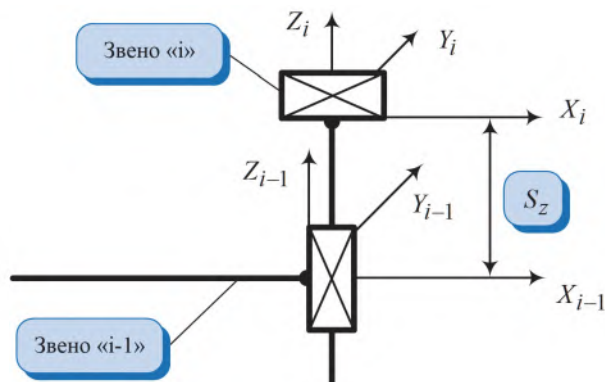


Рис. 2.8. Шарнир перемещения по оси Z

Прямая задача кинематики манипулятора состоит в определении по известным значениям шарнирных координат (координат приводов) положения и ориентации схвата (или иного звена) в глобальной системе координат.

Необходимость решения прямой задачи для манипулятора обусловлена невозможностью прямого измерения координат и ориентации схвата в рабочей зоне, в то время как текущие значения шарнирных координат измеряются соответствующими датчиками положения.

Решение прямой задачи кинематики часто разделяют на две части:

- прямую задачу кинематики для положения схвата;
- прямую задачу кинематики для ориентации схвата.

Причем прямая задача для положения схвата более распространена, так как во многих случаях в робототехнике имеют дело с ориентированными объектами манипулирования и схватами, не требующими ориентации.

Решение прямой задачи для положения схвата находим из уравнения преобразования координат манипулятора

$$\vec{A}_w = \vec{T} \vec{A}_h, \quad (2.16)$$

где $\vec{A}_w$ – координаты произвольной точки a в глобальной системе координат манипулятора;

$\vec{A}_h$ – координаты произвольной точки a в системе координат схвата манипулятора.

Переносим точку a в начало координат координатной системы схвата манипулятора:

$$\vec{A}_{h0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Подставим полученный обобщенный вектор в уравнение преобразования координат манипулятора (2.16) и представим матрицу преобразования координат манипулятора $\mathbf{T}$ в блочном виде

$$\vec{A}_w = \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \vec{A}_{h0} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & | & \mathbf{L} \\ \mathbf{0} & | & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \\ 1 \end{bmatrix},$$

откуда следует

$$\begin{aligned} x_w &= l_x(S_i, \Theta_i, l_i); \\ y_w &= l_y(S_i, \Theta_i, l_i); \\ z_w &= l_z(S_i, \Theta_i, l_i), \end{aligned} \quad (2.18)$$

где S_i, Θ_i – шарнирные координаты манипулятора;

l_i – геометрические параметры кинематической схемы манипулятора.

Полученные уравнения (2.18) носят названия уравнений связи манипулятора, так как связывают значения шарнирных координат с координатами схвата в глобальной системе координат.

Получив уравнения связи, решаем прямую задачу кинематики для положения схвата. Для получения уравнений связи по (2.16) необходимо определить матрицу преобразования координат манипулятора.

Решают эту задачу разбиением координатного преобразования на последовательность преобразований поворота и перемещения, что позволяет использовать известные матрицы (2.10) – (2.15).

В итоге (2.16) превращается в следующее выражение

$$\begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^n \mathbf{T}_i \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

где $\mathbf{T}_i$ – стандартные матрицы координатных преобразований от глобальной системы координат к координатной системе схвата.

Для удобства выполнения преобразования (2.19) в ручном режиме можно использовать следующие соотношения для блочных матриц ($\mathbf{E}$ – единичная матрица):

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{T} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{E} & \mathbf{L} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{C} & \mathbf{L} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right]; \\ \\ \mathbf{T} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{C} & \mathbf{L} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{E} & \mathbf{L} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{C} & \mathbf{CL} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right]; \\ \\ \mathbf{T} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{E} & \mathbf{L}_1 \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{E} & \mathbf{L}_2 \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{C} & \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{array} \right]. \end{array} \right. \quad (2.20)$$

Выражениями (2.20) можно пользоваться для упрощения матриц преобразований. При этом полезно помнить известные тригонометрические соотношения

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \sin \beta \cdot \cos \alpha; \\ \\ \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \beta \cdot \sin \alpha, \end{array} \right. \quad (2.21)$$

где α, β – некоторые углы поворота (шарнирные координаты, геометрические параметры кинематики манипулятора).

Обратная задача кинематики манипулятора состоит в определении шарнирных координат манипулятора (координат приводов, обобщенных координат), соответствующих заданному положению и ориентации схвата (или другого звена) в пространстве рабочей зоны в глобальной системе координат.

Необходимость решения обратной задачи кинематики обусловлена тем, что задание положения при позиционировании схвата (траектории – для контурных систем) производится в глобальной системе координат, связанной с рабочим пространством робота, а реализовать это задание можно, только воздействуя на координаты приводов (шарнирные координаты), расположенных в шарнирах многозвенного манипулятора.

В основу решения обратной задачи кинематики положим решение уравнений связи (2.18) относительно неизвестных шарнирных координат, полагая глобальные координаты положения схвата известными заданными величинами.

Система уравнений, полученная из уравнений связи, относительно шарнирных координат является нелинейной системой. Поэтому существуют два основных подхода к определению неизвестных переменных:

- аналитическое решение, дающее выражения для зависимости шарнирных координат от координат схвата в глобальной системе координат;
- приближенное решение на основе использования методов численного решения нелинейных уравнений.

При выборе подхода к решению обратной задачи кинематики для конкретного манипулятора разработчику необходимо учитывать следующие обстоятельства:

- аналитическое решение позволяет получить функциональные зависимости, которые при программной реализации дают быстрое преобразование координат и возможность как аппаратной аналоговой, так и цифровой реализации в системе управления;
- аналитическое решение для многозвенных манипуляторов с числом степеней подвижности более трех (особенно с большим числом вращательных движений) получается громоздким, требует больших вычислительных затрат и высокой квалификации разработчика;
- следует учитывать неоднозначность решений в случаях периодических функций переменных;
- численные методы дают решение системы нелинейных уравнений в пределах заданной точности, строятся на основе итерационных процедур.

2.2. ДИНАМИКА МАНИПУЛЯТОРА

Система управления роботом должна обеспечить заданное движение схвата воздействием на звенья манипулятора.

Воздействия на звенья манипулятора представляют собой в нашем случае моменты и силы, прикладываемые к шарнирам для изменения взаимного углового положения звеньев.

Здесь, как и в кинематическом анализе, выделяют две задачи динамики:

- прямая задача;
- обратная задача.

Прямая задача динамики позволяет найти движение манипулятора при известных моментах (силах), приложенных в шарнирах.

Решение этой задачи обеспечивает синтез систем управления позиционированием и анализ движений манипулятора с учетом удовлетворения заданных требований по точности и качеству динамических характеристик.

Уравнения, получаемые в результате решения прямой задачи динамики, в теории электропривода принято называть *уравнениями движения*.

Обратная задача динамики позволяет найти требуемые значения моментов (сил), которые необходимо приложить в шарнирах, чтобы реализовать заданное движение манипулятора.

Решение этой задачи позволяет построить нагрузочные характеристики приводов при заданных законах движения звеньев манипулятора, что необходимо для выбора элементов электроприводов (двигателей, преобразователей, элементов защиты привода). Также используют решение обратной задачи динамики для синтеза систем контурного управления движением схвата, когда требуется формирование законов изменения управляющих воздействий, обеспечивающих движение схвата по заданной траектории.

До обсуждения динамики манипулятора рассмотрим решение задачи определения скоростей элементов манипулятора, а конкретно векторов линейной скорости движения для точки звена манипулятора и угловой скорости вращения звена вокруг оси, проходящей через эту точку.

В задачах динамики интерес представляет центр масс каждого звена, а векторы, связанные с этой точкой и описывающие ее движение, позволят в дальнейшем динамическом анализе определить кинетическую энергию звена манипулятора.

Исследуем движение одного из звеньев манипулятора в пространстве рабочей зоны, связанном с глобальной системой координат.

Рассмотрим фрагмент звена s манипулятора с указанием центра масс и координатной системы $X_s Y_s Z_s$ (рис. 2.9), связанной со звеном, начало системы находится в центре масс.

Здесь $\vec{V}_s$ – вектор скорости поступательного движения центра масс;
 $\vec{\Omega}_s^s$ – вектор скорости вращения звена вокруг центра масс, заданный в координатной системе $X_s Y_s Z_s$, причем ось вращения проходит через центр масс и совпадает с вектором $\vec{\Omega}_s^s$.

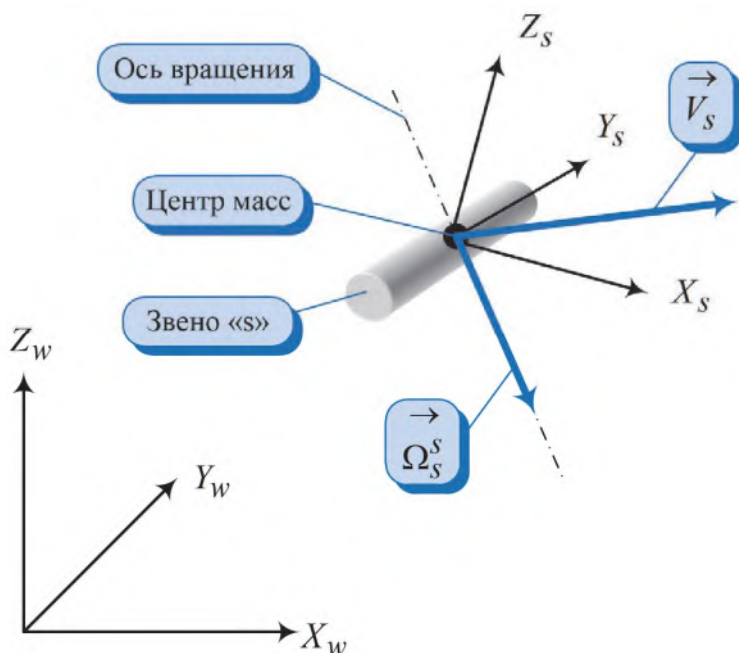


Рис. 2.9. К определению угловых и линейных скоростей центра масс

Рассмотрим определение вектора скорости поступательного движения. Для этого определим координаты центра масс в глобальной системе координат:

$$\vec{A}_w = \mathbf{T} \vec{A}_s, \quad (2.22)$$

где $\vec{A}_w$ – вектор глобальных координат центра масс;

$\vec{A}_s$ – вектор координат центра масс в координатной системе $X_s Y_s Z_s$;

$\mathbf{T}$ – матрица координатного преобразования.

Матрицу координатного преобразования $\mathbf{T}$ определим следующим образом:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_s^*, \quad (2.23)$$

где $\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_i$ – матрицы преобразования между координатными системами соответствующих звеньев;

$\mathbf{T}_s^*$ – матрица перехода от координатной системы звена « $s-1$ » к координатной системе $X_s Y_s Z_s$.

В результате получаем

$$\vec{A}_w = \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_s^* \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.24)$$

Вектор скорости поступательного движения определим дифференцированием по времени вектора $\vec{A}_w$:

$$\vec{V}_s = \frac{d}{dt} \vec{A}_w = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} x_w \\ \frac{d}{dt} y_w \\ \frac{d}{dt} z_w \\ \frac{d}{dt} 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{sx} \\ V_{sy} \\ V_{sz} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Модуль вектора $\vec{V}_s$ вычислим, используя следующее выражение:

$$|\vec{V}_s| = \sqrt{V_{sx}^2 + V_{sy}^2 + V_{sz}^2}. \quad (2.26)$$

Рассмотрим алгоритм формирования вектора $\vec{\Omega}_s^s$. Очевидно, что он будет определяться не только собственным вращением звена «s» относительно звена «s-1», но и вращательными движениями звеньев, лежащих в кинематической цепи между неподвижным основанием и звеном «s».

Собственное вращение звена «s» определяет вектор *собственной скорости вращения*, вызванного вращением в шарнире этого звена. В общем виде этот вектор задается в координатной системе $X_s Y_s Z_s$:

$$\vec{\omega}_s^s = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Theta_{sx} \\ \Theta_{sy} \\ \Theta_{sz} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \Theta_{sx} \\ \frac{d}{dt} \Theta_{sy} \\ \frac{d}{dt} \Theta_{sz} \\ \frac{d}{dt} 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{sx} \\ \omega_{sy} \\ \omega_{sz} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

где $\Theta_{sx}, \Theta_{sy}, \Theta_{sz}$ – возможные углы поворота в шарнире звена относительно осей координатной системы $X_s Y_s Z_s$;

$\omega_{sx}, \omega_{sy}, \omega_{sz}$ – собственные скорости вращения звена относительно осей координатной системы $X_s Y_s Z_s$.

Следует заметить, что координатную систему $X_s Y_s Z_s$ нужно располагать таким образом, чтобы среди трех компонент $\vec{\omega}_s^s$ две являлись нулевыми, а третья была равна угловой скорости изменения шарнирной координаты звена.

Если в шарнире звена происходит линейное перемещение, то получаем нулевой вектор:

$$\vec{\omega}_s^s = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.28)$$

Полагаем, что определены, как описано выше, векторы $\vec{\omega}_s^s$ для звеньев от основания до звена s в собственных координатных системах $X_s Y_s Z_s$.

Сложение векторов собственных скоростей необходимо производить в едином координатном базисе. Выберем в качестве такого координатного базиса глобальную систему координат.

Для этого приведем векторы собственных скоростей каждого звена к глобальной системе координат. Вектор *относительной скорости* звена, заданный в глобальной системе координат, определим следующим образом:

$$\vec{\omega}_s = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_s^* \vec{\omega}_s^s. \quad (2.29)$$

Тогда *абсолютная скорость* звена в глобальной системе координат складывается из относительной скорости звена и суммы относительных скоростей звеньев от 2-го до s , которые называют переносными:

$$\vec{\Omega}_s = \sum_{i=1}^{s-1} \vec{\omega}_i + \vec{\omega}_s = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 + \dots + \vec{\omega}_{s-1} + \vec{\omega}_s. \quad (2.30)$$

Для определения $\vec{\Omega}_s^s$ по $\vec{\Omega}_s$ необходимо выполнить обратное координатное преобразование, то есть переход от задания вектора в глобальной системе координат к заданию вектора в координатной системе $X_s Y_s Z_s$:

$$\vec{\Omega}_s^s = \left(\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_s^* \right)^{-1} \vec{\Omega}_s. \quad (2.31)$$

В связи с тем, что обращение произвольной матрицы – это сложная математическая процедура, часто используют следующее правило:

$$\left(\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \dots \mathbf{T}_s^* \right)^{-1} = \mathbf{T}_s^{*-1} \dots \mathbf{T}_2^{-1} \mathbf{T}_1^{-1}. \quad (2.32)$$

$\rightarrow$

Окончательно определим Ω_s^s следующим образом:

$$\Omega_s^s = \mathbf{T}_s^{*-1} \dots \mathbf{T}_2^{-1} \mathbf{T}_1^{-1} \overset{\rightarrow}{\Omega}_s. \quad (2.33)$$

В этом случае необходимо иметь обратные матрицы к стандартным матрицам поворотов и линейных перемещений (2.10) – (2.15).

Обратные матрицы к матрицам преобразований для поворотов вокруг осей X, Y, Z соответственно имеют вид

$$\mathbf{T}_{\Theta_x}^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Theta_x & -\sin \Theta_x & 0 \\ 0 & \sin \Theta_x & \cos \Theta_x & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]; \quad (2.34)$$

$$\mathbf{T}_{\Theta_y}^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos \Theta_y & 0 & \sin \Theta_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \Theta_y & 0 & \cos \Theta_y & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]; \quad (2.35)$$

$$\mathbf{T}_{\Theta_z}^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} \cos \Theta_z & -\sin \Theta_z & 0 & 0 \\ \sin \Theta_z & \cos \Theta_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]. \quad (2.36)$$

Обратные матрицы к матрицам преобразований перемещения по осям X, Y, Z соответственно имеют вид

$$\mathbf{T}_{l_x}^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -l_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]; \quad (2.37)$$

$$\mathbf{T}_{l_y}^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -l_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]; \quad (2.38)$$

$$\mathbf{T}_{l_z}^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_z \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]. \quad (2.39)$$

Модуль вектора $\vec{\Omega}_s^s$ определим следующим образом:

$$|\vec{\Omega}_s^s| = \sqrt{(\Omega_{sx}^s)^2 + (\Omega_{sy}^s)^2 + (\Omega_{sz}^s)^2}, \quad (2.40)$$

где $\Omega_{sx}^s, \Omega_{sy}^s, \Omega_{sz}^s$ – проекции вектора на оси системы $X_s Y_s Z_s$.

Для получения уравнений движения звеньев манипулятора, то есть математической модели манипулятора как объекта управления, используют уравнение Лагранжа [2,17].

Уравнение Лагранжа в обобщенных координатах имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \quad (2.41)$$

где q_i – i -я обобщенная координата;

$\dot{q}_i$ – i -я обобщенная скорость;

Q_i – i -я обобщенная сила;

L – функция Лагранжа, определяемая как разность кинетической (W_k) и потенциальной (W_p) энергий системы,

$$L = W_k - W_p. \quad (2.42)$$

Так как потенциальная энергия не зависит от обобщенных скоростей, уравнение Лагранжа (2.41) можно представить в следующем виде:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial W_k}{\partial q_i} = Q_i - \frac{\partial W_p}{\partial q_i}. \quad (2.43)$$

При применении уравнения Лагранжа (2.43) для манипуляторов:

- обобщенные координаты q_i – это шарнирные координаты Θ_i, S_i ;
- обобщенные силы Q_i – моменты и силы, прикладываемые в шарнирах M_i, F_i ;
- i – номер звена манипулятора.

Потенциальная энергия манипулятора представляет собой сумму потенциальных энергий звеньев

$$W_p = \sum_{i=1}^n W_{pi}, \quad (2.44)$$

где W_{pi} – потенциальная энергия i -го звена.

Потенциальную энергию i -го звена манипулятора определим следующим образом:

$$W_{pi} = m_i g z_{wi}, \quad (2.45)$$

где m_i – масса i -го звена;

g – ускорение свободного падения;

z_{wi} – координата центра масс i -го звена в глобальной системе координат по оси Z_w .

Очевидно, что для определения потенциальной энергии звена необходимо решить прямую задачу кинематики о положении центра масс звена.

Кинетическая энергия манипулятора определяется как

$$W_k = \sum_{i=1}^n W_{ki} + W_{k.пр}, \quad (2.46)$$

где W_{ki} – кинетическая энергия i -го звена манипулятора,

$W_{k.пр}$ – кинетическая энергия роторов двигателей и вращающихся элементов редукторов, выраженная через обобщенные скорости.

Кинетическая энергия приводов $W_{k.пр}$ представляет собой сумму составляющих по всем звеньям:

$$- \frac{m_i' \dot{q}_i^2}{2} - \text{для поступательных движений};$$

$$- \frac{j_i' \dot{q}_i^2}{2} - \text{для вращательных движений},$$

где m_i' , j_i' – суммарные приведенные к выходной оси шарнира масса и момент инерции движущихся частей привода шарнира i -го звена.

На рис. 2.10 показан шарнир с приводом вращательного движения, содержащим электродвигатель и понижающий одноступенчатый механический редуктор. В этом случае момент инерции определяется по следующему выражению:

$$j_i' = j_{pi2} + i_{pi}^2 (j_{pi1} + j_{mi}), \quad (2.47)$$

где j_{mi} – момент инерции двигателя электропривода, перемещающего звено « i »;

j_{pi1} – момент инерции первичного вала редуктора электропривода;

j_{pi2} – момент инерции вторичного вала редуктора;

i_{pi} – передаточное отношение редуктора привода.

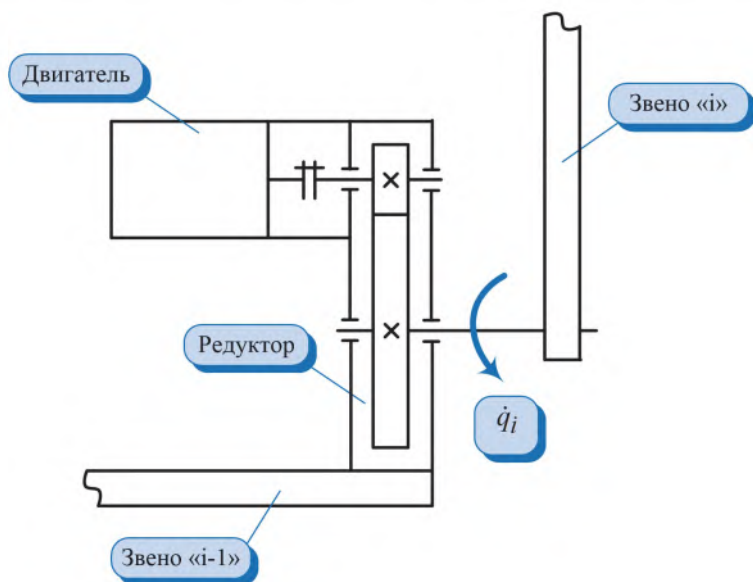


Рис. 2.10. К учету инерции вращающихся частей привода

Полные массы двигателей и редукторов, установленных на звеньях манипулятора, необходимо учитывать в расчете кинетической энергии каждого звена, то есть следует рассчитывать массу, центр масс, моменты инерции звеньев, учитывая установленные на них приводы.

Кинетическая энергия каждого звена определяется следующим образом:

$$W_{ki} = \frac{m_i |\vec{V}_i|^2}{2} + \frac{(\vec{\Omega}_i^T \mathbf{J}_i \vec{\Omega}_i)}{2}, \quad (2.48)$$

где m_i – масса i -го звена;

$\vec{V}_i$ – вектор скорости движения центра масс;

$\vec{\Omega}_i$ – вектор скорости вращения звена относительно оси вращения, проходящей через центр масс, трехмерный пространственный вектор,

$$\vec{\Omega}_i^i = \begin{bmatrix} \Omega_{ix}^i \\ \Omega_{iy}^i \\ \Omega_{iz}^i \end{bmatrix}; \quad (2.49)$$

$\mathbf{J}_i$ – тензор инерции i -го звена;

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} J_{xi} & J_{xyi} & J_{xzi} \\ J_{xyi} & J_{yi} & J_{yzi} \\ J_{xzi} & J_{yzi} & J_{zi} \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

Здесь J_{xi}, J_{yi}, J_{zi} – моменты инерции относительно координатных осей системы $X_i Y_i Z_i$;

$J_{xyi}, J_{yzi}, J_{xzi}$ – центробежные моменты инерции.

Если оси координатной системы $X_i Y_i Z_i$ совместить с главными осями инерции звена, тогда центробежные моменты тензора инерции будут равны нулю и выражение для тензора инерции (2.50) примет вид

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} J_{xi} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zi} \end{bmatrix}. \quad (2.51)$$

Кинетическая энергия звена манипулятора с учетом (2.51) определяется как

$$\begin{aligned} W_{ki} &= \frac{m_i |\vec{V}_i|^2}{2} + \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} \Omega_{ix}^i & \Omega_{iy}^i & \Omega_{iz}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{xi} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_{ix}^i \\ \Omega_{iy}^i \\ \Omega_{iz}^i \end{bmatrix} \right) = \\ &= \frac{m_i |\vec{V}_i|^2}{2} + \frac{1}{2} \left(J_{xi} (\Omega_{ix}^i)^2 + J_{yi} (\Omega_{iy}^i)^2 + J_{zi} (\Omega_{iz}^i)^2 \right). \end{aligned} \quad (2.52)$$

Расчет компонентов тензоров инерции звеньев относится к компетенции механиков, разрабатывающих конструкцию манипулятора.

Для простых конструктивных элементов тензоры инерции приводятся в справочной литературе. На рис. 2.11 показан брус с квадратным сечением, где показаны две возможные координатные системы XYZ и $X_cY_cZ_c$, относительно которых могут быть определены тензоры инерции.

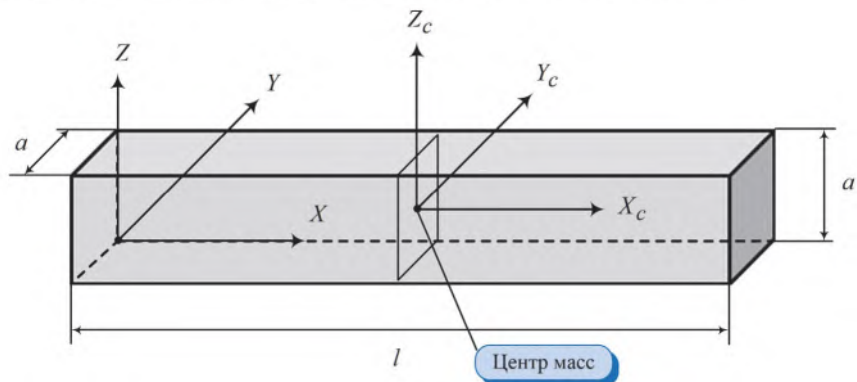


Рис. 2.11. К определению тензора инерции

Тензоры инерции для фигуры, показанной на рис. 2.11, имеют вид

$$\mathbf{J}_{XYZ} = \begin{bmatrix} \frac{m}{2}(l^2 + a^2) & -\frac{m}{4}al & -\frac{m}{4}a^2 \\ -\frac{m}{4}al & \frac{2m}{3}a^2 & -\frac{m}{4}al \\ -\frac{m}{4}a^2 & -\frac{m}{4}al & \frac{m}{2}(l^2 + a^2) \end{bmatrix}; \quad (2.53)$$

$$\mathbf{J}_{X_cY_cZ_c} = \begin{bmatrix} \frac{m}{12}(l^2 + a^2) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{m}{6}a^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m}{12}(l^2 + a^2) \end{bmatrix}, \quad (2.54)$$

где m – масса фигуры.

Для случая, когда вектор скорости вращения не меняет направления и известен момент инерции звена относительно этой оси вращения j_i (манипуляторы с цилиндрической системой координат), получим выражение для кинетической энергии звена

$$W_{ki} = \frac{m_i |\vec{V}_i|^2}{2} + \frac{j_i |\vec{\Omega}_i^i|^2}{2}. \quad (2.55)$$

Подставив в уравнение Лагранжа (2.43) для каждого звена выражения кинетической и потенциальной энергий манипулятора получаем систему дифференциальных уравнений (уравнений движения звеньев) относительно обобщенных координат.

Уравнения движения звеньев могут быть представлены в виде обобщенного векторно-матричного уравнения и его графического представления в виде обобщенной структуры (рис. 2.12):

$$\mathbf{A} \left(\begin{matrix} \vec{q} \\ \vec{q} \end{matrix} \right) \ddot{\vec{q}} + \mathbf{B} \left(\begin{matrix} \vec{q} \\ \vec{q}, \dot{\vec{q}} \end{matrix} \right) + \mathbf{C} \left(\begin{matrix} \vec{q} \\ \vec{q} \end{matrix} \right) = \vec{Q}, \quad (2.56)$$

где $\vec{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_n \end{bmatrix}$ – вектор обобщенных координат;

$\vec{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{bmatrix}$ – вектор обобщенных сил;

$\mathbf{A} \left(\begin{matrix} \vec{q} \\ \vec{q} \end{matrix} \right) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$ – матрица инерционных коэффициентов;

$\mathbf{B} \left(\begin{matrix} \vec{q} \\ \vec{q}, \dot{\vec{q}} \end{matrix} \right) = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$ – вектор центробежных и кориолисовых сил;

$$C \begin{pmatrix} \vec{q} \\ q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{bmatrix} \text{ – вектор сил тяжести и моментов сил тяжести.}$$

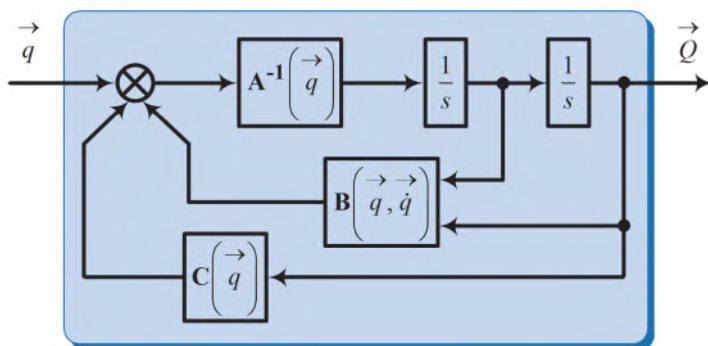


Рис. 2.12. Структура обобщенной модели манипулятора

Интегрирование уравнения (2.53) по шарнирным координатам при заданных значениях $\vec{Q}$ дает решение прямой задачи динамики, обеспечивает моделирование динамических процессов и расчет параметров систем управления движением.

А если подставить в левую часть обобщенного уравнения (2.53) заданные траектории $\vec{q}(t)$, то можно получить законы изменения моментов и сил $\vec{Q}(t)$, которые представляют собой решение обратной задачи динамики, позволяющее выполнить выбор силовых элементов (двигателей, редукторов) и анализ энергетики.

❏ ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Дайте определение понятию *кинематика* как раздела механики. Какие явления изучает эта наука?
2. Почему трехмерные ортогональные координатные системы составляют основу описания кинематики промышленных манипуляторов?
3. Для чего служит глобальная система координат? Как располагают глобальную систему координат на кинематической схеме манипулятора?

4. В чем назначение систем координат звеньев? Перечислите основные принципы расположения координатных систем звеньев на кинематической схеме манипулятора.
5. Какова цель применения в кинематике манипуляторов вспомогательных систем координат? Приведите примеры применения вспомогательных систем координат при кинематическом анализе манипуляторов.
6. Сформулируйте назначение координатной системы схвата. Как принято располагать эту координатную систему на кинематической схеме манипуляторов? Приведите примеры расположения координатной системы схвата.
7. Что такое шарнирные координаты? Для чего используют этот термин при анализе кинематики манипулятора?
8. Как можно определить положение и ориентацию манипулятора? Охарактеризуйте важность понятий *ориентация* и *положение схвата* при анализе и формировании движений манипулятора.
9. С какой целью используют в кинематике манипуляторов метод однородных координат? Сравните однородные и декартовы координаты точки в пространстве рабочей зоны манипулятора.
10. Каким образом можно связать однородные координаты двух различных координатных систем для произвольной точки в пространстве рабочей зоны манипулятора?
11. Дайте пояснения основным блокам обобщенной матрицы преобразования между двумя произвольно расположенными координатными системами.
12. С какой целью любое преобразование координат стараются разбить на последовательность «простых» движений: поворотов относительно одной из осей системы координат и параллельных переносов вдоль одной из осей? Покажите примеры использования на кинематических схемах матриц перемещений и поворотов.
13. Сформулируйте прямую задачу кинематики для положения схвата манипулятора. Как связано решение этой задачи с управлением движением схвата манипулятора?
14. Опишите прямую задачу кинематики для ориентации схвата манипулятора. В каких случаях решение этой задачи является обязательным этапом алгоритма управления манипулятором?
15. Как используют координатные преобразования при решении прямой задачи кинематики для положения схвата? Как может быть использована в этих целях матрица преобразования координат манипулятора?
16. Сформулируйте обратную задачу кинематики для положения схвата манипулятора. Как связано решение этой задачи с управлением движением схвата манипулятора? В каких случаях решение задачи облегчают уравнения связи манипулятора?

17. Какие обстоятельства следует учитывать при решении обратной задачи кинематики для положения схвата манипулятора? Какие пути решения этой задачи существуют?
18. Поясните определения прямой и обратной задач динамики. Какое место занимают эти задачи при проектировании промышленных манипуляторов?
19. Как определить вектор линейной скорости центра масс звена манипулятора? Как здесь могут помочь результаты кинематического анализа манипулятора, решение прямой задачи кинематики?
20. Поясните алгоритм определения вектора угловой скорости при вращении звена манипулятора относительно оси, проходящей через центр масс звена манипулятора. Какие движения здесь называют переносными? Как используются координатные преобразования?
21. Перечислите основные компоненты уравнения Лагранжа, используемого для получения математической модели манипулятора как объекта управления.
22. В чем состоит процедура определения потенциальной энергии манипулятора? Какую роль здесь играет решение прямой задачи кинематики для положения центров масс звеньев манипулятора?
23. Каким образом можно определить кинетическую энергию манипулятора?
24. Что представляет собой кинетическая энергия приводов? Как учитываются полные массы двигателей и редукторов, установленных на звеньях манипулятора?
25. Как определить кинетическую энергию звена манипулятора по векторам линейной и угловой скорости звена? Как можно упростить задачу при ориентации координатной системы звена в центре масс по осям симметрии для случая манипулятора с цилиндрической системой координат?
26. Что дает представление уравнений движения манипулятора, полученных с помощью уравнения Лагранжа, в векторно-матричной форме и в форме структурной модели?
27. Каким образом можно использовать уравнения движения, полученные с использованием уравнения Лагранжа, при решении прямой и обратной задач динамики манипулятора?

ГЛАВА 3

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СТРУКТУРА ЭЛЕКТРОМЕХАТРОННОЙ СИСТЕМЫ МАНИПУЛЯТОРА

В соответствии с основными задачами манипулятора сформируем функциональную схему, необходимую для формализации и определения взаимодействия между компонентами системы в процессе решения основных задач при взаимодействии манипулятора с системой числового программного управления станком.

В этих целях детально рассмотрим технологические операции при взаимодействии манипулятора и станка, действующих роботизированного участка металлообработки.

Основное назначение манипулятора – обеспечение работы токарного станка-автомата в рамках «безлюдной» технологии. Манипулятор обеспечивает подачу заготовок в шпиндель станка для обработки и снятие готовых деталей из шпинделя [3, 17]. На рис. 3.1 показано взаимное расположение манипулятора промышленного робота на металлорежущем станке токарной группы.

Рассмотрим последовательность операций взаимодействия манипулятора и станка. Токарный станок ведет обработку зажатой в шпинделе детали, манипулятор промышленного робота находится на исходной позиции с заготовкой детали в одном из зажимов схвата.

Манипулятор, в шарнирах которого расположены приводы, закреплен на передней стойке станка. После завершения обработки детали шпиндель останавливается, ослабевает зажим детали.

Манипулятор, получив разрешение на движение от системы управления станком, перемещает схват к шпинделю и свободным зажимом извлекает готовую деталь из шпинделя. Захваты меняются местами, схват поворачивается на 180°, заготовка вставляется в шпиндель. Шпиндель зажимает заготовку, манипулятор перемещает схват к кассетам.

Промышленный робот дает сигнал станку на начало обработки новой заготовки, станок начинает обработку. Манипулятор поворачивает зажимы и опускает готовую деталь в свободную ячейку кассеты с готовыми деталями.

Далее берет свободным зажимом заготовку из кассеты с заготовками и отправляется в зону ожидания. В связи с необходимостью зажима деталей с заданным усилием зажимы в большинстве случаев снабжают пневматическим приводом.

Поворот зажимов при смене позиции осуществляется на фиксированный угол 180°, поэтому проще всего его осуществлять также с помощью пневматического привода.

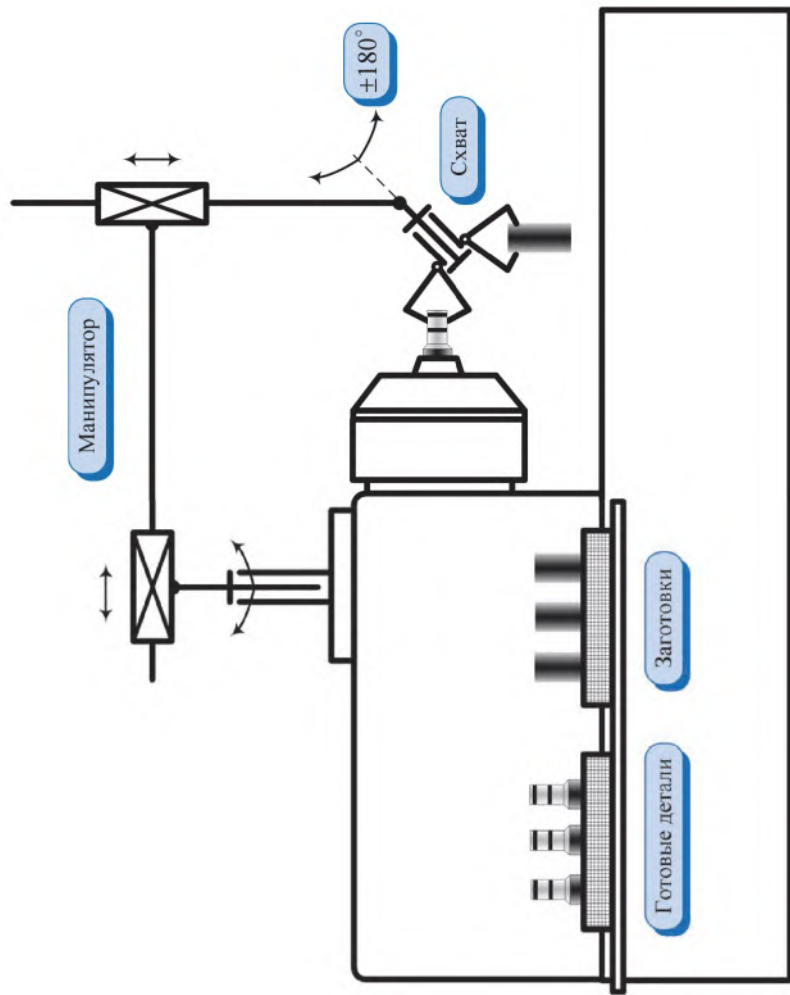


Рис. 3.1. Расположение манипулятора на токарном станке-автомате

Перемещение схвата в заданную точку пространства рабочей зоны, поиск деталей заготовок в кассетах требуют осуществлять перемещение в шарнирах звеньев манипулятора с высокой точностью и с заданной динамикой переходных процессов. Таким требованиям отвечают только электромеханические приводы на основе использования автоматизированных электроприводов (электромехатронных модулей).

Для создания структуры системы управления движением схвата манипулятора необходимо исследовать взаимодействие элементов технологической установки «Станок-манипулятор» при реализации технологических операций в производственном цикле. Такая конфигурация манипулятора предназначена для металлорежущих станков с вертикальным расположением инструмента (сверлильные, шлифовальные, токарные и прочие). Схема взаимного расположения манипулятора на металлорежущем станке показана на рис. 3.2.

Металлорежущий станок ведет обработку детали инструментом, который закреплен в подвижном шпинделе станка. Поворачивающийся магазин инструментов размещен в верхней части станины. Управление работой станка осуществляет система числового программного управления.

Производственный цикл станка, работающего с манипулятором, делится на следующие этапы:

- схват манипулятора ожидает команды ЧПУ на исходной позиции вне зоны резания с приготовленным заранее последующим инструментом в одном из зажимов схвата;
- станок ведет обработку детали рабочим инструментом;
- после завершения обработки ЧПУ останавливает шпиндель и дает сигнал роботу на замену инструмента в шпинделе;
- манипулятор, получив сигнал ЧПУ на движение, перемещает схват к шпинделю работой приводов звеньев и свободным зажимом извлекает текущий инструмент из шпинделя;
- захваты поворотом схвата на 180° меняются местами, новый инструмент вставляется в шпиндель;
- манипулятор отправляется к инструментальному магазину за следующим инструментом;
- манипулятор поворачивает зажимы и помещает инструмент в соответствующее инструменту гнездо инструментального магазина, который может поворачиваться относительно вертикальной оси;
- манипулятор берет свободным зажимом, если требуется, следующий инструмент и отправляется в зону ожидания;
- система управления манипулятором дает сигнал станку на начало обработки с новым инструментом, и станок начинает обработку.

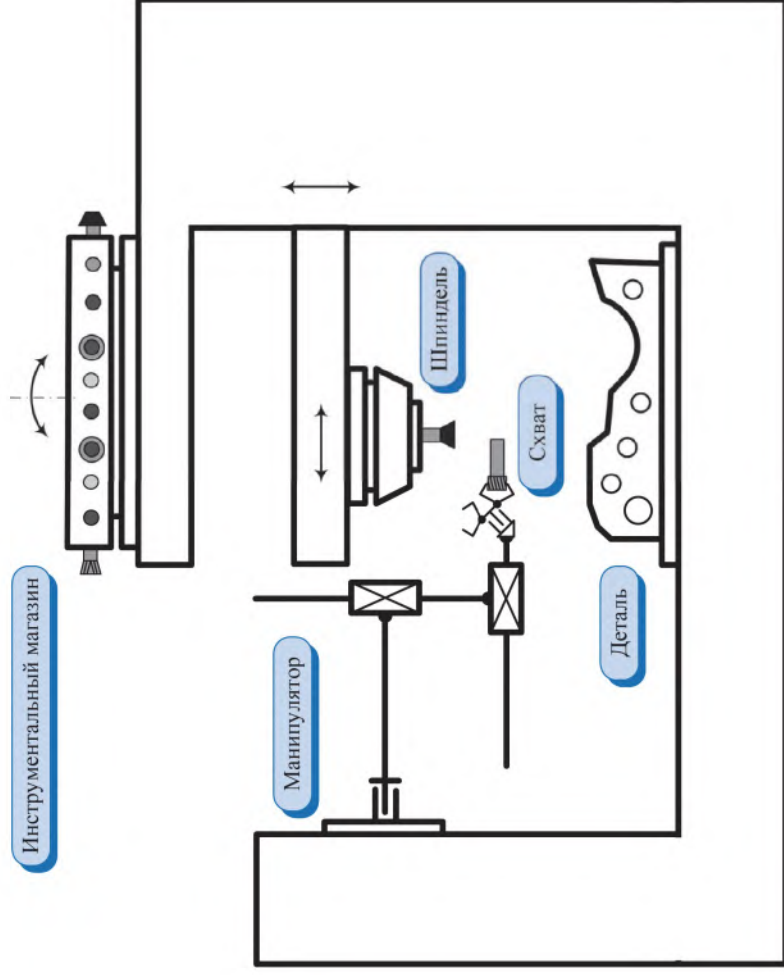


Рис. 3.2. Расположение манипулятора на обрабатывающем центре

В манипуляторе зажатие инструментом «пальцами» схвата и поворот зажимов обеспечиваются пневматическим приводом. Для зажима инструмента с заданным усилием лучше всего подходит пневматический привод.

Поворот зажимов схвата при смене позиции происходит на фиксированный угол 180° , поэтому эту операцию также проще осуществлять с помощью пневматического привода.

Включение и выключение пневмоприводов осуществляются электромагнитными клапанами, регулирующими подачу воздуха под давлением в пневматические цилиндры, перемещающие механику схвата в определенные положения.

Наиболее перспективными для применения в промышленной робототехнике являются электроприводы с электродвигателями переменного тока. На рис. 3.3 показана функциональная схема современной системы электропривода с асинхронным короткозамкнутым двигателем, преобразователем частоты и векторной системой управления.

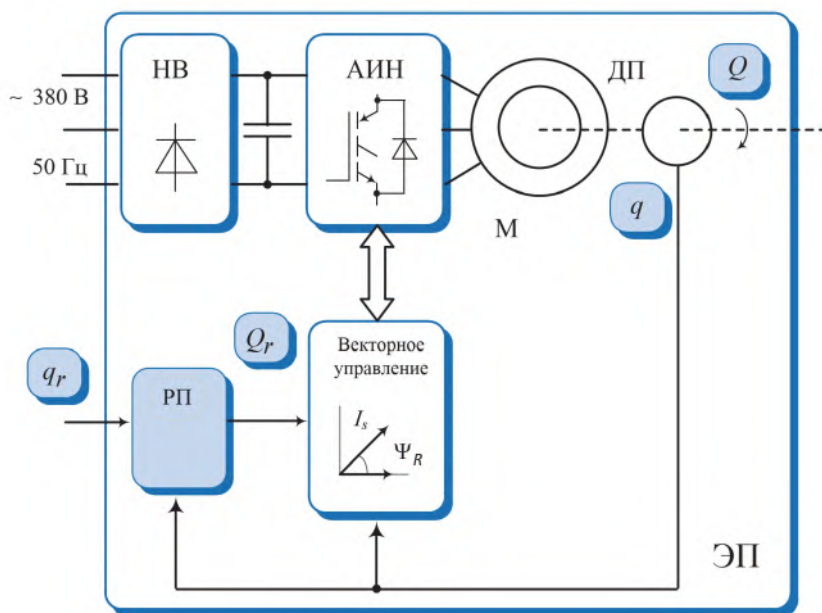


Рис. 3.3. Функциональная схема привода шарнира манипулятора:
 ЭП – электропривод; М – электродвигатель; ДП – датчик положения;
 Q – обобщенная сила; q – положение

Преобразователь частоты со звеном постоянного напряжения содержит неуправляемый выпрямитель, который преобразует трехфазное

напряжение переменного тока с частотой 50 Герц в напряжение постоянного тока.

В звене постоянного напряжения устанавливается конденсатор, назначение которого – снижение пульсаций напряжения после выпрямителя и накопление реактивной энергии, поступающей от асинхронного двигателя при тормозных режимах электропривода.

При большом объеме энергии торможения она или рассеивается на тормозном сопротивлении, или возвращается в сеть через специальные дополнительные устройства рекуперации.

Выпрямленное напряжение постоянного тока с помощью автономного инвертора напряжения преобразуется в трехфазное напряжение переменной амплитуды и частоты. Напряжение с автономного инвертора поступает на двигатель.

Переменные электропривода, связанные с трехфазной системой напряжения, в наилучшей степени описываются с помощью векторов. В асинхронном двигателе электромагнитный момент на валу возникает в результате взаимодействия векторов тока статора и потокосцепления ротора.

Поэтому в основу системы управления положено векторное управление, при котором вектор тока статора двигателя ориентируется в системе координат, связанной с потокосцеплением ротора. В этом случае получается максимальное быстродействие в контуре регулирования момента двигателя.

Так как основная задача электроприводов манипулятора – это регулирование положения одного звена относительно другого, электропривод снабжается регулятором положения, который на основе задания положения и сигнала с датчика положения формирует задание момента двигателя.

Высокое быстродействие электропривода достигается использованием широтно-импульсной модуляции напряжения в автономном инверторе напряжения с частотой, в десятки килогерц. Такие частоты коммутации обеспечиваются применением *IGBT*-модулей в инверторе электропривода. При реализации системы управления приводом как системы векторного управления с ориентацией вектора тока по вектору потокосцепления ротора (наиболее распространенный вид системы управления), привод представляет собой практически безынерционный преобразователь задания момента во вращающий момент двигателя.

В задачу нашей работы не входит расчет силовых элементов конструкции и электропривода. Основное внимание будет уделяться расчету параметров регуляторов положения, так как они определяют качественные показатели промышленного робота, такие как точность выполнения заданных операций с объектами манипулирования в условиях различных кон-

фигураций манипулятора, скоростей движения звеньев и при разном весе объекта в схвате.

В целом система управления манипулятором должна обеспечивать выполнение заданий на позиционирование, то есть на перемещение схвата манипулятора в заданную точку пространства рабочей зоны манипулятора. Задание на перемещение схвата должно выполняться электроприводами шарниров, соединяющих звенья манипулятора. Изменяя с помощью приводов взаимное положение звеньев, можно изменять в пространстве рабочей зоны манипулятора положение схвата.

Система управления движением должна обеспечивать эту функцию промышленного манипулятора. Кроме этого, система управления должна контролировать местонахождение схвата, иметь информацию о том, где находится схват.

Наиболее доступным источником информации о текущей конфигурации кинематической цепи являются датчики положения, установленные в шарнирных приводах.

Система управления должна по этой информации не только организовать необходимые обратные связи для реализации регуляторов положения звеньев, но и дать информацию о текущем положении схвата для контроля выполнения задания на позиционирование.

Информация о положении схвата в пространстве рабочей зоны необходима для систем управления технологическим процессом для координации работы промышленного манипулятора с технологическим оборудованием и другими промышленными робототехническими системами.

На основе указанных соображений разработана функциональная схема системы управления движением манипулятора (рис. 3.4). Она состоит из блоков обратного (ПР1) и прямого (ПР2) преобразования координат (решения обратной и прямой задач кинематики), блока математической модели динамики манипулятора, блоков электроприводов (ЭП1, ЭП2, ЭП3), регуляторов положения (РП1, РП2, РП3).

Функциональная схема системы управления показывает, что для обеспечения операций перемещения схвата в заданную системой управления станка точку пространства рабочей зоны необходимо преобразовать значения заданных координат схвата X_r, Y_r, Z_r в задания для систем управления движением звеньев (РП1, РП2, РП3) – q_{1r}, q_{2r}, q_{3r} , эту функцию будет реализовывать преобразователь (ПР1).

В соответствии с поступившим с системы управления движением заданием каждый из электроприводов (ЭП1, ЭП2, ЭП3), реализуя заданное значение момента или силы, формирует электромеханический момент M или силу F , которые непосредственно воздействуют на звенья манипулятора.

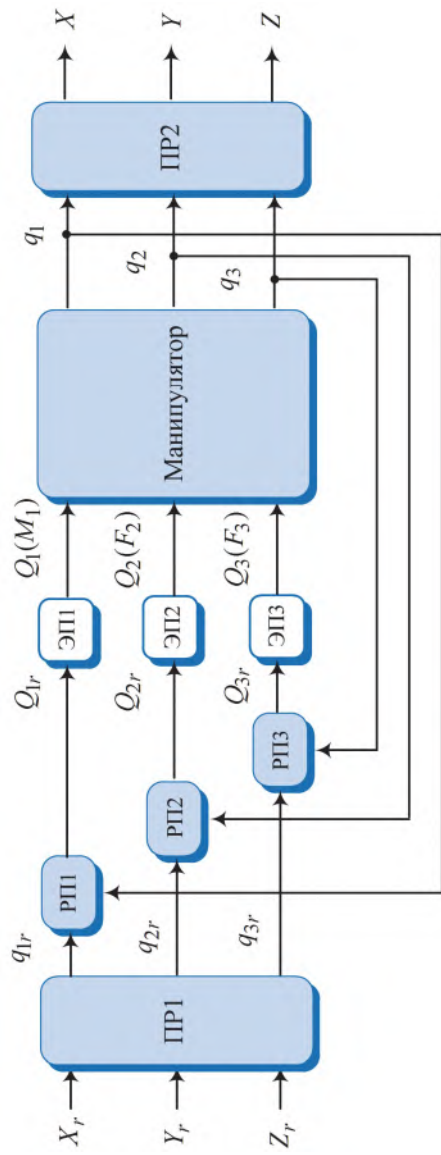


Рис. 3.4. Функциональная схема системы управления манипулятором

Для удобства математического описания обозначим моменты (силы) обобщенной силой Q , а вместо угла поворота или поступательного перемещения в шарнире введем понятие обобщенной шарнирной координаты q , соблюдая при этом исходную размерность переменных для каждого шарнира.

Преобразователь ПР2 должен выполнять функцию контроля за выполнением манипулятором заданий на перемещение схвата, для этого необходимо преобразовать текущие значения q_1, q_2, q_3 с датчиков положения звеньев манипулятора в пространственные координаты схвата X, Y, Z .

Для разработки регуляторов положения и проведения испытаний системы необходимо получить математическую модель манипулятора как объекта управления, чтобы выяснить степень взаимодействия между приводами звеньев по механике манипулятора.

Работа контуров регулирования положения звеньев в системе управления обеспечивается отрицательной обратной связью по положению, организуемой посредством цифровых (импульсных) датчиков положения, которыми оснащаются приводы движения звеньев, установленные в шарнирах, соединяющих звенья.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Какие операции выполняет манипулятор при взаимодействии с токарным станком-автоматом (см. рис. 3.1)? В чем заключаются преимущества использования здесь промышленного робота вместо человека-оператора?
2. Примените к манипулятору токарного станка автомата основные классификационные признаки, приведенные в гл. 1.
3. Какую последовательность операций выполняет манипулятор при взаимодействии с металлорежущим станком (см. рис. 3.2)? В чем состоят преимущества применения в этом случае промышленного манипулятора вместо человека-оператора?
4. Примените к манипулятору токарного станка автомата основные классификационные признаки, приведенные в гл. 1.
5. В реализации каких функций манипуляторами (см. рис. 3.1, 3.2) предпочтение должно быть отдано пневмоприводу? Какие функции следует реализовать с помощью электромеханического привода?
6. Какие характеристики повышают конкурентоспособность современных электроприводов переменного тока?

7. Перечислите основные компоненты функциональной схемы электро-механического привода шарнира манипулятора и отметьте их функциональные особенности.
8. В чем особенность двухзвенного преобразователя частоты? Каким образом изменяются амплитуда и частота напряжения на выходе автономного инвертора напряжения? Какие функции выполняет конденсатор в звене постоянного тока?
9. Чем определяется электромагнитный момент асинхронного двигателя? В чем заключается принцип векторного управления асинхронным двигателем? Какова инерционность замкнутого контура регулирования момента при ориентации вектора тока статора в координатной системе, связанной с вектором потока сцепления ротора?
10. Перечислите элементы функциональной схемы привода, обеспечивающие точность позиционирования, заданное качество динамических характеристик.
11. Опишите основные компоненты функциональной схемы системы управления движением манипулятора. Какой элемент схемы получен в результате решения прямой задачи динамики манипулятора?
12. Определите назначение элементов, обозначенных на рис. 3.4 как ПР1, ПР2. Как они связаны с кинематическим анализом манипулятора?
13. Какую функцию выполняют электроприводы ЭП1, ЭП2, ЭП3 в системе управления движением манипулятора?

ГЛАВА 4

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРОВ

4.1. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРА С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ

Проведение кинематического анализа имеет целью получить структуру и параметры преобразователей ПР1 и ПР2 (см. рис. 3.4).

На рис. 4.1 приведена кинематическая схема манипулятора с указанием основных геометрических размеров:

- длина звеньев манипулятора l_1, l_2, l_3 ;
- шарнирная координата звена q_1, q_2, q_3 ;
- расстояние от начала звена до центра масс p_1, p_2, p_3 .

На рис. 4.1 показаны координатные системы, необходимые для кинематического анализа:

- неподвижная глобальная система координат X_w, Y_w, Z_w ;
- координатная система первого звена X_1, Y_1, Z_1 ;
- вспомогательная координатная система второго звена X'_1, Y'_1, Z'_1 ;
- координатная система второго звена X_2, Y_2, Z_2 ;
- координатная система третьего звена и совпадающая с ней координатная система схвата X_{3h}, Y_{3h}, Z_{3h} .

Требования возможного технического задания для промышленного манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат:

- грузоподъемность в пределах 1 кг;
- максимальная линейная скорость звена 1,2 м/с;
- максимальная угловая скорость звена 1,0 рад/с;
- полоса пропускания системы управления движением по положению 12 Гц;
- параметры кинематической схемы (табл. 4.1);
- заданная контрольная траектория движения схвата (табл. 4.2).

Прямая задача кинематики позволяет определить глобальные координаты схвата по шарнирным координатам и размерам манипулятора [13,14];

$$\vec{A}_w = T_1 \cdot T'_1 \cdot T_2 \cdot T_{3h} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

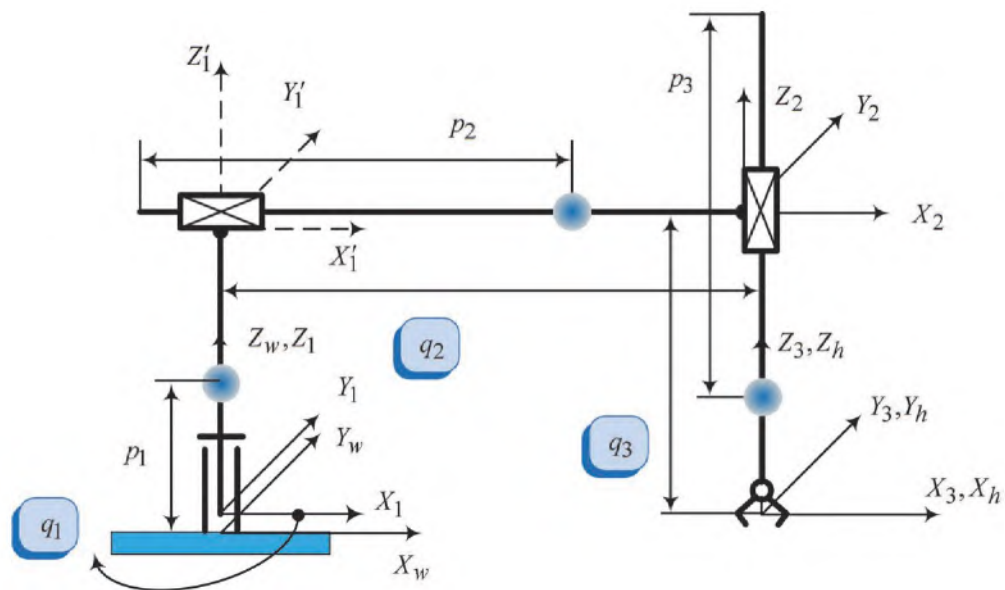


Рис. 4.1. Кинематическая схема манипулятора с вертикальными цилиндрическими координатами

Т а б л и ц а 4.1

**Параметры кинематической схемы манипулятора
с вертикальной цилиндрической системой координат**

Параметры кинематической схемы манипулятора	<i>i</i> – номер звена			
	1	2	3	
			без груза	с грузом
m_i , кг	6	7	6	7
l_i , м	0,2	0,95	0,95	
p_i , м	0,12	0,6	0,55	0,7
J_i , кг·м ²	0,021	0,095	0,018	0,031
$q_i \max$, (м, рад)	6,28	0,9	0,9	

Т а б л и ц а 4.2

**Параметры контрольной траектории схвата манипулятора
с вертикальной цилиндрической системой координат**

Точки	<i>A</i>	<i>B</i>
X_W , м	0,85	0,05
Y_W , м	-0,05	-0,85
Z_W , м	0,2	-0,7

В преобразование координат манипулятора (4.1) входят следующие матрицы:

- матрица преобразования координат (поворота на угол q_1 относительно оси Z_w) между глобальной системой координат $X_w Y_w Z_w$ и координатной системой первого звена $X_1 Y_1 Z_1$ (соответствует (2.12))

$$T_1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.2)$$

- матрица преобразования координат (перемещение на l_1 относительно оси Z_1) между координатной системой первого звена $X_1 Y_1 Z_1$ и вспомогательной системой первого звена $X'_1 Y'_1 Z'_1$ (соответствует (2.15))

$$T_1' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.3)$$

- матрица преобразования координат (перемещение на q_2 относительно оси X_1') между вспомогательной системой первого звена $X_1'Y_1'Z_1'$ и координатной системой второго звена $X_2Y_2Z_2$ (соответствует (2.13))

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.4)$$

- матрица преобразования координат (перемещение на $-q_2$ относительно оси Z_2) между системой координат второго звена $X_2Y_2Z_2$ и совпадающими координатными системами (схвата и третьего звена) $X_{3h}Y_{3h}Z_{3h}$ (соответствует (2.15))

$$T_{3h} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Выполнив преобразования в (4.1), с учетом (4.2) – (4.5) получим уравнения, описывающие решение прямой задачи кинематики (уравнения связи манипулятора):

$$\begin{cases} X_w = q_2 \cos q_1; \end{cases} \quad (4.6)$$

$$\begin{cases} Y_w = -q_2 \sin q_1; \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\begin{cases} Z_w = -q_3 + l_1. \end{cases} \quad (4.8)$$

По уравнениям (4.6) – (4.8) получим структуру преобразователя координат ПР2, которая показана на рис. 4.2.

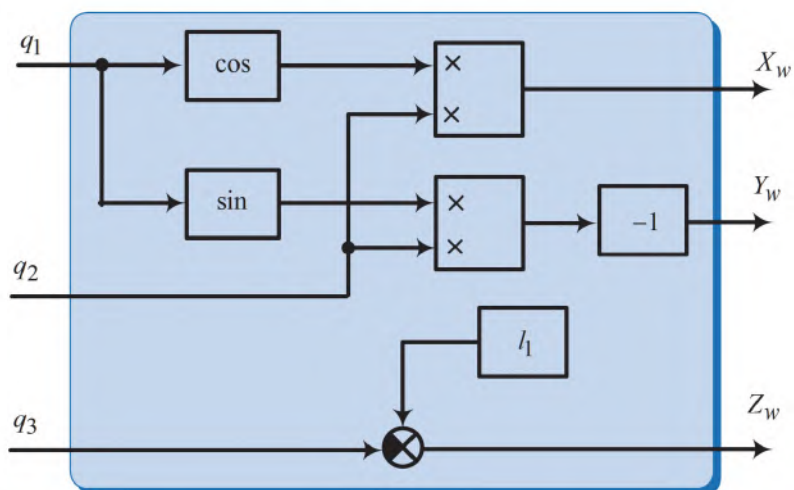


Рис. 4.2. Структурная схема преобразователя координат ПР2

По (4.6) – (4.8) определим границы рабочей зоны (рис. 4.3).

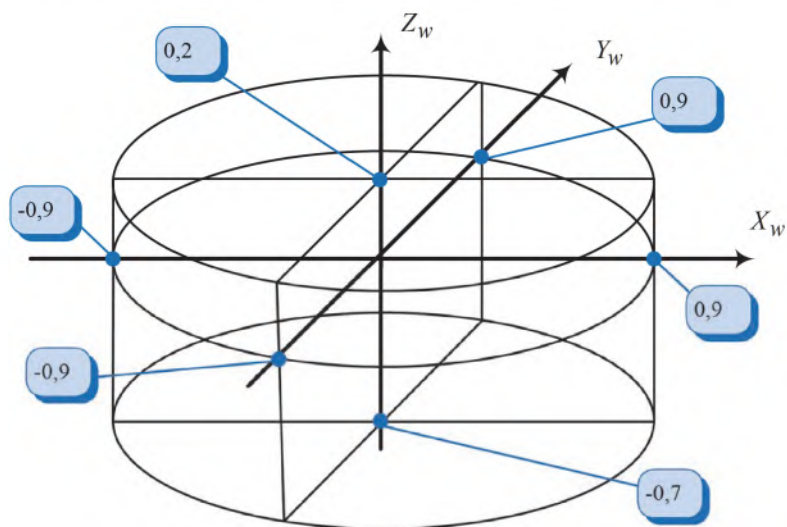


Рис. 4.3. Рабочая зона манипулятора

Обратная задача кинематики определяет шарнирные координаты звеньев по глобальным координатам схвата.

Получим решение из уравнений связи манипулятора. Для этого выразим q_1 из (4.6) и (4.7):

$$q_2 = \frac{X_w}{\cos q_1}; \quad (4.9)$$

$$q_2 = -\frac{Y_w}{\sin q_1}. \quad (4.10)$$

Если равны левые части (4.9), (4.10), равны и правые части:

$$\frac{X_w}{\cos q_1} = -\frac{Y_w}{\sin q_1};$$

после преобразования получаем

$$\operatorname{tg} q_1 = \frac{\sin q_1}{\cos q_1} = -\frac{Y_w}{X_w}. \quad (4.11)$$

Решая (4.10) относительно q_1 без учета периодичности решения, получаем

$$q_1 = \operatorname{arctg} \frac{-Y_w}{X_w}. \quad (4.12)$$

Возводя в квадрат (4.6), (4.7) и суммируя результат, получаем

$$X_w^2 + Y_w^2 = q_2^2 (\cos^2 q_1 + \sin^2 q_1) = q_2^2. \quad (4.13)$$

Решая (4.13) относительно q_2 , получим

$$q_2 = \sqrt{X_w^2 + Y_w^2}. \quad (4.14)$$

q_3 находим из (4.8):

$$q_3 = -Z_w + l_1. \quad (4.15)$$

Выражения (4.12), (4.14), (4.15) представляют собой решение обратной задачи кинематики, по этим выражениям формируется структура преобразователя ПР1 для системы управления манипулятором (рис. 4.4).

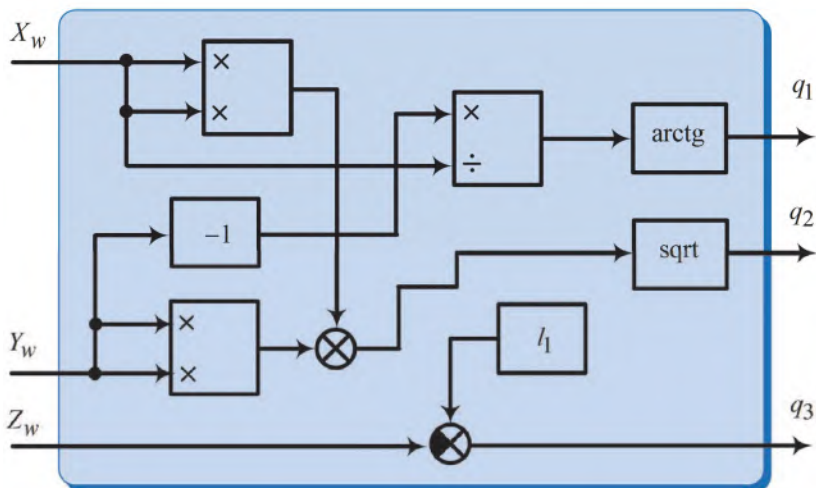


Рис. 4.4. Структурная схема преобразователя координат ПР1

Выполним моделирование разработанных преобразователей координат в среде *Simulink* [6]. Испытания преобразователей проводим в соответствии с функциональной схемой системы управления, пренебрегая динамикой приводов и манипулятора.

Данный этап работы необходим для проверки правильности работы преобразователей во всем пространстве рабочей зоны манипулятора.

На рис. 4.5 показано соединение элементов системы управления манипулятором, а также источники сигналов и средства регистрации результатов. Блоки задания тестовых траекторий подключаются на вход системы поочередно.

На рис. 4.6, 4.7 показаны структуры подсистем, реализующих преобразователи, обеспечивающие переход от глобальных координат к шарнирным координатам и наоборот (подсистемы $PR1$, $PR2$).

Модель «*Test Kinematik*» предназначена для испытания преобразователей в двух режимах:

- проверка работы во всех квадрантах рабочей зоны;
- движение схвата по контрольной линейной траектории.

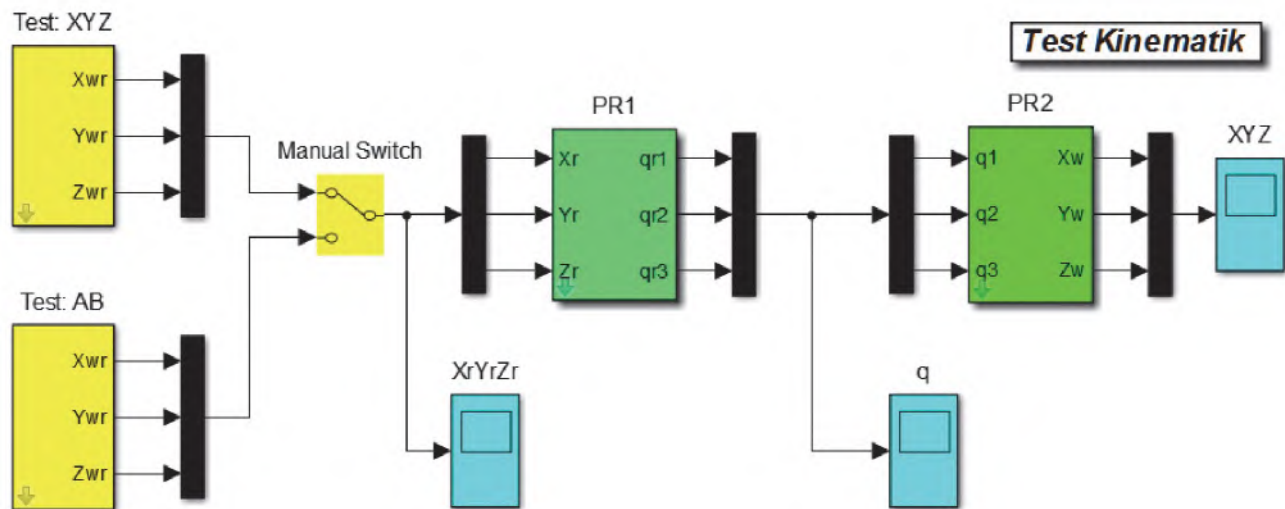


Рис. 4.5. Модель для кинематического анализа манипулятора с вертикальными цилиндрическими координатами

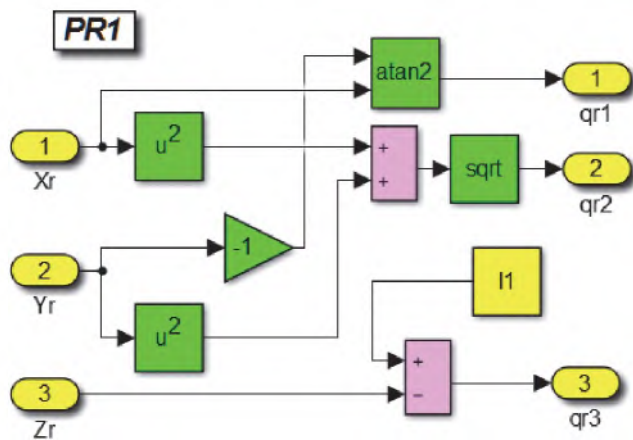


Рис. 4.6. Схема подсистемы «PR1»

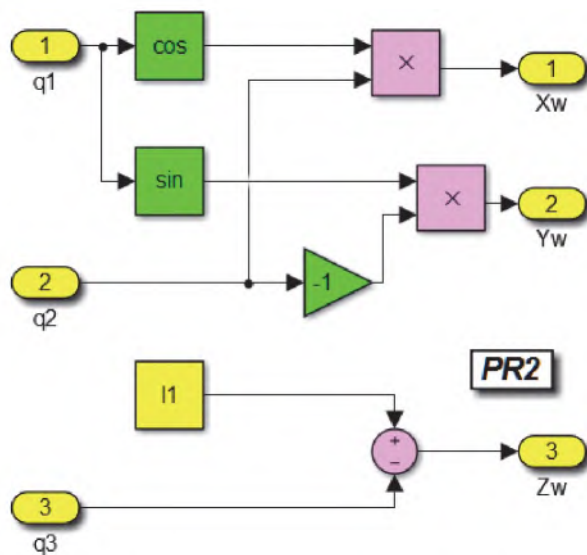


Рис. 4.7. Схема подсистемы «PR2»

Для «обследования» всего пространства рабочей зоны, включающего все квадранты координатной системы, рассмотрим реализацию системой движения схвата по трем круговым траекториям, как это показано на рис. 4.8.

При этом выберем радиус траектории 0,45 м, скорость движения схвата π рад/с. Центр всех траекторий будет в точке, лежащей на оси Z_w , с координатой $Z_w = -0,25$ м.

Тогда траектории XU на рис. 4.8 соответствуют задания глобальных координат:

$$\begin{cases} X_w = 0,45\sin(\pi t); \\ Y_w = 0,45\cos(\pi t); \\ Z_w = -0,25. \end{cases} \quad (4.16)$$

На рис. 4.8 траектории YZ соответствуют задания глобальных координат:

$$\begin{cases} X_w = 0; \\ Y_w = 0,45\sin(\pi t); \\ Z_w = -0,25 + 0,45\cos(\pi t). \end{cases} \quad (4.17)$$

Траектории XZ на рис. 4.8 будут соответствовать следующие задания глобальных координат:

$$\begin{cases} X_w = 0,45\sin(\pi t); \\ Y_w = 0; \\ Z_w = -0,25 + 0,45\cos(\pi t). \end{cases} \quad (4.18)$$

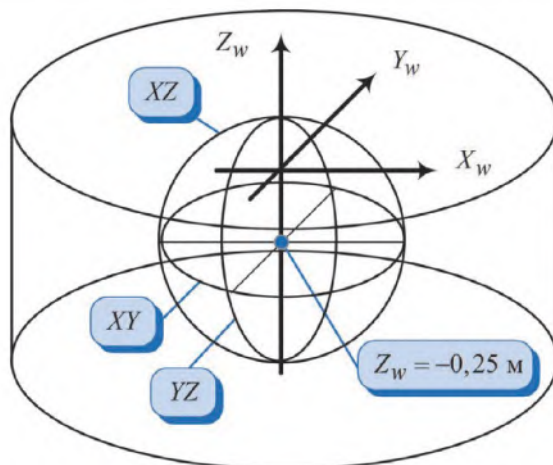


Рис. 4.8. Круговые тестовые траектории движения схвата

На рис. 4.9 показана контрольная линейная траектория AB , особенностью которой является использование для движения схвата движения всех звеньев.

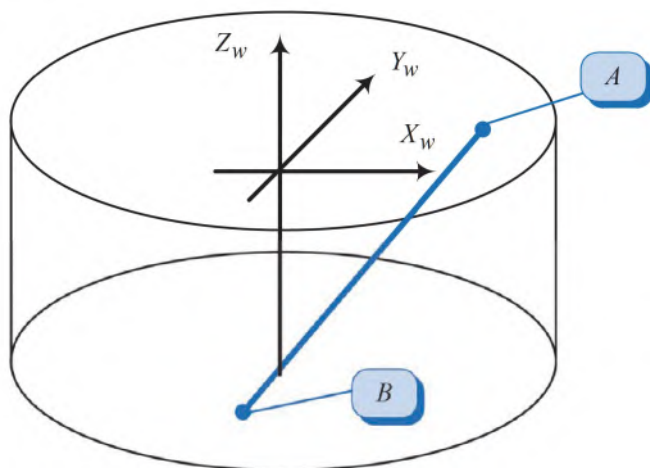


Рис. 4.9. Траектория движения схвата

Координаты точки A

$$\begin{cases} X_A = 0,85 \text{ м;} \\ Y_A = -0,05 \text{ м;} \\ Z_A = 0,2 \text{ м} \end{cases} \quad (4.19)$$

и точки B

$$\begin{cases} X_B = 0,05 \text{ м;} \\ Y_B = -0,85 \text{ м;} \\ Z_B = -0,7 \text{ м.} \end{cases} \quad (4.20)$$

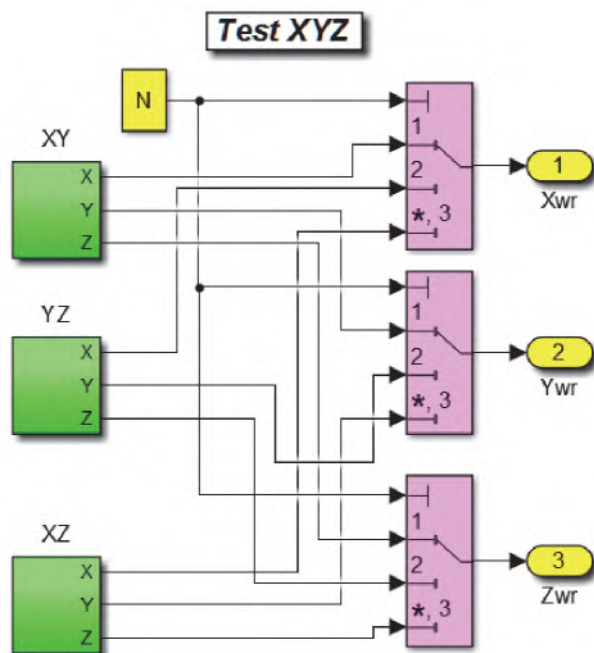


Рис. 4.10. Схема подсистемы «Test XYZ»

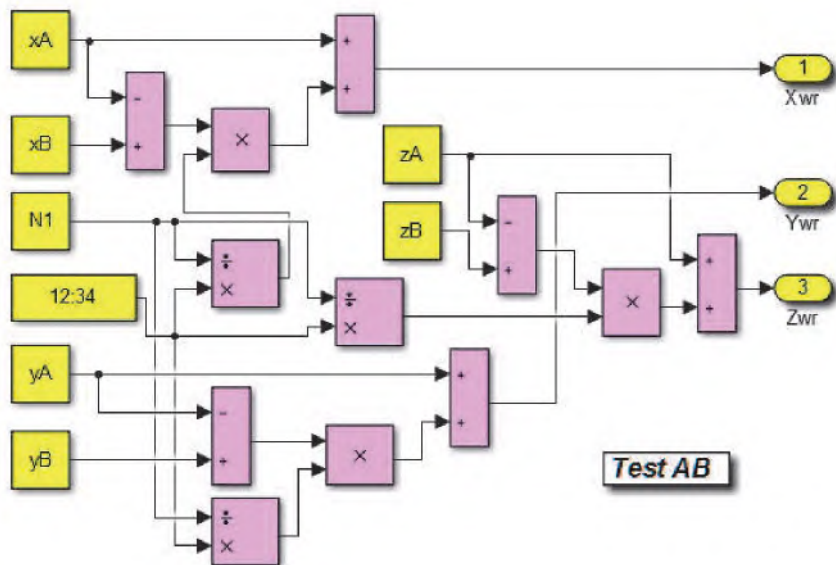


Рис. 4.11. Схема подсистемы «Test AB»

На рис. 4.12–4.17 показаны результаты моделирования при использовании заданий (рис. 4.8), которые показывают высокую степень совпадения задания и исполнения по глобальным координатам.

Независимость результатов от квадранта глобальной системы координат, в котором находится рабочая точка, отсутствие погрешности при пересечении осей и координатных плоскостей говорят об обоснованности принятых теоретических положений и надежности использованных методов синтеза преобразователей координат для систем управления движением звеньев манипуляторов с вертикальной цилиндрической системой координат.

Результаты расчетов в модели по траектории AB (рис. 4.18) показывают, что в случае задания движения схвата вдоль линейной траектории (рис. 4.9) графики изменения шарнирных координат (рис. 4.19) оказываются нелинейными. Из этого следует сделать вывод о том, что в случае заявления в техническом задании ограничений на параметры движения схвата (скорость, ускорение, рывок) связь этих параметров с параметрами шарнирных координат требует дополнительного исследования.

В целом, полученные результаты говорят о готовности элементов к работе в составе системы управления.

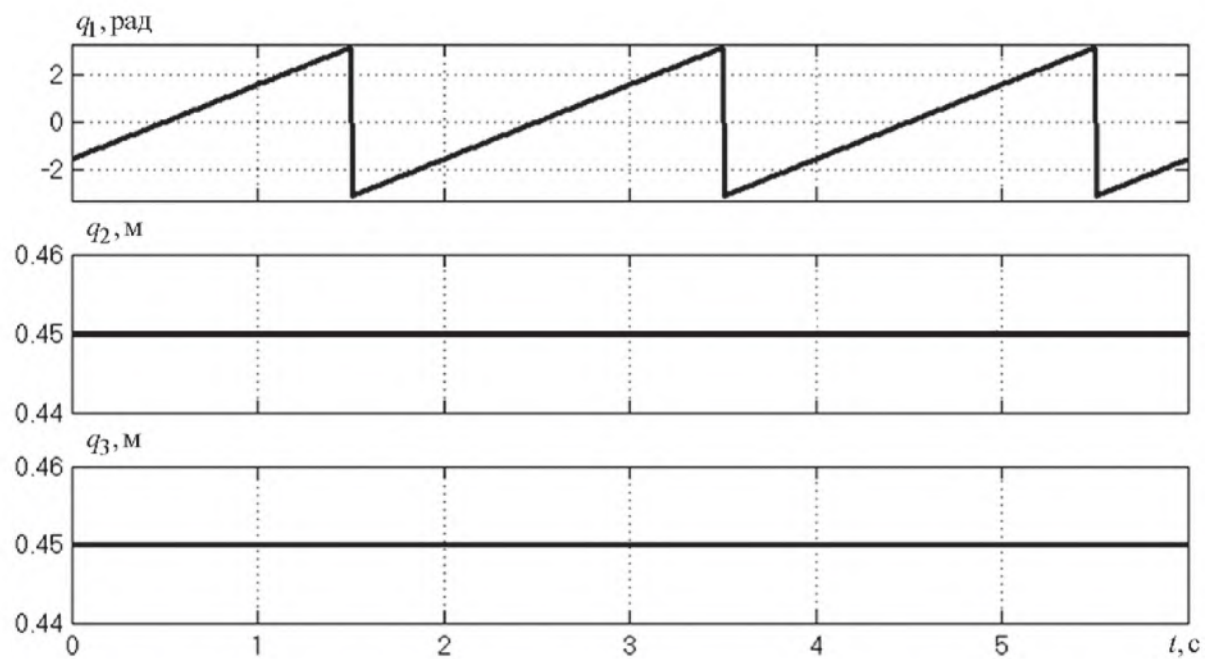


Рис. 4.12. Графики изменения шарнирных координат по ХУ

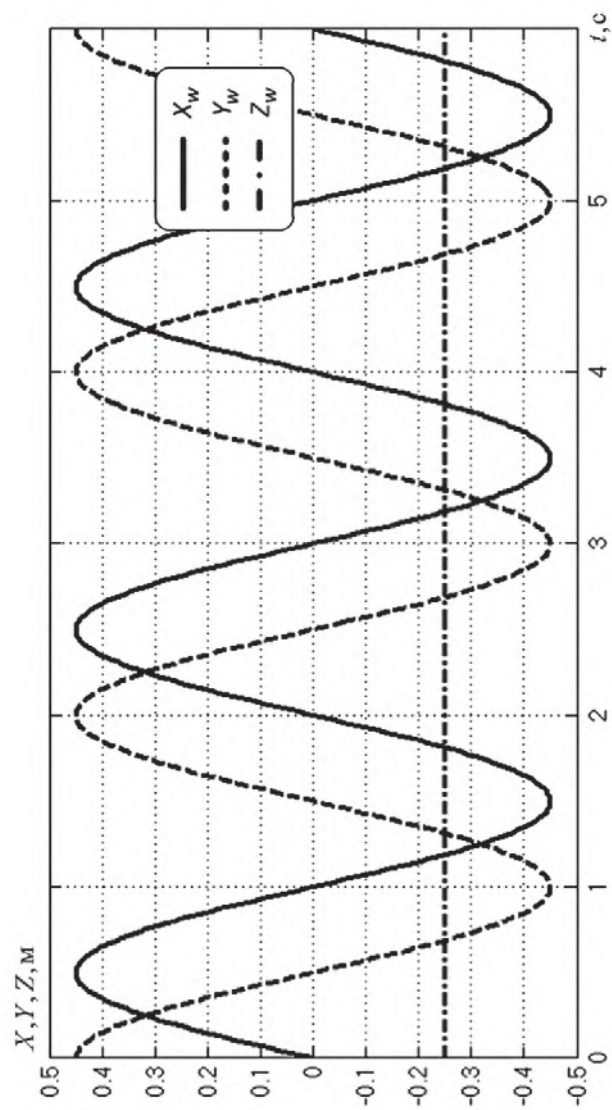


Рис. 4.13. Графики изменения глобальных координат по X, Y

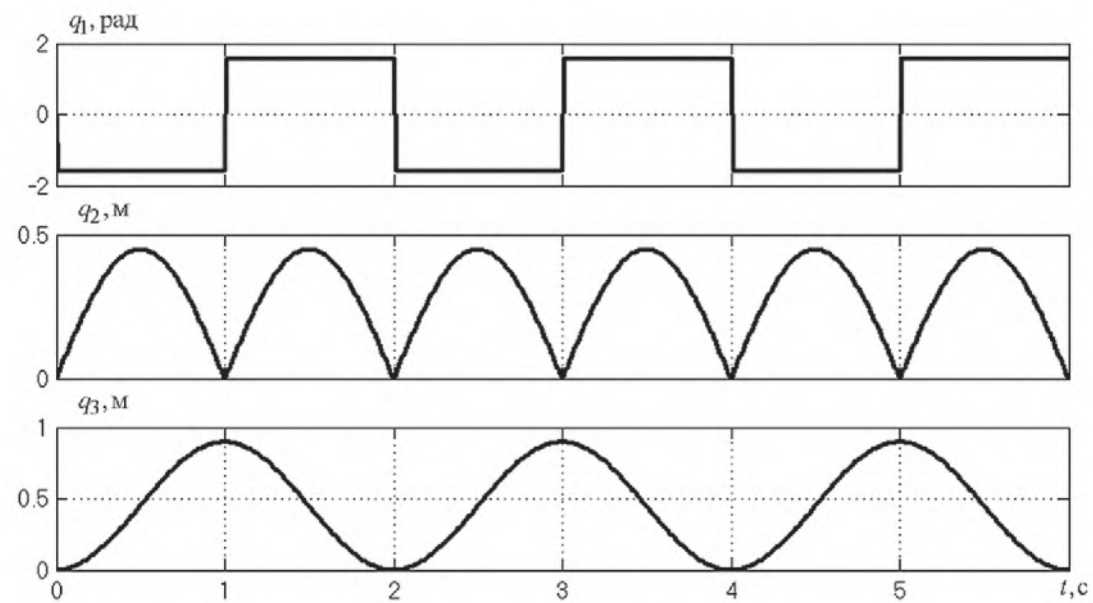


Рис. 4.14. Графики изменения шарнирных координат по YZ

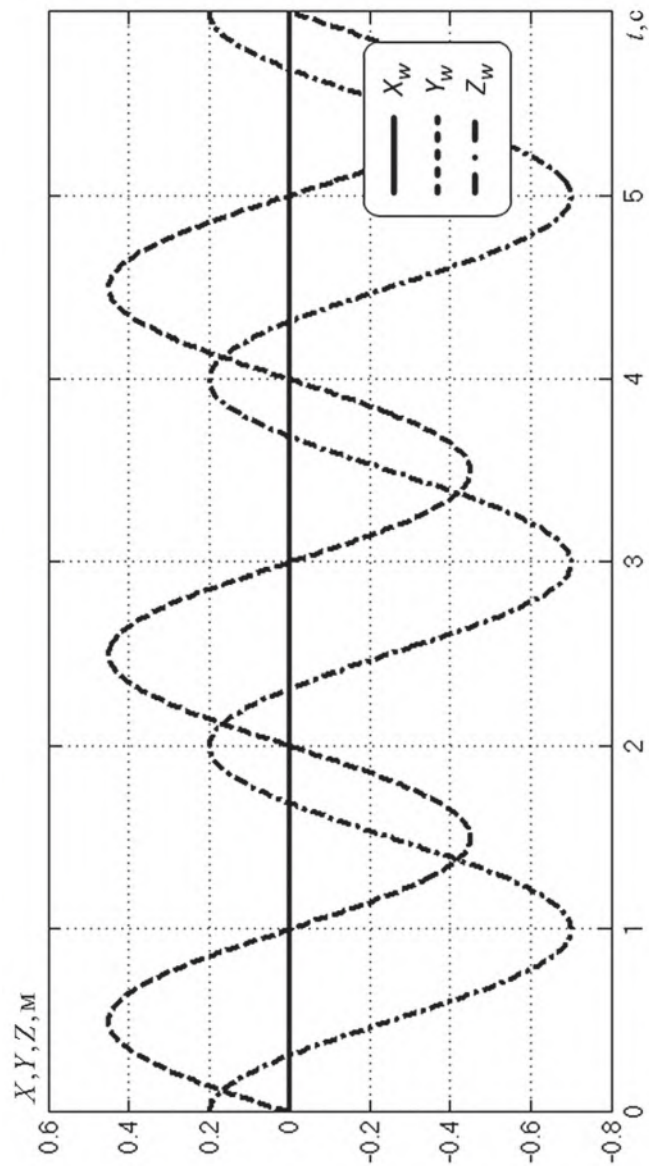


Рис. 4.15. Графики изменения глобальных координат по YZ

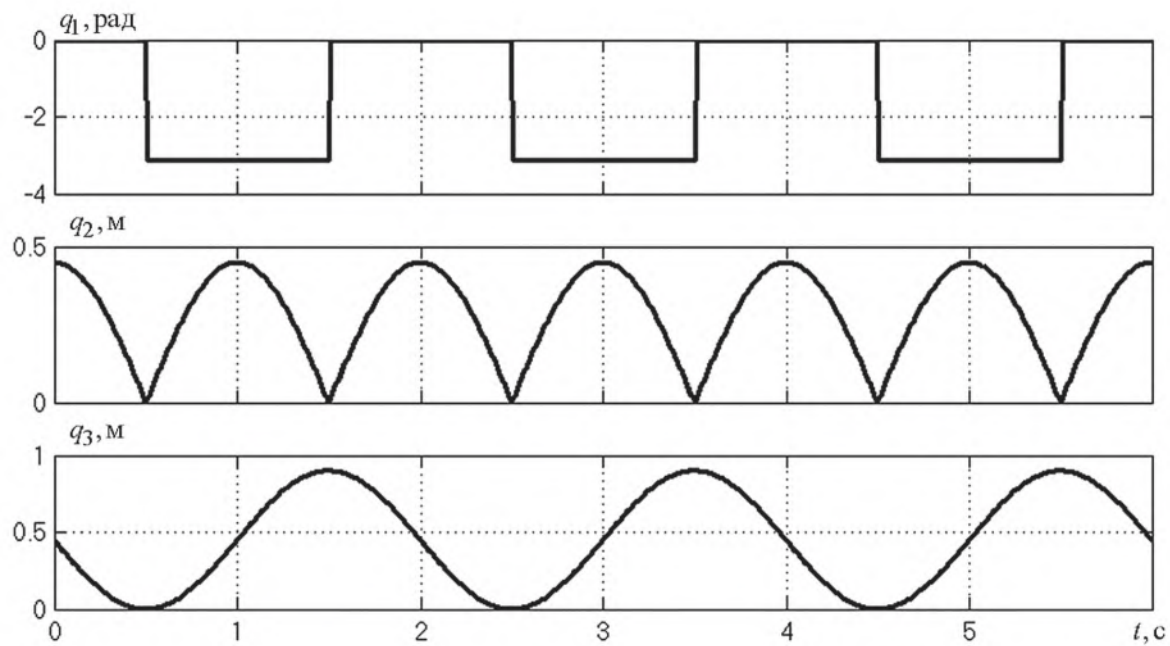


Рис. 4.16. Графики изменения шарнирных координат по XZ

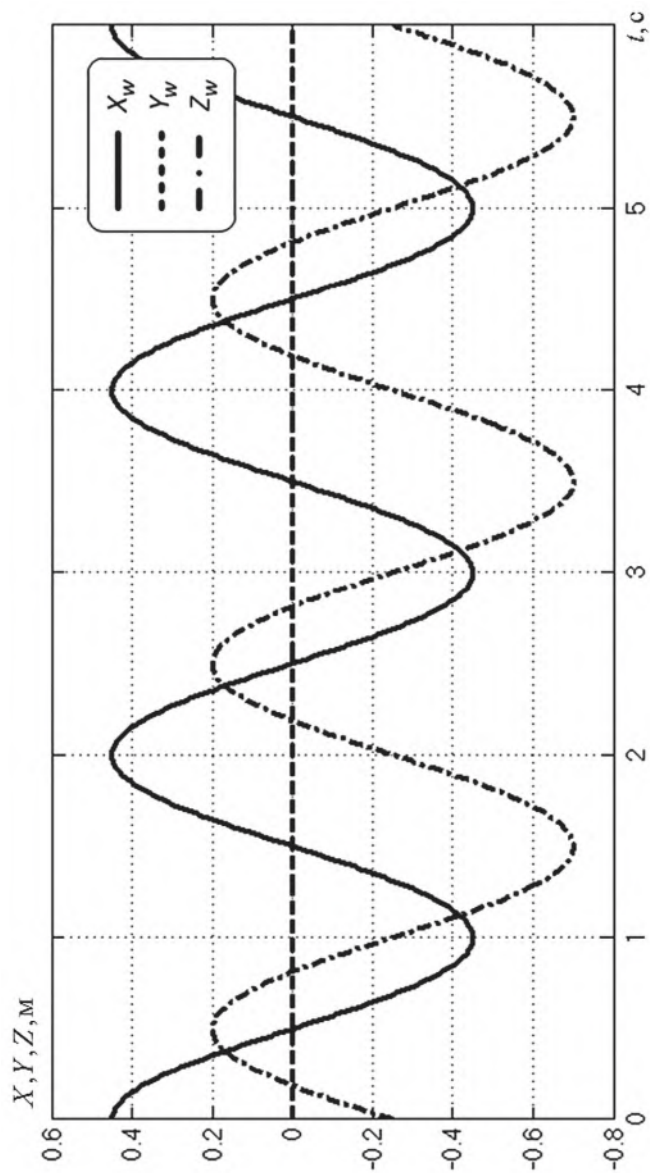


Рис. 4.17. Графики изменения глобальных координат по XZ

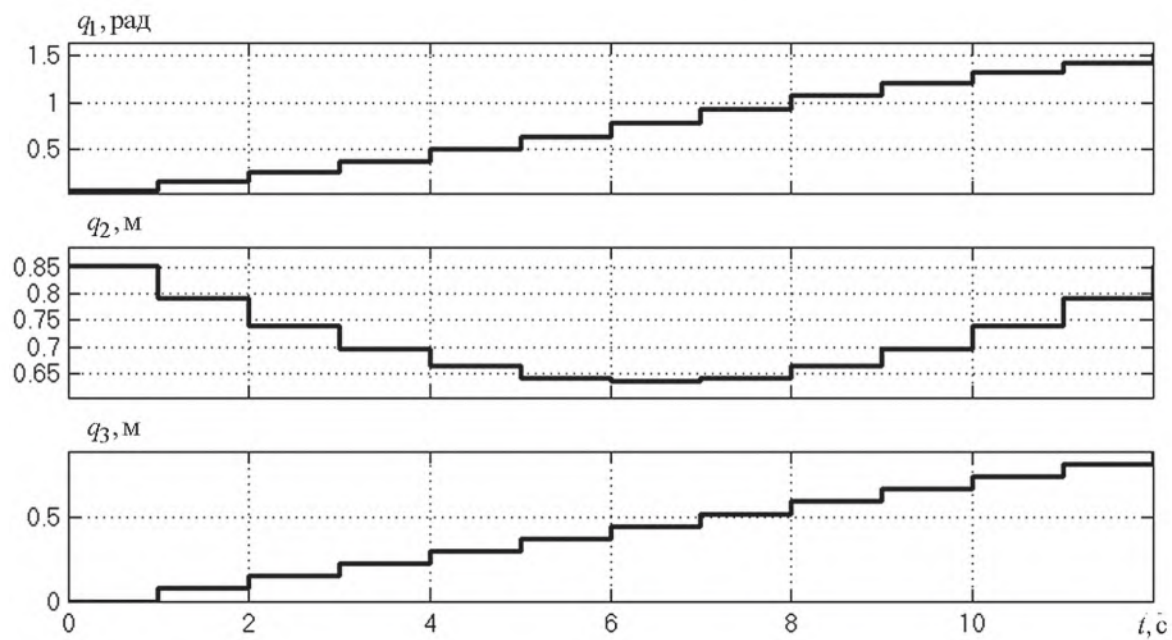


Рис. 4.18. Графики изменения шарнирных координат по AB

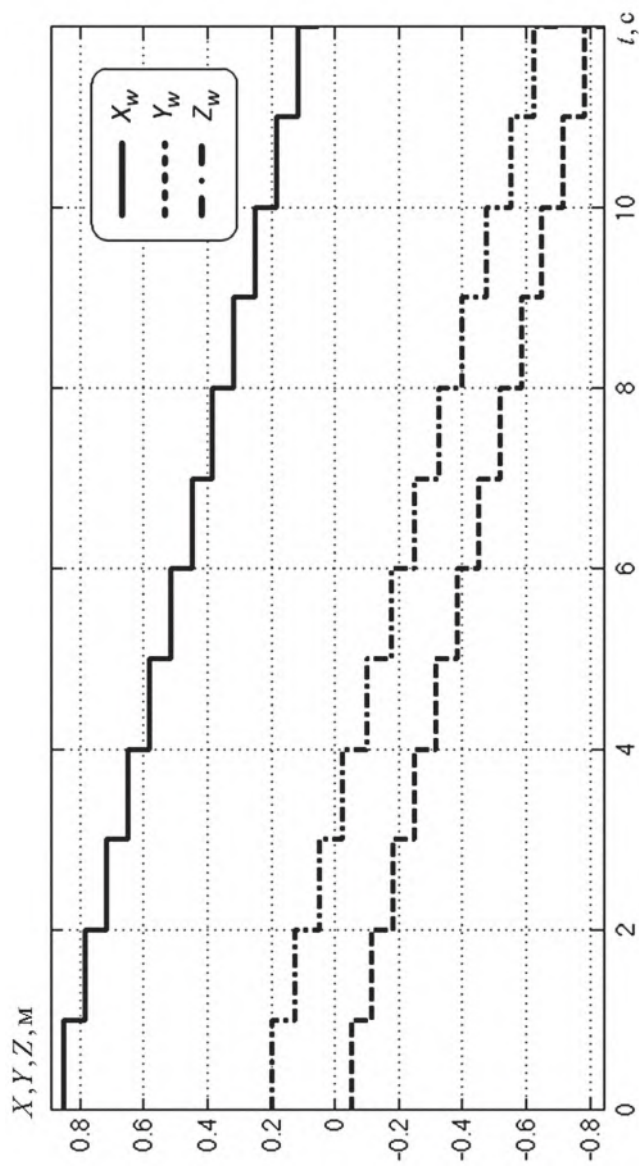


Рис. 4.19. Графики изменения глобальных координат по AB

4.2. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРА С ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ

Расположение координатных систем звеньев на кинематической схеме манипулятора с обозначением основных геометрических параметров манипулятора показано на рис. 4.20, а также показаны все размеры, необходимые для кинематического и динамического анализа:

- длина звеньев манипулятора l_1, l_2, l_3 ;
- шарнирная координата звена q_1, q_2, q_3 ;
- расстояние от начала звена до центра масс p_1, p_2, p_3 .

Координатные системы, которые обозначены на рис. 4.20:

- неподвижная глобальная система координат X_w, Y_w, Z_w ;
- координатная система 1-го звена X_1, Y_1, Z_1 ;
- вспомогательная координатная система 1-го звена X'_1, Y'_1, Z'_1 ;
- координатная система 2-го звена X_2, Y_2, Z_2 ;
- координатная система 3-го звена и совпадающая с ней координатная система схвата X_{3h}, Y_{3h}, Z_{3h} .

Требования типичного технического задания для манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат:

- грузоподъемность в пределах 1 кг;
- максимальная линейная скорость звена 1,2 м/с;
- максимальная угловая скорость звена 1,0 рад/с;
- полоса пропускания системы управления движением по положению 10 Гц;
- параметры кинематической схемы (табл. 4.3);
- заданная контрольная траектория движения схвата (табл. 4.4).

Таблица 4.3

Параметры кинематической схемы манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

Параметры кинематической схемы манипулятора	<i>i</i> – номер звена			
	1	2	3	
			без груза	с грузом
m_i , кг	14	16	12	13
l_i , м	0,65	0,55	0,55	
p_i , м	0,55	0,45	0,46	0,51
J_i , кг·м ²	0,02	0,06	0,03	0,034
$q_i \max$, (м, рад)	6,28	0,5	0,5	

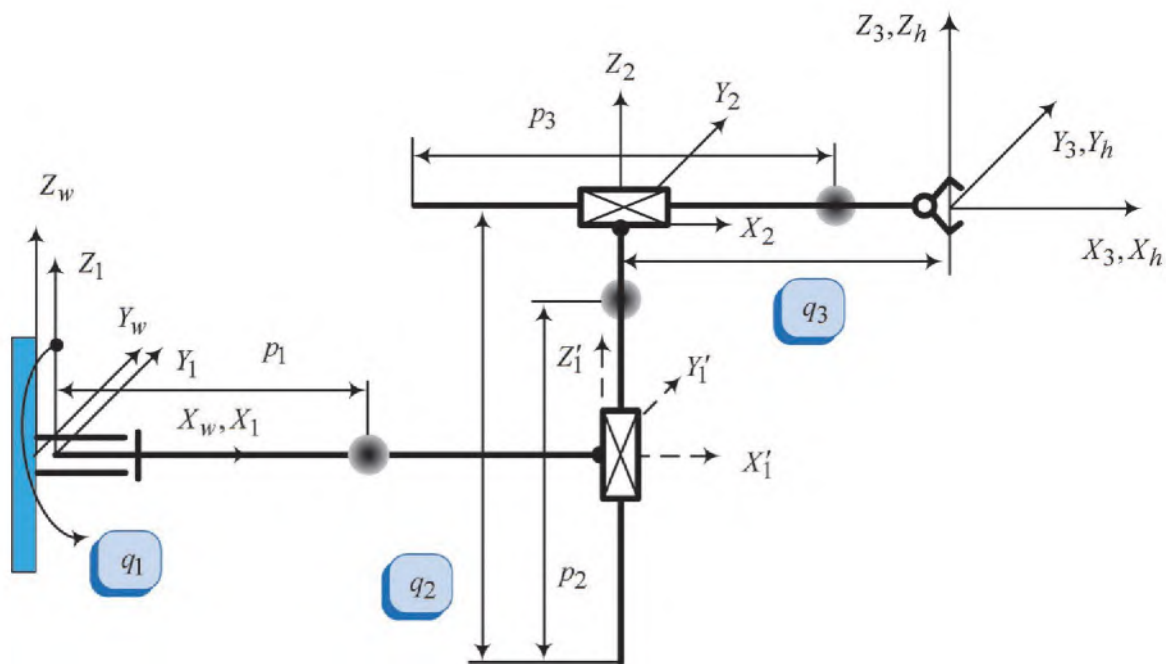


Рис. 4.20. Кинематическая схема манипулятора с горизонтальными цилиндрическими координатами

Т а б л и ц а 4.4

**Параметры контрольной траектории схвата манипулятора
с горизонтальной цилиндрической системой координат**

Точки	<i>A</i>	<i>B</i>
X_W , м	0,65	1,15
Y_W , м	0,45	0,01
Z_W , м	0,01	0,45

Матрицы преобразования для смежных координатных систем:

- матрица преобразования координат (поворота на угол q_1 относительно оси X_w) между глобальной системой координат $X_wY_wZ_w$ и координатной системой первого звена $X_1Y_1Z_1$ (соответствует (2.10))

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ 0 & -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.21)$$

- матрица преобразования координат (перемещение на l_1 относительно оси X_1) между координатной системой первого звена $X_1Y_1Z_1$ и вспомогательной системой первого звена $X'_1Y'_1Z'_1$ (соответствует (2.13))

$$T'_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.22)$$

- матрица преобразования координат (перемещение на q_2 относительно оси Z'_1) между вспомогательной системой первого звена $X'_1Y'_1Z'_1$ и координатной системой второго звена $X_2Y_2Z_2$ (соответствует (2.15))

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.23)$$

- матрица преобразования координат (перемещение на q_2 относительно оси X_2) между системой координат второго звена $X_2Y_2Z_2$ и совпадающими координатными системами (схвата и третьего звена) $X_{3h}Y_{3h}Z_{3h}$ (соответствует (2.13))

$$T_{3h} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

Координатное преобразование между глобальной системой координат и координатной системой 3-го звена (схвата) для произвольной точки рабочей зоны определяется следующим выражением:

$$A_w = T_1 \cdot T_2 \cdot T_{3h} \cdot A_{3h} = T \cdot A_{3h}, \quad (4.25)$$

где A_w – вектор однородных координат произвольной точки в глобальной системе координат;

A_{3h} – вектор однородных координат произвольной точки в системе координат схвата (третьего звена);

T – матрица координатных преобразований манипулятора.

Для решения прямой задачи кинематики переносим точку с координатами A_{3h} в начало координатной системы схвата и получаем нулевой вектор однородных координат

$$A_{3h0} = \begin{bmatrix} X_h \\ Y_h \\ Z_h \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

С учетом (4.26) выражение (4.25) примет вид

$$A_w = T_1 \cdot T_2 \cdot T_{3h} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Реализовав соотношение (4.27) с учетом формул для матриц преобразования (4.21) – (4.24), получим уравнения связи для положения схвата

$$\begin{cases} X_w = q_3 + l_1; & (4.28) \\ Y_w = q_2 \sin q_1; & (4.29) \\ Z_w = q_2 \cos q_1. & (4.30) \end{cases}$$

По уравнениям связи манипулятора (4.28) – (4.30) получим структурную схему преобразователя шарнирных координат в глобальные (ПР2) для системы управления. Структурная схема блока ПР2 показана на рис. 4.21.

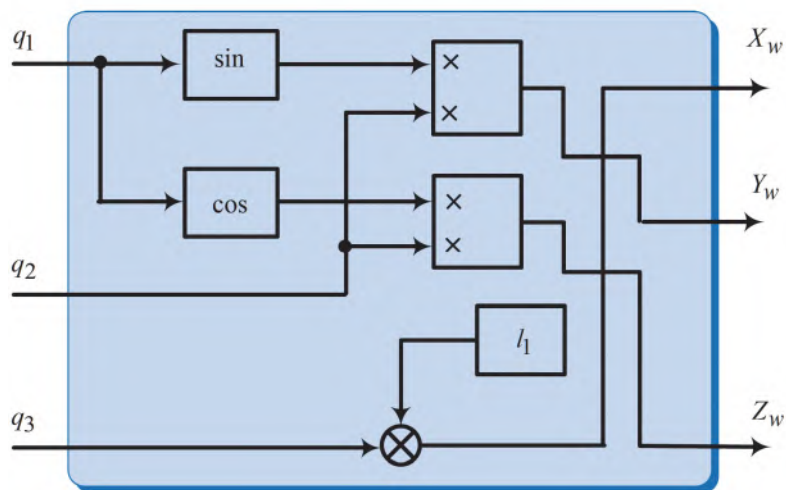


Рис. 4.21. Структурная схема блока ПР2 манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

Для определения границ рабочей зоны вычислим максимальные и минимальные значения глобальных координат схвата по осям координатной системы, используя уравнения связи и параметры кинематической схемы (табл. 4.3)

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{w\min+} = l_1 + q_{3\min} = 0,65 + 0 = 0,65 \text{ м}; \\ X_{w\max+} = l_1 + q_{3\max} = 0,65 + 0,5 = 1,05 \text{ м}. \\ Y_{w\min+} = q_{2\min} \sin 90^\circ = 0 \cdot 1,0 = 0 \text{ м}; \\ Y_{w\max+} = q_{2\max} \sin 90^\circ = 0,5 \cdot 1,0 = 0,5 \text{ м}; \\ Y_{w\min-} = q_{2\min} \sin 270^\circ = 0 \cdot (-1,0) = 0 \text{ м}; \\ Y_{w\max-} = q_{2\max} \sin 270^\circ = 0,5 \cdot (-1,0) = -0,5 \text{ м}; \\ Z_{w\min+} = q_{2\min} \cos 0^\circ = 0 \cdot 1,0 = 0 \text{ м}; \\ Z_{w\max+} = q_{2\max} \cos 0^\circ = 0,5 \cdot 1,0 = 0,5 \text{ м}; \\ Z_{w\min-} = q_{2\min} \cos 180^\circ = 0 \cdot (-1,0) = 0 \text{ м}; \\ Z_{w\max-} = q_{2\max} \cos 180^\circ = 0,5 \cdot (-1,0) = -0,5 \text{ м}. \end{array} \right.$$

Сформируем эскиз рабочей зоны манипулятора по приведенным выше размерам и кинематической схеме манипулятора. Эскиз рабочей зоны показан на рис. 4.22.

Получим решение обратной задачи кинематики для схвата манипулятора по уравнениям связи (4.28) – (4.30).

Выразим из (4.28) шарнирную координату q_3 :

$$q_3 = X_w - l_1. \quad (4.31)$$

Из (4.29), (4.30) получим

$$Y_w^2 + Z_w^2 = q_2^2 (\cos q_1^2 + \sin q_1^2) = q_2^2;$$

$$q_2 = \sqrt{Y_w^2 + Z_w^2}. \quad (4.32)$$

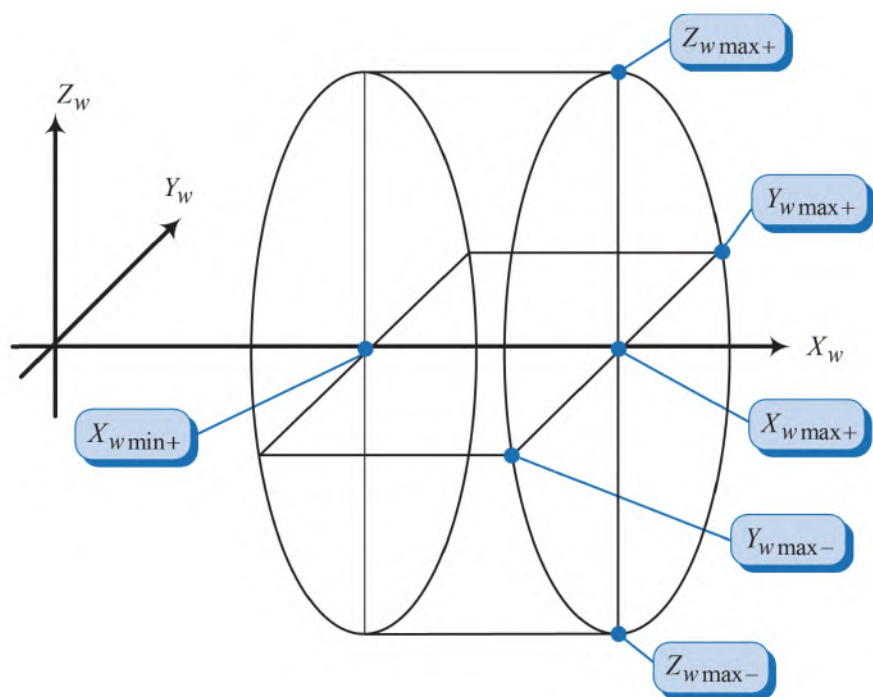


Рис. 4.22. Рабочая зона манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

Аналогично анализу кинематики манипулятора с вертикальной системой координат получим шарнирную координату q_1 :

$$\frac{\sin q_1}{\cos q_1} = \frac{Y_w}{Z_w} = \operatorname{tg} q_1;$$

$$q_1 = \operatorname{arctg} \frac{Y_w}{Z_w}. \quad (4.33)$$

В итоге (4.31) – (4.33) получаем решение обратной задачи кинематики для схвата манипулятора с горизонтальной системой цилиндрических координат, которое выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} q_1 = \arctg \frac{Y_w}{Z_w}; \\ q_2 = \sqrt{Y_w^2 + Z_w^2}; \\ q_3 = X_w - l_1. \end{cases}$$

По (4.31) – (4.33) получим структурную схему преобразователя глобальных координат в шарнирные координаты (ПП1) для системы управления (рис. 4.23).

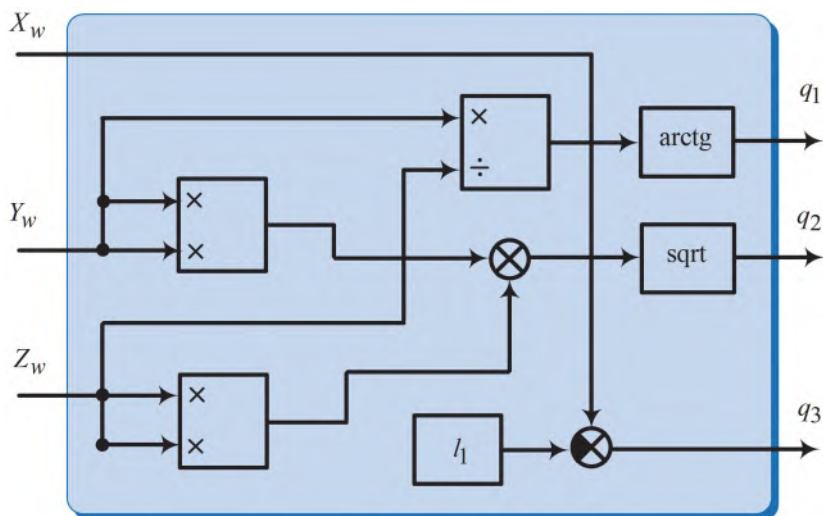


Рис. 4.23. Структурная схема блока ПП1 манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

Для того чтобы проверить разработанные кинематические элементы системы управления на работоспособность в любой точке пространства рабочей зоны, включающего все доступные манипулятору квадранты координатной системы, организуем движение схвата по трем круговым траекториям, ортогональным осям глобальной системы координат.

Круговые тестовые траектории в пространстве рабочей зоны манипулятора показаны на рис. 4.24.

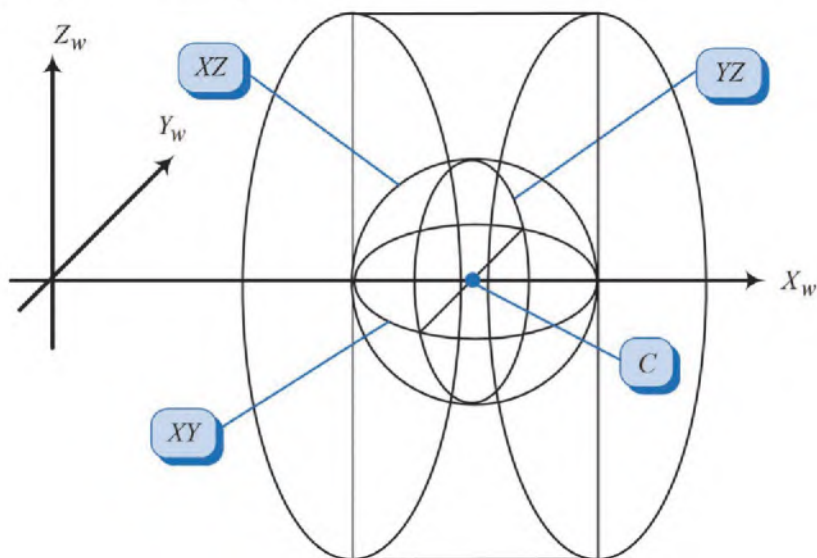


Рис. 4.24. Круговые тестовые траектории манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

Центр круговых траекторий (точка C), зададим следующими глобальными координатами схвата:

$$\begin{cases} X_C = X_{w\min+} + \frac{X_{w\max+} - X_{w\min+}}{2} = 0,575 \text{ м}; \\ Y_C = 0; \\ Z_C = 0. \end{cases} \quad (4.34)$$

Радиус траекторий

$$R = \frac{X_{w\max+} - X_{w\min+}}{2} = 0,5 \text{ м}. \quad (4.35)$$

Зададим скорость движения схвата по круговым траекториям 3,14 рад/с, что соответствует частоте 0,5 Гц.

При этом траектории XY соответствуют следующие задания по глобальным координатам:

$$\begin{cases} X_w = X_C + R \sin(\pi t); \\ Y_w = R \cos(\pi t); \\ Z_w = 0. \end{cases} \quad (4.36)$$

Траектории YZ соответствуют следующие задания по глобальным координатам:

$$\begin{cases} X_w = X_C; \\ Y_w = R \sin(\pi t); \\ Z_w = R \cos(\pi t). \end{cases} \quad (4.37)$$

Траектории XZ –

$$\begin{cases} X_w = X_C + R \sin(\pi t); \\ Y_w = 0; \\ Z_w = R \cos(\pi t). \end{cases} \quad (4.38)$$

Испытания разработанных блоков ПР1, ПР2 (рис. 4.21, 4.23) проведем с использованием среды моделирования *Simulink* программного комплекса *Matlab*. Структура модели для проведения испытаний показана на рис. 4.25.

На рис. 4.26 показана структура подсистемы блока круговых траекторий « XY , YZ , XZ ». На рис. 4.27, 4.28 показана структура подсистем, реализующих модели преобразователей координат для манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат « $PR1$ », « $PR2$ ».

На рис. 4.29 – 4.34 показаны результаты моделирования при использовании круговых заданий, которые показывают высокую степень совпадения заданных и текущих координат схвата.

Полученные результаты говорят о готовности элементов к работе в составе системы управления, так как преобразователи обеспечивают дви-

жение манипулятора при работе во всем пространстве рабочей зоны, включая пересечение осей и плоскостей глобальной системы координат.

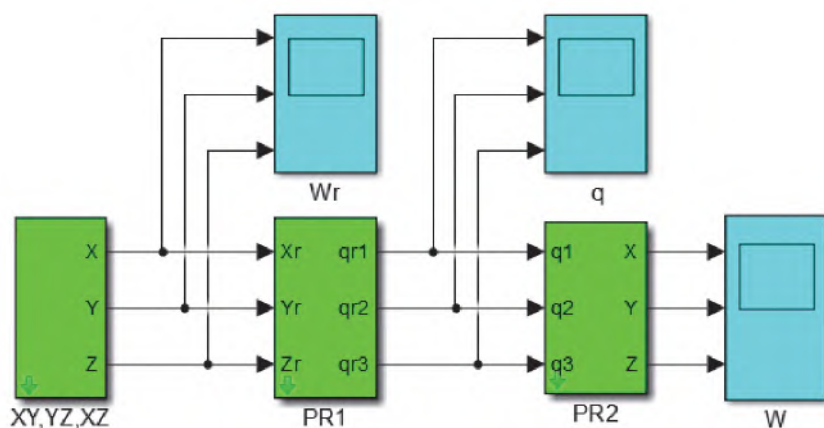


Рис. 4.25. Испытание блоков ПР1 и ПР2 манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат в *Simulink*

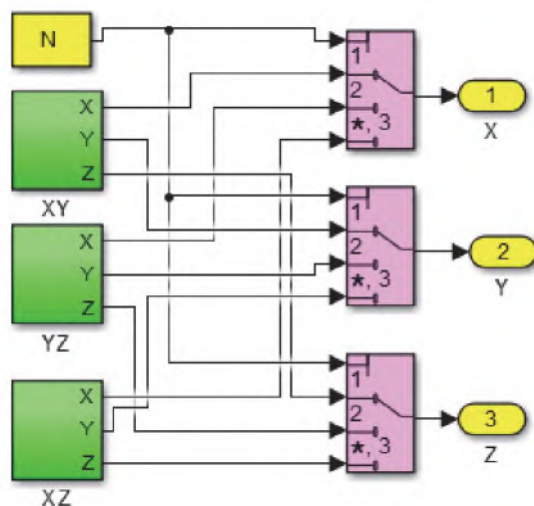


Рис. 4.26. Структура блока круговых траекторий «XY, YZ, XZ»

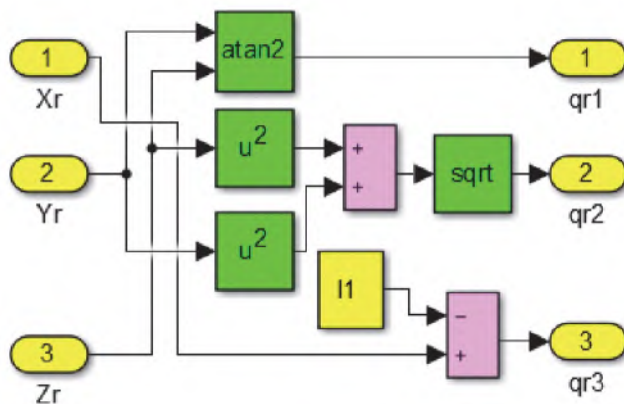


Рис. 4.27. Структура подсистемы преобразователя координат «PR1» манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

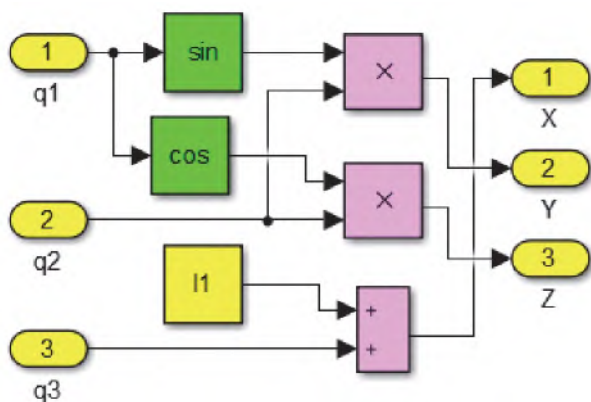


Рис. 4.28. Структура подсистемы преобразователя координат «PR2» манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

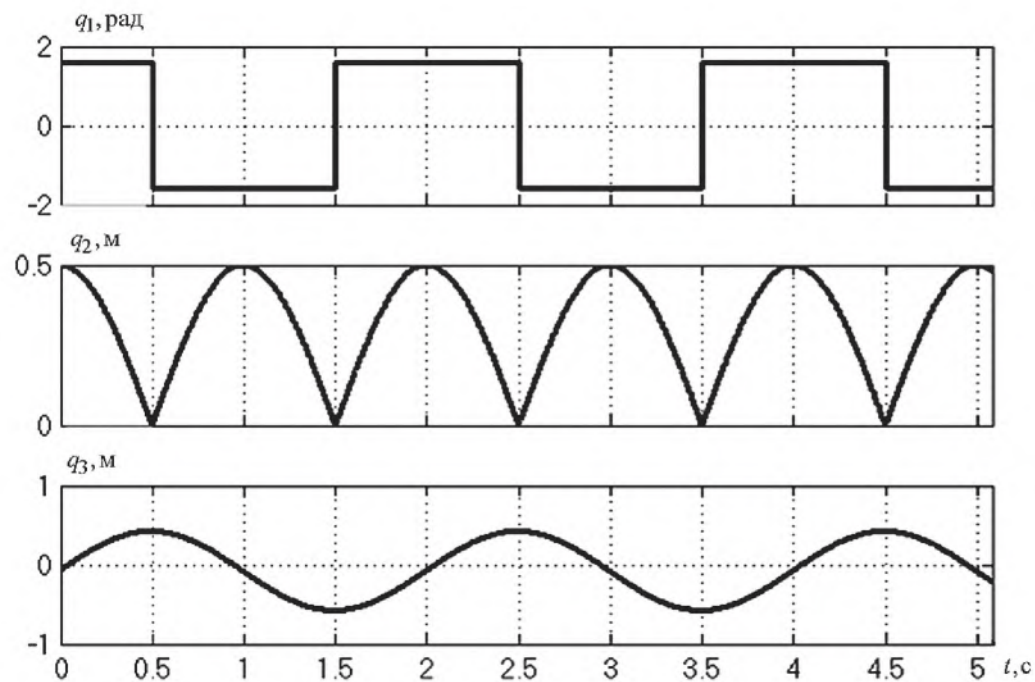


Рис. 4.29. Графики изменения шарнирных координат по траектории XY

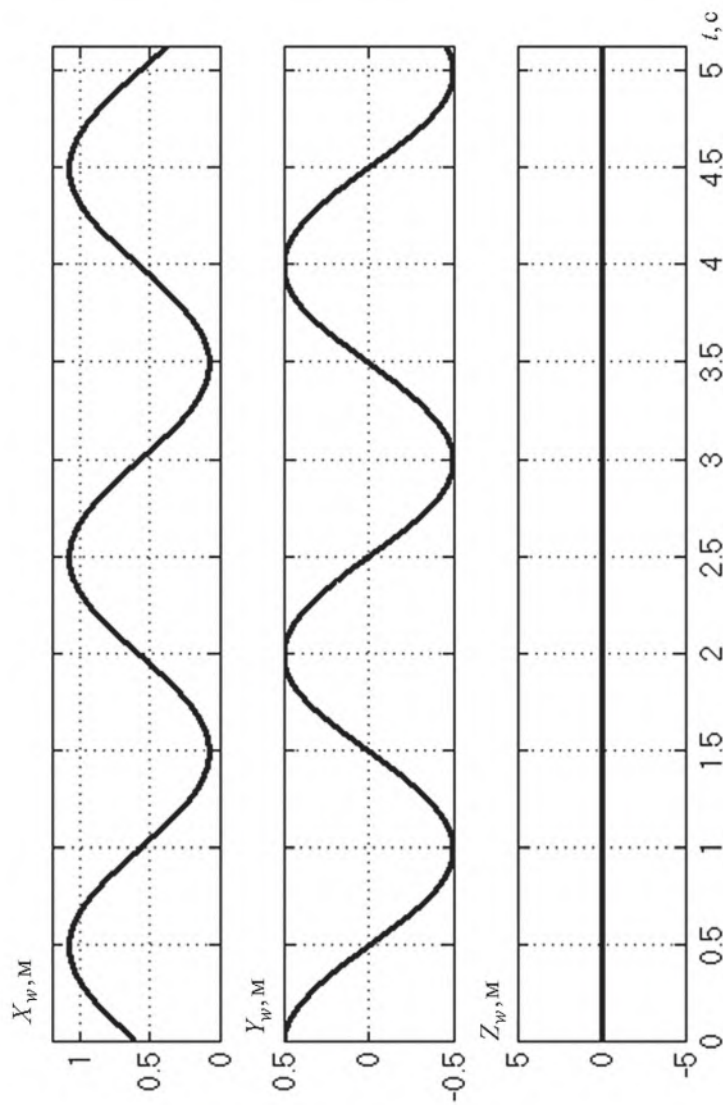


Рис. 4.30. Графики изменения глобальных координат по траектории XY

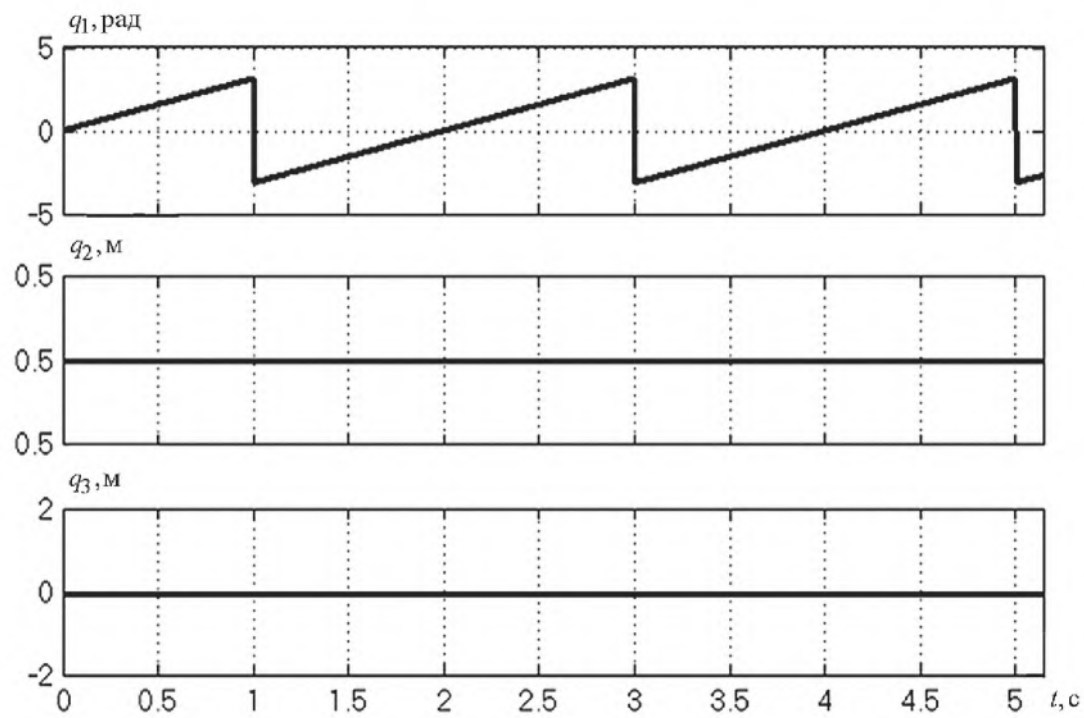


Рис. 4.31. Графики изменения шарнирных координат по траектории YZ

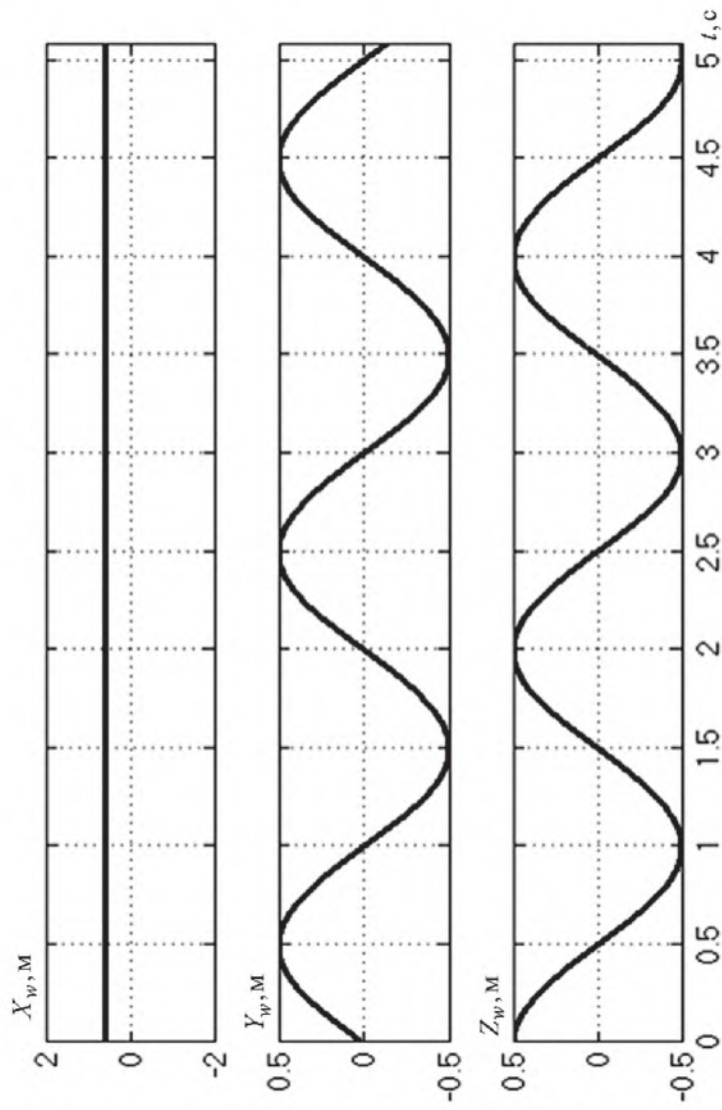


Рис. 4.32. Графики изменения глобальных координат по траектории YZ

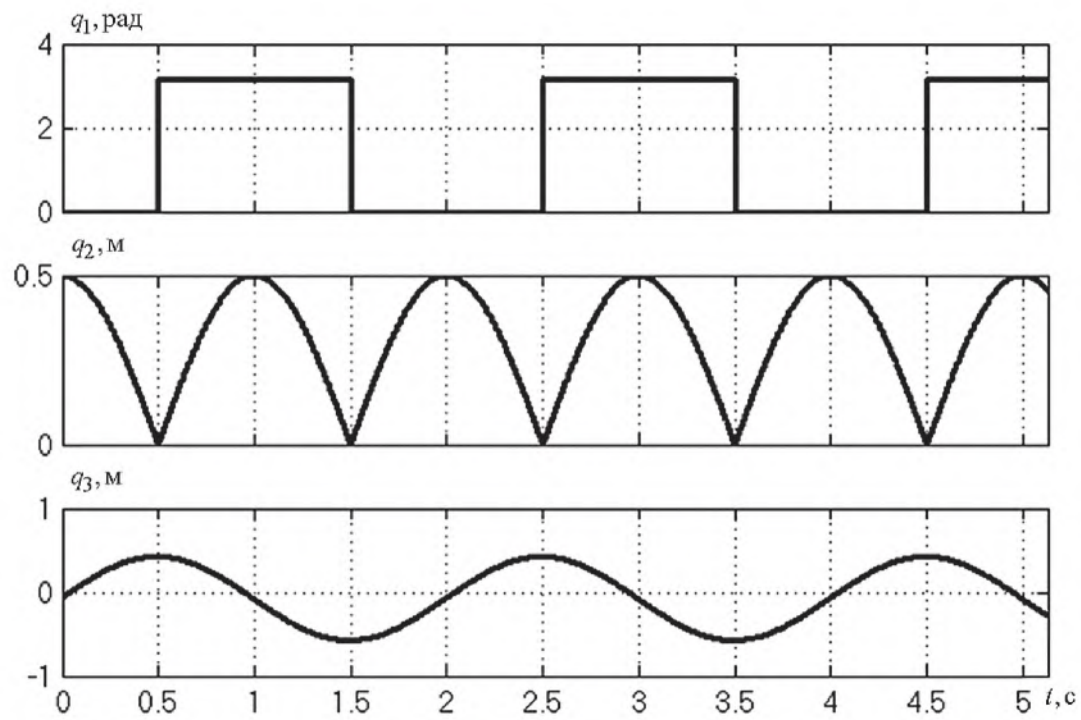


Рис. 4.33. Графики изменения шарнирных координат по траектории XZ

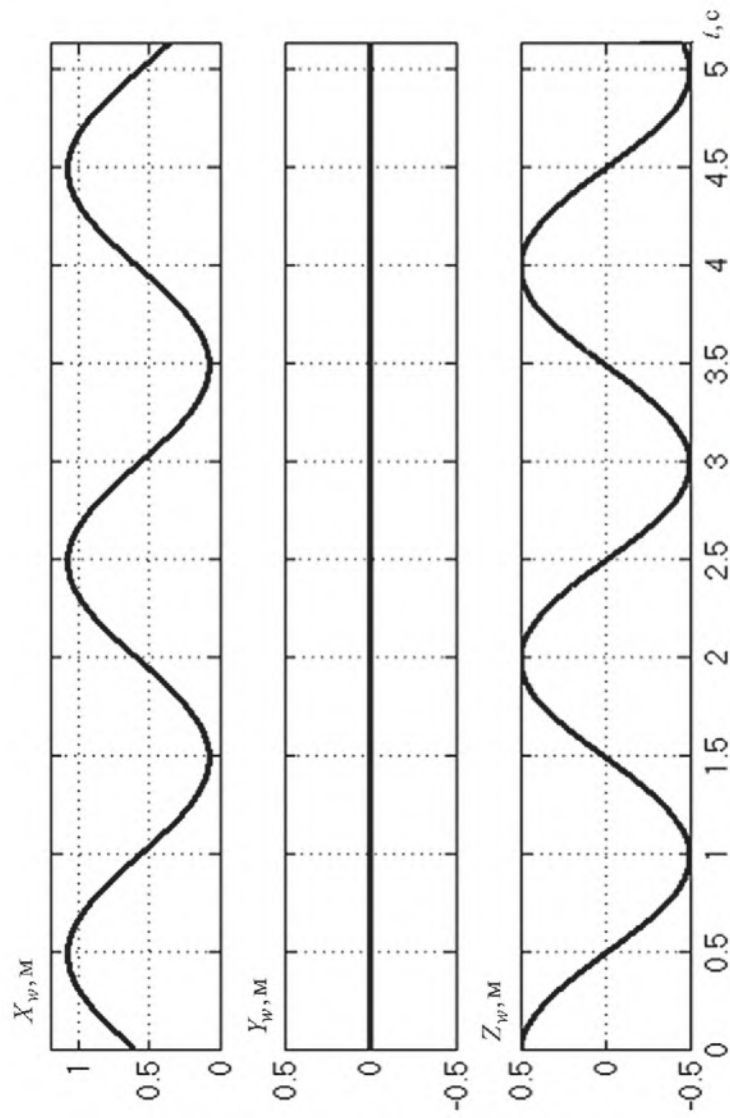


Рис. 4.34. Графики изменения глобальных координат по траектории XZ

Пространственное положение контрольной траектории, прямой линии AB , в пространстве рабочей зоны манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат (рис. 4.35) выбрано таким образом, чтобы в движении схвата участвовали движения всех звеньев манипулятора.

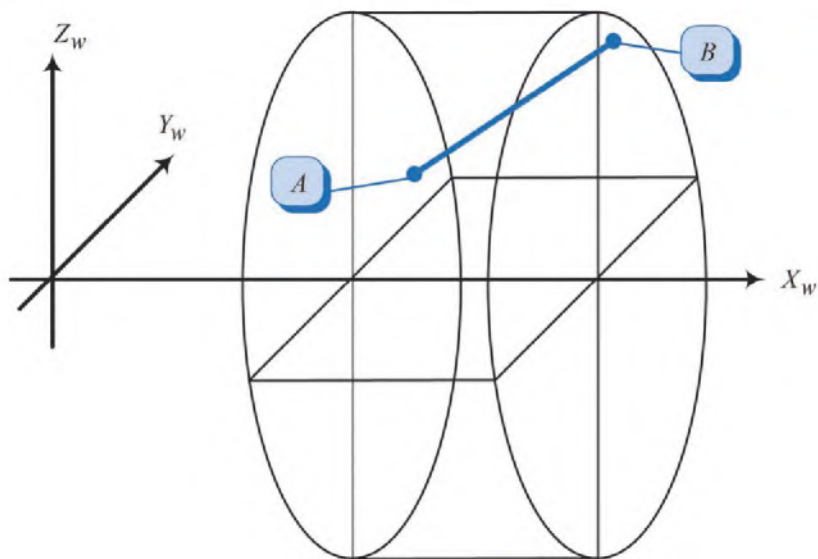


Рис. 4.35. Траектория движения схвата по линии AB в пространстве рабочей зоны манипулятора

Структура модели кинематики манипулятора для исследования движения схвата по прямой линии AB показана на рис. 4.36. На рис. 4.37 показана структура подсистемы блока линейной траектории «Line AB ».

Результаты моделирования (рис. 4.38, 4.39) показывают, что в случае задания прямолинейного движения схвата изменения заданий приводов шарниров оказываются нелинейными. Это так же, как и в случае манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат, требует, чтобы при присутствии в техническом задании на проектирование промышленного робота ограничений на параметры движения схвата (скорость, ускорение, рывок) необходимо проводить дополнительные исследования связи этих параметров с параметрами шарнирных координат.

Завершая рассмотрение кинематики манипуляторов, следует отметить подтверждение результатов исследований правомерности примененных методик синтеза и обоснованности технических решений по компонентам системы управления движением манипуляторов.

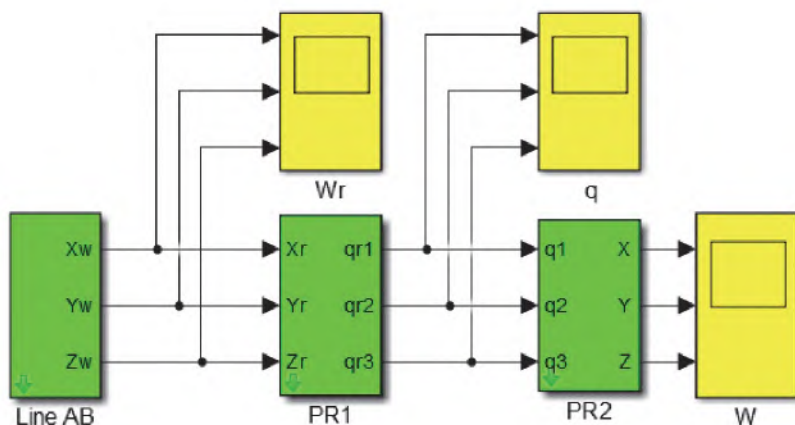


Рис. 4.36. Структура модели для испытания кинематики манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат при движении по траектории *AB*

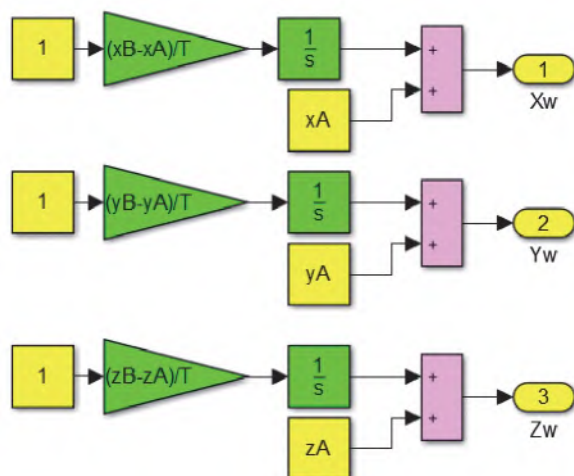


Рис. 4.37. Структура подсистемы блока линейной траектории «*Line AB*» манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат

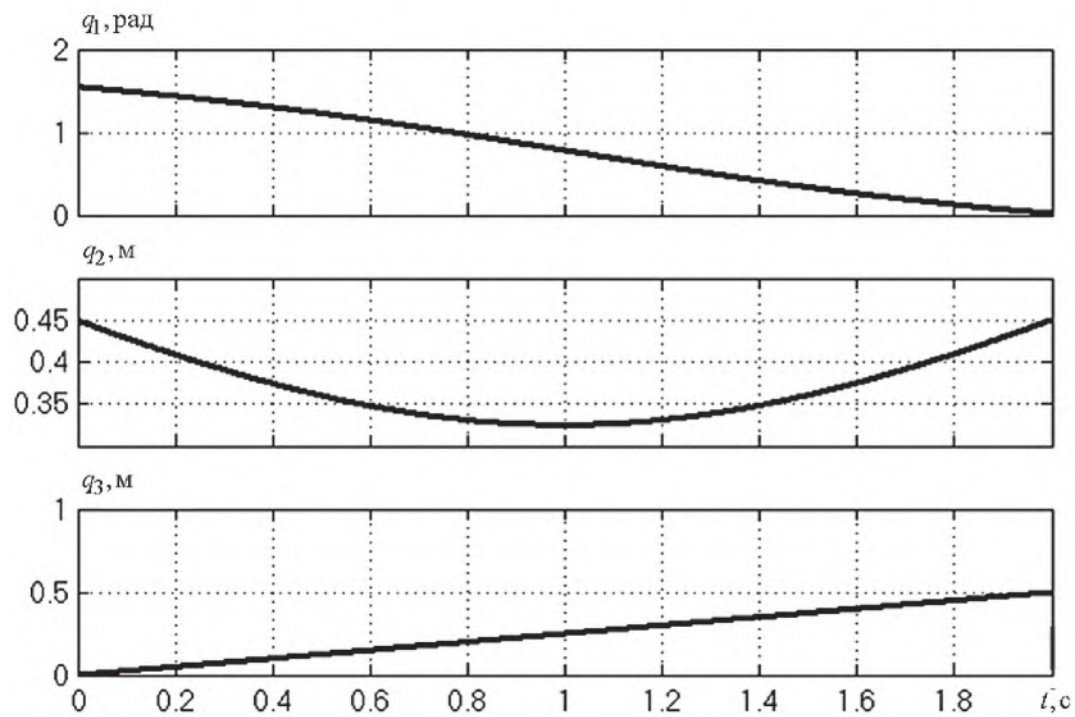


Рис. 4.38. Графики изменения шарнирных координат по траектории AB

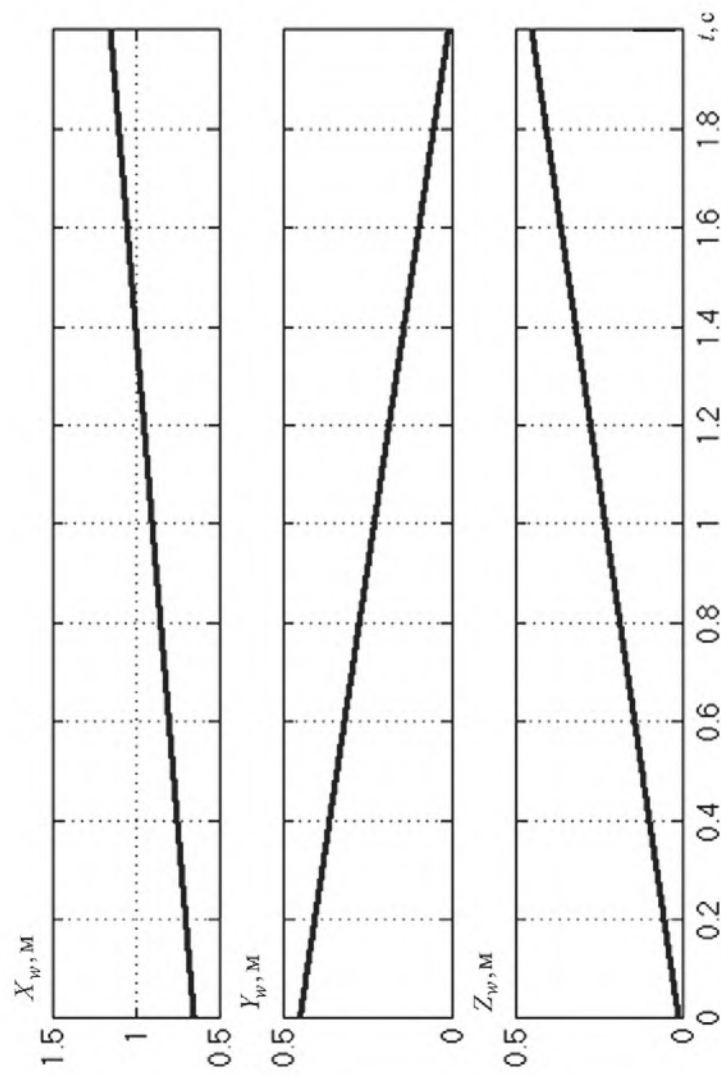
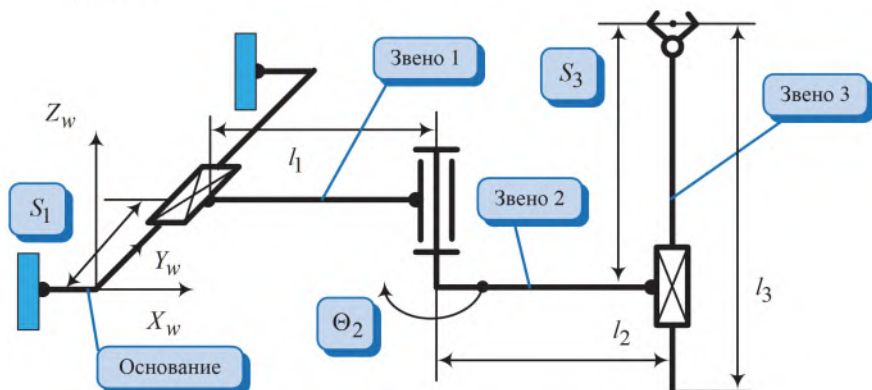


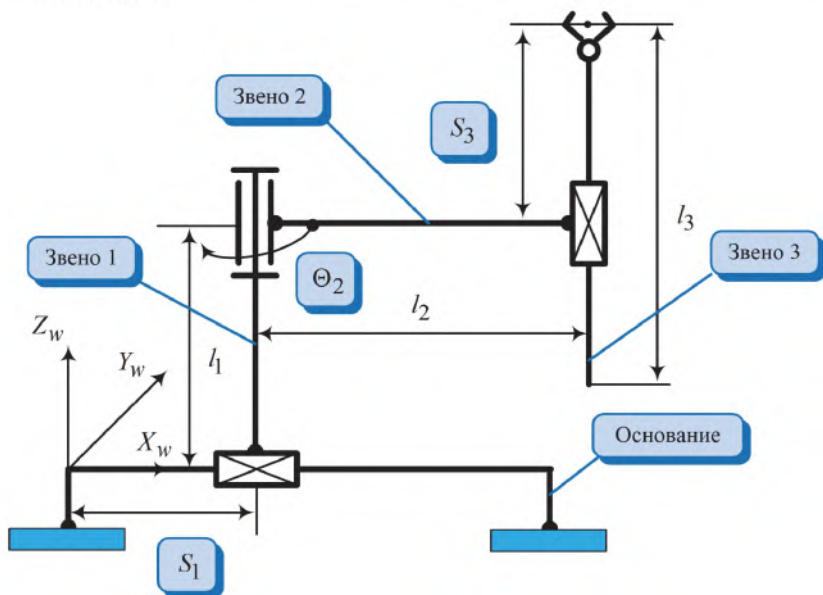
Рис. 4.39. Графики изменения глобальных координат по траектории АВ

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

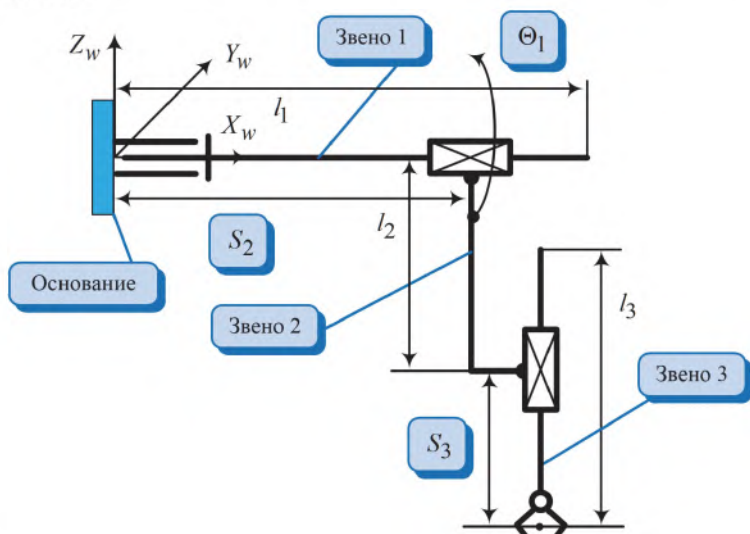
1. Расположите координатные системы на кинематической схеме, получите уравнения связи и структурную схему преобразователя координат ПР2.



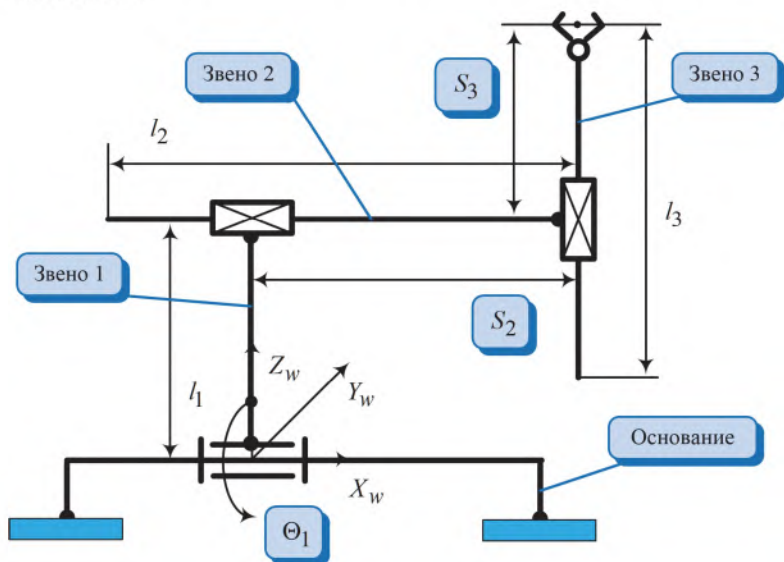
2. Определите уравнения связи манипулятора, решите обратную задачу кинематики для положения схвата, определите структуру преобразователя ПР1.



3. Расположите координатные системы на кинематической схеме, получите уравнения связи и структурную схему преобразователя координат ПР2.



4. Определите уравнения связи манипулятора, решите обратную задачу кинематики для положения схвата, определите структуру преобразователя ПР1.



ГЛАВА 5

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРОВ

5.1. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРОВ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ

При разработке динамической модели манипулятора введем допущение о пренебрежении всеми видами трения в опорах и приводах, считаем звенья абсолютно жесткими механическими конструкциями.

Математическую модель манипулятора как объекта управления получим, используя уравнения Лагранжа (2.43) [2,13,14].

Получим компоненты уравнения Лагранжа для случая промышленного манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат.

Решим прямую задачу кинематики для центров масс всех звеньев, определяя связь глобальных координат центров масс с шарнирными координатами и параметрами кинематической схемы (см. рис. 4.1).

Глобальные координаты центра масс первого звена

$$\vec{A}_{w1} = \begin{bmatrix} X_{w1} \\ Y_{w1} \\ Z_{w1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & p_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Глобальные координаты центра масс второго звена

$$\vec{A}_{w2} = \begin{bmatrix} X_{w2} \\ Y_{w2} \\ Z_{w2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_2 - l_2 + p_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (q_2 - l_2 + p_2) \cos q_1 \\ -(q_2 - l_2 + p_2) \sin q_1 \\ l_1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Глобальные координаты центра масс третьего звена

$$\begin{aligned} \vec{A}_{w3} = \begin{bmatrix} X_{w3} \\ Y_{w3} \\ Z_{w3} \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -(q_3 - l_3 + p_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_2 \cos q_1 \\ -q_2 \sin q_1 \\ l_1 - q_3 + l_3 - p_3 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5.3) \end{aligned}$$

Определим потенциальные энергии каждого звена манипулятора по выражению (2.45), используя глобальные координаты центров масс (5.1) – (5.3):

– первое звено

$$W_{p1} = m_1 g Z_{w1} = m_1 g p_1; \quad (5.4)$$

– второе звено

$$W_{p2} = m_2 g Z_{w2} = m_2 g l_1; \quad (5.5)$$

– третье звено

$$W_{p3} = m_3 g Z_{w3} = m_3 g (l_1 - q_3 + l_3 - p_3). \quad (5.6)$$

Потенциальную энергию всего манипулятора получаем по (2.44) с учетом (5.4) – (5.6):

$$W_p = W_{p1} + W_{p2} + W_{p3} = g (m_1 p_1 + m_2 l_1 + m_3 (l_1 - q_3 + l_3 - p_3)). \quad (5.7)$$

Для подготовки формирования кинетической энергии манипулятора определим скорости поступательного движения центров масс у звеньев манипулятора по (2.25):

– первое звено

$$\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} V_{1x} \\ V_{1y} \\ V_{1z} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \vec{A}_{w1} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_1 \\ \frac{1}{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (5.8)$$

– второе звено

$$\begin{aligned} \vec{V}_2 = \begin{bmatrix} V_{2x} \\ V_{2y} \\ V_{2z} \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{d}{dt} \vec{A}_{w2} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} (q_2 - l_2 + p_2) \cos q_1 \\ -(q_2 - l_2 + p_2) \sin q_1 \\ l_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \dot{q}_2 \cos q_1 - (q_2 - l_2 + p_2) \dot{q}_1 \sin q_1 \\ -\dot{q}_2 \sin q_1 - (q_2 - l_2 + p_2) \dot{q}_1 \cos q_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (5.9)$$

– третье звено

$$\begin{aligned} \vec{V}_3 = \begin{bmatrix} V_{3x} \\ V_{3y} \\ V_{3z} \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{d}{dt} \vec{A}_{w3} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_2 \cos q_1 \\ -q_2 \sin q_1 \\ l_1 - q_3 + l_3 - p_3 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \dot{q}_2 \cos q_1 - q_2 \dot{q}_1 \sin q_1 \\ -\dot{q}_2 \sin q_1 - q_2 \dot{q}_1 \cos q_1 \\ -\dot{q}_3 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Модули векторов линейных скоростей (5.8) – (5.10) имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \vec{V}_1 \right| = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2 + V_{1z}^2} = 0; \\ \left| \vec{V}_2 \right| = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2 + V_{2z}^2} = \dot{q}_2^2 + (q_2 - l_2 + p_2)^2 \dot{q}_1^2; \\ \left| \vec{V}_3 \right| = \sqrt{V_{3x}^2 + V_{3y}^2 + V_{3z}^2} = \dot{q}_3^2 + \dot{q}_2^2 + q_2^2 \dot{q}_1^2. \end{array} \right. \quad (5.11)$$

Определим угловую скорость первого звена относительно центра масс:

– собственная скорость по (2.27)

$$\vec{\omega}_1 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

– относительная скорость по (2.29)

$$\vec{\omega}_1 = T_1 \cdot T_1^* \cdot \vec{\omega}_1^* = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & p_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

– абсолютная скорость по (2.30)

$$\vec{\Omega}_1 = \vec{\omega}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- угловая скорость первого звена по (2.33)

$$\begin{aligned} \vec{\Omega}_1^1 &= \begin{bmatrix} \Omega_{1x}^1 \\ \Omega_{1y}^1 \\ \Omega_{1z}^1 \\ 0 \end{bmatrix} = (T_1^*)^{-1} T_1^{-1} \vec{\Omega}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -p_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

- модуль угловой скорости первого звена

$$\left| \vec{\Omega}_1^1 \right| = \sqrt{(\Omega_{1x}^1)^2 + (\Omega_{1y}^1)^2 + (\Omega_{1z}^1)^2} = \dot{q}_1. \quad (5.12)$$

Определим угловую скорость второго звена относительно центра масс:

- собственная скорость по (2.27)

$$\vec{\omega}_2^2 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- относительная скорость по (2.29)

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_2 &= T_1 \cdot T_2 \cdot T_2^* \vec{\omega}_2^2 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_2 - l_2 + p_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

- абсолютная скорость по (2.30)

$$\vec{\Omega}_2 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- угловая скорость второго звена по (2.33)

$$\vec{\Omega}_2^2 = \begin{bmatrix} \Omega_{2x}^2 \\ \Omega_{2y}^2 \\ \Omega_{2z}^2 \\ 0 \end{bmatrix} = (T_2^*)^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1} \vec{\Omega}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -(q_2 - l_2 + p_2) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- модуль угловой скорости второго звена

$$\left| \vec{\Omega}_2^2 \right| = \sqrt{(\Omega_{2x}^2)^2 + (\Omega_{2y}^2)^2 + (\Omega_{2z}^2)^2} = \dot{q}_1^2. \quad (5.13)$$

Определим угловую скорость третьего звена относительно центра масс:

- собственная скорость по (2.27)

$$\vec{\omega}_3 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix};$$

– относительная скорость по (2.29)

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_3 = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot T_3^* \vec{\omega}_3^* &= \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & q_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -(q_3 - l_3 + p_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

– абсолютная скорость по (2.30)

$$\vec{\Omega}_3 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 + \vec{\omega}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix};$$

– угловая скорость третьего звена по (2.33)

$$\begin{aligned} \vec{\Omega}_3^3 &= \begin{bmatrix} \Omega_{3x}^3 \\ \Omega_{3y}^3 \\ \Omega_{3z}^3 \\ 0 \end{bmatrix} = (T_3^*)^{-1} T_3^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1} \vec{\Omega}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 - l_3 + p_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -q_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

– модуль угловой скорости третьего звена

$$\left| \vec{\Omega}_3 \right| = \sqrt{(\Omega_{3x}^3)^2 + (\Omega_{3y}^3)^2 + (\Omega_{3z}^3)^2} = \dot{q}_1. \quad (5.14)$$

Определим кинетические энергии звеньев (2.52)

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{k1} = \frac{J_1 \dot{q}_1^2}{2}; \\ W_{k2} = \frac{m_2[\dot{q}_2^2 + (q_2 - l_2 + p_2)^2 \dot{q}_1^2]}{2} + \frac{J_2 \dot{q}_1^2}{2}; \\ W_{k3} = \frac{m_3[\dot{q}_3^2 + \dot{q}_2^2 + q_2^2 \dot{q}_1^2]}{2} + \frac{J_3 \dot{q}_1^2}{2}. \end{array} \right. \quad (5.15)$$

Кинетическая энергия манипулятора по (2.46) без кинетической энергии приводов имеет вид

$$\begin{aligned} W_k = W_{k1} + W_{k2} + W_{k3} = & \frac{1}{2}(J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + \\ & + m_3 q_2^2) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}(m_2 + m_3) \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{q}_3^2. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Определим необходимые компоненты уравнений Лагранжа:

– первое звено

$$\frac{\partial W_p}{\partial q_1} = 0;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial q_1} = 0;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_1} = (J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2) \dot{q}_1;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_1} \right) = (J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2) \ddot{q}_1 +$$

$$+ 2m_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 (q_2 - l_2 + p_2) + 2m_3 \dot{q}_1 \dot{q}_2 q_2;$$

– второе звено

$$\frac{\partial W_p}{\partial q_2} = 0;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial q_2} = \dot{q}_1^2 (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2);$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_2} = (m_2 + m_3) \dot{q}_2;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_2} \right) = (m_2 + m_3) \ddot{q}_2;$$

– третье звено

$$\frac{\partial W_p}{\partial q_3} = -m_3 g;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial q_3} = 0;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_3} = m_3 \dot{q}_3;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_3} \right) = m_3 \ddot{q}_3.$$

После подстановки значений производных в уравнения Лагранжа уравнения движения для звеньев манипулятора примут вид

$$\left\{ \begin{array}{l} (J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2) \ddot{q}_1 + \\ + 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2) = M_1; \end{array} \right. \quad (5.17)$$

$$(m_2 + m_3) \ddot{q}_2 - \dot{q}_1^2 (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2) = F_2; \quad (5.18)$$

$$m_3 \ddot{q}_3 = F_3 + m_3 g. \quad (5.19)$$

Большинство программ моделирования динамических систем, в том числе и *Simulink* программного комплекса *Matlab*, имеет графический интерфейс для ввода математических моделей в виде структурных схем. Для получения математической модели манипулятора в виде структурной схемы преобразуем уравнения движения (5.17) – (5.19).

Решим (5.17) относительно ускорения первой шарнирной координаты:

$$\ddot{q}_1 = \frac{1}{(J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2)} \times \\ \times (M_1 - 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2)). \quad (5.20)$$

Введем в (5.20) обозначения:

- инерционный коэффициент первого звена, представляет собой приведенный к первому звену момент инерции манипулятора

$$k_{in1} = (J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2); \quad (5.21)$$

- механическая нагрузка первого звена

$$Q_{L1} = 2\dot{q}_1 \dot{q}_2 (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2). \quad (5.22)$$

С учетом обозначений (5.21), (5.22) выражение (5.20) примет вид

$$\ddot{q}_1 = \frac{1}{k_{in1}} (M_1 - Q_{L1}). \quad (5.23)$$

Для получения по (5.23) структурной схемы, связывающей M_1 и q_1 , необходимо сформировать сигнал, соответствующий правой части уравнения, и дважды его проинтегрировать. В результате структурная схема принимает вид, показанный на рис. 5.1.

На рис. 5.1 в блоке A_1 формируется сигнал нагрузки звена Q_{L1} по выражению (5.23), а в блоке A_2 – сигнал инерционного коэффициента звена k_{in1} по (5.22).

Решим (5.18) относительно ускорения второй шарнирной координаты:

$$\ddot{q}_2 = \frac{1}{m_2 + m_3} \left(F_2 + \dot{q}_1^2 (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2) \right). \quad (5.24)$$

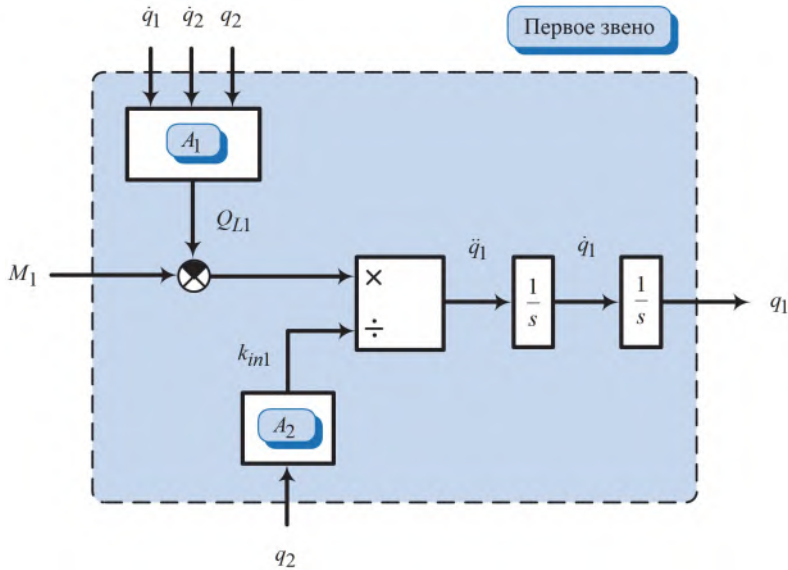


Рис. 5.1. Структурная схема модели первого звена манипулятора

Введем в (5.24) обозначения:

- инерционный коэффициент второго звена

$$k_{in2} = m_2 + m_3; \quad (5.25)$$

- механическая нагрузка второго звена

$$Q_{L2} = \dot{q}_1^2 (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2). \quad (5.26)$$

С учетом обозначений (5.25), (5.26) выражение (5.24) примет вид

$$\ddot{q}_2 = \frac{1}{k_{in2}} (F_2 + Q_{L2}). \quad (5.27)$$

Для получения по (5.27) структурной схемы, связывающей F_2 и q_2 , необходимо сформировать сигнал, соответствующий правой части уравнения и дважды его проинтегрировать; в результате структурная схема принимает вид, показанный на рис. 5.2.

На рис. 5.2 в блоке A_3 формируется сигнал нагрузки звена Q_{L2} по выражению (5.26), а в блоке A_4 – сигнал инерционного коэффициента звена k_{in2} по (5.25).

Решим (5.19) относительно ускорения третьей шарнирной координаты:

$$\ddot{q}_3 = \frac{1}{m_3}(F_3 + m_3g). \quad (5.28)$$

Введем в (5.28) обозначения:

- инерционный коэффициент третьего звена

$$k_{in3} = m_3; \quad (5.29)$$

- механическая нагрузка третьего звена

$$Q_{L3} = m_3g. \quad (5.30)$$

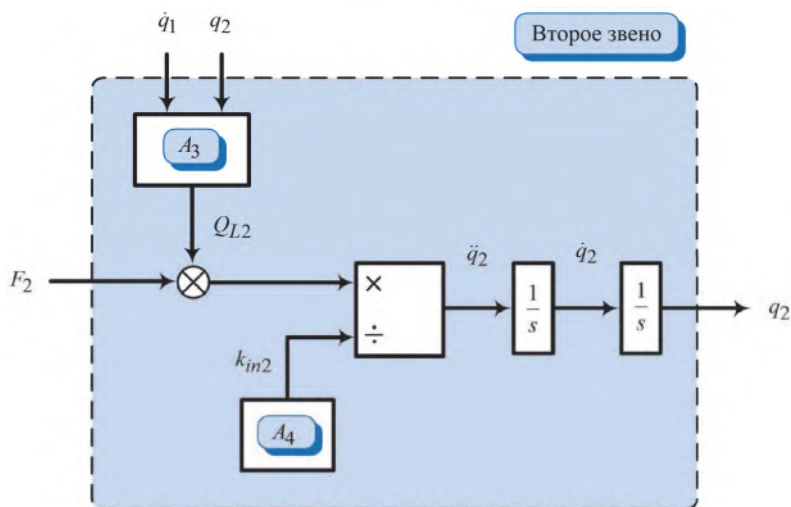


Рис. 5.2. Структурная схема модели второго звена манипулятора

С учетом обозначений (5.28), (5.29) выражение (5.28) примет вид

$$\ddot{q}_3 = \frac{1}{k_{in3}}(F_3 + Q_{L3}). \quad (5.31)$$

Для получения по (5.27) структурной схемы, связывающей F_3 и q_3 , необходимо сформировать сигнал, соответствующий правой части уравнения и дважды его проинтегрировать; в результате структурная схема принимает вид, показанный на рис. 5.3.

На рис. 5.3 в блоке A_5 формируется сигнал нагрузки звена Q_{L3} по выражению (5.30), а в блоке A_6 – сигнал инерционного коэффициента звена k_{in3} по (5.29).

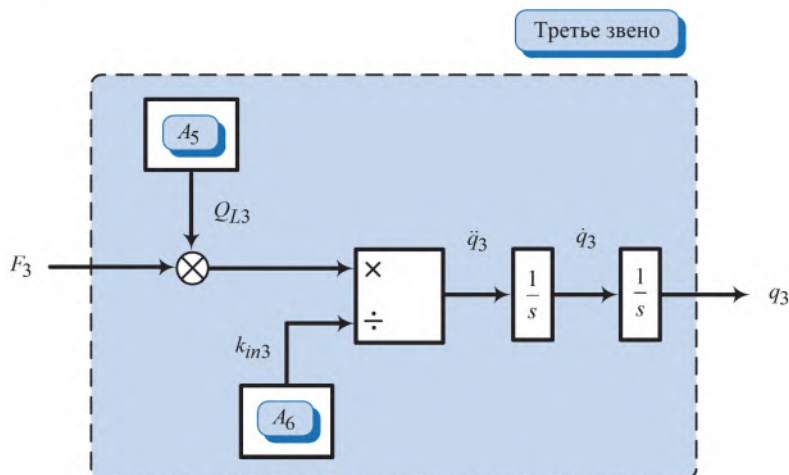


Рис. 5.3. Структурная схема модели второго звена манипулятора

Объединяя модели звеньев (рис. 5.1 – 5.3), получаем модель манипулятора как объекта управления (рис. 5.4).

Визуальный анализ структуры показывает, что третье звено совершает свое движение независимо от первого и второго звеньев. Движение третьего звена зависит от собственного веса с весом груза в схвате и от усилия F_3 , прикладываемого приводом в шарнире. Взаимозависимость движений первого и второго звеньев определяется не только силовыми воздействиями, но и изменением параметров. Также движения первого и второго звеньев зависят от изменения веса груза в схвате, так как при этом изменяются параметры третьего звена m_3 и p_3 .

Математическая модель манипулятора может быть представлена в векторно-матричной форме (5.32):

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}, \quad (5.32)$$

где $a_{11} = (J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2)$;

$$a_{22} = m_2 + m_3;$$

$$a_{33} = m_3;$$

$$b_1 = 2\dot{q}_1\dot{q}_2(m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3q_2);$$

$$b_2 = -\dot{q}_1^2(m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3q_2);$$

$$c_3 = -m_3g.$$

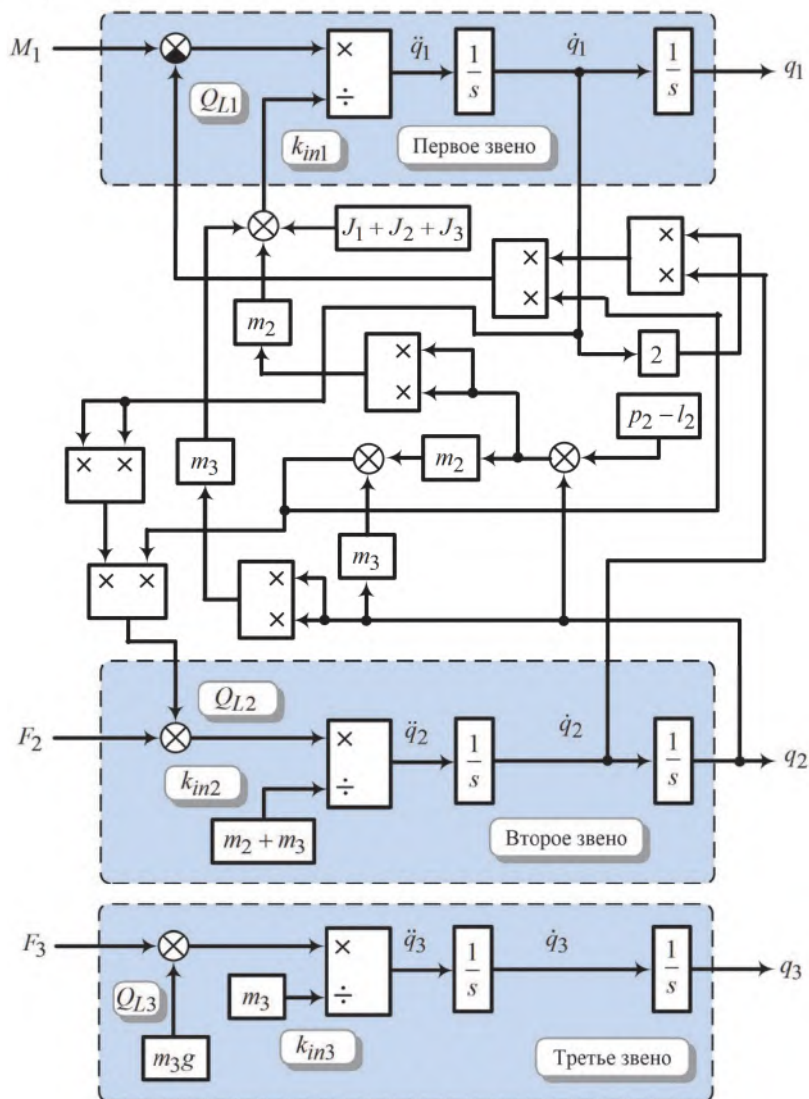


Рис. 5.4. Математическая модель манипулятора

Для синтеза регуляторов систем управления движением звеньев необходимо определить предельные значения изменения инерционных коэффициентов звеньев (5.21), (5.25), (5.29). Из выражений видно, что все три коэффициента зависят от веса груза, а первый коэффициент зависит еще и от координаты второго привода q_2 .

Определим предельные диапазоны изменения коэффициентов второго и третьего звеньев.

При отсутствии груза в схвате имеем

$$k_{in2\min} = m_2 + m_{3\min} = 7 + 6 = 13 \text{ кг};$$

$$k_{in3\min} = m_{3\min} = 6 \text{ кг}.$$

При максимальном грузе в схвате –

$$k_{in2\max} = m_2 + m_{3\max} = 7 + 7 = 14 \text{ кг};$$

$$k_{in3\max} = m_{3\max} = 7 \text{ кг}.$$

Определим пределы изменения инерционного коэффициента для первого привода, проведя в *Matlab* анализ функции для минимальной и максимальной нагрузок при изменении q_2 в диапазоне от 0 до 0,9 м, используя в качестве аргумента сигнал времени моделирования. Задаем инерционные коэффициенты в виде функциональных зависимостей:

$$k_{in1\min}(q_2) = J_1 + J_2 + J_{3\min} + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_{3\min}q_2^2;$$

$$k_{in1\max}(q_2) = J_1 + J_2 + J_{3\max} + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_{3\max}q_2^2.$$

Модель в *Simulink* показана на рис. 5.5, на рис 5.6 – структура подсистемы.

Графики зависимости инерционного коэффициента первого звена от перемещения второго звена при минимальном и максимальном весе третьего звена показаны на рис. 5.7.

Графики зависимости инерционного коэффициента первого звена от второй шарнирной координаты имеют вид парабол. По ним определены максимальные и минимальные значения коэффициента инерционности первого звена. Все результаты приведены в табл. 5.1.

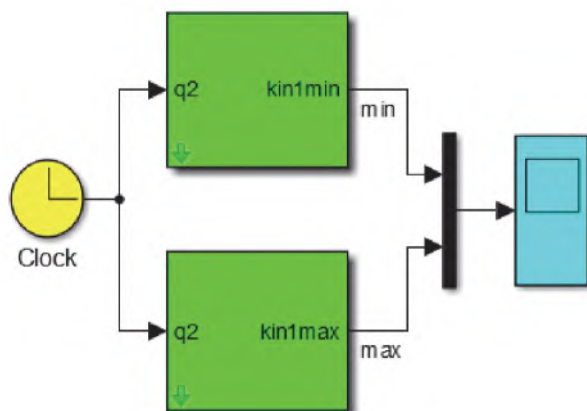


Рис. 5.5. Модель исследования инерционного коэффициента

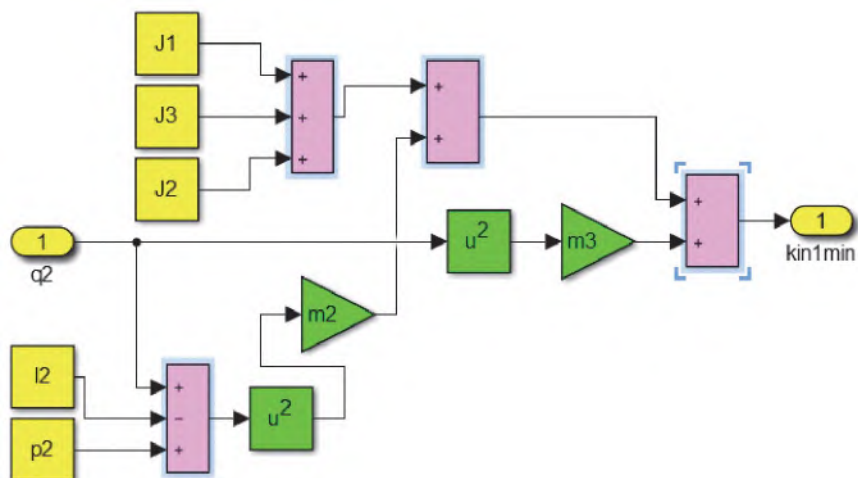


Рис. 5.6. Модель подсистемы инерционного коэффициента

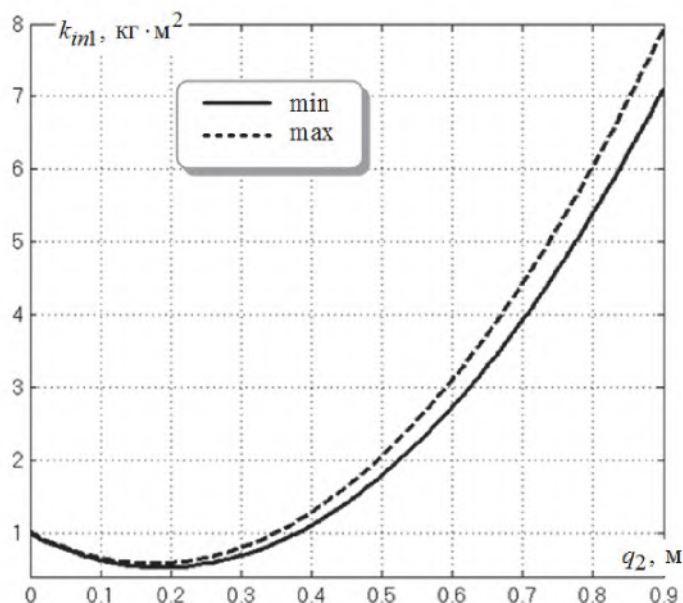


Рис. 5.7. Результаты исследования инерционного коэффициента

Таблица 5.1

Предельные значения инерционных коэффициентов звеньев манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат

	Звено 1, (кг·м ²)		Звено 2, (кг)		Звено 3, (кг)	
	min	max	min	max	min	max
k_{in}	0,53	7,94	13	14	6	7

Данные табл. 5.1 показывают, что наибольший диапазон изменения имеет инерционный коэффициент первого звена:

$$k_{in1 \min} = 0,53 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad (5.33)$$

$$k_{in1 \max} = 7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \quad (5.34)$$

5.2. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРОВ С ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ

Математическую модель манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат получим, используя уравнения Лагранжа (2.43). При разработке динамической модели манипулятора пренебрегаем всеми видами трения в опорах и приводах, считаем звенья абсолютно жесткими механическими конструкциями.

Получим компоненты уравнения Лагранжа для случая манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат.

Решим прямую задачу кинематики для центров масс всех звеньев, определяя связь глобальных координат центров масс с шарнирными координатами и параметрами кинематической схемы (см. рис. 4.1).

Глобальные координаты центра масс первого звена

$$\begin{matrix} \rightarrow \\ A_{w1} \end{matrix} = \begin{bmatrix} X_{w1} \\ Y_{w1} \\ Z_{w1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ 0 & -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5.35)$$

Глобальные координаты центра масс второго звена

$$\begin{matrix} \rightarrow \\ A_{w2} \end{matrix} = \begin{bmatrix} X_{w2} \\ Y_{w2} \\ Z_{w2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ 0 & -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (q_2 - l_2 + p_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ (q_2 - l_2 + p_2) \sin q_1 \\ (q_2 - l_2 + p_2) \cos q_1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5.36)$$

Глобальные координаты центра масс третьего звена

$$\begin{aligned} \vec{A}_{w3} = \begin{bmatrix} X_{w3} \\ Y_{w3} \\ Z_{w3} \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & \cos q_1 & \sin q_1 & | & 0 \\ 0 & -\sin q_1 & \cos q_1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & q_3 - l_3 + p_3 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 + q_3 - l_3 + p_3 \\ q_2 \sin q_1 \\ q_2 \cos q_1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5.37) \end{aligned}$$

Определим потенциальные энергии каждого звена манипулятора по выражению (2.45), используя глобальные координаты центров масс (5.35) – (5.37):

– первое звено

$$W_{p1} = m_1 g Z_{w1} = 0; \quad (5.38)$$

– второе звено

$$W_{p2} = m_2 g Z_{w2} = m_2 g (q_2 - l_2 + p_2) \cos q_1; \quad (5.39)$$

– третье звено

$$W_{p3} = m_3 g Z_{w3} = m_3 g q_2 \cos q_1. \quad (5.40)$$

Потенциальную энергию всего манипулятора получаем по (2.44) с учетом (5.38) – (5.40):

$$W_p = W_{p1} + W_{p2} + W_{p3} = g (m_2 (q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2) \cos q_1.$$

Для подготовки формирования кинетической энергии манипулятора определим скорости поступательного движения центров масс у звеньев манипулятора по (2.25):

– первое звено

$$\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} V_{1x} \\ V_{1y} \\ V_{1z} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \vec{A}_{w1} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} p_1 \\ 0 \\ 0 \\ \overline{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (5.41)$$

– второе звено

$$\begin{aligned} \vec{V}_2 = \begin{bmatrix} V_{2x} \\ V_{2y} \\ V_{2z} \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{d}{dt} \vec{A}_{w2} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} l_1 \\ (q_2 - l_2 + p_2) \sin q_1 \\ (q_2 - l_2 + p_2) \cos q_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{q}_2 \sin q_1 + (q_2 - l_2 + p_2) \dot{q}_1 \cos q_1 \\ \dot{q}_2 \cos q_1 - (q_2 - l_2 + p_2) \dot{q}_1 \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (5.42)$$

– третье звено

$$\begin{aligned} \vec{V}_3 = \begin{bmatrix} V_{3x} \\ V_{3y} \\ V_{3z} \\ 0 \end{bmatrix} &= \frac{d}{dt} \vec{A}_{w3} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} l_1 + q_3 - l_3 + p_3 \\ -q_2 \sin q_1 \\ -q_2 \cos q_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \dot{q}_3 \\ \dot{q}_2 \sin q_1 + q_2 \cdot \dot{q}_1 \cos q_1 \\ \dot{q}_2 \cos q_1 - q_2 \dot{q}_1 \sin q_1 \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.43)$$

Модули векторов линейных скоростей (5.41) – (5.43) имеют вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \vec{V}_1 \right| = \sqrt{V_{1x}^2 + V_{1y}^2 + V_{1z}^2} = 0; \\ \left| \vec{V}_2 \right| = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2 + V_{2z}^2} = \dot{q}_2^2 + (q_2 - l_2 + p_2)^2 \dot{q}_1^2; \\ \left| \vec{V}_3 \right| = \sqrt{V_{3x}^2 + V_{3y}^2 + V_{3z}^2} = \dot{q}_3^2 + \dot{q}_2^2 + q_2^2 \dot{q}_1^2. \end{array} \right. \quad (5.44)$$

Определим угловую скорость первого звена относительно центра масс:

- собственная скорость по (2.27)

$$\vec{\omega}_1 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q_1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- относительная скорость по (2.29)

$$\vec{\omega}_1 = T_1 \cdot T_1^* \cdot \vec{\omega}_1^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ 0 & -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- абсолютная скорость по (2.30)

$$\vec{\Omega}_1 = \vec{\omega}_1 = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- угловая скорость первого звена по (2.33)

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}_1^1 &= \begin{bmatrix} \Omega_{1x}^1 \\ \Omega_{1y}^1 \\ \Omega_{1z}^1 \\ 0 \end{bmatrix} = (T_1^*)^{-1} T_1^{-1} \vec{\Omega}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -p_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 \\ 0 & \sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};\end{aligned}$$

- модуль угловой скорости первого звена

$$\left| \vec{\Omega}_1^1 \right| = \sqrt{(\Omega_{1x}^1)^2 + (\Omega_{1y}^1)^2 + (\Omega_{1z}^1)^2} = \dot{q}_1. \quad (5.45)$$

Определим угловую скорость второго звена относительно центра масс:

- собственная скорость по (2.27)

$$\vec{\omega}_2^2 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- относительная скорость по (2.29)

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_2 &= T_1 \cdot T_2 \cdot T_2^* \vec{\omega}_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_1 & \sin q_1 & 0 \\ 0 & -\sin q_1 & \cos q_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (q_2 - l_2 + p_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};\end{aligned}$$

- абсолютная скорость по (2.30)

$$\vec{\Omega}_2 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- угловая скорость второго звена по (2.33)

$$\vec{\Omega}_2^2 = \begin{bmatrix} \Omega_{2x}^2 \\ \Omega_{2y}^2 \\ \Omega_{2z}^2 \\ 0 \end{bmatrix} = (T_2^*)^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1} \vec{\Omega}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -(q_2 - l_2 + p_2) \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -l_1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & \cos q_1 & -\sin q_1 & | & 0 \\ 0 & \sin q_1 & \cos q_1 & | & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

- модуль угловой скорости второго звена

$$\left| \vec{\Omega}_2^2 \right| = \sqrt{(\Omega_{2x}^2)^2 + (\Omega_{2y}^2)^2 + (\Omega_{2z}^2)^2} = \dot{q}_1^2. \quad (5.46)$$

Определим угловую скорость третьего звена относительно центра масс:

- собственная скорость по (2.27)

$$\vec{\omega}_3 = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

– относительная скорость по (2.29)

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_3 = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \cdot T_3^* \vec{\omega}_3^3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & \cos q_1 & \sin q_1 & | & 0 \\ 0 & -\sin q_1 & \cos q_1 & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & q_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & (q_3 - l_3 + p_3) \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

– абсолютная скорость по (2.30)

$$\vec{\Omega}_3 = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 + \vec{\omega}_3 = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

– угловая скорость третьего звена по (2.33)

$$\begin{aligned} \vec{\Omega}_3^3 &= \begin{bmatrix} \Omega_{3x}^3 \\ \Omega_{3y}^3 \\ \Omega_{3z}^3 \\ 0 \end{bmatrix} = (T_3^*)^{-1} T_3^{-1} T_2^{-1} T_1^{-1} \vec{\Omega}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -(q_3 - l_3 + p_3) \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -q_2 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & -l_1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 0 \\ 0 & \cos q_1 & -\sin q_1 & | & 0 \\ 0 & \sin q_1 & \cos q_1 & | & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \end{aligned}$$

– модуль угловой скорости третьего звена

$$\left| \vec{\Omega}_3^3 \right| = \sqrt{(\Omega_{3x}^3)^2 + (\Omega_{3y}^3)^2 + (\Omega_{3z}^3)^2} = \dot{q}_1. \quad (5.47)$$

Определим кинетические энергии звеньев (2.52):

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{k1} = \frac{J_1 \dot{q}_1^2}{2}; \\ W_{k2} = \frac{m_2 (\dot{q}_2^2 + (q_2 - l_2 + p_2)^2 \dot{q}_1^2)}{2} + \frac{J_2 \dot{q}_1^2}{2}; \\ W_{k3} = \frac{m_3 (\dot{q}_3^2 + \dot{q}_2^2 + q_2^2 \dot{q}_1^2)}{2} + \frac{J_3 \dot{q}_1^2}{2}. \end{array} \right. \quad (5.48)$$

Кинетическая энергия манипулятора по (2.46) без кинетической энергии приводов имеет вид

$$\begin{aligned} W_k = W_{k1} + W_{k2} + W_{k3} = & \frac{1}{2} (J_1 + J_2 + J_3 + m_2 (q_2 - l_2 + p_2)^2 + \\ & + m_3 q_2^2) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 + m_3) \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{q}_3^2. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Определим необходимые компоненты уравнений Лагранжа:

– первое звено

$$\frac{\partial W_p}{\partial q_1} = -g (m_2 (q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2) \sin q_1;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial q_1} = 0;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_1} = (J_1 + J_2 + J_3 + m_2 (q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2) \dot{q}_1;$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_1} \right) = & (J_1 + J_2 + J_3 + m_2 (q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2) \ddot{q}_1 + \\ & + 2m_2 (q_2 - l_2 + p_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + 2m_3 q_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2; \end{aligned}$$

– второе звено

$$\frac{\partial W_p}{\partial q_2} = g (m_2 + m_3) \cos q_1;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_2} = (m_2 (q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2) \dot{q}_1;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_2} = (m_2 + m_3)\dot{q}_2;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_2} \right) = (m_2 + m_3)\ddot{q}_2;$$

– третье звено

$$\frac{\partial W_p}{\partial q_3} = 0;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial q_3} = 0;$$

$$\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_3} = m_3\dot{q}_3;$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W_k}{\partial \dot{q}_3} \right) = m_3\ddot{q}_3.$$

После подстановки значений производных в уравнения Лагранжа уравнения движения для звеньев манипулятора примут вид

$$\left\{ \begin{array}{l} (J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3q_2^2)\ddot{q}_1 + 2m_2(q_2 - l_2 + p_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 + \\ + 2m_3q_2\dot{q}_1\dot{q}_2 = M_1 + g(m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3q_2)\sin q_1; \quad (5.50) \\ (m_2 + m_3)\ddot{q}_2 - (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3q_2)\dot{q}_1^2 = \\ = F_2 - g(m_2 + m_3)\cos q_1; \quad (5.51) \\ m_3\ddot{q}_3 = F_3. \quad (5.52) \end{array} \right.$$

Для получения математической модели манипулятора в виде структурной схемы преобразуем уравнения движения (5.50) – (5.52).

Решим (5.50) относительно ускорения первой шарнирной координаты:

$$\ddot{q}_1 = \frac{1}{(J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3q_2^2)} (M_1 - 2m_2(q_2 - l_2 + p_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 - 2m_3q_2\dot{q}_1\dot{q}_2 + g(m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3q_2)\sin q_1). \quad (5.53)$$

Введем в (5.53) обозначения:

- инерционного коэффициента первого звена, представляющего собой приведенный к первому звену момент инерции манипулятора

$$k_{in1} = (J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2); \quad (5.54)$$

- механическую нагрузку первого звена

$$\begin{aligned} Q_{L1} = & 2m_2(q_2 - l_2 + p_2)\dot{q}_1\dot{q}_2 + 2m_3q_2\dot{q}_1\dot{q}_2 - \\ & - g(m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3q_2)\sin q_1. \end{aligned} \quad (5.55)$$

С учетом обозначений (5.54), (5.55) выражение (5.53) примет вид

$$\ddot{q}_1 = \frac{1}{k_{in1}}(M_1 - Q_{L1}). \quad (5.56)$$

Для получения по (5.56) структурной схемы, связывающей M_1 и q_1 , необходимо сформировать сигнал, соответствующий правой части уравнения и дважды его проинтегрировать. В результате структурная схема принимает вид, показанный на рис. 5.8.

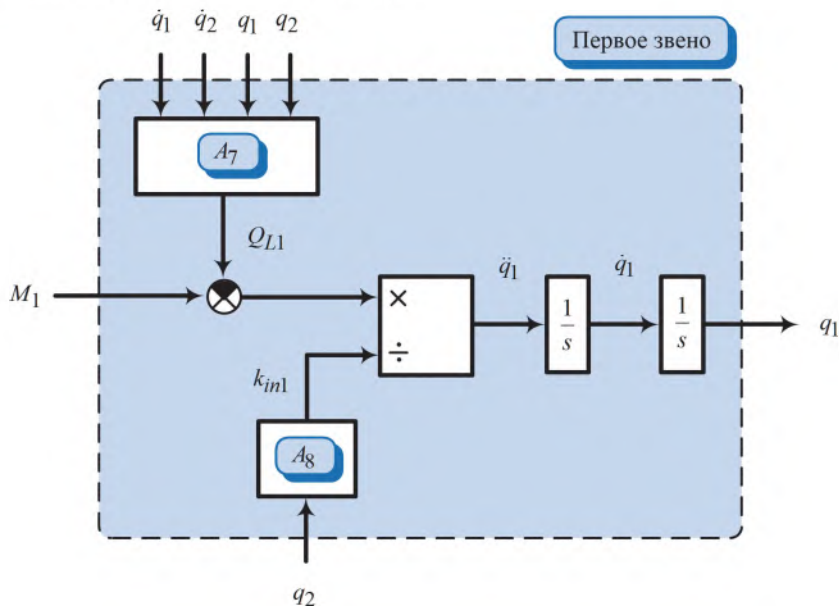


Рис. 5.8. Структурная схема модели первого звена манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

На рис. 5.8 в блоке A_7 формируется сигнал нагрузки звена Q_{L1} по выражению (5.55), а в блоке A_8 – сигнал инерционного коэффициента звена k_{in1} по (5.54).

Решим (5.51) относительно ускорения второй шарнирной координаты:

$$\ddot{q}_2 = \frac{1}{m_2 + m_3} \left(F_2 + (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2) \dot{q}_1^2 - g(m_2 + m_3) \cos q_1 \right). \quad (5.57)$$

Введем в (5.24) обозначения:

– инерционного коэффициента второго звена

$$k_{in2} = m_2 + m_3; \quad (5.58)$$

– механической нагрузки второго звена

$$Q_{L2} = (m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3 q_2) \dot{q}_1^2 - g(m_2 + m_3) \cos q_1. \quad (5.59)$$

С учетом обозначений (5.58), (5.59) выражение (5.57) примет вид

$$\ddot{q}_2 = \frac{1}{k_{in2}} (F_2 + Q_{L2}). \quad (5.60)$$

Для получения по (5.60) структурной схемы, связывающей F_2 и q_2 , необходимо сформировать сигнал, соответствующий правой части уравнения и дважды его проинтегрировать; в результате структурная схема принимает вид, показанный на рис. 5.9.

На рис. 5.9 в блоке A_9 формируется сигнал нагрузки звена Q_{L2} по выражению (5.59), а в блоке A_{10} – сигнал инерционного коэффициента звена k_{in2} по (5.58).

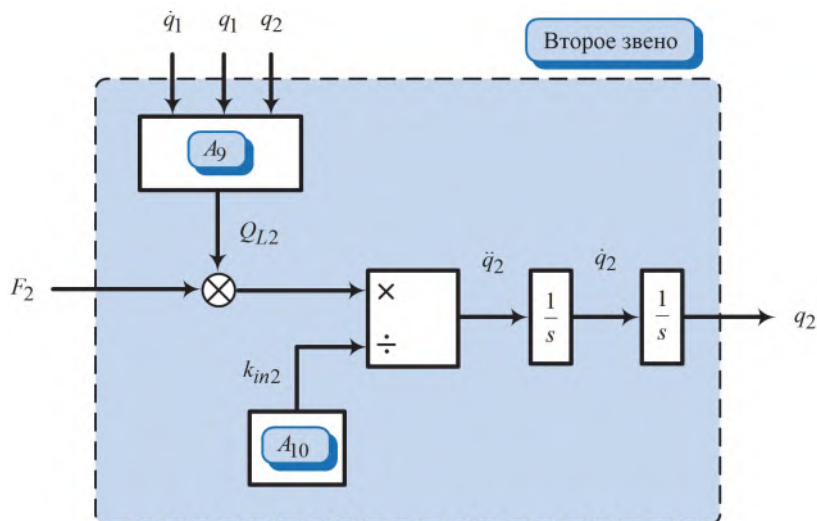


Рис. 5.9. Структурная схема модели второго звена манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

Решим (5.52) относительно ускорения третьей шарнирной координаты:

$$\ddot{q}_3 = \frac{1}{m_3} F_3. \quad (5.61)$$

Введем в (5.61) обозначения:

– инерционного коэффициента третьего звена

$$k_{in3} = m_3. \quad (5.62)$$

С учетом обозначения (5.62) выражение (5.61) примет вид

$$\ddot{q}_3 = \frac{1}{k_{in3}} F_3. \quad (5.63)$$

Для получения по (5.63) структурной схемы, связывающей F_3 и q_3 , необходимо сформировать сигнал, соответствующий правой части уравнения и дважды его проинтегрировать; в результате структурная схема принимает вид, показанный на рис. 5.10.

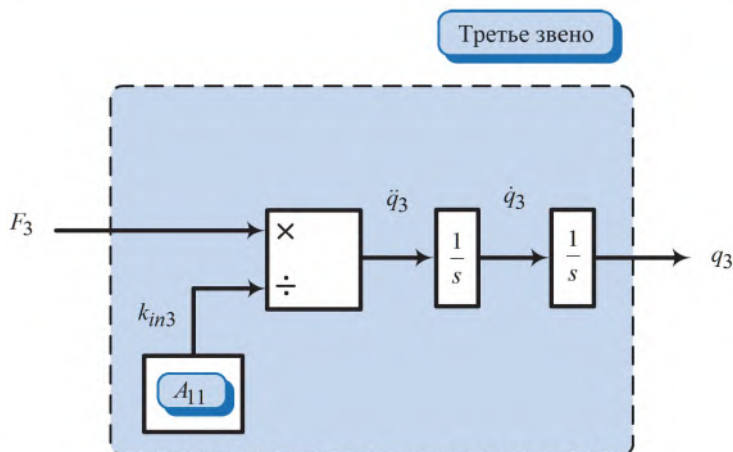


Рис. 5.10. Структурная схема модели третьего звена манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

На рис. 5.10 в блоке A_{11} формируется сигнал инерционного коэффициента звена k_{in3} по (5.62).

Объединяя модели звеньев (рис. 5.8 – 5.10), получаем модель манипулятора как объекта управления (рис. 5.4).

Визуальный анализ структуры показывает, что третье звено совершает свое движение независимо от первого и второго звеньев. Движение третьего звена зависит только от усилия F_3 , прикладываемого приводом в шарнире. Взаимозависимость движений первого и второго звеньев определяется не только силовыми воздействиями, но и изменением параметров. Также движения первого и второго звеньев зависят от изменения веса груза в схвате, так как при этом изменяются параметры третьего звена m_3 и p_3 .

Математическая модель манипулятора может быть представлена в векторно-матричной форме (5.64):

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}, \quad (5.64)$$

где $a_{11} = (J_1 + J_2 + J_3 + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_3 q_2^2)$;

$$a_{22} = m_2 + m_3;$$

$$a_{33} = m_3;$$

$$\begin{aligned}
b_1 &= -2\dot{q}_1\dot{q}_2(m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3q_2); \\
b_2 &= \dot{q}_1^2(m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3q_2); \\
c_1 &= -g(m_2(q_2 - l_2 + p_2) + m_3q_2)\sin q_1; \\
c_2 &= -g(m_2 + m_3)\cos q_1.
\end{aligned}$$

Для синтеза регуляторов систем управления движением звеньев необходимо определить предельные значения изменения инерционных коэффициентов звеньев (5.54), (5.58), (5.62). Из выражений видно, что все три коэффициента зависят от веса груза, а первый коэффициент зависит еще и от координаты второго привода q_2 .

Определим предельные диапазоны изменения коэффициентов второго и третьего звеньев.

При отсутствии груза в схвате имеем

$$k_{in2\min} = m_2 + m_{3\min} = 16 + 12 = 28 \text{ кг};$$

$$k_{in3\min} = m_{3\min} = 12 \text{ кг}.$$

При максимальном грузе в схвате

$$k_{in2\max} = m_2 + m_{3\max} = 16 + 13 = 29 \text{ кг};$$

$$k_{in3\max} = m_{3\max} = 13 \text{ кг}.$$

Определим пределы изменения инерционного коэффициента для первого привода, проводя в *Matlab* анализ функции для минимальной и максимальной нагрузок, при изменении q_2 в диапазоне от 0 до 0,5 м.

Задаем инерционные коэффициенты в виде функциональных зависимостей

$$k_{in1\min}(q_2) = J_1 + J_2 + J_{3\min} + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_{3\min}q_2^2;$$

$$k_{in1\max}(q_2) = J_1 + J_2 + J_{3\max} + m_2(q_2 - l_2 + p_2)^2 + m_{3\max}q_2^2.$$

Так как выражения для инерционных коэффициентов первого звена подобны выражениям для манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат, для исследования используем модель в *Simulink*, показанную на рис. 5.5, рис 5.6.

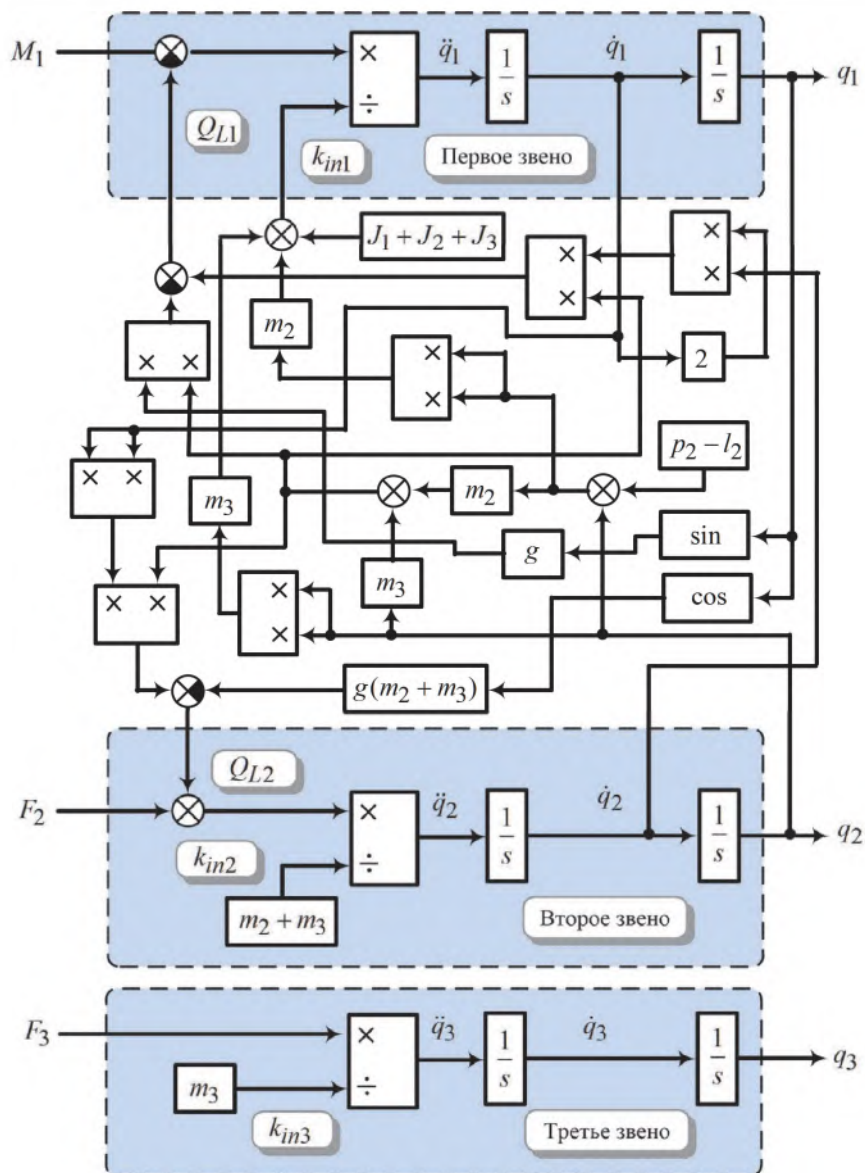


Рис. 5.11. Математическая модель манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

Графики зависимости инерционного коэффициента первого звена от перемещения второго звена при минимальном и максимальном весе третьего звена показаны на рис. 5.12.

Графики зависимости инерционного коэффициента первого звена от второй шарнирной координаты имеют вид парабол. По ним определены максимальные и минимальные значения коэффициента инерционности первого звена. Все результаты приведены в табл. 5.2.

Данные табл. 5.2 показывают, что наибольший диапазон изменения имеет инерционный коэффициент первого звена:

$$k_{in1min} = 0,178 \text{ кг} \cdot \text{м}^2; \quad (5.65)$$

$$k_{in1max} = 5,925 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \quad (5.66)$$

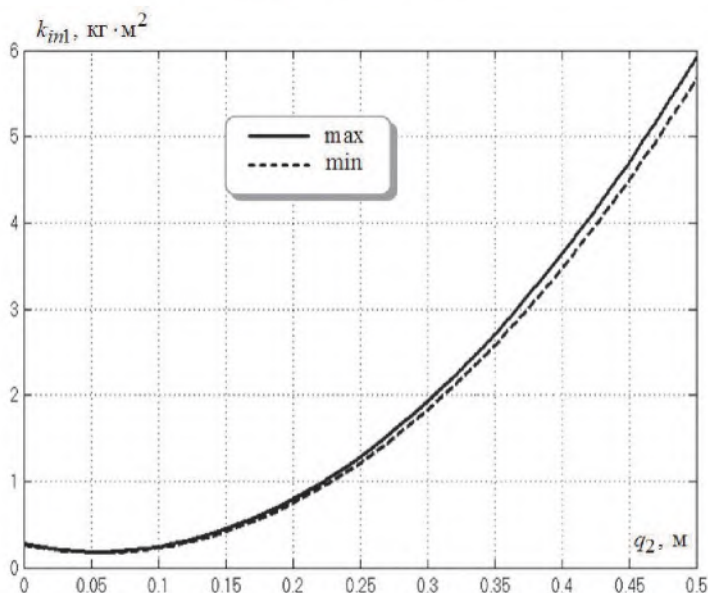


Рис. 5.12. Результаты исследования инерционного коэффициента первого звена манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

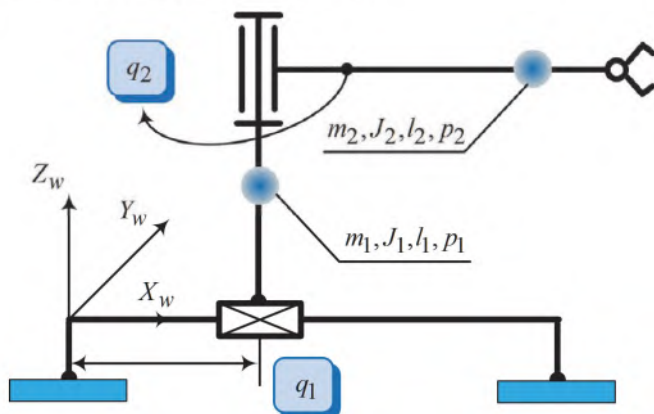
Таблица 5.2

Предельные значения инерционных коэффициентов звеньев манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат

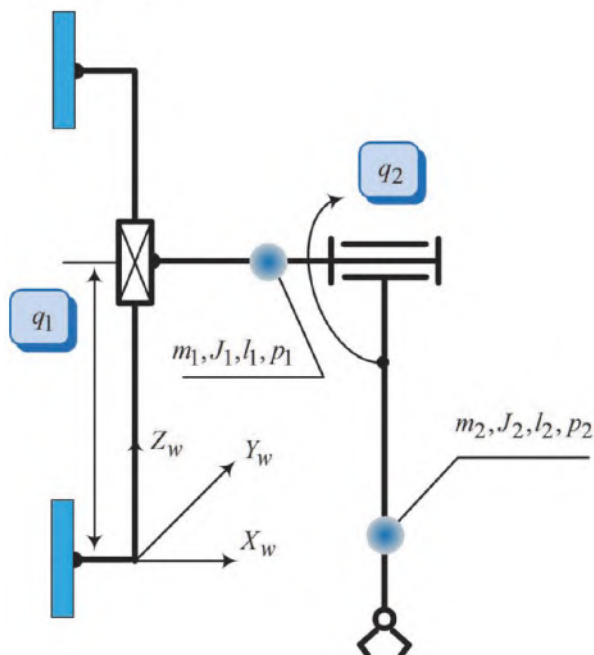
	Первое звено, (кг·м²)		Второе звено, (кг)		Третье звено, (кг)	
	min	max	min	max	min	max
k_{in}	0,178	5,925	28	29	12	13

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

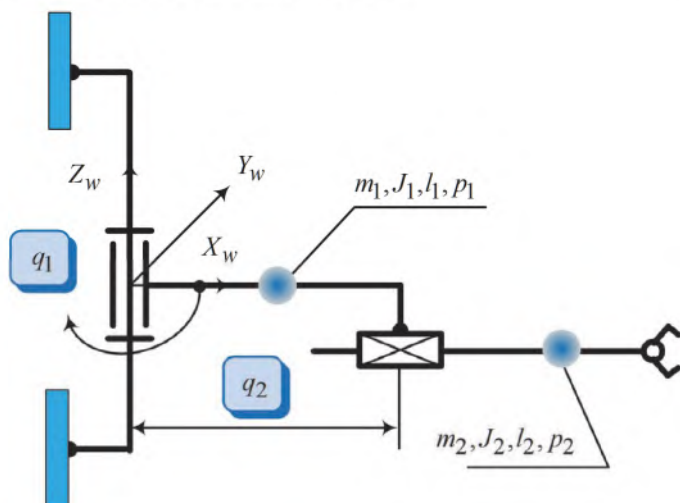
- Получите уравнения движения и структурную схему манипулятора, как объекта управления, определите выражения для вычисления инерционных коэффициентов звеньев.



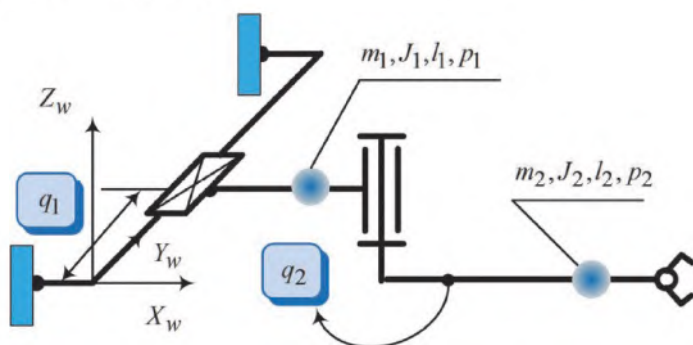
- Определите выражения для кинетической и потенциальной энергии звеньев манипулятора.



3. Получите уравнения движения и структурную схему манипулятора, как объекта управления, определите выражения для вычисления инерционных коэффициентов звеньев.



4. Определите выражения для кинетической и потенциальной энергии звеньев манипулятора.



ГЛАВА 6

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ ПОЛОЖЕНИЯ В ЭЛЕКТРОМЕХАТРОННЫХ МОДУЛЯХ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ МАНИПУЛЯТОРОВ

При управлении движением звеньев манипулятора необходимо решать задачу позиционирования, то есть перемещения из одного фиксированного положения в другое [1,7,8,15]. При этом следует обеспечить выполнение требований технического задания на проектирование манипулятора по статическим и динамическим характеристикам. В наилучшей степени решение этого комплекса задач достигается применением электро-мехатронных модулей позиционирования для изменения шарнирных координат манипуляторов.

Электромехатронные модули с двигателями переменного тока (асинхронными и синхронными), преобразователями частоты и микропроцессорным управлением позволяют задать высокое качество статики и динамики процессов, повысить полосу пропускания сигналов управления, обеспечивая тем самым технологическое оборудование конкурентоспособными характеристиками.

Определенной спецификой обладают электромехатронные модули, решающие в технологических процессах различной природы задачи позиционирования. Задачи позиционирования подразумевают изменение пространственного положения исполнительных органов технологических установок, перемещения из одного фиксированного положения в другое заданное положение. Диапазон применения электромехатронных модулей позиционирования необычайно широк: от запорных, дозирующих и регулирующих аппаратов трубопроводных систем в энергетике, нефтегазовой отрасли, жилищно-коммунальном хозяйстве до космических и оборонных технологий. Часть областей применения модулей позиционирования в составе оборудования характеризуется использованием единичных экземпляров (например, приводы задвижек трубопроводов, приводы дозаторов), часть – наличием достаточно большого количества модулей, в том числе, и однотипных. В последнем случае необходимо рассматривать обособленно две группы областей применения:

- модули позиционирования работают в составе оборудования автономно, не оказывая друг на друга ни силового, ни сигнального воздействия;
- работа модулей позиционирования в составе оборудования взаимосвязана.

Характерными представителями последней группы являются электромехатронные модули позиционирования для станкостроения и робототехники, активно и динамично в настоящее время развивающихся отраслей в Российской Федерации и во всем мире.

В станках и промышленных роботах характерным фактором влияния на характеристики каждого электромехатронного модуля позиционирования (оси станка, звена манипулятора) являются кинематические и динамические связи между осями в виде переменных нагрузок сложной формы.

Поэтому целесообразно рассматривать такие модули в виде единой структуры обобщенной электромехатронной системы (рис. 6.1), которая хорошо соотносится со структурами моделей манипуляторов, полученных в гл. 5 (рис. 5.4, 5.11).

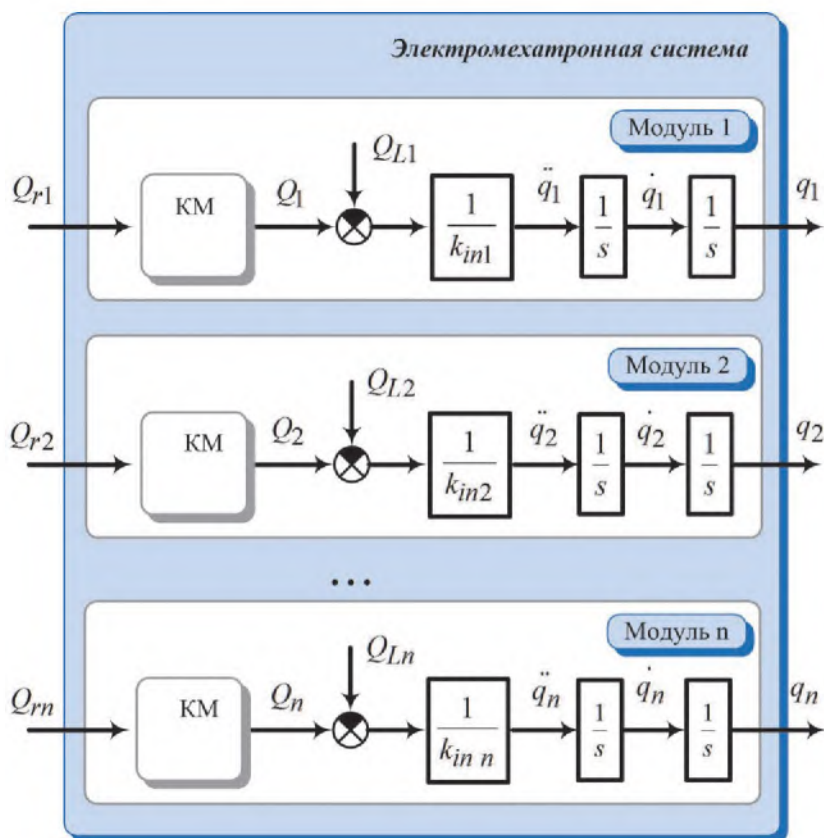


Рис. 6.1. Обобщенная структура электромехатронной системы

Механика манипулятора (станка) приводится в движение электромагнитным моментом привода Q , формируемым системой векторного управления по заданию Q_r , механическая нагрузка модулей – Q_L . Эквивалентом контура регулирования момента представлено инерционное звено (КМ). В структуре электромехатронной системы инерционные свойства «жесткой» механики представлены инерционным коэффициентом k_{in} , который при угловом перемещении модуля q имеет физический смысл приведенного момента инерции, а при линейном перемещении – приведенной массы.

Модуль, который мы рассматриваем в основе структуры, представляет собой обобщение механической части привода линейного или углового перемещения с «жесткой» механикой, характеризующейся инерционным коэффициентом и возмущением – механической нагрузкой.

Перечислим основные допущения, принятые при рассмотрении механической части привода модуля линейного или углового позиционирования как объекта с «жесткой» механикой:

- кинематическая цепь представляется одностепенной механической системой с эквивалентными по условиям приведения параметрами;
- в связи с приведением к одностепенной механической системе пренебрегаем упругостью, диссипацией, кинематической погрешностью и люфтом механических передач;
- пренебрегаем трениями всех видов (сухое, вязкое в опорах, трение о воздух, жидкость и пр.).

Основные задачи, которые могут стоять перед системой позиционирования:

- обеспечение отсутствия взаимного влияния работы модулей друг на друга, то есть – независимость (автономность) позиционирования каждого модуля;
- стабильные статические и динамические характеристики системы;
- ограничение параметров движения модулей с учетом требования энергосбережения.

Теория автоматического управления (классическая) говорит о двух основных принципах управления:

- принцип регулирования по отклонению;
- принцип регулирования по возмущению.

Системы управления электроприводом обычно строились на основе использования принципа регулирования по отклонению при построении контуров регулирования момента, скорости и положения, а влияние нагрузки на характеристики определялось жесткостью механических характеристик при использовании статических регуляторов. Регуляторы по-

ложения в рамках регулирования по отклонению обеспечивают контроль ошибки регулирования при действии возмущения определенного вида.

Предлагается структура системы управления движением (рис. 6.2) электромехатронного модуля с регулятором положения и основной отрицательной связью по положению, в ряде случаев используют и отрицательную обратную связь по скорости движения.

Принцип регулирования по возмущению используют в комбинированных системах управления, когда наряду с контуром регулирования по отклонению используют обратную связь по возмущению для компенсации влияния возмущения на работу системы [15].

Следует заметить, что в комбинированной системе происходит определенное распределение «обязанностей» между компонентами системы: регулятор положения определяет качество процессов по управлению, а контур компенсации возмущения устраняет негативное влияние возмущения.

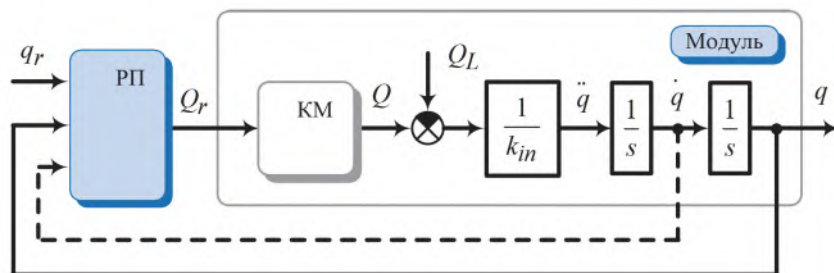


Рис. 6.2. Система управления движением звена манипулятора с регулятором положения

В настоящей работе рассмотрим возможности системы с регулированием по отклонению. Это позволит разработать процедуры рационального выбора регуляторов положения для систем позиционирования как для традиционной структуры (рис. 6.2), так и для систем комбинированного управления.

Рассмотрим синтез регуляторов положения для обеспечения качества регулирования по управлению и обеспечения астатизма по возмущению в следующих вариантах [8,15]:

- статические регуляторы, которые допускают установившуюся ошибку регулирования при действии постоянного возмущения (статическую ошибку);
- астатические регуляторы с астатизмом первого порядка, в которых статическая ошибка отсутствует, но имеет место быть ошиб-

ка регулирования при действии возмущения, линейно изменяющегося во времени;

- астатические регуляторы с астатизмом второго порядка, имеющие нулевые ошибки при постоянном и линейно нарастающем возмущении.

С теоретической точки зрения можно было бы говорить и об астатизме с порядком три и выше. Но при этом неоправданно завышается сложность структуры и синтеза таких регуляторов. Абсолютная же компенсация произвольного изменяющегося во времени возмущения возможна в рамках астатических систем только при порядке, равном бесконечности. С другой стороны, произвольно изменяющееся во времени возмущение может быть с определенной погрешностью представлено линейными отрезками на конечном интервале времени.

6.1. СТАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

В качестве статических регуляторов положения в системах позиционирования звеньев манипулятора рассмотрим:

- пропорционально-дифференциальный регулятор (рис. 6.3);
- модальный регулятор (рис. 6.4) с обратной связью по состоянию объекта управления (положение – q , скорость – $\dot{q}$);
- модифицированный пропорционально-дифференциальный регулятор, в котором дифференцирование ошибки регулирования заменяется использованием сигнала с датчика скорости (рис. 6.5), так как при позиционировании считают производную от сигнала задания равной нулю;
- пропорционально-дифференциальный регулятор с реальным дифференцированием (рис. 6.6), где инерционное звено с постоянной времени T_a вводится после элемента сравнения регулятора (вариант 1);
- пропорционально-дифференциальный регулятор с реальным дифференцированием (рис. 6.7), где инерционное звено с постоянной времени T_a вводится в канал дифференцирования (вариант 2).

Показанный на рис. 6.3 – 6.7 элемент с передаточной функцией $W_f(s)$ предназначен для статической или динамической коррекции передаточной функции замкнутой системы позиционирования. При статической коррекции $W_f(s)$ масштабирует сигнал управления. При динамической коррекции $W_f(s)$ компенсирует влияние на динамику полинома числителя у передаточной функции замкнутой системы управления.

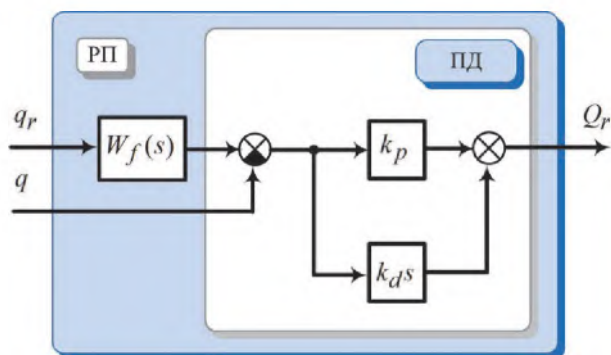


Рис. 6.3. Пропорционально-дифференциальный регулятор

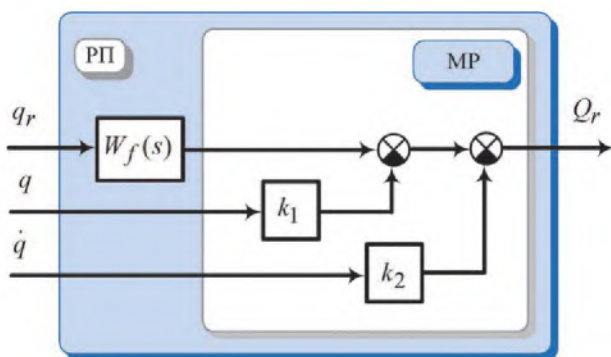


Рис. 6.4. Модальный регулятор

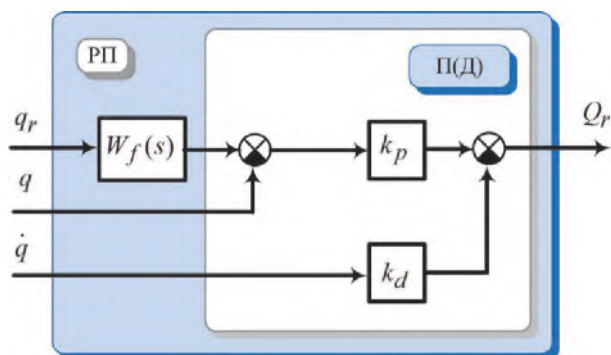


Рис. 6.5. Модифицированный пропорционально-дифференциальный регулятор

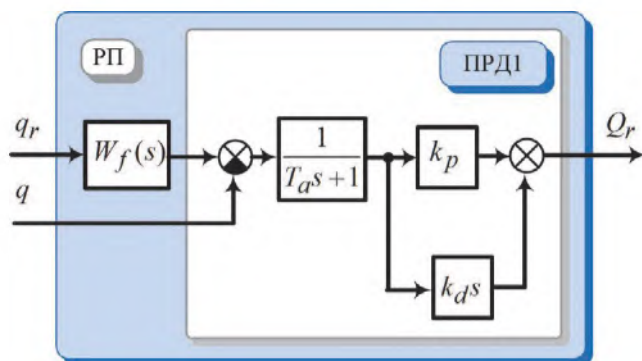


Рис. 6.6. Пропорционально-дифференциальный регулятор с реальным дифференцированием (вариант 1)

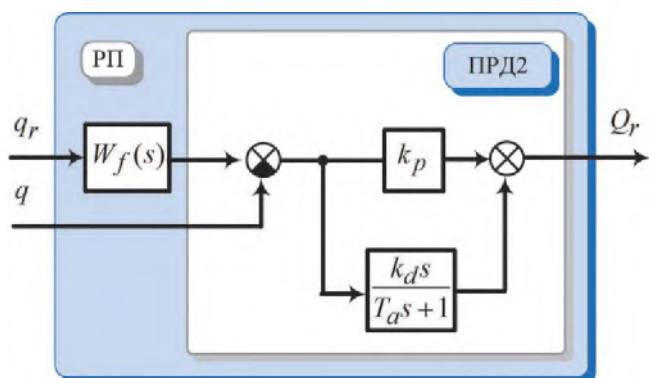


Рис. 6.7. Пропорционально-дифференциальный регулятор с реальным дифференцированием (вариант 2)

По обобщенной структуре (рис. 6.2) получим структурные схемы системы позиционирования для каждого регулятора положения [9]. Для упрощения синтеза и анализа пренебрегаем инерционностью контура момента КМ в силу малости ее постоянной времени у всех современных систем электроприводов по сравнению с инерционностью механики модулей. В результате получаем структурные схемы, показанные на рис. 6.8 – 6.12.

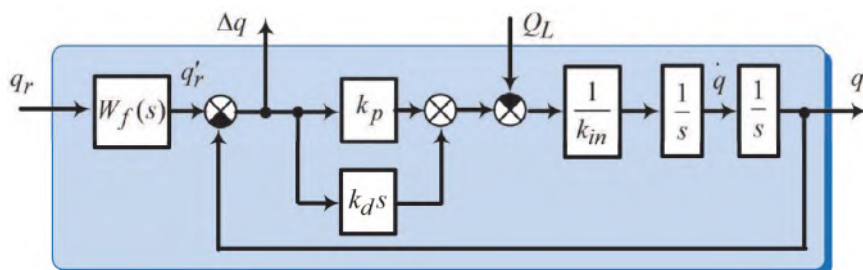


Рис. 6.8. Расчетная структура системы с пропорционально-дифференциальным регулятором

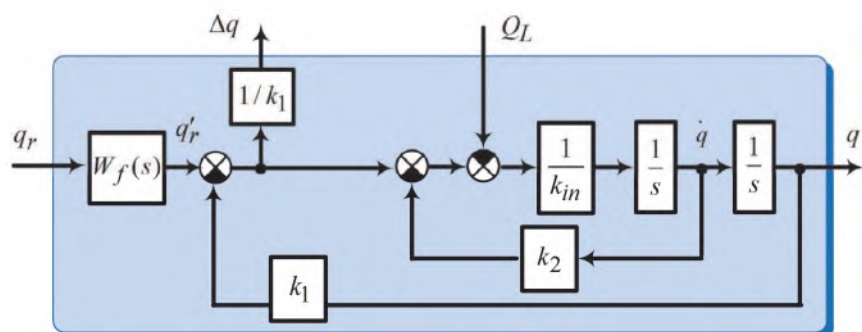


Рис. 6.9. Расчетная структура системы с модальным регулятором

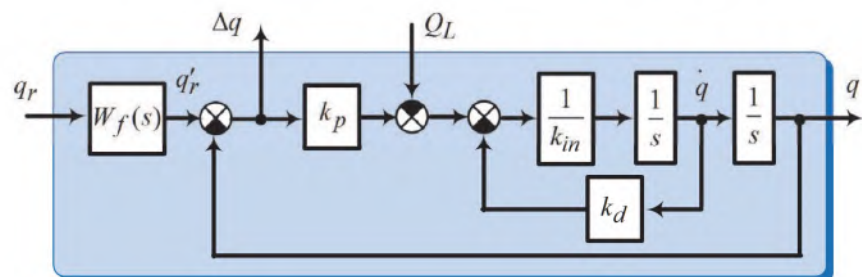


Рис. 6.10. Расчетная структура системы с модифицированным пропорционально-дифференциальным регулятором

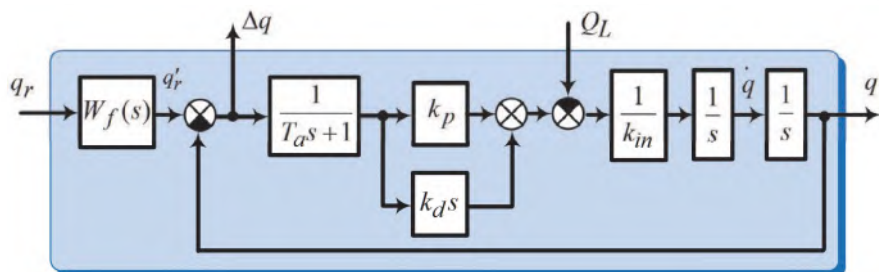


Рис. 6.11. Расчетная структура системы с пропорционально-дифференциальным регулятором с реальным дифференцированием (вариант 1)

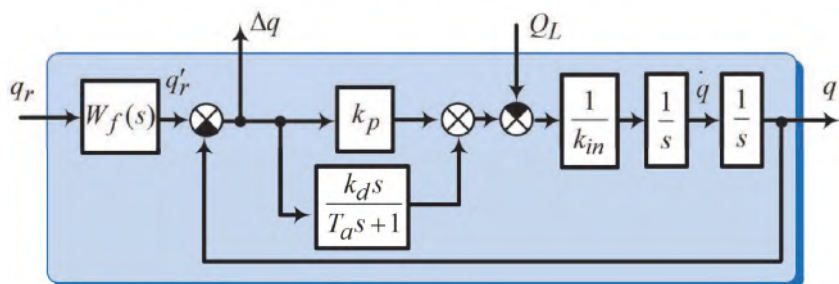


Рис. 6.12. Расчетная структура системы с пропорционально-дифференциальным регулятором с реальным дифференцированием (вариант 2)

По структурным схемам получим передаточные функции системы по управлению для статических регуляторов:

$$W'(s) = \frac{q(s)}{q'_r(s)}. \quad (6.1)$$

Передаточные функции входных фильтров предназначены для компенсации влияния на динамические процессы управления полинома числителя (6.1) и имеют вид

$$W_f(s) = \frac{q'_r(s)}{q_r(s)}. \quad (6.2)$$

Результаты преобразований по (6.1) – (6.2) сведем в табл. 6.1. Сравнение передаточных функций показывает, что введение реального дифференцирования в регулятор положения увеличивает порядок характеристического полинома на единицу, а регуляторы МР и П(Д) не требуют динамической компенсации полинома числителя.

Т а б л и ц а 6.1

Передаточные функции по управлению и фильтра

Регулятор	$W'(s)$	$W_f(s)$
ПД	$\frac{k_d s + k_p}{k_{in} s^2 + k_d s + k_p}$	$\frac{k_p}{k_d s + k_p}$
МР	$\frac{1}{k_{in} s^2 + k_2 s + k_1}$	k_1
П(Д)	$\frac{k_p}{k_{in} s^2 + k_d s + k_p}$	1
ПРД1	$\frac{k_d s + k_p}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + k_d s + k_p}$	$\frac{k_p}{k_d s + k_p}$
ПРД2	$\frac{(k_p T_a + k_d) s + k_p}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + (k_p T_a + k_d) s + k_p}$	$\frac{k_p}{(k_p T_a + k_d) s + k_p}$

Фильтры $W_f(s)$ по формулам (6.6), (6.9), (6.10) представляют собой фильтры низкой частоты первого порядка, не вызывающие проблем в реализации в аналоговой и цифровой форме. В итоге получаем передаточные функции замкнутой системы по управлению, с учетом того, что передаточные функции последовательно включенных элементов перемножаются:

$$W(s) = W'(s)W_f(s). \quad (6.3)$$

Полученные передаточные функции по управлению для систем позиционирования и их характеристические полиномы представим в табл. 6.2.

Т а б л и ц а 6.2

**Передаточные функции и характеристические полиномы
статической системы позиционирования**

Регулятор	$W(s)$	Характеристический полином
ПД	$\frac{k_p}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p}$	$s^2 + \frac{k_d}{k_{in}}s + \frac{k_p}{k_{in}}$
МР	$\frac{k_1}{k_{in}s^2 + k_2 s + k_1}$	$s^2 + \frac{k_2}{k_{in}}s + \frac{k_1}{k_{in}}$
П(Д)	$\frac{k_p}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p}$	$s^2 + \frac{k_d}{k_{in}}s + \frac{k_p}{k_{in}}$
ПРД1	$\frac{k_p}{k_{in}T_a s^3 + k_{in}s^2 + k_d s + k_p}$	$s^3 + \frac{1}{T_a}s^2 + \frac{k_d}{k_{in}T_a}s + \frac{k_p}{k_{in}T_a}$
ПРД2	$\frac{k_p}{k_{in}T_a s^3 + k_{in}s^2 + (k_p T_a + k_d)s + k_p}$	$s^3 + \frac{1}{T_a}s^2 + \frac{k_p T_a + k_d}{k_{in}T_a}s + \frac{k_p}{k_{in}T_a}$

В связи с тем, что в реальных электромехатронных системах промышленных манипуляторов форма изменения механической нагрузки может быть произвольной, проведем теоретический анализ реакции систем при нулевом задании на позиционирование с разными формами механической нагрузки (табл. 6.3):

- постоянная механическая нагрузка;
- линейное нарастание нагрузки;
- изменение нагрузки по параболе.

Т а б л и ц а 6.3

**Описание механической нагрузки системы позиционирования
($Q_L \rightarrow Const$)**

Форма представления нагрузки	Форма нагрузки		
	постоянная	линейная	параболическая
$Q_L(t)$	Q_L	$Q_L t$	$Q_L t^2$
$Q_L(s)$	$\frac{Q_L}{s}$	$\frac{Q_L}{s^2}$	$\frac{2Q_L}{s^3}$

Для систем с вариантами регулятора получим аналитические выражения для установившихся значений ошибки регулирования $\Delta q = q_r' - q$.

Определим реакцию систем на возмущение, получим по соответствующим структурным схемам передаточные функции по возмущению:

$$W_L(s) = \frac{\Delta q(s)}{Q_L(s)}. \quad (6.4)$$

Для передаточных функций по возмущению (6.4), используя теорему преобразования Лапласа о предельных значениях, по следующему выражению определим установившуюся ошибку регулирования для каждого из статических регуляторов:

$$\Delta q = \lim_{s \rightarrow 0} (s W_L(s) Q_L(s)). \quad (6.5)$$

Результаты расчетов передаточных функций по возмущению (6.4) и установившихся ошибок позиционирования (6.5) представлены в табл. 6.4.

Т а б л и ц а 6.4

Установившаяся ошибка в статических системах позиционирования

Тип	$W_L(s)$	Форма нагрузки		
		постоянная	линейная	параболическая
ПД	$\frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p}$	$\frac{Q_L}{k_p}$	∞	∞
МР	$\frac{1}{k_{in}s^2 + k_2 s + k_1}$	$\frac{Q_L}{k_1}$	∞	∞
П(Д)	$\frac{1}{k_{in}s^2 + k_d s + k_p}$	$\frac{Q_L}{k_p}$	∞	∞
ПРД1	$\frac{T_a s + 1}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + k_d s + k_p}$	$\frac{Q_L}{k_p}$	∞	∞
ПРД2	$\frac{T_a s + 1}{k_{in} T_a s^3 + k_{in} s^2 + (k_p T_a + k_d) s + k_p}$	$\frac{Q_L}{k_p}$	∞	∞

В результате получили, что статическая система с ПД-, П(Д)-, МР-, ПРД1-, ПРД2-регуляторами дает при постоянной нагрузке установившуюся ошибку, пропорциональную величине нагрузки Q_L и обратно пропорциональную коэффициентом пропорционального канала регулятора k_p или k_1 . То есть снижение ошибки регулирования от действия постоянной нагрузки возможно только за счет увеличения $k_p(k_1)$.

При линейно нарастающей механической нагрузке и нагрузке, изменяющейся по параболе, имеем нарастающую с течением времени установившуюся ошибку регулирования по положению.

6.2. СИСТЕМЫ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ С АСТАТИЗМОМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

В качестве регуляторов положения с астатизмом первого порядка в системах позиционирования манипуляторов рассмотрим:

- пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор положения (рис. 6.13);
- модифицированный пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор положения (рис. 6.14);
- пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор положения с реальным дифференцированием (рис. 6.15).

Как и в случае статических систем, получим структурные схемы (рис. 6.16 – 6.18) для анализа статических и динамических характеристик системы с астатическими регуляторами первого порядка.

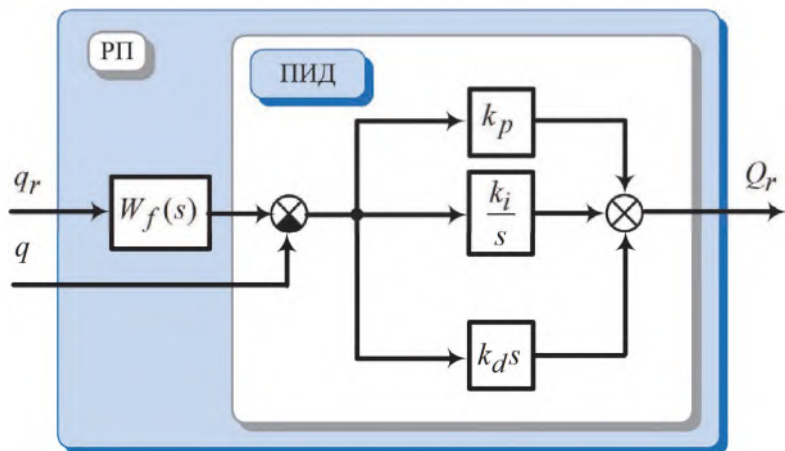


Рис. 6.13. Пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор

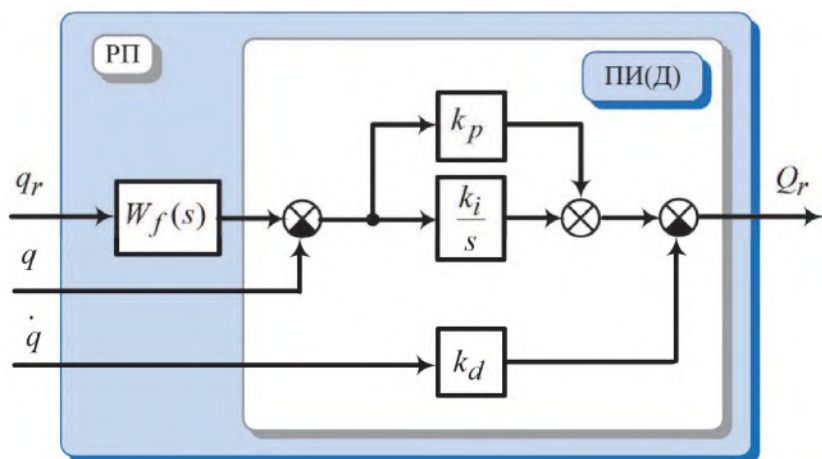


Рис. 6.14. Модифицированный пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор

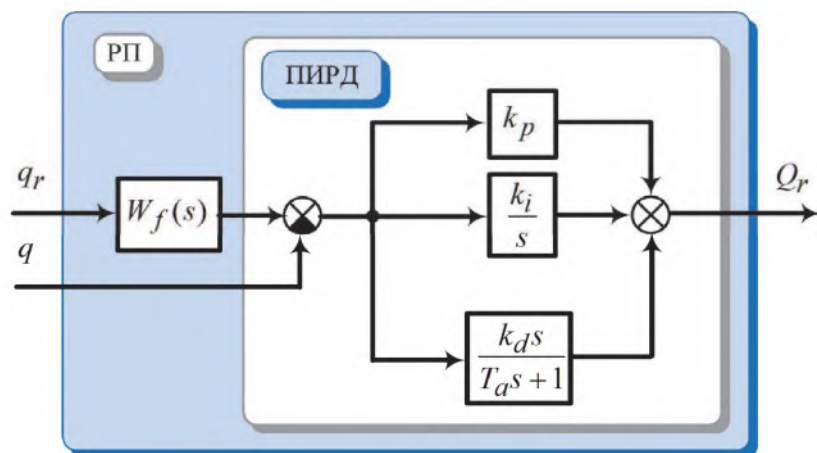


Рис. 6.15. Пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор с реальным дифференцированием

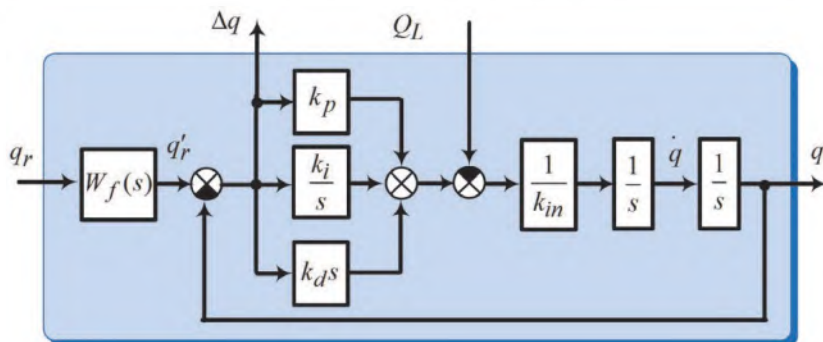


Рис. 6.16. Расчетная структура системы с пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором

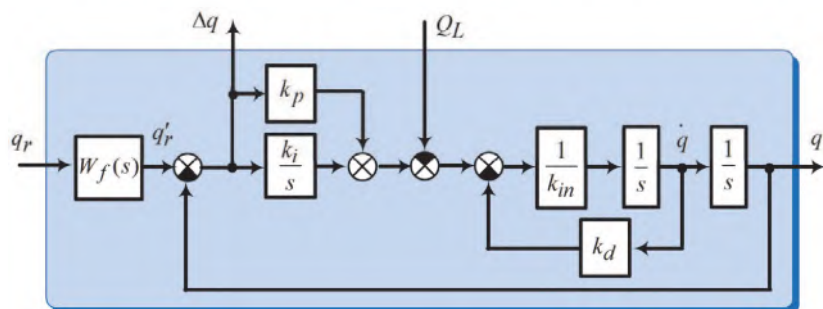


Рис. 6.17. Расчетная структура системы с модифицированным пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором

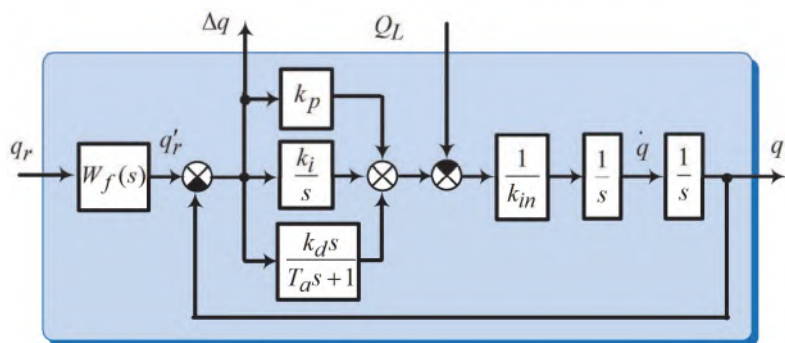


Рис. 6.18. Расчетная структура системы с пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором с реальным дифференцированием

При построении структурных схем исходим из обобщенной структуры электромеханотронной системы позиционирования с регуляторами положения, показанной на рис. 6.2. По структурным схемам (рис. 6.16 – 6.18) получим передаточные функции системы по управлению (6.1) для регуляторов с астатизмом первого порядка, результаты сведем в табл. 6.5, где k_i – коэффициент интегрального канала регулятора.

Анализ выражений передаточных функций (табл. 6.5) показывает, что модификация ПИД-регулятора [5,15], не изменяя порядка характеристического полинома, снижает на единицу порядок числителя; введение реального дифференцирования повышает на единицу порядок характеристического полинома. Порядок полинома числителя определяет сложность входного фильтра низкой частоты регулятора. Передаточные функции входных фильтров предназначены для компенсации влияния на динамические процессы управления числителя, имеют вид (6.2) и представлены для вариантов регулятора положения в табл. 6.5.

Таблица 6.5

Передаточные функции по управлению и фильтра

Тип	$W'(s)$	$W_f(s)$
ПИД	$\frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{k_{in} s^3 + k_d s^2 + k_p s + k_i}$	$\frac{k_i}{k_d s^2 + k_p s + k_i}$
ПИ(Д)	$\frac{k_p s + k_i}{k_{in} s^3 + k_d s^2 + k_p s + k_i}$	$\frac{k_i}{k_p s + k_i}$
ПИРД	$\frac{(T_a k_p + k_d) s^2 + (T_a k_i + k_p) s + k_i}{T_a k_{in} s^4 + k_{in} s^3 + (T_a k_p + k_d) s^2 + (T_a k_i + k_p) s + k_i}$	$\frac{k_i}{(T_a k_p + k_d) s^2 + (T_a k_i + k_p) s + k_i}$

Система позиционирования и включенный с ней последовательно входной фильтр в итоге дают скорректированную передаточную функцию по управлению (6.3). Передаточные функции систем позиционирования с астатизмом первого порядка и соответствующие характеристические полиномы приведены в табл. 6.6.

Т а б л и ц а 6.6

Передаточные функции и характеристические полиномы астатической системы позиционирования

Тип	$W(s)$	Характеристический полином
ПИД	$\frac{k_i}{k_{in}s^3 + k_d s^2 + k_p s + k_i}$	$s^3 + \frac{k_d}{k_{in}} s^2 + \frac{k_p}{k_{in}} s + \frac{k_i}{k_{in}}$
ПИ(Д)	$\frac{k_i}{k_{in}s^3 + k_d s^2 + k_p s + k_i}$	$s^3 + \frac{k_d}{k_{in}} s^2 + \frac{k_p}{k_{in}} s + \frac{k_i}{k_{in}}$
ПИРД	$\frac{k_i}{T_a k_{in} s^4 + k_{in} s^3 + (T_a k_p + k_d) s^2 + (T_a k_i + k_p) s + k_i}$	$s^4 + \frac{1}{T_a} s^3 + \frac{T_a k_p + k_d}{T_a k_{in}} s^2 + \frac{T_a k_i + k_p}{T_a k_{in}} s + \frac{k_i}{T_a k_{in}}$

Определим реакцию систем на механическую нагрузку различной формы. Для этого получим передаточные функции замкнутой системы по возмущению (6.4) и используем для определения установившейся ошибки позиционирования операцию, показанную в (6.5). Результаты расчетов и преобразований представлены в табл. 6.7.

Т а б л и ц а 6.7

Установившаяся ошибка в астатических системах позиционирования

Тип	$W_L(s)$	Форма нагрузки		
		постоянная	линейная	параболическая
1	2	3	4	5
ПИД	$\frac{s}{k_{in}s^3 + k_d s^2 + k_p s + k_i}$	0	$\frac{Q_L}{k_i}$	∞
ПИ(Д)	$\frac{s}{k_{in}s^3 + k_d s^2 + k_p s + k_i}$	0	$\frac{Q_L}{k_i}$	∞

Окончание таблицы 6.7

1	2	3	4	5
ПИРД	$\frac{(T_a s + 1)s}{T_a k_{in} s^4 + k_{in} s^3 + (T_a k_p + k_d)s^2 + (T_a k_i + k_p)s + k_i}$	0	$\frac{Q_L}{k_i}$	∞

Анализ результатов показывает, что регуляторы с астатизмом первого порядка имеют нулевую установившуюся ошибку при действии постоянной нагрузки. Для линейно нарастающей нагрузки в случае регуляторов с астатизмом первого порядка получаем установившиеся ошибки позиционирования, величина которых пропорциональна скорости нарастания нагрузки Q_L и обратно пропорциональна коэффициенту k_i регуляторов. Системы с астатизмом первого порядка при росте нагрузке по параболическому закону имеют нарастающую с течением времени установившуюся ошибку позиционирования.

6.3. СИСТЕМЫ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ С АСТАТИЗМОМ ВТОРОГО ПОРЯДКА

В качестве регуляторов положения с астатизмом второго порядка в системах позиционирования манипуляторов рассмотрим:

- пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор с двукратным интегрированием (рис. 6.19);
- модифицированный пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор с двукратным интегрированием (рис. 6.20);
- пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор с двукратным интегрированием и реальным дифференцированием (рис. 6.21).

Преобразуем структуру системы с астатическими регуляторами первого порядка (рис. 6.19 – 6.21) для удобства синтеза и анализа, пренебрегая инерционностью контура момента КМ в силу малости ее постоянной времени у всех современных систем электроприводов. В результате получаем структурные схемы, показанные на рис. 6.22 – 6.24.

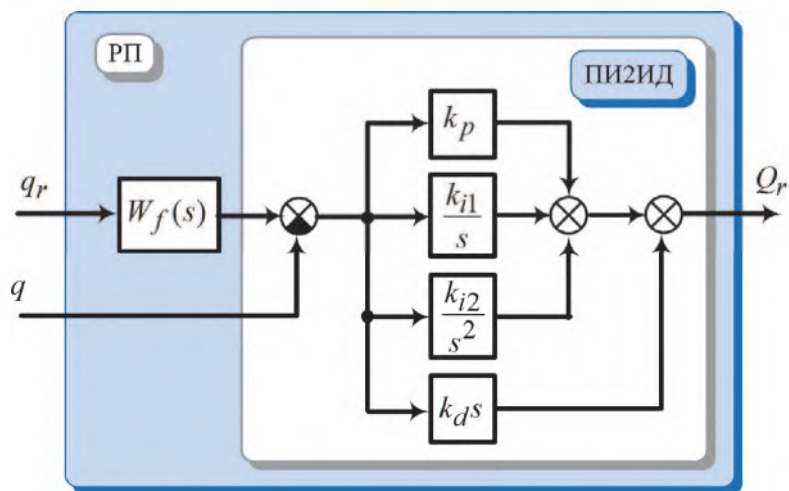


Рис. 6.19. Пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор с двойным интегрированием

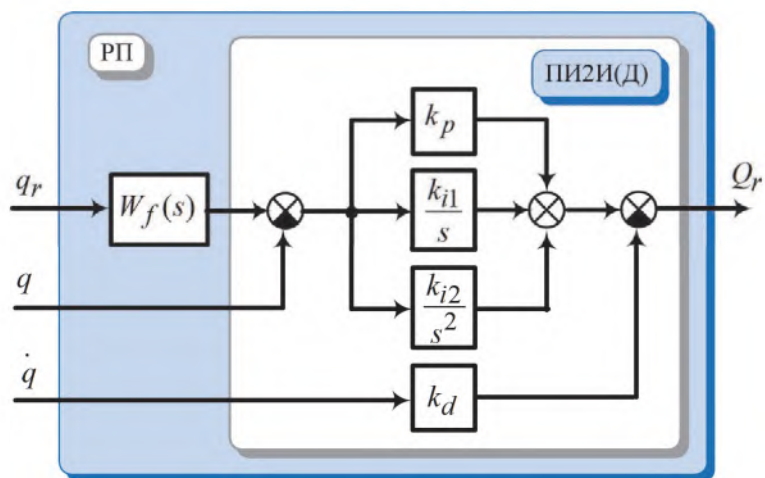


Рис. 6.20. Модифицированный пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор с двойным интегрированием

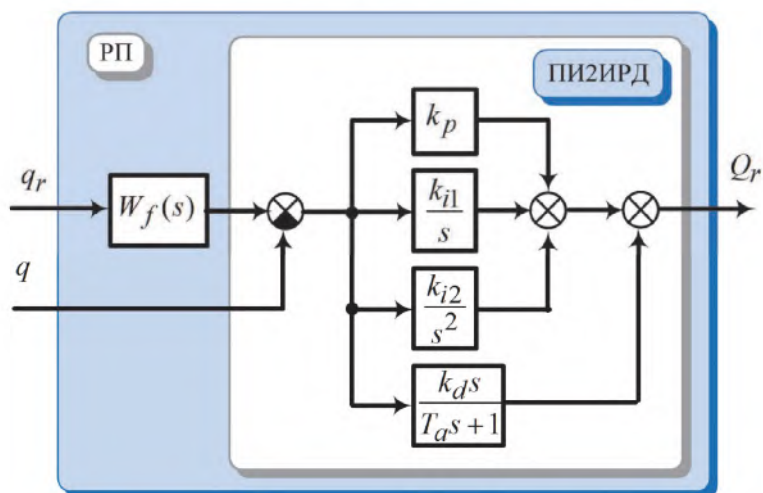


Рис. 6.21. Модифицированный пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор с двойным интегрированием и реальным дифференцированием

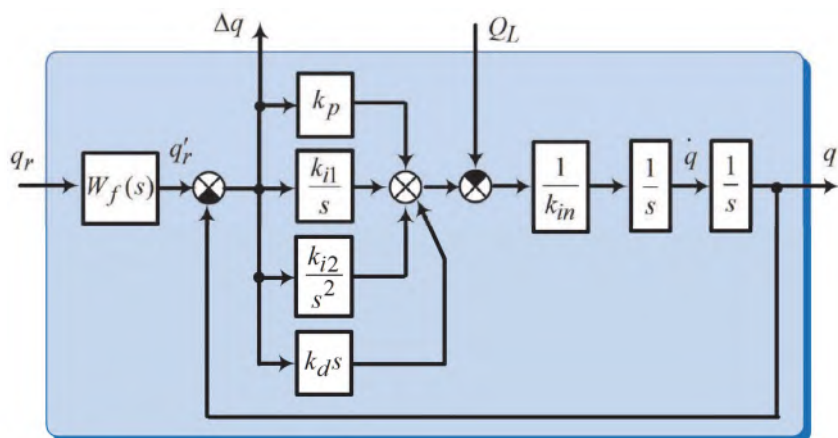


Рис. 6.22. Расчетная структура системы с пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором с двойным интегрированием

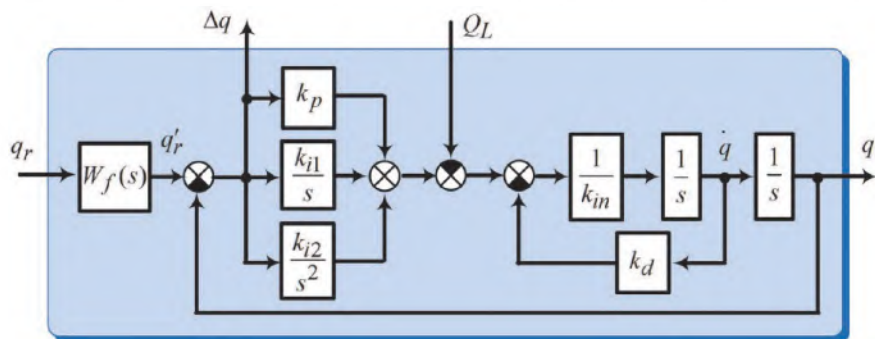


Рис. 6.23. Расчетная структура системы с модифицированным пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором с двойным интегрированием

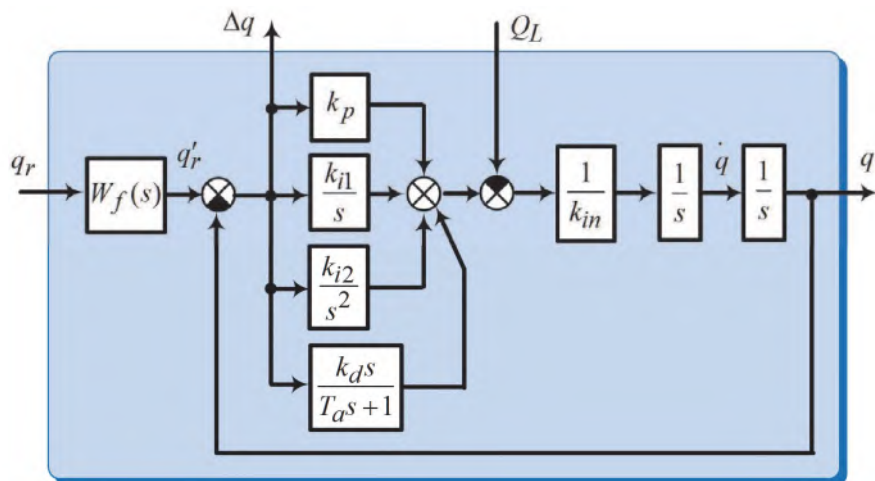


Рис. 6.24. Расчетная структура системы с пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором с двойным интегрированием и реальным дифференцированием

По структурным схемам получим передаточные функции системы по управлению для регуляторов с астатизмом второго порядка, где k_{i1} – коэффициент однократного интегрирования регулятора; k_{i2} – коэффициент двукратного интегрирования регулятора (табл. 6.8). Там же представлены передаточные функции входных фильтров.

Т а б л и ц а 6.8

Передаточные функции по управлению и фильтра

Тип	$W'(s)$	$W_f(s)$
ПИ2ИД	$\frac{k_d s^3 + k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2}}{k_{in} s^4 + k_d s^3 + k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2}}$	$\frac{k_{i2}}{k_d s^3 + k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2i}}$
ПИ2И(Д)	$\frac{k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2}}{k_{in} s^4 + k_d s^3 + k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2}}$	$\frac{k_{i2}}{k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2i}}$
ПИ2ИРД	$\frac{(T_d k_p + k_d) s^3 + (T_d k_{i1} + k_p) s^2 + \dots}{T_d k_{in} s^5 + k_{in} s^4 + (T_d k_p + k_d) s^3 + \dots}$ $\frac{\dots + (T_d k_{i2} + k_{i1}) s + k_{i2}}{\dots + (T_d k_{i1} + k_p) s^2 + (T_d k_{i2} + k_{i1}) s + k_{i2}}$	$\frac{k_{i2} \times}{(T_d k_p + k_d) s^3 + (T_d k_{i1} + k_p) s^2 + \dots}$ $\frac{\times 1}{\dots + (T_d k_{i2} + k_{i1}) s + k_{i2}}$

Здесь также видно, что модификация регулятора приводит к понижению порядка фильтра на единицу. Для регуляторов со вторым порядком астатизма получаем по (6.3) передаточные функции замкнутой системы по управлению и характеристические полиномы (табл. 6.9).

Т а б л и ц а 6.9

Передаточные функции и характеристические полиномы системы позиционирования с астатизмом второго порядка

Тип	$W(s)$	Характеристический полином
I	2	3
ПИ2ИД	$\frac{k_{i2}}{k_{in} s^4 + k_d s^3 + k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2}}$	$s^4 + \frac{k_d}{k_{in}} s^3 + \frac{k_p}{k_{in}} s^2 + \frac{k_{i1}}{k_{in}} s + \frac{k_{i2}}{k_{in}}$
ПИ2И(Д)	$\frac{k_{i2}}{k_{in} s^4 + k_d s^3 + k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2}}$	$s^4 + \frac{k_d}{k_{in}} s^3 + \frac{k_p}{k_{in}} s^2 + \frac{k_{i1}}{k_{in}} s + \frac{k_{i2}}{k_{in}}$

Окончание таблицы 6.9

1	2	3
ПИ2ИРД	$\frac{k_{i2} \times}{T_a k_{in} s^5 + k_{in} s^4 + (T_a k_p + k_d) s^3 + \dots}$ $\times 1$ $\dots + (T_a k_{i1} + k_p) s^2 + (T_a k_{i2} + k_{i1}) s + k_{i2}$	$s^5 + \frac{1}{T_a} s^4 + \frac{T_a k_p + k_d}{T_a k_{in}} s^3 + \dots$ $\dots + \frac{T_a k_{i1} + k_p}{T_a k_{in}} s^2 + \frac{T_a k_{i2} + k_{i1}}{T_a k_{in}} s + \dots$ $\dots + \frac{k_{i2}}{T_a k_{in}}$

Определим реакцию систем на возмущение. Для этого получим по (6.4) передаточную функцию замкнутой системы по возмущению (табл. 6.10). Получим, используя выражение (6.5), установившуюся ошибку регулирования для регуляторов с астатизмом второго порядка при действии постоянной механической нагрузки различной формы (см. табл. 6.3). Результаты по установившимся ошибкам позиционирования для систем со вторым порядком астатизма сведем в табл. 6.10.

Таблица 6.10

**Установившаяся ошибка в системах позиционирования
с астатизмом второго порядка**

Тип	$W_L(s)$	Форма нагрузки		
		постоянная	линейная	параболическая
ПИ2ИД	$\frac{s^2}{k_{in} s^4 + k_d s^3 + k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2}}$	0	0	$\frac{2Q_L}{k_{i2}}$
ПИ2И(Д)	$\frac{s^2}{k_{in} s^4 + k_d s^3 + k_p s^2 + k_{i1} s + k_{i2}}$	0	0	$\frac{2Q_L}{k_{i2}}$
ПИ2ИРД	$\frac{s^2(T_a s + \dots)}{T_a k_{in} s^5 + k_{in} s^4 + (T_a k_p + k_d) s^3 + \dots}$ $\dots + 1)$ $\dots + (T_a k_{i1} + k_p) s^2 + (T_a k_{i2} + k_{i1}) s + k_{i2}$	0	0	$\frac{2Q_L}{k_{i2}}$

В результате получили, что регуляторы с астатизмом второго порядка имеют нулевую установившуюся ошибку при действии постоянной и линейно нарастающей нагрузок. При росте нагрузки по параболическому закону имеем установившуюся ошибку регулирования по положению, которая пропорциональна Q_L и обратно пропорциональна k_{i2} .

6.4. ВЫБОР СТАНДАРТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОРНЕЙ ДЛЯ СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

Определим параметры регуляторов положения для систем позиционирования, используя метод стандартных коэффициентов. Осуществим выбор распределения корней характеристических полиномов из имеющихся стандартных форм, и рассчитаем параметры регуляторов положения, обеспечивающие заданные динамические характеристики.

Основные формы стандартных распределений, применяемых в электромеханотронных системах [11,16,18]:

- распределение корней по Бесселю, отличающееся линейностью фазочастотной характеристики, что обеспечивает постоянство группового времени запаздывания и минимального искажения сигнала, проходящего через систему;
- распределение корней по биному Ньютона, обеспечивающее монотонность временных характеристик для динамических систем любого порядка;
- распределение корней по Баттерворту, обладающее минимальным изменением логарифмической амплитудной частотной характеристики в полосе пропускания и приемлемым затуханием в полосе задержания;
- распределение корней по Баттерворту-Томсону, которое стремится к характеристикам, средним между распределениями Бесселя и Баттерворта.

Как следует из анализа динамики систем с различными регуляторами положения, следует рассмотреть характеристики распределения второго, третьего, четвертого и пятого порядков. В табл. 6.1 – 6.8 приведены значения полюсов и полиномы стандартных распределений, нормированных по $\omega_0(-3 \text{ дБ})$ – среднегеометрическому корню, соответствующему пересечению линии 3 дБ ЛАЧХ системы управления, приведенной к единичному коэффициенту усиления.

Т а б л и ц а 6.11

Полюса и характеристические полиномы стандартных распределений

Распределение	Полюсы	Полиномы
<i>Распределения второго порядка</i>		
По Бесселю	$s_{1,2} = -1,1016 + 0,6364j$	$s^2 + 2,2032s + 1,6185$
По биному Ньютона	$s_{1,2} = -1,558$	$s^2 + 3,116s + 2,4274$
По Баттерворту	$s_{1,2} = -0,7071 + 0,7071j$	$s^2 + 1,414s + 1,0000$
По Баттерворту-Томсону	$s_{1,2} = -0,8615 + 0,6977j$	$s^2 + 1,723s + 1,229$
<i>Распределения третьего порядка</i>		
По Бесселю	$s_{1,2} = -1,0174 + 0,9992j ;$ $s_3 = -1,323$	$s^3 + 3,417s^2 + 4,8665s + 2,771$
По биному Ньютона	$s_{1,...,3} = -1,965$	$s^3 + 5,895s^2 + 11,584s + 7,587$
По Баттерворту	$s_{1,2} = -0,5 + 0,866j ;$ $s_3 = -1,0$	$s^3 + 2,0s^2 + 2,0s + 1,0000$
По Баттерворту-Томсону	$s_{1,2} = -0,6942 + 0,9368j ;$ $s_3 = -1,1249$	$s^3 + 2,513s^2 + 2,921s + 1,529$
<i>Распределения четвертого порядка</i>		
По Бесселю	$s_{1,2} = -1,3700 + 0,4102j ;$ $s_{3,4} = -0,9952 + 1,2571j$	$s^4 + 4,7304s^3 + 10,069s^2 + ...$ $... + 11,114s + 5,2575$
По биному Ньютона	$s_{1,...,4} = -2,304$	$s^4 + 9,216s^3 + 31,85s^2 + ...$ $... + 48,92s + 28,18$
По Баттерворту	$s_{1,2} = -0,9239 + 0,3827j ;$ $s_{3,4} = -0,3827 + 0,9239j$	$s^4 + 2,6132s^3 + 3,4144s^2 + ...$ $... + 2,6132s + 1,0000$
По Баттерворту-Томсону	$s_{1,2} = -1,0858 + 0,3987j ;$ $s_{3,4} = -0,5543 + 1,0605j$	$s^4 + 3,2802s^3 + 5,1777s^2 + ...$ $... + 4,5927s + 1,9157$

Окончание таблицы 6.11

Распределение	Полюсы	Полиномы
<i>Распределения пятого порядка</i>		
По Бесселю	$s_{1,...,5} = -2,597$	$s^5 + 12,985s^4 + 67,444s^3 + \dots$ $\dots + 175,15s^2 + 227,44s + 118,13$
По биному Ньютона	$s_{1,...,5} = -2,597$	$s^5 + 12,985s^4 + 67,444s^3 + \dots$ $\dots + 175,15s^2 + 227,44s + 118,13$
По Баттерворту	$s_{1,2} = -0,3090 + 0,9511j$; $s_{3,4} = -0,8090 + 0,5878j$; $s_5 = -1,00$	$s^5 + 3,2360s^4 + 5,2360s^3 + \dots$ $\dots + 5,2360s^2 + 3,2360s + 1,0000$
По Баттерворту-Томсону	$s_{1,2} = -1,0059 + 0,6428j$; $s_{3,4} = -0,5103 + 1,1442j$; $s_5 = -1,1771$	$s^5 + 4,2045s^4 + 8,6173s^3 + \dots$ $\dots + 10,544s^2 + 7,6653s + 2,6328$

На рис. 6.25 – 6.28 показано расположение на комплексной плоскости нормированных полюсов распределений для каждого порядка в соответствии с табл. 6.11. Полюсы распределения по биному Ньютона являются кратными отрицательными действительными корнями характеристических полиномов. Полюсы остальных распределений – это отрицательные действительные корни и комплексно сопряженные корни с отрицательной действительной частью. Полюсы распределения корней по Баттерворту располагаются равномерно по окружности с радиусом ω_0 и симметрично относительно действительной оси. Траектория, вдоль которой располагаются полюсы распределений по Бесселю и Баттерворту-Томсону, является эллиптической. Поэтому фильтры на основе этих распределений часто называют эллиптическими.

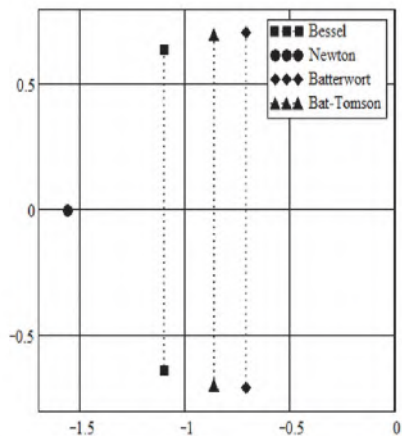


Рис. 6.25. Расположение нормированных полюсов (второй порядок)

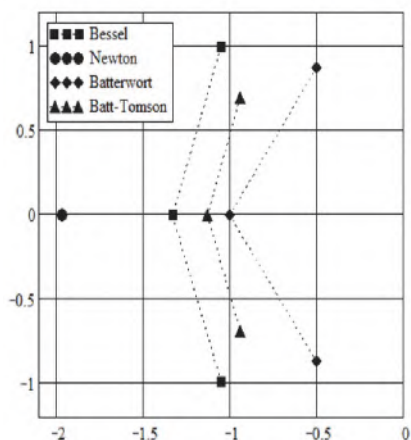


Рис. 6.26. Расположение нормированных полюсов (третий порядок)

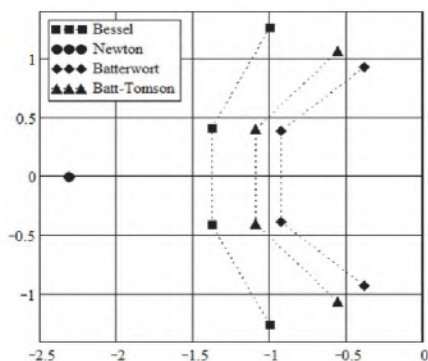


Рис. 6.27. Расположение нормированных полюсов (четвертый порядок)

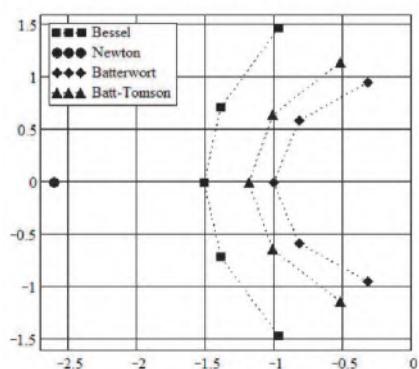


Рис. 6.28. Расположение нормированных полюсов (пятый порядок)

На рис. 6.29 – 6.32 показаны рассчитанные по данным табл. 6.11 переходные характеристики распределений для систем с единичным коэффициентом усиления в относительном времени: $\tau = \omega_0 t$. По нормированным переходным характеристикам, зная заданное время регулирования, можно определить среднегеометрический корень для расчета параметров характеристического полинома, а по нему и параметры регуляторов системы позиционирования:

$$\omega_0 = \frac{\tau_p}{t_p}, \quad (6.6)$$

где τ_p – определяемое по нормированным переходным характеристикам относительное время регулирования. В качестве примера рис. 6.33 – 6.35 показывают определение τ_p для системы второго порядка для различных требований к ошибке регулирования (5 %, 2 %, 1 %);

t_p – время регулирования, соответствующее требованиям к динамике в системе позиционирования.

Основные параметры (перерегулирование и время регулирования) нормированных характеристик приведены в табл. 6.12, 6.13.

Как показывает анализ данных определение среднегеометрического корня и параметров регуляторов по нормированным временным характеристикам и выражению (6.6) связано с размытостью формулировки «время регулирования», что особенно актуально для астатических систем, где понятие ошибки регулирования отсутствует. Это затрудняет и сравнение различных форм распределения корней характеристических полиномов. Для электроприводов станков и роботов требованием по быстродействию является обеспечение полосы пропускания [4]. Исследуем логарифмические характеристики нормированных стандартных распределений с точки зрения удовлетворения заданной полосы пропускания. На рис. 6.36 – 6.43 приведены рассчитанные логарифмические частотные характеристики при относительной частоте

$$\omega' = \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (6.7)$$

Среднегеометрический корень может быть определен по заданной полосе пропускания с использованием выражений

$$\omega_0 = \frac{\omega_{\text{пр}}}{\omega'_{-3\text{дБ}(-90^\circ)}}; \quad (6.8)$$

$$\omega'_{\text{пр}} = \min\{\omega'_{-3\text{дБ}}; \omega'_{-90^\circ}\}, \quad (6.9)$$

где $\omega'_{-3\text{дБ}}$ – относительная частота, при которой ЛАЧХ пересекает линию – 3 дБ;

ω'_{-90° – относительная частота, при которой ЛФЧХ пересекает линию – 90°.

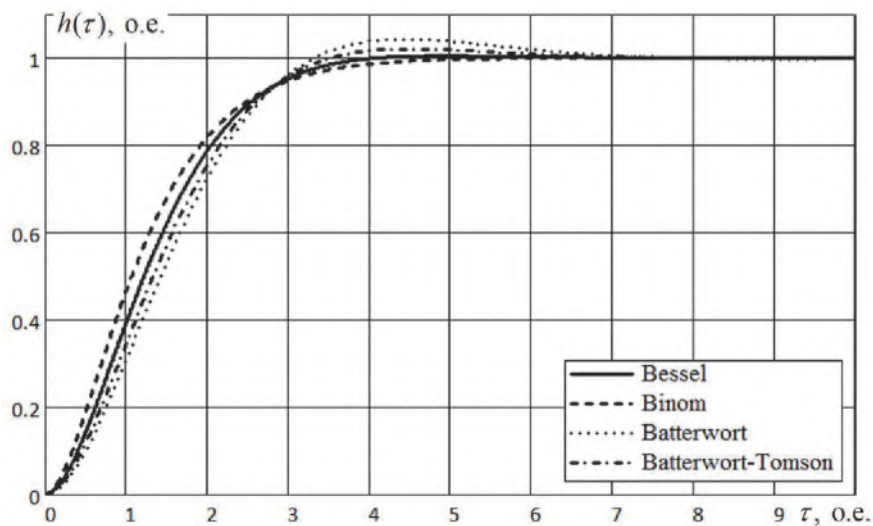


Рис. 6.29. Нормированные переходные характеристики (второй порядок)

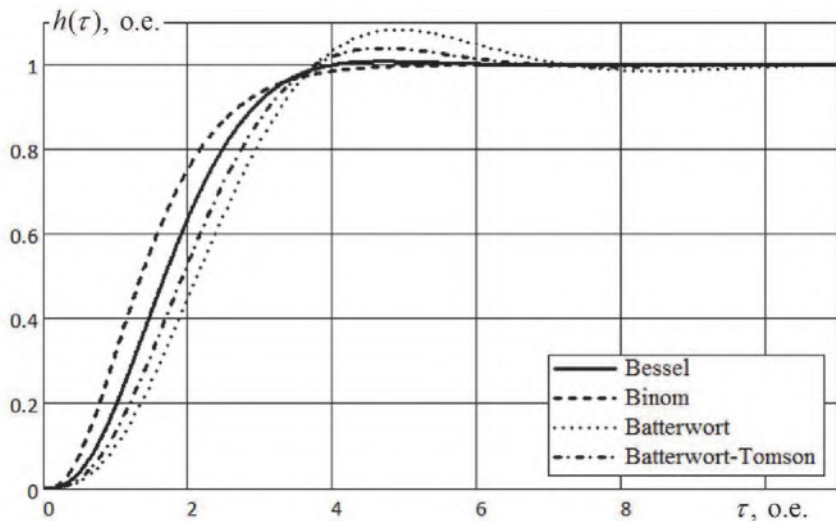


Рис. 6.30. Нормированные переходные характеристики (третий порядок)

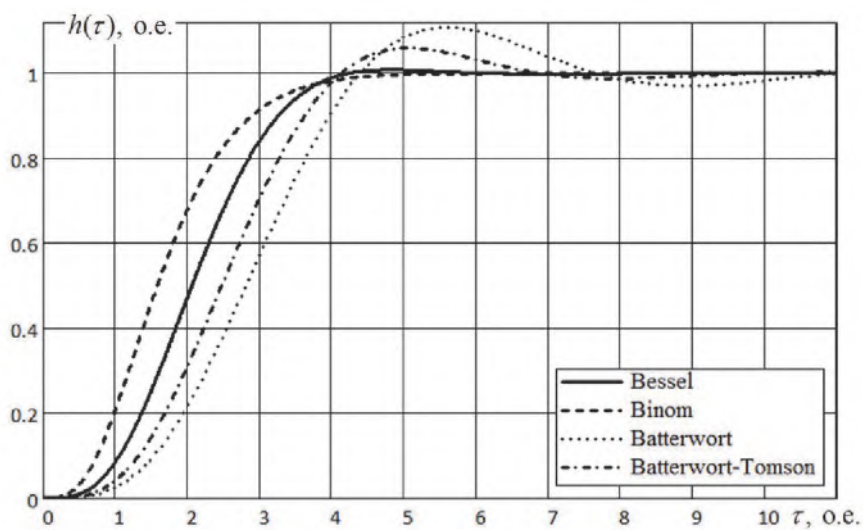


Рис. 6.31. Нормированные переходные характеристики
(четвертый порядок)

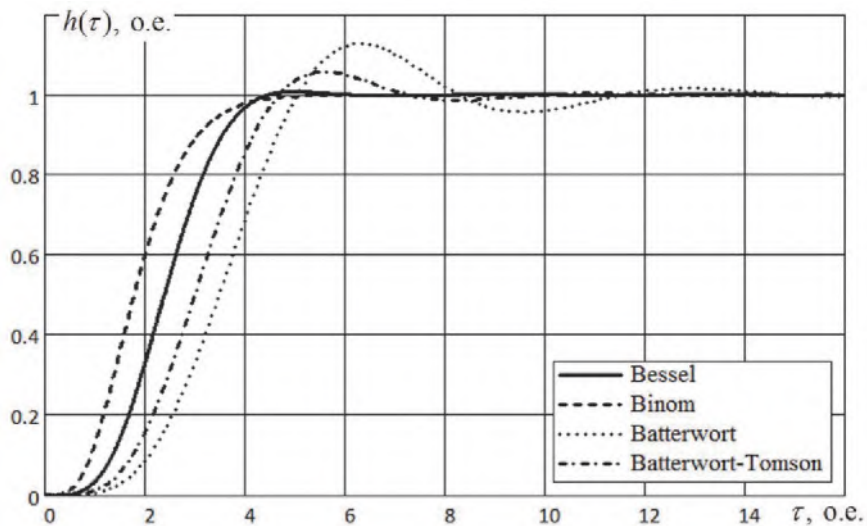


Рис. 6.32. Нормированные переходные характеристики
(пятый порядок)

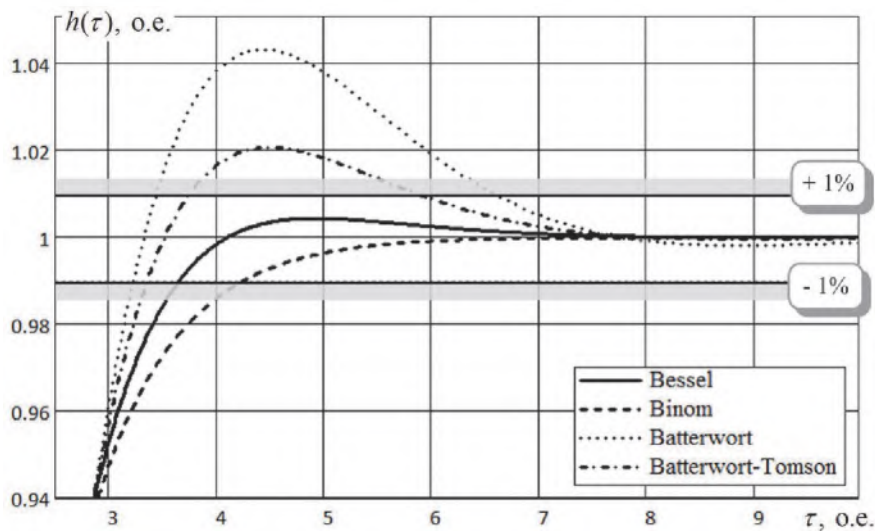


Рис. 6.33. К определению времени регулирования системы второго порядка при допуске 1 %

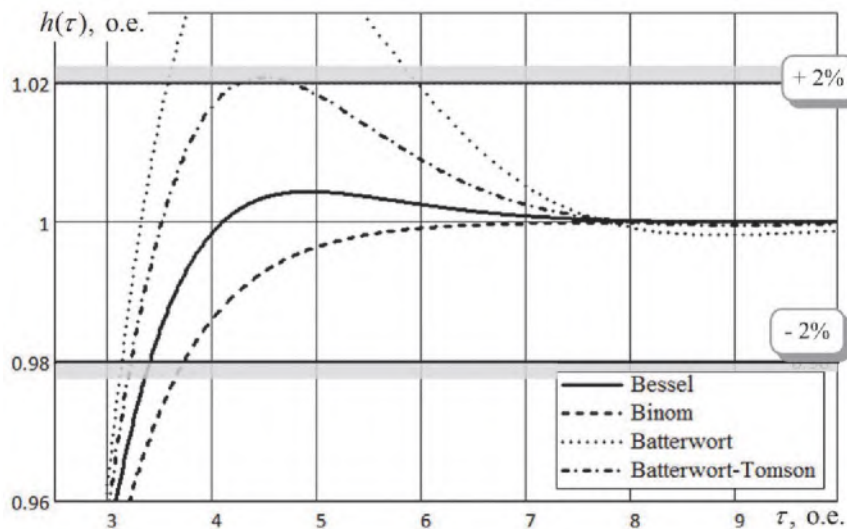


Рис. 6.34. К определению времени регулирования системы второго порядка при допуске 2 %

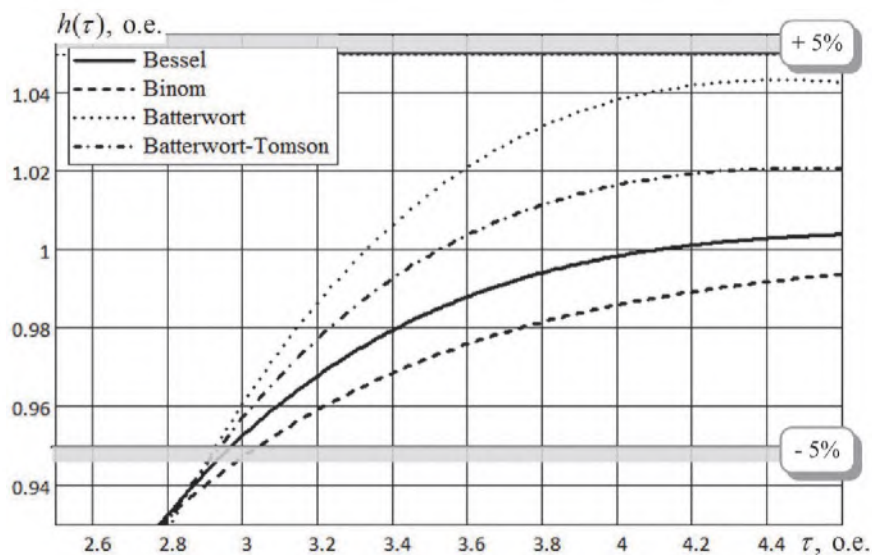


Рис. 6.35. К определению времени регулирования системы второго порядка при допуске 5 %

Таблица 6.12

Параметры нормированных переходных характеристик
(второй и третий порядки)

Распределение	$n = 2$				$n = 3$			
	$\sigma, \%$	$\tau_{p(5\%)}$	$\tau_{p(2\%)}$	$\tau_{p(1\%)}$	$\sigma, \%$	$\tau_{p(5\%)}$	$\tau_{p(2\%)}$	$\tau_{p(1\%)}$
По Бесселю	0,43	2,97	3,42	3,66	0,76	3,27	3,6	3,72
По биному Ньютона	0	3,04	3,74	4,26	0	3,2	3,83	4,28
По Баттерворту	4,32	2,93	5,96	6,59	8,15	5,97	6,64	9,42
По Баттерворту–Томсону	2,04	2,94	4,75	5,88	3,87	3,39	5,73	6,22

Т а б л и ц а 6.13

**Параметры нормированных переходных характеристик
(четвертый и пятый порядки)**

Распределение	$n = 4$				$n = 5$			
	$\sigma, \%$	$\tau_{p(5\%)}$	$\tau_{p(2\%)}$	$\tau_{p(1\%)}$	$\sigma, \%$	$\tau_{p(5\%)}$	$\tau_{p(2\%)}$	$\tau_{p(1\%)}$
По Бесселю	0,83	3,58	3,88	4,03	0,77	3,86	4,14	4,28
По биному Ньютона	0	3,36	3,94	4,36	0	3,52	4,07	4,47
По Баттерворту	10,83	6,85	9,87	10,43	12,78	7,66	10,84	13,87
По Баттерворту–Томсону	5,91	5,56	6,31	8,49	5,79	6,04	6,75	8,94

Для заданной полосы пропускания $f_{\text{пр}} = 10$ Гц имеем

$$\omega_{\text{пр}} = 2\pi f_{\text{пр}} = 62,8 \text{ рад/с} . \quad (6.10)$$

Параметры логарифмических характеристик и результаты расчетов среднегеометрического корня для стандартных распределений приведены в табл. 6.14, 6.15.

Результаты расчетов среднегеометрического корня показывают, что нормирование по уровню -3 дБ соответствует полосе пропускания только для систем второго порядка, для систем более высокого порядка необходимо определять полосу пропускания системы по ЛФЧХ.

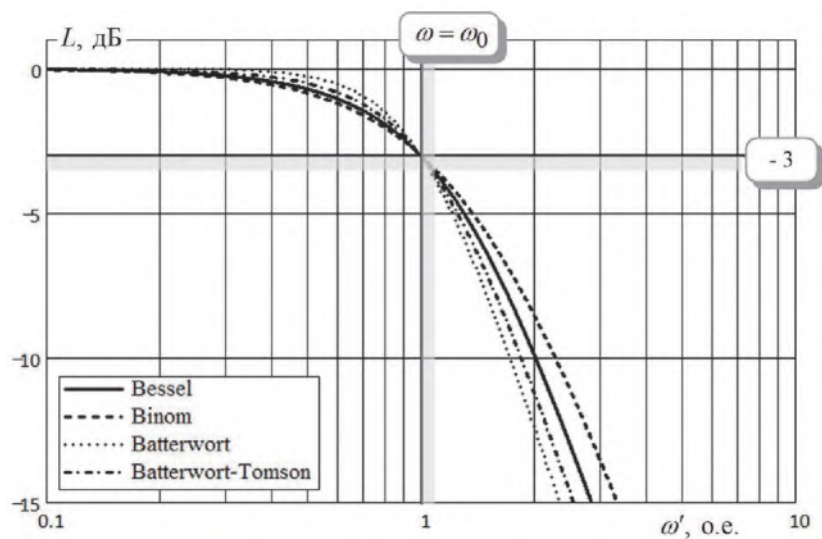


Рис. 6.36. Нормированные ЛАЧХ (второй порядок)

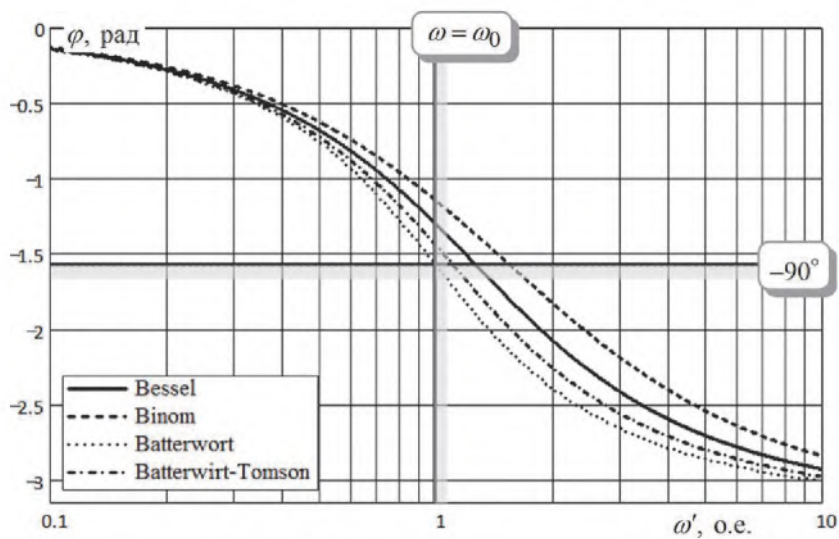


Рис. 6.37. Нормированные ЛФЧХ (второй порядок)

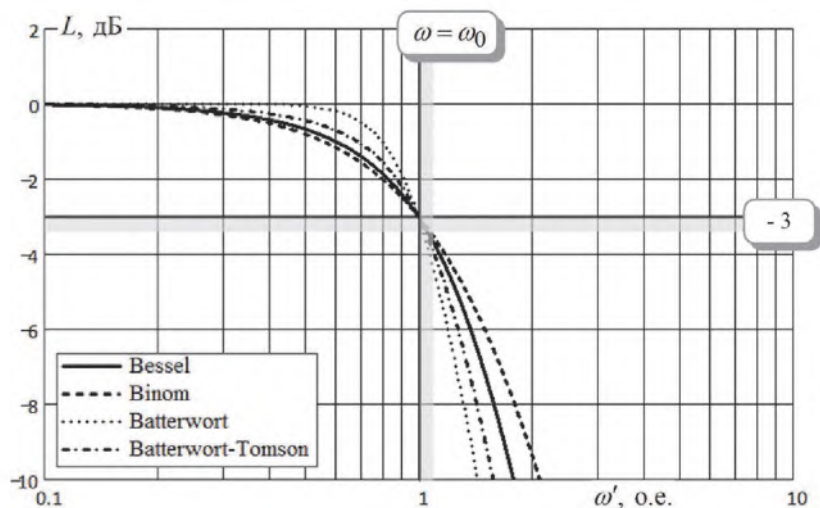


Рис. 6.38. Нормированные ЛАЧХ (третий порядок)

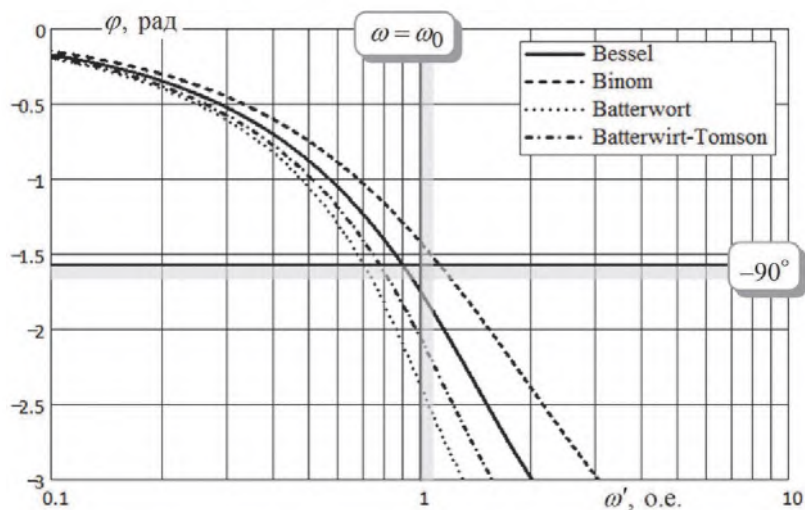


Рис. 6.39. Нормированные ЛФЧХ (третий порядок)

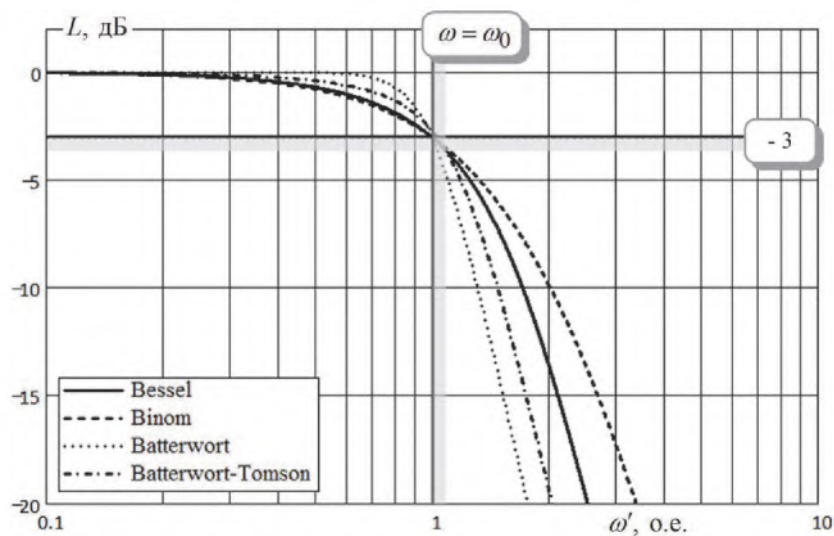


Рис. 6.40. Нормированные ЛАЧХ (четвертый порядок)

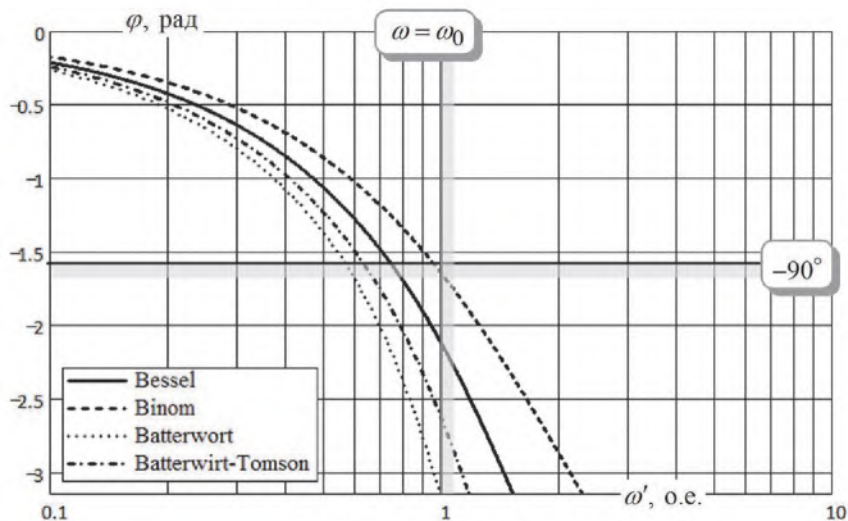


Рис. 6.41. Нормированные ЛФЧХ (четвертый порядок)

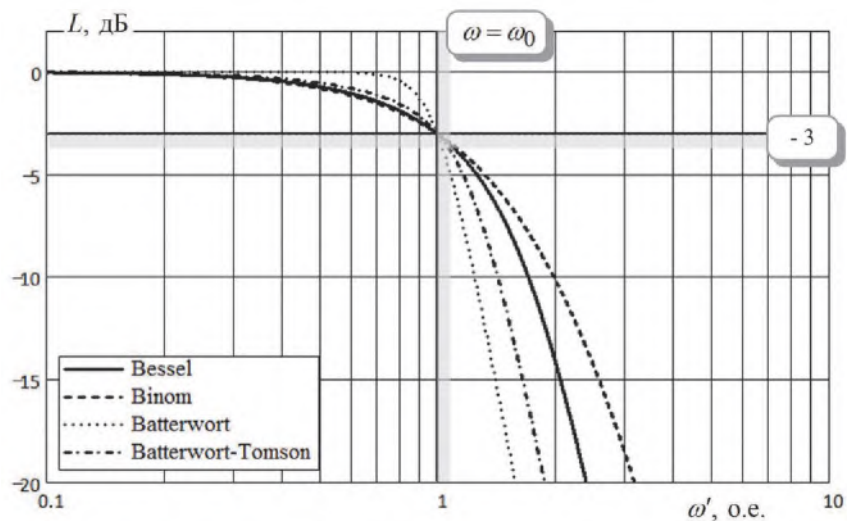


Рис. 6.42. Нормированные ЛАЧХ (пятый порядок)

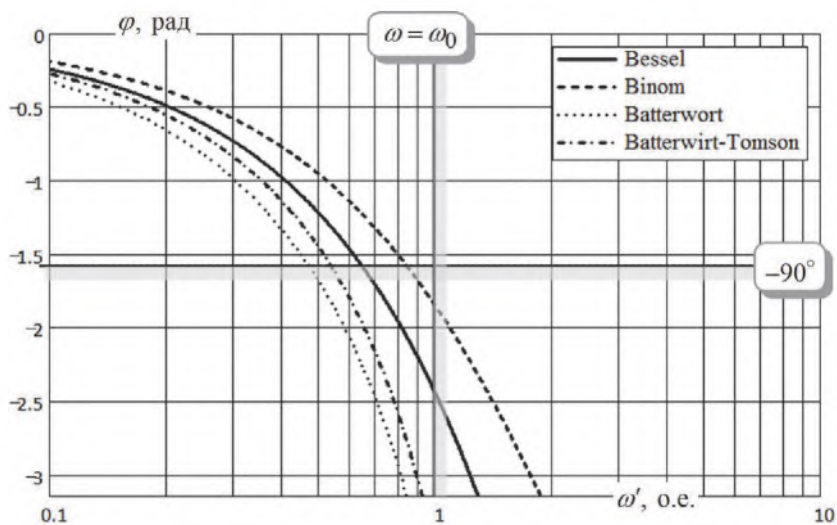


Рис. 6.43. Нормированные ЛФЧХ (пятый порядок)

Т а б л и ц а 6.14

**Параметры логарифмических частотных характеристик
(второй и третий порядки)**

Распределение	$n = 2$				$n = 3$			
	$\omega'_{-3\text{дБ}}$	ω'_{-90°	$\omega'_{\text{пр}}$	ω_0	$\omega'_{-3\text{дБ}}$	ω'_{-90°	$\omega'_{\text{пр}}$	ω_0
По Бесселю	1	1,27	1	62,8	1	0,90	0,90	69,78
По биному Ньютона	1	1,56	1	62,8	1	1,134	1	62,8
По Баттерворту	1	1	1	62,8	1	0,71	0,71	88,45
По Баттерворту-Томсону	1	1,11	1	62,8	1	0,78	0,78	80,53

Т а б л и ц а 6.15

**Параметры логарифмических частотных характеристик
(четвертый и пятый порядки)**

Распределение	$n = 4$				$n = 5$			
	$\omega'_{-3\text{дБ}}$	ω'_{-90°	$\omega'_{\text{пр}}$	ω_0	$\omega'_{-3\text{дБ}}$	ω'_{-90°	$\omega'_{\text{пр}}$	ω_0
По Бесселю	1	0,74	0,74	84,86	1	0,65	0,65	96,62
По биному Ньютона	1	0,95	0,95	66,11	1	0,84	0,84	74,76
По Баттерворту	1	0,57	0,57	110,18	1	0,47	0,47	133,62
По Баттерворту-Томсону	1	0,63	0,63	99,41	1	0,53	0,53	118,49

Рассмотрим также такую характеристику, как время группового запаздывания, постоянство которой в полосе пропускания характеризуется минимальным искажением сигнала управления [12,18]:

$$t_z = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}. \quad (6.11)$$

Для всех рассматриваемых случаев получены характеристики нормированного времени группового запаздывания (рис. 6.44 – 6.47). Для оценки равномерности характеристик оценим относительные отклонения времени группового запаздывания (табл. 6.16):

$$\Delta t_z = \left| \frac{t_z(0,01) - t_{z\max}}{t_z(0,01)} \right| \left| \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|, \quad (6.12)$$

где $t_z(0,01)$ – начальное значение времени группового запаздывания;

$t_{z\max}$ – максимальное отклонение времени группового запаздывания.

Т а б л и ц а 6.16

Относительное отклонение времени группового запаздывания

Распределение	Порядок системы			
	2	3	4	5
По Бесселю	19,06	6,516	1,812	0,395
По биному Ньютона	29,17	20,56	15,85	12,91
По Баттерворту	20,69	37,13	49,58	48,19
По Баттерворту-Томсону	9,27	13,91	23,40	84,09

По значениям ω_0 , соответствующим заданной полосе пропускания (табл. 6.14, 6.15), рассчитаем временные характеристики для оценки динамических свойств, результаты расчета переходных и скоростных характеристик показаны на рис. 6.48 – 6.55.

Параметры временных характеристик (перерегулирование, время регулирования при 1 % отклонений, максимальная скорость в переходном процессе) приведены в табл. 6.14, 6.15.

Т а б л и ц а 6.17

Параметры временных характеристик, приведенных к полосе пропускания (второй и третий порядки)

Распределение	$n = 2$			$n = 3$		
	$\sigma, \%$	$t_p(1\%), \text{ с}$	$V_{\max}, \text{ о.е/с}$	$\sigma, \%$	$t_p(1\%), \text{ с}$	$V_{\max}, \text{ о.е/с}$
По Бесселю	0,43	0,058	32,26	0,75	0,0542	32,453
По биному Ньютона	0	0,068	35,99	0	0,0681	33,403
По Баттерворту	4,3	0,052	28,63	8,15	0,1065	35,779
По Баттерворту-Томсону	2,1	0,054	30,03	3,88	0,0773	34,308

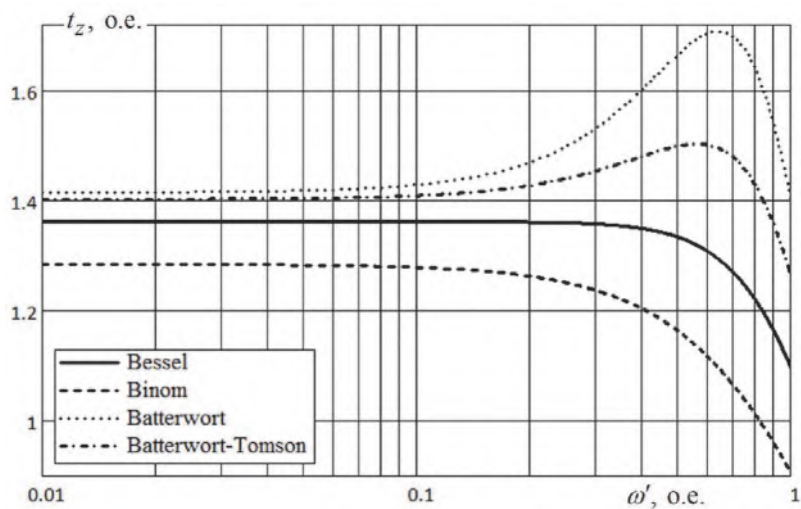


Рис. 6.44. Нормированное время группового запаздывания (второй порядок)

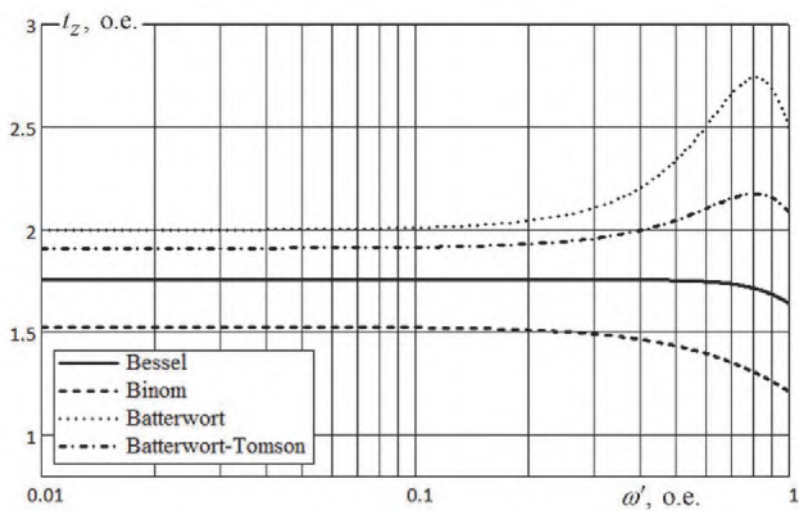


Рис. 6.45. Нормированное время группового запаздывания (третий порядок)

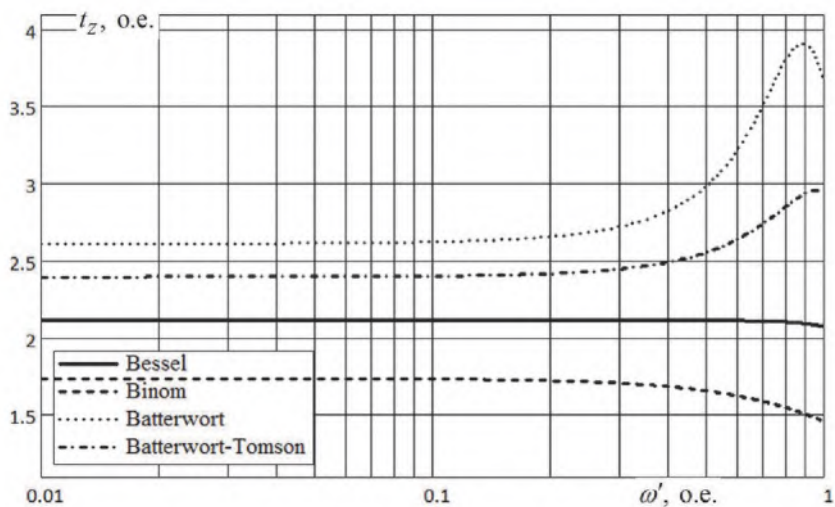


Рис. 6.46. Нормированное время группового запаздывания (четвертый порядок)

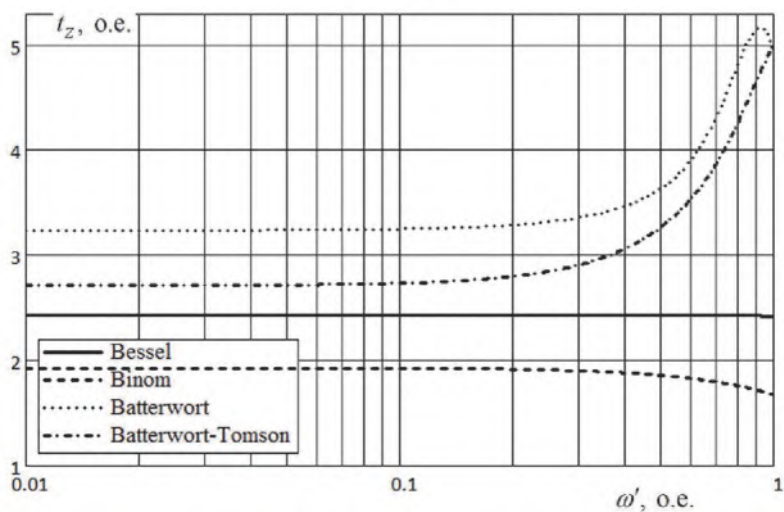


Рис. 6.47. Нормированное время группового запаздывания (пятый порядок)

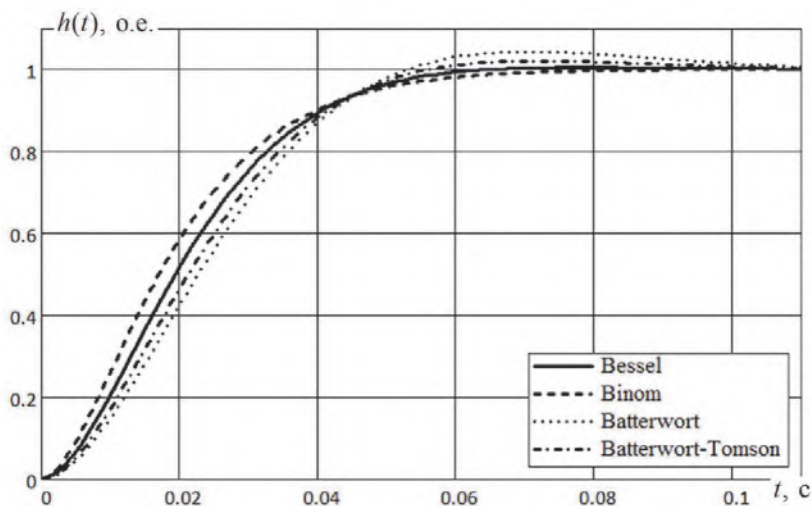


Рис. 6.48. Переходные характеристики, приведенные к полосе пропускания (второй порядок)

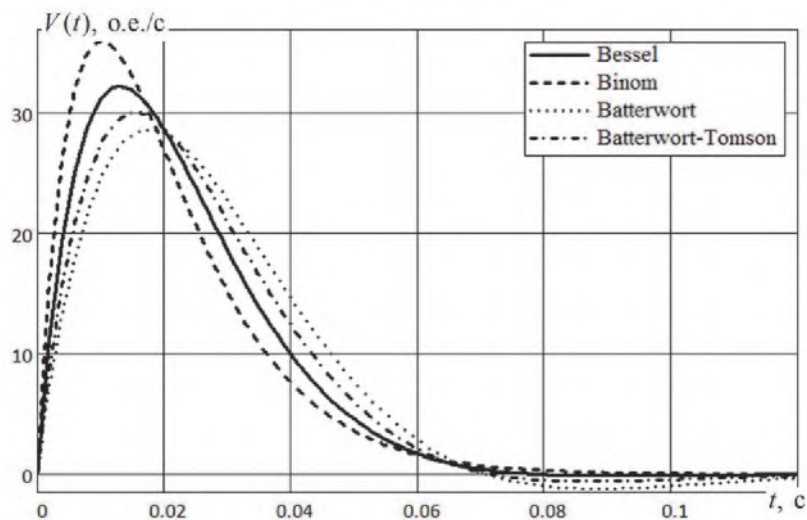


Рис. 6.49. Скоростные характеристики, приведенные к полосе пропускания (второй порядок)

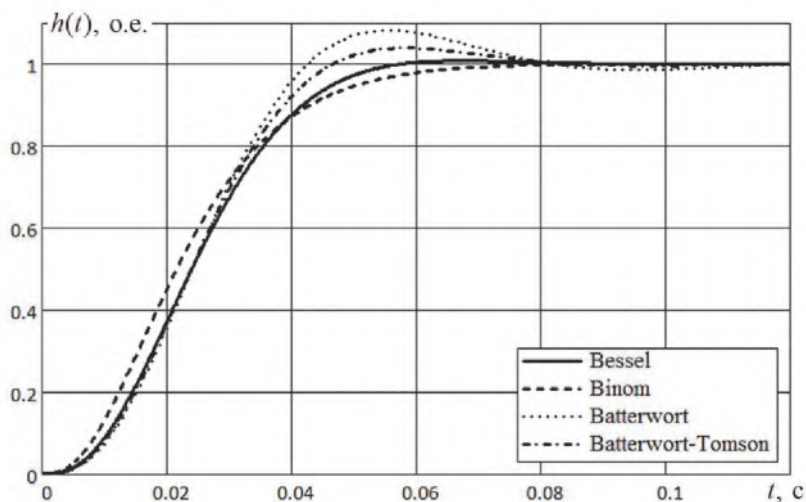


Рис. 6.50. Переходные характеристики, приведенные к полосе пропускания (третий порядок)

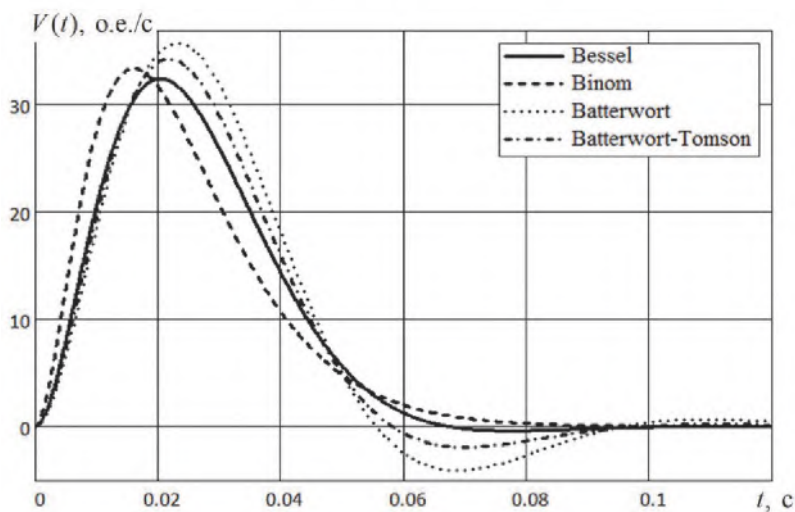


Рис. 6.51. Скоростные характеристики, приведенные к полосе пропускания (третий порядок)

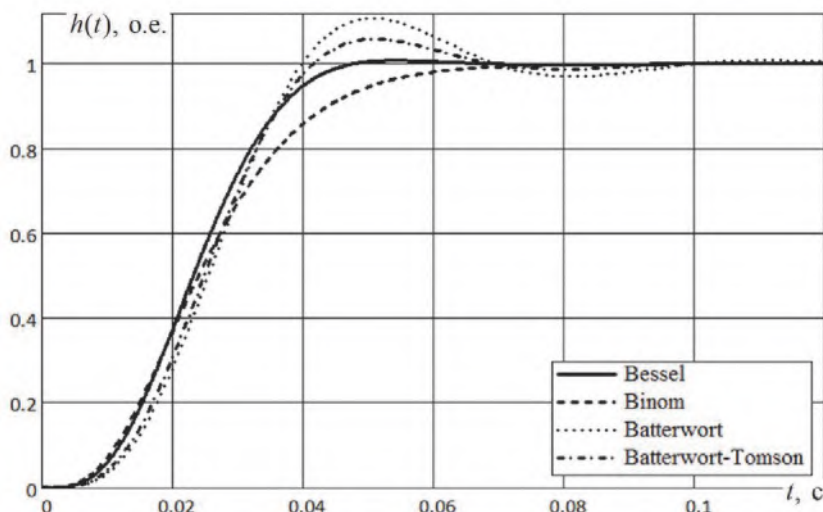


Рис. 6.52. Переходные характеристики, приведенные к полосе пропускания (четвертый порядок)

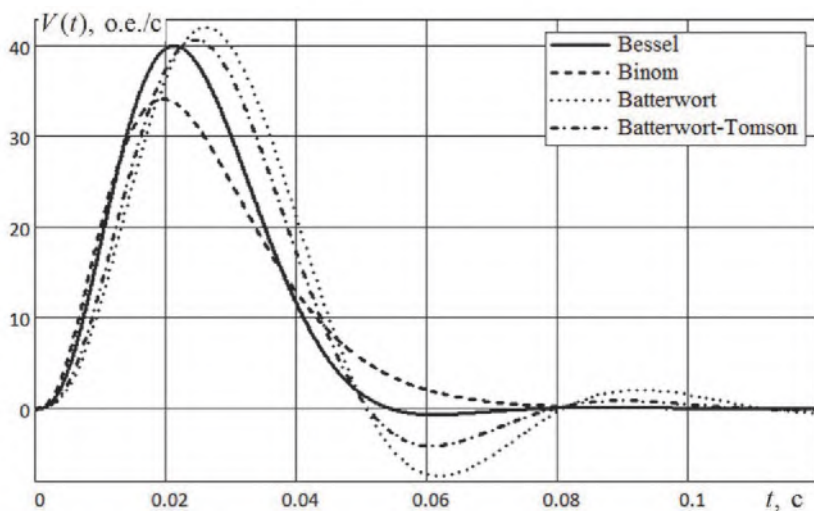


Рис. 6.53. Скоростные характеристики, приведенные к полосе пропускания (четвертый порядок)

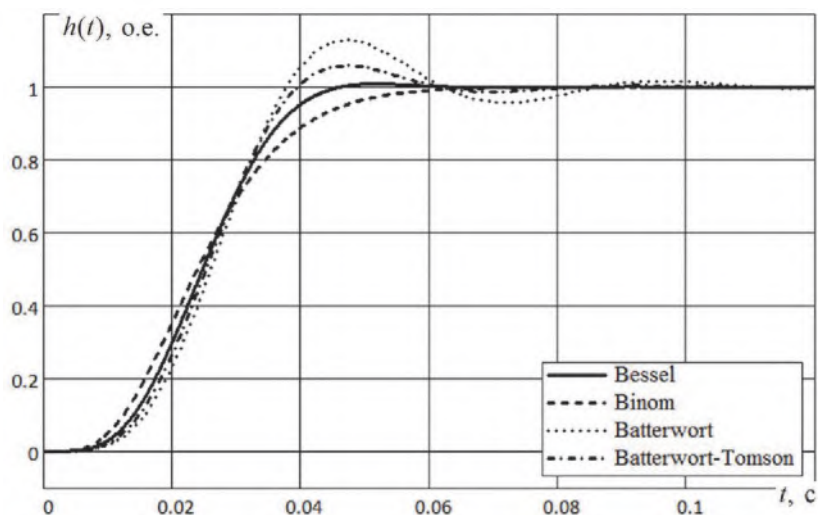


Рис. 6.54. Переходные характеристики, приведенные к полосе пропускания (пятый порядок)

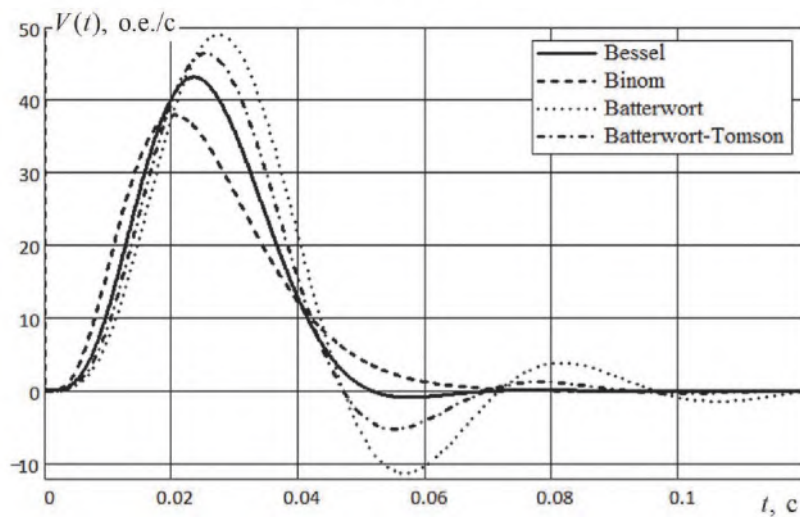


Рис. 6.55. Скоростные характеристики, приведенные к полосе пропускания (пятый порядок)

Т а б л и ц а 6.18

**Параметры временных характеристик, приведенных к полосе пропускания
(четвертый и пятый порядки)**

Распределение	$n = 4$			$n = 5$		
	$\sigma, \%$	$t_p(1\%), \text{ с}$	$V_{\max}, \text{ о.е./с}$	$\sigma, \%$	$t_p(1\%), \text{ с}$	$V_{\max}, \text{ о.е./с}$
По Бесселю	0,83	0,0453	40,04	0,77	0,0443	43,17
По биному Ньютона	0	0,066	34,12	0	0,0597	37,33
По Баттерворту	11,08	0,0946	42,02	12,78	0,0370	49,00
По Баттерворту-Томсону	10,59	0,0853	40,70	5,76	0,0390	46,44

Анализ результатов показывает, что максимальные результаты по монотонности и быстродействию при порядках систем от второго до пятого показывает распределение Бесселя. В случае жестких требований к отсутствию перерегулирования при синтезе систем позиционирования следует выбирать распределение по биному Ньютона, это распределение незначительно проигрывает Бесселю только в быстродействии. Что же касается характеристики группового времени запаздывания, максимальные результаты по ширине зоны постоянства в полосе пропускания и минимальное относительное отклонение при рассмотренных порядках системы позиционирования имеет распределение Бесселя. Таким образом, настройка динамики электромеханотронных систем позиционирования на распределение корней по Бесселю не только дает преимущества перед другими распределениями по быстродействию и монотонности, но и обладает уникальными свойствами, обеспечивающими минимальные искажения при реализации сигналов управления перемещением исполнительного органа системы. Окончательно проверяем варианты с распределением Бесселя на предмет обеспечения заданной полосы пропускания, совместив графики ЛАЧХ, ЛФЧХ и времени группового запаздывания для систем второго, третьего, четвертого и пятого порядков, настроенным на распределении корней по Бесселю (рис. 6.56 – 6.58). Анализ прохождения графиков относительно границ полосы пропускания показывает удовлетворение распределением по Бесселю заданного значения полосы пропускания 10 Гц. Практическое совпадение ЛФЧХ (рис. 6.57) для систем третьего, четвертого и пятого порядков связано с тем, что для систем второго порядка среднегеометрический корень определяется полосой пропускания по ЛАЧХ, а для систем с порядком, равным и выше третьего, – по ЛФЧХ. Следует отметить, что с ростом порядка системы увеличивается область линейности ФЧХ и снижается относительное отклонение времени группового запаздывания (рис. 6.58).

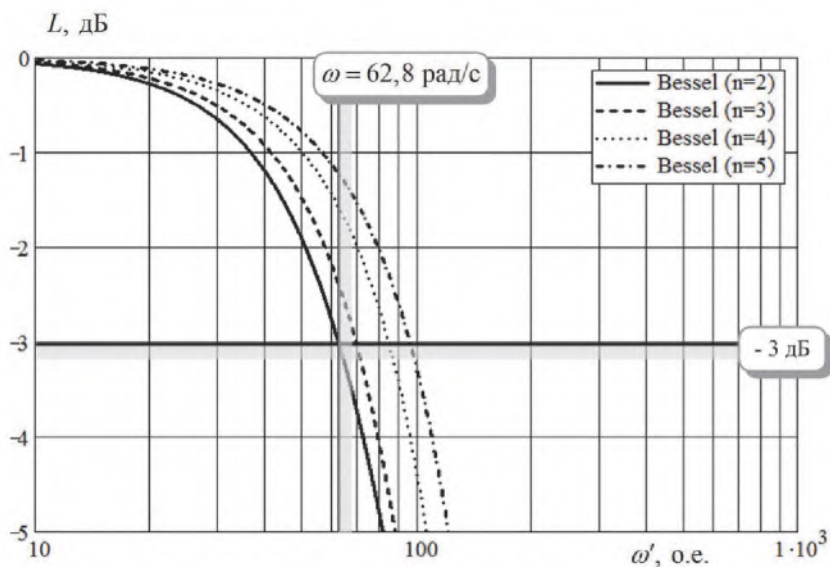


Рис. 6.56. Обеспечение полосы пропускания по ЛАЧХ

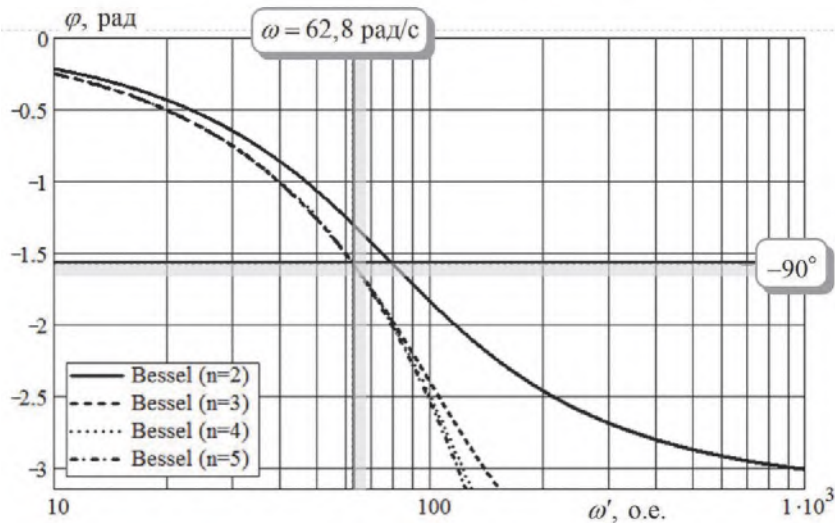


Рис. 6.57. Обеспечение полосы пропускания по ЛФЧХ

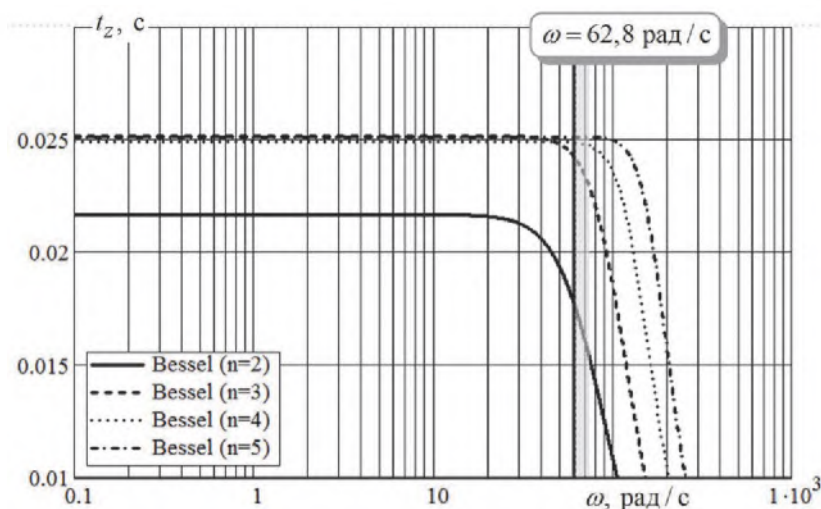


Рис. 6.58 Обеспечение полосы пропускания по времени группового запаздывания

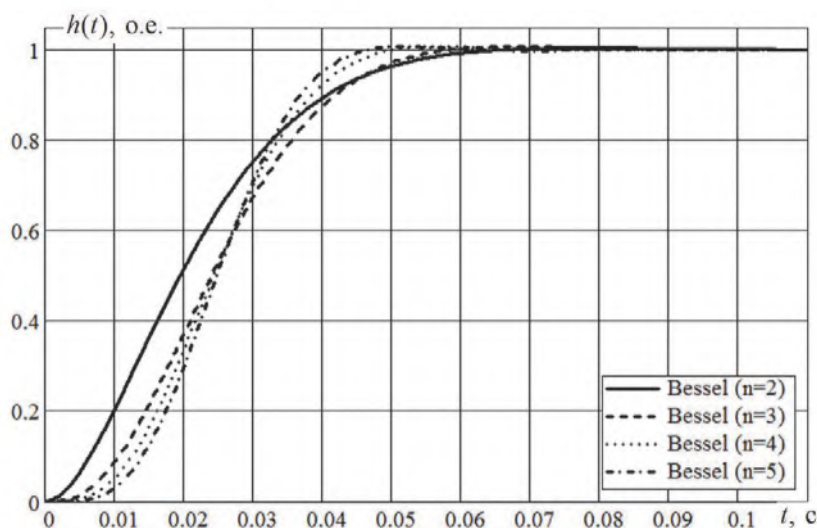


Рис. 6.59. Переходные характеристики распределения корней по Бесселю со второго порядка по пятый

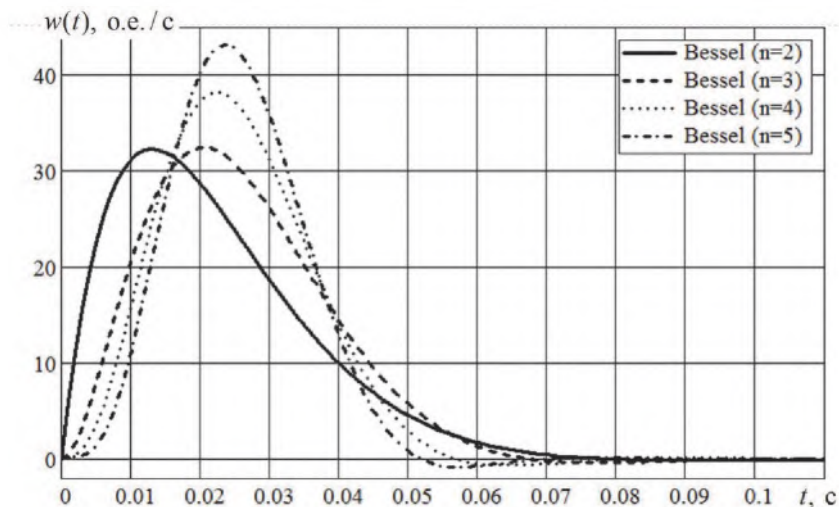


Рис. 6.60. Скоростные характеристики распределения корней по Бесселю со второго порядка по пятый

На рис. 6.59, 6.60 показаны временные (переходные и скоростные) характеристики систем со второго порядка по пятый, настроенные на распределение корней по Бесселю для полосы пропускания 10 Гц.

Полученные характеристики не только свидетельствуют о правомерности выбора для настройки динамики современных электромехатронных систем позиционирования распределения по Бесселю.

Они также подтверждают справедливость того, что в качестве критерия настройки динамики приняты требования стандарта для электроприводов станков и роботов к полосе пропускания, а не время регулирования, которое как критерий имеет неопределенность с точки зрения ошибки регулирования.

Для дальнейшего применения параметров распределения по Бесселю перейдем от нормированных характеристических полиномов (см. табл. 6.11) к абсолютным характеристическим полиномам:

– второго порядка

$$A(s) = s^2 + 2,2032\omega_0 s + 1,6185\omega_0^2; \quad (6.13)$$

– третьего порядка

$$A(s) = s^3 + 3,417\omega_0 s^2 + 4,8665\omega_0^2 s + 2,771\omega_0^3; \quad (6.14)$$

- четвертого порядка

$$A(s) = s^4 + 4,7304\omega_0 s^3 + 10,069\omega_0^2 s^2 + 11,114\omega_0^3 s + 5,2575\omega_0^4; \quad (6.15)$$

- пятого порядка

$$A(s) = s^5 + 6,1791\omega_0 s^4 + 17,818\omega_0^2 s^3 + 29,361\omega_0^3 s^2 + \\ + 27,214\omega_0^4 s + 12,211\omega_0^5. \quad (6.16)$$

Параметры регуляторов положения электромеханотронных систем позиционирования, настроенных по Бесселю, получим из тождественности характеристических полиномов регуляторов:

- статических (см. табл. 6.2),
- астатических первого порядка (см. табл. 6.6),
- астатических второго порядка (см. табл. 6.10),

соответствующим полиномам (6.13) – (6.16). Необходимые параметры находим, приравнявая коэффициенты полиномов при одинаковых степенях s .

Параметры для входных фильтра регуляторов положения получим по выражениям

- статических регуляторов (см. табл. 6.1);
- астатических регуляторов с астатизмом первого порядка (см. табл. 6.5);
- астатических регуляторов с астатизмом второго порядка (см. табл. 6.8),

результаты сведем в табл. 6.19.

Подставим в выражения установившихся ошибок систем позиционирования

- (см. табл. 6.4) для статических систем,
- (см. табл. 6.7) для систем с астатизмом первого порядка,
- (см. табл. 6.10) для систем с астатизмом второго порядка,

параметры регуляторов и входных фильтров из табл. 6.19. Результаты после подстановок и преобразования сведем в табл. 6.20.

Т а б л и ц а 6.19

Параметры регуляторов положения с динамикой Бесселя

Тип	Параметры	$W_f(s)$	ω_0
<i>Статические регуляторы</i>			
ПД	$k_p = 1,6185\omega_0^2 k_{in}; k_d = 2,2032\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,361}{\omega_0}s + 1}$	$\frac{\omega_{up}}{1}$
МР	$k_1 = 1,6185\omega_0^2 k_{in}; k_2 = 2,2032\omega_0 k_{in}$	$1,6185\omega_0^2 k_{in}$	$\frac{\omega_{up}}{1}$
П(Д)	$k_p = 1,6185\omega_0^2 k_{in}; k_d = 2,2032\omega_0 k_{in}$	1	$\frac{\omega_{\chi \delta}}{1}$
ПРД1	$T_a = \frac{0,2927}{\omega_0}; k_p = 0,8111\omega_0^2 k_{in};$ $k_d = 1,4246\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,7564}{\omega_0}s + 1}$	$\frac{\omega_{up}}{0,9}$
ПРД2	$T_a = \frac{0,2927}{\omega_0}; k_p = 0,8111\omega_0^2 k_{in};$ $k_d = 1,187\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,7561}{\omega_0}s + 1}$	$\frac{\omega_{up}}{0,9}$
<i>Регуляторы с астатизмом первого порядка</i>			
ПИД	$k_p = 4,8665\omega_0^2 k_{in}; k_i = 2,711\omega_0^3 k_{in};$ $k_d = 3,417\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,26}{\omega_0}s^2 + \frac{1,795}{\omega_0}s + 1}$	$\frac{\omega_{up}}{0,9}$
ПИ(Д)	$k_p = 4,8665\omega_0^2 k_{in};$ $k_i = 2,711\omega_0^3 k_{in}; k_d = 3,417\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,795}{\omega_0}s + 1}$	$\frac{\omega_{up}}{0,9}$
ПИРД	$T_a = \frac{0,2114}{\omega_0}; k_i = 1,115\omega_0^3 k_{in};$ $k_p = 2,114\omega_0^2 k_{in};$ $k_d = 1,6817\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,915}{\omega_0^2}s^2 + \frac{2,113}{\omega_0}s + 1}$	$\frac{\omega_{up}}{0,74}$
<i>Регуляторы с астатизмом второго порядка</i>			
ПИИД	$k_p = 10,069\omega_0^2 k_{in}; k_{i1} = 11,11\omega_0^3 k_{in};$ $k_{i2} = 5,2575\omega_0^4 k_{in}; k_d = 4,7304\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{0,9}{\omega_0^3}s^3 + \frac{1,91}{\omega_0^2}s^2 + \frac{2,11}{\omega_0}s + 1}$	$\frac{\omega_{up}}{0,74}$

Окончание таблицы 6.19

Тип	Параметры	$W_f(s)$	ω_0
ПИ2И(Д)	$k_p = 10,069\omega_0^2 k_{in}; k_{i1} = 11,11\omega_0^3 k_{in};$ $k_{i2} = 5,2575\omega_0^4 k_{in}; k_d = 4,7304\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,915}{\omega_0^2} s^2 + \frac{2,113}{\omega_0} s + 1}$	$\frac{\omega_{up}}{0,74}$
ПИ2ИРД	$T_a = \frac{0,1618}{\omega_0}; k_{i1} = 4,1105\omega_0^3 k_{in};$ $k_{i2} = 1,8143\omega_0^4 k_{in}; k_p = 4,0863\omega_0^2 k_{in};$ $k_d = 2,2222\omega_0 k_{in}$	$\frac{1}{\frac{1,589}{\omega_0^3} s^3 + \frac{2,619}{\omega_0^2} s^2 + \dots}$ $\dots \frac{2,427}{\omega_0} s + 1$	$\frac{\omega_{up}}{0,65}$

Т а б л и ц а 6.20

**Установившаяся ошибка регулирования регуляторов положения
с динамикой Бесселя**

	$Q_L(t) = Q_L$	$Q_L(t) = Q_L t$	$Q_L(t) = Q_L t^2$
<i>Статические регуляторы</i>			
ПД	$\frac{Q_L}{1,6185\omega_{up}^2 k_{in}}$	∞	∞
МР	Q_L	∞	∞
П(Д)	$\frac{Q_L}{1,6185\omega_{up}^2 k_{in}}$	∞	∞
ПРД1	$\frac{Q_L}{1,001\omega_{up}^2 k_{in}}$	∞	∞
ПРД2	$\frac{Q_L}{1,001\omega_{up}^2 k_{in}}$	∞	∞
<i>Регуляторы с астатизмом первого порядка</i>			
ПИД	0	$\frac{Q_L}{3,719\omega_{up}^3 k_{in}}$	∞
ПИ(Д)	0	$\frac{Q_L}{3,719\omega_{up}^3 k_{in}}$	∞

Окончание таблицы 6.20

	$Q_L(t) = Q_L$	$Q_L(t) = Q_L t$	$Q_L(t) = Q_L t^2$
ПИРД	0	$\frac{Q_L}{2,752\omega_{\text{пр}}^3 k_{in}}$	∞
<i>Регуляторы с астатизмом второго порядка</i>			
ПИ2ИД	0	0	$\frac{Q_L}{17,533\omega_{\text{пр}}^4 k_{in}}$
ПИ2И(Д)	0	0	$\frac{Q_L}{17,533\omega_{\text{пр}}^4 k_{in}}$
ПИ2ИРД	0	0	$\frac{Q_L}{10,164\omega_{\text{пр}}^4 k_{in}}$

Сравним ошибки регулирования для статических и астатических регуляторов, настроенных на динамику по Бесселю. С этой целью зададим конкретные значения параметров объекта:

- инерционный коэффициент объекта управления примем равным максимальному значению инерционного коэффициента 1-го звена манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат (см. табл. 5.1) $k_{in} = 7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;

- полоса пропускания системы.

Для каждого регулятора получим зависимости:

- установившейся ошибки регулирования от величины Q_L при разных видах нагрузки и фиксированном значении полосы пропускания ($\omega_{\text{пр}} = 62,8 \text{ рад/с}$);
- установившейся ошибки регулирования от полосы пропускания $\omega_{\text{пр}}$ при разных видах нагрузки и фиксированном значении $Q_L = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

На рис. 6.61 – 6.62 показаны графики зависимостей установившейся ошибки регулирования статических регуляторов положения (ПД, МР, П(Д), ПРД1, ПРД2) при постоянной нагрузке. На рис. 6.63, 6.64 показаны графики зависимостей установившейся ошибки регулирования регуляторов положения с астатизмом 1-го порядка (ПИД, ПИ(Д), ПИРД) при линейно нарастающей нагрузке. На рис. 6.65, 6.66 показаны графики зависимостей установившейся ошибки регулирования регуляторов положения с астатизмом 2-го порядка (ПИ2ИД, ПИ2И(Д), ПИ2ИРД) при нагрузке, изменяющейся по параболическому закону.

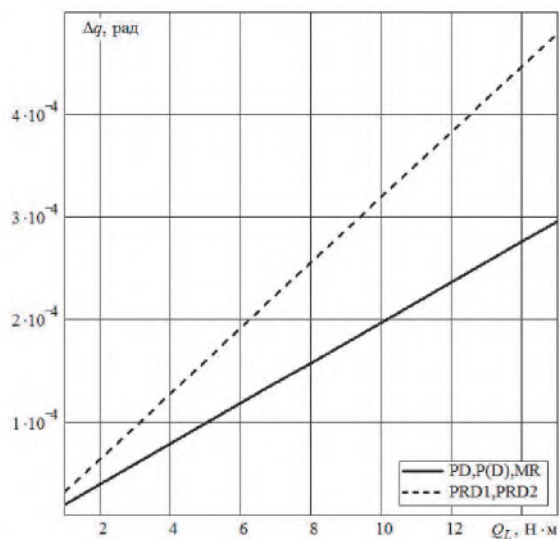


Рис. 6.61. График зависимости установившейся ошибки ПД-, П(Д)-, МР-, ПРД1-, ПРД2-регуляторов от Q_L при постоянной нагрузке

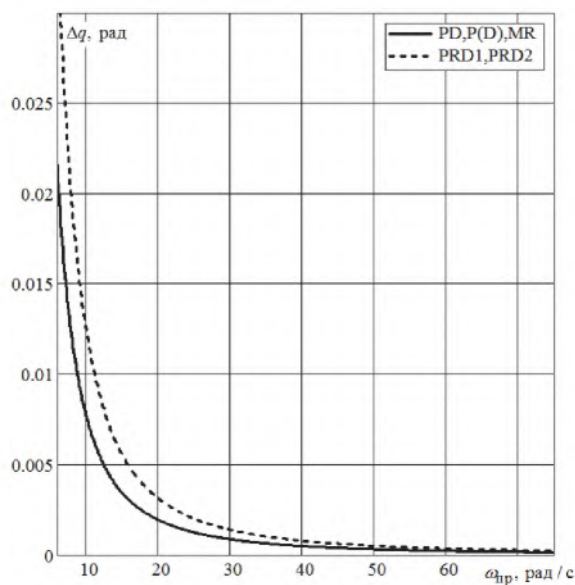


Рис. 6.62. График зависимости установившейся ошибки ПД-, П(Д)-, МР-, ПРД1-, ПРД2-регуляторов от $\omega_{пр}$ при постоянной нагрузке

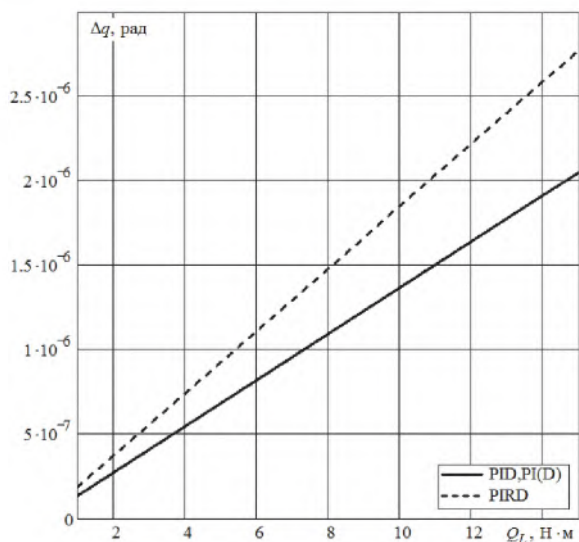


Рис. 6.63. График зависимости установившейся ошибки регуляторов с астатизмом 1-го порядка от Q_L при линейно нарастающей нагрузке

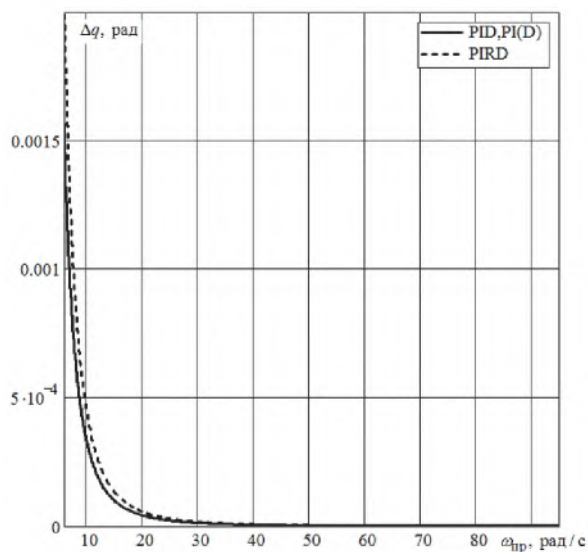


Рис. 6.64. График зависимости установившейся ошибки регуляторов с астатизмом 1-го порядка от $\omega_{пр}$ при линейно нарастающей нагрузке

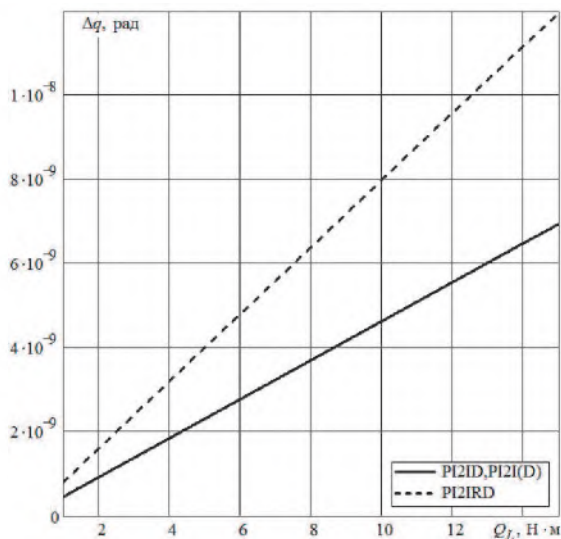


Рис. 6.65. График зависимости установившейся ошибки регуляторов с астатизмом 2-го порядка от Q_L при нагрузке, нарастающей по параболе

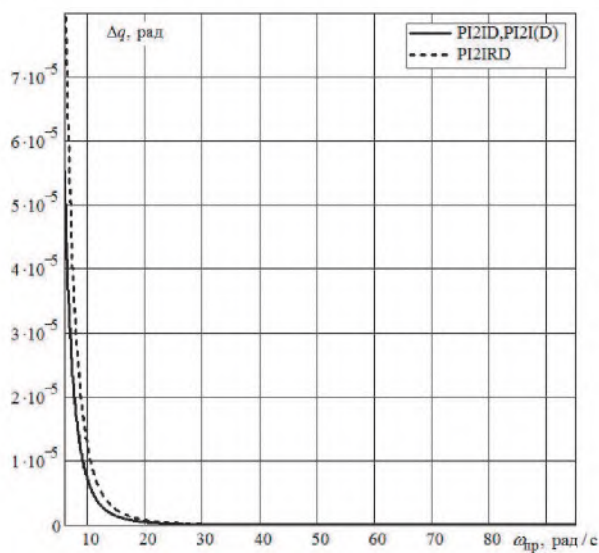


Рис. 6.66. График зависимости установившейся ошибки регуляторов с астатизмом 2-го порядка от $\omega_{пр}$ при нагрузке, нарастающей по параболе

Оценим реакцию электромехатронных систем позиционирования с регуляторами положения, настроенными по Бесселю, на действие нагрузки синусоидальной формы. Для этого преобразуем с учетом параметров, приведенных в табл. 6.19, передаточные функции систем между возмущением и ошибкой регулирования. В результате преобразований получаем выражения передаточных функций:

- для ПД-, П(Д)- и МР-регуляторов по (см. табл. 6.4) –

$$W_L(s) = \frac{\Delta q(s)}{Q_L(s)} = \frac{1}{k_{in}s^2 + 2,203\omega_{пр}k_{in}s + 1,619\omega_{пр}^2k_{in}}; \quad (6.17)$$

- для ПРД1- и ПРД2-регуляторов по (см. табл. 6.4) –

$$W_L(s) = \frac{\frac{0,2634}{\omega_{пр}}s + 1}{\frac{0,2634}{\omega_{пр}}k_{in}s^3 + k_{in}s^2 + 1,583\omega_{пр}k_{in}s + 1,001\omega_{пр}^2k_{in}}; \quad (6.18)$$

- для ПИД- и ПИ(Д)-регуляторов по (см. табл. 6.7) –

$$W_L(s) = \frac{s}{k_{in}s^3 + 3,797\omega_{пр}k_{in}s^2 + 6,008\omega_{пр}^2k_{in}s + 3,719\omega_{пр}^3k_{in}}; \quad (6.19)$$

- для ПИРД-регулятора по (см. табл. 6.7) –

$$W_L(s) = \frac{\frac{0,1564}{\omega_{пр}}s + 1}{\frac{0,1564}{\omega_{пр}}k_{in}s^4 + k_{in}s^3 + 2,876\omega_{пр}k_{in}s^2 + 4,291\omega_{пр}^2k_{in}s + 2,752\omega_{пр}^3k_{in}}; \quad (6.20)$$

- для ПИ2ИД- и ПИ2И(Д)-регуляторов по (см. табл. 6.10) –

$$W_L(s) = \frac{s^2}{k_{in}s^4 + 6,392\omega_{пр}k_{in}s^3 + 18,39\omega_{пр}^2k_{in}s^2 + 27,42\omega_{пр}^3k_{in}s + 17,53\omega_{пр}^4k_{in}}; \quad (6.21)$$

– для ПИ2ИРД-регулятора по (см. табл. 6.10) –

$$W_L(s) = \frac{s^2 \times 0,1052}{\omega_{пр}k_{in}s^5 + k_{in}s^4 + 4,436\omega_{пр}k_{in}s^3 + 11,52\omega_{пр}^2k_{in}s^2 + 18,60\omega_{пр}^3k_{in}s + 10,16\omega_{пр}^4k_{in}} \times \left(\frac{0,1052}{\omega_{пр}}s + 1 \right). \quad (6.22)$$

По выражениям (6.17) – (6.22), используя символьные преобразования в *MathCAD*, получаем графики ЛАЧХ для электромехатронных систем позиционирования со статическими регуляторами положения (рис. 6.67), с регуляторами положения с астатизмом 1-го порядка (рис. 6.68), с регуляторами положения с астатизмом 2-го порядка (рис. 6.69).

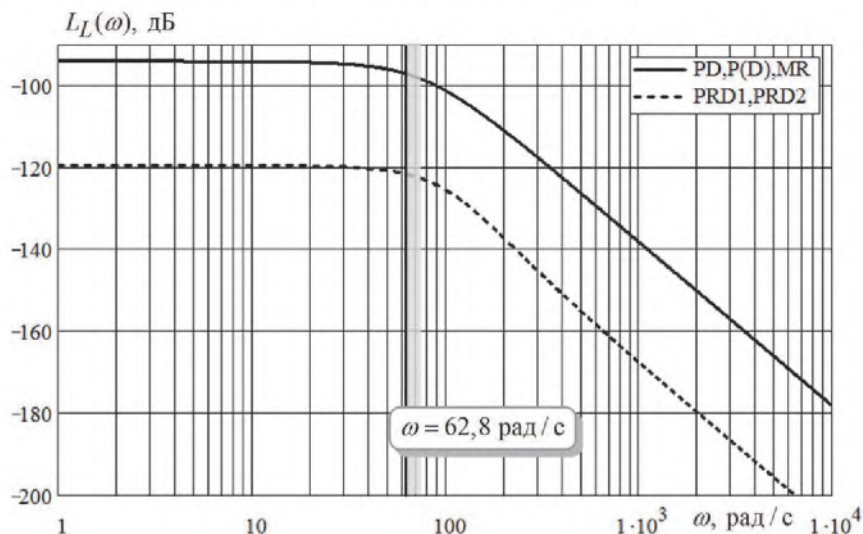


Рис. 6.67. ЛАЧХ статических систем позиционирования по возмущению

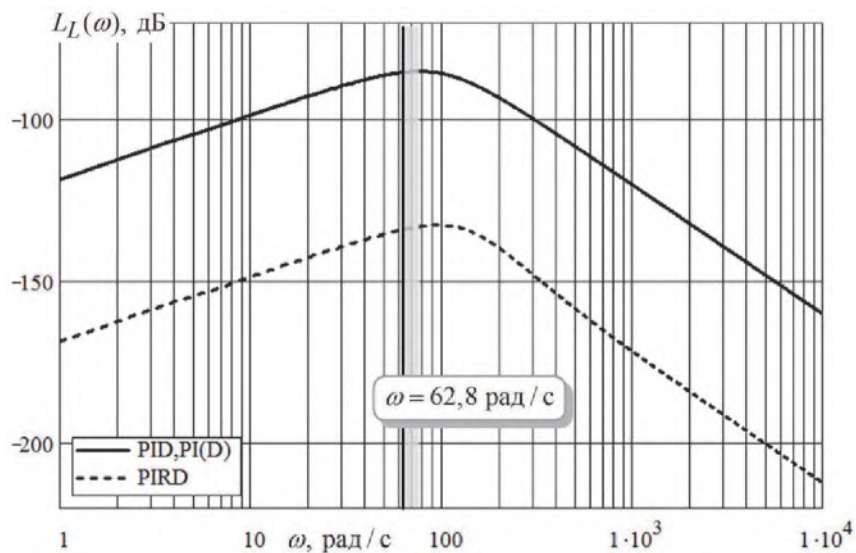


Рис. 6.68. ЛАЧХ систем позиционирования с астатизмом первого порядка по возмущению

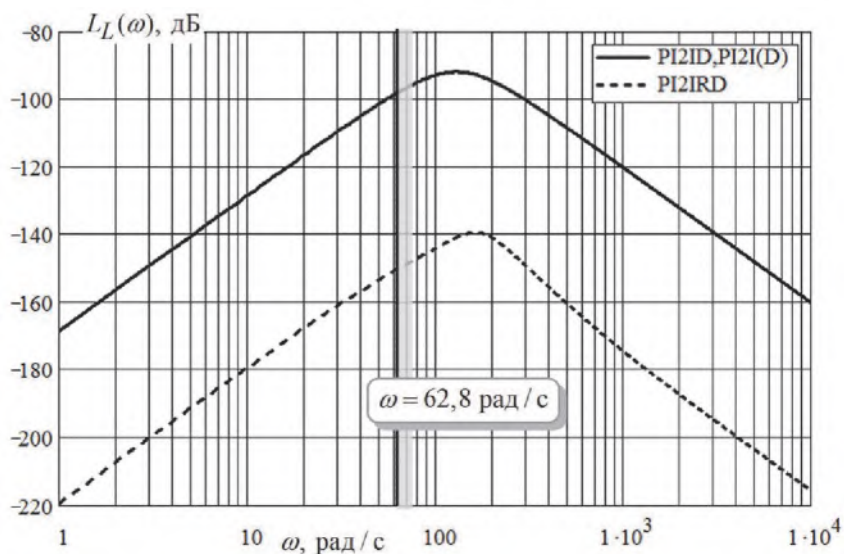


Рис. 6.69. ЛАЧХ систем позиционирования с астатизмом второго порядка по возмущению

Графики ЛАЧХ по возмущению показывают, в какой степени влияет на ошибку регулирования гармонический сигнал нагрузки при определенной частоте колебаний. Наибольший интерес это влияние представляет в диапазоне частот, соответствующем заданной полосе пропускания. Поэтому представим в табл. 6.21 информацию о минимальном ослаблении гармонических возмущений в полосе пропускания.

Это позволяет оценить эффективность использования регулятора положения конкретного типа при воздействии на электромехатронный модуль гармонической нагрузки с частотой колебаний, находящейся в диапазоне, соответствующем заданной полосе пропускания.

Таблица 6.21

Минимальное ослабление гармонических возмущений (дБ) в полосе пропускания для регуляторов положения с динамикой Бесселя

Статические регуляторы положения				
ПД	МР	П(Д)	ПРД1	ПРД2
-94	-94	-94	-119	-119
Регуляторы положения с астатизмом 1-го порядка				
ПИД	ПИ(Д)		ПИРД	
-86	-86		-134	
Регуляторы положения с астатизмом 2-го порядка				
ПИ2ИД	ПИ2И(Д)		ПИ2ИРД	
-98	-98		-150	

6.5. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРИМЕНЕНИЮ РЕГУЛЯТОРОВ ПОЛОЖЕНИЯ В СИСТЕМАХ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

1. Рассмотрены структуры статических регуляторов положения для электромехатронных систем позиционирования с «жесткой» механикой, что позволило получить математические модели систем с различными регуляторами в виде структурных схем и передаточных функций. Анализ передаточных функций систем по управлению обеспечил получение передаточных функций входных фильтров регуляторов и характеристических полиномов, определяющих динамику системы по управлению. Проведено исследование поведения систем позиционирования при действии механической нагрузки различной формы:

- неизменной во времени нагрузки;
- нагрузки, линейно нарастающей с течением времени;
- механической нагрузки, изменяющейся по параболе.

В результате исследования получены соотношения, позволяющие определить установившуюся ошибку регулирования в системах позиционирования при действии различных видов механической нагрузки.

2. ПД-регуляторы обеспечивают системы позиционирования свойствами статических систем регулирования. Динамические свойства системы определяются характеристическим полиномом второго порядка. Для компенсации влияния на динамику наличия нулей передаточной функции по управлению необходим фильтр низкой частоты первого порядка. Для ликвидации операции дифференцирования ошибки в регуляторах применяют наряду с обратной связью по положению и обратную связь по скорости. Модифицированный П(Д)- и модальный МР-регуляторы дают также второй порядок динамики системы позиционирования, но не требуют применения фильтра на входе регулятора. Возможен переход от идеального дифференцирования к реальному с добавкой инерционной компоненты в регулятор в том или ином виде (ПРД1, ПРД2). Но здесь порядок системы повышается на единицу и не удастся избежать применения входного фильтра первого порядка. Анализ установившихся ошибок регулирования при действии возмущений различной формы показывает, что повышение быстродействия позволяет снизить ошибку у всех статических систем. Поэтому следует использовать в статических системах позиционирования модифицированные П(Д)-регуляторы.
3. С астатическими системами позиционирования наблюдается аналогичная картина. Модификация регуляторов с первым и вторым порядками астатизма приводит к неизменности порядка характеристического полинома, но снижает на единицу порядок входного фильтра низкой частоты. Переход же к реальному дифференцированию, как при астатизме первого, так и при астатизме второго порядка, приводит к повышению на единицу порядка системы в целом, не снижая порядка фильтра.
4. Произведен выбор эталонной динамики для настройки систем позиционирования со второго по пятый порядки. Для этого рассмотрены основные характеристики применяемых в электромеханотронике стандартных распределений корней характеристических полиномов. Получены определяющие параметры временных и частотных характеристик стандартных распределений. Признано наиболее рациональным производить расчет параметров регуляторов исходя из заданной полосы пропускания. Наилучшие показатели с точки зрения максимального быстродействия при сохранении монотонности процесса (минимум перерегулирования) обеспечивает распределение по Бесселю, являясь абсо-

лутным лидером по такому показателю, как постоянство времени группового запаздывания. Последний фактор обеспечивает максимально достоверное воспроизведение системой позиционирования задания.

5. Для всех рассмотренных в разделе регуляторов положения рассчитаны параметры, в том числе и входных фильтров, обеспечивающих достижение заданной полосы пропускания и динамических характеристик, определяемых распределением корней по Бесселю.
6. Исследование характеристик статических регуляторов по возмущению показывает, что минимальные ошибки регулирования для постоянной нагрузки обеспечивают ПД, П(Д), для синусоидальной нагрузки – регуляторы с реальным дифференцированием (ПД1, ПРД2).
7. Как показывают результаты анализа характеристик по возмущению регуляторов положения с астатизмом 1-го порядка, при линейно нарастающей нагрузке наилучшие показатели у ПИД- и ПИ(Д)-регуляторов, а при синусоидальной нагрузке – у ПИРД-регулятора.
8. У регуляторов положения с астатизмом 2-го порядка картина с характеристиками по возмущению следующая: при изменении нагрузки по параболе минимальные значения ошибки регулирования показывают ПИ2ИД- и ПИ2И(Д)-регуляторы, ПИ2ИРД-регулятор является лидером при синусоидальном характере нагрузки.



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Какие задачи решают электромехатронные модули позиционирования при управлении движением манипуляторов?
2. Что представляют собой основные требования, предъявляемые промышленными манипуляторами к системам позиционирования звеньев, к электромехатронным приводам шарниров?
3. Опишите саму структуру и основные компоненты обобщенной структурной схемы электромехатронной системы, включающей приводы шарниров и механику манипулятора. Какие допущения приняты при формировании структуры? Какие преимущества дает такая структура при разработке систем позиционирования звеньев манипулятора?
4. Сравните между собой принципы управления по отклонению и по возмущению. В чем Вы видите преимущество систем управления по отклонению при управлении движением манипуляторов?
5. В чем отличие статических и астатических систем регулирования по отклонению? О чем говорит термин «порядок астатизма»?
6. Как связана ошибка регулирования с величиной и формой возмущения в статических системах, в астатических системах различного по-

рядка? Можно ли добиться полной инвариантности к возмущению в рамках астатических систем позиционирования?

7. Почему часто оказывается достаточно использования астатизма 1-го или 2-го порядка для компенсации возмущений сложной формы, подобным механическим нагрузкам приводов шарниров?
8. Перечислите основные варианты регуляторов положения для формирования статических систем позиционирования звеньев. Каким образом здесь добиваются снижения величины статической ошибки регулирования?
9. Сформулируйте основные этапы алгоритма для расчета параметров регуляторов положения, обеспечивающих заданную динамику системы позиционирования. В чем назначение входного фильтра регулятора? Во всех ли регуляторах он используется?
10. Как можно использовать преобразование Лапласа для определения зависимости установившейся ошибки регулирования от параметров звена и регулятора положения для разных форм механической нагрузки, действующей на привод шарнира?
11. Перечислите основные варианты регуляторов положения для формирования систем позиционирования звеньев с астатизмом 1-го порядка. Как системы позиционирования с такими регуляторами положения реагируют на механическую нагрузку различной формы?
12. Рассмотрите основные варианты регуляторов положения для формирования систем позиционирования звеньев с астатизмом 2-го порядка. Как системы позиционирования с такими регуляторами положения реагируют на механическую нагрузку различной формы?
13. В чем особенность модифицированных ПИД-регуляторов (статических, астатических 1-го и 2-го порядка)? В чем достоинства и недостатки подобного вида регуляторов?
14. В чем состоит необходимость сравнения различных форм стандартного распределения корней применительно к задачам позиционирования звеньев промышленных манипуляторов? В чем специфика требований к динамике процессов позиционирования при работе промышленных манипуляторов?
15. Дайте краткую характеристику свойствам динамики систем со стандартными распределениями корней (Бессель, бином Ньютона, Баттерворт, Баттерворт-Томсон).
16. Какие виды временных и частотных характеристик Вы знаете? Как их получить для конкретной динамической системы? О чем говорит расположение корней характеристического полинома динамической системы на комплексной плоскости?

17. Какие аргументы Вы можете привести в пользу выбора нормированных по заданной полосе пропускания полиномов Бесселя при синтезе систем позиционирования для приводов шарниров манипуляторов?
18. Как использовать при расчете параметров регуляторов нормированные по заданной полосе пропускания полиномы Бесселя?

ГЛАВА 7.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАТРОННЫХ МОДУЛЕЙ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ЗВЕНЬЕВ МАНИПУЛЯТОРА

В связи с тем, что для синтеза систем позиционирования с различными видами регуляторов при заданных требованиях к характеристикам пренебрегли инерционностью контура момента привода звена, следует выполнить проверку систем позиционирования звеньев компьютерным моделированием с анализом влияния на характеристики инерционности контура момента. Кроме того, компьютерное моделирование должно подтвердить обоснованность принятых технических решений и рекомендаций, а также правомерность теоретического анализа, что позволит избежать влияния в расчетах человеческого фактора [6,10,11,15].

Основная цель исследования состоит в проверке работы системы позиционирования с имитацией свойств, характерных для звена промышленного манипулятора.

В связи с этим сформулированы следующие задачи:

- разработать и реализовать компьютерные модели статических и астатических систем позиционирования;
- оценить влияние на временные характеристики систем входных фильтров регуляторов и вариантов моделирования инерционных свойств у контура момента привода звена манипулятора;
- исследовать временные характеристики при реакции на нагрузки различной формы с учетом инерционности контура момента;
- проверить достижение системами заданных требований в части обеспечения полосы пропускания при позиционировании в условиях действия инерционности контура момента;
- реализовать требования об ограничении скорости движения звена в статических и астатических системах позиционирования;
- исследовать характеристики систем позиционирования при фиксированной настройке регуляторов на параметры звена манипулятора в условиях их изменения в процессе функционирования манипулятора.

Для исследования выбираем систему управления движением первого звена манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат, так как инерционные свойства этого звена меняются в самых широких пределах: $0,53 - 7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ (см. табл. 5.1). Для вычислительных экспериментов принимаем следующие параметры:

- $\omega_{\text{пр}} = 2\pi f_{\text{пр}} = 62,8 \text{ рад/с}$ – полоса пропускания системы (10 Гц);
- $k_{\text{ин}} = 7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ – максимальное значение коэффициент инерционности для расчета параметров регуляторов.

В качестве моделей инерционных свойств контура момента используем апериодические звенья 1-го и 2-го порядков, как рекомендовано в [15],

$$W_{km}(s) = \frac{1}{T_m s + 1}, \quad (7.1)$$

$$W_{km}(s) = \frac{1}{2T_m^2 s^2 + 2T_m s + 1} \quad (7.2)$$

с постоянной времени $T_M = 0,001$ с.

Моделирование производилось в программном комплексе *Matlab* с использованием графического интерфейса *Simulink*. Структуры подсистем звена манипулятора с различной формой учета инерционности контура момента показаны на рис. 7.1 – 7.3.

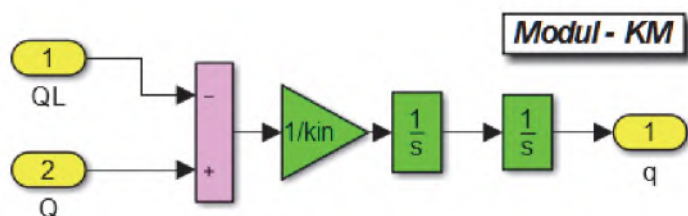


Рис. 7.1. Структура подсистемы звена манипулятора без учета контура момента

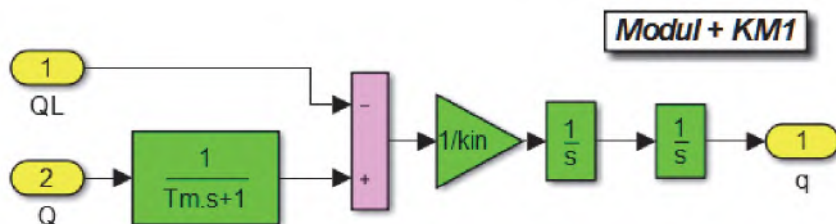


Рис. 7.2. Структура подсистемы звена манипулятора с учетом контура момента инерционным звеном 1-го порядка

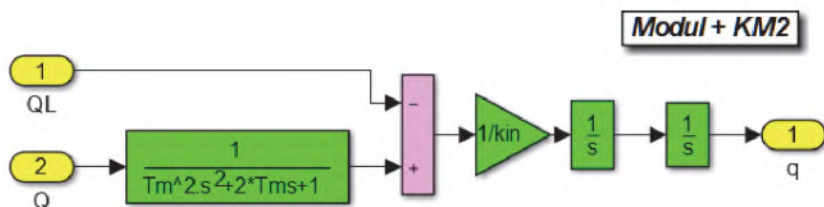


Рис. 7.3. Структура подсистемы звена манипулятора с учетом контура момента инерционным звеном 2-го порядка

Параметры регуляторов для заданного значения инерционного коэффициента объекта и полосы пропускания системы позиционирования получены с помощью формул для регуляторов и фильтров (см. табл. 6.16). При моделировании в среде *Simulink* систем позиционирования с регуляторами, включающими в себя канал дифференцирования, было отмечено, что стандартный элемент «*Derivative*», реализующий функцию производной от входного сигнала даже с введением инерционности, как рекомендовано в *Simulink*,

$$W_d(s) = s \approx \frac{s}{cs + 1} \quad (7.3)$$

приводит к процессам, не соответствующим теоретическим результатам, что несложно заметить при заданной стандартной форме динамики системы.

Экспериментально установлено, что наилучшим приближением ПД регулятора при *Simulink*-моделировании является интегро-дифференцирующее звено:

$$W_{pd}(s) = k_p + k_d s \approx k_p + k_d \frac{s}{cs + 1} = \frac{(k_p c + k_d)s + k_p}{cs + 1}. \quad (7.4)$$

На рис. 7.4, 7.5 показаны логарифмические частотные характеристики звеньев, обосновывающие допустимость замены ПД-регулятора интегро-дифференцирующим звеном при $c = 0,0001$ и заданном значении полосы пропускания системы позиционирования.

На рис. 7.6 в качестве примера показана подсистема модели системы позиционирования, включающая модель регулятора положения и модель звена манипулятора. Структуры подсистем моделей регуляторов положения сформированы по формулам из табл. 6.16 (рис. 7.7 – 7.17), и с учетом (7.4) для тех случаев, когда временные характеристики показывали отклонение от эталонных процессов.

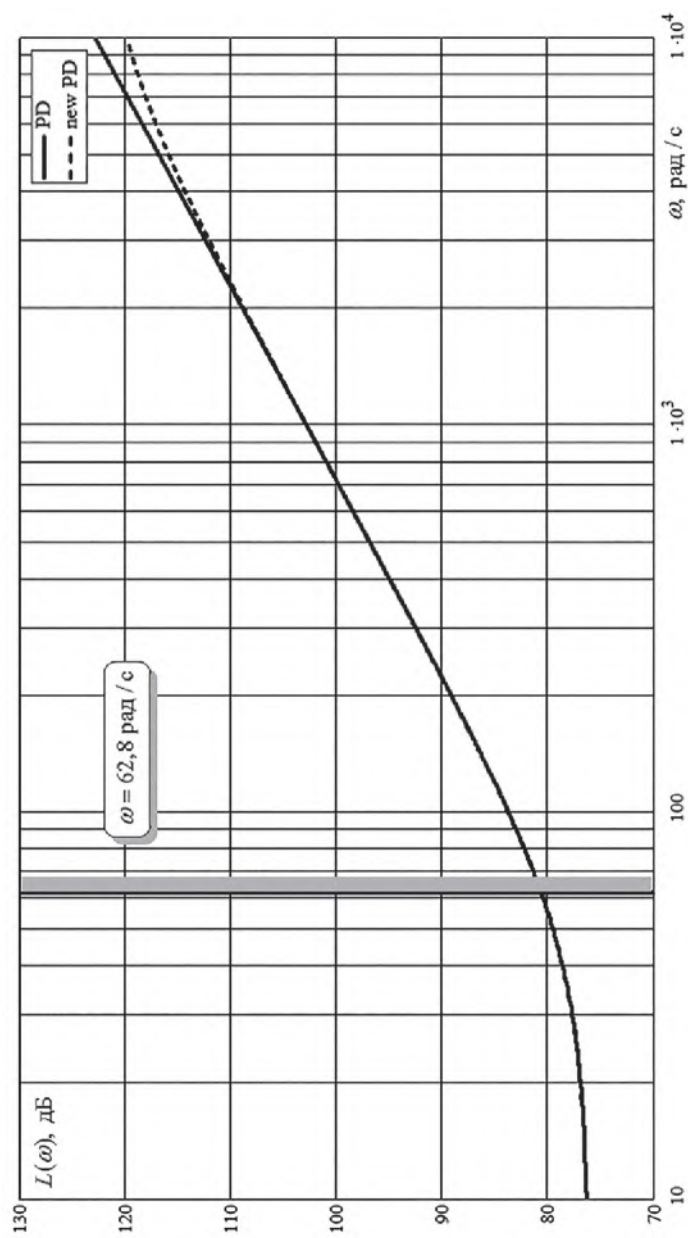


Рис. 7.4. Сравнение ЛАЧХ ПД- и ПРД-регуляторов

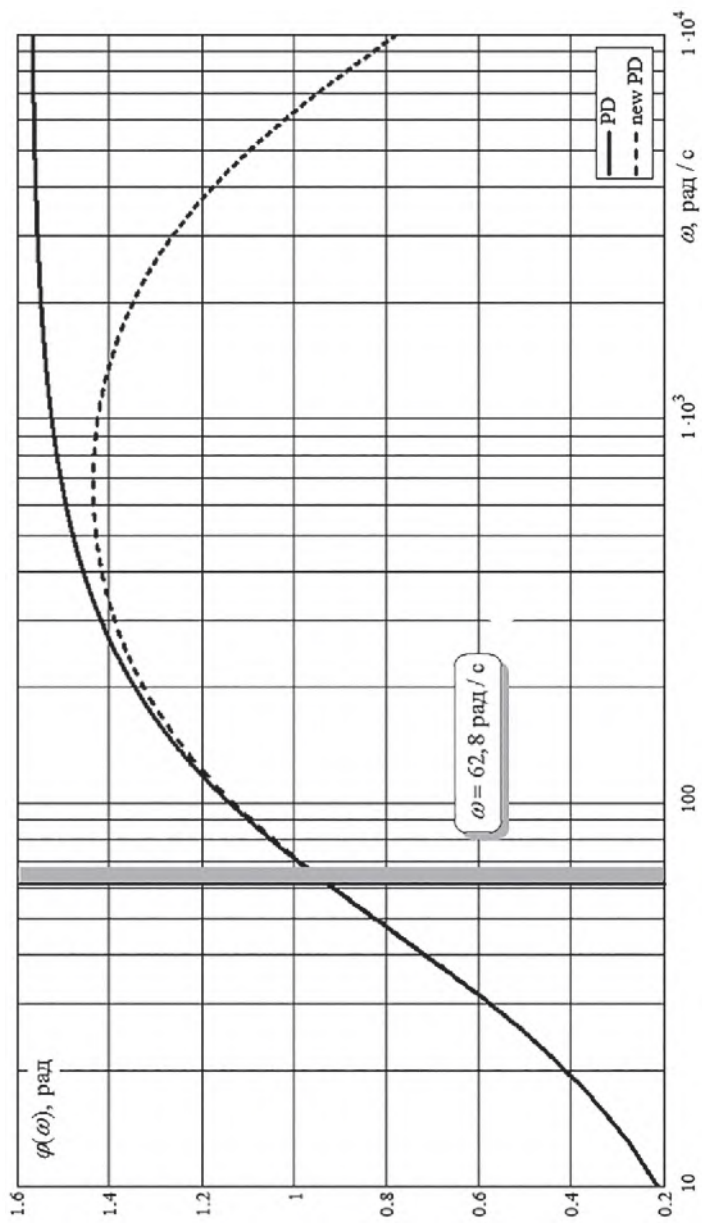


Рис. 7.5. Сравнение ЛФЧХ ПД- и ПРД-регуляторов

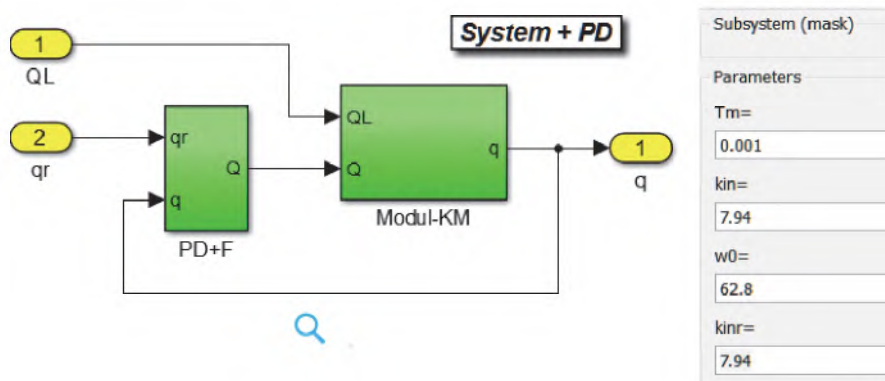


Рис. 7.6. Структура системы позиционирования с моделями регулятора положения и звена манипулятора

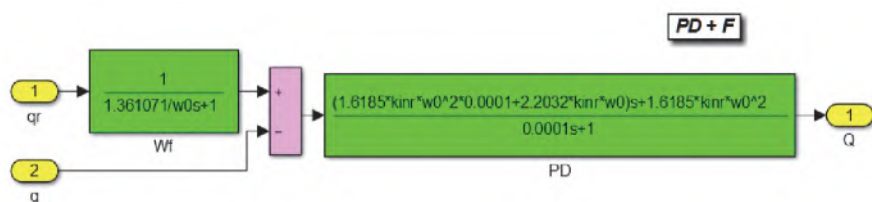


Рис. 7.7. Структура подсистемы ПД-регулятора положения с входным фильтром



Рис. 7.8. Структура подсистемы модального регулятора положения

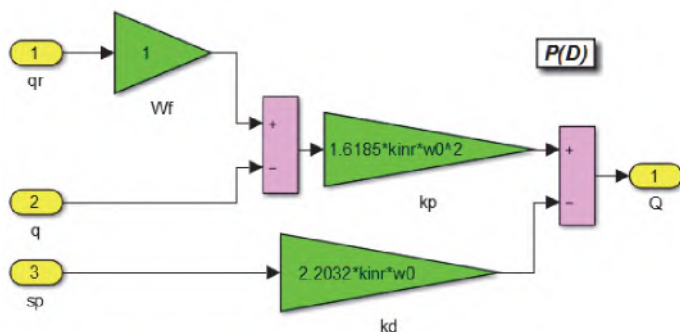


Рис. 7.9. Структура подсистемы модифицированного П(Д)-регулятора положения

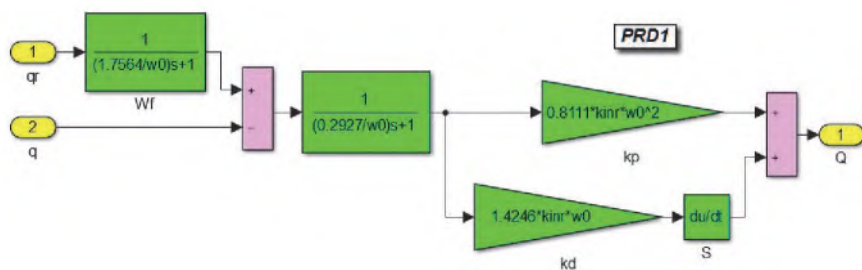


Рис. 7.10. Структура подсистемы ПРД1-регулятора положения

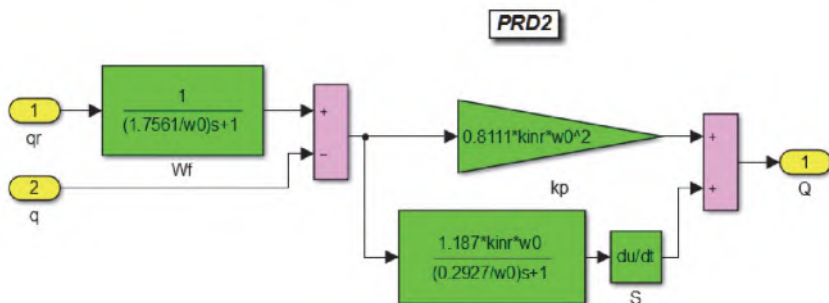


Рис. 7.11. Структура подсистемы ПРД2-регулятора положения

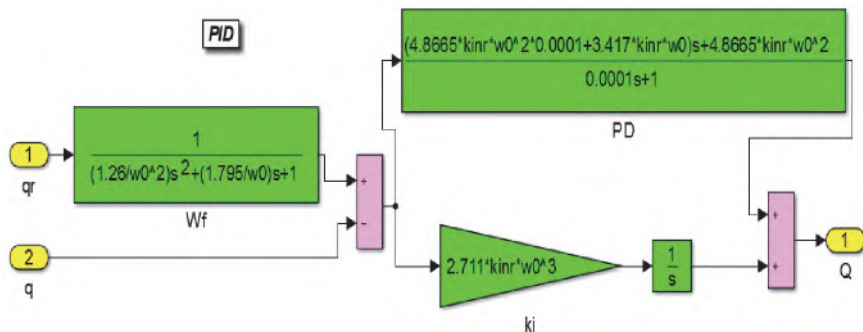


Рис. 7.12. Структура подсистемы ПИД-регулятора положения

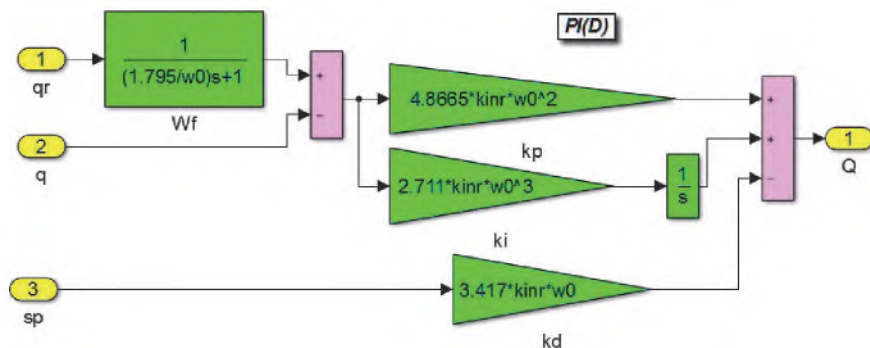


Рис. 7.13. Структура подсистемы модифицированного ПИ(Д)-регулятора положения

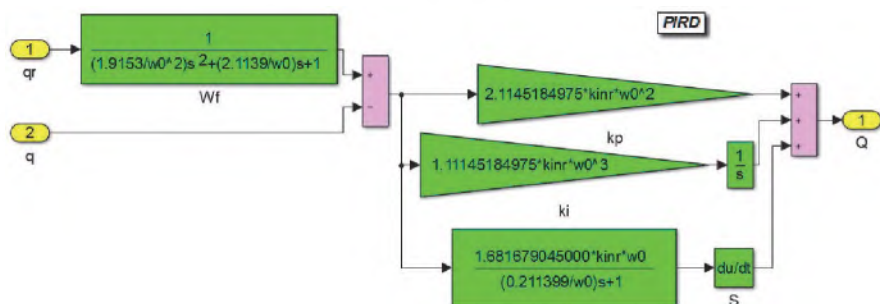


Рис. 7.14. Структура подсистемы ПИРД-регулятора положения

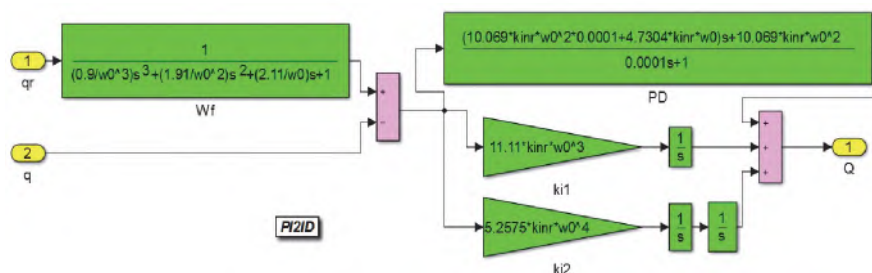


Рис. 7.15. Структура подсистемы ПИ2ИД-регулятора положения

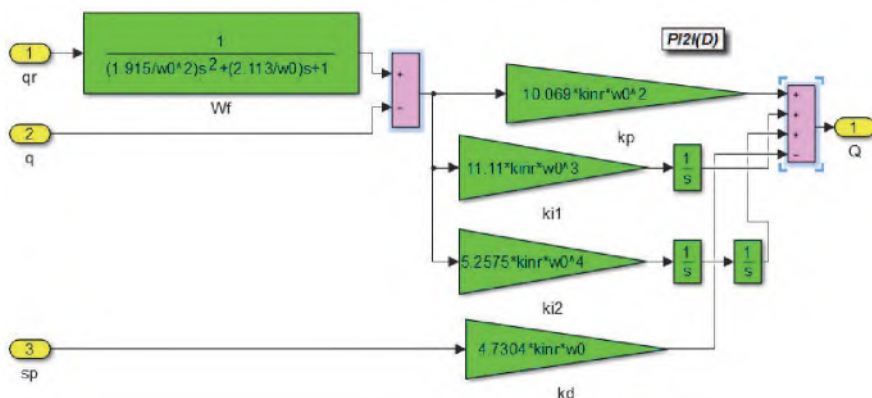


Рис. 7.16. Структура подсистемы модифицированного ПИ2И(Д)-регулятора положения

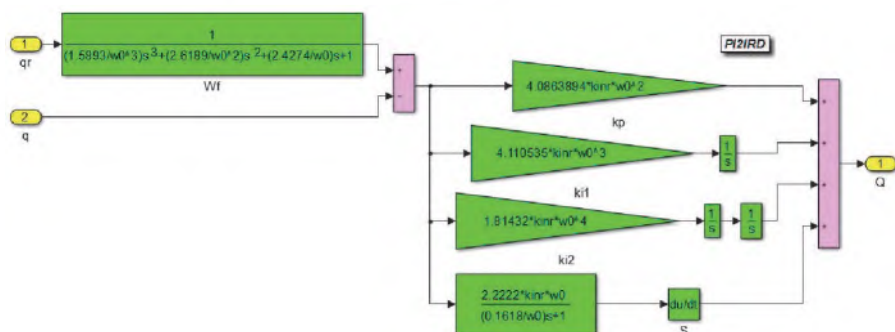


Рис. 7.17. Структура подсистемы ПИ2ИРД-регулятора положения

7.1. ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

7.1.1. Влияния входного фильтра на переходные характеристики

Для оценки влияния входного фильтра и контура момента на временные характеристики, представляющие реализацию задания на позиционирование, предложена комплексная модель, пример которой для ПД-регулятора показан на рис. 7.18.

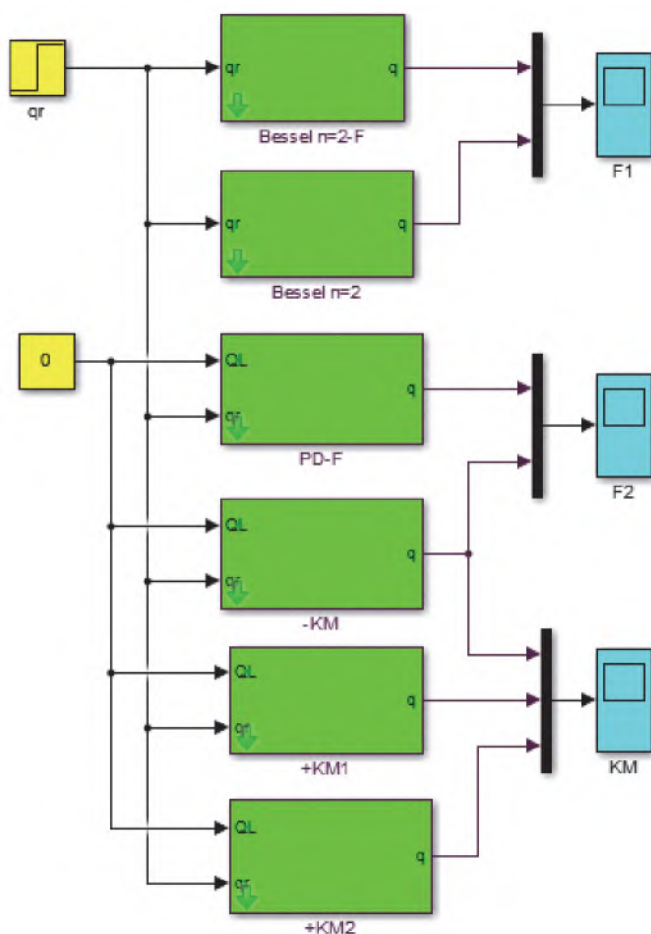


Рис. 7.18. Пример структуры модели для исследования влияния входного фильтра и инерционности контура момента

Представленные на рис. 7.18 подсистемы «*Bessel* $n = 2 - F$ » и «*Bessel* $n = 2$ » имеют структуру, показанную на рис. 7.19, 7.20, и представляют собой эталонные модели с динамикой Бесселя 2-го порядка для систем позиционирования с фильтром (рис. 7.20) и без фильтра (рис. 7.21). Их использование позволило выбрать приемлемое представление операции дифференцирования при моделировании систем позиционирования с различными регуляторами.

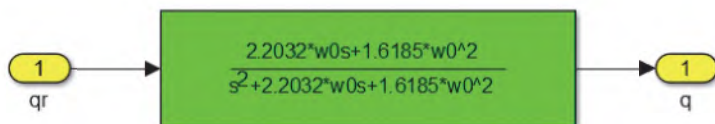


Рис. 7.19. Структура подсистемы «*Bessel* $n=2 - F$ »

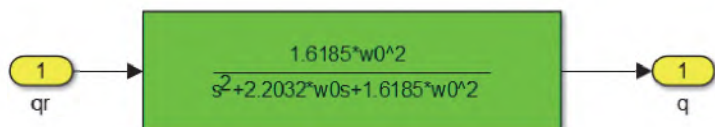


Рис. 7.20. Структура подсистемы «*Bessel* $n=2$ »

Подсистемы, обозначенные на рис. 7.18 как «*PD-F*» и «*-KM*», представляют собой системы позиционирования со структурой, подобной рис. 7.6, имеющей безынерционный контур момента.

Подсистема «*PD-F*» содержит регулятор без входного фильтра, подсистема «*PD-KM*» включает в себя регулятор с входным фильтром.

Аналогичным образом сформированы модели для исследования всех предложенных вариантов систем позиционирования с моделями регуляторов, имеющих структуры, показанные на рис. 7.7 – 7.17.

На все системы позиционирования подается с помощью блока «*Step*» сигнал задания $q_r = 1$ рад, для расчета выбран метод интегрирования Рунге-Кутты 4-го порядка (*ode4*) с постоянным шагом интегрирования 0,00001 с, что обеспечило для заданного коэффициента инерционности и полосы пропускания приемлемое время расчета для всех видов регуляторов. Следует отметить, что шаг интегрирования выбирался из соображения обеспечения расчета системы с максимальным порядком характеристического полинома.

На рис. 7.21 – 7.28 показаны графики процессов, регистрируемых в *Simulink*-модели блоком *Scope* «*F2*», для систем позиционирования, где регуляторы снабжены входными фильтрами.

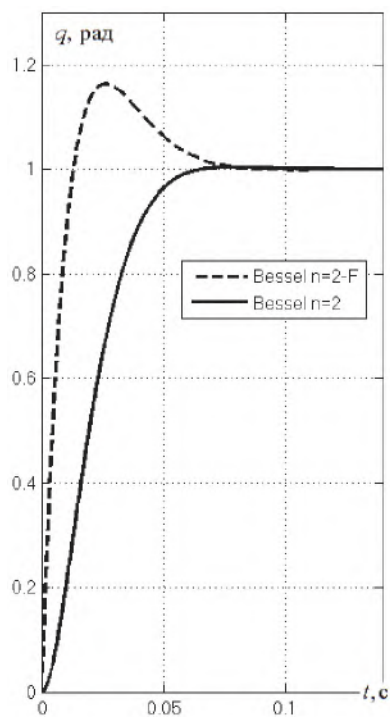


Рис. 7.21. Эталонные характеристики системы с ПД-регулятором

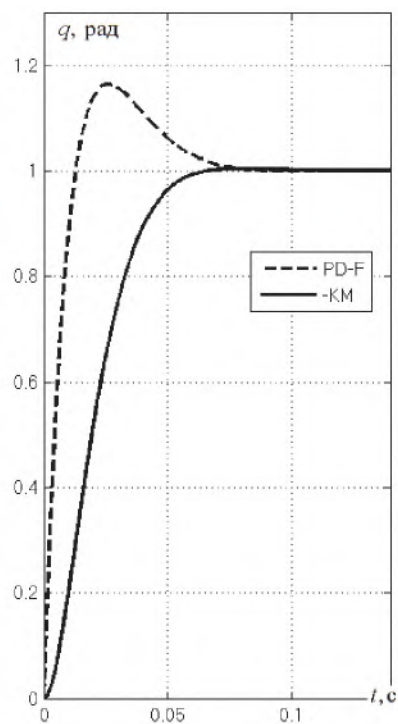


Рис. 7.22. Влияние входного фильтра в системе с ПД-регулятором

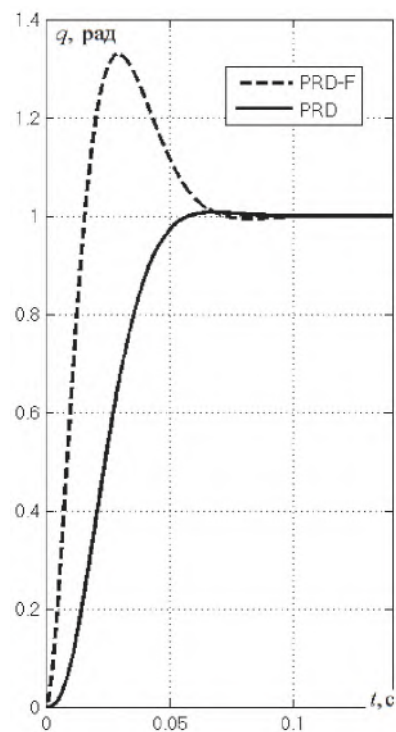


Рис. 7.23. Влияние входного фильтра в системах с ПРД-регуляторами

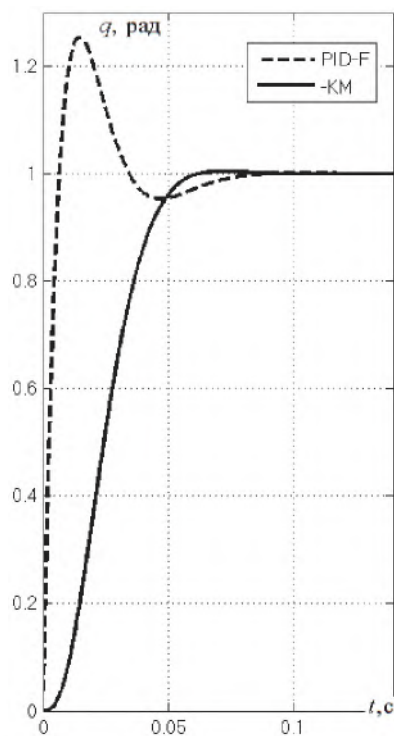


Рис. 7.24. Влияние входного фильтра в системе с ПИД-регулятором

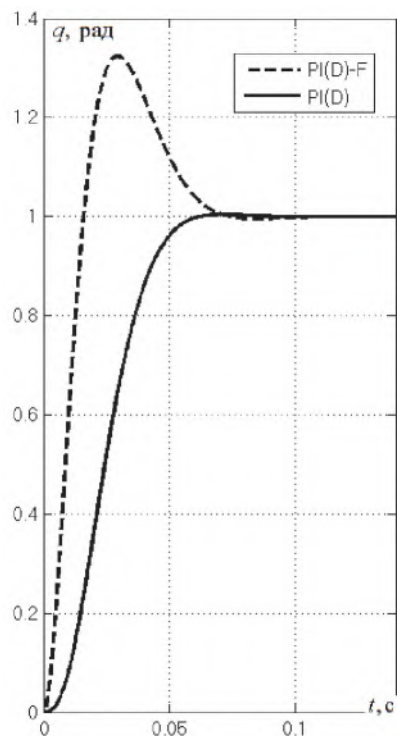


Рис. 7.25. Влияние входного фильтра в системе с ПИ(Д)-регулятором

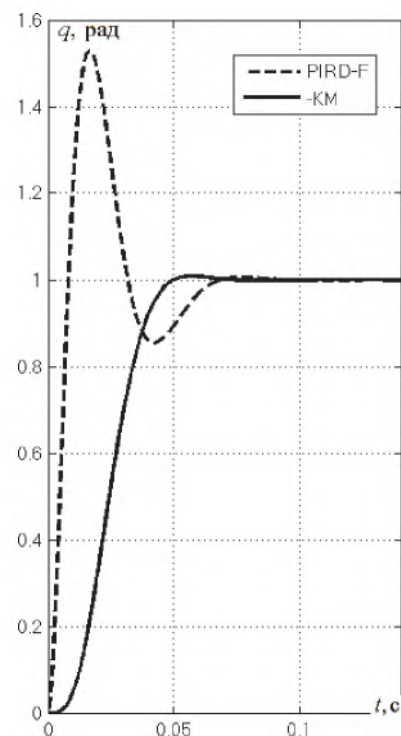


Рис. 7.26. Влияние входного фильтра в системах с ПИРД-регулятором

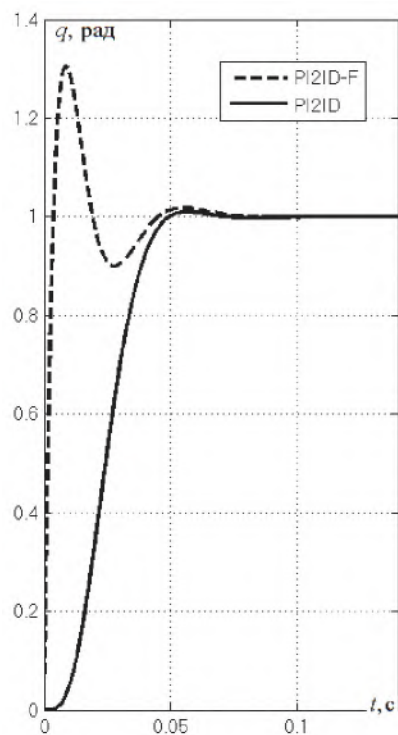


Рис. 7.27. Влияние входного фильтра в системе с ПИ2ИД-регулятором

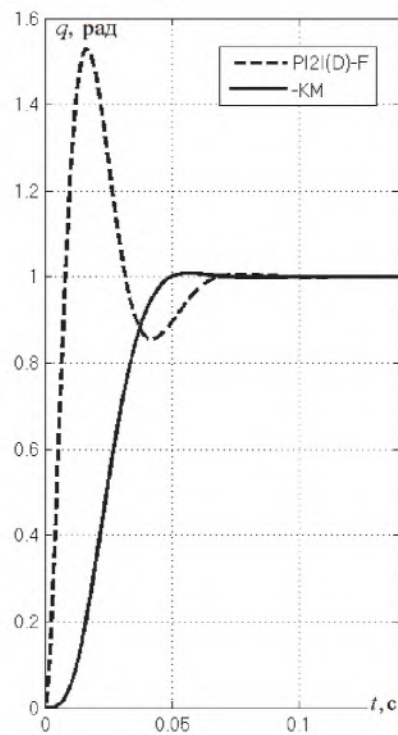


Рис. 7.28. Влияние входного фильтра в системе с ПИ2И(Д)-регулятором

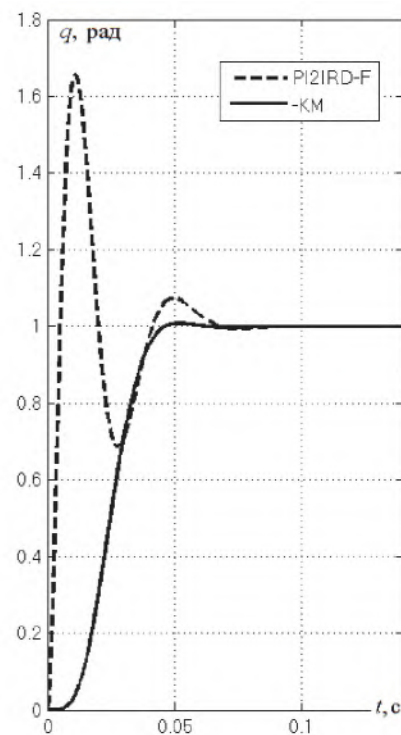


Рис. 7.29. Влияние входного фильтра в системах с ПИ2ИРД-регулятором

Результаты анализа графиков на рис. 7.21 – 7.28 сведены в табл. 7.1. Результаты показывают значительное увеличение перерегулирования в случае применения регуляторов без входных фильтров; в системах с астатизмом 1-го и 2-го порядков отсутствие фильтров приводит к существенному росту колебательности процессов.

В итоге следует констатировать – исключение входных фильтров для упрощения структур недопустимо. С точки зрения простоты структуры для каждого класса систем (статические, с астатизмом 1-го и 2-го порядков) следует рекомендовать модифицированные регуляторы: П(Д), ПИ(Д), ПИ2И(Д), которые либо не требуют применения входных фильтров в статических системах, либо обладают фильтрами минимального порядка в астатических системах.

Таблица 7.1

**Оценка влияния входного фильтра
на динамику систем позиционирования**

Регуляторы	Перерегулирование σ , %	
	С фильтром	Без фильтра
<i>Статические регуляторы</i>		
ПД	0,415	16,5
ПРД1, ПРД2	0,73	33
<i>Регуляторы с астатизмом первого порядка</i>		
ПИД	0,42	25,4
ПИ(Д)	0,41	32,3
ПИРД	0,83	53
<i>Регуляторы с астатизмом второго порядка</i>		
ПИ2ИД	0,95	30,6
ПИ2И(Д)	0,86	53
ПИ2ИРД	0,78	65

7.1.2. Влияние учета инерционности контура момента в модуле на переходные характеристики

С помощью моделей, пример которых для системы с ПД-регулятором показан на рис. 7.18, оценим влияние инерционности контура момента на переходные характеристики.

Такое исследование связано с тем, что синтез систем позиционирования проводился с допущением о безынерционности контура момента. Поэтому актуальным является получение оценки влияния реальных параметров контура момента современных электроприводов [15] на форму динамики процесса позиционирования, которая присуща настройкам на динамику Бесселя.

Здесь сравниваются процессы систем с одинаковыми регуляторами, снабженными входными фильтрами. Объекты регулирования представлены в трех вариантах (см. рис. 7.1 – 7.3):

- безынерционный КМ, обозначение графика: -КМ;
- КМ в виде инерционного звена 1-го порядка с передаточной функцией (4.1), обозначение графика: +КМ1;
- КМ в виде инерционного звена 2-го порядка с передаточной функцией (4.2), обозначение графика: +КМ2.

На рис. 7.29 – 7.34 показаны процессы, регистрируемые в *Simulink*-модели блоком *Scope* «F3».

Результаты сравнения параметров процессов на рис. 7.29 – 7.34 представлены в табл. 7.2.

Статические системы позиционирования при работе с инерционностью КМ 1-го порядка показывают даже улучшение характеристик, кроме систем с ПРД1-, ПРД2-регуляторами.

Астатические системы с регуляторами, имеющими звенья реального дифференцирования (ПИРД и ПИ2ИРД), наряду с увеличением перерегулирования демонстрируют колебательные процессы, то есть полное несоответствие динамике Бесселя.

Модифицированные регуляторы П(Д), ПИ(Д), ПИ2И(Д) можно отнести к классу регуляторов с наилучшими свойствами, так как их применение в ЭММ с выраженными инерционными свойствами контура момента не приводит к существенному изменению динамических процессов при позиционировании.

Отметим также, что разница в процессах для контура момента с инерционностью 1-го и 2-го порядка незначительна, поэтому дальнейшие исследования систем регулирования с регуляторами положения при различных формах нагрузки проведем, используя объект с контуром момента 1-го порядка.

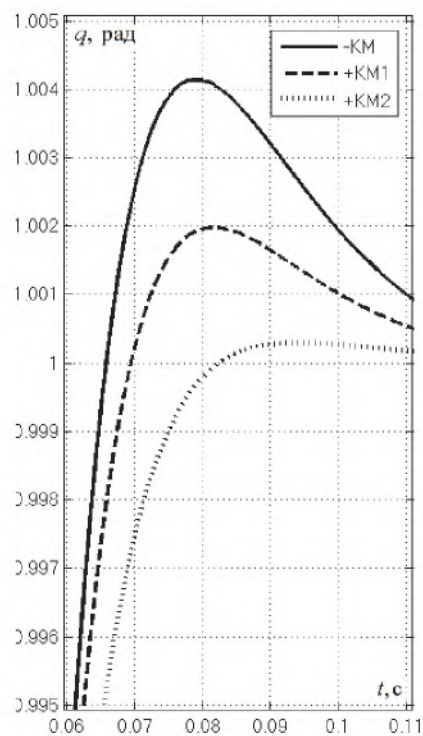


Рис. 7.30. Влияние контура момента на системы с ПД-, П(Д)- и МР-регуляторами

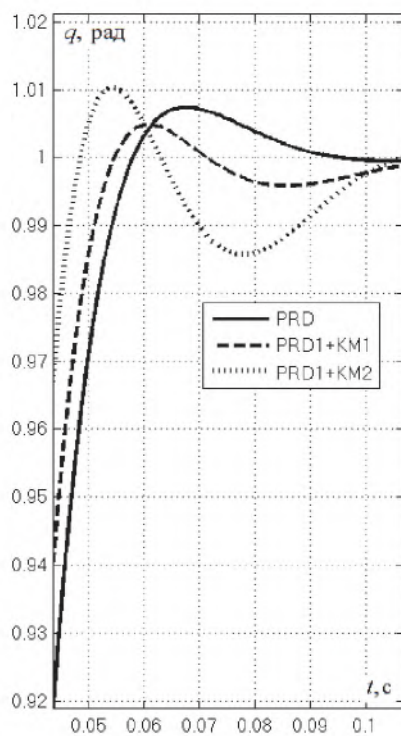


Рис. 7.31. Влияние контура момента на системы с ПРД1-, ПРД2-регуляторами

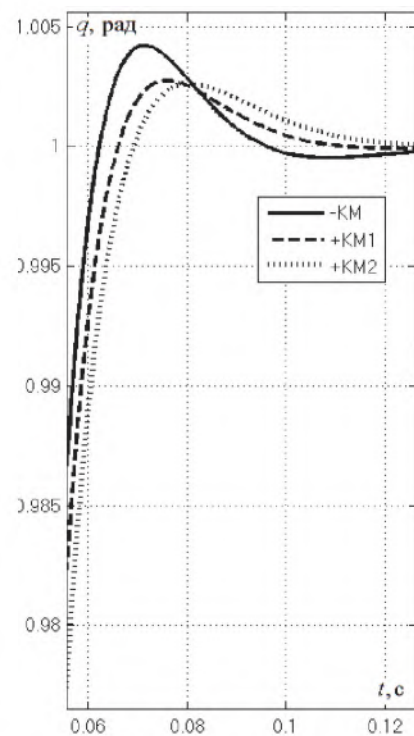


Рис. 7.32. Влияние контура момента на системы с ПИД-, ПИ(Д)-регуляторами

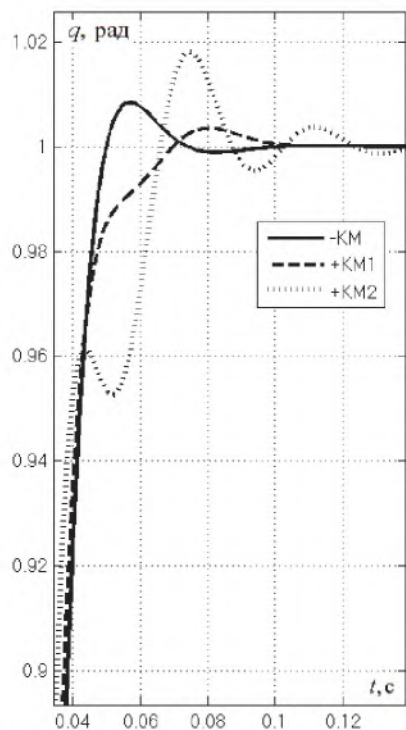


Рис. 7.33. Влияние контура момента на системе с ПИРД-регулятором

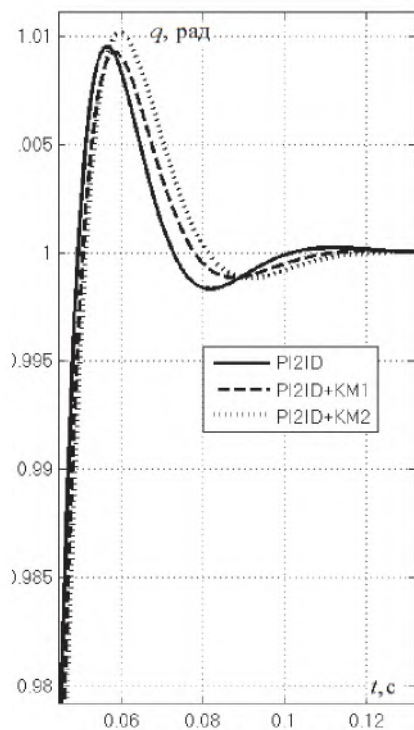


Рис. 7.34. Влияние входного фильтра в системах с ПИ2ИД-, ПИ2И(Д)-регуляторами

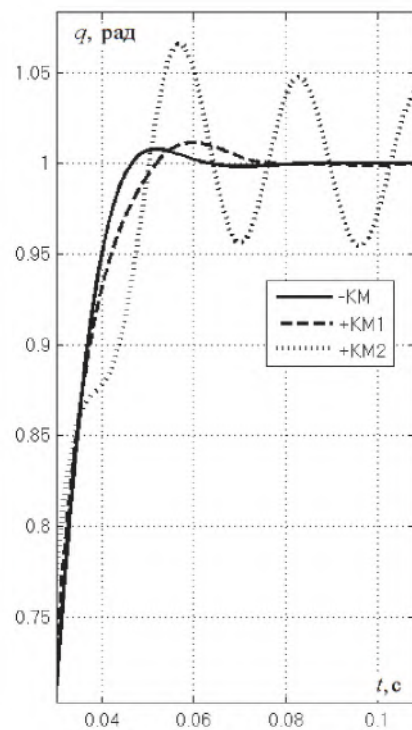


Рис. 7.35. Влияние контура момента на системе с ПИ2ИРД-регулятором

Т а б л и ц а 7.2

**Оценка влияния контура момента
на динамику систем позиционирования**

Регуляторы	Перерегулирование σ , %		
	Без КМ	КМ (1-й порядок)	КМ (2-й порядок)
Статические регуляторы			
ПД, П(Д), МР	0,41	0,2	0,03
ПРД1, ПРД2	0,73	0,48	1,03
Регуляторы с астатизмом первого порядка			
ПИД, ПИ(Д)	0,42	0,275	0,26
ПИРД	0,85	0,35	1,8
Регуляторы с астатизмом второго порядка			
ПИ2ИД, ПИ2И(Д)	0,86	0,86	0,88
ПИ2ИРД	0,75	1,1	6,5

**7.1.3. Исследование временных характеристик при действии
возмущений различной формы**

Структуры модели для анализа погрешности позиционирования при действии механической нагрузки различной формы показаны на рис. 7.36. На рис. 7.37 – 7.40 показаны графики изменения механической нагрузки, действующей на модель ЭММ с контуром момента, обладающим свойствами инерционного звена 1-го порядка:

- постоянная нагрузка (рис. 7.41)

$$Q_L(t) = Q_L, \quad (7.5)$$

где Q_L – уровень механической нагрузки – 1, 5, 10 Н·м;

- линейно нарастающая нагрузка (рис. 7.42)

$$Q_L(t) = Q_L t, \quad (7.6)$$

где Q_L – темп изменения механической нагрузки – 1, 5, 10 $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}}$;

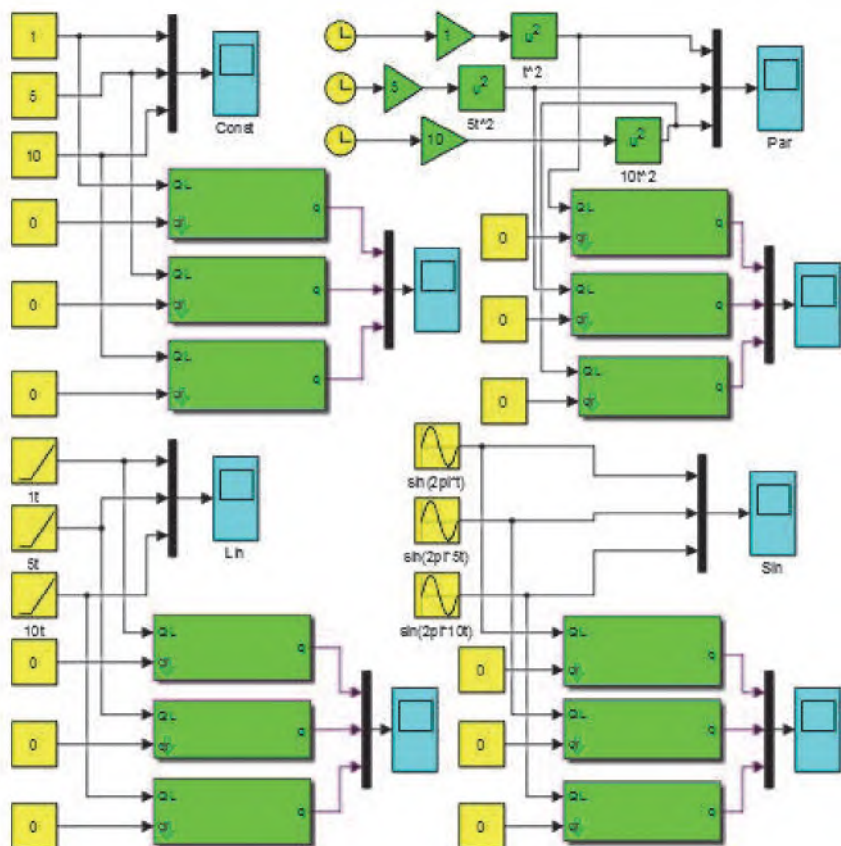


Рис. 7.36. Пример структуры модели для исследования нагрузки различной формы на системы позиционирования

- нагрузка, нарастающая по параболе (рис. 7.43)

$$Q_L(t) = Q_L t^2, \quad (7.7)$$

где Q_L – темп изменения механической нагрузки – 1, 5, 10 $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$;

- гармоническая (синусоидальная) нагрузка (рис. 7.44)

$$Q_L(t) = 10 \cdot \sin(2\pi f_L t), \quad (7.8)$$

где f_L – частота колебаний механической нагрузки – 1, 5, 10 Гц.

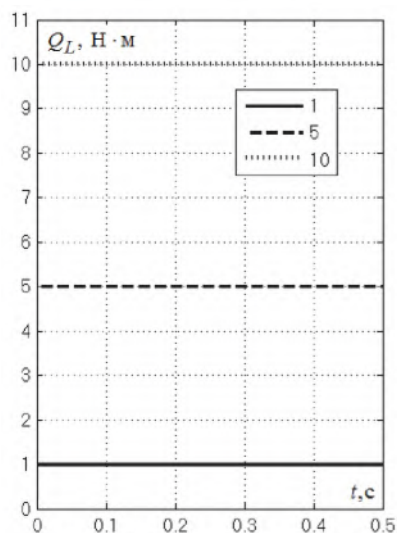


Рис. 7.37. Графики нагрузки ступенчатой формы

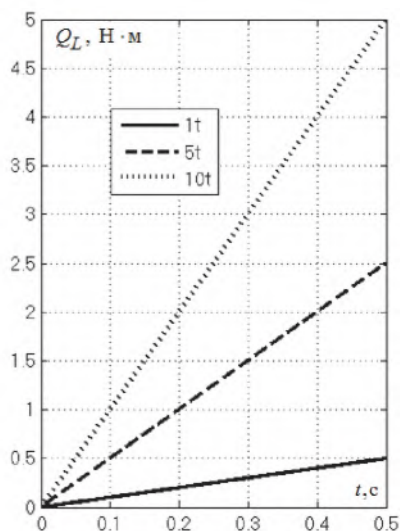


Рис. 7.38. Графики линейно нарастающей нагрузки

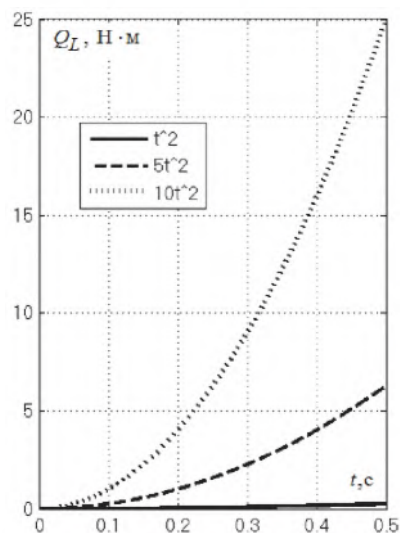


Рис. 7.39. Графики нагрузки параболической формы

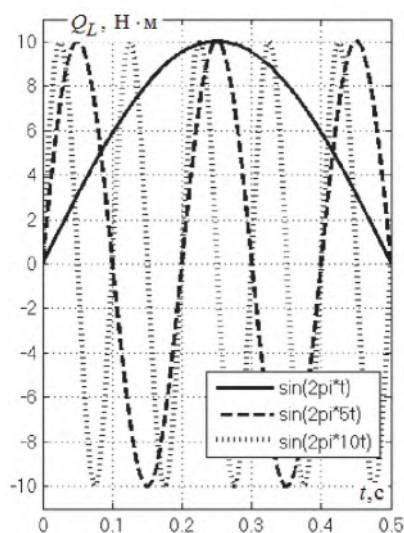


Рис. 7.40. Графики нагрузки синусоидальной формы

На все системы подается нулевое задание на позиционирование ($q_r = 0$) и регистрируется изменение положения на выходе системы при действии механической нагрузки различной формы.

На рис. 7.41 – 7.44 показаны графики изменения положения статических систем позиционирования с регуляторами положения ПД, МР, П(Д). На рис. 7.45 – 7.48 приведены графики изменения положения статических систем позиционирования с регуляторами положения ПРД1, ПРД2.

Результаты демонстрируют, что пренебрежение инерционностью контура момента при синтезе вполне допустимо, так как реакция систем позиционирования со статическими регуляторами на разные формы нагрузки соответствует типу системы. Как и ожидалось, при действии постоянной нагрузки наблюдается установившаяся ошибка, которая растет с ростом величины нагрузки.

Значения установившихся ошибок при постоянной и синусоидальной нагрузках для статических систем позиционирования приведены в табл. 7.3. Большие значения установившейся ошибки демонстрируют системы позиционирования с ПРД1- и ПРД2-регуляторами положения. Это хорошо согласуется с полученными теоретически данными, приведенными в табл. 6.20.

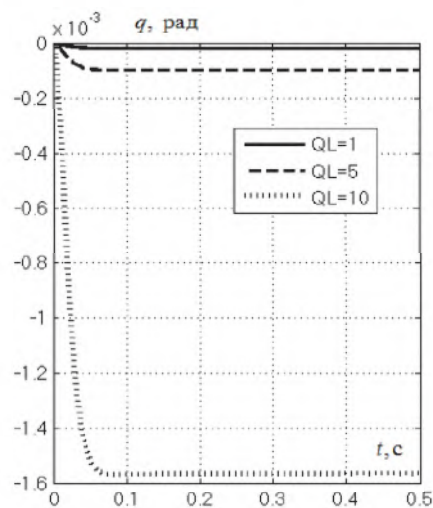


Рис. 7.41. Ошибка регулирования систем с ПД-, П(Д)- и МР-регуляторами при постоянной нагрузке

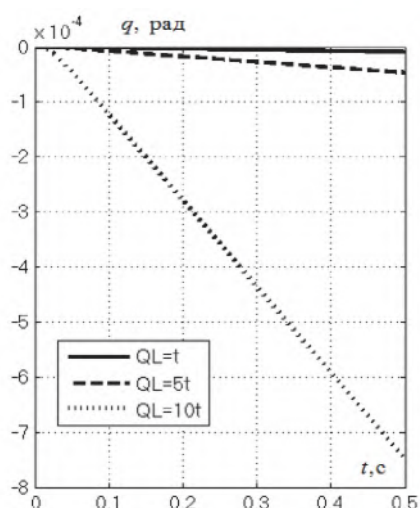


Рис. 7.42. Ошибка регулирования систем с ПД-, П(Д)- и МР-регуляторами при линейно нарастающей нагрузке

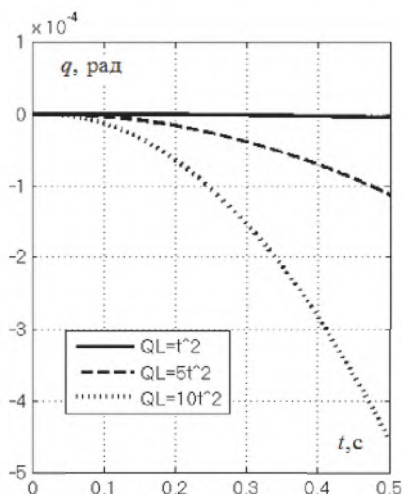


Рис. 7.43. Ошибка регулирования систем с ПД-, П(Д)- и МР-регуляторами при нагрузке, нарастающей по параболе

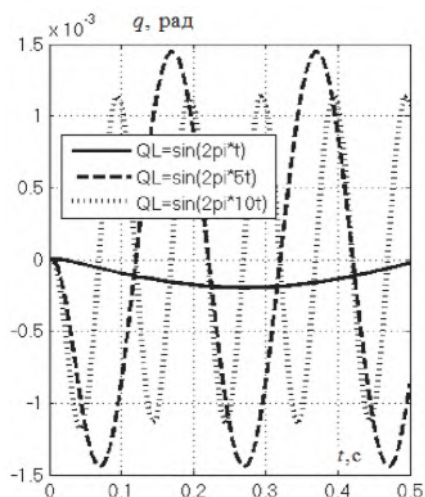


Рис. 7.44. Ошибка регулирования систем с ПД-, П(Д)- и МР-регуляторами при синусоидальной нагрузке

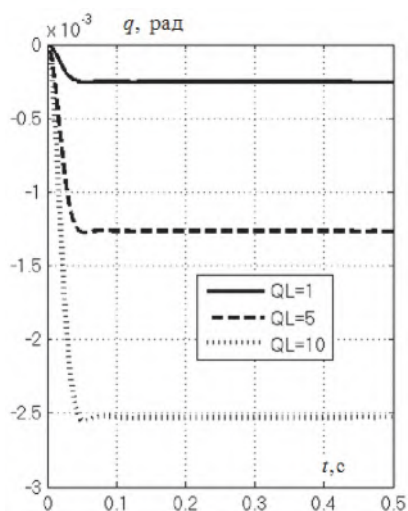


Рис. 7.45. Ошибка регулирования систем с ПРД1-, ПРД2-регуляторами при постоянной нагрузке

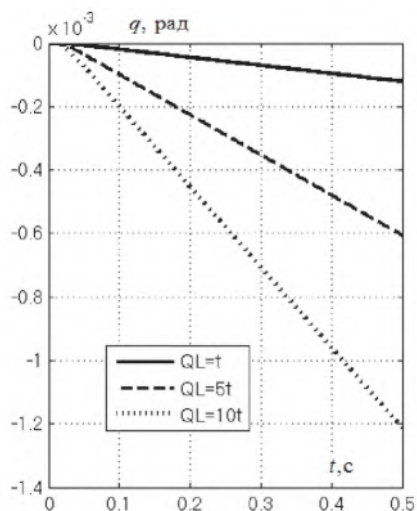


Рис. 7.46. Ошибка регулирования систем с ПРД1-, ПРД2- регуляторами при линейно нарастающей нагрузке

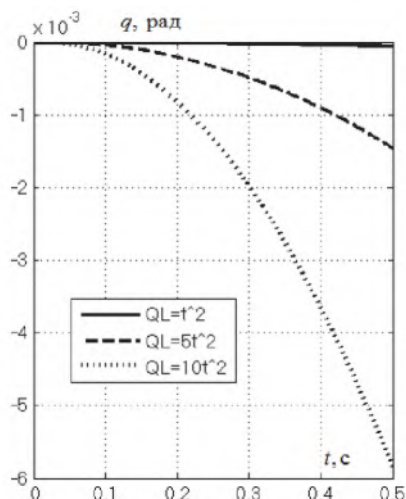


Рис. 7.47. Ошибка регулирования систем с ПРД1-, ПРД2-регуляторами при нагрузке, нарастающей по параболе

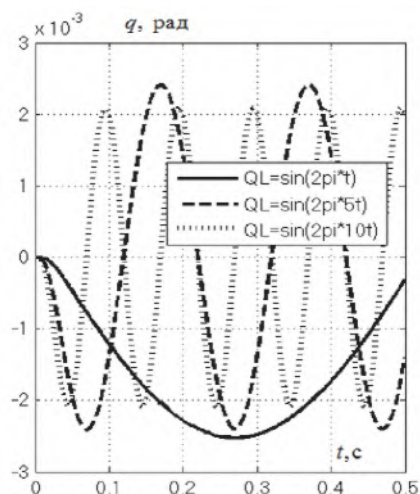


Рис. 7.48. Ошибка регулирования систем с ПРД1-, ПРД2-регуляторами при синусоидальной нагрузке

Таблица 7.3

Установившаяся ошибка регулирования статических систем позиционирования

Момент нагрузки		$q_r - q$, рад	
		ПД, П(Д), МР	ПРД1, ПРД2
$Q_L(t) = Q_L, \text{ Н} \cdot \text{м}$	$Q_L = 1$	$1,567 \cdot 10^{-4}$	$2,532 \cdot 10^{-4}$
	$Q_L = 5$	$7,833 \cdot 10^{-4}$	$12,662 \cdot 10^{-4}$
	$Q_L = 10$	$15,665 \cdot 10^{-4}$	$25,332 \cdot 10^{-4}$
$Q_L(t) = \sin(2\pi Q_L t), \text{ Н} \cdot \text{м}$	$Q_L = 1$	$1,56 \cdot 10^{-3}$	$2,826 \cdot 10^{-3}$
	$Q_L = 5$	$1,446 \cdot 10^{-3}$	$2,407 \cdot 10^{-3}$
	$Q_L = 10$	$1,138 \cdot 10^{-3}$	$2,09 \cdot 10^{-3}$

На рис. 7.49 – 7.52 представлены графики изменения положения систем позиционирования с регуляторами положения ПИД и ПИ(Д).

На рис. 7.53 – 7.56 показаны графики изменения положения систем позиционирования с ПИРД-регуляторами положения.

Компьютерное моделирование показывает, что пренебрежение инерционностью контура момента при синтезе вполне допустимо, так как реакция систем позиционирования с астатизмом 1-го порядка на разные формы нагрузки соответствует теоретическому анализу в гл. 3. То есть при постоянной нагрузке во всех системах с астатизмом 1-го порядка отсутствует установившаяся ошибка позиционирования.

При линейно нарастающей нагрузке возникает постоянная установившаяся ошибка, возрастающая с ростом темпа изменения нагрузки.

Значения максимальной динамической ошибки при постоянной нагрузке и установившейся ошибки при линейно нарастающей и синусоидальной нагрузках для систем позиционирования с астатизмом 1-го порядка приведены в табл. 7.4.

Здесь, так же как и у статических систем, большие значения ошибки позиционирования дают системы позиционирования с регулятором положения на основе реального дифференцирования (ПИРД). Это связано с тем, что введение ПИРД-регулятора дает ХП, а следовательно, и всю динамику системы более высокого порядка, чем в случае ПИД- и ПИ(Д)-регуляторов. Результаты экспериментов подтверждают полученные теоретически данные, приведенные в табл. 6.20.

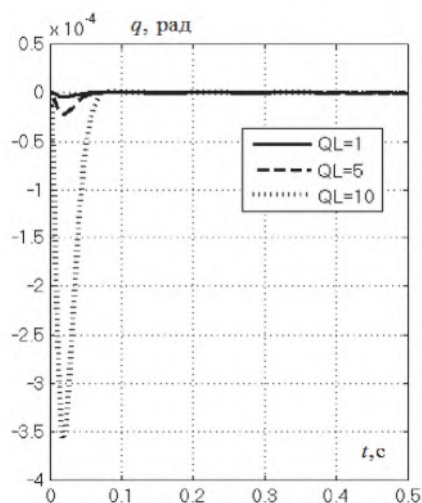


Рис. 7.49. Ошибка регулирования систем с ПИД-, ПИ(Д)-регуляторами при постоянной нагрузке

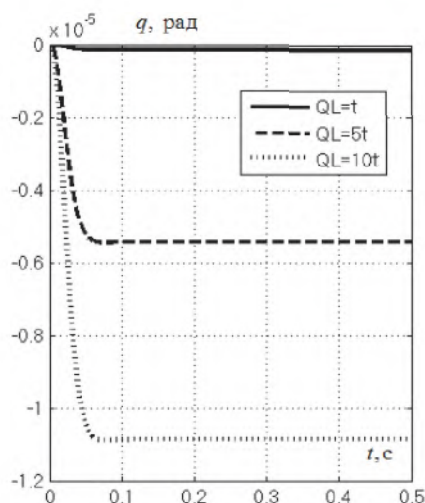


Рис. 7.50. Ошибка регулирования систем с ПИД-, ПИ(Д)-регуляторами при линейно нарастающей нагрузке

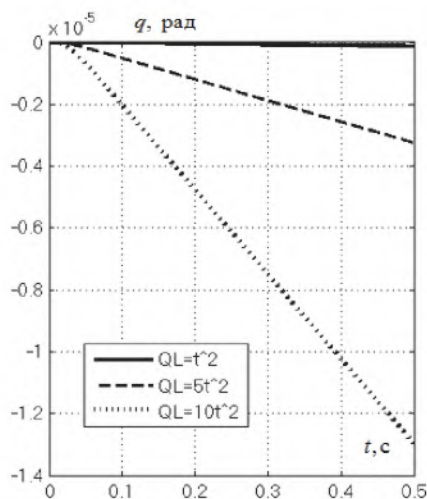


Рис. 7.51. Ошибка регулирования систем с ПИД-, ПИ(Д)-регуляторами при нагрузке, нарастающей по параболе

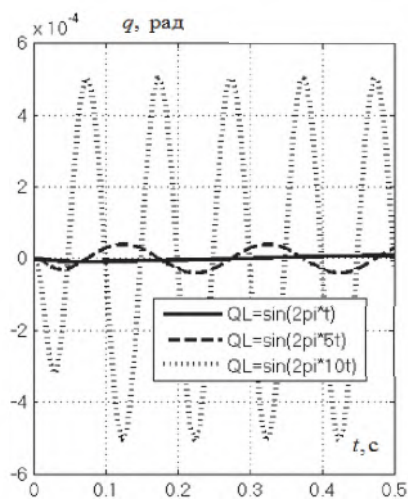


Рис. 7.52. Ошибка регулирования систем с ПИД-, ПИ(Д)-регуляторами при синусоидальной нагрузке

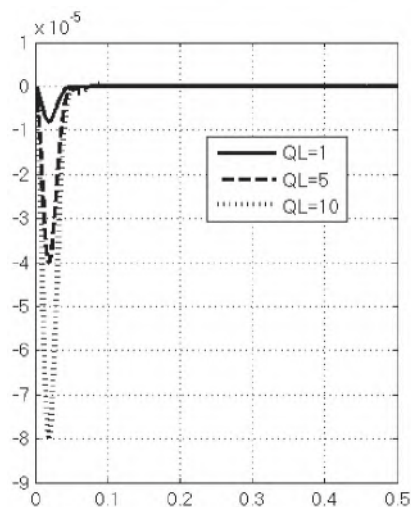


Рис. 7.53. Ошибка регулирования системы с ПИРД-регулятором при постоянной нагрузке

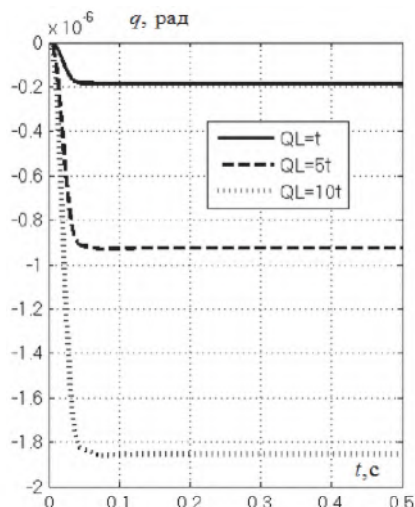


Рис. 7.54. Ошибка регулирования системы с ПИРД-регулятором при линейно нарастающей нагрузке

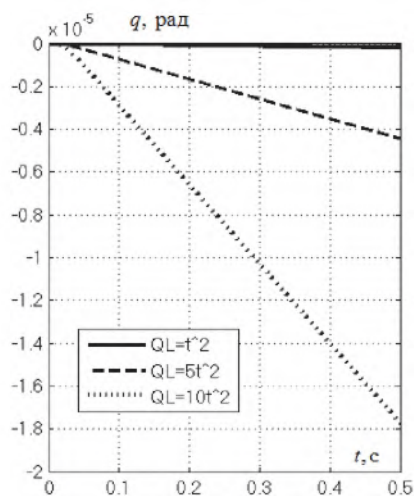


Рис. 7.55. Ошибка регулирования системы с ПИРД-регулятором при нагрузке, нарастающей по параболе

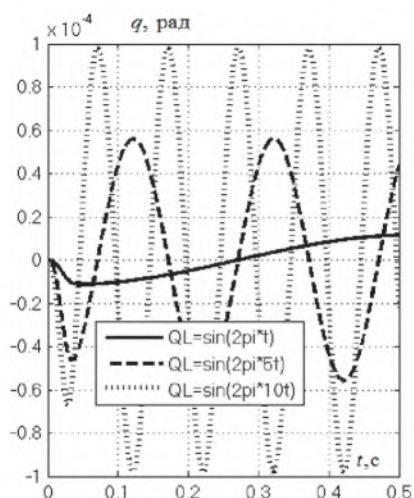


Рис. 7.56. Ошибка регулирования системы с ПИРД-регулятором при синусоидальной нагрузке

Таблица 7.4

Ошибка регулирования систем позиционирования с астатизмом 1-го порядка

Момент нагрузки		$q_r - q$, рад	
		ПИД, ПИ(Д)	ПИРД
$Q_L(t) = Q_L, \text{ Н} \cdot \text{м}$	$Q_L = 1$	$3,59 \cdot 10^{-5}$	$6,377 \cdot 10^{-5}$
	$Q_L = 5$	$17,95 \cdot 10^{-5}$	$31,9 \cdot 10^{-5}$
	$Q_L = 10$	$35,89 \cdot 10^{-5}$	$63,78 \cdot 10^{-5}$
$Q_L(t) = Q_L t, \text{ Н} \cdot \text{м}$	$Q_L = 1$	$0,109 \cdot 10^{-5}$	$0,147 \cdot 10^{-5}$
	$Q_L = 5$	$0,543 \cdot 10^{-5}$	$0,736 \cdot 10^{-5}$
	$Q_L = 10$	$1,086 \cdot 10^{-6}$	$1,472 \cdot 10^{-5}$

Окончание таблицы 7.4

$Q_L(t) = \sin(2\pi Q_L t), \text{ Н} \cdot \text{м}$	$Q_L = 1$	$6,599 \cdot 10^{-5}$	$9,01 \cdot 10^{-5}$
	$Q_L = 5$	$31,691 \cdot 10^{-5}$	$44,35 \cdot 10^{-5}$
	$Q_L = 10$	$50,5 \cdot 10^{-5}$	$77,9 \cdot 10^{-5}$

На рис. 7.57 – 7.60 представлены графики изменения положения систем позиционирования с регуляторами положения ПИ2ИД и ПИ2И(Д). На рис. 7.62 – 7.65 показаны графики изменения положения систем позиционирования с ПИРД-регуляторами положения.

Здесь при постоянной и линейно нарастающей нагрузке во всех системах с астатизмом 2-го порядка отсутствует установившаяся ошибка позиционирования. При нагрузке, нарастающей по параболе, возникает постоянная установившаяся ошибка.

Значения максимальной динамической ошибки при постоянной и линейно нарастающей нагрузках, а также установившейся ошибки при параболической и синусоидальной нагрузках для систем позиционирования с астатизмом 2-го порядка приведены в табл. 7.5. Большие значения ошибки позиционирования дают системы позиционирования с регулятором положения на основе реального дифференцирования – ПИ2ИРД.

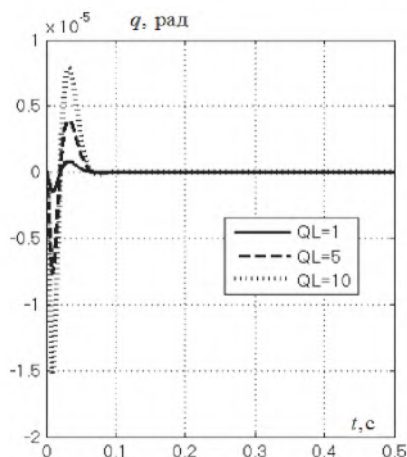


Рис. 7.57. Ошибка регулирования систем с ПИ2ИД-, ПИ2И(Д)-регуляторами при постоянной нагрузке

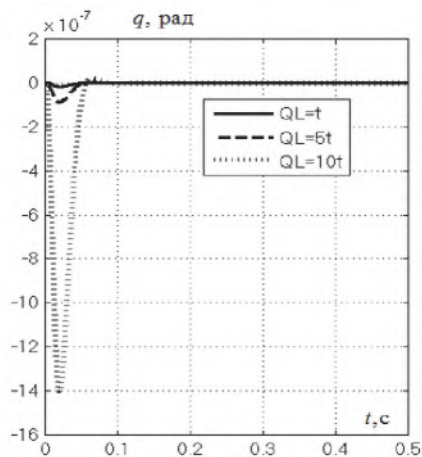


Рис. 7.58. Ошибка регулирования систем с ПИ2ИД-, ПИ2И(Д)-регуляторами при линейно нарастающей нагрузке

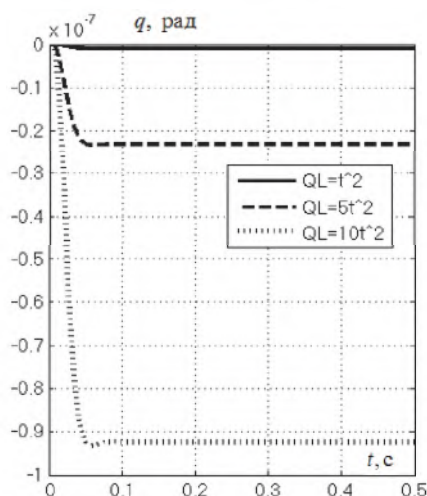


Рис. 7.59. Ошибка регулирования систем с ПИИД-, ПИИИ(Д)-регуляторами при нагрузке, нарастающей по параболе

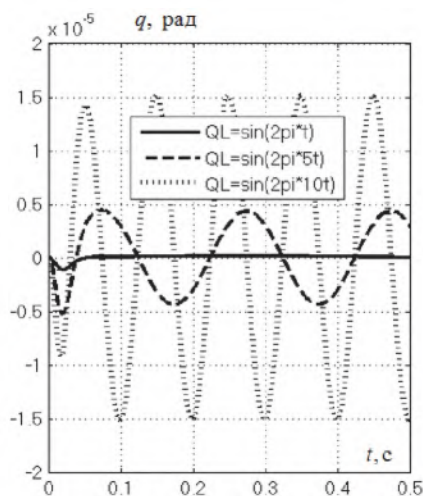


Рис. 7.60. Ошибка регулирования систем с ПИИД-, ПИИИ(Д)-регуляторами при синусоидальной нагрузке

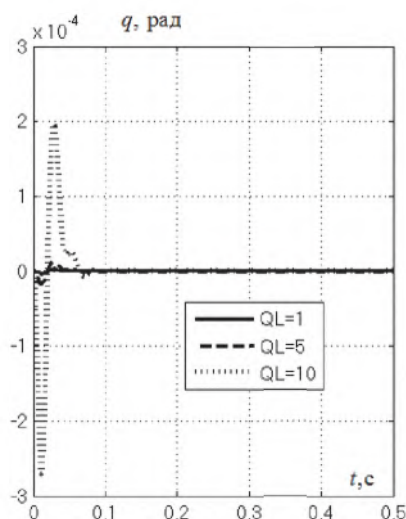


Рис. 7.61. Ошибка регулирования системы с ПИИИРД-регулятором при постоянной нагрузке

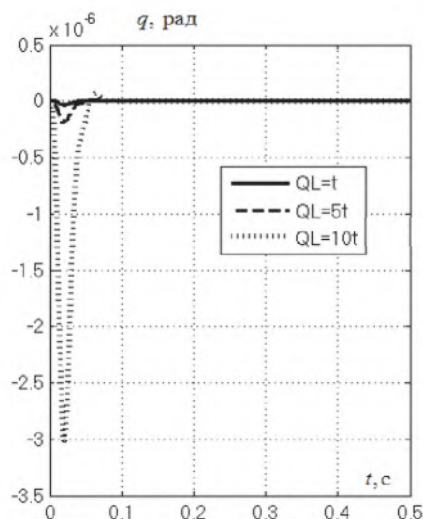


Рис. 7.62. Ошибка регулирования системы с ПИИИРД-регулятором при линейно нарастающей нагрузке

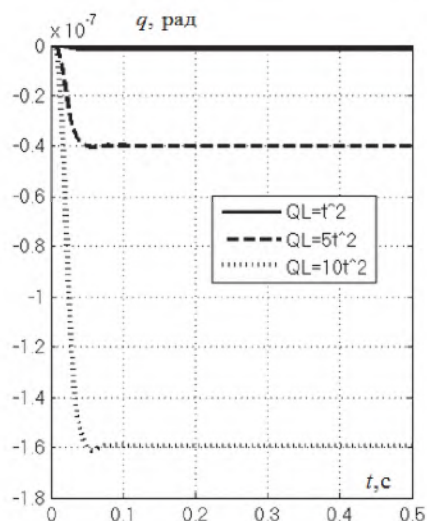


Рис. 7.63. Ошибка регулирования системы с ПИ2ИРД-регулятором при нагрузке, нарастающей по параболе

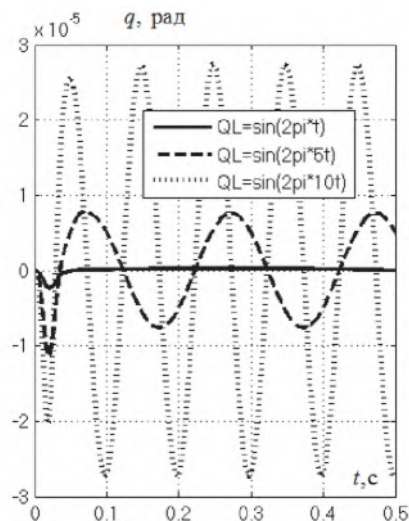


Рис. 7.64. Ошибка регулирования системы с ПИ2ИРД-регулятором при синусоидальной нагрузке

Таблица 7.5

Ошибка регулирования систем позиционирования с астатизмом 2-го порядка

Момент нагрузки		$q_r - q$, рад	
		ПИ2ИД, ПИ2И(Д)	ПИ2ИРД
$Q_L(t) = Q_L, \text{ Н} \cdot \text{м}$	$Q_L = 1$	$1,22 \cdot 10^{-5}$	$2,71 \cdot 10^{-5}$
	$Q_L = 5$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	$13,55 \cdot 10^{-5}$
	$Q_L = 10$	$12,2 \cdot 10^{-5}$	$27,1 \cdot 10^{-5}$
$Q_L(t) = Q_L t, \text{ Н} \cdot \text{м}$	$Q_L = 1$	$1,41 \cdot 10^{-7}$	$3,02 \cdot 10^{-7}$
	$Q_L = 5$	$7,04 \cdot 10^{-7}$	$15,1 \cdot 10^{-7}$
	$Q_L = 10$	$14,09 \cdot 10^{-7}$	$30,2 \cdot 10^{-7}$
$Q_L(t) = Q_L t^2, \text{ Н} \cdot \text{м}$	$Q_L = 1$	$8,073 \cdot 10^{-7}$	$0,126 \cdot 10^{-7}$
	$Q_L = 5$	$1,84 \cdot 10^{-7}$	$3,163 \cdot 10^{-7}$
	$Q_L = 10$	$7,34 \cdot 10^{-4}$	$12,65 \cdot 10^{-7}$

Окончание таблицы 7.5

$Q_L(t) = \sin(2\pi Q_L t), \text{ Н} \cdot \text{м}$	$Q_L = 1$	$8,83 \cdot 10^{-6}$	$18,94 \cdot 10^{-6}$
	$Q_L = 5$	$3,465 \cdot 10^{-5}$	$6,04 \cdot 10^{-5}$
	$Q_L = 10$	$1,206 \cdot 10^{-4}$	$2,172 \cdot 10^{-4}$

7.1.4. Исследование модифицированных регуляторов при линейном нарастании задания

Структуры модифицированных регуляторов П(Д), ПИ(Д), ПИИ(Д) синтезированы на основе использования методики построения ПИД-регуляторов с так называемыми весовыми коэффициентами, предложенной в [5]. В соответствии с этой методикой переход от дифференцирования ошибки регулирования к сигналу скорости изменения регулируемой переменной осуществляется на основе предположения о постоянстве задания регулируемой переменной, то есть когда производная задания равна нулю.

Такой режим является основным для систем позиционирования, поэтому применение модифицированных регуляторов, на первый взгляд, и не вызывает опасений, тем более, что мгновенное значение скорости изменения положения в системах позиционирования может быть либо легко определено по сигналу с датчика положения или скорости, либо восстановлено с помощью наблюдателей состояния [15]. Но при реальном использовании модулей (особенно в станках и промышленных роботах) задание положения может включать в себя элементы, присущие контурному управлению, в первую очередь, за счет использования средств формирования траектории для ограничения параметров движения, таких как скорость, ускорение и т. д.

Поэтому следует оценить степень опасности использования модифицированных регуляторов в случае непостоянства во времени задающего воздействия. В качестве тестового сигнала будем подавать входное воздействие

$$q_r(t) = t, \quad (7.9)$$

то есть линейно возрастающий сигнал со скоростью 1 рад/с, который показан на рис. 7.65 и обозначен ln . На рис. 7.66 показаны изменения ошибок регулирования систем с немодифицированными регуляторами ПД, ПИД и ПИИД:

$$\Delta q = q_r - q. \quad (7.10)$$

Здесь наблюдаем естественное для систем позиционирования с такими регуляторами поведение ошибки регулирования. На рис. 7.67 показаны графики отклонения (Δq) ошибок регулирования систем с модифицированными регуляторами от ошибок регулирования систем с немодифицированными регуляторами:

$$\Delta q^* = \Delta q_d - \Delta q_{(d)}, \quad (7.11)$$

где Δq_d – ошибка регулирования немодифицированного регулятора;

$\Delta q_{(d)}$ – ошибка регулирования модифицированного регулятора.

На системы в этом случае воздействуем одним и тем же сигналом задания, определяемым выражением (7.9). При использовании регуляторов положения в системах контурного управления для компенсации такого вида ошибок используют прямые связи для обеспечения определенной инвариантности по управлению. Зависимости на рис. 7.67 демонстрируют незначительную разницу в реакции регуляторов на линейно нарастающий сигнал, что особенно проявляется для статических систем и систем с астатизмом 1-го порядка, которые имеют отличие только в динамике. Следовательно, допустимым является применение модифицированных регуляторов в ЭМС позиционирования, включая системы с использованием задатчиков интенсивности.

7.2. ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

7.2.1. Достижение заданной полосы пропускания при учете инерционности контура момента

Частотные характеристики позволяют оценить реакцию системы позиционирования на входные воздействия в широком диапазоне частот. Рассмотрим влияние различных форм представления контура момента на частотные характеристики систем по управлению.

Оценке подвергаем только системы с модифицированными регуляторами, так как ранее была показана их эффективность по сравнению с другими регуляторами в своем классе систем. На рис. 7.68 – 7.73 показаны ЛАЧХ и ЛФЧХ по управлению систем позиционирования.

Графики ЛАЧХ и ЛФЧХ получены с использованием пакета *Linear Analysis* программного комплекса *Simulink (Matlab)*.

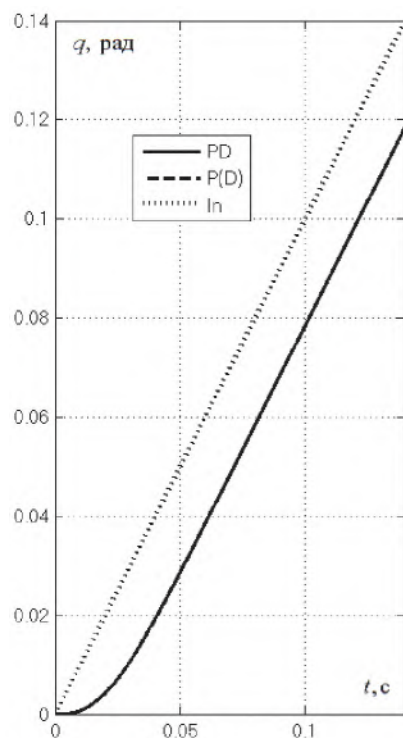


Рис. 7.65. Процессы при линейном росте задания с ПД- и П(Д)-регуляторами

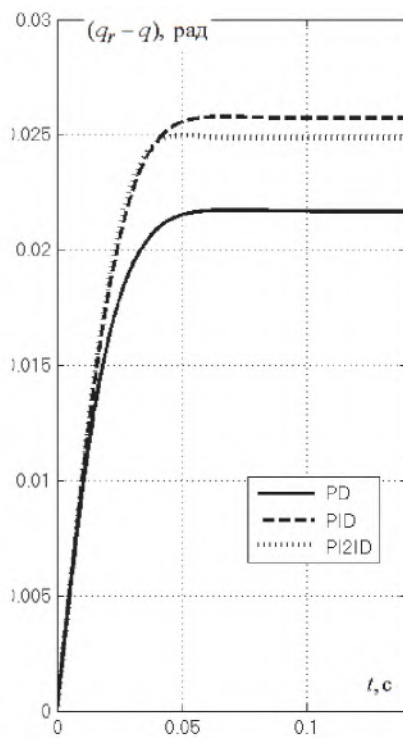


Рис. 7.66. Графики изменения ошибки регулирования при линейном росте задания

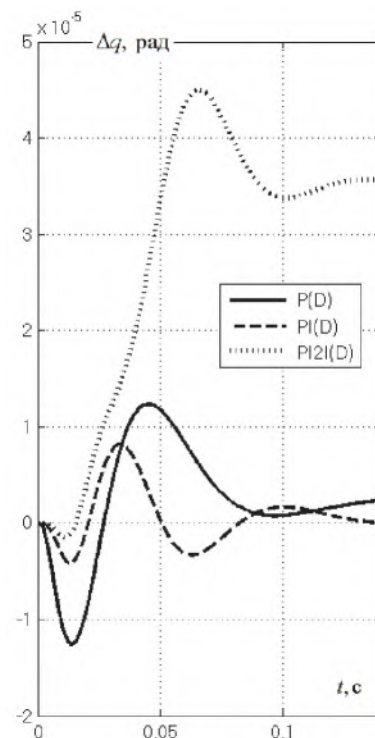


Рис. 7.67. Отклонение ошибок регулирования модифицированных регуляторов

Полученные графики позволяют оценить изменение полосы пропускания систем позиционирования и допустимость пренебрежения при синтезе контуром момента. Результаты анализа графиков представлены в табл. 7.6.

Т а б л и ц а 7.6

Определение полосы пропускания систем позиционирования с учетом контура момента

Регуляторы		$\omega_{-3дБ}$, рад/с	ω_{90° , рад/с	$\omega_{пр}$, рад/с
П(Д)	КМ1	65,1	79,8	65,1
	КМ2	68	80,1	68
ПИ(Д)	КМ1	66,9	62,6	62,6
	КМ2	67	63,1	63,1
ПИИ(Д)	КМ1	81,8	62,4	62,4
	КМ2	80,9	62,5	62,5

Результаты показывают, что пренебрежение инерционностью контура момента при синтезе модифицированных регуляторов положения для систем позиционирования не оказывает существенного влияния на полосу пропускания по управлению, которая при проектировании регуляторов закладывалась величиной 62,8 рад/с (10 Гц).

7.2.2. Частотные характеристики по возмущению с учетом инерционности контура момента

На рис. 7.74 – 7.76 показаны ЛАЧХ систем по возмущению, характеризующие степень влияния на ошибку регулирования действующих в полосе пропускания механических нагрузок.

Рассмотрены системы с модифицированными регуляторами и различными вариантами представления инерционных свойств контура момента в электромехатронном модуле.

Сравнивая полученные графики с результатами теоретических расчетов ЛАЧХ систем с безынерционным контуром момента, показанными на рис. 6.67 – 6.69, видим, что ЛАЧХ мало отличаются как по характеру графиков, так и по уровню на границе полосы пропускания. Это позволяет считать допустимым пренебрежение инерционностью контура момента при синтезе регуляторов как с точки зрения статических характеристик, так и с позиций обеспечения заданной динамики.

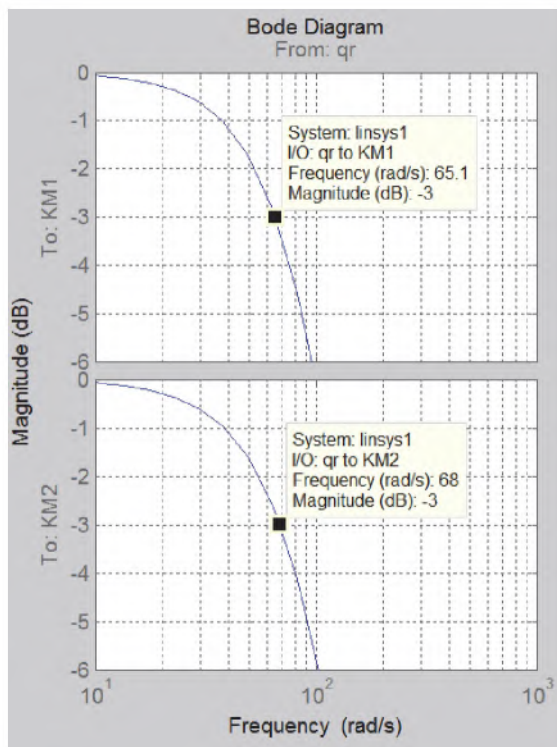


Рис. 7.68. ЛАЧХ по управлению систем с П(Д)-регулятором при вариантах контура момента

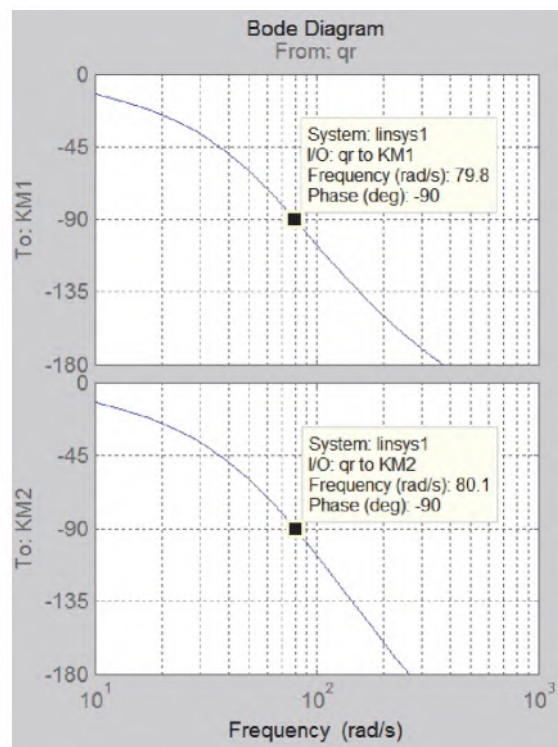


Рис. 7.69. ЛФЧХ по управлению систем с П(Д)-регулятором при вариантах контура момента

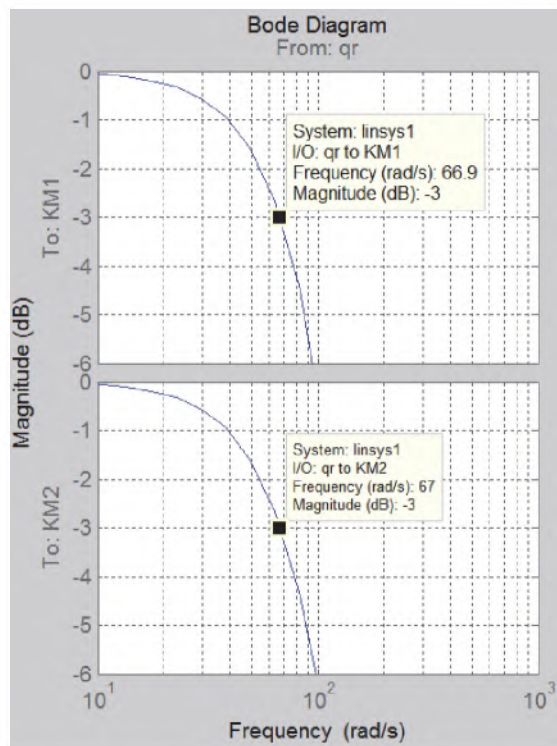


Рис. 7.70. ЛАЧХ по управлению систем
с ПИ(Д)-регулятором
при вариантах контура момента

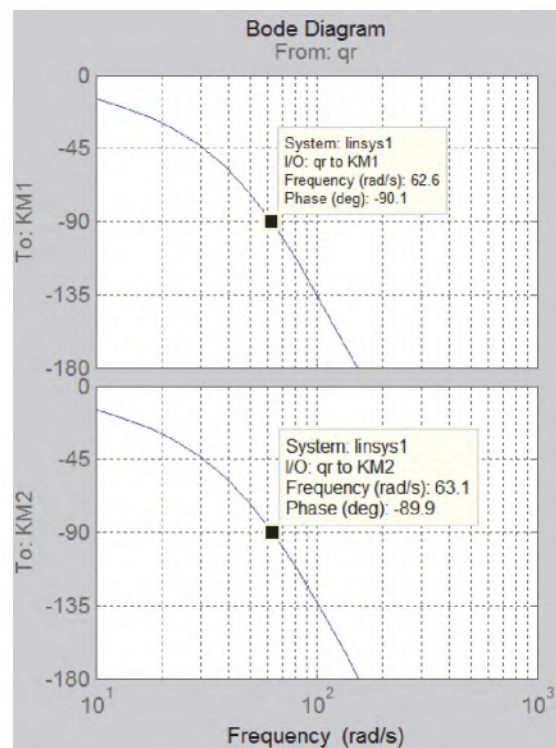


Рис. 7.71. ЛФЧХ по управлению систем
с ПИ(Д)-регулятором
при вариантах контура момента

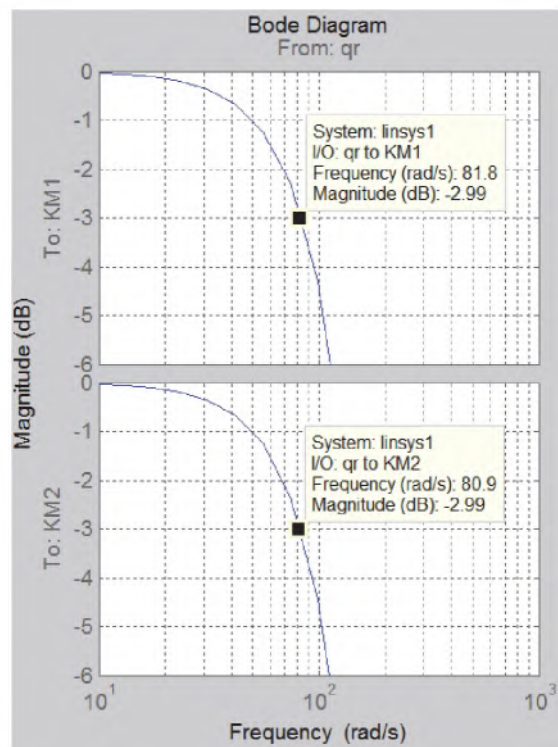


Рис. 7.72. ЛАЧХ по управлению систем с ПИ2И(Д)-регулятором при вариантах контура момента

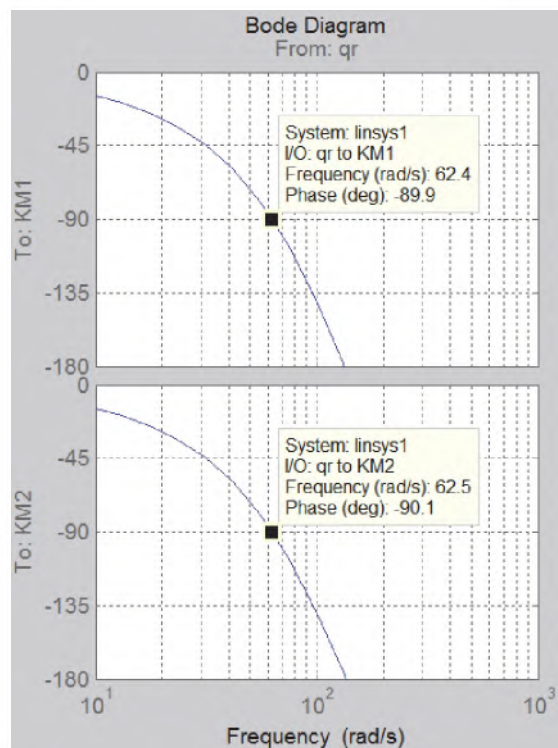


Рис. 7.73. ЛФЧХ по управлению систем с ПИ2И(Д)-регулятором при вариантах контура момента

7.3. ОГРАНИЧЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ

Наряду с реализацией задания на позиционирование электромехатронные модули должны обеспечивать технологические ограничения или фиксацию параметров движения исполнительных органов.

Наиболее распространены требования обеспечения ограничения или задания определенной скорости при позиционировании, что особенно важно для станочных и робототехнических систем. Рассмотрим два основных варианта реализации задания скорости движения.

Первый вариант заключается в использовании в качестве элемента задания скорости регулятора положения, при этом регулятор оснащается элементами, превращающими регулятор в нелинейный элемент или элемент с переменной структурой. Такой подход широко используется в каскадных системах для ограничения координат системы.

Второй вариант использует применение специального формирователя траектории изменения задания на позиционирование (здатчика интенсивности, формирователя задания), который формирует на входе системы позиционирования сигнал, обеспечивающий выполнение технических требований по параметрам движения. Сложность структуры и алгоритмов работы таких формирователей определяется набором требований к параметрам движения.

Исследуем применение этих вариантов для систем позиционирования с целью выработки рекомендаций по применению. На рис. 7.77 показана модель для исследования статических систем позиционирования с П(Д)-регулятором положения, настроенным на динамику Бесселя. Фактически исследуются две системы:

- с линейным регулятором и формирователем траектории, структура которого показана на рис. 7.78;
- с нелинейным регулятором переменной структуры (рис. 7.79).

На рис. 7.80 показаны графики изменения сигнала задания на позиционирование (q_r) и сигнала на выходе формирователя (q_{r_lim}). Скорость ($\dot{q}_{max}$) в процессе эксперимента задается на уровне 1 рад/с.

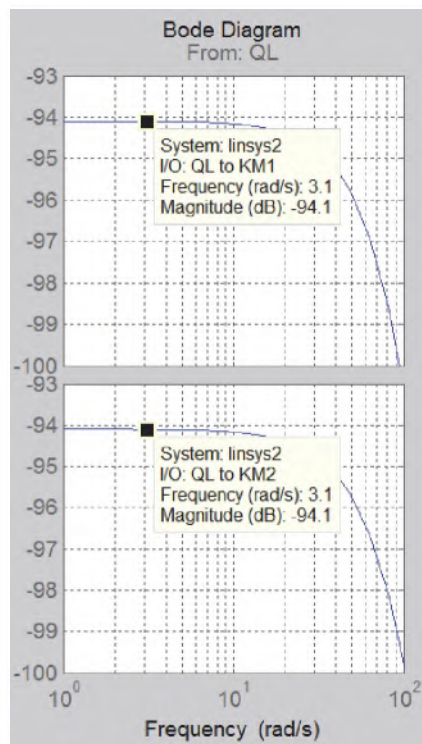


Рис. 7.74. ЛАЧХ по возмущению систем с П(Д)-регулятором при вариантах контура момента

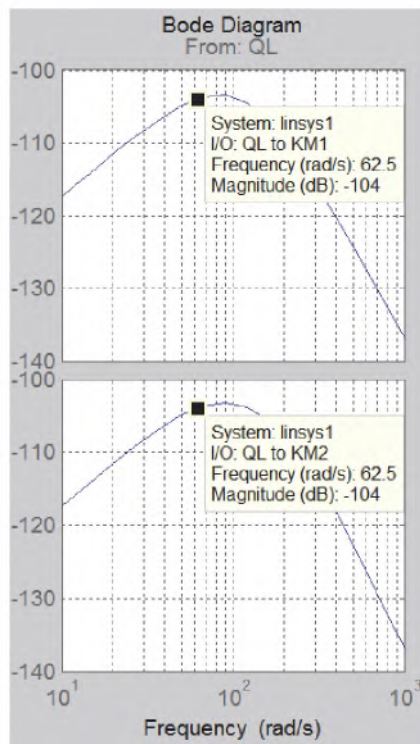


Рис. 7.75. ЛАЧХ по возмущению систем с ПИ(Д)-регулятором при вариантах контура момента

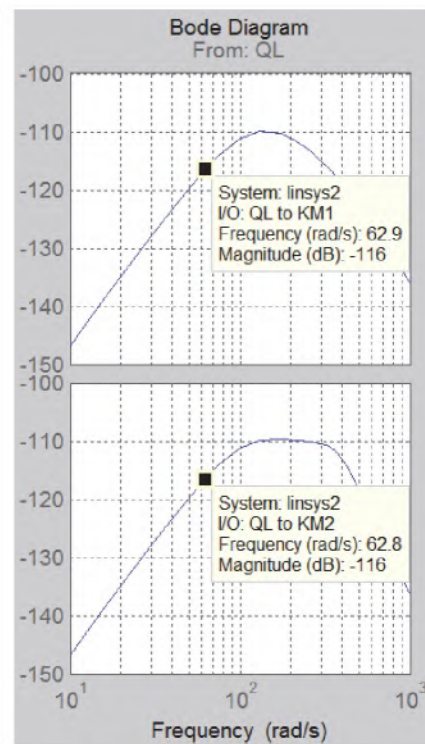


Рис. 7.76. ЛАЧХ по возмущению систем с ПИИ(Д)-регулятором при вариантах контура момента

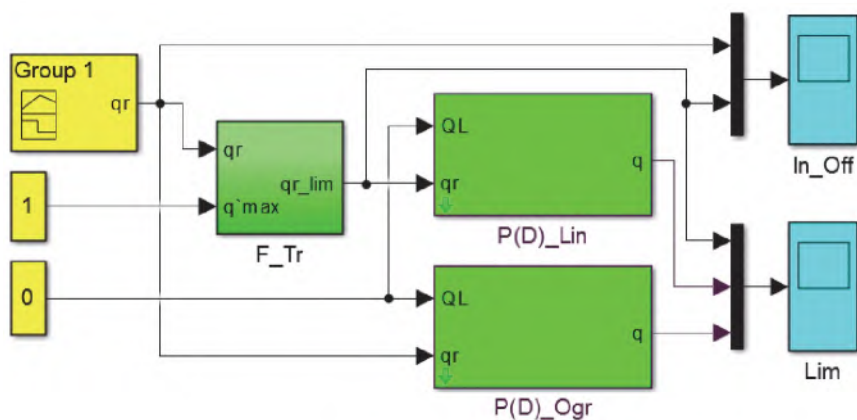


Рис. 7.77. Модель для сравнения способов ограничения скорости в системах позиционирования с П(Д)-регулятором положения

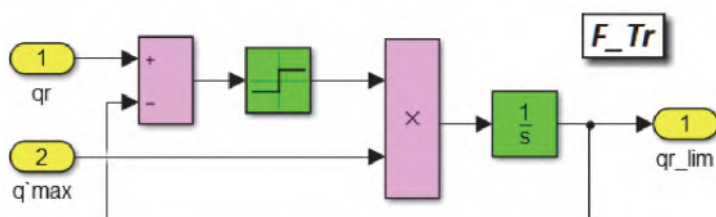


Рис. 7.78. Модель ФБ формирователя траектории позиционирования с заданием скорости движения

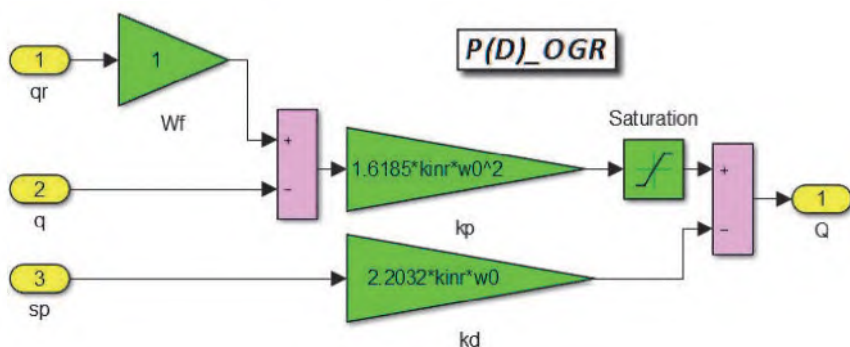


Рис. 7.79. П(Д)-регулятор положения с переменной структурой

П(Д)-регулятор с переменной структурой отличается от линейного регулятора наличием блока ограничения *Saturation*, который при изменении сигнала задания со скоростью, большей ± 1 рад/с, формирует на выходе блока постоянный сигнал, в нашем случае этот сигнал формируется следующим образом

$$U_{ogr} = \pm 2,2032 k_{in} \omega_0 \dot{q}_{\max}; \quad (7.12)$$

при этом в системе на время ограничения формируется фактически замкнутый контур по скорости с заданием (7.12). Методика оптимизации подобных контуров в регуляторах с переменной структурой детально описана в [8,15].

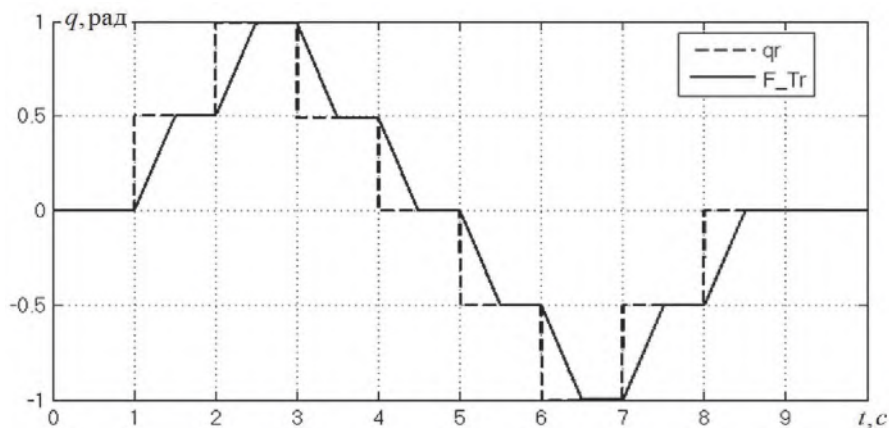


Рис. 7.80. Изменение положения до и после формирователя

На рис. 7.81 сравниваются фрагменты изменения положения на выходе двух вариантов статической системы позиционирования.

Здесь наилучшие показатели демонстрирует система с нелинейным регулятором, обеспечивая увеличение быстродействия при сохранении монотонности. Да и по сложности структуры или программной реализации предпочтение в нашем случае следует отдать варианту с блоком ограничения. При этом следует не забывать о функциональных возможностях, система с формирователем траекторий может отвечать широкому кругу потребностей – введению ограничения на ускорение, рывок, что требуют подъемно-транспортные применения ЭМС, или обеспечение траекторий,

приспосабливающихся к изменениям в объекте. В таких случаях следует использовать системы позиционирования с формирователями траектории.

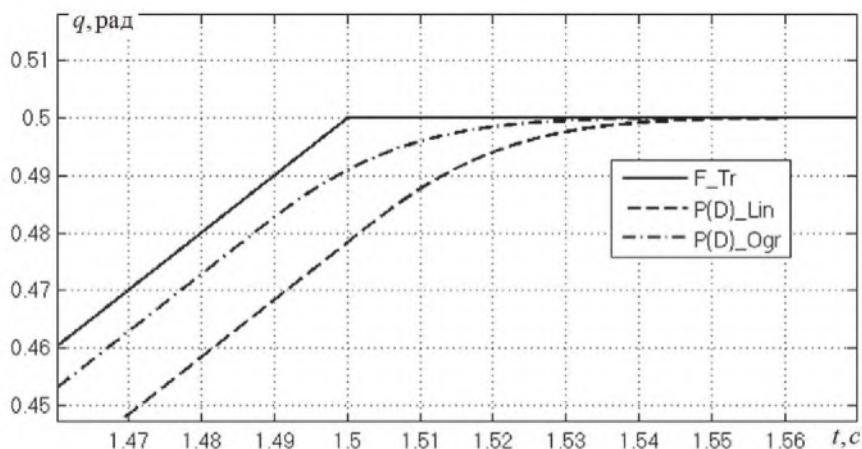


Рис. 7.81. Изменение положения линейной и нелинейной систем позиционирования с П(Д)-регуляторами

Модель для исследования систем с астатизмом 1-го порядка с регулятором ПИ(Д), настроенным на динамику Бесселя, показана на рис. 7.82. Здесь также сравниваются два варианта задания фиксированной скорости при позиционировании. Структура ФБ, моделирующего ПИ(Д)-регулятор с переменной структурой, показана на рис. 7.83.

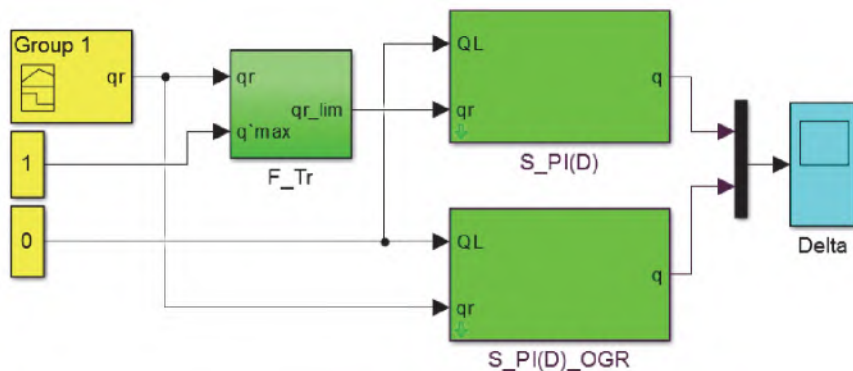


Рис. 7.82. Модель для сравнения способов ограничения скорости в системах позиционирования с ПИ(Д)-регулятором положения

Задание скорости перемещения формируется двумя нелинейными элементами: блоком интегратора с ограничением и блоком ограничения. Величина ограничения на интеграторе и в блоке ограничения определяется выражением

$$U_{ogr} = \pm 3,417 k_{in} \omega_0 \dot{q}_{\max}; \quad (7.13)$$

здесь также в момент начала действия ограничения на уровне (7.13) формируется замкнутый контур регулирования скорости.

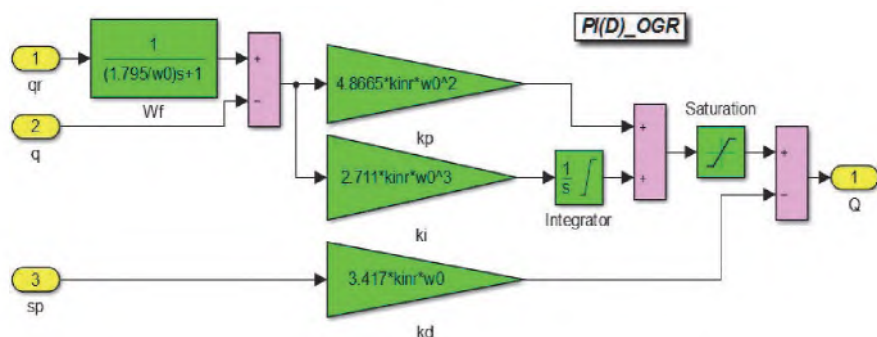


Рис. 7.83. ПИ(Д)-регулятор положения с переменной структурой

На рис. 7.84 показано позиционирование для двух вариантов систем с ПИ(Д)-регулятором. Здесь, как и в случае статической системы (рис. 4.79), более «быстрой» оказывается система с нелинейным регулятором.

Но динамика позиционирования системы с нелинейным регулятором демонстрирует значительное перерегулирование. Это связано с тем, что «временный» контур регулирования скорости не подвергался оптимизации.

Для таких регуляторов с переменной структурой существуют решения, позволяющие оптимизировать процессы, связанные с переключением структуры системы на входе и выходе из ограничения. Но в этом случае алгоритмическая и структурная сложность регулятора делает систему неконкурентоспособной по отношению к варианту с формирователем. При этом следует не забывать о возможности реализации в формирователе дополнительных функций (ограничение ускорения и пр.).

Поэтому для реализации в системе позиционирования с астатизмом 1-го порядка следует однозначно рекомендовать вариант с формирователем траектории позиционирования.

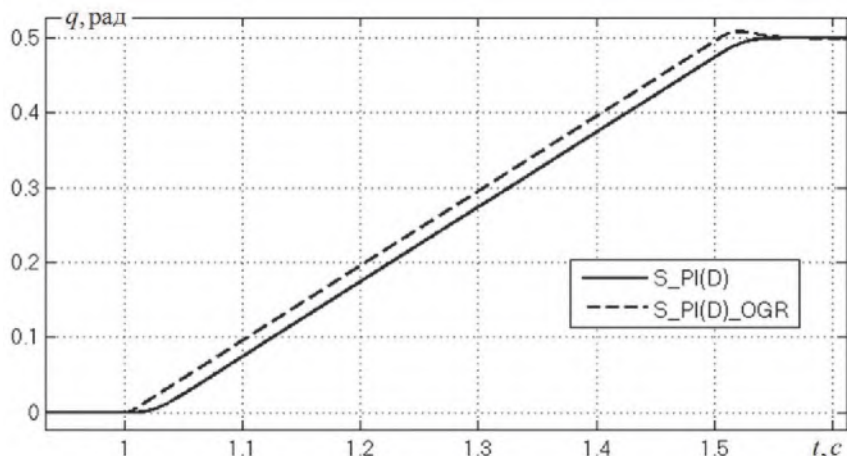


Рис. 7.84. Изменение положения линейной и нелинейной систем позиционирования с ПИ(Д)-регуляторами

Структура *Simulink*-модели для исследования системы с астатизмом 2-го порядка с регулятором ПИ(Д), настроенным на динамику Бесселя, показана на рис. 7.85.

Здесь нет альтернативы формированию траектории позиционирования на входе системы, так как реализация задания в ПИ2И(Д)-регуляторе положения связана с организацией согласованно управляемых ограничений на 3 интеграторах, причем два из них включены последовательно, как показано на рис. 7.16.

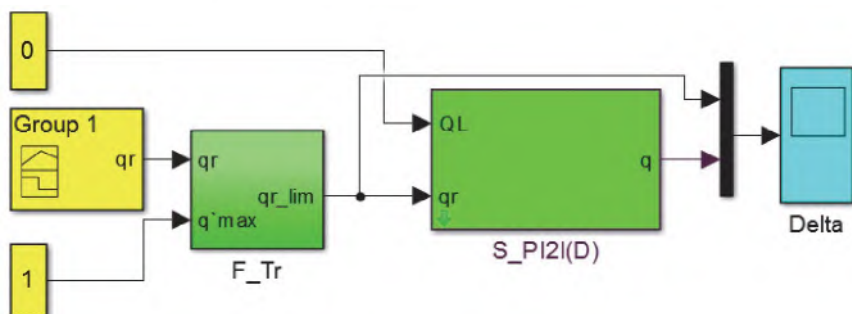


Рис. 7.85. Модель для сравнения способов ограничения скорости в статических системах позиционирования с ПИ2И(Д)-регулятором положения

Поэтому рис. 7.86 лишь демонстрирует эффективность «работы» системы позиционирования с астатизмом 2-го порядка в режиме формирования траектории позиционирования с заданной скоростью движения.

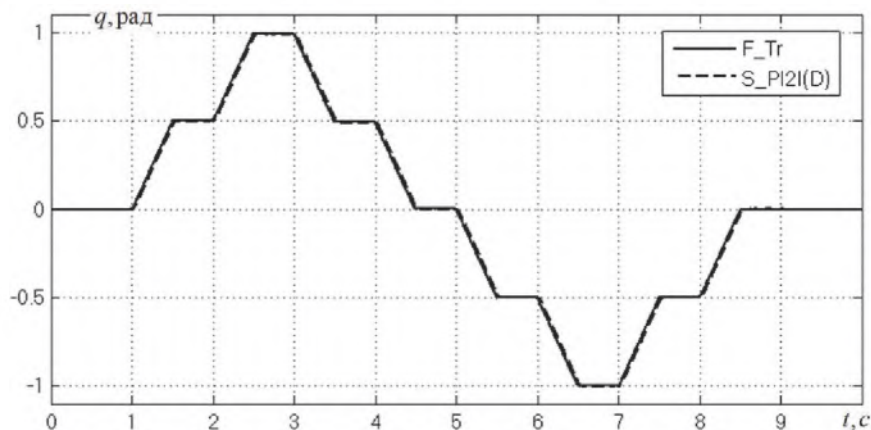


Рис. 7.86. Изменение положения системы позиционирования с ПИ2И(Д)-регулятором

7.4. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИИ СИСТЕМ ПРИ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ЗВЕНА МАНИПУЛЯТОРА

Синтез регуляторов положения и исследования выполнены при допущении о том, что инерционный коэффициент (k_{in}) ЭММ позиционирования точно определен и неизменен.

На практике, например, в системах робототехники при управлении движением промышленных манипуляторов происходит связанное с изменением конфигурации манипулятора изменение инерционных коэффициентов звеньев. Возможные направления решения этой проблемы:

- применение «интеллектуальных» регуляторов положения с элементами самонастройки, адаптации и пр.;
- использование фиксированной настройки регуляторов на определенное значение инерционного коэффициента, которое обеспечит сохранение основных характеристик системы во всем диапазоне возможного изменения параметра.

Уделим основное внимание второму направлению, так как его реализация не приводит к усложнению модулей.

Модель системы позиционирования (см. рис. 7.6) позволяет раздельно задавать параметры модуля и регулятора. На рис. 7.87 в качестве

примера показана модель исследования ЭММ позиционирования с П(Д)-регулятором, позволяющая оценить два вида фиксированной настройки регулятора:

- на минимум k_{in} модуля;
- на максимум k_{in} модуля.

Сигнал задания составляет 0,001 рад, время – 0,01 с. На рис. 7.88 показаны изменения положения при позиционировании статических систем с регулятором, настроенным на минимум инерционного коэффициента, при изменении k_{in} модуля от $0,53 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ до $7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

График позиционирования на верхней границе демонстрирует существенное ухудшение динамики: рост перерегулирования и колебательности.

Настройка на максимум (рис. 7.89) демонстрирует сохранение монотонности процесса позиционирования в пределах диапазона изменения k_{in} модуля от $7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ до $0,53 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

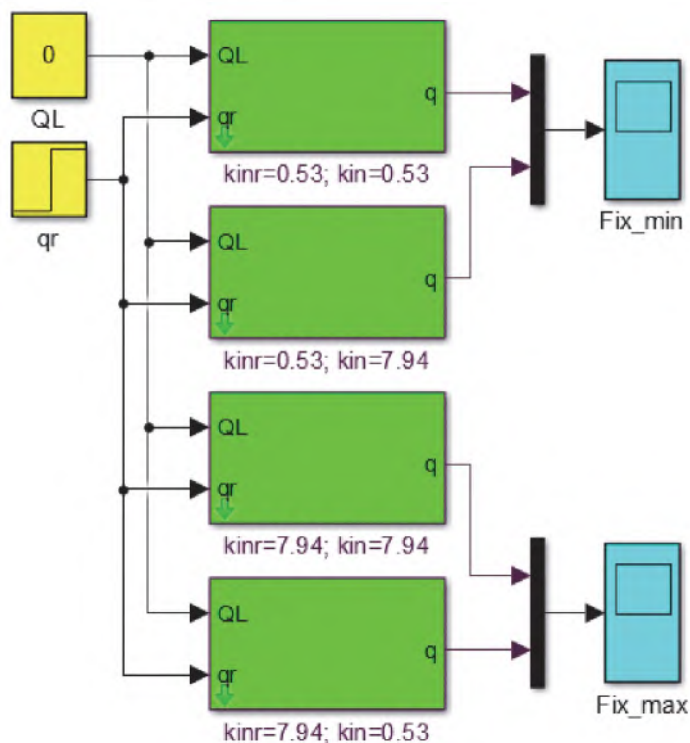


Рис. 7.87. Модель для сравнения фиксированных настроек систем с П(Д)-регулятором

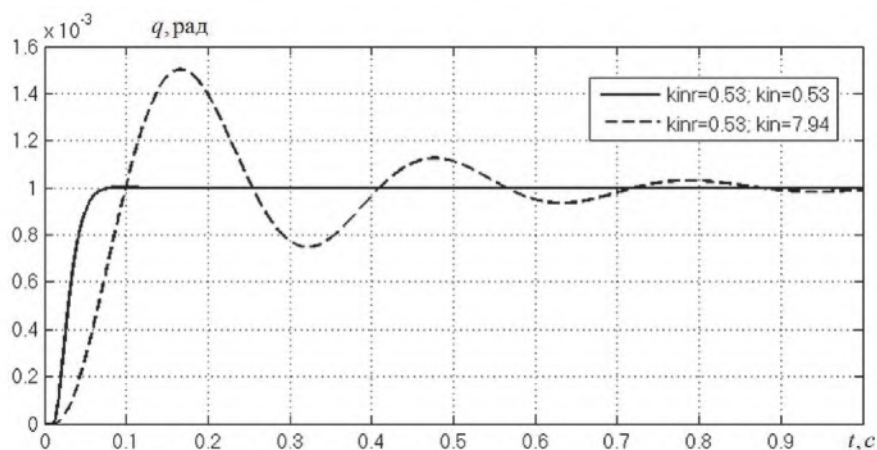


Рис. 7.88. Изменение положения при фиксированной настройке П(Д)-регулятора на минимум инерционного коэффициента

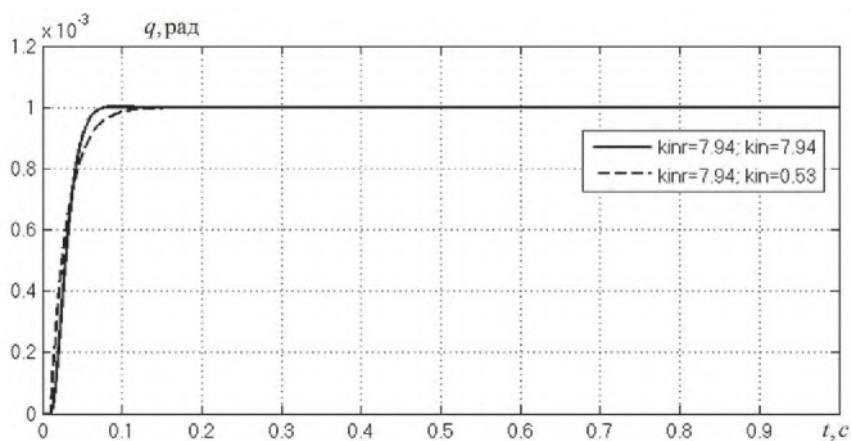


Рис. 7.89. Изменение положения при фиксированной настройке П(Д)-регулятора на максимум инерционного коэффициента

Подтвердим результаты моделирования анализом поведения корней характеристического полинома системы позиционирования с П(Д)-регулятором (пренебрегаем инерционность контура момента):

$$s^2 + 2,2032\omega_0 \frac{k_{inr}}{k_{in}} s + 1,6185\omega_0^2 \frac{k_{inr}}{k_{in}}, \quad (7.14)$$

где $\omega_0 = \omega_{пр}$ – среднегеометрический корень, равный полосе пропускания системы;

k_{inr} – инерционный коэффициент, фиксированное значение которого принято при расчете параметров регулятора положения.

Используя средства символьных преобразований *MathCAD*, получим годографы (траектории движения) корней характеристического полинома (7.14) для двух вариантов:

- фиксированной настройки регулятора k_{inr} на минимальное значение – $0,53 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ и изменении k_{in} звена от $0,53 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ до $7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ (рис. 7.90);
- фиксированной настройки регулятора k_{inr} на максимальное значение $7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ и изменении k_{in} звена от $7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ до $0,53 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ (рис. 7.91).

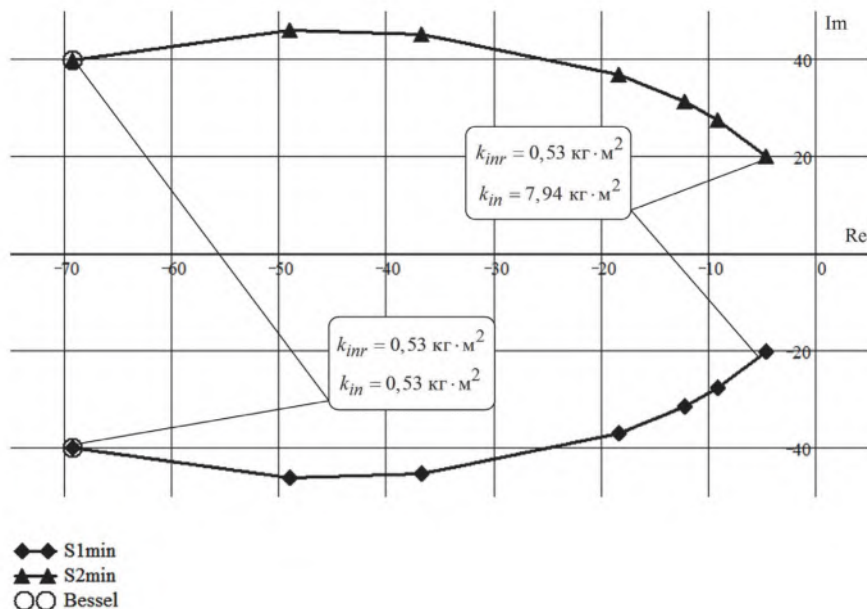


Рис. 7.90. Корневые годографы при фиксированной настройке П(Д)-регулятора на минимум инерционного коэффициента

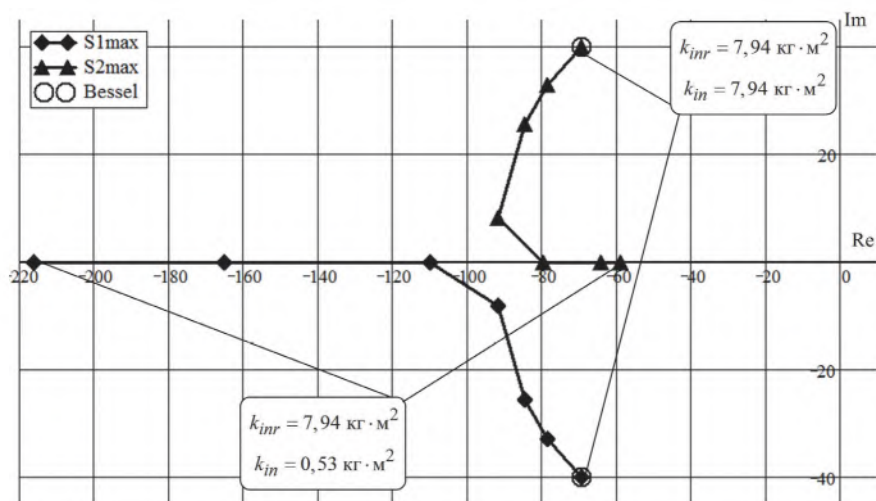


Рис. 7.91. Корневые годографы при фиксированной настройке П(Д)-регулятора на максимум инерционного коэффициента

Корневые годографы при совпадении k_{inr} и k_{in} в обоих случаях (рис. 7.90, 7.91) демонстрируют совпадение с корнями распределения Бесселя. В случае настройки на минимальное значение инерционного коэффициента (рис. 7.90) при увеличении k_{in} корневые годографы показывают приближение к границе устойчивости, снижение быстродействия и рост колебательности, что хорошо согласуется с картиной, наблюдаемой на временных характеристиках (рис. 7.88). При настройке на максимальное значение инерционного коэффициента (рис. 7.91) при уменьшении k_{in} комплексно сопряженные корни превращаются в действительные, что говорит о монотонности переходных процессов.

На рис. 7.92, 7.93 показаны графики изменения положения при позиционировании астатических систем с астатизмом 1-го порядка с ПИ(Д)-регулятором положения для фиксированной настройки на минимальное (рис. 7.92) и максимальное значение (рис. 7.93) инерционного коэффициента. Использование фиксированной настройки на минимальное значение k_{in} приводит к неустойчивости системы позиционирования при росте инерционного коэффициента звена, настройка на максимальное значение k_{in} обеспечивает сохранение приемлемого характера процессов (рис. 7.93).

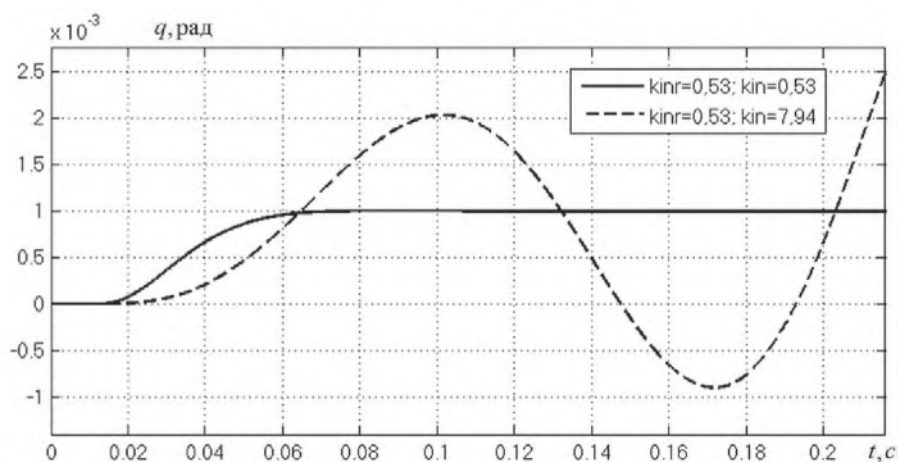


Рис. 7.92. Изменение положения при фиксированной настройке ПИ(Д)-регулятора на минимум инерционного коэффициента

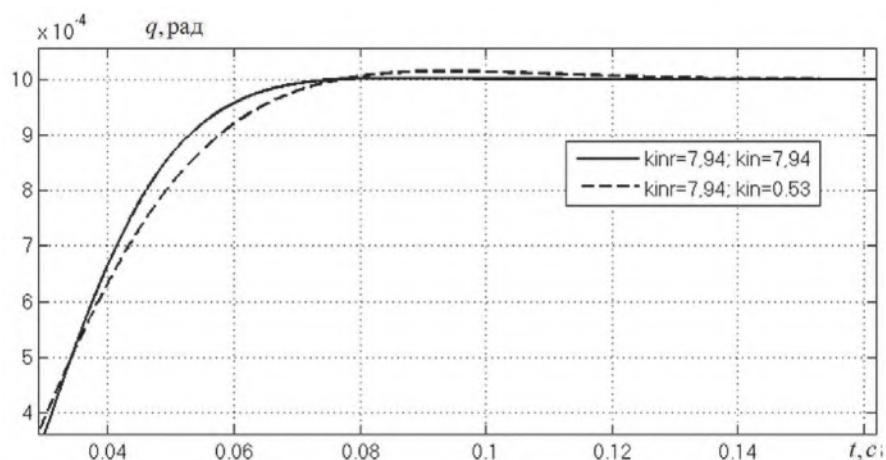


Рис. 7.93. Изменение положения при фиксированной настройке ПИ(Д)-регулятора на максимум инерционного коэффициента

Характеристический полином системы позиционирования с ПИ(Д)-регулятором положения имеет вид

$$s^3 + 3,4147\omega_0 \frac{k_{inr}}{k_{in}} s^2 + 4,8660\omega_0^2 \frac{k_{inr}}{k_{in}} s + 2,7714\omega_0^3 \frac{k_{inr}}{k_{in}}, \quad (7.15)$$

где $\omega_0 = \omega_{\text{пр}}/0,9$ – среднегеометрический корень.

Годографы корней при фиксированной настройке на минимальное значение k_{in} показаны на рис. 7.94, при увеличении k_{in} звена пересекается граница устойчивости. Годографы на рис. 7.95 демонстрируют то, что при настройке на максимум k_{in} в диапазоне изменения коэффициента инерционности звена не происходит негативных изменений.

Аналогичную картину представляют процессы позиционирования системы с астатизмом 2-го порядка при разных видах фиксированной настройки, которые представлены на рис. 7.96, 7.97.

При настройке на минимум рост k_{in} модуля приводит к неустойчивости процессов (рис. 7.96). Настройка на максимум обеспечивает приемлемые динамические характеристики при уменьшении k_{in} звена манипулятора (рис. 7.97).

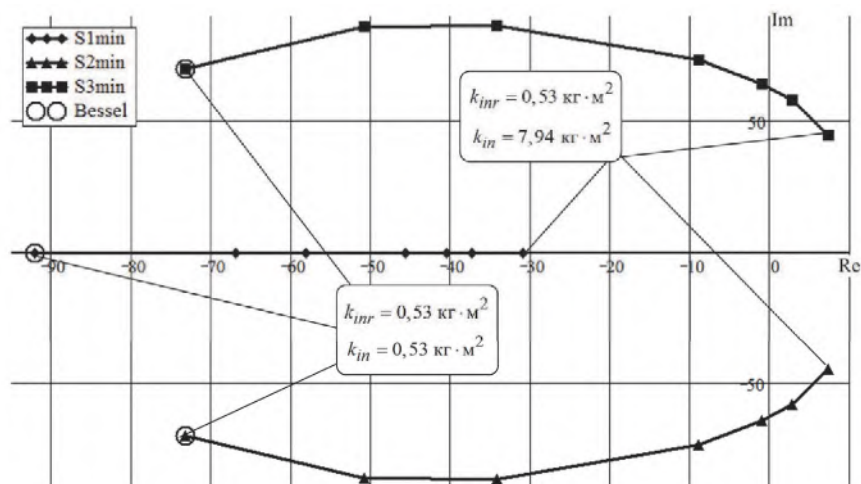


Рис. 7.94. Корневые годографы при фиксированной настройке ПИ(Д)-регулятора на минимум инерционного коэффициента

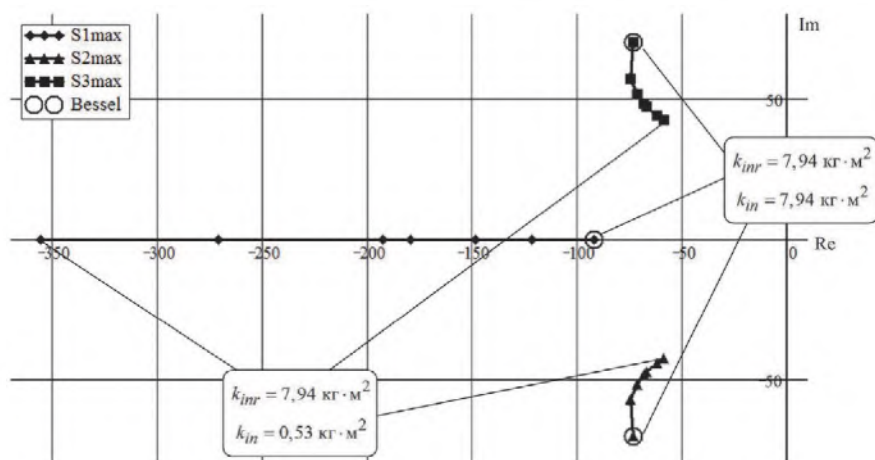


Рис. 7.95. Корневые годографы при фиксированной настройке ПИ(Д)-регулятора на максимум инерционного коэффициента

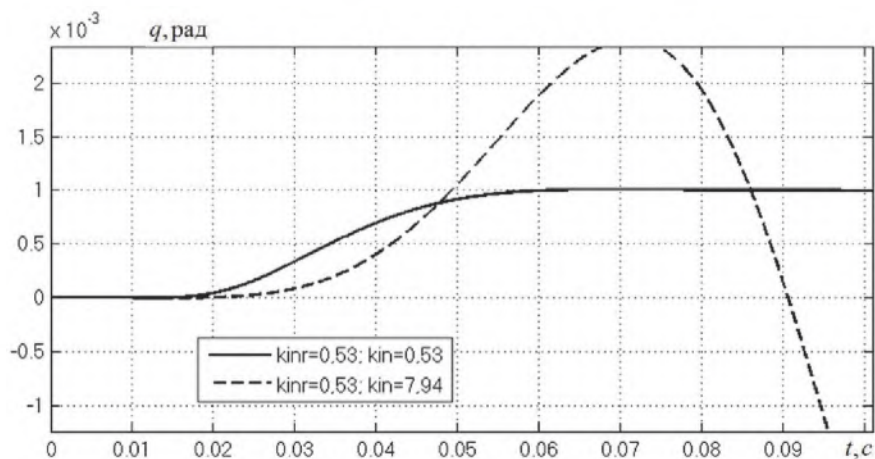


Рис. 7.96. Изменение положения при фиксированной настройке ПИ2И(Д)-регулятора на минимум инерционного коэффициента

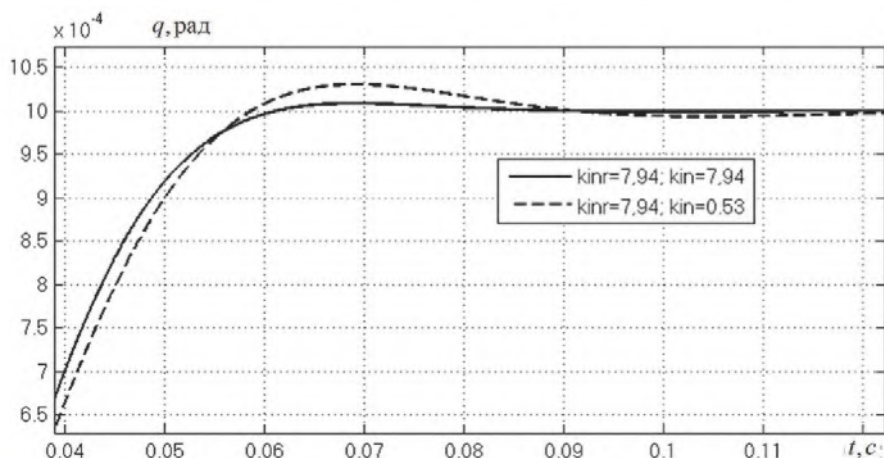


Рис. 7.97. Изменение положения при фиксированной настройке ПИИ(Д)-регулятора на максимум инерционного коэффициента

Характеристический полином системы позиционирования с ПИИ(Д)-регулятором положения имеет вид

$$s^4 + 4,7304\omega_0 \frac{k_{inr}}{k_{in}} s^3 + 10,0696\omega_0^2 \frac{k_{inr}}{k_{in}} s^2 + 11,1145\omega_0^3 \frac{k_{inr}}{k_{in}} s + 5,2576\omega_0^4 \frac{k_{inr}}{k_{in}}, \quad (7.16)$$

где $\omega_0 = \omega_{пр}/0,74$ – среднегеометрический корень.

При фиксированной настройке на минимальное значение k_{in} годографы корней, показанных на рис. 7.98, при увеличении k_{in} звена пересекают границу устойчивости.

Годографы на рис. 7.99 демонстрируют то, что при настройке на максимум k_{in} в диапазоне изменения коэффициента инерционности звена не происходит негативных изменений, при этом два корня из комплексно сопряженных превращаются в действительные.

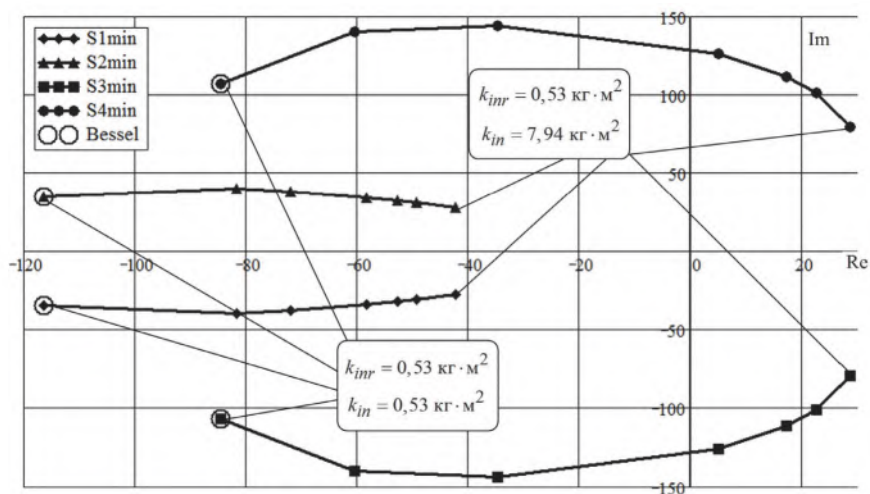


Рис. 7.98. Корневые годографы при фиксированной настройке ПИИ(Д)-регулятора на минимум инерционного коэффициента

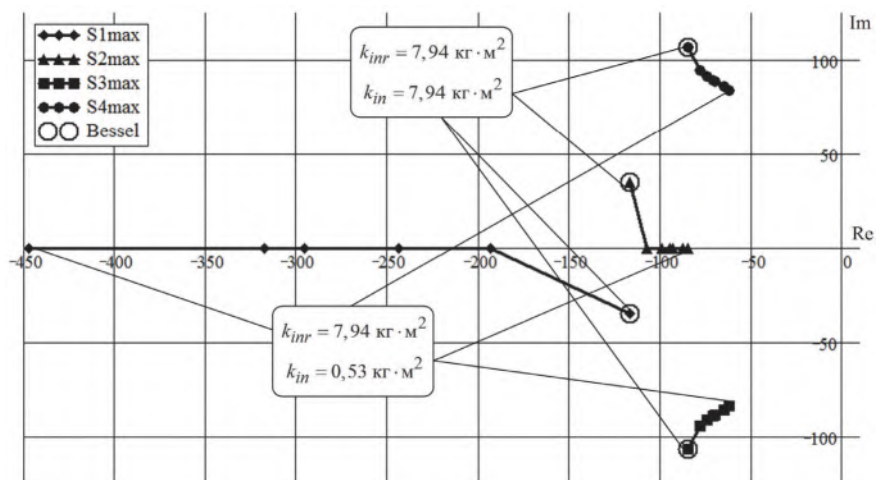


Рис. 7.99. Корневые годографы при фиксированной настройке ПИИ(Д)-регулятора на максимум инерционного коэффициента

Следовательно, для практической реализации систем позиционирования с П(Д)-, ПИ(Д)- и ПИ2И(Д)-регуляторами, настроенными на динамику Бесселя, в системе управления движением манипулятора можно рекомендовать фиксированную настройку регуляторов на максимальное значение k_{in} модуля.

ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. В чем цель проведения проверки работы и исследования характеристик синтезированных вариантов системы управления положением звена средствами компьютерного моделирования?
2. Какие основания являются определяющими при выборе программного комплекса имитационного моделирования, выбора метода и параметров численного интегрирования при моделировании конкретной динамической системы?
3. Какие варианты динамического звена в качестве эквивалента контура электромагнитного момента рассматриваются в данном разделе?
4. Какие особенности реализации дифференциального канала (Д) регуляторов положения следует учитывать при моделировании? К чему приводит пренебрежение спецификой этого вопроса?
5. Как влияет на динамические свойства систем позиционирования использование входных фильтров? Допустимо ли пренебрежение этими элементами?
6. С учетом того, что синтез регуляторов проведен в пренебрежении инерционностью контура момента, при моделировании рассмотрена работа с различными эквивалентами контура момента. Какое влияние на динамические характеристики оказывает работа регулятора с объектами, включающими инерционность контура момента в той или иной форме?
7. Как в динамике реагируют системы позиционирования с регуляторами положения (статическими, астатическими 1-го и 2-го порядков) на действие механической нагрузки различной формы? Как при этом изменяется ошибка регулирования при постоянном задании положения?
8. В чем основные результаты исследования модифицированных ПИД-регуляторов при работе с линейно нарастающими сигналами задания положения, что характерно при позиционировании манипулятора с заданием скорости движения?
9. Как по логарифмическим частотным характеристикам, полученным при моделировании, определить достижение системой с регулятором положения заданной полосы пропускания?

10. Как влияет инерционность контура момента на частотные характеристики систем по возмущению с точки зрения подавления сигналов возмущения в полосе пропускания?
11. Сравните различные способы ограничения (задания) скорости при позиционировании для регуляторов различного типа. В каких случаях оказывается более эффективным формирование траектории позиционирования на входе регулятора положения?
12. Сравните динамические характеристики при различных способах фиксированной настройки регуляторов на инерционный коэффициент звена, который в процессе работы манипулятора может меняться в широких пределах. Каким образом корневые годографы систем помогают в решении вопроса о фиксированной настройке регуляторов?

ГЛАВА 8

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СХВАТА МАНИПУЛЯТОРА ПО ЗАДАННОЙ ТРАЕКТОРИИ

Ранее, в главе 7, были исследованы характеристики систем позиционирования звеньев манипулятора при действии возмущений различной формы и обоснованность применения фиксированной настройки регуляторов положения в условиях реального диапазона изменения инерционных свойств механики манипуляторов с цилиндрическими системами координат.

Таким образом, все основные компоненты системы управления движением отдельно протестированы и готовы к «сборке» в единый комплекс.

Рациональным путем «испытаний» разработанных систем управления движением является компьютерное моделирование в целях подготовки системы к внедрению [6, 10, 15].

Компьютерное моделирование с минимальными ресурсными затратами позволяет подтвердить обоснованность принятых технических решений и рекомендаций, а также достижение требований к характеристикам, определенных техническим заданием на разработку.

Цель компьютерного моделирования состоит в проверке работы системы позиционирования в условиях, характерных для работы манипулятора при реализации основных операций по транспортировке объектов манипулирования.

Испытания системы управления движением для каждого варианта манипулятора с цилиндрической системой координат содержат следующие этапы:

1. Испытания комплекса систем управления движением звеньев с динамической моделью механики манипулятора при реализации заданий на позиционирование звеньев.
2. Исследование движения схвата манипулятора по контрольной траектории (линейная и ступенчатая формы), характерной тем, что для движения схвата по ней задействованы одновременно системы позиционирования всех звеньев.

8.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ МАНИПУЛЯТОРА С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ

Кинематическая схема манипулятора и ее параметры описаны в гл. 4 (см. рис. 4.1, табл. 4.1). Требования к системе позиционирования звеньев:

- полоса пропускания системы по положению звена – 10 Гц, следовательно, имеем

$$\omega_{\text{пр}} = 62,8 \text{ рад/с};$$

- максимальное значение скорости движения звена с вращательным движением в шарнире

$$\dot{q}_i = 1,2 \text{ рад/с};$$

- максимальное значение скорости движения звена с линейным перемещением в шарнире

$$\dot{q}_i = 1,0 \text{ м/с}.$$

На рис. 8.1 показана структура модели в графическом интерфейсе *Simulink (Matlab)* для исследования системы позиционирования звеньев манипулятора с возможностью формирования задания на позиционирование отдельно каждого звена. Формирование заданий на позиционирование обеспечивают три блока «*Step*», определяющие время и уровень ступенчатого сигнала задания. Здесь также представлены три варианта системы позиционирования звеньев:

- статическая система с регулятором положения П(Д);
- система с астатизмом первого порядка, ПИ(Д)-регулятор положения;
- система с астатизмом второго порядка, ПИ2И(Д)-регулятор положения.

Для примера детально представлена подсистема «*Vertical P(D) q*», структура изображена на рис. 8.2, 8.3. Компоненты подсистемы «*Vertical P(D)*» представлены моделями:

- подсистема П(Д)-регулятора с переменной структурой и контура момента – «*P(D) N KMI*» (рис. 8.4, 8.5); контур момента представлен инерционным звеном первого порядка с передаточной функцией (7.1) и постоянной времени $T_m = 0,001 \text{ с}$;
- подсистема математической модели манипулятора – «*MMM Vertical*» (рис. 8.6), параметры для максимального веса груза – 1 кг.

Подсистемы астатических систем позиционирования отличаются только моделями регуляторов и способом задания максимальной скорости движения звена. На рис. 8.7 в качестве примера показана структура подсистемы «*PI(D) N KMI*», содержащая блок формирователя траектории «*F_Tr*» (см. рис. 7.78) и блок регулятора «*PI(D)*» (см. рис. 7.13). Аналогичную структуру имеет и подсистема регулятора (см. рис. 7.16) в системе с астатизмом второго порядка.

Robot (Vertical) q Step v.0

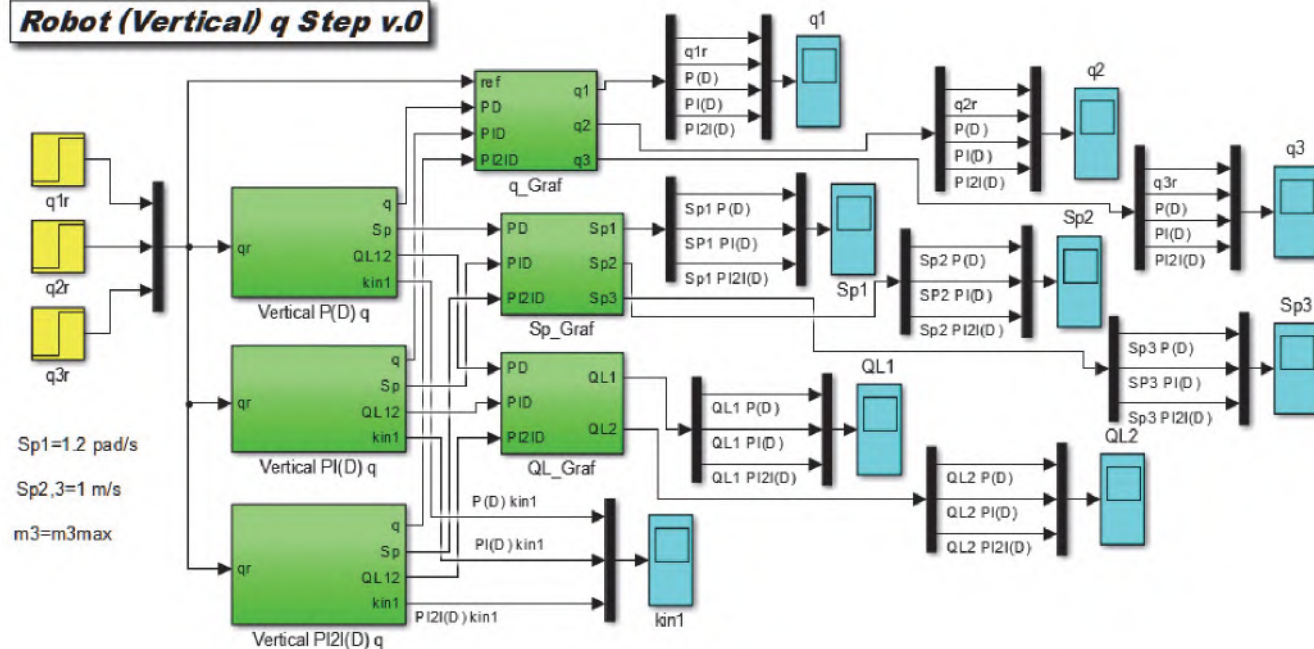


Рис. 8.1. Структура модели системы позиционирования звеньев манипулятора с вертикальной системой координат

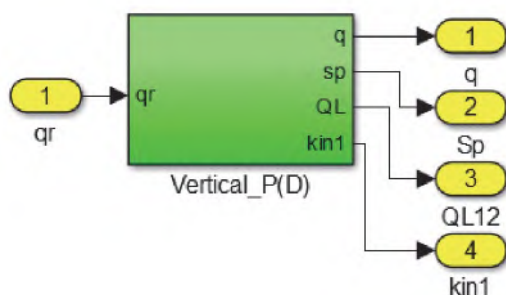


Рис. 8.2. Структура подсистемы «Vertical P(D) q»

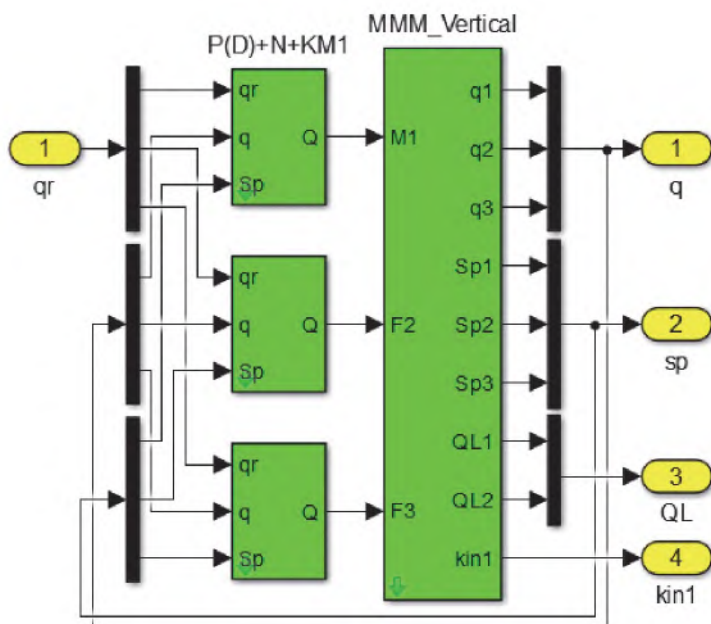
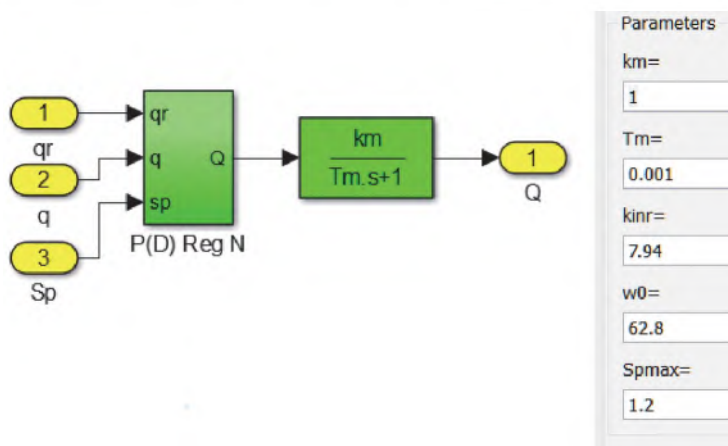
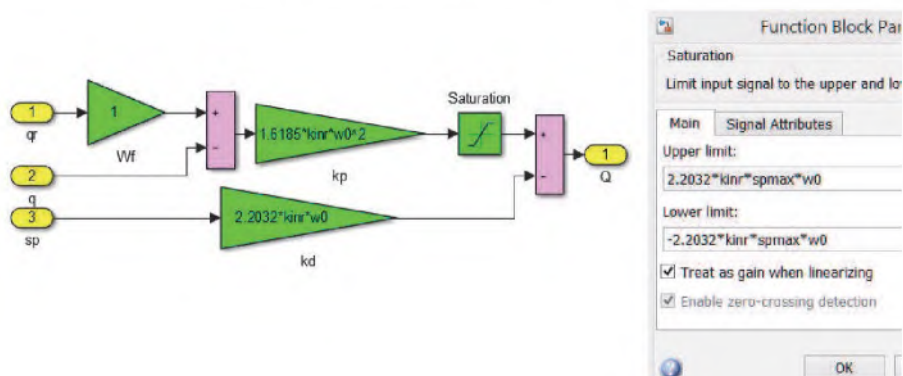


Рис. 8.3. Структура подсистемы «Vertical P(D)»

Параметры регуляторов настроены на динамику по Бесселю в соответствии с выражениями, приведенными для регуляторов и входных фильтров в табл. 5.1.

Регуляторы настраиваются на максимальное значение инерционных коэффициентов соответствующего звена (см. табл. 5.1).

Рис. 8.4. Структура подсистемы « $P(D)+N+KMI$ »Рис. 8.5. Структура подсистемы « $P(D) Reg N$ »

Значения инерционных коэффициентов для фиксированной настройки регуляторов положения:

- $k_{in1} = 7,94 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
- $k_{in2} = 14 \text{ кг}$;
- $k_{in3} = 7 \text{ кг}$.

На рис. 8.8 – 8.10 показаны блоки коммутации сигналов для подготовки графиков результатов моделирования.

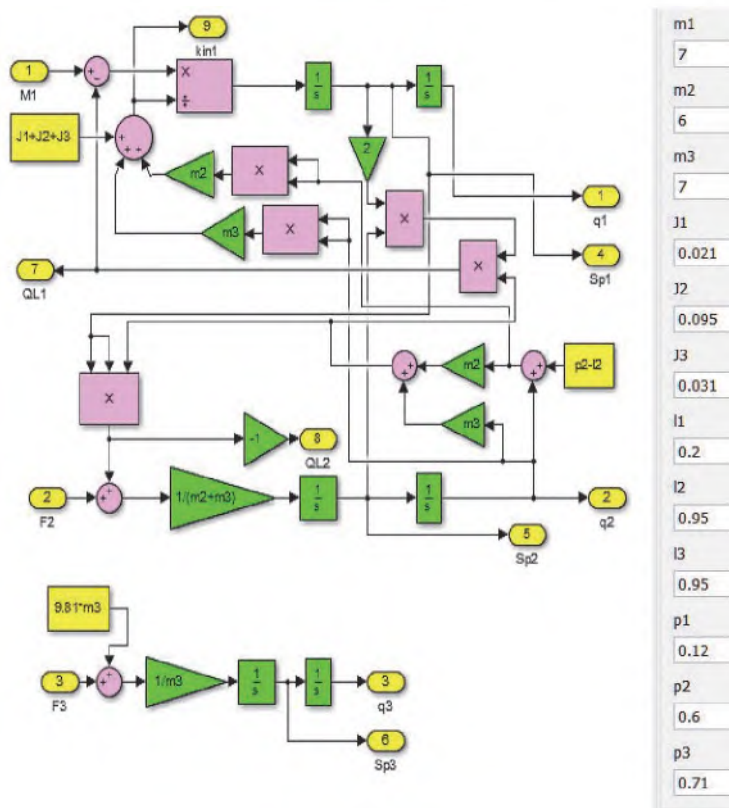


Рис. 8.6. Структура подсистемы «MMM Vertical»

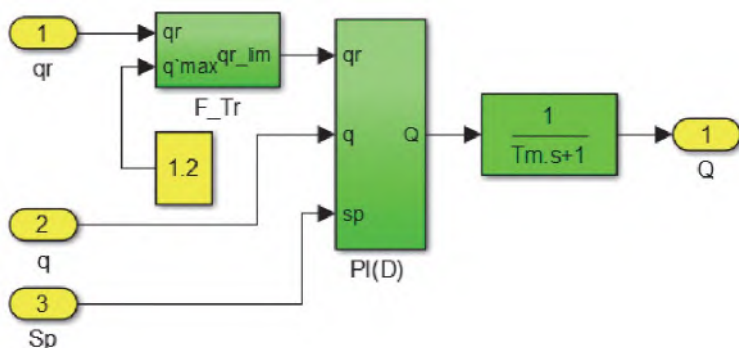


Рис. 8.7. Структура подсистемы «PI(D)+N+KMI»

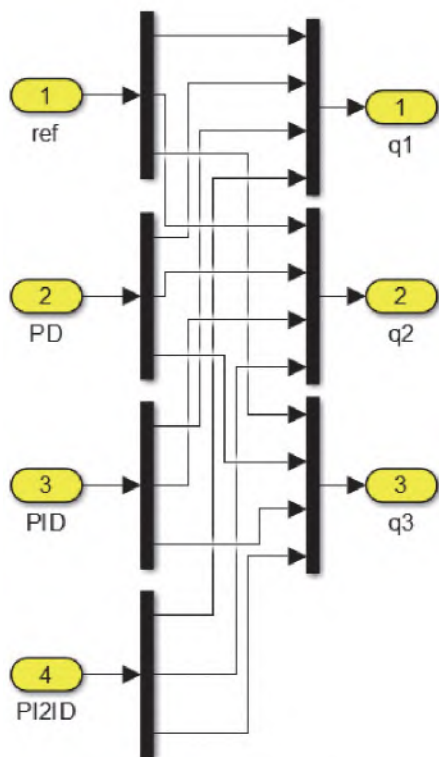


Рис. 8.8. Подсистема «*q_Graf*»

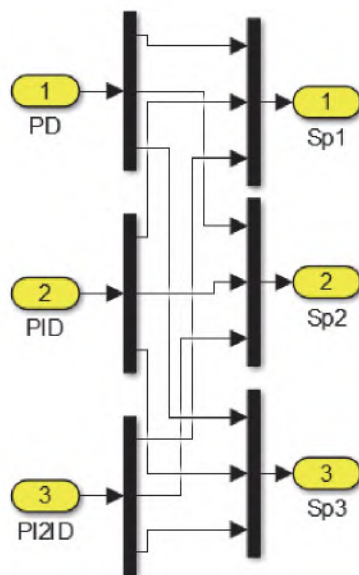


Рис. 8.9. Подсистема «*Sp_Graf*»

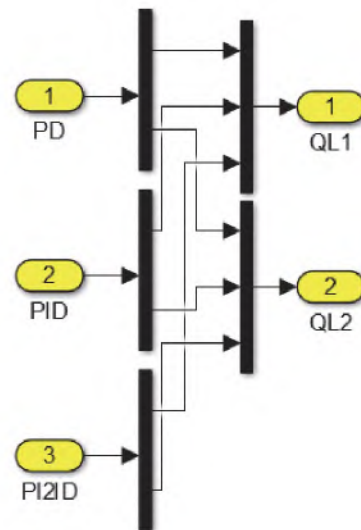


Рис. 8.10. Подсистема «*QL_Graf*»

Прежде, чем выполнять эксперименты с моделью, важно понимать, что собой представляет модель манипулятора в момент времени $t = 0$. Если не задано другое, все «интеграторы» имеют нулевые начальные условия, и кинематическая модель «спящего» манипулятора имеет вид, показанный на рис. 8. 11.

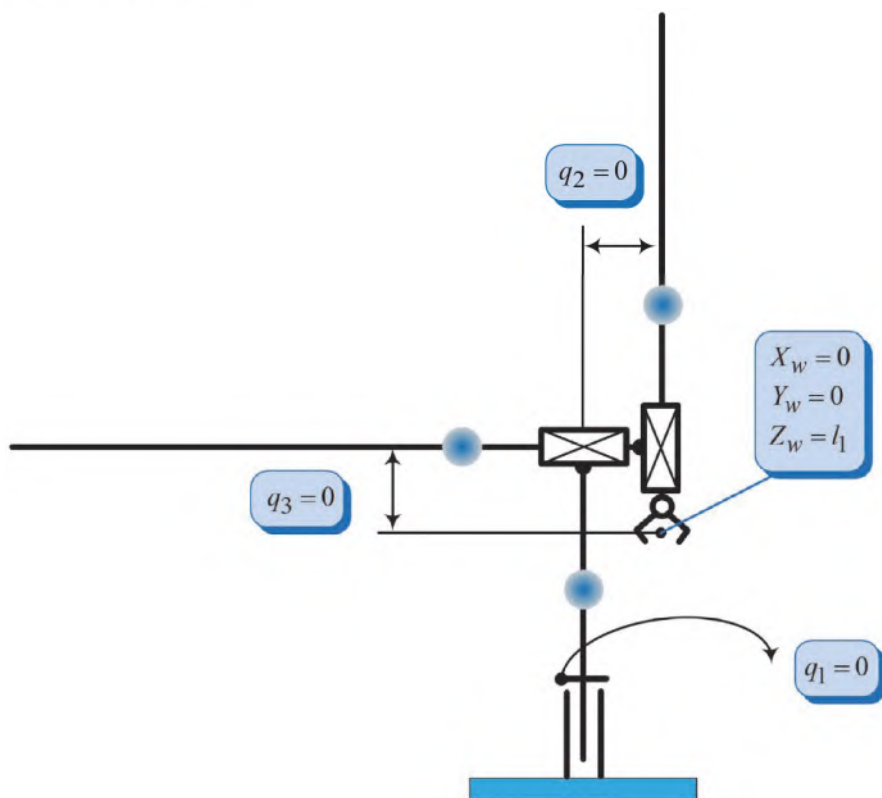


Рис. 8.11. Кинематическая схема манипулятора в «нулевом» положении

Координаты приводов при этом равны нулю, глобальные координаты соответствуют значениям, показанным на рис. 8.11.

Испытания модели манипулятора (рис. 8.1) должны подтвердить эффективность следующих решений, принятых при синтезе и моделировании системы:

- адекватность процессов в модели действительному поведению механики манипулятора;

- обеспечение автономности позиционирования звеньев с регуляторами положения, которые имеют различный порядок астатизма;
- эффективность применения фиксированной настройки на динамику Бесселя.

Первый эксперимент с моделью проводим, определив нулевые задания по всем трем звеньям, то есть система вступает в действие, получив задание – удерживать нулевое положение каждого звена. При этом следует помнить специфику механики манипулятора, выявленную при формировании математической модели манипулятора (см. рис. 5.4):

- третье звено совершает независимое от других звеньев движение, определяемое только собственным (со схватом и грузом) весом и работой собственного привода;
- первое и второе звенья связаны между собой силовыми взаимодействиями (центробежные и кориолисовы эффекты), гравитационные компоненты не оказывают на работу воздействия;
- инерционный коэффициент первого звена представляет собой сложную функцию многих компонентов (см. рис. 5.7) и зависит от веса груза и положения второго звена.

На рис. 8.12, 8.13 показаны изменения положения и скорости третьего звена при нулевом задании для трех видов регуляторов.

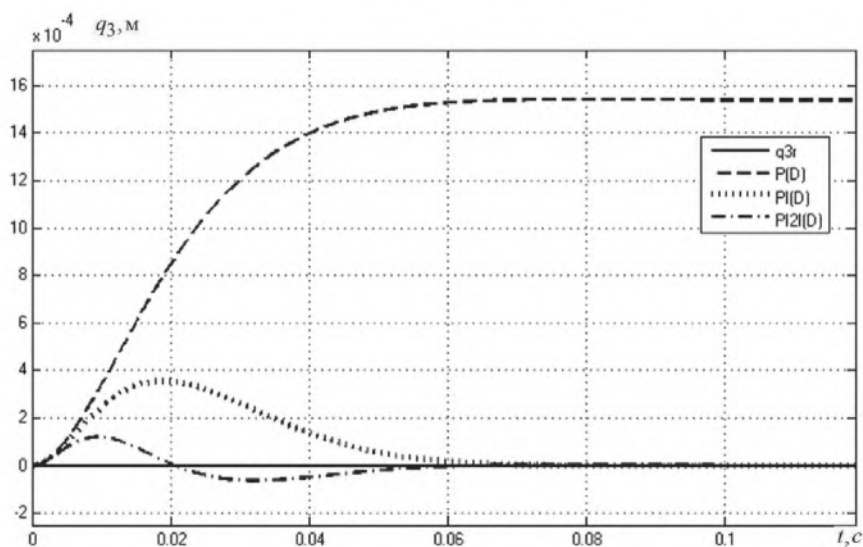


Рис. 8.12. Изменение положения третьего звена при нулевом задании

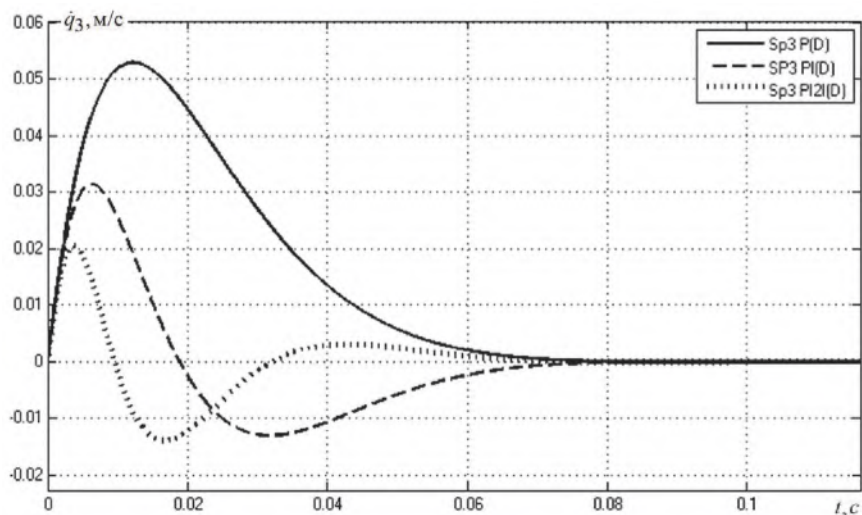


Рис. 8.13. Изменение скоростей третьего звена при нулевом задании

Анализ результатов эксперимента показывает, что только третье звено реагирует на гравитационные компоненты. Ожидаемая статическая ошибка статической системы с П(Д)-регуляторами – 1,6 мм при максимальном весе груза. Астатические системы имеют только динамическую ошибку, быстродействие систем одинаково в силу настройки регуляторов на одинаковую полосу пропускания.

На втором этапе испытаний сформируем нулевое задание на второе и третье звенья, на первое звено подадим задание $q_{1r} = 0,3$ рад в момент $t = 0,2$ с, чтобы успели затухнуть процессы, связанные с выходом модели из «спячки».

В этом эксперименте наблюдаем не только за первым звеном, но и за процессами взаимовлияния между первым и вторым звеньями, так как при повороте первого звена возникнут центробежные силы, воздействующие на стремящееся удерживать нулевое задание второе звено.

На рис. 8.14, 8.15 показаны изменения положения и скорости первого звена, которые демонстрируют «работу» средств ограничения скорости на заданном уровне при позиционировании. Различия при движении с заданной скоростью (1,2 рад/с) обусловлены тем, что ограничение скорости у системы со статическими регуляторами организовано за счет изменения структуры П(Д)-регулятора положения, астатические системы ограничивают скорость формирователем траектории на входе регулятора. Негативным моментом является высокая динамическая ошибка скорости в системе с П(Д)-регулятором (рис. 8.15).

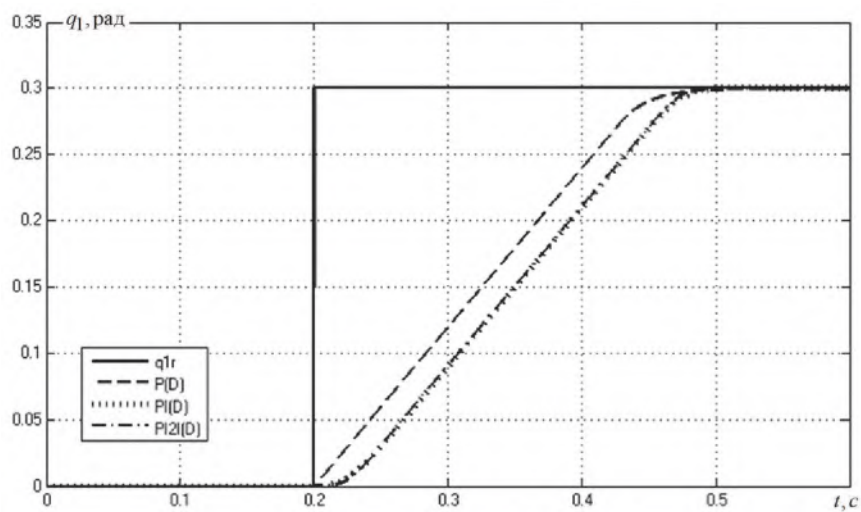


Рис. 8.14. Изменение положения первого звена

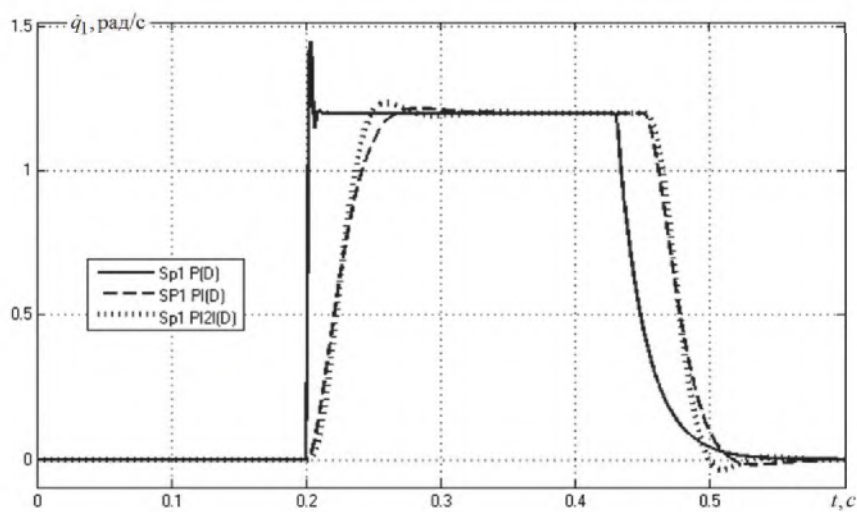


Рис. 8.15. Изменение скорости первого звена

Как реагирует на движение первого звена положение и скорость второго звена, которое имеет нулевое задание, показано на рис. 8.16, 8.17. Система с П(Д)-регуляторами положения имеет в этом случае ожидаемую статическую ошибку в интервале времени, когда первое звено движется за счет центробежной силы, действующей на звено. Астатические системы с ПИ(Д)- и ПИ2И(Д)-регуляторами не имеют статической ошибки в принципе, они демонстрируют только незначительные отклонения от нулевого положения в динамике.

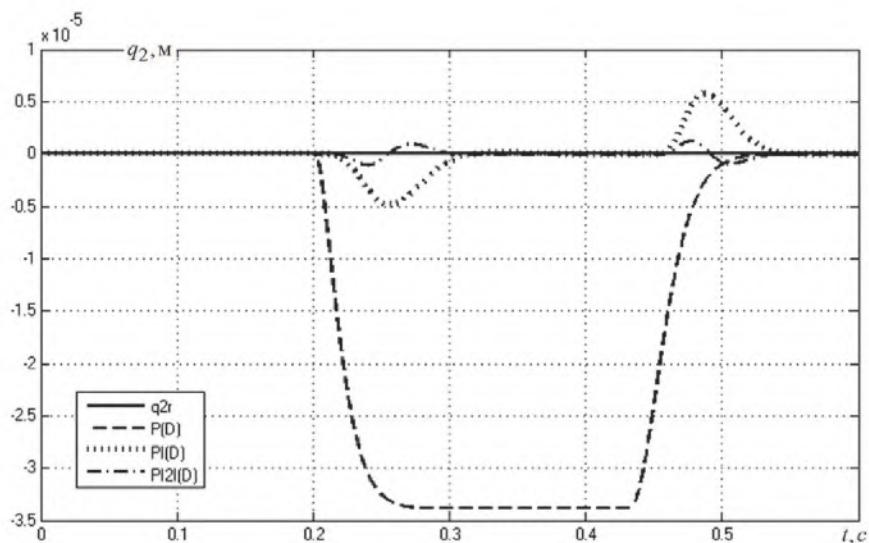


Рис. 8.16. Изменение положения второго звена

В свою очередь, все движения второго звена должны отражаться и на первом звене. Этот процесс в наилучшей степени иллюстрируют показанные на рис. 8.18, 8.19 графики изменения обобщенных сил (нагрузок), действующих на звенья. При этом уровень влияния первого звена на второе значительно выше, чем «ответное» воздействие второго звена на первое за счет кориолисовых эффектов.

Как уже отмечалось выше, кроме силового взаимодействия на движение первого звена оказывает влияние параметрическое воздействие, связанное с тем, что изменение положения второго звена ведет к изменению приведенного момента инерции первого звена — k_{in1} .

Процесс изменения момента инерции первого звена, отражающий движение второго звена, показан на рис. 8.20.

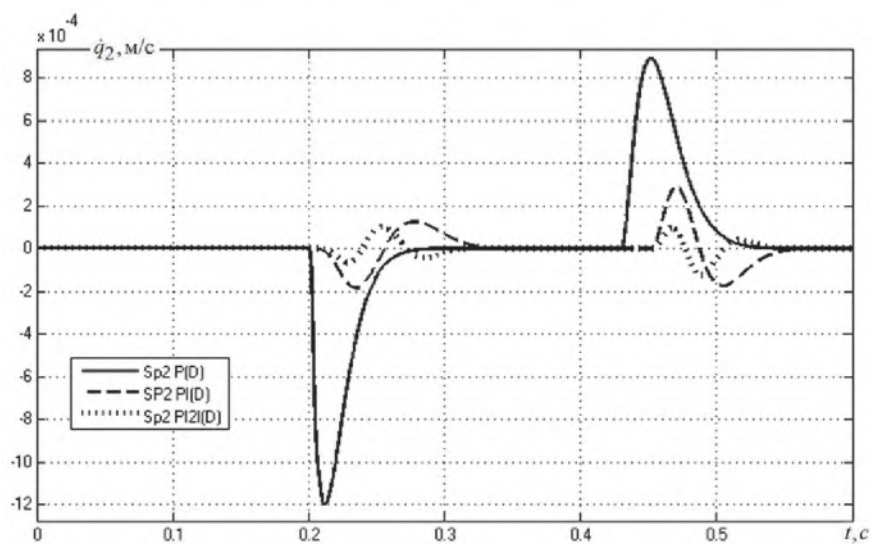


Рис. 8.17. Изменение скорости второго звена

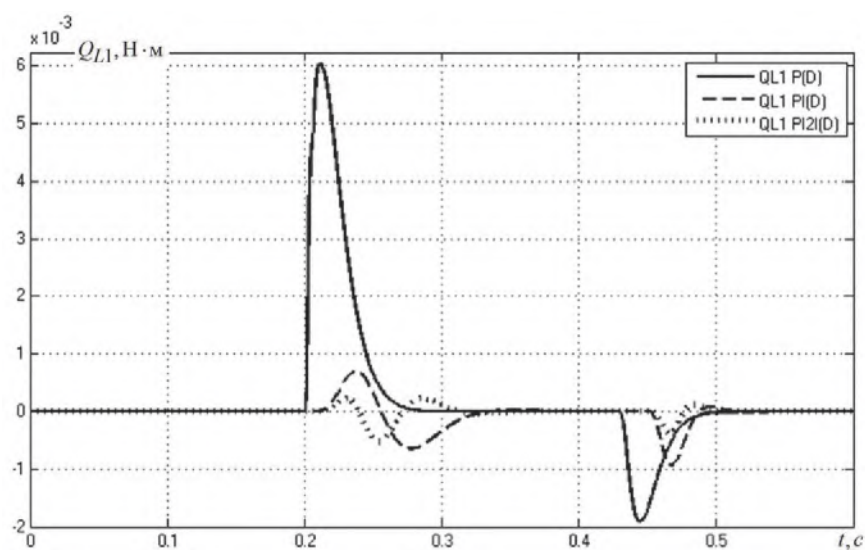


Рис. 8.18. Изменение механической нагрузки первого звена

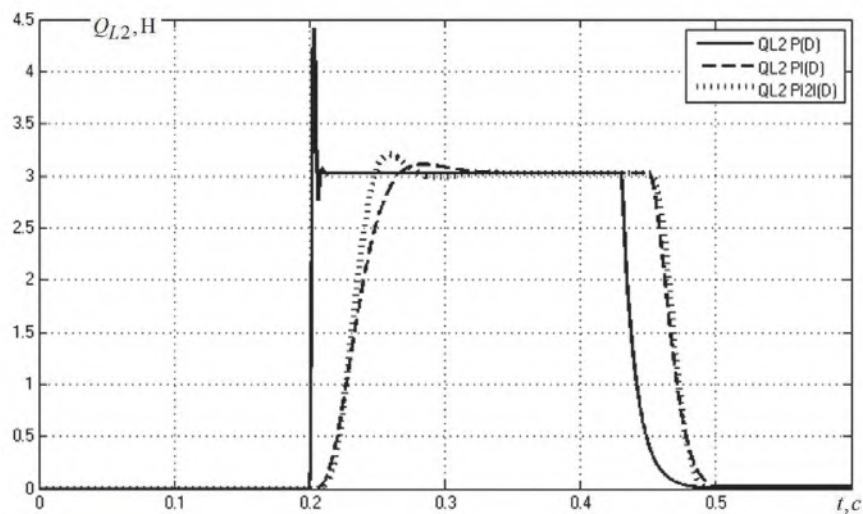


Рис. 8.19. Изменение механической нагрузки второго звена

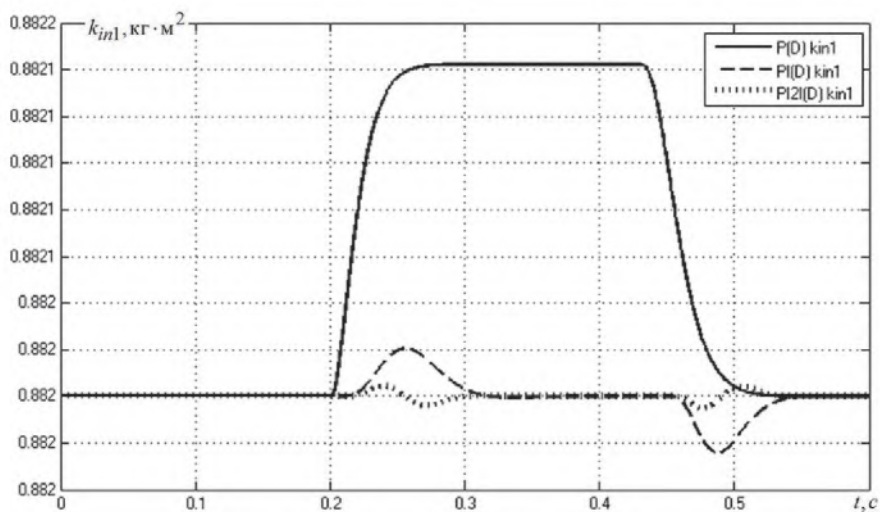


Рис. 8.20. Изменение приведенного момента инерции первого звена

Следует заметить, что третье звено не реагирует на движения первого и второго звеньев, в нем происходят только процессы, связанные с выходом модели из «спящего режима», как это показано на рис. 8.12, 8.13.

Третьим и завершающим этапом экспериментов с этой моделью будет позиционирование второго звена при нулевых заданиях на первом и втором звеньях. На второе звено подадим задание $q_{2r} = 0,3$ рад в момент $t = 0,2$ с, аналогичный сигнал был использован в предыдущем эксперименте. Здесь движение второго звена не оказывает никакого воздействия на другие звенья. На рис. 8.21, 8.22 показано изменение положения и скорости второго звена в процессе позиционирования второго звена с заданием максимальной скорости движения звена – $1,0$ м/с.

Интересным представляется сравнение процессов изменения скорости статической системы позиционирования с П(Д)-регулятором у первого звена (см. рис. 8.15) и второго звена (рис. 8.22). Скорость второго звена демонстрирует полную монотонность в отличие от первого звена, где ограничение скорости сопровождается существенным перерегулированием и определенной колебательностью. Это лишний раз подтверждает то, что ограничение скорости с помощью регуляторов с переменной структурой несет в своей природе неоптимальность временного контура скорости, возникающего при ограничении скорости. Поэтому такие регуляторы необходимо «испытывать» при использовании на каждом звене манипулятора в диапазоне возможных изменений параметров.

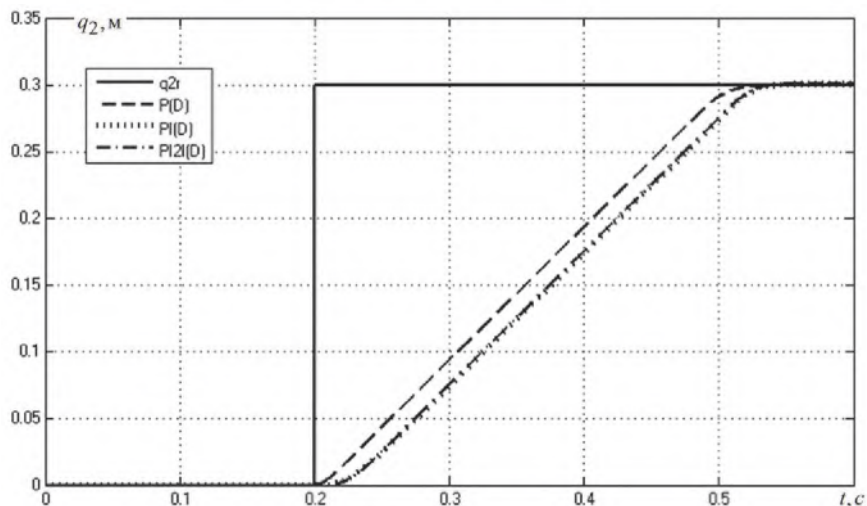


Рис. 8.21. Изменение положения второго звена

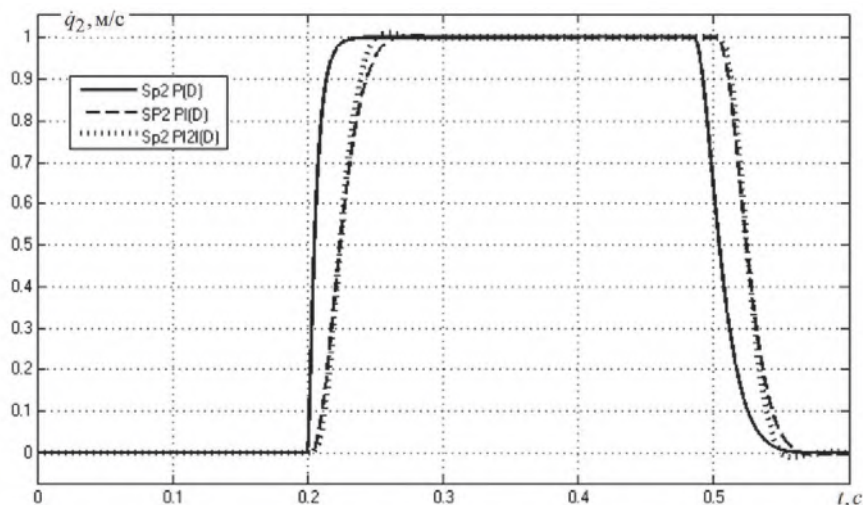


Рис. 8.22. Изменение скорости второго звена

Завершая эксперименты с моделью для испытания систем позиционирования звеньев (рис. 8.1), можем констатировать достижение цели моделирования, состоящей в подтверждении эффективности принятых при разработке элементов систем позиционирования решений. Проведенные эксперименты подтверждают:

- адекватность математической модели манипулятора, проявляющуюся в реалистичности процессов, связанных с инерционными, центробежными, кориолисовыми и гравитационными компонентами уравнений движения звеньев манипулятора;
- достижение определенной автономности процессов позиционирования звеньев, степень которой определяется порядком астатизма регуляторов положения;
- высокое качество переходных процессов при позиционировании, достигнутое использованием фиксированной настройки регуляторов положения, включая входные фильтры на динамику Бесселя.

Переходим теперь к моделированию и анализу движения схвата манипулятора при выполнении заданий на позиционирование.

На рис. 8.23 показана структура модели в графическом интерфейсе *Simulink (Matlab)* для исследования движения схвата при задании движения схвата по линейной траектории.

Robot (Vertical) XVZ Line

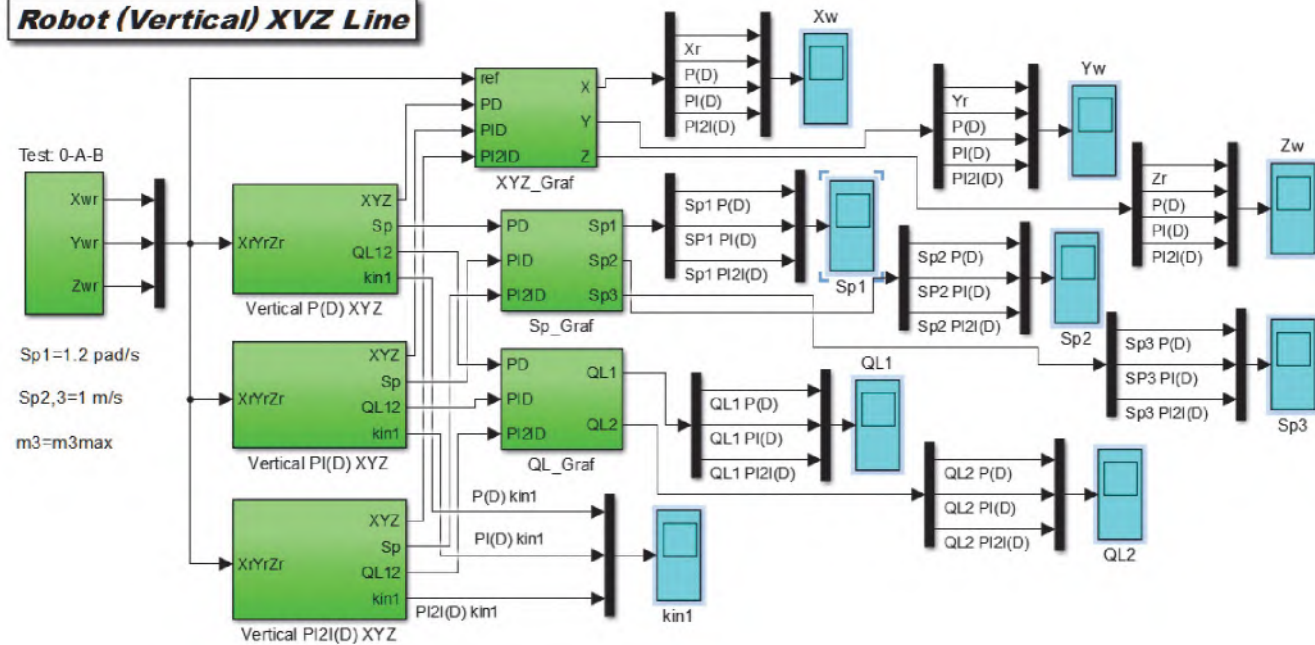


Рис. 8.23. Структура модели системы позиционирования схвата манипулятора по контрольной траектории

Модель построена на основе предыдущей модели (см. рис. 8.1), поэтому осуществим описание только модулей, имеющих отличие от предыдущей версии. А это, в первую очередь, модуль, формирующий задающее воздействие. Подсистема «*Test: 0-A-B*» (рис. 8.24) задает движение схвата в глобальной системе координат $X_w Y_w Z_w$ по заданной траектории AB (см. табл. 4.2) и переход из нулевого состояния модели манипулятора в исходную точку A .

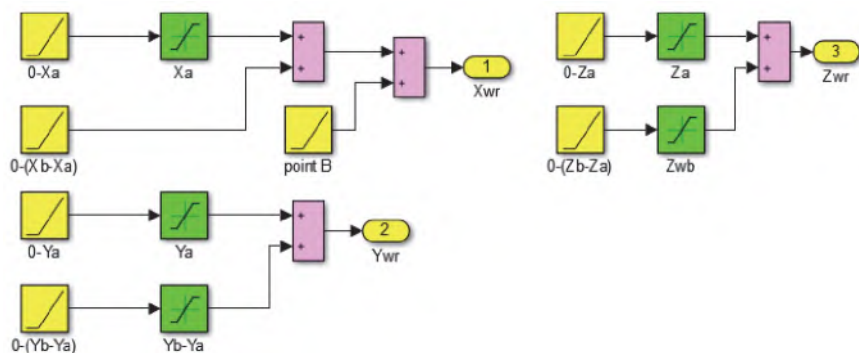


Рис. 8.24. Структура подсистемы задания движения по линии «*Test: 0-A-B*»

Подсистему манипулятора с вариантом системы позиционирования рассмотрим в силу однотипности вариантов на примере подсистемы «*Vertical P(D) XYZ*», структура которой показана на рис. 8.25.

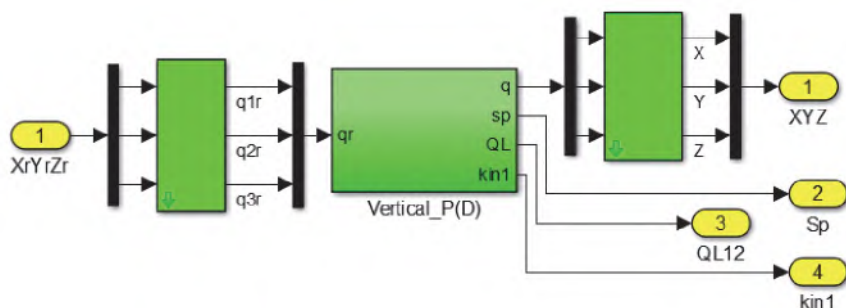


Рис. 8.25. Структура подсистемы «*Vertical P(D) XYZ*»

Ядром подсистемы является функциональный блок «*Vertical P(D)*», рассмотренный выше. Преобразование глобальных координат схвата в шарнирные координаты производится в соответствии с обратной задачей кинематики для положения схвата, структура блока представлена на рис. 4.6. Обратный переход от шарнирных координат к глобальным координатам производит блок, структура которого показана на рис. 4.7.

Испытания модели манипулятора (рис. 8.23) позволяют оценить:

- работу блоков кинематических преобразований в условиях работы с системами позиционирования звеньев при реализации траекторных перемещений схвата;
- возможность реализации системами позиционирования с различным уровнем астатизма траекторных перемещений схвата, такой режим хотя и не является присущим позиционированию, но часто возникает при движении с ограничением скорости.

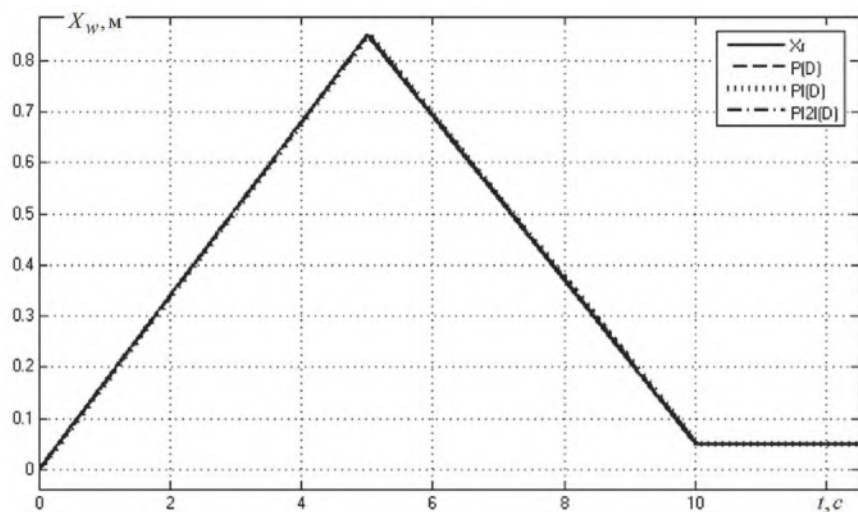
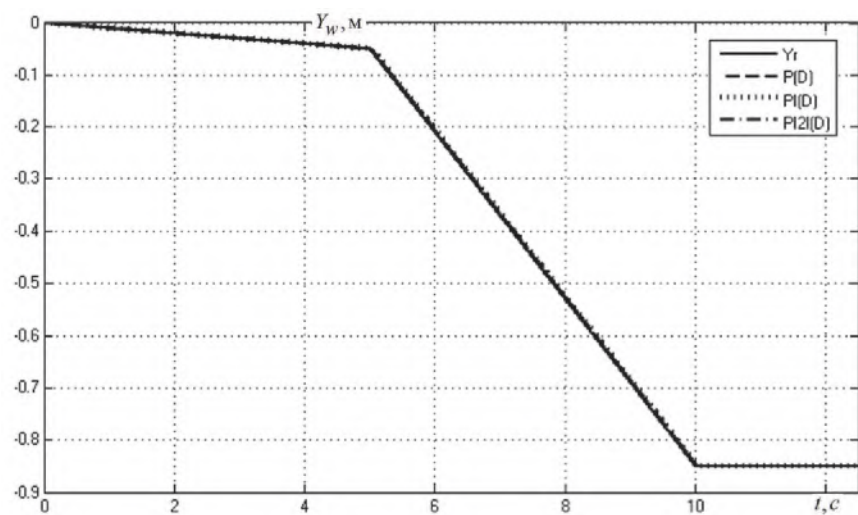
На рис. 8.26 – 8.28 показаны задания на перемещение схвата и его реализация тремя системами позиционирования: статической, с астатизмом первого порядка и с астатизмом второго порядка.

Все системы отрабатывают медленное перемещение по линии из точки «А» в точку «В». Отклонение от задания на участке от запуска моделирования до точки «А» связано с исходными нулевыми начальными условиями всей модели. Кроме того, движение схвата на этом участке сопровождается ограничением скорости перемещения звеньев, что хорошо демонстрируют показанные на рис. 8.29 – 8.31 изменения сигналов скоростей звеньев манипулятора.

Обобщенные силы, отражающие взаимодействие первого и второго звеньев, представлены рис. 8.32, 8.33. Они в процессе движения меняют знак и при линейном движении в глобальной системе координат изменяются во времени по нелинейным законам, что вызвано физикой процессов, их порождающих: центробежные силы, действующие на второе звено, и кориолисов эффект влияния второго звена на движение первого.

И, наконец, на рис. 8.34 показан процесс изменения приведенного момента инерции первого звена, связанный с изменением конфигурации манипулятора при движении схвата по заданной траектории. Здесь очевидно многократное изменение приведенного момента инерции первого звена в процессе движения схвата. При этом фиксированная настройка регуляторов на максимальное значение инерционных коэффициентов, как это и было обосновано теоретически, обеспечивает работу систем позиционирования в условиях работы манипулятора.

Проведенный эксперимент в целом характеризует безупречную работу кинематических преобразователей и систем позиционирования в условиях движения схвата по прямолинейной траектории при одновременной работе всех звеньев.

Рис. 8.26. Движение схвата по оси X_w Рис. 8.27. Движение схвата по оси Y_w

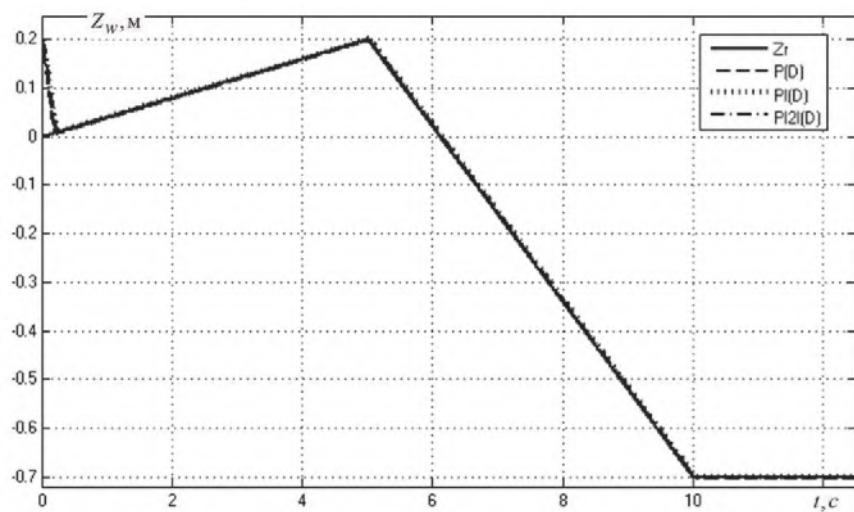
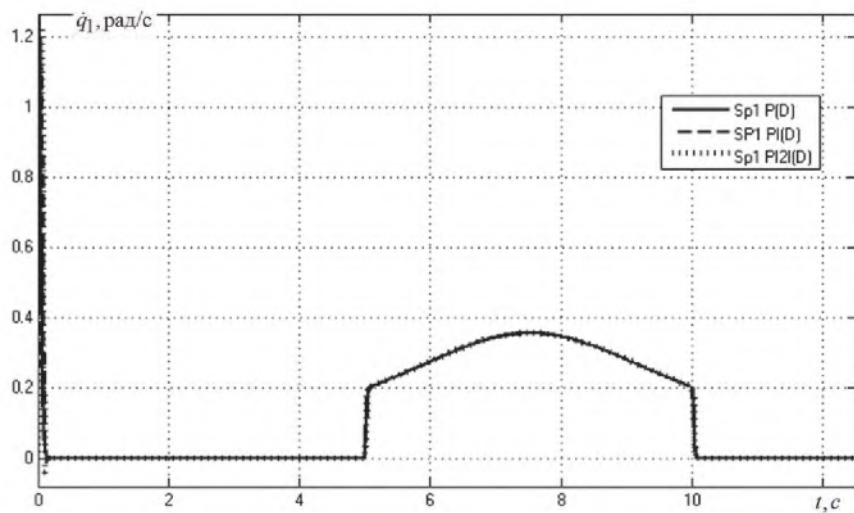
Рис. 8.28. Движение схвата по оси Z_w 

Рис. 8.29. Изменение скорости движения первого звена

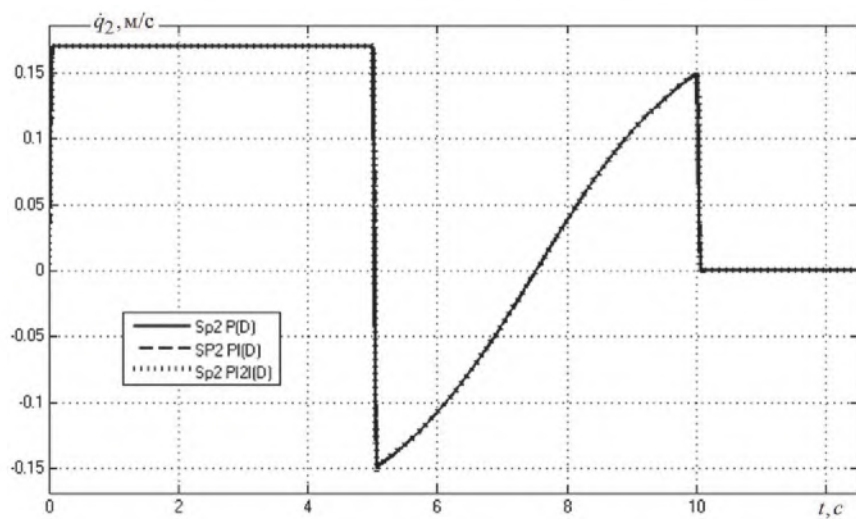


Рис. 8.30. Изменение скорости движения второго звена

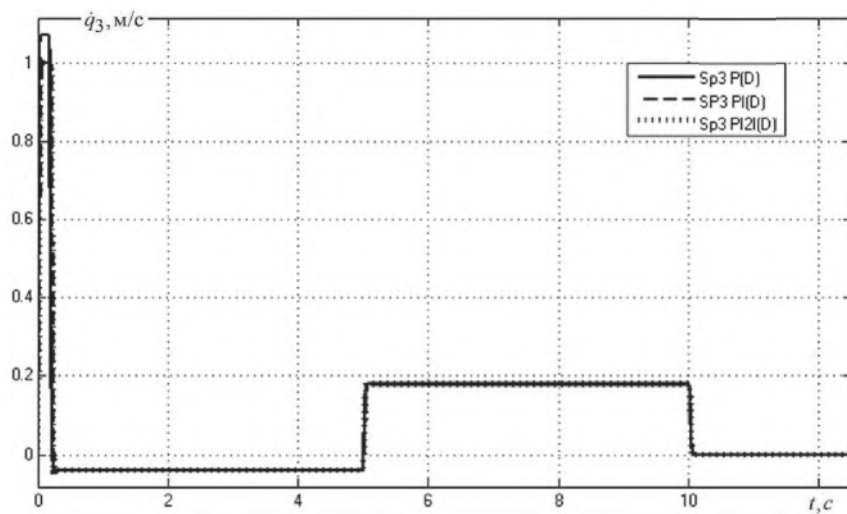


Рис. 8.31. Изменение скорости движения третьего звена

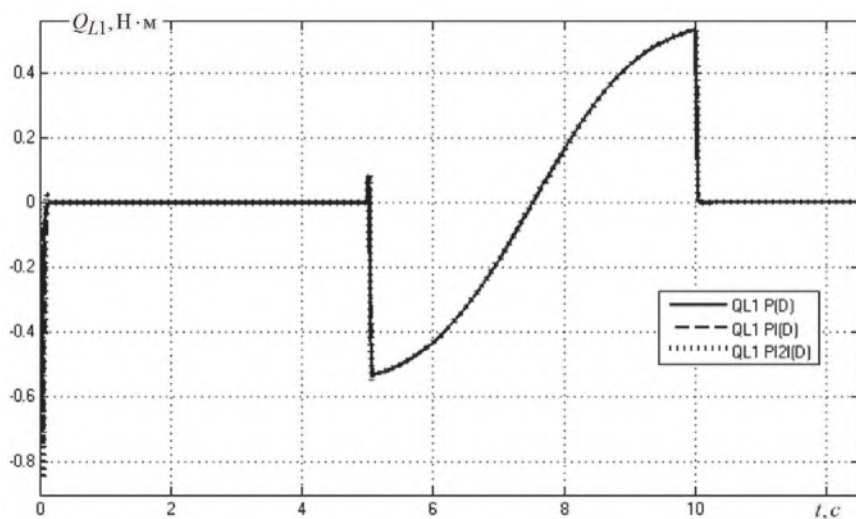


Рис. 8.32. Изменение обобщенной силы, действующей на первое звено

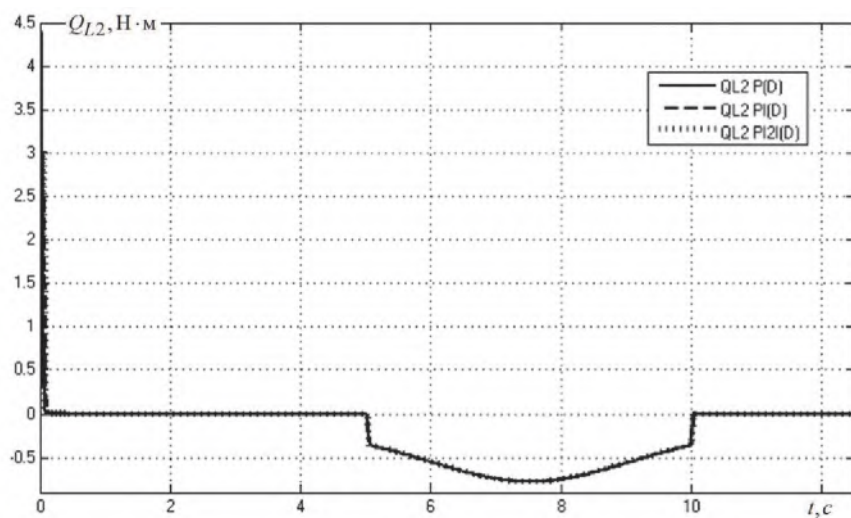


Рис. 8.33. Изменение обобщенной силы, действующей на второе звено

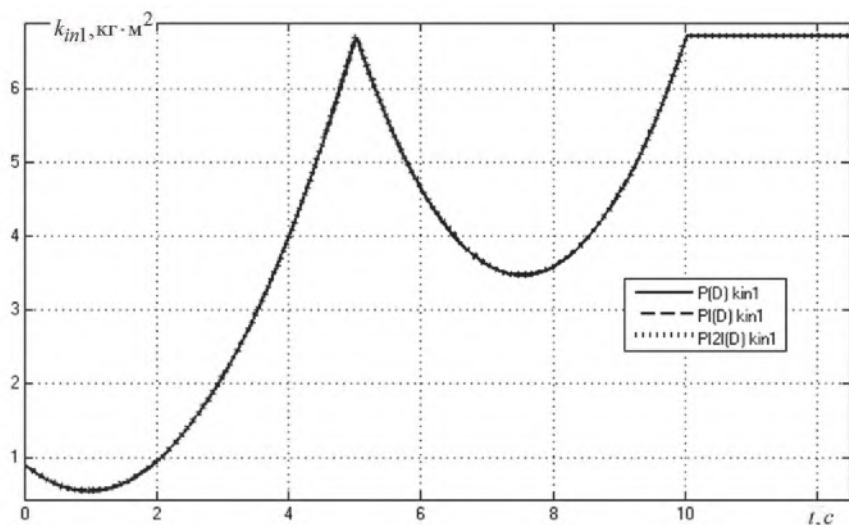


Рис. 8.34. Изменение приведенного момента инерции первого звена

Детально рассмотреть особенности процессов позиционирования схвата в различных областях рабочей зоны позволяет *Simulink*-модель манипулятора, представленная на рис. 8.35.

Основное отличие от предыдущей модели состоит в модуле формирования задания на перемещение схвата. Здесь это блок «*Step Line*», представленный стандартным блоком «*Signal Builder*», который позволяет формировать на своем выходе многомерные траектории различного вида.

Задание для перемещения схвата в данном случае представляет ступенчатую линию вдоль контрольной траектории «*AB*», количество «ступеней» выберем из соображения о том, чтобы наблюдать завершение процесса позиционирования.

Расчет задания выполнен в программном комплексе *MathCAD*, программа расчета проекций траектории движения схвата в глобальной системе координат с 20 степенями приведена на рис. 8.36. На рис. 8.37 приведена реализация этой траектории в блоке «*Step Line*». На интервале времени с начала моделирования до момента времени – (5 с) обеспечивается выход модели из «спящего» режима.

Для анализа и детального рассмотрения выбрана «ступенька» с началом процесса позиционирования в момент времени 3,25 с. Она занимает место в середине контрольной траектории «*AB*», все звенья одновременно производят позиционирование, осуществляются силовое взаимодействие и параметрические изменения.

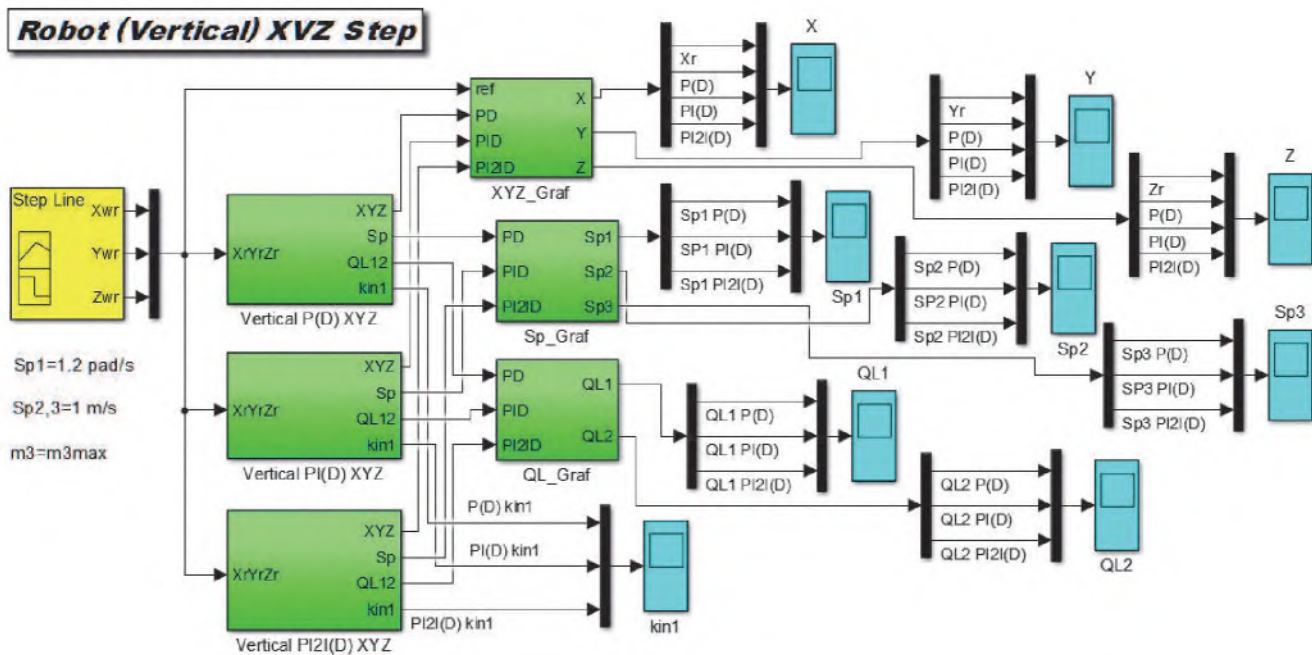
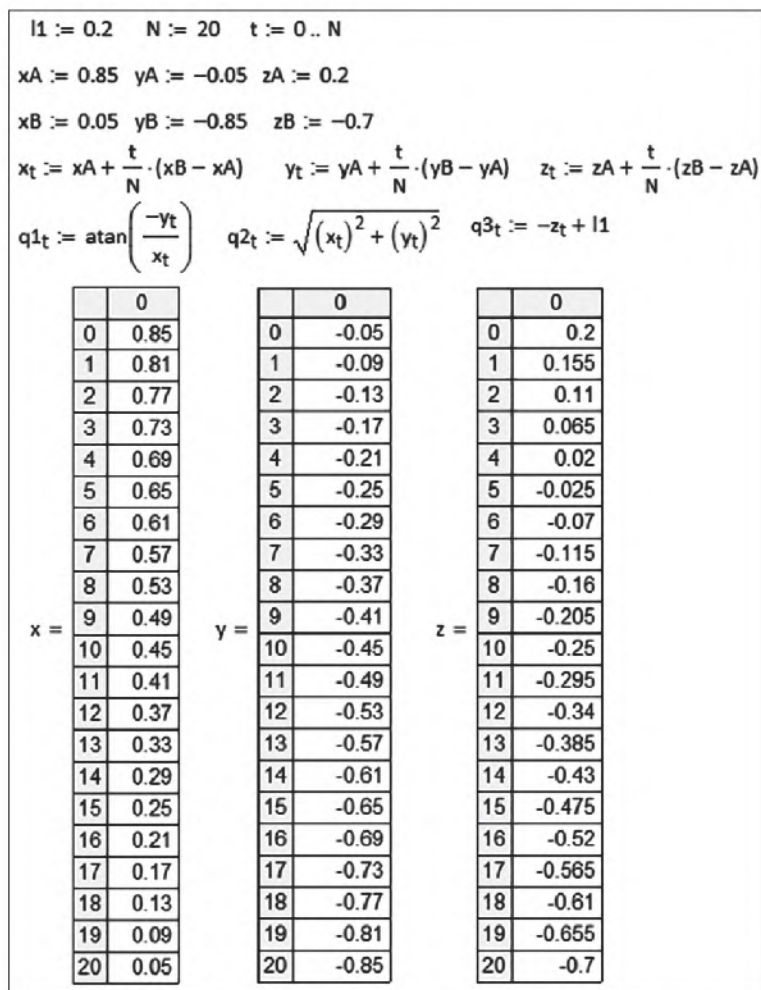


Рис. 8.35. Структура модели системы позиционирования схвата манипулятора по ступенчатой траектории

Рис. 8.36. Программа расчета в *MathCAD* ступенчатой траектории

На рис. 8.38 – 8.40 показан процесс позиционирования схвата в проекциях на оси глобальной системы координат. Изменения проекций при позиционировании схвата соответствуют настройкам регуляторов на динамику Бесселя по быстродействию и монотонности. Изменение проекций по оси Z_w различных систем иллюстрирует различия в астатизме, система с П(Д)-регулятором положения имеет статическую ошибку при позиционировании.

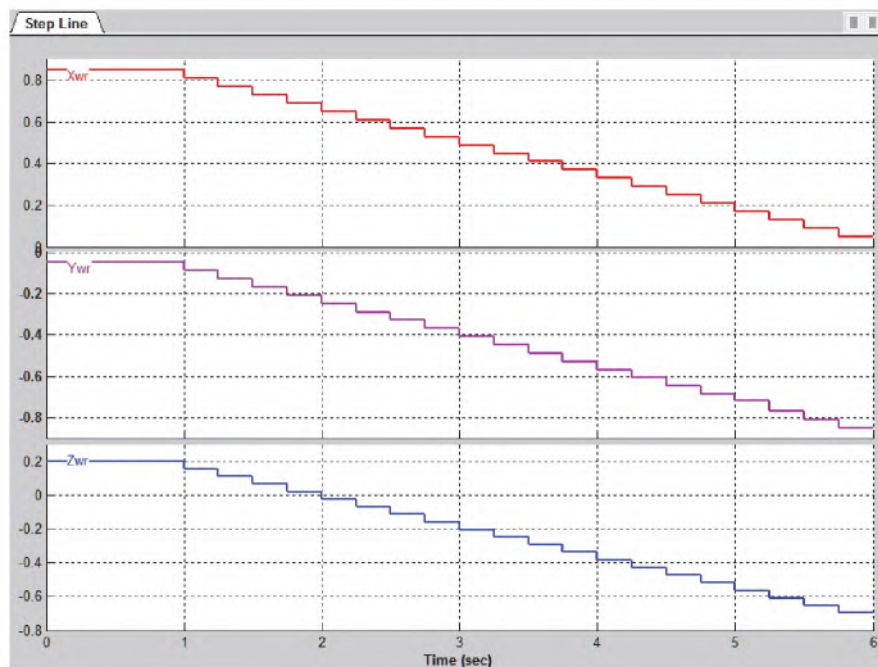
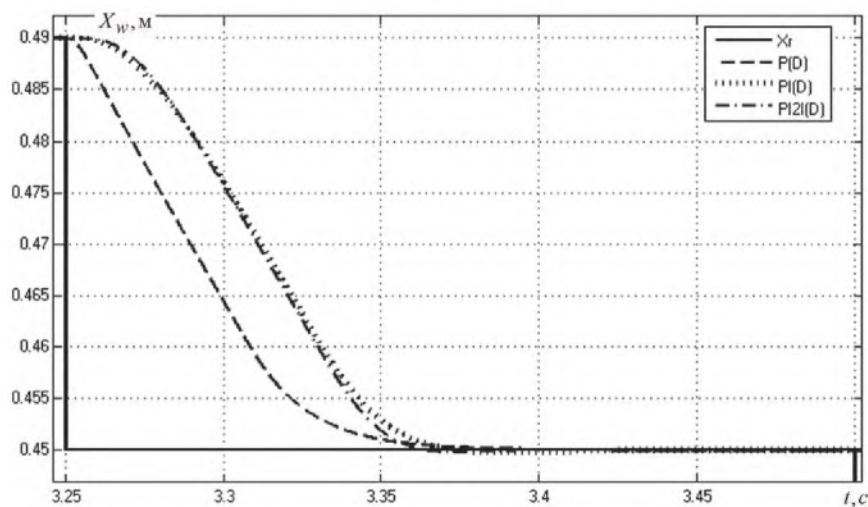
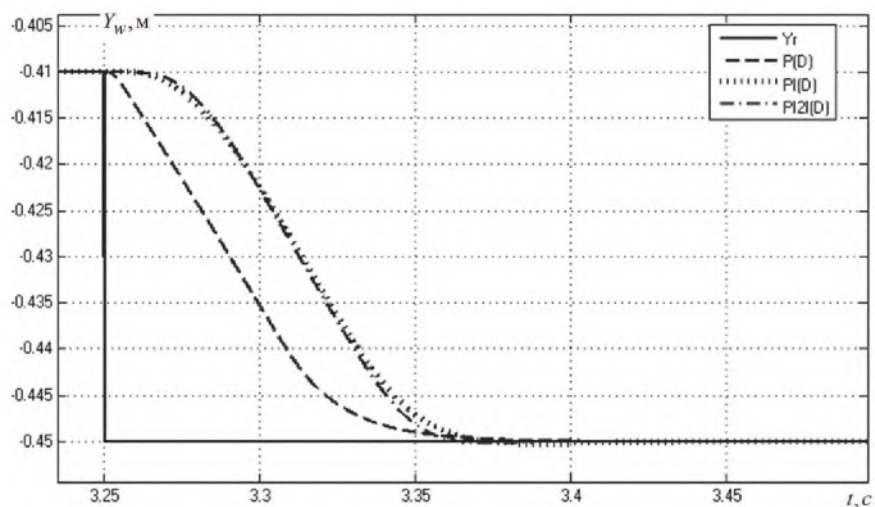
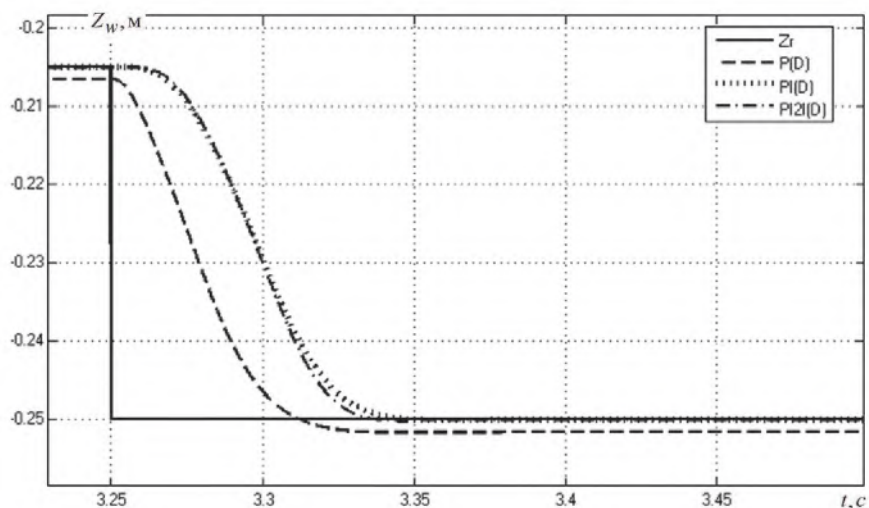


Рис. 8.37. Задание ступенчатой траектории движения схвата

Рис. 8.38. Движение координаты схвата по оси X_{wr}

Рис. 8.39. Движение координаты схвата по оси Y_w Рис. 8.40. Движение координаты схвата по оси Z_w

Графики изменения скоростей звеньев показаны на рис. 8.41 – 8.43. Здесь видно, что первое звено совершает позиционирование с ограничением скорости в системе с П(Д)-регуляторами положения, то есть в статической системе.

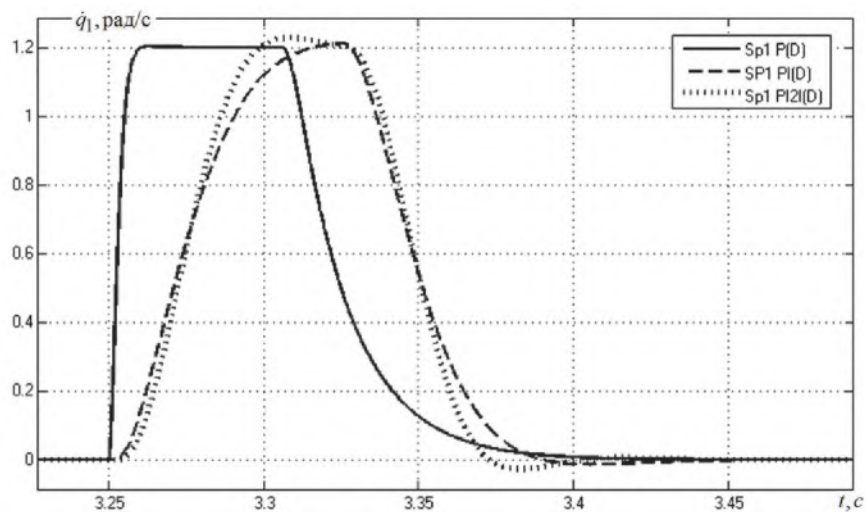


Рис. 8.41. Изменение скорости движения первого звена

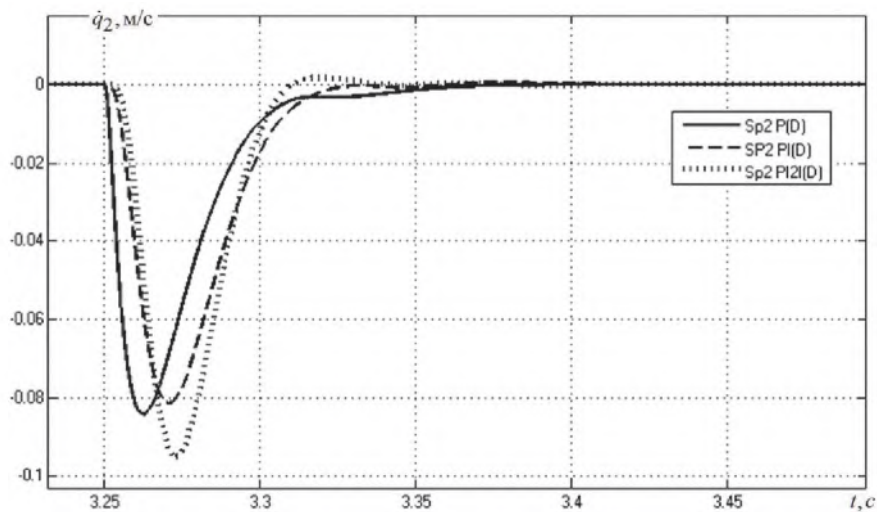


Рис. 8.42. Изменение скорости движения второго звена

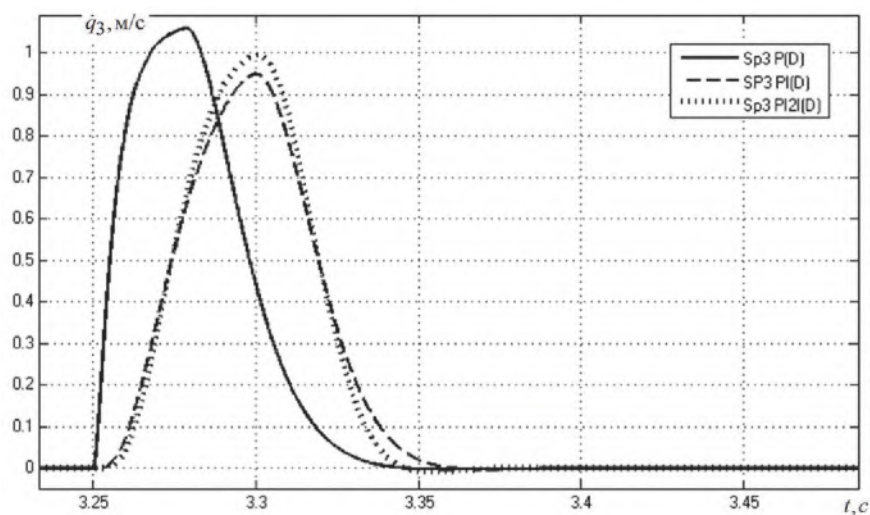


Рис. 8.43. Изменение скорости движения третьего звена

Силовое взаимодействие между первым и вторым звеньями демонстрируют рис. 8.44, 8.45. Причем в наибольшей степени оказывает влияние первое звено на второе за счет действия центробежных сил.

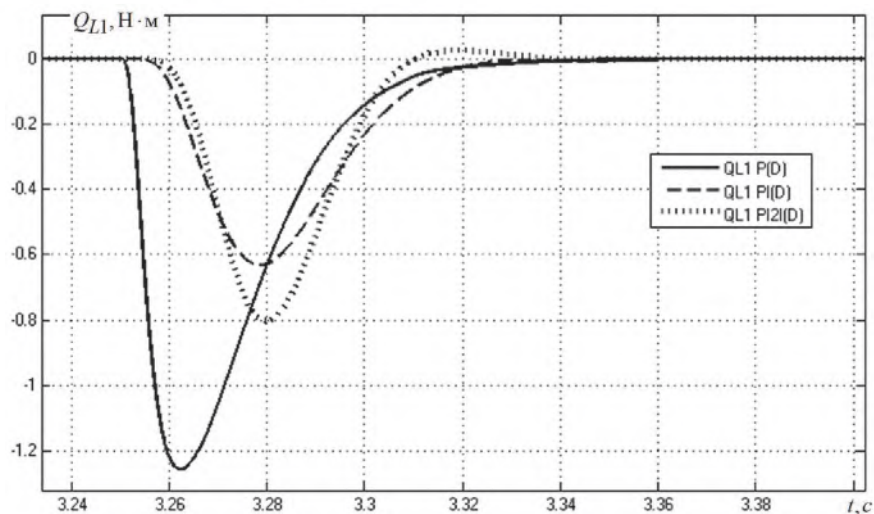


Рис. 8.44. Изменение обобщенной силы, действующей на первое звено

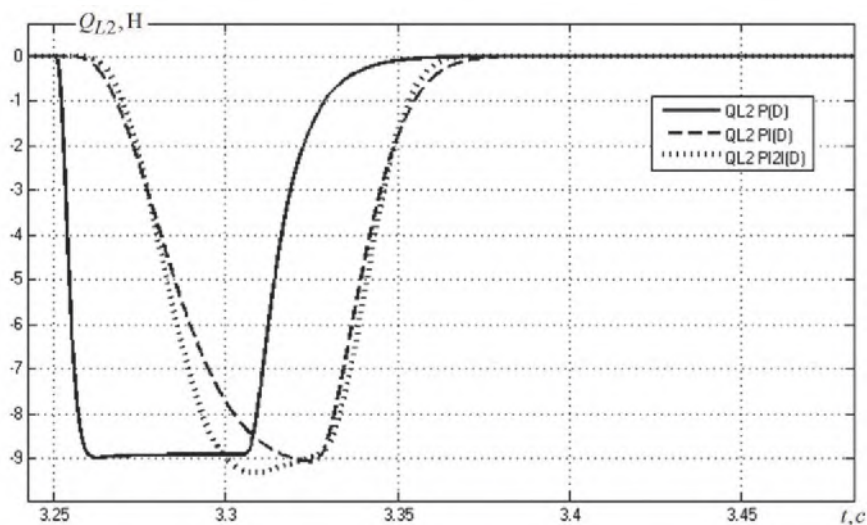


Рис. 8.45. Изменение обобщенной силы, действующей на второе звено

На рис. 8.46 показано изменение момента инерции первого звена при позиционировании, весьма незначительное.

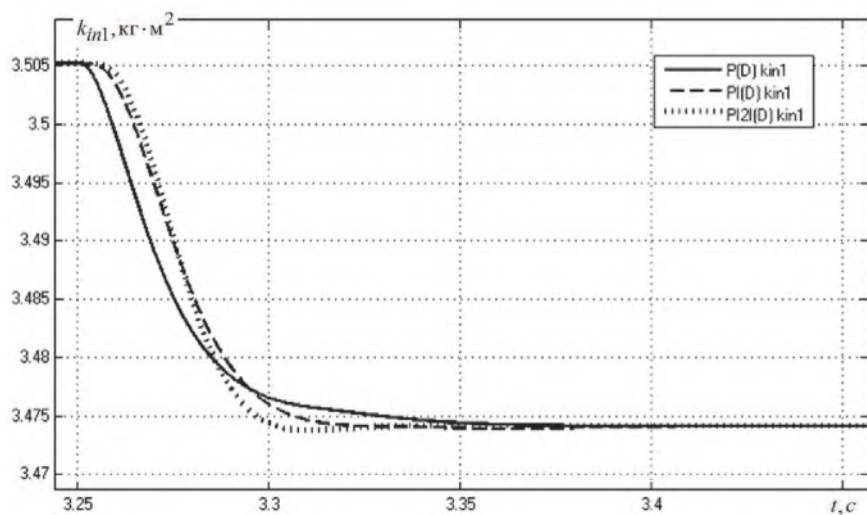


Рис. 8.46. Изменение приведенного момента инерции первого звена

Полученные результаты позволяют признать обоснованным решение о стремлении обеспечить автономность движения звеньев за счет целенаправленного подавления внешних воздействий на звенья. Свидетельством этого является демонстрация приемлемых статических и динамических характеристик в условиях действия характерных для движения манипулятора при позиционировании физических эффектов (центробежные силы, кориолисовы моменты и гравитационные компоненты).

Все проведенные выше эксперименты были произведены с математической моделью манипулятора с параметрами для случая максимального груза (объекта манипулирования) в схвате.

Определенный интерес представляет испытание разработанных систем и для другой предельной ситуации, когда груз в схвате отсутствует. Сравнивая процессы позиционирования схвата с максимальным грузом и без груза, оценим стабильность динамических характеристик. Возможные отклонения могут быть связаны с тем, что принята фиксированная настройка систем регулирования на максимальные значения инерционных коэффициентов, а это предполагает наличие максимального груза в схвате.

В связи с этим были сформированы модели сравнения движения с максимальным грузом и без груза для каждой системы управления отдельно. На рис. 8.47 в качестве примера показана одна из моделей для исследования системы позиционирования с П(Д)-регуляторами.

Здесь так же, как и в предыдущем случае, схват движется по ступенчатой траектории (см. рис. 8.37). Во всех трех системах выбрана одинаковая «ступень» траектории, для детального рассмотрения выбрана проекция центра схвата на ось Z глобальной системы координат, так как в этом случае проявляется не только «параметрическое» воздействие на процесс позиционирования, но и непосредственно изменение веса самого схвата и всего третьего звена манипулятора.

На рис. 8.48 – 8.50 показаны процессы позиционирования схвата по оси Z глобальной системы координат для систем с тремя типами регуляторов положения: П(Д), ПИ(Д) и ПИИ(Д).

Все системы демонстрируют высокую стабильность характеристик с особенностями, присущими для систем с определенным астатизмом. Статическая система с П(Д)-регулятором демонстрирует не только незначительное изменение формы процесса, но и естественное изменение статической ошибки (рис. 8.48). При движении без груза в этом случае снижается перерегулирование и статическая ошибка позиционирования.

Астатические системы с ПИ(Д)- и ПИИ(Д)-регуляторами положения, наоборот, при движении без груза имеют незначительное повышение перерегулирования при позиционировании и сохраняют отсутствие ошибки позиционирования (рис. 8.49, 8.50).

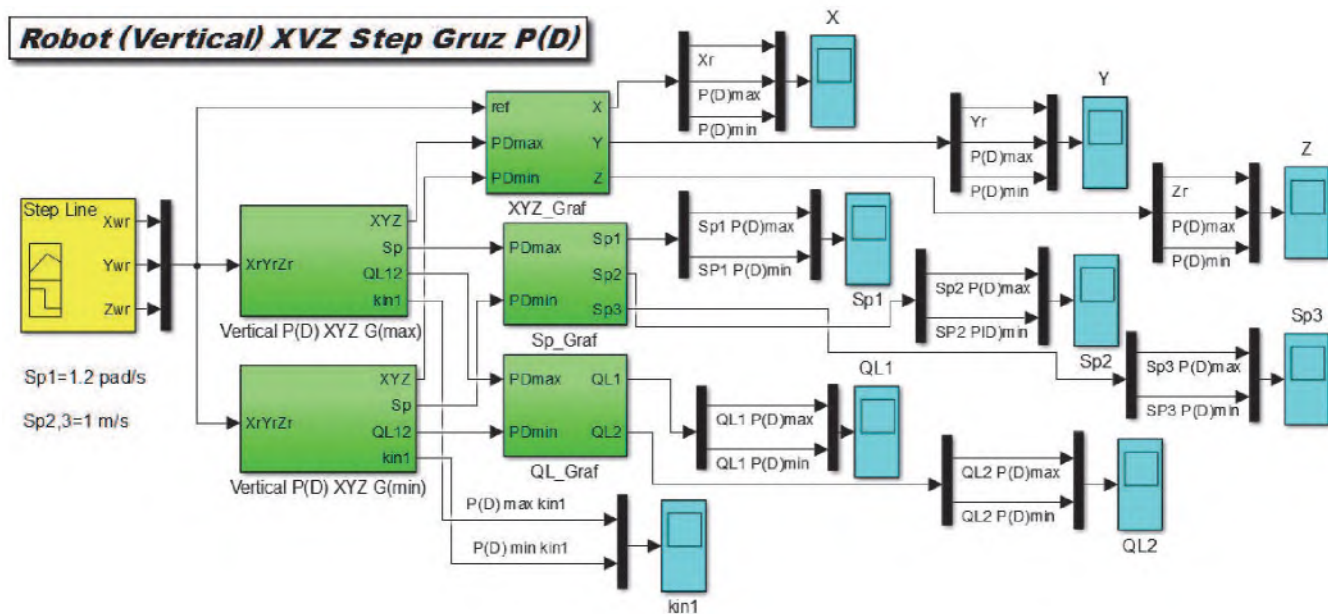


Рис. 8.47. Пример модели манипулятора для исследования движения с грузом и без груза

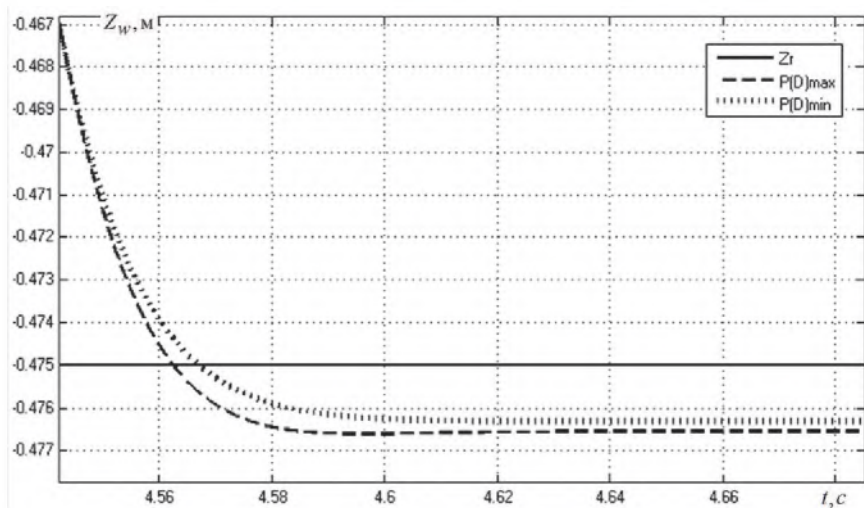


Рис. 8.48. Движение координаты схвата по оси Z_W системы с П(Д)-регулятором

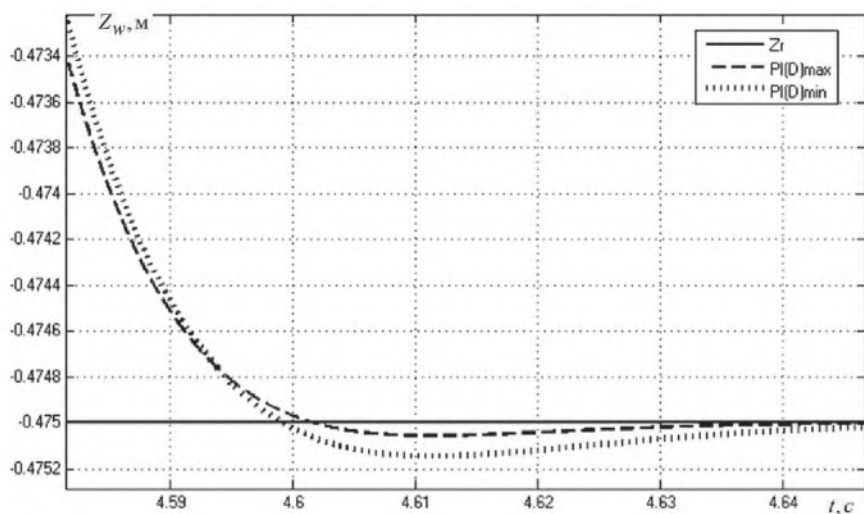


Рис. 8.49. Движение координаты схвата по оси Z_W системы с ПИ(Д)-регулятором

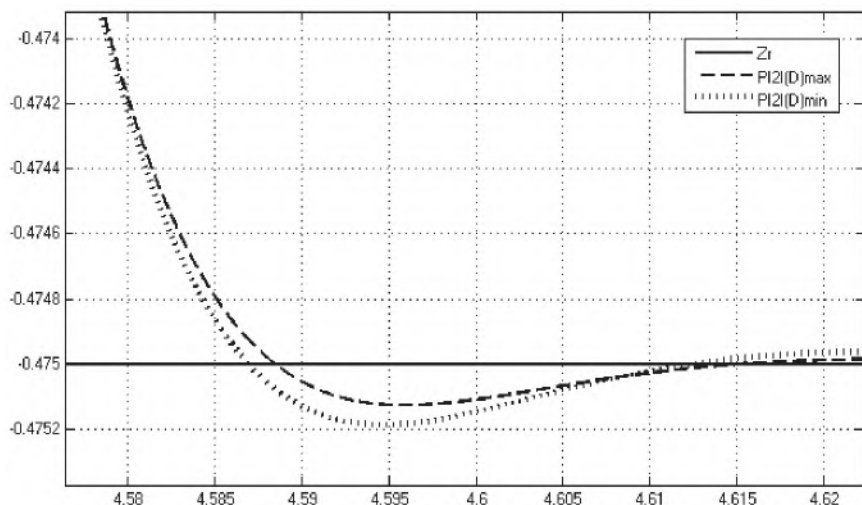


Рис. 8.50. Движение координаты по оси Z_w системы с ПИ2И(Д)-регулятором

Проверка заявленной в техническом задании полосы пропускания для систем позиционирования звеньев при работе с манипулятором осложняется тем, что стандартное средство «снятия» частотных характеристик инструментом *Linear Analysis*, входящим в *Simulink (Matlab)* неудовлетворительно действует при наличии нелинейных структур и элементов в составе модели, отказываясь выполнять их линеаризацию.

Произведем контроль полосы пропускания, сформировав задание для одного из звеньев в виде гармонике малой амплитуды с частотой полосы пропускания

$$q_{ir}(t) = 0,01 \sin(\omega_{np} t). \quad (8.1)$$

На рис. 8.51 показана модель для проверки полосы пропускания по положению у систем позиционирования звеньев с регуляторами положения П(Д), ПИ(Д) и ПИ2И(Д). Выбор звена для эксперимента произведен исходя из следующих соображений. Третье звено совершает независимое движение, в этом случае исследований, проведенных в гл. 7, оказывается достаточно. С точки зрения поиска звена, где в максимальной степени проявляются нелинейные свойства манипулятора, наилучшим вариантом представляется первое звено. Исходным положением манипулятора для эксперимента принимаем положение кинематической схемы, показанное на рис. 8.52.

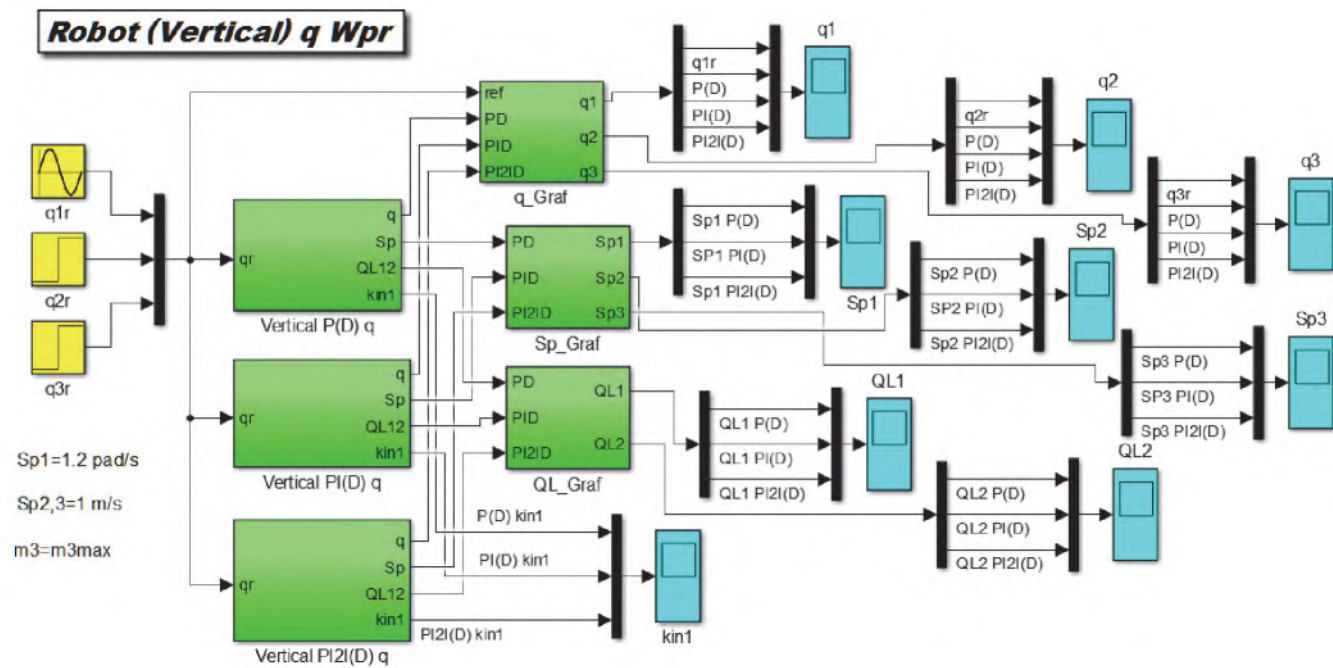


Рис. 8.51. Проверка полосы пропускания систем позиционирования звеньев манипулятора

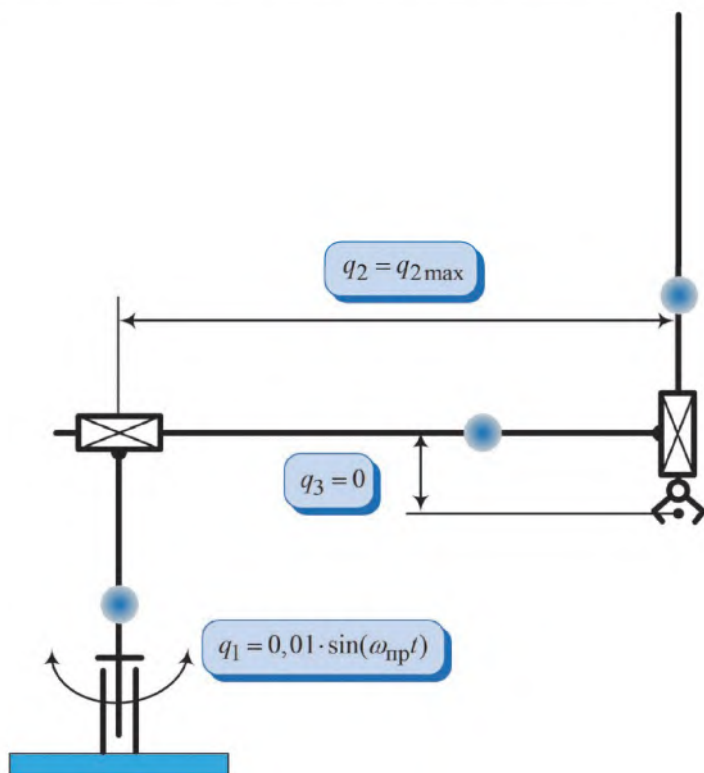


Рис. 8.52. Положение кинематической схемы при проверке полосы пропускания

Второе звено здесь «выдвинуто» на максимальное расстояние, а задание (8.1) подается на первое звено. Учитываем, что в начале моделирования манипулятор находится в исходном положении и второму звену необходимо время для перемещения в заданную точку. Этот процесс показан на рис. 8.53. Установившиеся сигналы выходов положения первого звена для всех трех систем наряду с входным сигналом показаны на рис. 8.54. Подвергнув анализу соотношения амплитуд сигналов и фазовые сдвиги, определим «ключевые» точки ЛАЧХ и ЛФЧХ для каждой системы:

- значение ЛАЧХ на границе заданной полосы пропускания – $L_{q1}(\omega_{\text{пр}})$;
- значение ЛФЧХ на границе заданной полосы пропускания – $\varphi_{q1}(\omega_{\text{пр}})$.

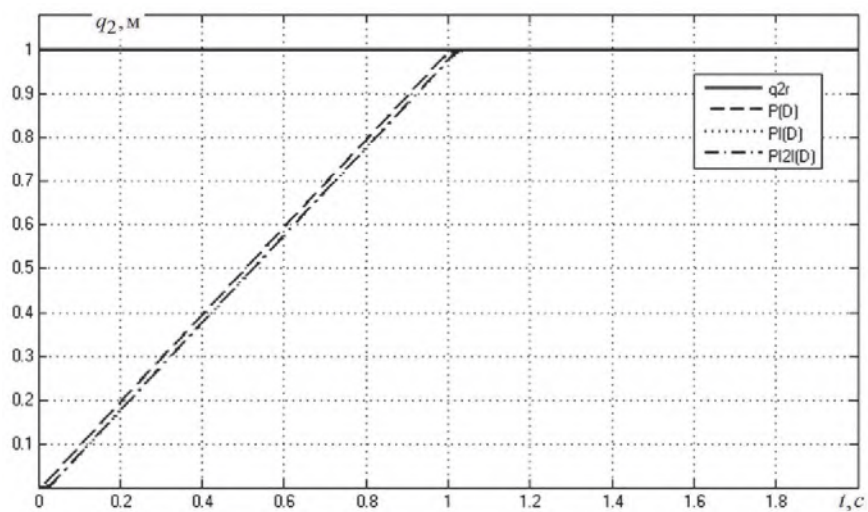


Рис. 8.53. Перемещение второго звена в заданное положение

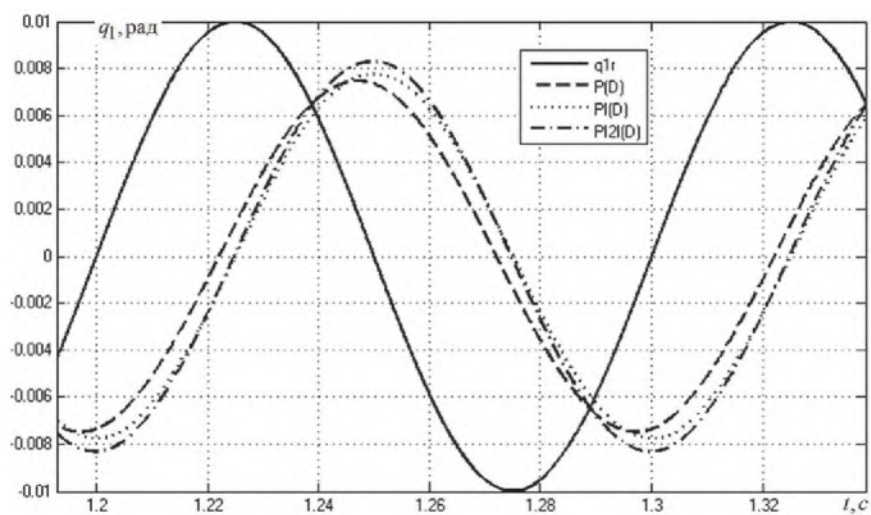


Рис. 8.54. Изменение положения первого звена

Результаты сведены в табл. 8.1 и подтверждают достижение системой позиционирования заданной полосы пропускания, так как для всех систем значения ЛАЧХ меньше, чем минус 3 дБ, а значения ЛФЧХ меньше, чем минус 90°.

Таблица 8.1

Параметры ЛАЧХ и ЛФЧХ для проверки полосы пропускания

Параметры	Системы позиционирования с регуляторами		
	П(Д)	ПИ(Д)	ПИ2И(Д)
$L_{q1}(\omega_{пр})$, дБ	– 2,257	– 2,214	– 1,618
$\varphi_{q1}(\omega_{пр})$, рад	– 1,382	– 1,571	– 1,555

8.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ МАНИПУЛЯТОРА С ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ КООРДИНАТ

Структура моделей и методика исследований манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат во многом подобны подробно описанным выше моделям и методикам для манипулятора с вертикальной ориентацией системы координат. Поэтому детально будем останавливаться только на отличительных особенностях.

Кинематическая схема манипулятора и ее параметры описаны в гл. 4 (см. рис. 4.20, табл. 4.3). Требования к системе позиционирования звеньев:

- полоса пропускания системы по положению звена – 10 Гц;
- максимальное значение скорости движения звена с вращательным движением в шарнире – 1,0 рад/с;
- максимальное значение скорости движения звена с линейным перемещением в шарнире – 0,8 м/с.

На рис. 8.55 показана структура *Simulink* модели для исследования системы позиционирования звеньев манипулятора с возможностью формирования задания на позиционирование отдельно каждого звена. Задания на позиционирование формируют блоки «*Step*», которые определяют время и уровень ступенчатого сигнала задания. Здесь также представлены три варианта системы позиционирования звеньев.

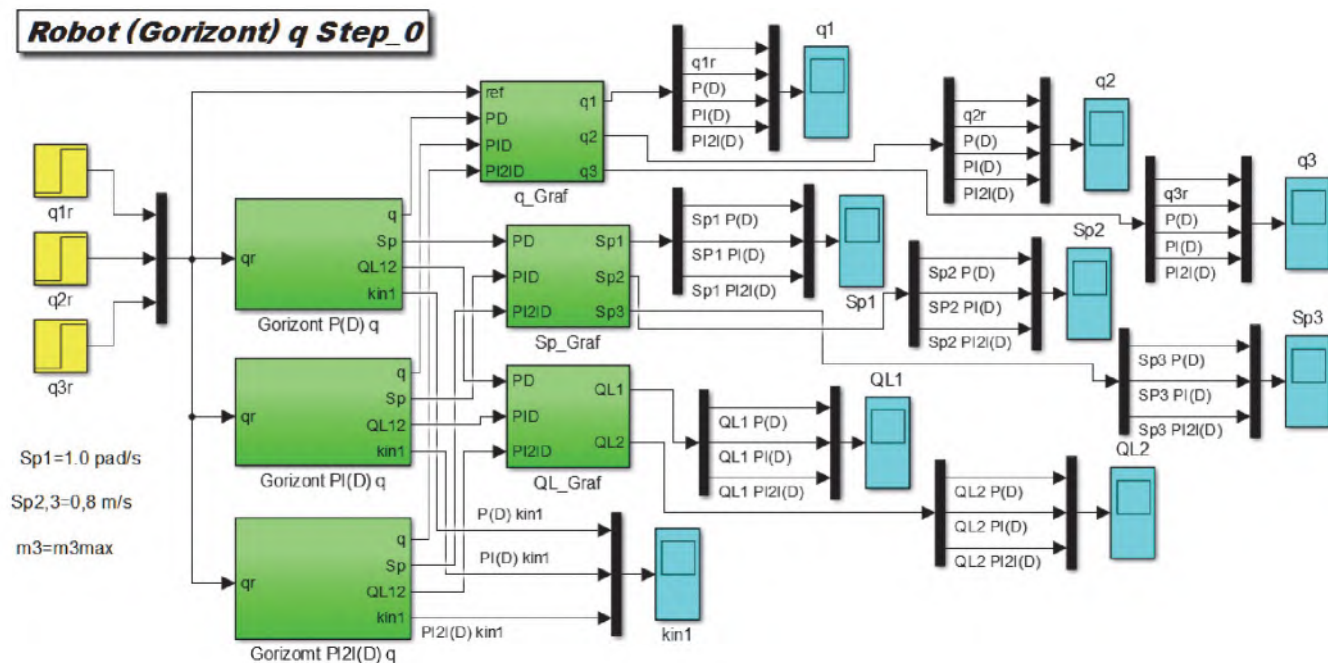


Рис. 8.55. Пример модели манипулятора с горизонтальными цилиндрическими координатами

На рис. 8.56, 8.57 представлена подсистема «*Gorizont P(D) q*». Компонентом подсистемы «*Gorizont P(D)*» является подсистема математической модели манипулятора – «*MMM Gorizont*» (рис. 8.58), параметры для максимального веса груза – 1 кг.

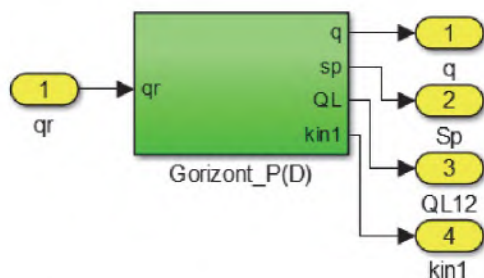


Рис. 8.56. Структура подсистемы «*Gorizont P(D) q*»

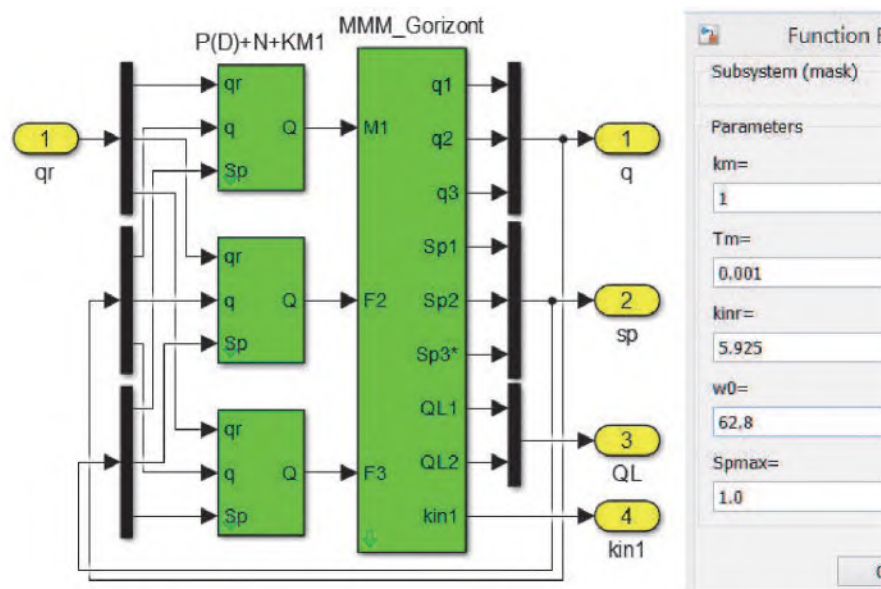


Рис. 8.57. Структура подсистемы «*Gorizont P(D)*»

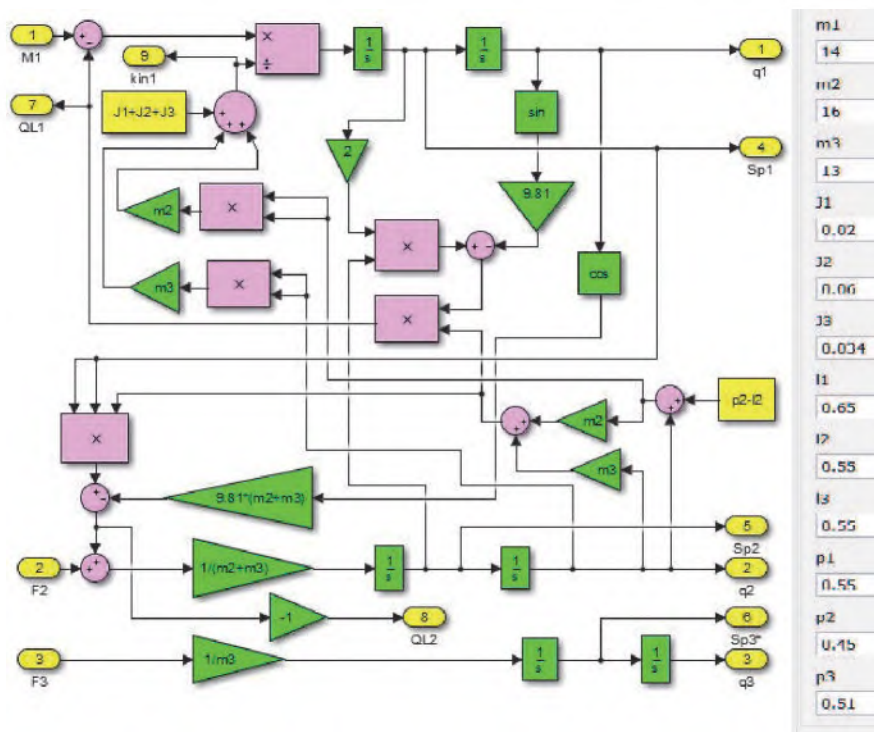


Рис. 8.58. Структура подсистемы «MMM_Gorizont»

Параметры регуляторов настроены на динамику по Бесселю в соответствии с выражениями, приведенными для регуляторов и входных фильтров в табл. 5.2. Регуляторы настраиваются на максимальное значение инерционных коэффициентов соответствующего звена:

- $k_{in1} = 5,925 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$;
- $k_{in2} = 29 \text{ кг}$;
- $k_{in3} = 13 \text{ кг}$.

Прежде чем выполнять эксперименты с моделью, важно понимать, что собой представляет модель манипулятора в момент времени $t = 0$. Если не задано другое, все «интеграторы» имеют нулевые начальные условия и кинематическая модель «спящего» манипулятора имеет вид, показанный на рис. 8.59.

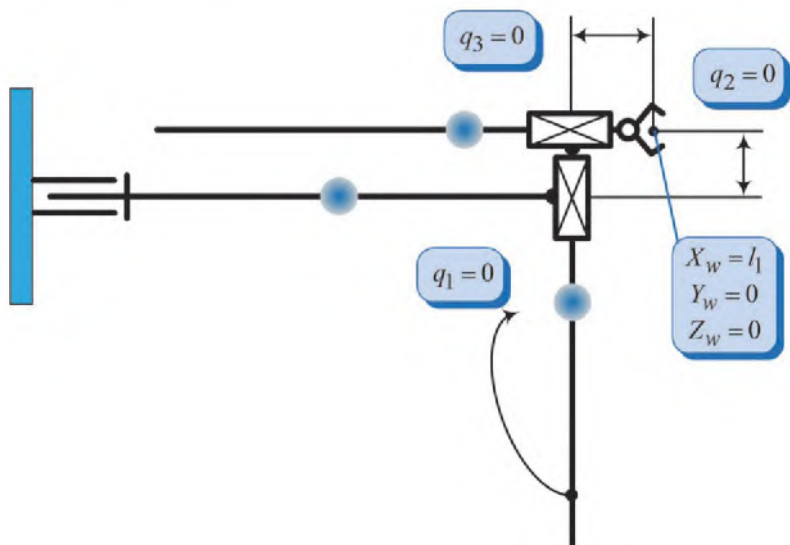


Рис. 8.59. Кинематическая схема манипулятора в «нулевом» положении

Координаты приводов при этом равны нулю, глобальные координаты соответствуют значениям, показанным на рис. 8.55. Испытания модели манипулятора (рис. 8.55) должны подтвердить эффективность следующих решений, принятых при синтезе и моделировании системы:

- соответствие процессов в модели поведению механики манипулятора в действительности;
- автономность позиционирования звеньев с регуляторами положения;
- фиксированная настройка на динамику Бесселя.

При этом следует помнить специфику механики манипулятора, выявленную при формировании математической модели манипулятора (см. рис. 5.11):

- первое и второе звенья связаны между собой силовыми взаимодействиями (центробежные, кориолисовы эффекты и гравитационные компоненты);
- инерционный коэффициент первого звена представляет собой сложную функцию многих компонентов (см. рис. 5.11) и зависит от веса груза и положения второго звена;
- третье звено совершает независимое от других звеньев движение.

Первый эксперимент с моделью проводим, формируя нулевые задания по всем трем звеньям. На рис. 8.60 – 8.61 показаны изменения положения, скорости второго звена и инерционного коэффициента первого звена при нулевом задании.

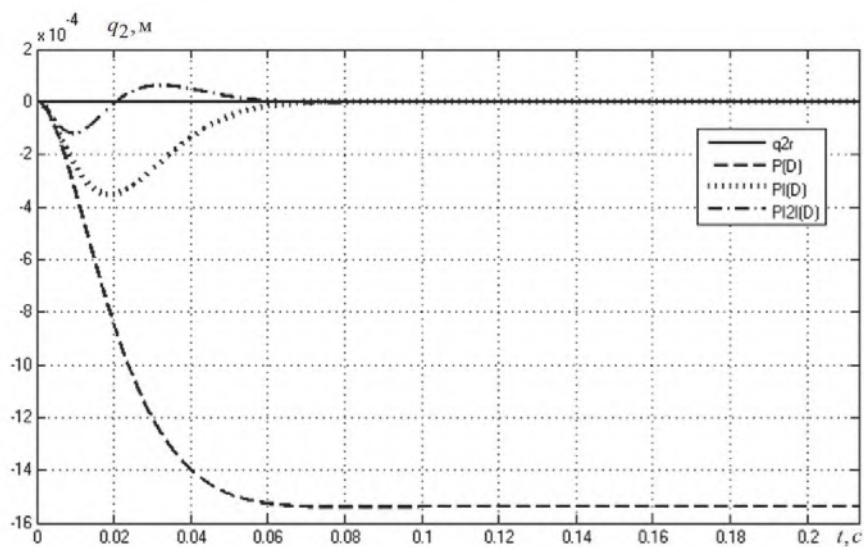


Рис. 8.60. Изменение положения второго звена

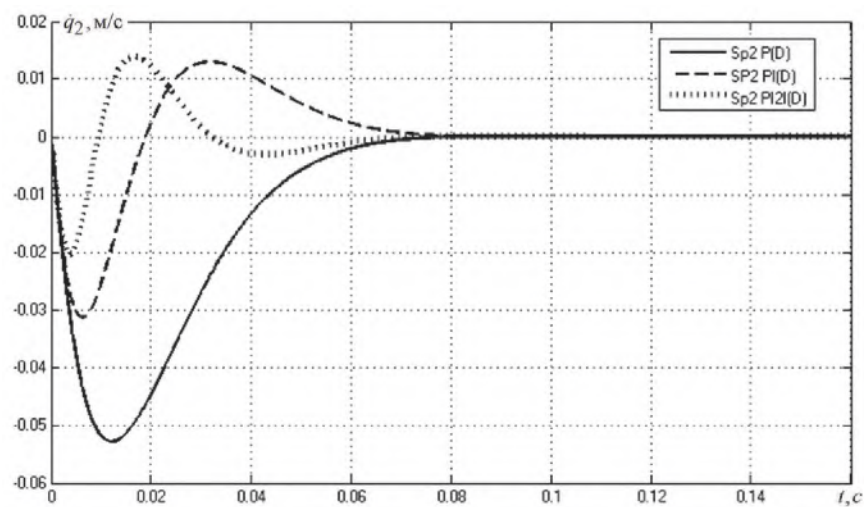


Рис. 8.61. Изменение скорости второго звена

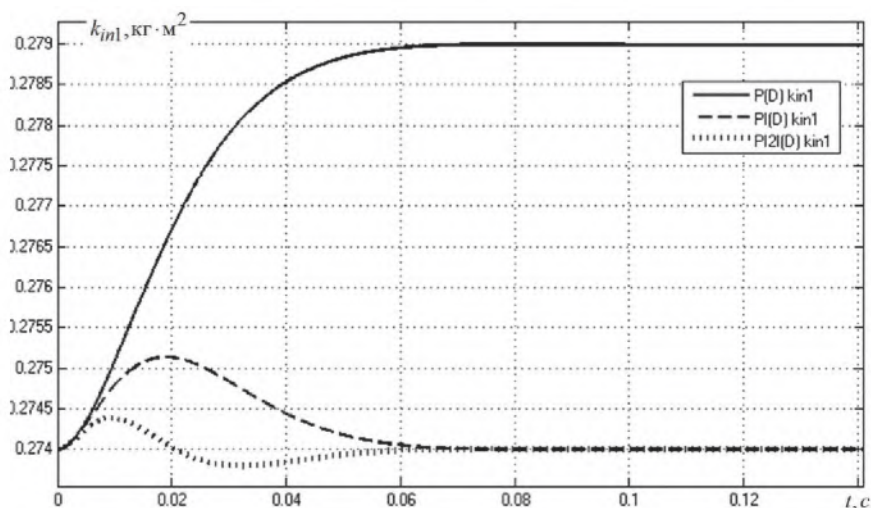


Рис. 8.62. Изменение приведенного момента инерции первого звена

Анализ результатов эксперимента показывает, что только второе звено реагирует при нулевых заданиях на все звенья под действием собственного веса. Первое и третье звенья остаются неподвижными. При этом статическая система позиционирования второго звена дает статическую ошибку около 1,5 мм (рис. 8.60). Астатические системы с ПИ(Д)- и ПИ2И(Д)-регуляторами имеют только быстро затухающие динамические ошибки. На рис. 8.61 процессы изменения скорости движения звена демонстрируют равенство в быстродействии всех трех видов систем и как следствие настройку систем на одинаковое значение полосы пропускания – 10 Гц. На рис. 8.62 представлено изменение приведенного момента инерции первого звена, величина которого зависит в том числе и от положения второго звена.

На следующем этапе испытаний сформируем нулевое задание на третье звено. Задание $q_{1r} = 0,3$ рад подаем с «запаздыванием», в момент $t = 0,2$ с, чтобы успели затухнуть процессы, связанные с выходом модели из «спячки». Изменения положения и скорости третьего звена показаны на рис. 8.63, 8.64. Третье звено совершает независимое от других звеньев движение, поэтому оно отлично демонстрирует средства формирования траектории позиционирования в разных системах. На рис. 8.63 показан процесс позиционирования третьего звена, различия в траекториях проявляются из-за способов формирования: астатические системы формируют задание на входе регуляторов положения, а статическая система формирует траекторию за счет изменения структуры самого регулятора положения.

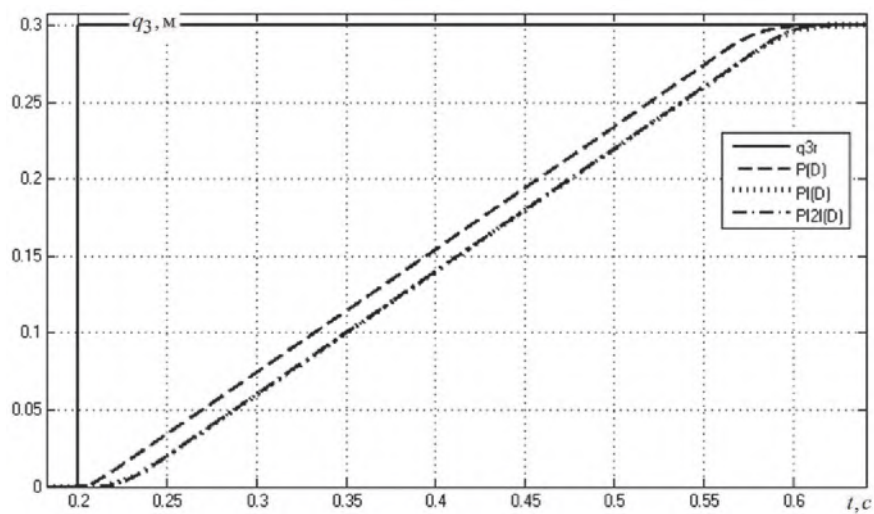


Рис. 8.63. Изменение положения третьего звена

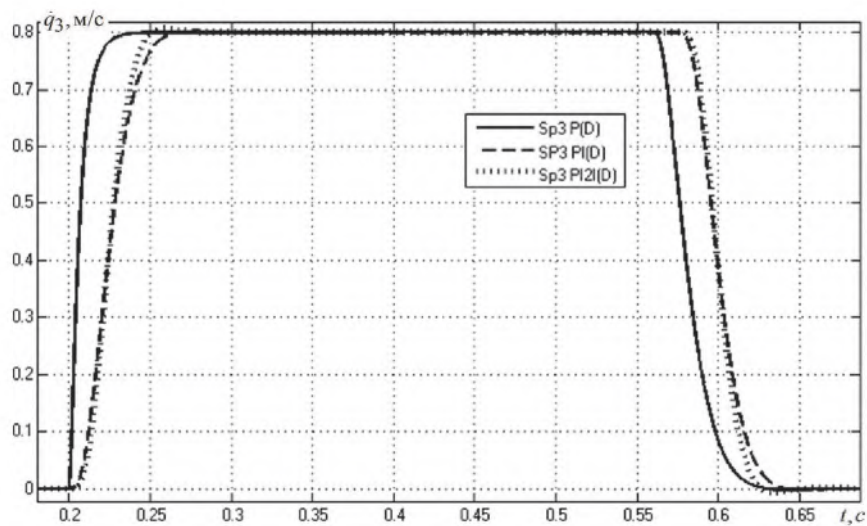


Рис. 8.64. Изменение скорости третьего звена

Далее приводим эксперимент с заданием движения только первого звена. Здесь интересно наблюдать взаимосвязь движений первых двух звеньев, их силовое и параметрическое взаимодействие. Собственное движение первого звена манипулятора показано на рис. 8.65, здесь сигнал на перемещение 0,3 рад поступает в момент времени 0,2 с.

На второе звено кроме силы тяжести действует движение (поворот) первого звена. Рис. 8.66 демонстрирует движение второго звена с момента «включения» модели, система с П(Д)-регуляторами в силу своего статизма показывает определенную ошибку позиционирования в пределах 1,5 мм. На фоне этой статической ошибки практически незаметны изменения в астатических системах, поэтому рассмотрим с увеличением масштабов участок 0,2 – 0,7 с (рис. 8.67). Здесь хорошо видна реакция астатических систем на действие нагрузки со стороны первого звена.

Скоростные характеристики движений первого и второго звеньев показаны на рис. 8.68 – 8.70. Следует отметить, что ограничение скорости в системе с П(Д)-регулятором при переключении структуры регулятора приводит к серьезному превышению в динамике заданной величины скорости, так как временный «скоростной» контур системы регулирования положения оказывается неоптимальным. И эта проблема ждет своего решения в будущем.

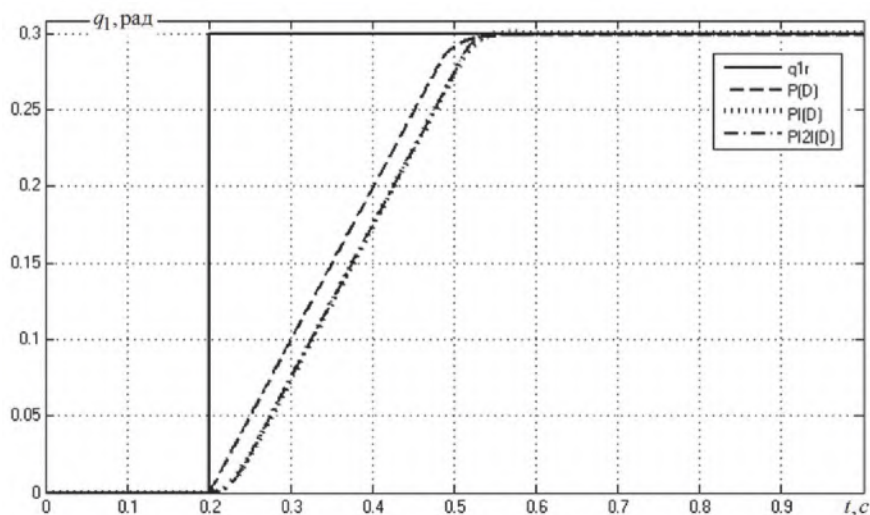


Рис. 8.65. Изменение положения первого звена

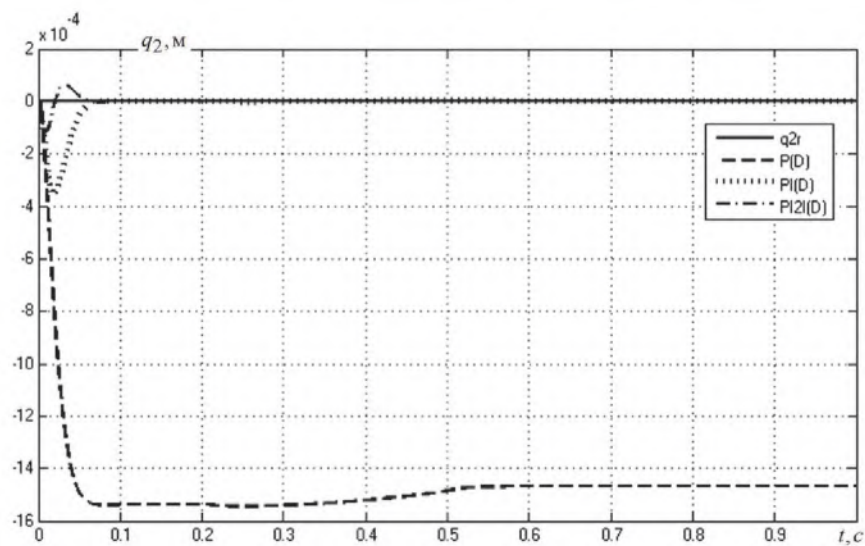


Рис. 8.66. Изменение положения второго звена

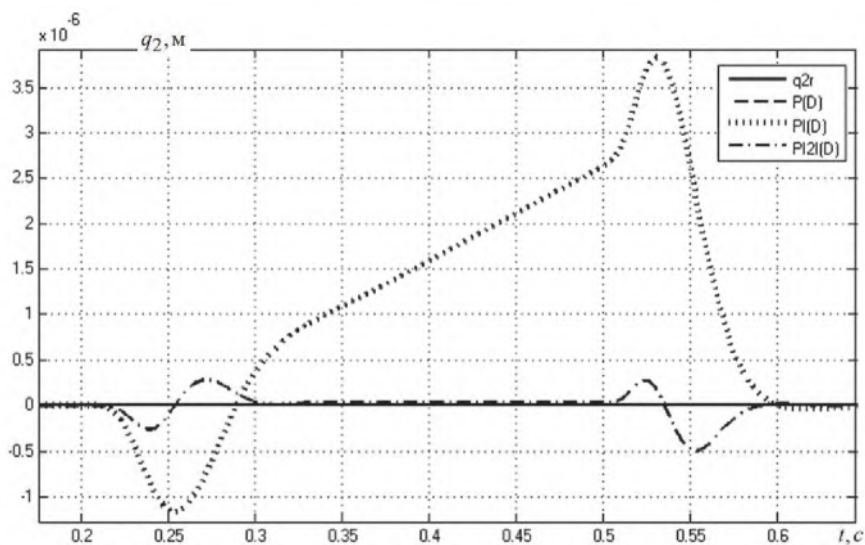


Рис. 8.67. Изменение положения второго звена (увеличено)

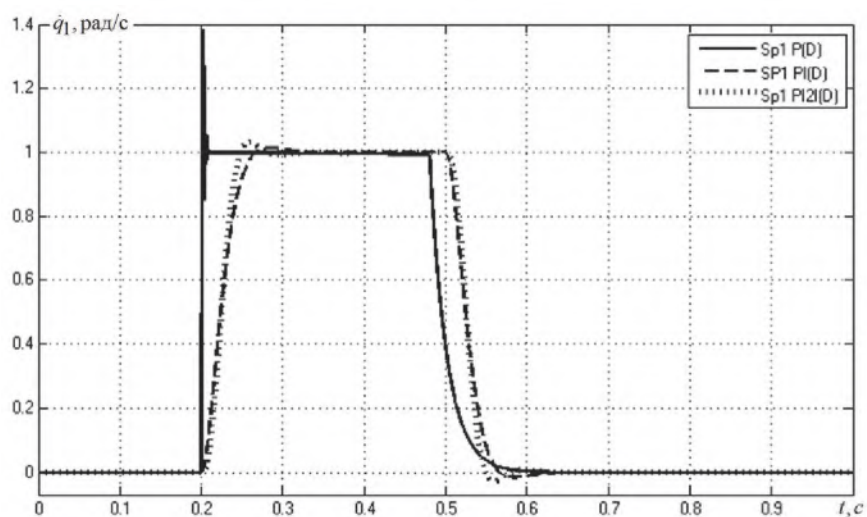


Рис. 8.68. Изменение скорости первого звена

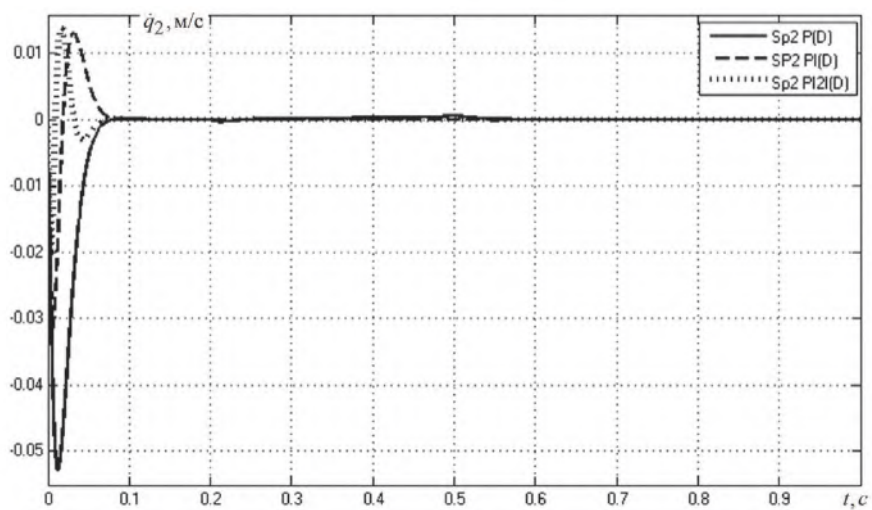


Рис. 8.69. Изменение скорости второго звена

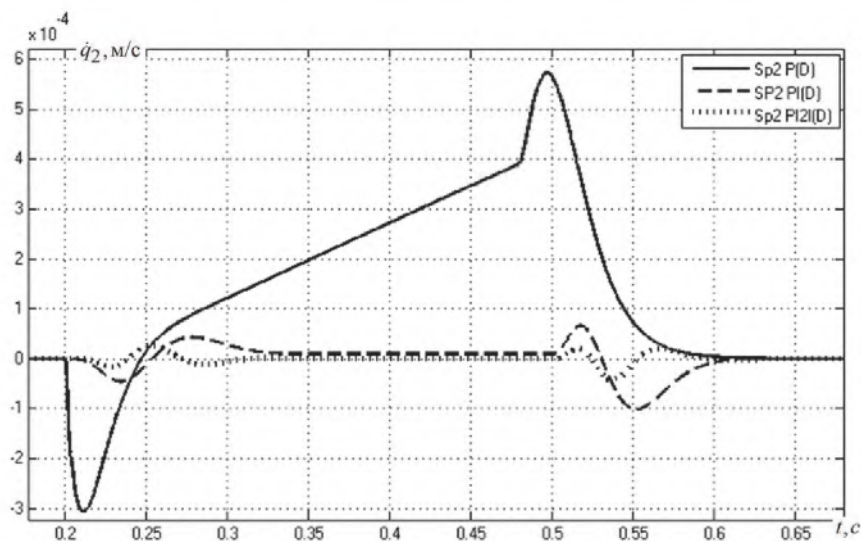


Рис. 8.70. Изменение скорости второго звена (увеличено)

Силовое взаимодействие первого и второго звеньев характеризуют изменения механических нагрузок первого и второго звеньев, показанные на рис. 8.71, 8.72. Наибольший интерес представляет нагрузка на второе звено, имеющая нелинейную форму в период позиционирования первого звена. Эта нелинейность и объясняет поведение астатических систем с ПИ(Д)- и ПИ2И(Д)-регуляторами положения в части динамики ошибок позиционирования (см. рис. 8.68), здесь система со вторым порядком астатизма проявляет себя в наилучшей степени. Изменение приведенного момента инерции первого звена (рис. 8.73) полностью определяется перемещением второго звена и не приводит к значительной реакции в позиционировании первого звена.

Рассмотрим последний эксперимент с системами позиционирования звеньев. Подадим сигнал на позиционирования 0,3 м в момент 0,2 с только на второе звено, остальные звенья имеют нулевые задания.

Движение второго звена не оказывает никакого воздействия на третье звено, которое в такой кинематической схеме всегда совершает независимое движение. Первое звено также оказывается неподвижным вследствие своего «нулевого» положения, при углах, отличных от 0 и 180 градусов, картина была бы иная. На рис. 8.74 – 8.76 показаны изменения положения, скорости второго звена и изменение при этом приведенного момента инерции первого звена.

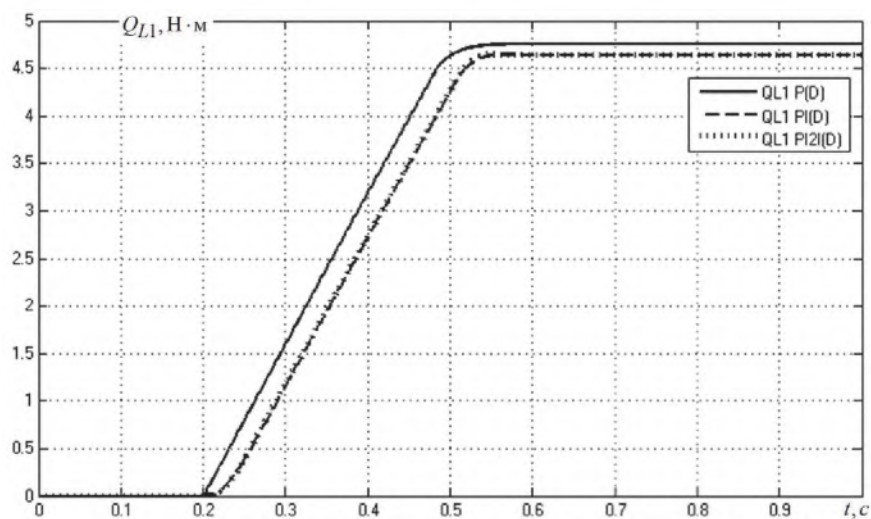


Рис. 8.71. Изменение нагрузки первого звена

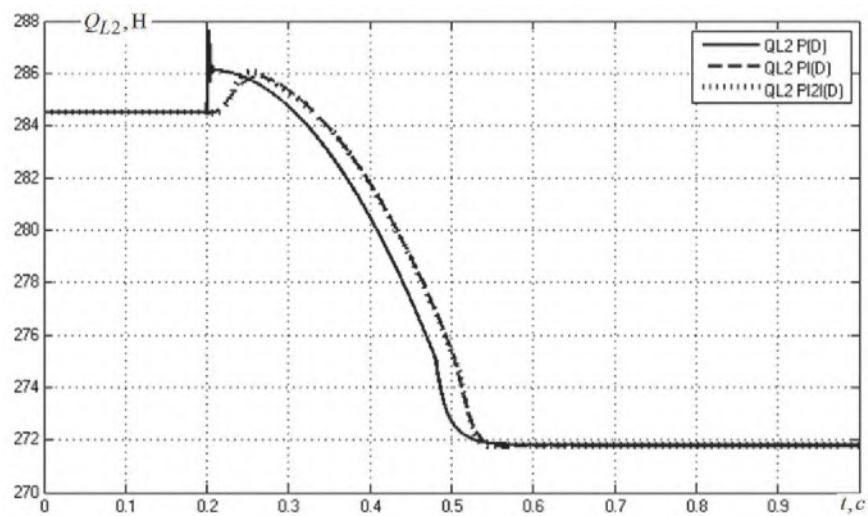


Рис. 8.72. Изменение нагрузки второго звена

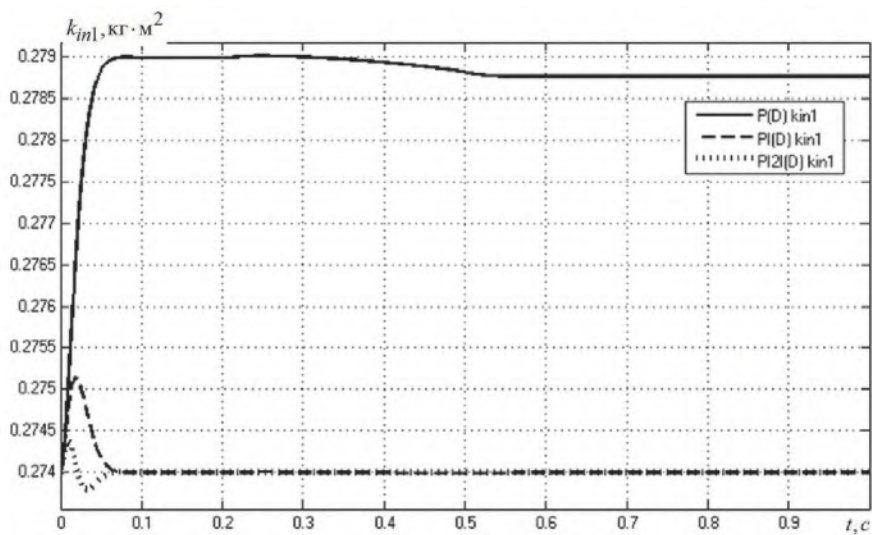


Рис. 8.73. Изменение приведенного момента инерции первого звена

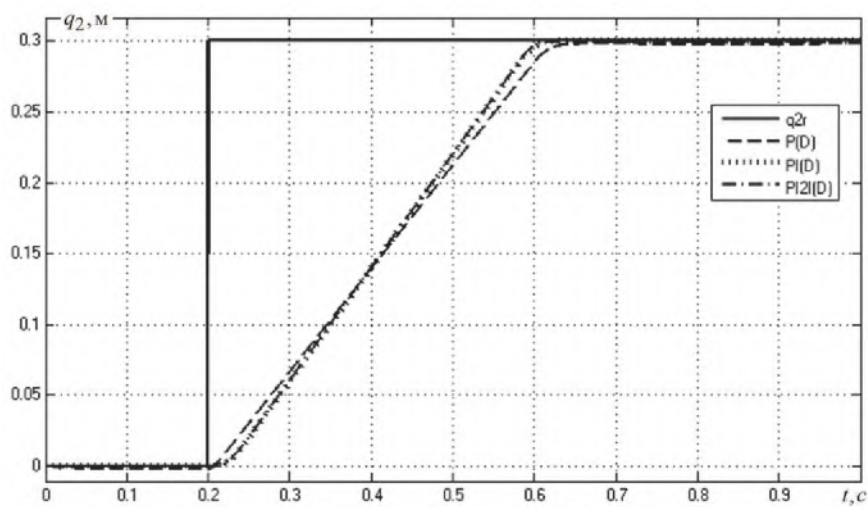


Рис. 8.74. Изменение положения второго звена

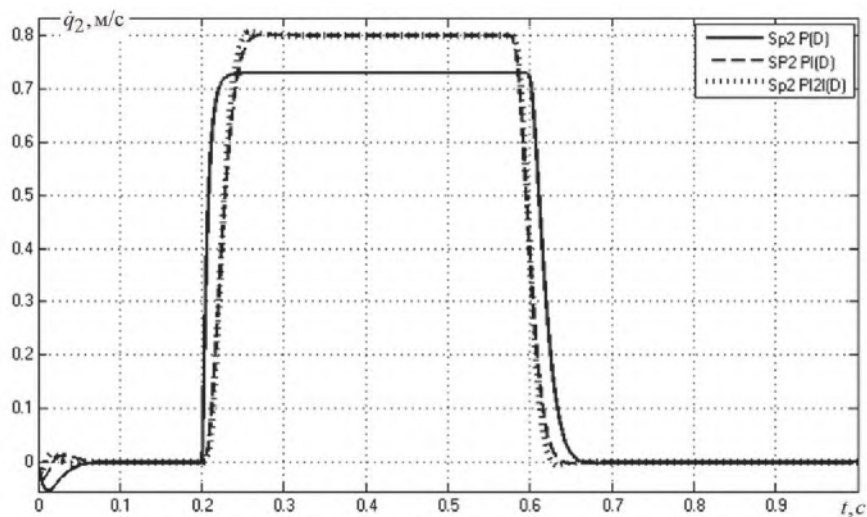


Рис. 8.75. Изменение скорости второго звена

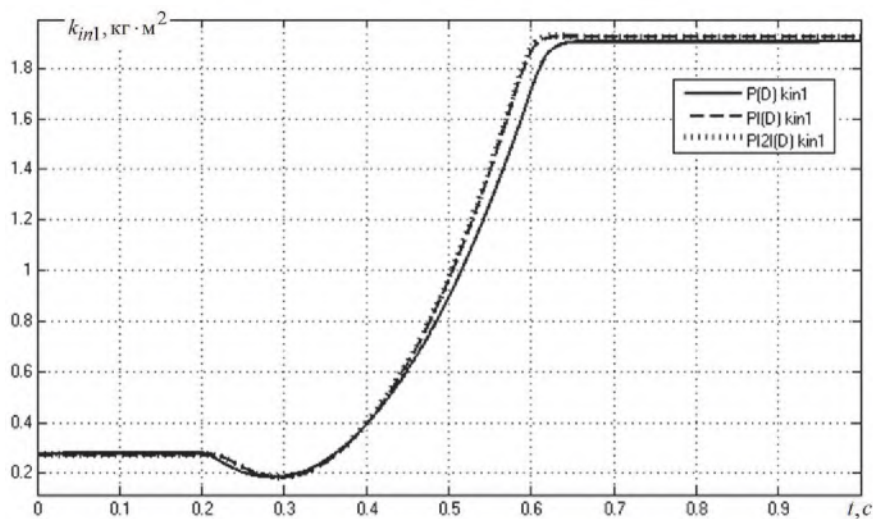


Рис. 8.76. Изменение приведенного момента инерции первого звена

Полученные результаты экспериментов с моделью манипулятора (рис. 8.55) совместно с системами позиционирования с разной степенью астатизма позволяют констатировать:

- обеспечение автономных движений звеньев при позиционировании на уровне, соответствующем порядку астатизма системы;
- высокую стабильность динамических процессов при позиционировании с регуляторами положения, настроенными на динамику Бесселя;
- высокий реализм процессов в модели, подтверждающих адекватность модели манипулятору с горизонтальной ориентацией цилиндрических координат.

Рассмотрим далее моделирование и анализ процессов позиционирования схвата манипулятора при выполнении заданных перемещений в пространстве рабочей зоны. На рис. 8.77 показана структура *Simulink*-модели для исследования движения схвата при задании движения схвата по линейной пространственной траектории.

Как и в случае манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат, модель сформирована на основе модели для исследования движения звеньев (рис. 8.55), изменения связаны с добавлением блоков прямого и обратного преобразований координат для задания и контроля перемещения схвата в пространстве рабочей зоны.

Формирует задание траектории перемещения схвата манипулятора подсистема «*Test: 0-A-B*», структура которой показана на рис. 8.78. Подсистема задает движение схвата в глобальной системе координат $X_w Y_w Z_w$ по заданной траектории *AB* (см. табл. 4.4) и переход из нулевого состояния модели манипулятора в исходную точку *A*.

Основные задачи исследования:

- испытание блоков кинематических преобразований в процессе динамики движений схвата и работы систем позиционирования с динамической моделью манипулятора;
- оценка возможности систем позиционирования выполнять определенные контурные операции, в данном случае – движение схвата по пространственной линейной траектории.

На рис. 8.79 – 8.81 приведены изменения проекций движения схвата манипулятора на оси глобальной системы координат в соответствии с заданием для трех вариантов системы управления манипулятором с П(Д)-, ПИ(Д)- и ПИ2И(Д)-регуляторами положения.

Все варианты системы отрабатывают перемещение по линии из точки «*A*» в точку «*B*». Отклонение от задания на участке с момента начала моделирования до начала контрольной траектории, точки «*A*», связано с исходными нулевыми начальными условиями всей модели. Движение схвата на этом участке сопровождается ограничением скорости перемещения звеньев, что хорошо демонстрируют показанные на рис. 8.82 – 8.84 изменения скоростей звеньев манипулятора.

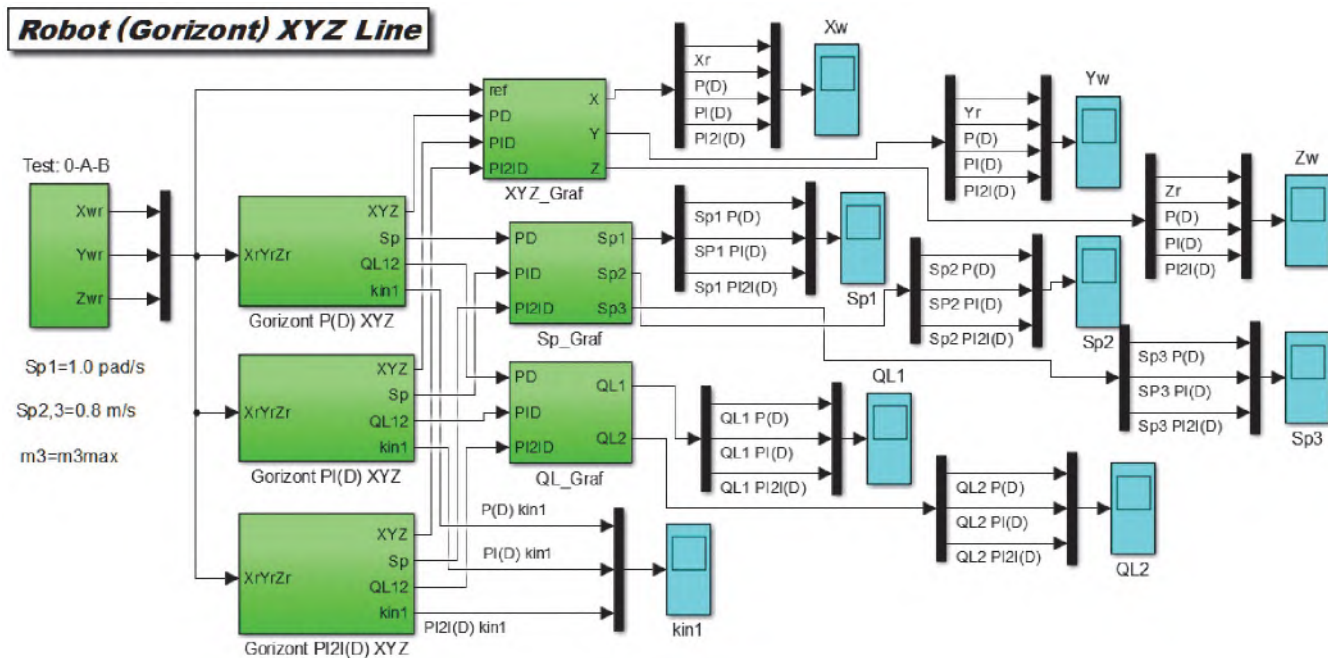


Рис. 8.77. Модель манипулятора для исследования движения схвата по линейной траектории

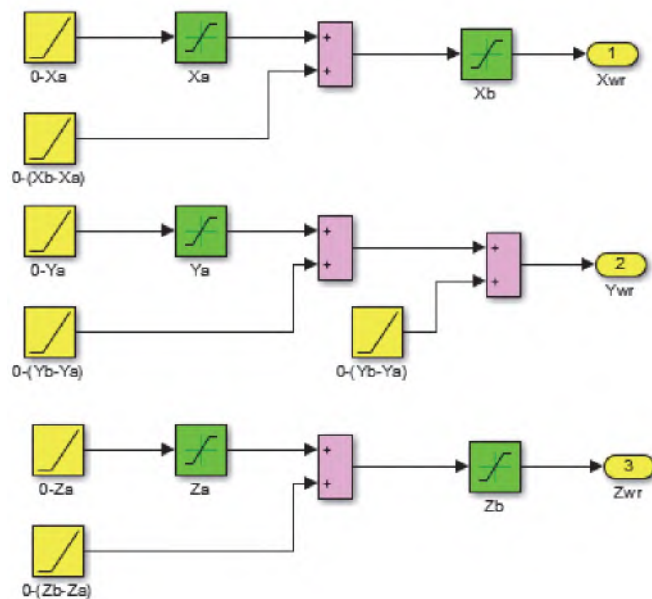


Рис. 8.78. Структура подсистемы «Test: 0-A-B»

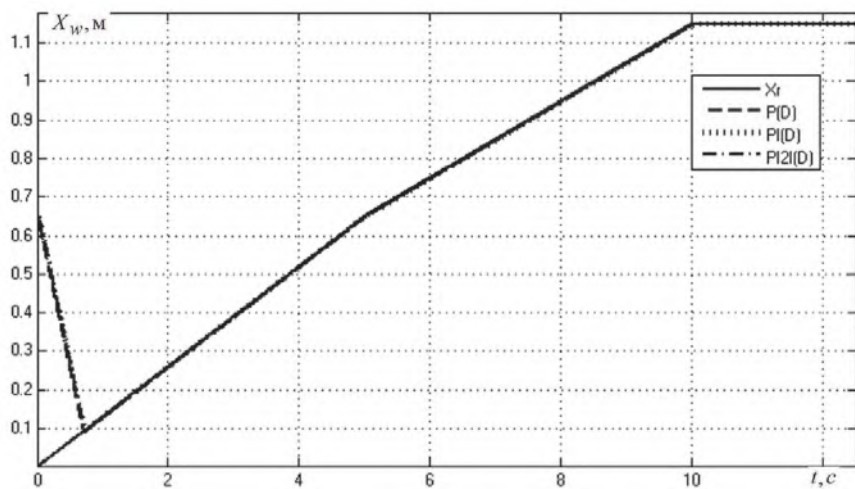
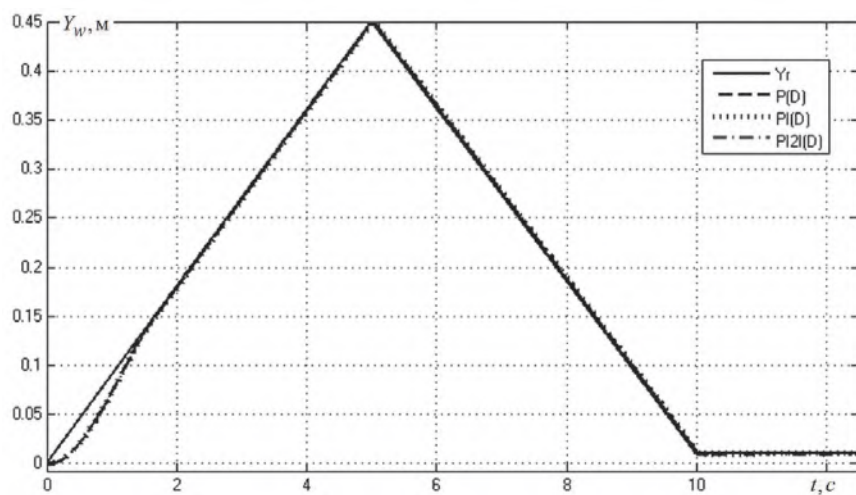
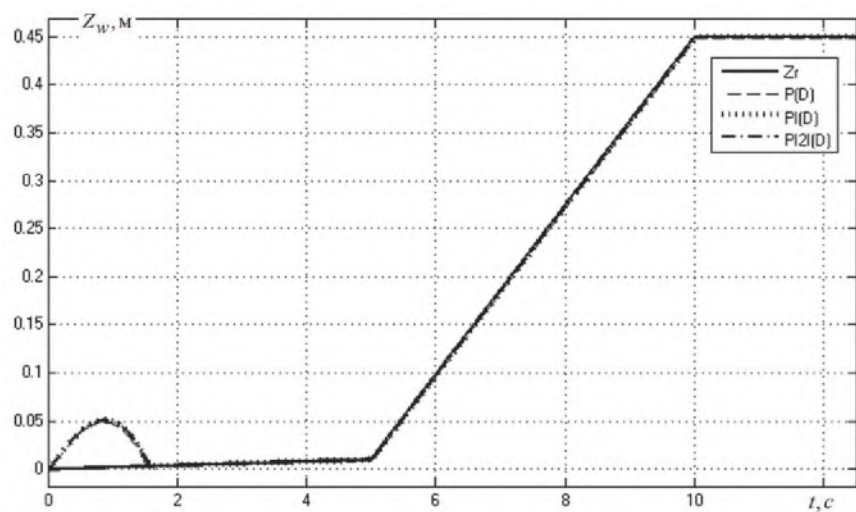


Рис. 8.79. Изменение проекции схвата по оси X_w

Рис. 8.80. Изменение проекции схвата по оси Y_w Рис. 8.81. Изменение проекции схвата по оси Z_w

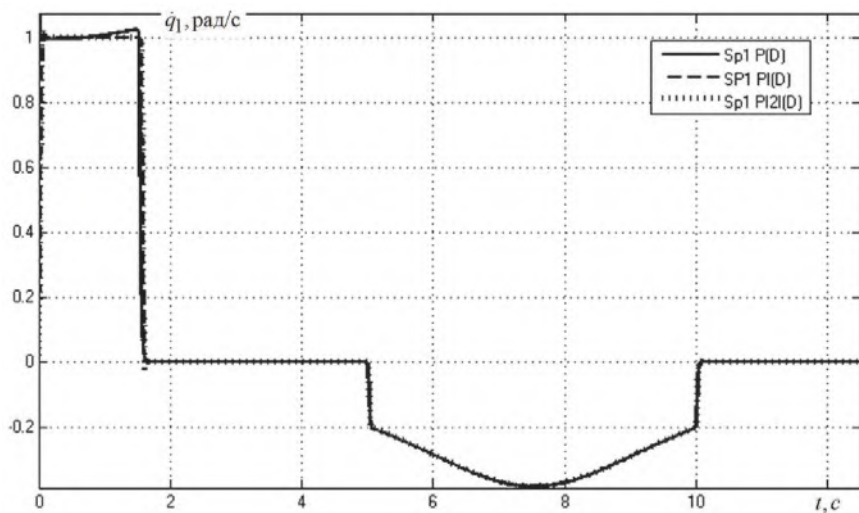


Рис. 8.82. Изменение скорости первого звена

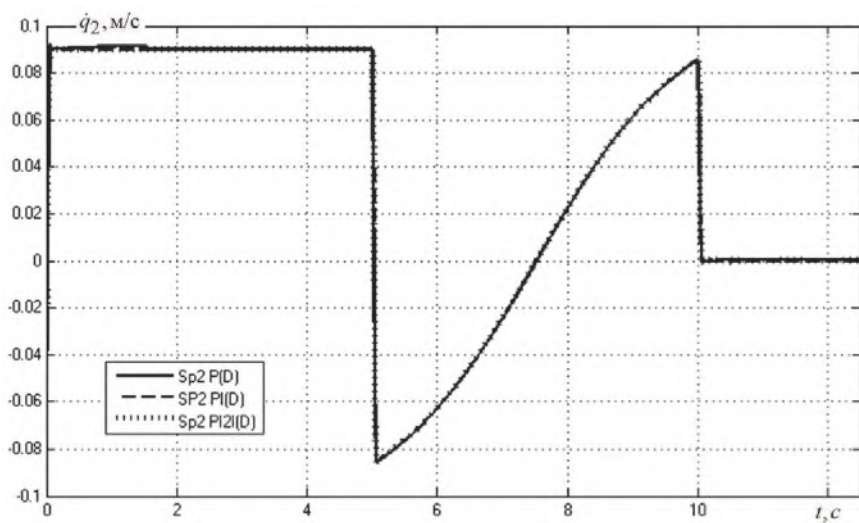


Рис. 8.83. Изменение скорости второго звена

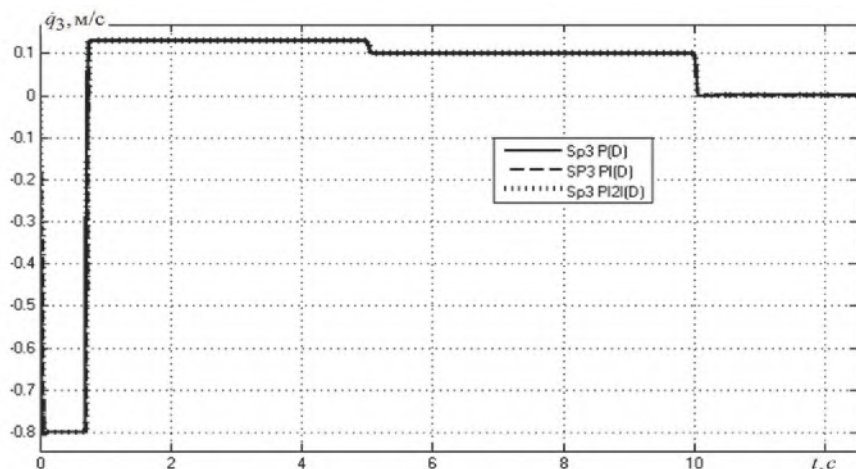


Рис. 8.84. Изменение скорости третьего звена

Интересно наблюдать, как меняются внешние нагрузки, действующие на звенья манипулятора при движении схвата по траектории. Как показано на рис. 8.85, 8.86, нагрузки, действующие на первое и второе звенья, при движении меняют величину и знак. При линейном движении схвата в глобальной системе координат нагрузки изменяются во времени по нелинейным законам, так как это вызвано центробежным и кориолисовым эффектами, проявляющимися во взаимодействии первого и второго звеньев.

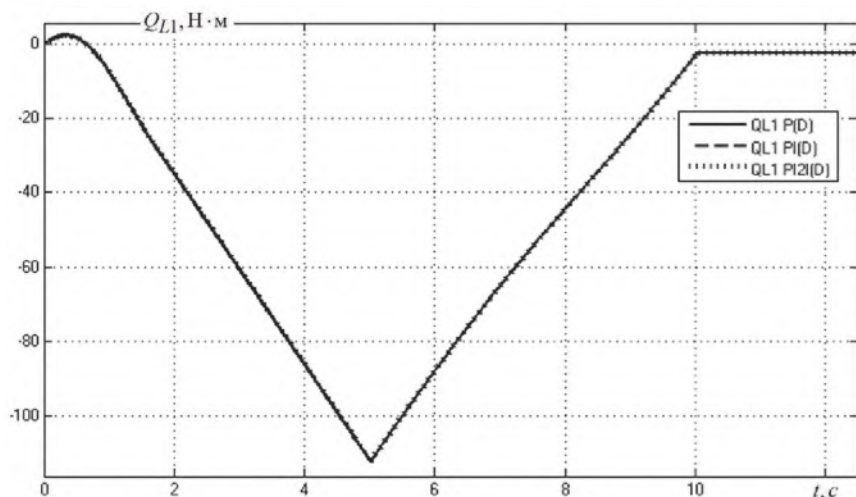


Рис. 8.85. Изменение нагрузки первого звена

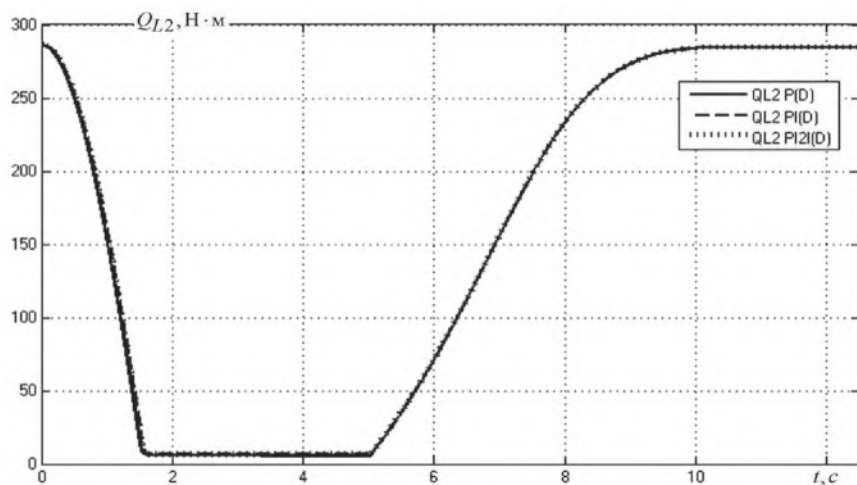


Рис. 8.86. Изменение нагрузки второго звена

Изменения приведенного момента инерции первого звена (рис. 8.87) отражает изменение конфигурации кинематической цепи манипулятора при движении схвата по заданной в пространстве рабочей зоны траектории.

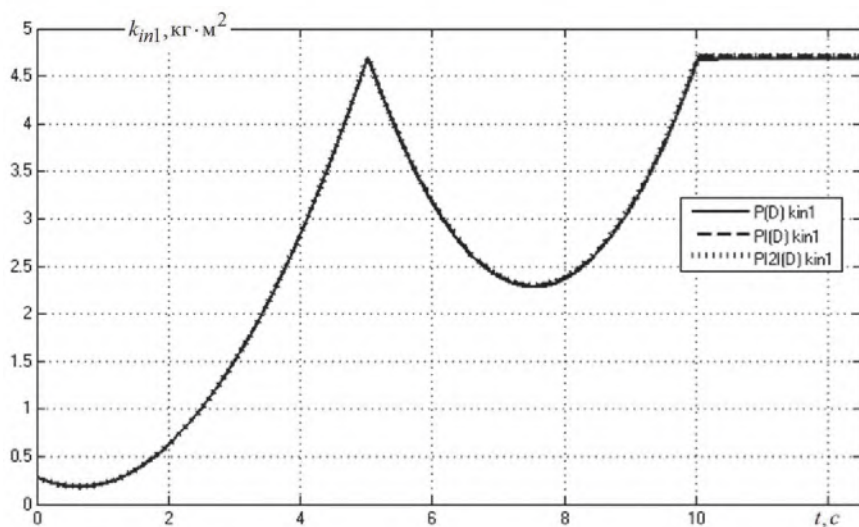


Рис. 8.87. Изменение приведенного момента инерции третьего звена

Здесь следует отметить отличную работу систем позиционирования с фиксированной настройкой на максимальные значения инерционных коэффициентов, что позволило обеспечить стабильность характеристик в условиях динамического изменения параметров, связанных с изменением конфигурации манипулятора.

Для детального анализа процессов позиционирования схвата в различных областях рабочей зоны сформирована модель манипулятора с тремя вариантами систем позиционирования звеньев на основе регуляторов положения П(Д), ПИ(Д) и ПИ2И(Д), показанная на рис. 8.88.

Здесь задание формируется в виде ступенчатой траектории движения схвата, которая проходит вдоль контрольной траектории «AB», количество «ступеней» выберем из соображения о том, чтобы наблюдать завершение процесса позиционирования на каждой ступени траектории позиционирования схвата манипулятора.

Модуль формирования ступенчатой траектории – блок «*Step Line*» на основе стандартного элемента *Simulink* «*Signal Builder*», который позволяет формировать на выходе многомерные траектории.

Проекция задания в блоке «*Step Line*» движения схвата в глобальной системе координат по ступенчатой траектории показаны на рис. 8.89 в окне стандартного элемента «*Signal Builder*».

Программа расчета проекций траектории движения схвата в глобальной системе координат с 20 степенями, реализованная в программном комплексе *MathCAD*, приведена на рис. 8.90.

На интервале времени с начала моделирования до момента времени 1 с в траекторию для обеспечения выхода модели из «спящего» режима введена «ровная» площадка.

Для анализа и детального рассмотрения выбрана «ступенька» в середине траектории позиционирования в момент времени 3,25 с. Здесь все звенья одновременно осуществляют позиционирование, происходит силовое взаимодействие звеньев и параметрические изменения.

Процесс позиционирования схвата в проекциях на оси глобальной системы координат показан на рис. 8.91 – 8.93.

Изменения проекций при позиционировании схвата в целом соответствуют настройкам регуляторов положения на динамику Бесселя по быстродействию и монотонности.

Изменение проекций по осям Y_w и Z_w различных систем иллюстрирует различия в астатизме, система с П(Д)-регулятором положения имеет статическую ошибку при позиционировании.

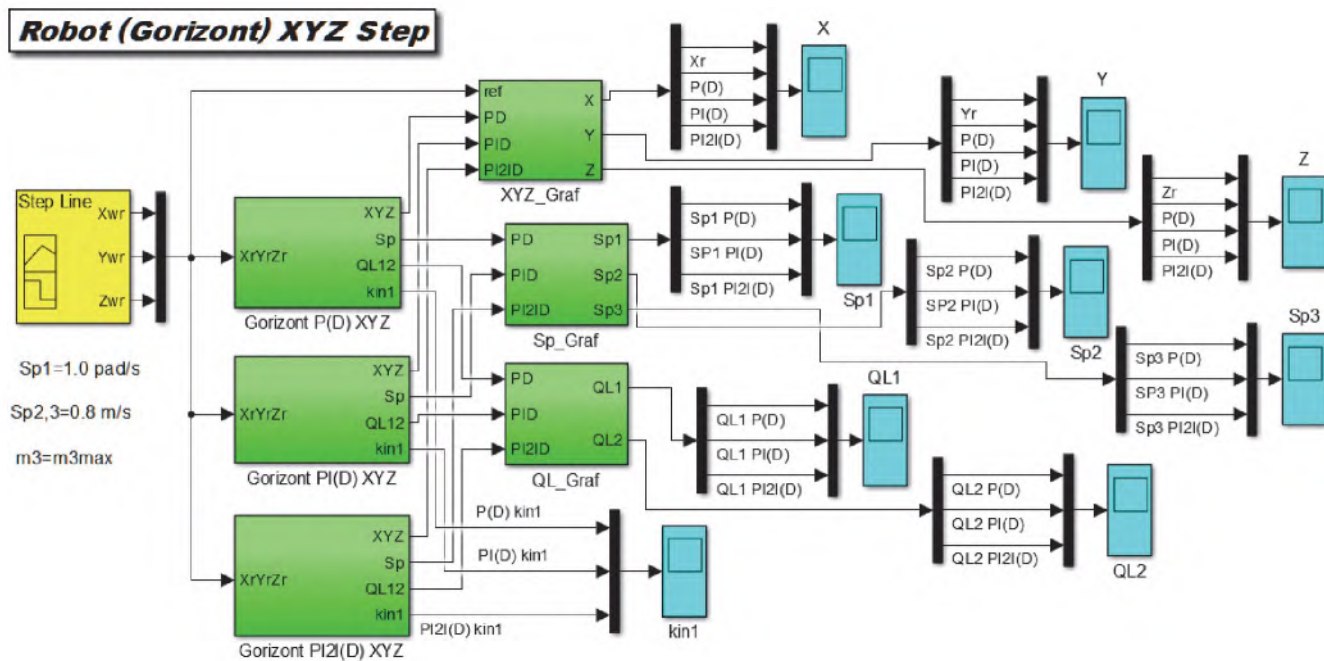


Рис. 8.88. Модель манипулятора для исследования движения схвата по ступенчатой траектории

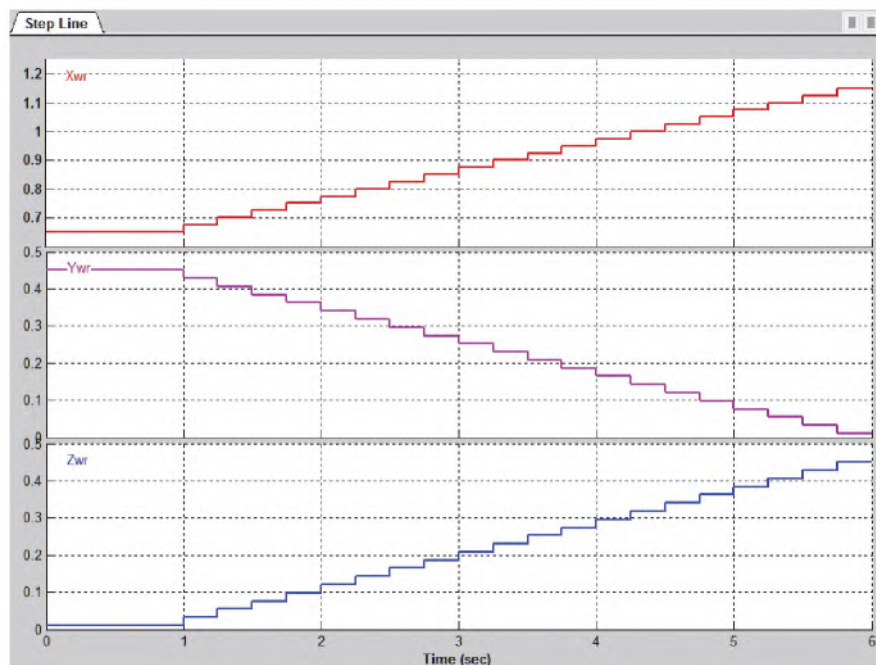


Рис. 8.89. Формирование ступенчатой траектории движения схвата

Изменения скоростей звеньев показаны на рис. 8.94 – 8.96. Здесь видно, что только первое звено совершает позиционирование с ограничением скорости (рис. 8.94). В системе позиционирования с П(Д)-регуляторами положения отклонение уровня ограничения от заданного в меньшую сторону объясняется статизмом системы и действием сил тяжести на движение звена.

Изменения обобщенных сил, действующих на первое и второе звенья, показаны на рис. 8.97, 8.98. Хорошо видно взаимное влияние этих звеньев друг на друга, обусловленное центробежным и кориолисовым эффектами.

На рис. 8.99 показано изменение момента инерции первого звена при позиционировании. Отличается от остальных график изменения инерционности первого звена у системы с регуляторами П(Д), что объясняется статизмом системы и тем, что приведенный момент инерции первого звена существенно зависит от перемещения второго звена, на которое, в свою очередь, действуют сила тяжести и угол поворота первого звена.

$$l1 := 0.65 \quad N := 20 \quad t := 0 \dots N$$

$$xA := 0.65 \quad yA := 0.45 \quad zA := 0.01$$

$$xB := 1.15 \quad yB := 0.01 \quad zB := 0.45$$

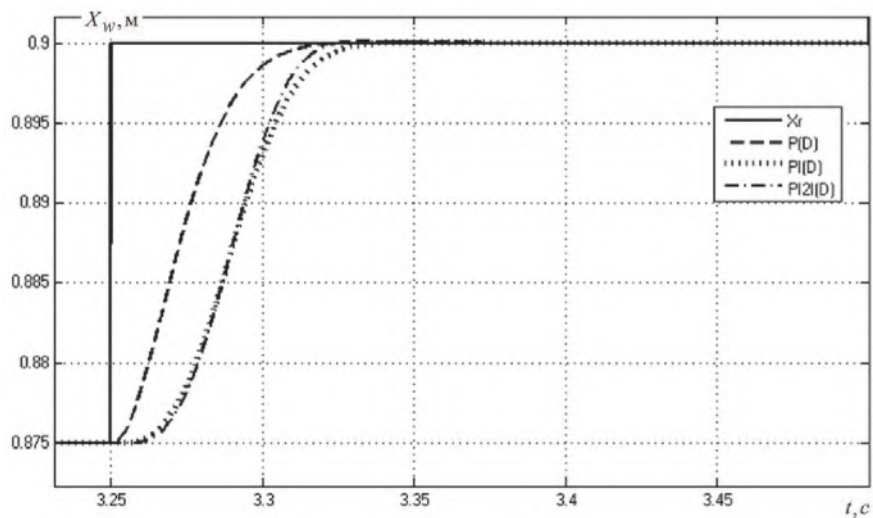
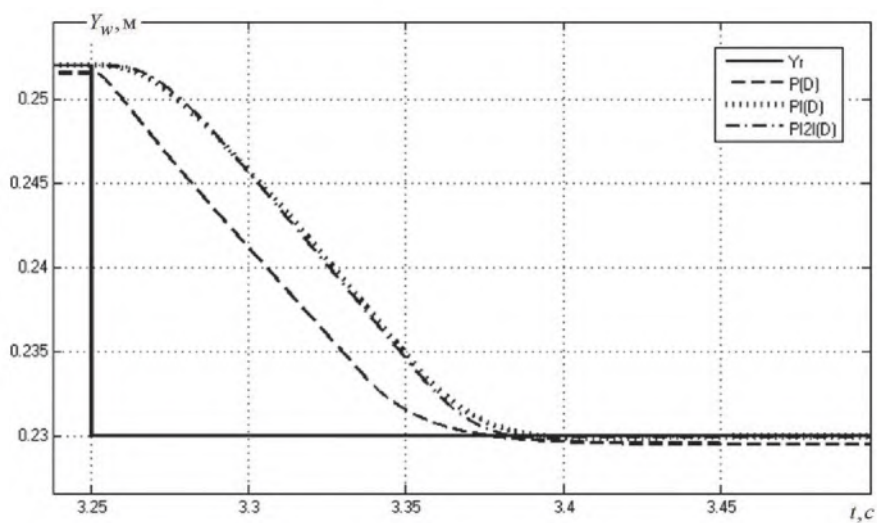
+

$$x_t := xA + \frac{t}{N} \cdot (xB - xA) \quad y_t := yA + \frac{t}{N} \cdot (yB - yA) \quad z_t := zA + \frac{t}{N} \cdot (zB - zA)$$

$$q1_t := \operatorname{atan}\left(\frac{y_t}{z_t}\right) \quad q2_t := \sqrt{(z_t)^2 + (y_t)^2} \quad q3_t := x_t - l1$$

x =		0	y =		0	z =		0
	0	0.65		0	0.45		0	0.01
	1	0.675		1	0.428		1	0.032
	2	0.7		2	0.406		2	0.054
	3	0.725		3	0.384		3	0.076
	4	0.75		4	0.362		4	0.098
	5	0.775		5	0.34		5	0.12
	6	0.8		6	0.318		6	0.142
	7	0.825		7	0.296		7	0.164
	8	0.85		8	0.274		8	0.186
	9	0.875		9	0.252		9	0.208
	10	0.9		10	0.23		10	0.23
	11	0.925		11	0.208		11	0.252
	12	0.95		12	0.186		12	0.274
	13	0.975		13	0.164		13	0.296
	14	1		14	0.142		14	0.318
	15	1.025		15	0.12		15	0.34
	16	1.05		16	0.098		16	0.362
	17	1.075		17	0.076		17	0.384
	18	1.1		18	0.054		18	0.406
	19	1.125		19	0.032		19	0.428
	20	1.15		20	0.01		20	0.45

Рис. 8.90. Программа расчета в *MathCAD* ступенчатой траектории движения

Рис. 8.91. Изменение проекции движения схвата по оси X_w Рис. 8.92. Изменение проекции движения схвата по оси Y_w

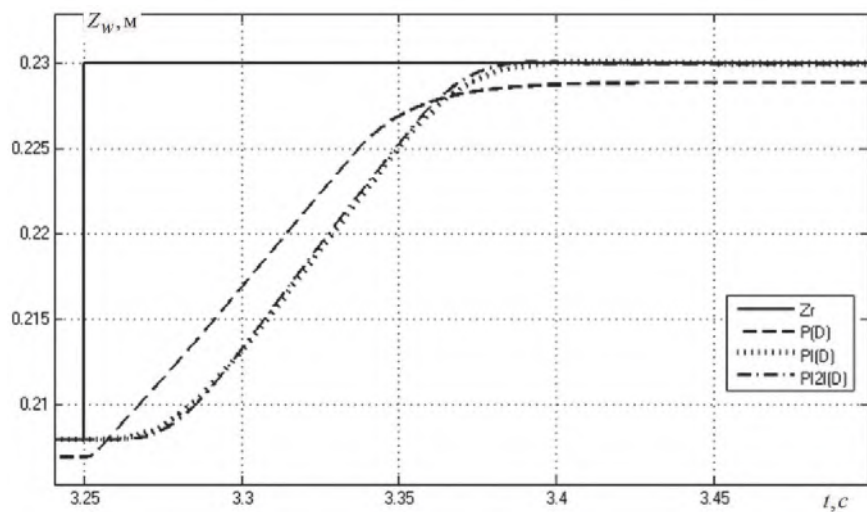
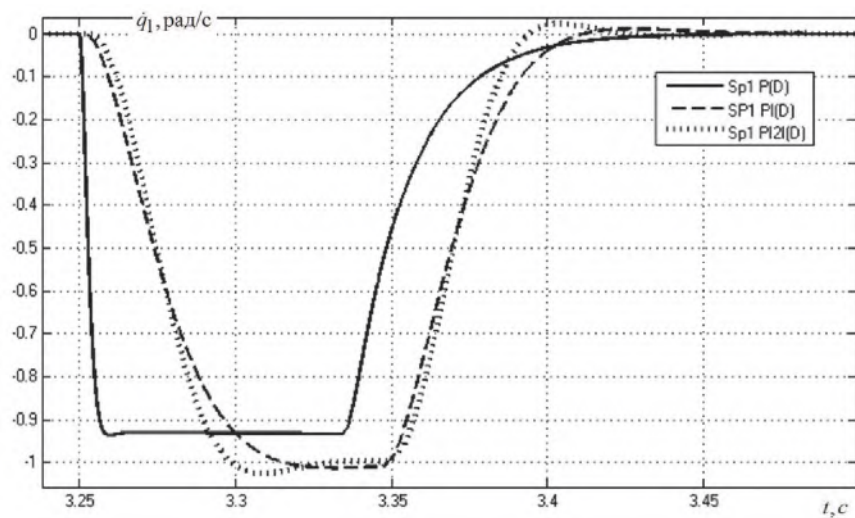
Рис. 8.93. Изменение проекции движения схвата по оси Z_w 

Рис. 8.94. Изменение скорости движения первого звена

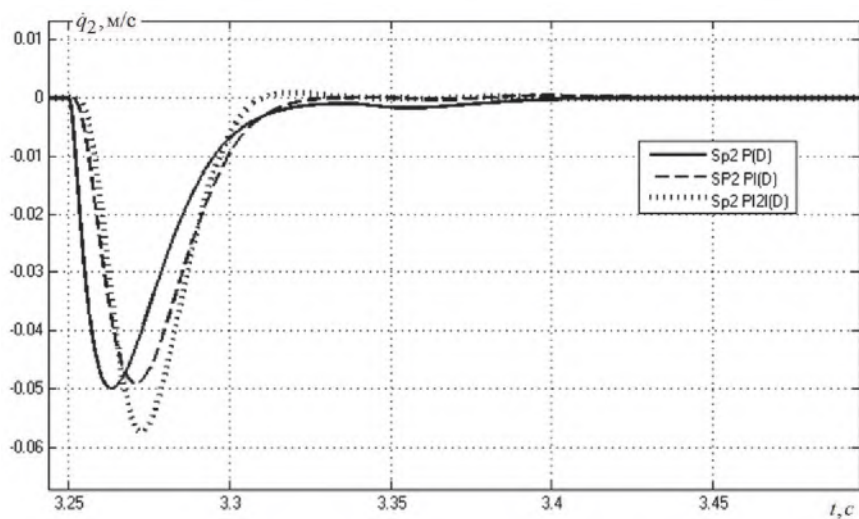


Рис. 8.95. Изменение скорости движения второго звена

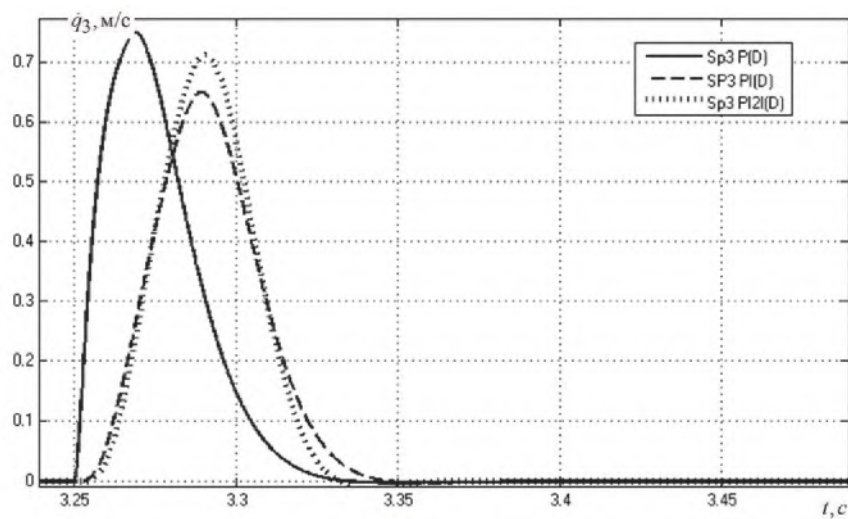


Рис. 8.96. Изменение скорости движения третьего звена

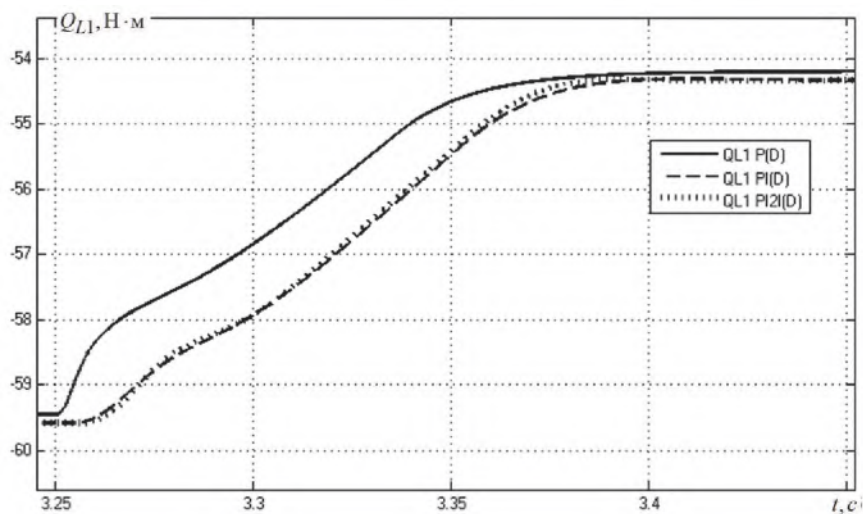


Рис. 8.97. Изменение нагрузки первого звена

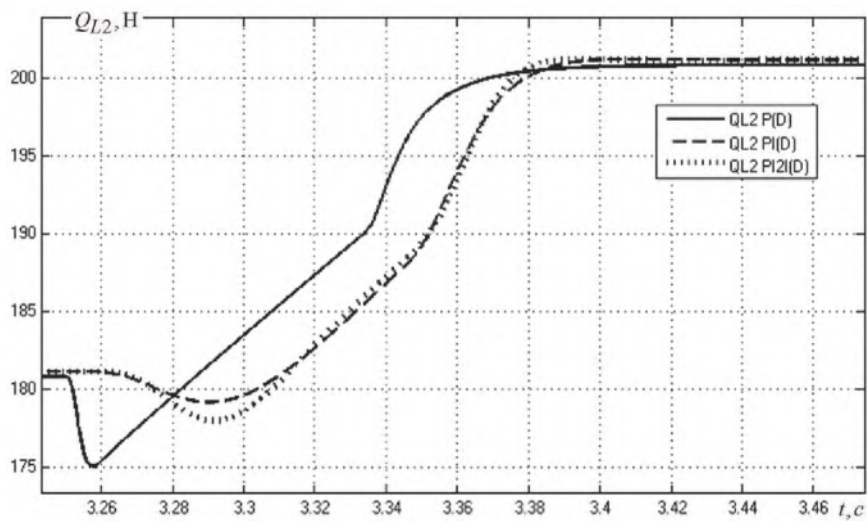


Рис. 8.98. Изменение нагрузки второго звена

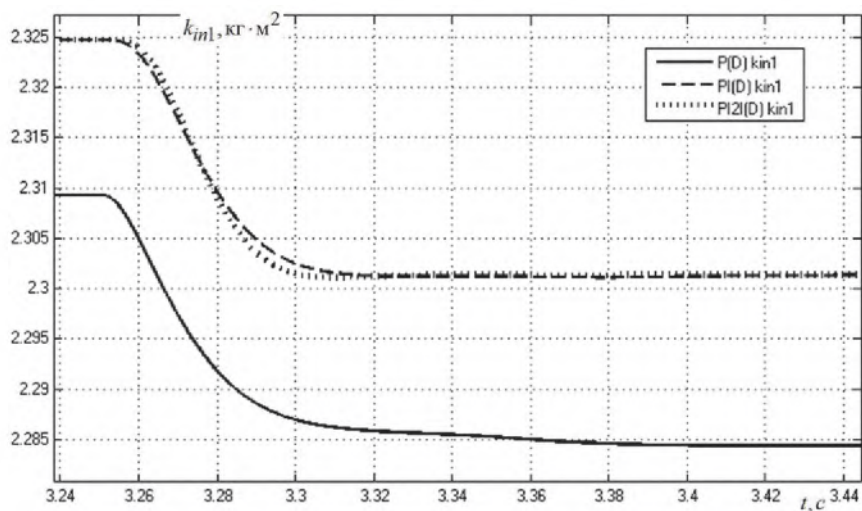


Рис. 8.99. Изменение приведенного момента инерции первого звена

Полученные при моделировании результаты позволяют считать эффективным принятое решение по обеспечению автономности движения звеньев манипулятора в рамках использования систем позиционирования с регуляторами положения на основе модифицированных ПИД-регуляторов с разной степенью астатизма. Доказательством этого являются приемлемые статические и динамические характеристики в условиях действия характерных для движения манипулятора при позиционировании физических эффектов (центробежные силы, кориолисовы моменты и гравитационные компоненты).

Но проведенные ранее эксперименты с моделями манипулятора с горизонтальными цилиндрическими координатами выполнены для параметров манипулятора, соответствующих максимальной грузоподъемности манипулятора, то есть для случая, когда в схвате манипулятора находится объект максимального веса. Определенный интерес представляет испытание разработанных систем и для другой предельной ситуации, когда груз в схвате отсутствует. Сравнивая процессы позиционирования схвата с максимальным грузом и без груза, оценим стабильность динамических характеристик. В связи с этим были сформированы модели сравнения движения с максимальным грузом и без груза для каждой системы управления отдельно. На рис. 8.100 в качестве примера показана одна из моделей для исследования системы позиционирования с П(Д)-регуляторами.

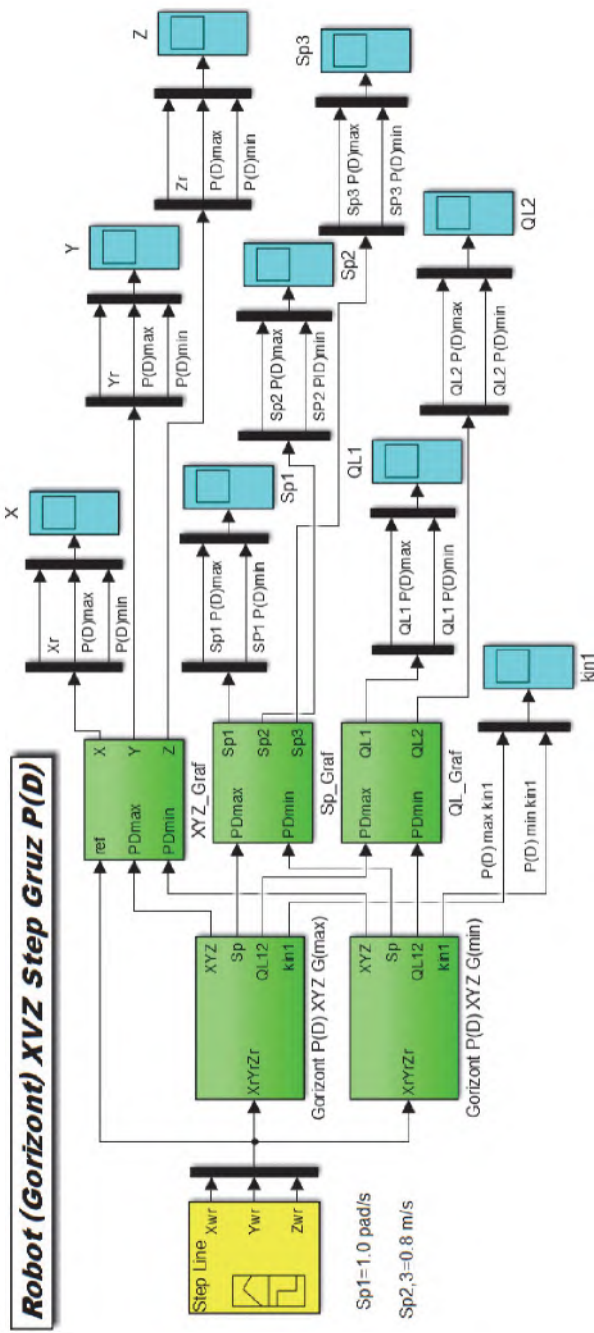


Рис. 8.100. Модель исследования движения с грузом или без груза

Здесь так же, как и в предыдущем случае, схват движется по ступенчатой траектории (см. рис. 8.89).

Во всех трех системах выбрана одинаковая «ступень» траектории, для детального рассмотрения выбрана проекция центра схвата на ось Y глобальной системы координат, так как в этом случае проявляется не только «параметрическое» воздействие на процесс позиционирования, но и непосредственно изменение веса самого схвата и всего третьего звена манипулятора.

На рис. 8.101 – 8.103 показаны процессы позиционирования схвата по оси Y глобальной системы координат для систем с тремя типами регуляторов положения: П(Д), ПИ(Д) и ПИ2И(Д).

Все системы демонстрируют высокую стабильность характеристик с особенностями, присущими для систем с определенным астатизмом.

Статическая система с П(Д)-регулятором демонстрирует естественное изменение статической ошибки (рис. 8.100).

Астатические системы с ПИ(Д)- и ПИ2И(Д)-регуляторами положения (рис. 8.102, 8.103) показывают точную реализацию настройки на динамику Бесселя с соответствующим перерегулированием.

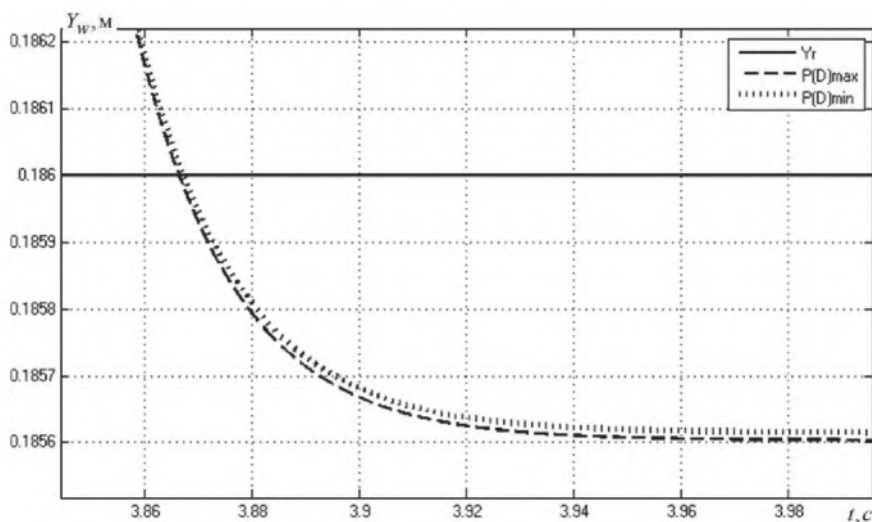


Рис. 8.101. Изменение динамики системы с П(Д)-регулятором при изменении груза

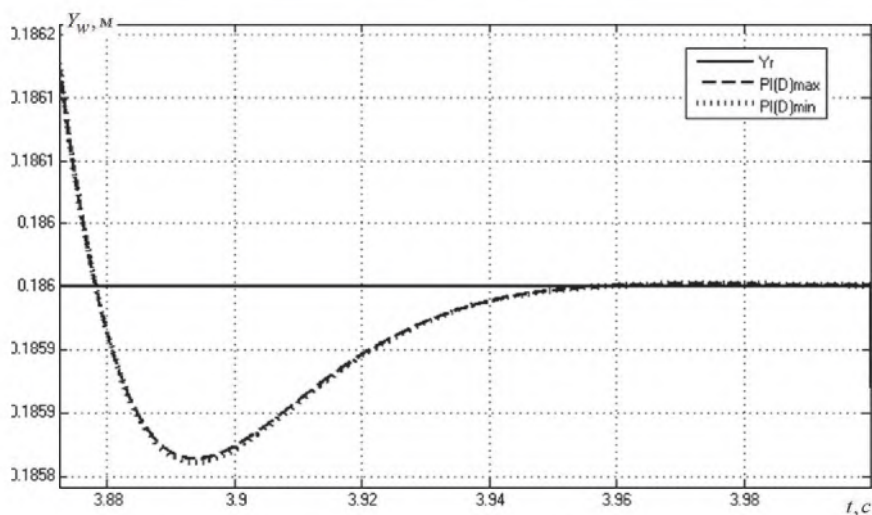


Рис. 8.102. Изменение динамики системы с ПИ(Д)-регулятором при изменении груза

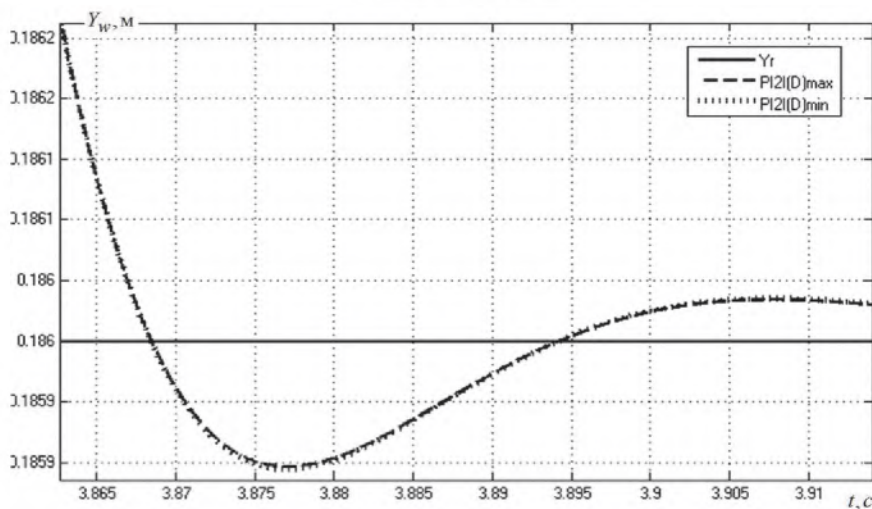


Рис. 8.103. Изменение динамики системы с ПИ2И(Д)-регулятором при изменении груза

На рис. 8.104 показана модель для оценки полосы пропускания у систем позиционирования звеньев манипулятора с регуляторами положения: П(Д), ПИ(Д) и ПИ2И(Д).

Произведем оценку полосы пропускания по модели (рис. 8.104), сформировав задание для одного из звеньев в виде гармоники малой амплитуды с частотой полосы пропускания. Это обусловлено тем, что стандартное средство получения ЛАЧХ и ЛФЧХ в *Linear Analysis*, входящее в *Simulink (Matlab)*, отказывается выполнять линеаризацию модели системы управления манипулятором.

Выбор звена для эксперимента произведен исходя из следующих соображений. Третье звено совершает независимое движение, в этом случае исследований, проведенных в гл. 7, оказывается достаточно. Из первых двух звеньев выбираем первое, так как кроме нелинейного силового взаимодействия со вторым звеном оно подвержено и параметрическим флуктуациям.

Положением манипулятора для эксперимента является конфигурация кинематической схемы, показанная на рис. 8.105. В процессе подготовки эксперимента поворачиваем первое звено на 180° , а второе звено выдвигаем на максимальное для него перемещение. Тем самым создаем для первого звена наименее привилегированные условия при проверке его динамических показателей при работе в составе механики манипулятора. На второй секунде эксперимента добавляем в сигнал задания гармонику:

$$q_{1r}(t) = \begin{cases} \pi, & 0 < t < 2; \\ \pi + 0,01 \sin(\omega_{\text{пп}} t), & t \geq 2. \end{cases} \quad (8.2)$$

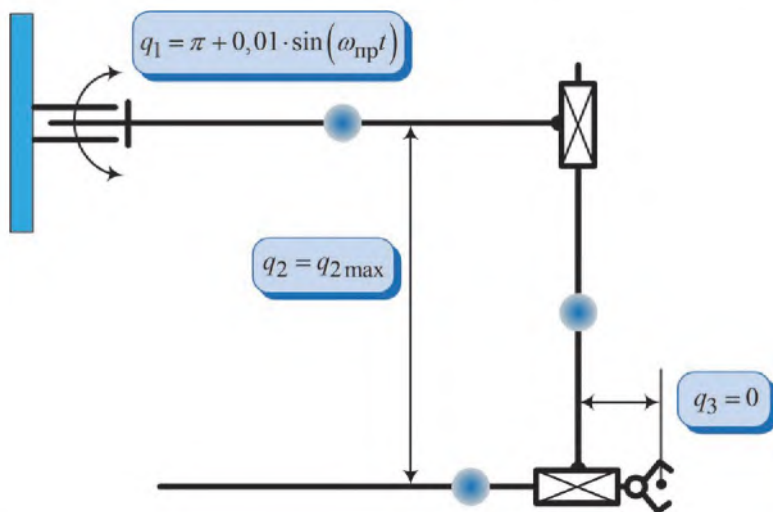


Рис. 8.105. Положение манипулятора при проверке полосы пропускания

Учитываем, что в начале моделирования манипулятор находится в исходном положении, а первому и второму звеньям необходимо время для перемещения в заданное положение. Для второго звена этот процесс показан на рис. 8.106.

Установившиеся сигналы положения первого звена для всех трех систем наряду с входным сигналом задания положения показаны на рис. 8.107. На рис. 8.108, 8.109 представлены силовые и параметрические воздействия на первое звено во всех системах позиционирования, имеющие вид нелинейных колебаний.

Осуществим анализ соотношения амплитуд сигналов и определим фазовые сдвиги (рис. 8.106) для каждой системы:

- значение ЛАЧХ на границе заданной полосы пропускания – $L_{q1}(\omega_{\text{пр}})$;
- значение ЛФЧХ на границе заданной полосы пропускания – $\varphi_{q1}(\omega_{\text{пр}})$.

Результаты сведены в табл. 8.2 и подтверждают достижение системой позиционирования заданной полосы пропускания, так как для всех систем значения ЛАЧХ меньше -3 дБ, а значения ЛФЧХ меньше -90° .

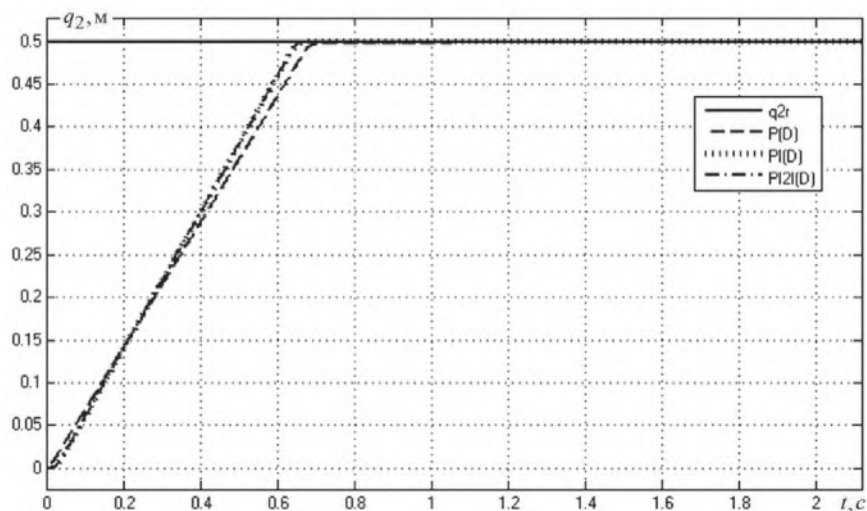


Рис. 8.106. Перемещение второго звена в заданное положение

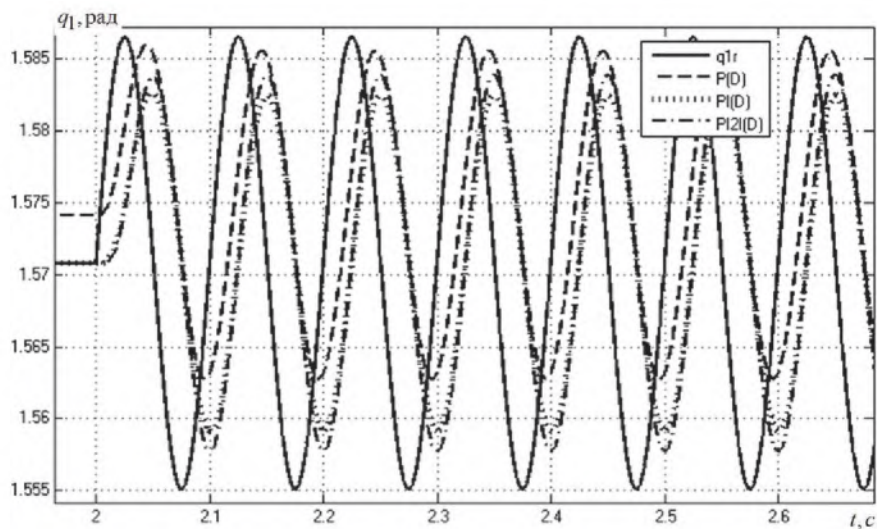


Рис. 8.107. Изменение положения первого звена

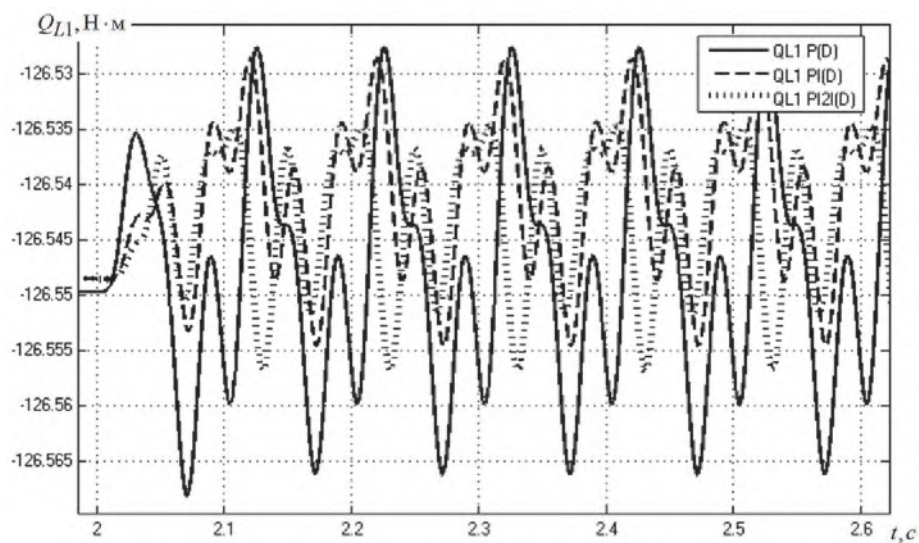


Рис. 8.108. Изменение нагрузки первого звена

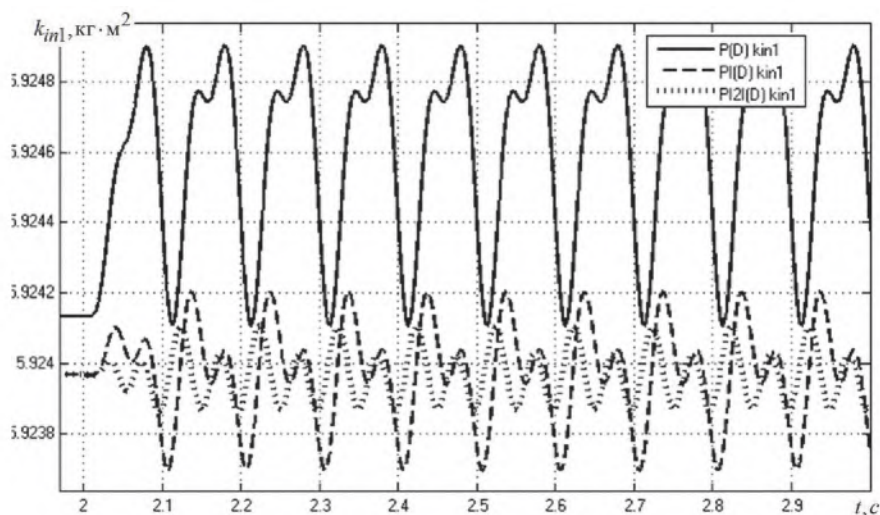


Рис. 8.109. Изменение приведенного момента инерции первого звена

Таблица 8.2

Параметры ЛАЧХ и ЛФЧХ для проверки полосы пропускания

Параметры	Системы позиционирования с регуляторами		
	П(Д)	ПИ(Д)	ПИ2И(Д)
$L_{q1}(\omega_{пр})$, дБ	– 3,098	– 2,499	– 1,804
$\varphi_{q1}(\omega_{пр})$, рад	– 0,942	– 1,565	– 1,577



ВОПРОСЫ И ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Сформулируйте цель проверки системы позиционирования звеньев с динамической моделью манипулятора и эквивалентами контуров момента приводов шарниров. Какие характеристики могут быть получены с помощью имитационного моделирования?
2. Из каких соображений выбирается контрольная траектория движения схвата манипулятора в пространстве рабочей зоны? Каким образом формируется траектория движения схвата при использовании режима

позиционирования в условиях ограничения (задания) скорости движения звеньев?

3. Из каких соображений выбираются метод численного интегрирования и его параметры (шаг, погрешность и пр.) при выполнении имитационного моделирования с использованием системы моделирования динамических систем *Simulink* программного комплекса *Matlab*?
4. С какой целью используется представление компонентов системы управления позиционированием в виде *subsystem* с маскированием параметров этих элементов?
5. С какой целью используют при моделировании манипулятора с системой управления движением средства мультиплексирования (*mux*) и демультиплексирования (*demux*) сигналов в *Simulink*?
6. В чем особенность начального этапа процесса моделирования, когда схват манипулятора начинает «движение» от начальной точки к конечной? Как избежать искажения реальных процессов в этой ситуации?
7. Каковы особенности процедуры проверки на модели манипулятора достижения заданной полосы пропускания? Как выбираются исходная конфигурация манипулятора и положение схвата в этом эксперименте?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Содержание и компоновка разделов учебного пособия определялись необходимостью обеспечить последовательность изложения и доступность материала для понимания студентов. Все разделы включают в себя достаточное количество вопросов и заданий для самоконтроля, что должно способствовать формированию навыков решения как типовых, так и творческих задач, в том числе и с привлечением компьютерной техники.

Введение в робототехнику знакомит с кругом задач, основными объектами и терминологией промышленной робототехники, сопровождается подробной классификацией промышленных роботов, кратким историческим очерком развития промышленных роботов, описанием технико-экономических особенностей, которые следует принимать во внимание при внедрении объектов робототехники в промышленности.

Кинематический анализ манипуляторов построен на использовании метода однородных координат, который, по мнению авторов, наиболее подходит для подготовки студентов бакалавриата и магистратуры по профилю «Электропривод и автоматика», так как матрицы координатных преобразований имеют блочный и функциональный характер. Особенность кинематического анализа состоит в тесной увязке его с задачами управления движением исполнительных органов манипуляторов и обилием детально разобранных примеров.

Динамика манипулятора как объекта управления базируется на использовании уравнения Лагранжа и метода однородных координат для получения математической модели манипулятора в виде системы дифференциальных уравнений движения звеньев.

Книга имеет необходимый методический материал для организации самостоятельной работы студентов и развития их творческих способностей. Этому в максимальной степени способствуют реализация математических моделей в структуры компьютерных моделей и материалы всесторонних исследований характеристик полученных систем управления. Поэтому учебное пособие можно рекомендовать для использования при очной, заочной и дистанционной форме обучения, а также в послевузовском образовании и повышении квалификации педагогов.

Авторы надеются получить отклики читателей, критические замечания специалистов и педагогов высшей школы, чтобы в дальнейшем использовать эту «обратную связь» в совершенствовании подготовки студентов и в последующих учебно-методических публикациях. Все пожелания и замечания по содержанию учебника авторы примут с благодарностью и просят направлять их по адресу *e-mail: zerg.lebedev@mail.ru*.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Анхимюк, В. Л.** Проектирование систем автоматического управления электроприводами / В. Л. Анхимюк, О. Ф. Опейко. – Минск: Вышэйш. шк., 1986. – 143 с.
2. **Булгаков, А. Г.** Промышленные роботы. Кинематика, динамика, контроль и управление / А. Г. Булгаков, В. А. Воробьев. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2007. – 488 с.
3. **Введение в мехатронику:** учеб. пособие. В 2-х кн. / А. К. Тугенгольд [и др].; под ред. А. К. Тугенгольда. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2004.
4. **ГОСТ 27803-91.** Электроприводы регулируемые для металлообрабатывающего оборудования и промышленных роботов. Технические требования. – 1992-01-01. – М.: Издательство стандартов, 1991.
5. **Денисенко, В. А.** ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации // Современные технологии автоматизации. 2006.–№4. – С.66–74.
6. **Дьяконов, В. П.** Компьютерная математика. Теория и практика / В. П. Дьяконов. – М.: Нолидж, 2001. – 1296 с.
7. **Ишматов, З. Ш.** Микропроцессорное управление электроприводами и технологическими объектами. Полиномиальные методы: монография / З.Ш. Ишматов. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2008. – 278 с.
8. **Колганов, А. Р.** Электромеханотронные системы. Современные методы управления, реализации и применения: учебное пособие / А. Р. Колганов, Н. Е. Гнездов, С. К. Лебедев. – Москва ; Вологда: Инфра-Инженерия, 2019. – 256 с.
9. **Колганов, А. Р.** Математические основы теории автоматического управления: учебник / А. Р. Колганов, С. К. Лебедев, А. В. Ханаев; ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина». – Иваново, 2010. – 340 с.
10. **Колганов, А. Р.** Структурные модели элементов и систем автоматизированного электропривода: учеб. пособие / А. Р. Колганов; ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2017. – 116 с.
11. **Колганов, А. Р.** Элементы современной теории автоматического управления: учеб. пособие / А. Р. Колганов, С. К. Лебедев; ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2016. – 124 с.
12. **Колганов, А. Р.** Применение динамики Бесселя для статических и астатических систем позиционирования/А. Р. Колганов, С. К. Лебедев, Н. Е. Гнездов// Энергетические и электротехнические системы: междунар. сб. науч. тр. – Вып. 2 / под ред. С. И. Лукьянова, Н. В. Швидченко. –Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г. Н. Носова, 2015. –С.256-268.
13. **Лебедев, С. К.** Электромеханические системы позиционирования: Расчет кинематики и динамики манипуляторов промышленных роботов / С. К. Лебедев. – Иван. гос. энерг. ун-т. – Иваново, 2003. –120 с.

14. **Лебедев, С. К.** Электроприводы и системы управления роботами и манипуляторами / С. К. Лебедев, А. Н. Ширяев; ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина». – Иваново, 2008. – 104 с.
15. **Лебедев, С. К.** Системы позиционирования с регуляторами положения и наблюдателями нагрузки: монография / С. К. Лебедев, А. Р. Колганов, Н. Е. Гнездов. – Москва ; Вологда: Инфра-Инженерия, 2020. – 308 с.
16. **Лустенберг, Г. Е.** Активные фильтры: метод. указания к курсовому проекту / Г.Е. Лустенберг. – Иркутск: Иркут. гос. техн. ун-т, 2000. – 72 с.
17. **Мехатроника** / Исии Х. [и др.]: пер с япон. – М.: Мир, 1988. –318 с.
18. **Мошиц, Г.** Проектирование активных фильтров / Г. Мошиц, П. Хорн. – М.: Мир, 1984. – 320 с.
19. **Накано, Э.** Введение в робототехнику / Э. Накано. – М.: Мир, 1989. –334 с.
20. **Ноф, Ш.** Справочник по промышленной робототехнике / Ш. Ноф. – М.: Машиностроение, 1989.
21. **Остриров, В. Н.** Механика электроприводов промышленных роботов: учеб. пособие / В. Н. Остриров, Ю. М. Сафонов, Н. К. Маслова. – М.: МЭИ, 1989. — 68 с.
22. **Шахинпур, М.** Курс робототехники / М. Шахинпур. – М.: Мир, 1990. – 527 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1	
Основы промышленной робототехники	7
1.1. Развитие робототехники.....	7
1.2. Оценка эффективности применения промышленных роботов	9
1.3. Основные классификации промышленных роботов	11
Вопросы и задания для самоконтроля	26
Глава 2	
Метод однородных координат в кинематике и динамике манипуляторов	28
2.1. Прямая и обратная задачи кинематики.....	28
2.2. Динамика манипулятора	40
Вопросы и задания для самоконтроля	53
Глава 3	
Функциональная структура электромехатронной системы манипулятора.....	56
Вопросы и задания для самоконтроля	64
Глава 4	
Кинематический анализ манипуляторов	66
4.1. Кинематический анализ манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат	66
4.2. Кинематический анализ манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат	87
Вопросы и задания для самоконтроля	109
Глава 5	
Динамический анализ манипуляторов.....	111
5.1. Динамический анализ манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат.....	111
5.2. Динамический анализ манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат	128
Вопросы и задания для самоконтроля	144
Глава 6	
Использование регуляторов положения в электромехатронных модулях позиционирования манипуляторов.....	146

6.1. Статические системы позиционирования	150
6.2. Системы позиционирования с астатизмом первого порядка	158
6.3. Системы позиционирования с астатизмом второго порядка	163
6.4. Выбор стандартного распределения корней для систем позиционирования.....	169
6.5. Рекомендации по применению регуляторов положения в системах позиционирования	205
Вопросы и задания для самоконтроля	207
Глава 7	
Исследование электромехатронных модулей позиционирования звеньев манипулятора	210
7.1. Исследование временных характеристик	219
7.2. Исследование частотных характеристик	241
7.3. Ограничение скорости движения звеньев	247
7.4. Исследование реакции систем при вариации параметров звена манипулятора	254
Вопросы и задания для самоконтроля	264
Глава 8	
Компьютерное моделирование и исследование движения схвата манипулятора по заданной траектории.....	266
8.1. Моделирования манипулятора с вертикальной цилиндрической системой координат	266
8.2. Моделирования манипулятора с горизонтальной цилиндрической системой координат	304
Вопросы и задания для самоконтроля	342
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	344
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	345