



Sh.K.Murodov, A.A. Xolmurzayev, A'.N. Valiyev

CHIZMA GEOMETRIYA KURSI

22.151
U86

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

NIZOMIY NOMIDAGI TOSHKENT DAVLAT
PEDAGOGIKA UNIVERSITETI

FARG'ONA POLITEKNIKA INSTITUTI

Shmidt Karimovich Murodov,
Abdirasul Abdulaxatovich Xolmurzayev,
A'zamjon Nabijonovich Valiyev

CHIZMA GEOMETRIYA KURSI

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi
oliy o'quv yurtlari uchun darslik sifatida tavsiya etgan

Professor Sh.Murodovning umumiy tahriri ostida



UO'K: 22.151.3

KBK: 38ya73

Sh.K.Murodov, A.A.Xolmurzayev, A'.N.Valiyev

Chizma geometriya kursi [Matn]: darslik. – Toshkent: «HISTORY AND PAGE», 2022. – 540 b.

Mazkur darslik O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan 5110800 – "Tasviriy san'at va muhandislik grafikasi" bakalavriat yo'nalishi ixtisosligi uchun tasdiqlangan "Chizma geometriya" dasturiga muvofiq yozilgan. Darslikda chizma geometriya fanining "Ortogonal proyeksiya", "Perspektiva" va "Topografik chizmachilik" bo'limlari batafsil yoritilgan. Unda chizmachilikka oid boblarning uzviy bog'liqligi va ajralmasligini hisobga olingan hamda metodik jihatdan to'g'ri tuzilgan.

Texnika oliy o'quv yurtlarida "Chizma geometriya va muhandislik grafikasi" fani o'qitilishini hisobga olsak, mazkur darslik barcha texnika oliy yurtlarining talabalari uchun asosiy o'quv adabiyoti sifatida xizmat qiladi. Bundan tashqari texnika yo'nalishidagi kasb-hunar kollejlarning o'qituvchi va o'quvchilari ham foydalanishi mumkin.

Taqrizchilar:

E.I.Ro'ziyev – Urgench davlat universiteti professori, p.f.n.

J.A.Usmonov – Farg'ona politexnika instituti dotsenti, t.f.n.

ISBN 978-9943-8560-4-2

© Sh.K.Murodov, A.A.Xolmurzayev, A'.N.Valiyev, 2022.
© «HISTORY AND PAGE» nashriyoti, 2022.

Mustaqil mamlakatimizda ta'limga davlat ahamiyati darajasida juda katta e'tibor berilmoqda. Uning isbotini O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 7- fevraldagi "O'zbekiston Respublikasini yanada rivojlantirish bo'yicha Harakatlar strategiyasi to'g'risida"gi Dastur (PF-4947), 2019- yil 27- avgustdagi "Oliy ta'lim muassasalari rahbar va pedagog kadrlarining uzluksiz malakasini oshirish tizimini joriy etish to'g'risida"gi Farmoni (PF-5789), 2019- yil 8- oktabrdagi qabul qilgan «O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030- yilgacha rivojlantirish Konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risida"gi Farmoni (PF-5847)da ko'rishimiz mumkin. Oliy o'quv yurtlari oldida turgan asosiy vazifalardan biri ushbu dastur va farmonlarda belgilangan talablar asosida fanlar bo'yicha zamonaviy mukammal darsliklar yaratish va shu asosida talabalarga chuqur nazariy bilimlar berib, ularni puxta amaliy malakalarga ega bo'lgan mutaxassislar qilib tayyorlab yetishtirishdir.

Texnika taraqqiyoti jadal rivojlanib borayotgan bugungi kunda har bir inson kundalik turmushda foydalaniladigan texnika vositalari, uy-ro'zg'or buyumlarining chizmalarini o'qiy bilishi zamon talabi hisoblanmoqda. Zamonaviy texnikaga doir bilimlarni mukammal egallashning shartlaridan biri grafik savodxonlikni oshirish, ya'ni chizmalarni o'qish va bajarishni bilishdir. Shu boisdan chizmalar chizishning asosi bo'lgan – chizma geometriya fanini mukammal o'rganishni talab etadi.

Keyingi yillarda fundamental fanlarni, shu jumladan, chizma geometriya fanini o'qitishda va uning asoslarini texnika va qurilishda qo'llash bilan bog'liq bo'lgan ko'pgina masalalar darslikka kiritilgan. Endilikda shu o'zgartirishlarni hisobga olgan holda, pedagogika va texnika oliy o'quv yurtlarida o'qitilib kelinayotgan "Chizma geometriya" fanini ham ba'zi yangi materiallar bilan to'ldirish va grafik ishlarni kompyuterlashtirish bilan bog'liq bo'lgan darslik yaratish zaruriyati tug'ildi.

Kitobdagi barcha materiallar, jumladan, geometrik shakllarni proyeksiyalash va ularning o'zaro vaziyatlarini aniqlashga doir masalalar hozirgi zamon geometriyasi taraqqiyotini hisobga olgan holda bayon etilgan.

Inson faoliyatining turli sohalarida axborot va kompyuter texnologiyalarining keng qo'llanilayotganini hisobga olib, ba'zi paragraflarda chizmalar grafik usul bilan bir qatorda, analitik usulda ham berilgan. Bu kompyuterlar vositasida chizmalarni ba'zi elementlarini yoki butun bir chizmalarni bajarish imkoniyatini beradi.

Chizma geometriya fani matematikaning bir tarmog'i hisoblanib, u uch o'lchamli fazodagi obyektlarning tekislikdagi grafik modelini qurish asoslarini o'rganadi. Shu tufayli, chizmani fazodagi geometrik shaklning tekislikdagi grafik modeli deb qarash mumkin. Bu esa chizma geometriyani inson turmush tarsi, texnika taraqqiyoti va oliy ta'lim tizimidagi o'rnini aniqlaydi. Darslikda muhandislik amaliyotida ishlab chiqarish bilan bog'liq bo'lgan misollar keltirilgan.

Kursning asosiy qonun-qoidolari ta'riflar yoki teoremlar tarzida berilgan. Geometrik shakllar uchun darslikda qabul qilingan shartli belgilar va simvollar kitobning o'qilishini va tushunishni osonlashtiradi. Chizmalarning hosil bo'lish jarayoni va bajarish algoritmi fazoda va proyeksiyalarda bir xil tartibda berilgan.

Darslikda dastlab, chizma geometriya fanining mazmuni, proyeksiyalash usullari va xossalari, ortogonal proyeksiyalash bayon etilgan. Keyin geometrik shakllarning ortogonal proyeksiyalarini qurish, ular orasidagi pozitsion va metrik munosabatlarni klassik va xususiy usullarda aniqlash, aksonometrik proyeksiyalar, ortogonal proyeksiyalarda yorug'-soya nazariyalari va amaliyoti batafsil yoritilgan. So'ngra perspektiva bo'limida geometrik shakllarning perspektivasini qurish, obyektning perspektivasini qurish usullari, markaziy proyeksiyada geometrik sirt va obyektlarning shaxsiy va tushuvchi soylari perspektivasini qurish, berilgan perspektiv tasvir va rassomlarning realistik yo'nalishdagi asarlarni perspektiv tahlillari hamda rekonstruksiya qilishga oid materiallar amaliy misollar bilan keltirilgan. Bundan tashqari sonlar bilan belgilangan proyeksiyalarga oid materiallar yoritilgan.

Mazkur darslikni tayyorlashda «Chizma geometriya fanini keyingi yillarda erishilgan nazariy, amaliy va uslubiy yutuqlari, o'qitishning yangi pedagogik texnologiyalaridan, shuningdek, mualliflarning uzoq yillar shu sohadagi pedagogik tajribalaridan foydalanildi. Shuningdek, darslikdagi barcha chizmalar kompyuterda bajarildi.

Mualliflar

Qabul qilingan shartli belgilar

Belgilanishi	Nomlanishi
H, V, W	gorizontal, frontal, profil proyeksiyalar tekisliklari
$H_1, H_2, \dots$ $V_1, V_2, \dots$	gorizontal, frontal va profil proyeksiyalar tekisliklarining bir va ikki marta almashtirilgan vaziyatlari
$A, B, C, D, E, \dots$ va $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots$	fazodagi nuqtalar
$A', B', \dots$ $A'', B'', \dots$ $A''', B''', \dots$	fazodagi $A, B, \dots$ nuqtalarning gorizontal, frontal, profil proyeksiyalari
$A_P, B_P, C_P, \dots$	fazodagi $A, B, C, \dots$ nuqtalarning P tekislikdagi proyeksiyalari
$a, b, c, d, e, \dots$ k, l, m, n	fazodagi to'g'ri yoki egri chiziqlar
$a', b', n', \dots$ $a'', b'', n'', \dots$ $a''', b''', n''', \dots$	fazodagi $a, b, n, \dots$ to'g'ri yoki egri chiziqlarning gorizontal, frontal, profil proyeksiyalari
h	gorizontal to'g'ri chiziqlar
f	frontal to'g'ri chiziqlar
p	profil to'g'ri chiziqlar
$P, Q, T, G, \dots$	fazodagi umumiy vaziyatdagi tekisliklar
$H_1, H_2, H_3, \dots$	gorizontal tekisliklar
$V_1, V_2, V_3, \dots$	frontal tekisliklar
$W_1, W_2, W_3, \dots$	profil tekisliklar
$P_N, Q_N, P_V, Q_V,$ P_W, Q_W	fazodagi P va Q tekisliklarining gorizontal, frontal, profil izlari
$(ABC); alb; c/d$	geometrik elementlar bilan berilgan tekisliklar
$\Delta, \theta, \Sigma, \Omega, \dots$	grek alfavitining bosh harflari bilan fazodagi sirtlar
$\theta', \Delta', \dots$ $\theta'', \Delta'', \dots$ $\theta''', \Delta''', \dots$	fazodagi θ va Δ sirtlarning gorizontal, frontal, profil proyeksiyalari
$\alpha^\circ, \beta^\circ, \gamma^\circ, \delta^\circ, \dots$	grek alfavitining kichik harflari bilan burchaklar
$A_0, B_0, \dots l_0, 2_0, \dots$	sirtlarning yoyilmalaridagi nuqtalar

Qabul qilingan simvollar

Belgi- lanishi	Nomlanishi	Misol
$\in (\notin)$	tegishli (tegishli emas)	Masalan, $A \in \Phi$ ($A \notin \Phi$) – A nuqta Φ shaklga tegishli (tegishli emas) yoki Φ shakl A nuqta orqali o'tadi (o'tmaydi).
$\equiv (\not\equiv)$	ustma-ust tushgan (ustma-ust tushmagan).	Masalan, $A \equiv V - A$ va V nuqtalar ustma-ust tushadi ($\Phi_1 \not\equiv \Phi_2 - \Phi_1$ va Φ_2 shakllar ustma-ust tushmaydi)
$\cap$	kesishgan	Masalan, $a \cap b - a$ va b to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishadi
$\nmid$	ayqash to'g'ri chiziqlar	Masalan, $a \nmid b - a$ va b to'g'ri chiziqlar o'zaro ayqash
$\parallel (\nparallel)$	parallel (parallel emas)	Masalan, $a \parallel b - a$ va b to'g'ri chiziqlar parallel emas
$\perp$	perpendikulyar	Masalan, $a \perp b - a$ va b to'g'ri chiziqlar o'zaro perpendikulyardir
$\angle$	tekis yoki ikki yoqli burchak	Masalan, $\angle BAC - AB$ va AC to'g'ri chiziqlari orasidagi burchak
$a^{\wedge} b$	ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak	Masalan, $a^{\wedge} b - a$ va b to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak
$a^{\wedge} R$	to'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak	Masalan, $a^{\wedge} R - a$ to'g'ri chiziq va R tekislik orasidagi burchak
$P^{\wedge} Q$	tekisliklar orasidagi ikki yoqli burchak	Masalan, $P^{\wedge} Q - P$ va Q tekisliklari orasidagi ikki yoqli burchak
b. yoki $\sphericalangle$	to'g'ri burchak belgisi	

I-§. Chizma geometriya fanining maqsadi va vazifalari

Chizma geometriya umumiy geometriyaning bir shoxobchasi bo'lib, u narsalarni tasvirlash usullari yordamida ularning shakllari, o'lchamlari va o'zaro joylashishlariga tegishli pozitsion va metrik masalalarni yechishni o'rganadi.

Chizma geometriya boshqa geometriyalardan o'zining asosiy usuli tasvirlash usuli bilan farq qiladi va u matematika fanlari bilan uzviy bog'liq bo'lib, umumtexnika fanlaridan hisoblanadi. U o'zining tasvirlash usullari yordamida talabaning fazoviy tasavvurini kengaytiradi. Tasvirlarni yasash va oldindan yasalgan tasvirlarni o'qiy bilish, hamda amaliyotdagi turli muhandislik masalalarini yechishga yordam beradi. Chizma geometriya qonun va qoidalari bilan nafaqat mavjud narsalarni, balki tasavvur qilinadigan narsalarni ham tasvirlashi mumkin.

Fazodagi shakllarning tekislikdagi chizmalari chizma geometriya usullari bilan ma'lum qonun-qoidalar asosida hosil qilinadi. Bu chizmalar orqali buyumning fazoviy shaklini chizish va o'lchamlarini aniqlash mumkin. Chizmalar yordamida geometrik shakllarga tegishli stereometrik masalalar yechiladi. Chizmalarsiz fan va texnika taraqqiyotini tasavvur qilib bo'lmaydi. Arxitektorlar va muhandislar o'z ijodiy fikrlarini faqat chizmalar yordamida to'liq bayon eta oladilar.

Chizmalar bo'yicha barcha muhandislik inshootlari quriladi, mashinalar, mashina qismlari, meditsina asboblari va hokazo buyumlar ishlab chiqariladi.

Shakllarning bizga ma'lum bo'lgan barcha geometrik xossalarini ularning chizmalaridan olingan ma'lumotlardan ham aniqlasa bo'ladi. Shuning uchun ham buyumlarning chizmalarini ularning geometrik xususiyatlarini o'zida aks ettiruvchi tekis geometrik modellar deb atash mumkin.

Chizma geometriya fanida quyidagilar o'rganiladi:

- fazoviy shakllarning tekislikdagi tasvirlarini, ya'ni tekis modellari (chizmalari)ni yasash usullari;
- tekis chizmada geometrik masalalarni grafik yo'l bilan yechish usullari;
- shakllarning berilgan tekis chizmalari bo'yicha ularning fazoviy ko'rinishini va vaziyatini tasavvur qilish hamda ularning yaqqol tasvirlarini yasash usullari;
- geometrik shakllarning chizmalarini bajarish va o'qish orqali talabaning fazoviy tasavvurini rivojlantirish usullari.

Ma'lumki, geometrik shaklning xossalarini analitik va grafik usullarda tekshirish mumkin. Figuralarning grafik modeliga asosan ularning analitik usulda berilishini va aksincha, figuralarning analitik ko'rinishidan ularning chizmalarini yasash usullarini chizma geometriyada ham ko'rish mumkin.

Loyihalanadigan buyumlarni faqatgina grafik usulda tasvirlash hozirgi za-

mon ishlab chiqarishi talablarini qanoatlantirmaydi. Shuning uchun chizmalarni bajarishda grafik usullar bilan birgalikda analitik usullardan ham foydalaniladi.

Keyingi yillarda buyumlarning chizmalarini kompyuter grafikasi vositalari yordamida tayyorlashda avtomatlashtirilgan loyihalash tizimlarining kirib kelishi chizma geometriya fanining rivojlanishtirishida yangicha mazmun kasb etmoqda.

2-§. Asosiy geometrik tushunchalar va shakllar

Geometriyaning asosiy tushunchalaridan biri shakl (figura) lardir.

Ta'rif. Har qanday tartibda joylashgan nuqtalar to'plami **geometrik shakl (figura)** deyiladi.

Geometrik shakllarni tashkil qiluvchi nuqtalar to'plami bir nechta va cheksiz ko'p nuqtalardan tuzilgan bo'lishi mumkin.

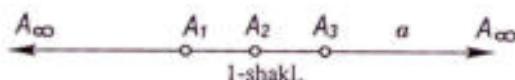
Geometrik shakllar juda ko'p. Ammo shulardan eng asosiylari to'g'ri chiziqli va tekislikdir. Nuqtalar, to'g'ri chiziqlar va tekisliklar orasida ma'lum munosabat o'rnatilgan bo'lib, buni yotishlilik yoki *tegishlilik* deb yuritiladi. Masalan, A nuqta a to'g'ri chiziqqa tegishli – $A \in a$; A nuqta P tekislikka tegishli – $A \in P$; a to'g'ri chiziqli P tekislikka tegishli – $a \in P$ va xokazo.

2.1. Nuqta. Nuqta eng boshlang'ich geometrik tushuncha bo'lib, u hajmsiz, yuzasiz, uzunlikka ega bo'lmagan geometrik element deb qabul qilingan. Nuqtani chizmalarda shartli ravishda kichkina aylanacha ko'rinishida belgilanadi.

2.2. To'g'ri chiziqli. Berilgan ikki nuqtadan o'tgan yagona geometrik shakl bu faqat to'g'ri chiziqli bo'ladi. To'g'ri chiziqni bitta nurda yotuvchi nuqtalar to'plami deb ham qarash mumkin. To'g'ri chiziqning uzunligini haqiqiy miqdor bilan o'lchash mumkin emas. To'g'ri chiziqli uzunligi cheksiz (∞) miqdordir. To'g'ri chiziqli ikki nuqta bilan chegaralansa, to'g'ri chiziqli kesmasi hosil bo'ladi. To'g'ri chiziqli kesmasi haqiqiy miqdor o'lchoviga egadir.

To'g'ri chiziqli ustidagi nuqtalar to'plamini ikki qismga – xos (chekli) va xosmas (cheksiz) nuqtalarga ajratish mumkin:

- Xos $A_1, A_2, A_3, \dots$ nuqtalarni berilgan a to'g'ri chiziqli ustida belgilab yoki tanlab bo'ladi (1-shakl).
- Cheksiz uzoqlikda joylashgan xosmas A_∞ nuqtalarni a to'g'ri chiziqli ustida belgilab yoki tanlab bo'lmaydi.
- Har bir to'g'ri chiziqli faqat bitta xosmas nuqta mavjuddir.

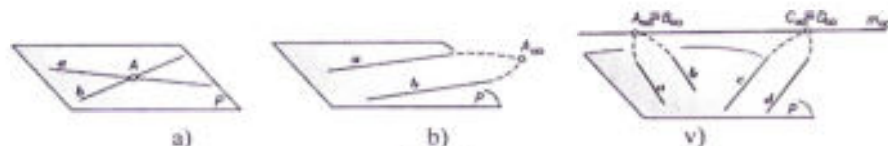


2.3. Tekislik. Tekislik ustida cheksiz ko'p nuqtalar va to'g'ri chiziqlar mavjuddir. Shunga ko'ra, tekislikni nuqtalar yoki to'g'ri chiziqlar to'plamidan

iborat deb qarash mumkin. Aniq sonli nuqtalar yoki to'g'ri chiziqlar berilganda tekislik berilgan hisoblanadi.

Tekislikda yotuvchi to'g'ri chiziqlarni ham ikki turga – xos (chekli) va xosmas (cheksiz) larga ajratish mumkin:

- Xos to'g'ri chiziqlarni tekislikda chizish va vaziyatini belgilash mumkin (2,a-shakl).
- Tekislikka tegishli bo'lgan har qanday ikki to'g'ri chiziq umuman kesishadi. Agar bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'lsalar, u holda ular xosmas nuqtada (2,b-shakl), agar parallel bo'lmasalar, u holda xos nuqtada (2,a-shakl) kesishadilar.
- Tekislikning xosmas chizig'i tekislikda yotuvchi ikki ixtiyoriy to'g'ri chiziqning xosmas nuqtalarini tutashtirish bilan hosil qilinadi (2,v-shakl).



2-shakl.

Ma'lumki, tekislikdagi har bir to'g'ri chiziq bitta xosmas nuqtaga ega.

Tekislikdagi to'g'ri chiziqlarning xosmas nuqtalarining geometrik o'rni tekislikning *xosmas chizig'i* deyiladi (2,a-shakldagi m_∞ chiziq). Tekislikning istalgan to'g'ri chizig'i uning xosmas chizig'i bilan bir nuqtada kesishadi. Tekislikdagi parallel to'g'ri chiziqlar bitta xosmas nuqtada kesishadi (2,b-shakldagi A_∞ nuqta). To'g'ri chiziq va tekisliklarning xosmas elementlari nazariy masalalarni talqin qilishda va perspektiv tasvirlarni yasashda qo'llaniladi.

2.4. Geometrik fazo. Geometriyada bir jinsli (bir xil) ob'ektlarning to'plami *geometrik fazo* deb yuritiladi.

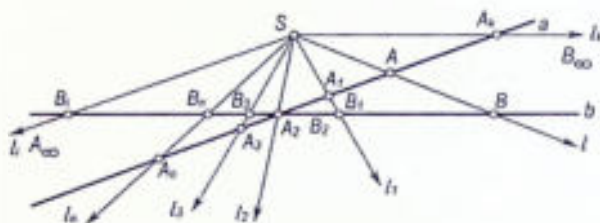
Geometrik fazoni nuqtalar, chiziqlar yoki sirtlar to'plamlaridan tuzilgan deb qarash mumkin. Ma'lumki, chiziqlar va sirtlar nuqtalardan tashkil topadi. Nuqta esa birinchi va boshlang'ich geometrik tushunchadir. Demak, geometrik fazoni shakl deb qarash mumkin.

Real ob'ektlarni o'rganish xossalariga qarab geometrik fazolar ham turlicha bo'ladi. Masalan, real ob'ektni Evklid aksiomalari sistemasi bo'yicha o'rganilsa, Evklid fazosi hosil bo'ladi. Evklid fazosi uch o'lchamli (R_3) fazodir. Tekislik Evklid fazosida ikki o'lchamli (R_2) bo'ladi. Biz o'rganayotgan geometriya Evklid geometriyasi deb yuritiladi. Evklid fazosining kengaytirilgan modelini birinchi bo'lib ulug' rus geometri N.I.Lobachevskiy (1792-1856) yaratdi. Bu model *Lobachevskiy geometriyasi* deb yuritiladi va bu geometriyaning o'ziga xos aksiomalar sistemasi mavjud.

3-§. Geometrik shakllarda o'zaro bir qiymatli moslik

Biror R tekislikdagi a va b to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsin (3-shakl). R

tekislikda ixtiyoriy S nuqta olamiz. Bu nuqtadan ixtiyoriy l to'g'ri chiziq o'tkazilsa, bu to'g'ri chiziq a to'g'ri chiziqni a va b to'g'ri chiziqni B nuqtada kesadi. Xuddi shuningdek, S nuqtadan $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ to'g'ri chiziqlar o'tkazilsa, unda ular a to'g'ri chiziqning har bir $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ nuqtalariga va b to'g'ri chiziqni $V_1, V_2, V_3, \dots, V_n$ nuqtalarini kesib o'tadi. Bunda a to'g'ri chiziqning har bir nuqtasiga b to'g'ri chiziqning nuqtalari mos keladi. a va b to'g'ri chiziqlarni o'zaro kesishgan D nuqtasi o'zi o'ziga mos keladi.



3-shakl.

Shunday qilib, a va b to'g'ri chiziqlarga tegishli nuqtalar orasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatiladi, a va b to'g'ri chiziqlarga shunday nuqtalar mavjudki, bir to'g'ri chiziqning xos nuqtasiga ikkinchi to'g'ri chiziqning xosmas nuqtasi mos keladi va aksincha. Masalan, a to'g'ri chiziqning A_n nuqtasiga b to'g'ri chiziqni V_n xosmas nuqtasi, b to'g'ri chiziqning V_i nuqtasiga a to'g'ri chiziqning A_n xosmas nuqtasi mos keladi.

Xuddi shuningdek, to'g'ri chiziq bilan tekislik yoki ikki tekislik uchun ham o'zaro bir qiymatli moslikni o'rnatish mumkin. Bu xulosalarni turli geometrik masalalarni echishdagi grafik yasashlarda qo'llash mumkin.

4-§. Chizma geometriyaning pozitsion, metrik va konstruktiv masalalari

Geometrik shakllarning chizmada o'zaro joylashish vaziyatlariga qarab ularga oid masalalarni uchta guruhga bo'lish mumkin.

4.1. Pozitsion masalalar. Pozitsion masalalarda berilgan ikki geometrik shakllarning o'zaro joylashish vaziyatiga nisbatan ularning kesishuvi natijasida hosil bo'lgan uchinchi geometrik shaklning vaziyati aniqlanadi yoki vaziyati aniqlanadigan geometrik shakllarga tegishli masalalar ko'riladi. Pozitsion masalalarga to'g'ri chiziq bilan to'g'ri chiziq va tekislikning tekislik bilan tekislikning, tekislik bilan sirtning kesishishi, sirlarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash kabi masalalar kiradi.

4.2. Metrik masalalar Metrik masalalarga berilgan geometrik shakllarning o'zaro vaziyatidan hosil bo'lgan shaklning metrikasi aniqlanadi yoki oldindan berilgan biror shakl metrikasiga asosan shakllarning o'zaro vaziyatlarini aniqlanadi yoki o'lchamlari aniqlanadigan geometrik masalalar kiradi. Metrik masalalarga to'g'ri chiziq bilan to'g'ri chiziq va to'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi

burchaklarni aniqlash, o'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziqlar va tekisliklar yasash, berilgan sirtga urinmalar va normallar o'tkazish, kesim yuzalarining haqiqiy katta-liklarini aniqlash, sirtlar yoyilmalarini yasash, tekislikning ma'lum bir bo'lagini egib sirt yasash kabi masalalar kiradi.

Geometrik shakllarning o'zaro joylashishi yoki metrikasining berilishiga qarab metrik masalalar ikkiga bo'linadi.

4.2.1. To'g'ri metrik masalalar. Bunda ikki geometrik shakllarning o'zaro vaziyatlariga nisbatan, ularning kesishuvidan hosil bo'lgan shaklning metrikasi (o'lchamlari) aniqlanadi.

4.2.2. Teskari metrik masalalar. Bunda oldindan berilgan biror metrikaga va geometrik shaklga nisbatan ikkinchi geometrik shaklning birinchiga nisbatan vaziyati aniqlanadi. Faqat berilgan metrikaga asosan birgina geometrik shaklni aniqlash mumkin emas. Buning uchun qo'shimcha shartlar berilishi kerak.

4.2.3. Konstruktiv masalalar. Konstruktiv masalalarga oldindan berilgan biror shartni qanoatlantiruvchi geometrik shakllarni hosil qilish kiradi. Konstruktiv masalalar guruhiga oldindan berilgan biror burchak bo'yicha to'g'ri chiziqlar yoki tekisliklar yasash yoki ma'lum bir texnik talablarni qanoatlantiruvchi egri chiziq va sirtlar hosil qilish, yoyilmalar yasash kabi masalalar kiradi.

I BO'LIM. ORTOGONAL PROEKTSIYALAR

I bob. TASVIRLASH USULLARI

1.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Muhim geometrik tushunchalardan biri – shakllarni tasvirlashdir. Geometrik tasvirlash bu biror $\square$ shaklning nuqtalari bilan ikkinchi $\square$ shaklning nuqtalari orasida bir qiymatli moslik o'rnatishdir.

Chizma geometriyada uch o'lchamli R_3 fazoning (tekislikning) har bir nuqtasini ikki o'lchamli R_2 fazoning (tekislikning) har bir nuqtasiga aniq grafik qoidalar asosida mos keltirib, bir qiymatli moslik o'rnatiladi. Shuning uchun chizma geometriyani fazoni tekislikda aks ettiruvchi grafik tasvirlash geometriyasi deb yuritish mumkin.

Geometrik fazoni nuqtalar to'plami deb qaralib, ularni proektsiyalash yo'li bilan tekislikda aks ettiriladi. Masalan, fazoda biror S nuqta tanlab, shu nuqtani fazoning hamma nuqtalari bilan birlashtiriladi. Unda markazi S nuqtada bo'lgan to'g'ri chiziqlar dastasi hosil bo'ladi. Shu fazoga biror P tekislikni kiritamiz. Unda S markazli chiziqlar dastasi bilan P tekislik kesishib, nuqtalar to'plamini hosil qiladi. Tekislikdagi bu nuqtalarni fazodagi nuqtalarning tasviri (proektsiyasi) deb yuritiladi. Bunda fazodagi nuqtalari bilan P tekislik nuqtalar orasida bir qiymatli moslik o'rnatiladi. Agar S markazli chiziqlar dastasi fazosiga biror sirt kiritilsa, u holda bu sirtida fazodagi nuqtalarning tasviri hosil bo'ladi va fazo nuqtalari bilan irt nuqtalari orasida bir qiymatli moslik o'rnatiladi.

Chizma geometriyada fazodagi shakllar markaziy yoki parallel projektsiyalash usullari bilan biror tekislikda tasvirlanadi. Bu tekislikni projektsiyalar tekisligi deb yuritiladi. Shakllarning projektsiyalar tekisligidagi tasvirini yasash esa ma'lum qonun va qoidalarga asoslanib bajariladi.

1.2-§. Markaziy projektsiyalash usuli

Markaziy projektsiyalash usuli geometrik shakllarni tekislikda projektsiyalashning umumiy holdidir.

Markaziy projektsiyalashda projektsiyalar markazi S va projektsiyalar tekisligi P beriladi (1.1-shakl). S va P sistemasida fazodagi biror A nuqta berilgan bo'lsin. A nuqtani S markaz orqali projektsiyalar tekisligi P ga projektsiyalaymiz. Buning uchun S markaz bilan A nuqtani to'g'ri chiziq orqali birlashtirib, uni davom ettiramiz. Hosil bo'lgan SA projektsiyalovchi nur projektsiyalar tekisligi P bilan A_P nuqtada kesishadi (ya'ni $A_P = SA \cap P$). Bunda A_P nuqta A nuqtaning S markaz bo'yicha projektsiyalar tekisligidagi markaziy projektsiyasi deb yuritiladi.

Fazodagi ikkinchi biror ixtiyoriy B nuqta ham A nuqta singari projektsiyalanib, $SB \cap P = B_P$ nuqtaning P projektsiyalar tekisligidagi vaziyati aniqlanadi. Agar biror C nuqtani P projektsiyalar tekisligiga projektsiyalovchi SC nur P tekislikka parallel bo'lsa ($SC \parallel P$), u holda bu nur P tekisligi bilan cheksiz uzoqlikda kesishib,

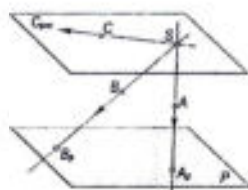
$S_{P\infty}$ xosmas nuqtani hosil qiladi. $SA, SB, SC, \dots$ to'g'ri chiziqlar proektsiyalovchi nurlar deb yuritiladi.

Fazodagi biror nuqtalar to'plamini proektsiyalash markazi S orqali P proektsiyalar tekisligiga proektsiyalanganda S markazli to'g'ri chiziqlar dastasi hosil bo'ladi. Bu dastani proektsiyalar tekisligi P bilan kesishuvidan hosil bo'lgan nuqtalar to'plami fazodagi ma'lum bir nuqtalar to'plamining tasviri bo'ladi. Masalan, ABD uchburchakning markaziy proektsiyasi $A_P B_P D_P$ uchburchak bo'ladi (1.2-shakl).

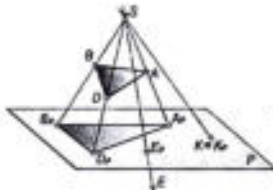
Proektsiyalar tekisligining ostida joylashgan E nuqtaning E_P proektsiyasi $SE \cap P = E_P$ bilan aniqlanadi. Proektsiyalar tekisligida yotgan K nuqtaning K_P markaziy proektsiyasi nuqtaning o'zi bilan ustma-ust ($K = K_P$) tushadi.

Markaziy proektsiyalash konusli yoki qutbli proektsiyalash, yoxud perspektiva deb ham yuritiladi. Masalan, markaziy proektsiyalash apparatida biror m egri chiziq berilgan bo'lsin (1.3-shakl). m egri chiziqning nuqtalari to'plamini proektsiyalar tekisligiga S markaz orqali proektsiyalansa, uning proektsiyasi m_P egri chiziq hosil bo'ladi. U holda S markazdan o'tuvchi proektsiyalovchi nurlar to'plami konus sirtini hosil qiladi.

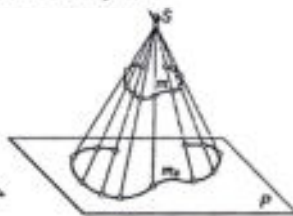
Markaziy proektsiyalashda proektsiyalash markazi va buyumning proektsiyasiga qarab uning fazodagi vaziyatini aniqlab bo'lmaydi.



1.1-shakl.



1.2-shakl.



1.3-shakl

1.2.1. Markaziy proektsiyalashning xossalari

Markaziy proektsiyalashda geometrik shakllar quyidagicha tasvirlanadi.

1-xossa. Nuqtaning markaziy proektsiyasi nuqta bo'ladi.

2-xossa. SA nurda yotuvchi $A, A_1, A_2, A_3, \dots$ nuqtalarning markaziy proektsiyalari A_P nuqta bilan ustma-ust tushadi (1.4-shakl).

3-xossa. Proektsiyalash markazidan o'tmaydigan to'g'ri chiziq kesmasining proektsiyasi kesma bo'ladi.

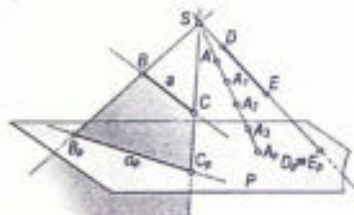
Biror a to'g'ri chiziq BS kesmasi orqali berilgan bo'lsin (1.4-shakl) BS kesma S markaz orqali proektsiyalar tekisligi P ga proektsiyalanganda SBS proektsiyalovchi tekislik hosil bo'ladi. Bu proektsiyalovchi tekislik P bilan $B_P S_P$ kesma bo'yicha kesishadi. $BS \in a$ bo'lgani uchun $B_P S_P \in a_P$ bo'ladi.

Proektsiyalash markazi S dan o'tuvchi to'g'ri chiziqning markaziy

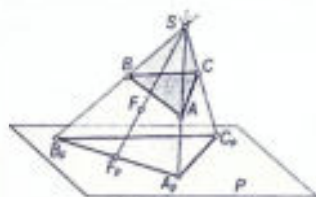
proektsiyasi nuqta bo'ladi. Masalan, DE to'g'ri chiziq kesmasining markaziy proektsiyasi $D_P = E_P$ nuqta bo'ladi (1.4-shakl).

4-xossa. S markazdan o'tmaydigan tekislikning markaziy proektsiyasi tekislik bo'ladi. Masalan, ABC uchburchak tekisligining nuqtalar to'plamini S markaz bo'yicha proektsiyalar tekisligi P ga proektsiyalanganda (1.5-shakl) $SABC$ proektsiyalovchi piramida hosil bo'ladi. Bu piramidaning proektsiyalar tekisligi P bilan kesishuvidan $A_P B_P C_P$ uchburchak hosil bo'ladi.

S markazdan o'tuvchi tekislik va unga tegishli geometrik shakllarning markaziy proektsiyalari bitta to'g'ri chiziqqa proektsiyalanadi. Masalan, SAB tekisligi va unga tegishli F nuqtaning proektsiyasi $A_P F_P B_P$ kesmada bo'ladi (1.5-shakl).



1.4-shakl.



1.5-shakl

5-xossa. Agar biror tekis shakl proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, uning proektsiyasi o'ziga o'xshash shakl bo'ladi.

6-xossa. S proektsiyalash markazidan o'tuvchi va proektsiyalar tekisligi P ga parallel bo'lgan nurlar ustidagi nuqtalarning markaziy proektsiyasi P ning xosmas chizig'i ustida bo'ladi.

Markaziy proektsiyalashda S markaz, proektsiyalar tekisligi P va proektsiyalanuvchi shaklning o'zaro vaziyatlariga ko'ra quyidagi xossalarni keltirish mumkin.

7-xossa. Proektsiyalanuvchi shaklning proektsiyalar markazi bilan proektsiyalar tekisligiga nisbatan joylashuviga qarab uning proektsiyasi o'ziga nisbatan katta yoki kichik bo'lishi mumkin.

1.3-§. Parallel proektsiyalash usuli

Markaziy proektsiyalashdagi S markazni biror yo'nalishda cheksiz uzoqlashtirilsa, u holda $SA, SB, \dots$ proektsiyalovchi nurlar o'zaro parallel bo'ladi (1.6-shakl). Bunday proektsiyalash parallel proektsiyalash deb yuritiladi. Demak, parallel proektsiyalashni markaziy proektsiyalashning xususiy holi deb qarash mumkin.

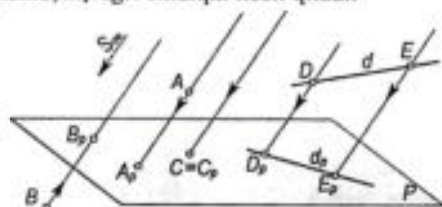
Parallel proektsiyalashda proektsiyalar tekisligi P va proektsiyalash yo'nalishi beriladi. P va S sistemasida fazodagi biror A nuqta berilgan bo'lsin (1.6-shakl). Bu nuqtaning proektsiyasini yasash uchun A nuqtadan s yo'nalishga parallel qilib nur o'tkaziladi. Bu nurning proektsiyalar tekisligi P bilan kesishgan

nuqtasi A_P bo'ladi. A_P nuqtani fazodagi A nuqtaning s yo'nalish bo'yicha P dagi parallel proektsiyasi deb yuritiladi. Proektsiyalar tekisligining ostida joylashgan fazodagi ixtiyoriy biror B nuqtaning s yo'nalish bo'yicha parallel proektsiyasi B_P bo'ladi. Bunda B va A nuqtalarning proektsiyalovchi nurlari o'zaro parallel bo'lib, faqat ularning yo'nalishlari qarama-qarshidir. AA_P , BB_P to'g'ri chiziqlar proektsiyalovchi nurlar deb yuritiladi. Proektsiyalar tekisligi P ga tegishli S nuqtaning proektsiyasi shu nuqtaning o'zida bo'ladi. Fazodagi ixtiyoriy d to'g'ri chiziqni proektsiyalar tekisligi P ga s yo'nalish bo'yicha proektsiyalash uchun shu to'g'ri chiziq ustidagi istalgan ikki D va E nuqtalar proektsiyalari yasalsa kifoyadir (1.6-shakl). Bunda d to'g'ri chiziq nuqtalari orqali o'tuvchi parallel nurlar to'plami proektsiyalovchi tekislikni hosil qiladi.

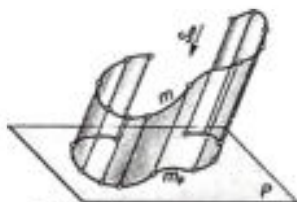
Parallel proektsiyalashda s proektsiyalash yo'nalishning berilishi shartdir. Chunki s proektsiyalash yo'nalishi berilmagan holda ixtiyoriy A nuqtaning P proektsiyalar tekisligidagi proektsiyasini cheksiz ko'p hosil qilish mumkin.

Buyumning birgina parallel proektsiyasi uning fazodagi ko'rinishi va uning o'lchamlari haqida to'liq ma'lumot bera olmaydi. Buning uchun qo'shimcha shartlar berilishi lozim.

Parallel proektsiyalashni silindrik proektsiyalash deb ham yuritiladi. Masalan, biror m egri chiziq berilgan bo'lsin (1.7-shakl). Bu egri chiziq nuqtalaridan o'tuvchi s proektsiyalash yo'nalishiga parallel bo'lgan proektsiyalovchi nurlar to'plami silindrik sirt hosil qiladi. Bu silindrik sirt proektsiyalar tekisligi P bilan kesishib, m_P egri chiziqni hosil qiladi.



1.6-shakl .



1.7-shakl

Parallel proektsiyalash ikki xil bo'ladi:

Qiyshiq burchakli parallel proektsiyalash. Bunda S proektsiyalash yo'nalishi P proektsiyalar tekisligi bilan o'tkir yoki o'tmas burchak tashkil qiladi.

To'g'ri burchakli parallel proektsiyalash. Bunda proektsiyalash yo'nalishi S proektsiyalar tekisligi P ga perpendikulyar bo'ladi.

1.3.1. Parallel proektsiyalashning xossalari

Geometrik shakllarni parallel proektsiyalashning quyidagi xossalari mavjud:

1-xossa. Nuqtaning parallel proektsiyasi nuqta bo'ladi.

2-xossa. Proektsiyalovchi nurda yotuvchi barcha nuqtalarning proektsiyalari bitta nuqtada bo'ladi.

3-xossa. Proektsiyalash yo'nalishiga parallel bo'lmagan to'g'ri chiziqning

proektsiyasi to'g'ri chiziq bo'ladi. Masalan, 1.8-shaklda s proektsiya yo'nalishiga parallel bo'lmagan AB to'g'ri chiziq kesmasi proektsiyalar tekisligi P ga parallel proektsiyalangan. Bunda AB kesma nuqtalaridan o'tuvchi nurlar proektsiyalovchi Q tekislikni hosil qiladi. Bu proektsiyalovchi tekislik bilan P proektsiyalar tekisligi $A_P B_P$ kesma bo'yicha kesishadi.

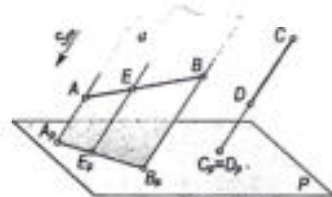
Proektsiyalash yo'nalishiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqning parallel proektsiyasi nuqta bo'ladi. 1.8-shaklda CD to'g'ri chiziq kesmasi proektsiya yo'nalishi s ga parallel. Uning P dagi proektsiyasi $C_P = D_P$ nuqta bo'ladi.

4-xossa. AB to'g'ri chiziq kesmasiga tegishli E nuqtaning parallel proektsiyasi E_P shu to'g'ri chiziq proektsiyasi $A_P B_P$ kesmaning ustida bo'ladi (1.8-shakl).

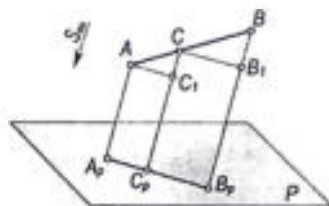
5-xossa. Agar nuqta to'g'ri chiziq kesmasini biror nisbatda bo'lsa, bu nuqtaning proektsiyasi ham kesma proektsiyasini shunday nisbatda bo'ladi.

Biror S nuqta AB kesmani $AC:CB=r;q$ nisbatda bo'lsa, unda C_P nuqta $A_P B_P$ kesmani ham $A_P C_P:C_P B_P=r;q$ nisbatda bo'ladi (1.9-shakl).

AB to'g'ri chiziq kesmasini s yo'nalish bo'yicha proektsiyalar tekisligi P ga proektsiyalaymiz. Bunda proektsiyalovchi tekislik bilan proektsiyalar tekisligi P kesishib, $A_P B_P$ kesmani hosil qiladi. Unda 4-xossaga asosan $C \in AB$ bo'lgani uchun $C_P \in A_P B_P$ bo'ladi.



1.8-shakl.



1.9-shakl

AB kesmaning proektsiyalovchi tekislikdagi A va S nuqtalaridan $AC_1 \parallel A_P B_P$ va $CB_1 \parallel A_P B_P$ kesmalarni o'tkazamiz. Unda hosil bo'lgan ACC_1 va CBB_1 uchburchaklar o'zaro o'xshash bo'ladilar. Bu uchburchaklarning o'xshashligidan $AC:AC_1=CB:CB_1$ yoki $AC:CB=AC_1:CB_1$ bo'ladi. $AC_1=A_P C_P$ va $CB_1=C_P B_P$ bo'lgani uchun $AC:CB=A_P C_P:C_P B_P=r;q$ bo'ladi.

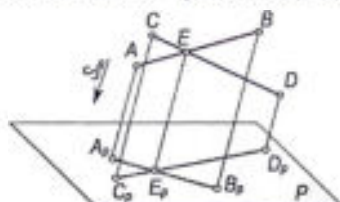
6-xossa. To'g'ri chiziqlarning kesishuv nuqtasining proektsiyasi ularning proektsiyalarining kesishish nuqtasida bo'ladi. Ya'ni $AB \cap CD=E$ bo'lsa, $A_P B_P \cap C_P D_P=E_P$ bo'ladi (1.10-shakl).

Proektsiyalash yo'nalishi bo'yicha AB va CD kesmalarining $A_P B_P$ va $C_P D_P$ proektsiyalarini proektsiyalar tekisligi P dagi proektsiyalarni yasaymiz. Kesmalarini proektsiyalovchi tekisliklar o'zaro EE_P to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi, bunda $EE_P \parallel s$ bo'lib, E nuqtani proektsiyalovchi nuri bo'ladi. AB va SD kesmalarining kesishuvidan hosil bo'lgan E nuqtaning proektsiyalar tekisligi P dagi proektsiyasi E_P bo'ladi. 3-xossaga asosan $E \in AB$ va $E \in CD$ bo'lgani uchun $E_P \in A_P B_P$ va $E_P \in C_P D_P$ bo'lishi shart. Demak, E_P nuqta $A_P B_P$ va $C_P D_P$ kesmalar uchun umumiy

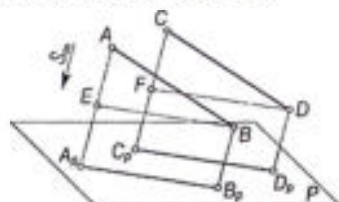
nuqtadir.

7-xossa. Parallel to'g'ri chiziqlarning tekislikdagi proektsiyalari ham parallel bo'ladi. Agar $AB \parallel CD$ bo'lsa, $A_P B_P \parallel C_P D_P$ bo'ladi. 1.11-shaklda s yo'nalish bo'yicha AB va CD to'g'ri chiziq kesmalarining proektsiyalar tekisligidagi $A_P B_P$ va $C_P D_P$ proektsiyalari yasalgan. Hosil bo'lgan AB va CD to'g'ri chiziq kesmalarining proektsiyalovchi tekisliklari proektsiyalar tekisligi P bilan kesishganda $A_P B_P \parallel C_P D_P$ kesmalar hosil bo'ladi.

8-xossa. Parallel to'g'ri chiziq kesmalarining nisbati bu kesmalar proektsiyalarining nisbatiga teng bo'ladi. Ya'ni $AB \parallel CD$ bo'lib, $AB:CD=q$ bo'lsa, $A_P B_P:C_P D_P=q$ bo'ladi (1.11-shakl). Bunda 3-xossaga asosan $A_P B_P \parallel C_P D_P$ xosil bo'ladi. AB va CD to'g'ri chiziq kesmalarining proektsiyalovchi tekisliklarida $AE (AE \parallel A_P B_P)$ va $CF (CF \parallel C_P D_P)$ kesmalarni o'tkazamiz. U holda ABE va CDF uchburchaklarning parallelligi va o'xshashligidan $AB:AE=CD:CF$ yoki $AB:CD=AE:CF=q$ kelib chiqadi. Demak, $AB:CD=A_P B_P:C_P D_P=q$ bo'ladi.



1.10-shakl



1.11-shakl

Parallel proektsiyalashning yuqorida keltirilgan xossalardan darslikning keyingi boblarida keng foydalaniladi.

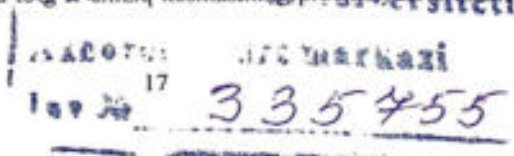
1.4-§. To'g'ri burchakli proektsiyalash

Ta'rif. Proektsiyalovchi nur proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lsa, bunday parallel proektsiyalashni **to'g'ri burchakli proektsiyalash** deyiladi.

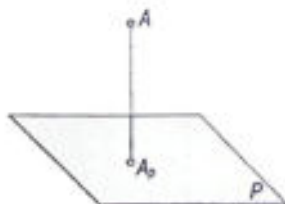
To'g'ri burchakli proektsiyalashni **ortogonal proektsiyalash** deb ham yuritiladi.

Ortogonal proektsiyalashda proektsiyalovchi nur yo'nalishi ko'rsatilmaydi. Masalan, proektsiyalar tekisligi P va fazodagi biror A nuqta berilgan bo'lsin. A nuqtani P tekislikka ortogonal proektsiyalash uchun A nuqtadan (1.12-shakl) perpendikulyar tushiriladi. Bu perpendikulyarning P tekislikdagi asosi A_P nuqta fazodagi A nuqtaning ortogonal proektsiyasi bo'ladi.

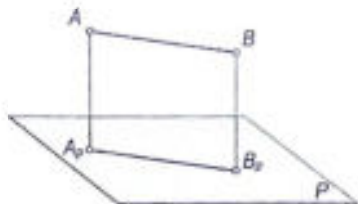
To'g'ri burchakli proektsiyalashda geometrik shakl fazoda proektsiyalar tekisligiga nisbatan ixtiyoriy holatda joylashgan bo'lsa, uning proektsiyasida shaklning metrik (uzunligi, burchagi va boshqa) o'lchamlari o'zgaradi. Masalan, ortogonal proektsiyalashda to'g'ri chiziq kesmasining proektsiyasi o'zidan kichik yoki teng bo'ladi:



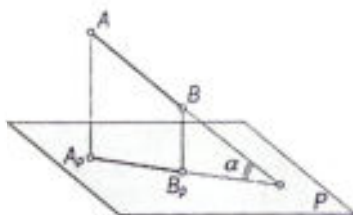
- Agar to'g'ri chiziqli kesmasi proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, uning proektsiyasining uzunligi kesmaning fazodagi uzunligiga teng bo'ladi (1.12-shakl).
- Agar to'g'ri chiziqli kesmasi proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lmasa, uning proektsiyasining uzunligi o'zidan kichik bo'ladi, ya'ni $A_P B_P < AB$ bo'lib, $AB = A_P B_P / \cos \alpha$ bo'ladi. Bunda $\alpha = \angle AB \wedge P$ (1.14-shakl).



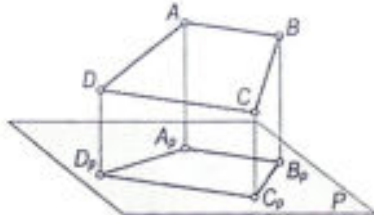
1.12-shakl



1.13-shakl



1.14-shakl



1.15-shakl

Fazoda berilgan biror $ABCD$ trapetsiya (1.15-shakl) proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lmasa, uning burchaklari va tomonlarining haqiqiy o'lchamlari saqlanib qolmaydi. Lekin trapetsiyaning $A_P B_P C_P D_P$ proektsiyasi orasidagi ayrim xususiyatlari o'zgarmaydi. Masalan, trapetsiyaning bir-biriga parallel bo'lgan AB va SD asoslarining $A_P B_P$ va $C_P D_P$ proektsiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi. Geometrik shakllarning proektsiyalanish jarayonida o'zgarmagan xususiyatlari ularning *invariant xossalari* deb yuritiladi.

1.3-§ da keltirilgan parallel proektsiyalarning barcha xossalari ortogonal proektsiyalar uchun ham o'rinlidir.

Ortogonal proektsiyalashtirishda biror shaklni barcha nuqtalaridan o'tuvchi nurlar o'zaro parallel bo'lib, ular berilgan geometrik shaklni proektsiyalar tekisligiga proektsiyalaydilar. Buyumning bitta ortogonal proektsiyasi bilan uning fazodagi vaziyatini aniqlab bo'lmaydi. Buning uchun biror ko'shimcha shart kiritish zarur. Bunday qo'shimcha shart sifatida birinchi proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan ikkinchi tekislikka buyumning tasvirini olish mumkin. Bu ikki proektsiyalar tekisligidagi tasvirlar buyumning fazodagi vaziyatini aniqlaydi.

Ortogonal proektsiyalashtirish usuli texnik chizmalarni chizishda, inshootlarni loyihalashda eng ko'p qo'llaniladi. Bu usul tasvirning yaqqolligini bermasa ham,

grafik ishlarni qulayroq qilib, aniq bajarilishini ta'minlaydi va buyumlarning tekislikdagi tasvirlari orqali ularning o'lchamlarini oson va qulay aniqlaydi.

Texnik chizmalarni tuzishda proektsiyalanuvchi buyumni o'zaro perpendikulyar tekisliklarga nisbatan shunday joylashtirish kerakki, unda buyumning asosiy o'lchamlari va elementlari qulay holda tasvirlansin. Faqat shundagina buyum tasvirlariga qarab uning fazodagi ko'rinishini tasavvur etish mumkin.

Nazorat savollari

1. Nuqtaning markaziy proektsiyasi qanday yasaladi?
2. Qanday holda to'g'ri chiziqning markaziy proektsiyasi nuqta bo'ladi?
3. Markaziy proektsiyalashda nimalar berilgan bo'ladi?
4. Parallel proektsiyalash usuli qanday bajariladi?
5. Parallel proektsiyalashda nimalar berilgan bo'ladi?
6. To'g'ri chiziqning parallel proektsiyasi qanday yasaladi?
7. Parallel to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari qanday joylashgan bo'ladi?
8. Qanday holda to'g'ri chiziqning parallel proektsiyasi nuqta bo'ladi?
9. "Ortogonal" so'zi nimani anglatadi?
10. To'g'ri chiziqqa tegishli nuqtalarning proektsiyalari qanday joylashgan bo'ladi?

II bob. GEOMETRIK SHAKLLARNING TO'G'RI BURCHAKLI PROEKSİYALARI

2.1-§. Nuqtaning ikki o'zaro perpendikulyar tekisliklardagi proektsiyalari

Biror buyumning tasviriga qarab uni o'qilishini ikkita o'zaro parallel bo'lmagan proektsiyalar tekisligiga proektsiyalash orqali ta'minlash mumkin.

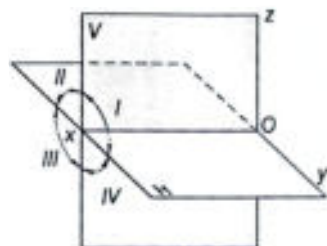
Proektsiyalar tekisliklarini o'zaro perpendikulyar vaziyatda tanlab olinishi buyum tasvirini o'qilishini osonlashtiradi.

O'zaro perpendikulyar bo'lgan ikki tekislik bir-biri bilan kesishib fazoni to'rt qismga – kvadrantlarga (choraklarga) bo'ladi. Fazoda gorizontaal vaziyatda joylashgan (2.1-shakl) H tekislik *gorizontaal proektsiyalar tekisligi*, vertikal joylashgan V tekislik *frontal proektsiyalar tekisligi* deb ataladi. H va V proektsiyalar tekisliklari o'zaro perpendikulyar bo'lib, ularning kesishgan Ox chizig'i *proektsiyalar o'qi* deyiladi. Bunda H va V tekisliklar *proektsiyalar sistemasini* hosil qiladi.

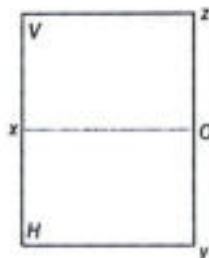
Proektsiyalar tekisliklari sistemasining bunday fazoviy modelida turli geometrik shakllar, shuningdek, detallar, mashina va inshootlarni joylashtirib, so'ngra ularning chizmalarini yasash katta noqulayliklar tug'diradi va zaruriyati ham bo'lmaydi.

Buyumlarning chizmalarini bajarishda bu tekisliklarning bir tekislikka joylashtirilgan (jipslashtirilgan) tekis tasvirlaridan foydalaniladi. Shu maqsadda V proektsiyalar tekisligi qo'zg'almasdan, H gorizontaal proektsiyalar tekisligini Ox proektsiyalar o'qi atrofiga pastga 90° ga aylantirib, V tekislik bilan ustma-ust tushirib jipslashtiriladi (2.2-shakl). Natijada, H va V tekisliklarda bajarilgan barcha yasashlar asosiy chizma tekisligi sifatida qabul qilingan V frontal proektsiyalar tekisligiga joylashtiriladi. Bunda nuqta yoki geometrik shaklning bitta tekislikda joylashtirilgan ikki – gorizontaal va frontal tasvirlari – *tekis chizma* yoki *kompleks chizma* – *epyr* hosil qilinadi. Bu usulni birinchi marta frantsuz geometri Gaspar Monj (1746-1818) tavsiya etgan. Shuning uchun bu tekis chizmani Monj chizmasi deb ham yuritiladi.

Amalda geometrik shakllarning to'g'ri burchakli proektsiyalarini yasashda asosan proektsiyalar o'qlaridan foydalaniladi. Shuning uchun chizmada proektsiyalar tekisliklarining konturini tasvirlash shart emas (2.3-shakl).



2.1-shakl



2.2-shakl



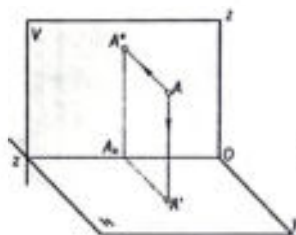
2.3-shakl

Ma'lumki, barcha buyumlar nuqtalar to'plamidan tashkil topgan. Shuning uchun proektsiyalashni nuqtadan boshlash maqsadga muvofiq bo'ladi. Biror nuqta yoki geometrik shakl fazoning turli choraklarida joylashuvi mumkin.

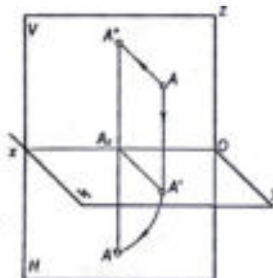
2.1.1. Birinchi chorakda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi A nuqta birinchi chorakda joylashgan bo'lsin (2.4-shakl). Uning H va V tekisliklardagi proektsiyalarini yasash uchun bu nuqtadan mazkur tekisliklarga perpendikulyarlar o'tkazamiz va ularning bu tekisliklar bilan kesishish nuqtalarini aniqlaymiz. Faraz qilaylik, A nuqtadan H tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi A' bo'lsin. A nuqtadan V tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi A'' ni aniqlash uchun A' dan Ox o'qiga perpendikulyar o'tkazamiz va A_1 nuqtani aniqlaymiz. V tekislikka tushirilgan perpendikulyarlar bilan Ox o'qidagi A_1 nuqtadan o'tkazilgan perpendikulyar bilan kesishtirib A'' nuqtasini topamiz.

A nuqtadan H va V tekisliklarga o'tkazilgan perpendikulyarlarning A' va A'' asoslari A nuqtaning *to'g'ri burchakli proektsiyalari* deb yuritiladi. Bu yerda A' – A nuqtaning *gorizontal proektsiyasi*, A'' – uning *frontal proektsiyasi* deb ataladi va $A(A', A'')$ ko'rinishda yoziladi. Shakldagi AA' va AA'' chiziqlar *proektsiyalovchi nurlar* yoki *proektsiyalovchi chiziqlar* deyiladi.

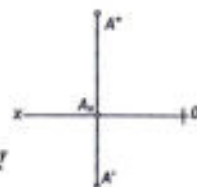
A nuqtaning chizmasini tuzish uchun tekisliklarning fazoviy modelini yuqorida qayd qilingan qoidaga muvofiq V tekislikka jipslashtiramiz (2.5-shakl). Bunda A nuqtaning A'' frontal proektsiyasi V tekislikda bo'lgani uchun uning vaziyati o'zgarmay qoladi. Gorizontal A' proektsiyasi H tekislik bilan Ox o'qi atrofida pastga 90° ga buriladi va V tekislikning davomida jipslashadi. Natijada, A nuqtaning A' gorizontal hamda A'' frontal proektsiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta chiziqda joylashadi (2.6-shakl). Bunda $A'A'' \perp Ox$ bo'lib, uni proektsiyalarni bog'lovchi chiziq deb yuritiladi.



2.4-shakl



2.5-shakl

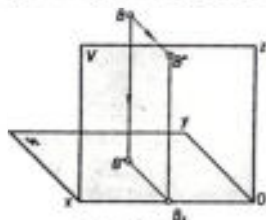


2.6-shakl

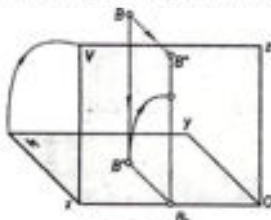
Fazoning *I* choragida joylashgan har qanday nuqtaning gorizontaal proektsiyasi Ox o'qining ostida, frontal proektsiyasi uning yuqorisida joylashgan bo'lib, ular Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proektsiyalarni bog'lovchi chiziqda yotadi.

2.1.2. Ikkinchi chorakda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi biror B nuqta *II*-chorakda joylashgan bo'lsin (2.7-shakl). Uning proektsiyalarini yasash uchun bu nuqtadan H va V tekisliklarga perpendikulyarlar o'tkazamiz. Bu perpendikulyarlarning proektsiyalar tekisliklari bilan kesishgan B' va B'' asoslari B nuqtaning gorizontaal va frontal proektsiyalari bo'ladi. B nuqtaning chizmasini tuzish uchun H tekislikni 2.8-shaklda ko'rsatilganidek V tekislikka jipslashtiramiz. Bunda B nuqtaning B'' frontal proektsiyasining vaziyati o'zgarmay qoladi. Uning H tekislikdagi B' gorizontaal proektsiyasi esa V tekislikning yuqori qismi bilan jipslashadi va Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan $B''B_x$ proektsiyalarni bog'lovchi chiziqda bo'ladi (2.9-shakl).

Fazoning *II*-choragida joylashgan har qanday nuqtaning gorizontaal va frontal proektsiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proektsiyalarni bog'lovchi chiziqda va Ox o'qining yuqorisida joylashadi.



2.7-shakl



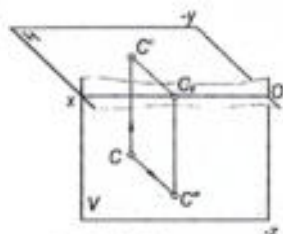
2.8-shakl



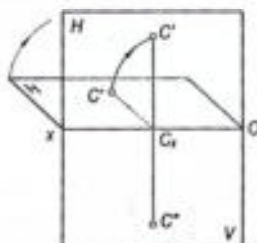
2.9-shakl

2.1.3. Uchinchi chorakda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi biror C nuqta *III*-chorakda joylashgan bo'lsin (2.10-shakl). Bu nuqtaning gorizontaal va frontal proektsiyalarini yasash uchun H va V tekisliklarga perpendikulyar tushiramiz. Bu perpendikulyarlarning H va V tekisliklardagi C' va C'' asoslari C nuqtaning gorizontaal va frontal proektsiyalari bo'ladi. Nuqtaning chizmasini yasash

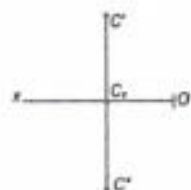
uchun H tekislikni V tekislikning davomida jipslashtiramiz (2.11-shakl). Bunda C nuqtaning C' frontal proektsiyasi V tekislikda bo'lgani uchun o'z vaziyatini o'zgartirmaydi. Uning C' gorizontal proektsiyasi esa H tekislik bilan birga V tekislikning yuqori qismida jipslashadi va 2.12-shaklda ko'rsatilgan vaziyatni egalaydi.



2.10-shakl



2.11-shakl



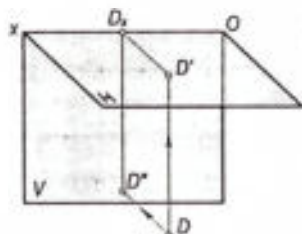
2.12-shakl

Fazoning III -choragida joylashgan har qanday nuqtaning gorizontal proektsiyasi Ox o'qining yuqorisida, frontal proektsiyasi esa uning ostida, Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proektsiyalarni bog'lovchi chiziqda yotadi.

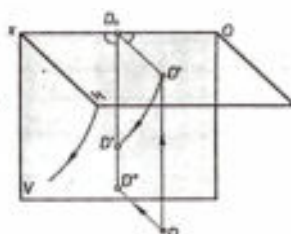
2.1.4. To'rtinchi chorakda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi biror D nuqta fazoda IV chorakda joylashgan bo'lsin (2.13-shakl). Uning H va V tekisliklardagi proektsiyalarini yasash uchun D nuqtadan bu tekisliklarga perpendikulyar o'tkazamiz.

Perpendikulyarlarning H va V tekisliklar bilan kesishgan D' va D'' asoslari D nuqtaning gorizontal va frontal proektsiyalari bo'ladi.

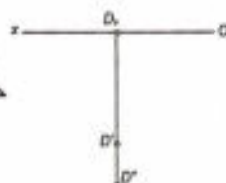
D nuqtaning chizmasini tuzish uchun H tekislikni Ox o'qi atrofida pastga 90° ga aylantiramiz va V tekislik davomi bilan jipslashtiramiz (2.14-shakl). Bunda D nuqtaning D'' frontal proektsiyasining vaziyati o'zgarmaydi. Gorizontal D' proektsiyasi esa H tekislik bilan harakatlanib, Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan, D'' nuqta bilan bitta proektsiyalarni bog'lovchi chiziqda yotadi (2.15-shakl).



2.13-shakl



2.14-shakl



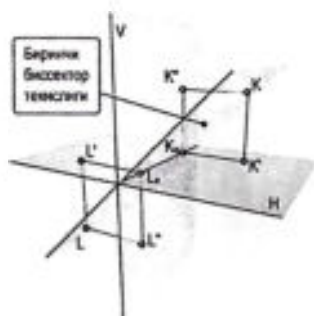
2.15-shakl

Fazodaning IV choragida joylashgan har qanday nuqtaning gorizontal va frontal proektsiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proektsiyalarni

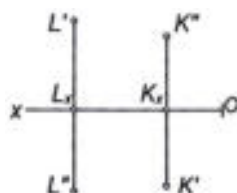
bog'lovchi chiziqda va Ox o'qining ostida bo'ladi.

2.1.5. Bissektor tekisliklarda joylashgan nuqtalarning chizmalari. Fazoning birinchi va uchinchi choraklarini teng ikkiga bo'luvchi tekislik *birinchi bissektor tekisligi*, shuningdek, ikkinchi va to'rtinchi choraklarini teng ikkiga bo'luvchi tekislik *ikkinchi bissektor tekisligi* deb ataladi.

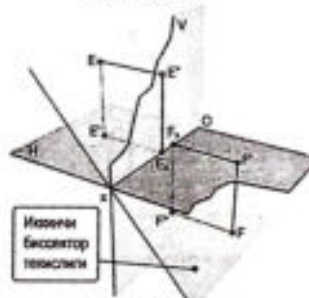
Agar fazodagi nuqtalar proektsiyalar tekisliklaridan teng uzoqlikda joylashgan bo'lsa, bunday nuqtalar bissektor tekisliklarga tegishli nuqtalar bo'ladi. 2.16-shaklda birinchi bissektor tekislikda joylashgan K va L nuqtalarning, 2.17-shaklda esa ikkinchi bissektor tekislikda joylashgan E va F nuqtalarning fazodagi vaziyati va epyurlari ko'rsatilgan. Chizmada birinchi bissektor tekislikda joylashgan K va L nuqtalarning proektsiyalari (K' , K'' va L' , L'') Ox o'qidan baravar uzoqlikda joylashadi (2.18-shakl). Ikkinchi bissektor tekislikda joylashgan E va F nuqtalarning proektsiyalari (E' , E'' va F' , F'') chizmada ustma-ust tushadi (2.19-shakl).



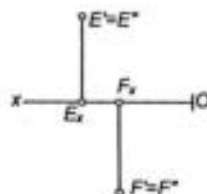
2.16-shakl



2.17-shakl



2.18-shakl

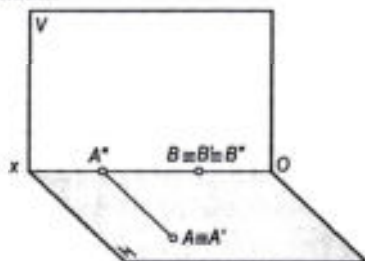


2.19-shakl

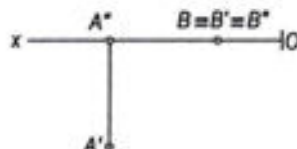
2.1.6. Proektsiyalar tekisligida va koordinatlar o'qida joylashgan nuqtalarning chizmalari. Fazoda biror nuqta proektsiyalar tekisligida yoki proektsiyalar o'qida joylashishi mumkin. Masalan, $A \in H$ bo'lsin (2.20-shakl). Bunda A nuqtaning gorizontal proektsiyasi A' nuqtaning o'ziga ($A=A'$), frontal

proektsiyasi A'' esa Ox o'qiga proektsiyalanadi (2.21-shakl). Shuningdek, nuqta Ox proektsiyalar o'qida ham joylashishi mumkin. Masalan, $B \in Ox$ bo'lsa, bu nuqtaning B' gorizontaal va B'' frontal proektsiyalari shu B nuqtaning o'ziga proektsiyalanadi, ya'ni $B' = B'' = B$ bo'ladi (2.21-shakl).

Turli choraklarda joylashgan nuqtalarni H va V proektsiyalar tekisliklariga proektsiyalash va ularning chizmalarini tuzishdan quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin:



2.20-shakl



2.21-shakl

Nuqtaning fazodagi vaziyatini uning ikki ortogonal proektsiyasi to'la aniqlaydi. Haqiqatan ham, A nuqtaning berilgan A' gorizontaal va A'' frontal proektsiyalaridan perpendikulyar chiqarilsa, ularning kesishish nuqtasi A nuqtaning fazodagi vaziyatini aniqlaydi (2.4-shakl).

- Fazodagi har qanday nuqtaning gorizontaal va frontal proektsiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir bog'lovchi chiziqda joylashadi. Masalan, A nuqtaning (2.6-shakl) chizmasini yasash uchun H tekislik V tekislik bilan jipslashtirilganda $A'A_x \perp Ox$ va $A''A_z \perp Ox$ bo'lgani uchun bu nuqtaning A' va A'' proektsiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir to'g'ri chiziqda bo'lib qoladi.
- Fazodagi har qanday nuqtaning H va V proektsiyalar tekisliklaridan uzoqliklarini nuqta gorizontaal va frontal proektsiyalarining Ox o'qigacha bo'lgan masofalari aniqlaydi. Haqiqatan, A nuqtadan H tekislikkacha bo'lgan masofa (2.4-shakl) $AA' = A''A_x$ va V tekislikkacha bo'lgan masofa $AA'' = A'A_z$. Demak, A nuqtaning H tekislikkacha bo'lgan masofasini $A''A_x$ va V tekislikkacha bo'lgan masofani $A'A_z$ masofalar aniqlaydi.

2.2-§. Nuqtaning uchta tekislikdagi proektsiyalari

O'zaro perpendikulyar bo'lgan uchta proektsiyalar tekisligi kesishib, fazoni 8 qismga – oktantlarga bo'ladi (2.22-shakl). Ma'lumki, H tekislik – gorizontaal proektsiyalar tekisligi, V – frontal proektsiyalar tekisligi deyiladi. Tasvirdagi W tekislik *profil proektsiyalar tekisligi* deb ataladi. Uchta proektsiyalar tekisliklar o'zaro perpendikulyar joylashgan bo'ladilar, ya'ni $H \perp V \perp W$. Buni H , V va W proektsiyalar tekisliklari sistemasi deb yuritiladi.

Tekisliklarning o'zaro kesishishi natijasida hosil bo'lgan to'g'ri chiziqlar

proektsiyalar yoki koordinata o'qlari deyiladi va Ox , Oy , Oz harflari bilan belgilanadi. Proektsiyalar o'qlarini tashkil qiluvchi Ox – *abstissalar o'qi*, Oy – *ordinatalar o'qi* va Oz – *applikatalar o'qi* deb ataladi. Buni H , V va W proektsiyalar tekisliklari sistemasi deb yuritiladi.

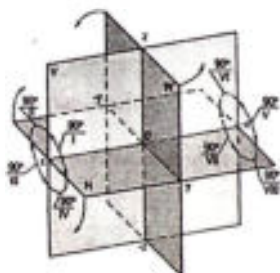
Uchta proektsiyalar tekisligining o'zaro kesishish nuqtasi O koordinatlar boshi deyiladi.

Bu sistemada musbat miqdor Ox o'qiga (2.22–shakl) koordinatlar boshi O dan chapga, Oy o'qiga kuzatuvchi tomonga va Oz o'qiga yuqoriga qaratib qo'yiladi. Bu o'qlarning qarama-qarshi tomonlari manfiy miqdorlar yo'nalishi bo'lib hisoblanadi.

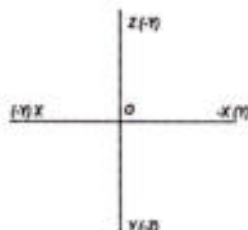
Proektsiyalar tekisliklarida geometrik shakllarning ortogonal proektsiyalarini yasashni osonlashtirish uchun, odatda, bu tekisliklarning bir tekislikka jipslashtirilgan tekis tasviridan foydalaniladi. Shu maqsadda H tekislikni Ox o'qi atrofida pastga 90° ga va W tekislikni Oz o'qi atrofida o'ngga 90° ga aylantirib, V tekislikka jipslashtiriladi (2.23–shakl). Bunda Ox va Oz proektsiyalar o'qlarining vaziyati o'zgarmay qoladi (2.24–shakl). H tekislik V tekislikka jipslashtirilganda Oy o'qining musbat yo'nalishi Oz o'qining manfiy yo'nalishi bilan, Oy o'qining manfiy yo'nalishi esa Oz o'qining musbat yo'nalishi ustma-ust tushadi. Shuningdek, profil proektsiyalar tekisligi W frontal proektsiyalar tekisligi V bilan jipslashtirilganda Oy o'qining musbat yo'nalishi Ox o'qining manfiy yo'nalishi bilan, uning manfiy yo'nalishi Ox o'qining musbat yo'nalishi bilan ustma-ust joylashadi.

Geometrik shaklning ortogonal proektsiyalari yasashda asosan H , V va W proektsiyalar tekisliklari sistemasining koordinatalar o'qlaridan foydalaniladi. Shuning uchun chizmada proektsiyalar tekisliklarini tasvirlash shart emas (2.23–shakl). Shuningdek, tasviri soddalashtirish uchun koordinata o'qlarining manfiy yo'nalishlarini chizmada hamma vaqt ham ko'rsatilmaydi. Koordinata o'qlarining manfiy yo'nalishlari nuqtaning qaysi oktantga tegishligiga qarab belgilanadi.

Amaliyotda nuqta va geometrik shakllarning fazoviy vaziyati va ularning ortogonal proektsiyalariga oid masalalarni asosan I–IV oktantlarda echish bilan chegaralaniladi. Nuqtaning proektsiyalari, uning fazoni qaysi oktantida joylashuviga qarab, proektsiyalar o'qlariga nisbatan turlicha joylashadi.



2.22-shakl.

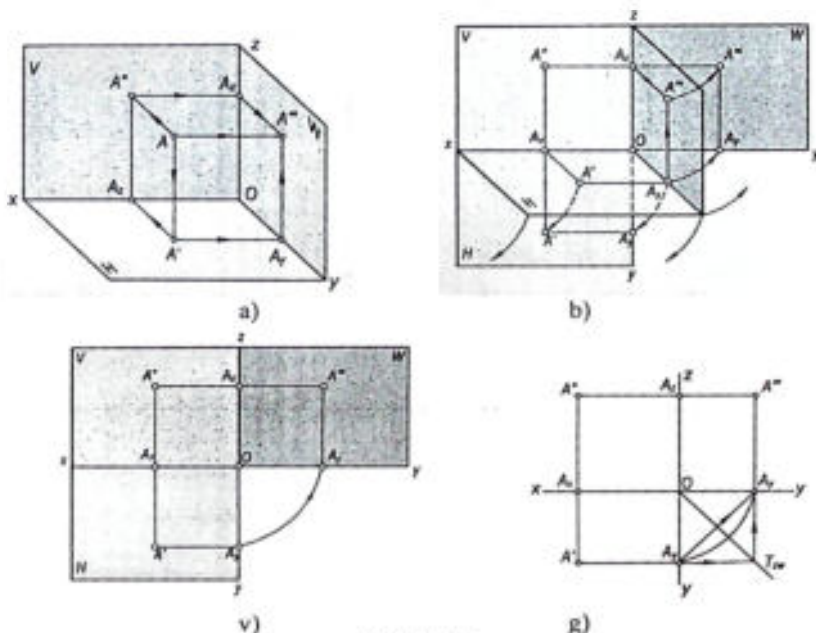


2.23-shakl

2.2.1. Birinchi oktantda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodaning I oktantida joylashgan A nuqta va o'zaro perpendikulyar H , V va W proektsiyalar tekisliklari sistemasi berilgan (2.24,a-shakl). A nuqtaning ortogonal proektsiyalarini yasash uchun bu nuqtadan proektsiyalar tekisliklariga perpendikulyarlar o'tkazamiz.

Faraz qilaylik, A nuqtadan H tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi A' bo'lsin. Mazkur nuqtadan V tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosini aniqlash uchun A' dan Ox ga perpendikulyar o'tkazamiz va bu o'qda A_x ni topamiz. So'ngra A_x dan Ox ga perpendikulyar qilib o'tkazilgan chiziqning A nuqtadan V tekislikka tushirilgan perpendikulyar bilan kesishgan A'' nuqtasini topamiz.

A nuqtadan W tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosini (2.24,a-shakl) aniqlash uchun A' dan Oy o'qiga tushirilgan perpendikulyar o'tkazamiz va A_y ni belgilaymiz. So'ngra A_y dan Oy ga perpendikulyar qilib o'tkazilgan chiziqning A nuqtadan W ga tushirilgan perpendikulyar bilan kesishgan A''' nuqtasini topamiz. A nuqtadan W tekislikka tushirilgan perpendikulyarning asosi A''' ni A'' dan Oz o'qigacha o'tkazilgan perpendikulyar orqali ham aniqlash mumkin.



2.24-shakl

A nuqtadan H , V va W tekisliklariga o'tkazilgan perpendikulyarlarning asoslari A' , A'' va A''' nuqtaning ortogonal proektsiyalari deyiladi. Bunda A' – nuqtan-

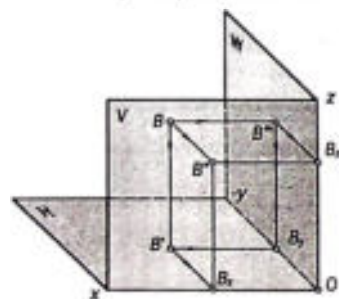
ing gorizontal proektsiyasi, A'' – frontal proektsiyasi va A''' – profil proektsiyasi deyiladi va $A(A', A'', A''')$ ko'rinishida yoziladi. A nuqtaning chizmasini tuzish uchun V tekislikni qo'zg'atmasdan H va W proektsiyalar tekisliklarini V tekislikka jipslashtiramiz (2.24,b-shakl). A nuqtaning A'' frontal proektsiyasi V tekislikka tegishli bo'lgani uchun uning vaziyati o'zgarmay qoladi. Gorizontal A' va profil A''' proektsiyalar H va W tekisliklariga mos ravishda tegishli bo'lgani uchun bu tekisliklar Ox va Oz o'qlar atrofida pastga va o'ngga 90° ga buriladi va 2.24,b,v-shaklda ko'rsatilgan vaziyatni egallaydi. A nuqtaning hosil qilingan chizmasida uning A' va A''' proektsiyalari Ox ga perpendikulyar bo'lgan bir proektsion chiziqda, frontal A'' va A''' profil proektsiyalari esa Oz o'qiga perpendikulyar bo'lgan ikkinchi proektsion chiziqda joylashadi.

Har qanday nuqtaning frontal va profil proektsiyalari Oz o'qiga perpendikulyar bo'lgan bitta proektsion bog'lovchi chiziqda yotadi.

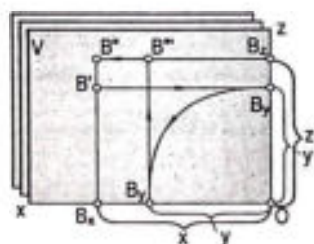
Shuningdek, 2.24-shakldan $A_1A' = OA_1 = A_2A'''$ ekanligini aniqlash mumkin. Demak, chizmada A nuqtaning A' gorizontal va A''' profil proektsiyalari orasidagi proektsion bog'lanish chizig'i, markazi O nuqtada bo'lgan radiusi OA_1 ga teng yoy yoki A_1 nuqtadan 45° da o'tkazilgan chiziq yordamida hosil qilinadi. Shuningdek, A' va A''' proektsiyalar orasidagi proektsion bog'lanishni chizmaning doimiy chizig'i A_1OA_2 burchak A_1 bissektisasi T_{1W} chiziq yordami bilan $A'A_2A'''$ to'g'ri burchak orqali ham hosil qilish mumkin.

2.2.2. Ikkinchi oktantda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi B nuqta II-oktantda joylashgan bo'lsin. Nuqtaning proektsiyalarini yasash uchun bu nuqtadan H , V va W proektsiyalar tekisliklariga perpendikulyarlar o'tkazamiz (2.25,a-shakl). Bu perpendikulyarlarning proektsiyalar tekisliklari bilan kesishgan B' , B'' va B''' asoslari B nuqtaning gorizontal, frontal va profil proektsiyalari bo'ladi. B nuqtaning chizmasini tuzish uchun H va W tekisliklarni V tekislikka jipslashtiramiz.

B nuqtaning B'' frontal proektsiyasi V tekislikda bo'lgani uchun uning vaziyati o'zgarmay qoladi. Bu nuqtaning B' gorizontal va B''' profil proektsiyalari H va W tekisliklariga tegishli bo'lgani uchun Ox va Oz o'qlari atrofida 90° ga harakatlanib, 2.25,v-shaklda ko'rsatilgan vaziyatni egallaydi.



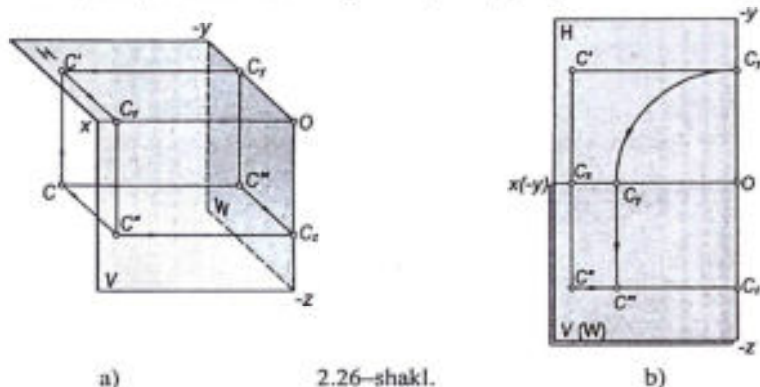
a)



b)

2.25-shakl.

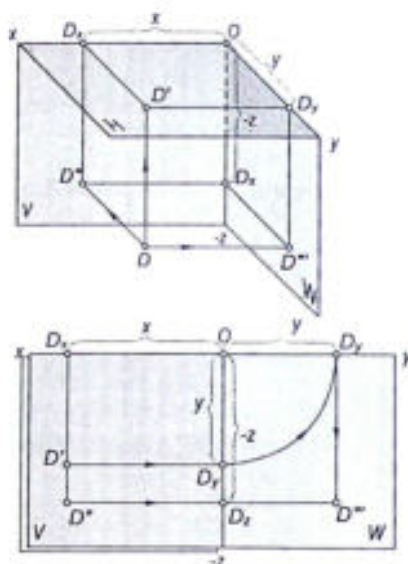
2.2.3. Uchinchi oktantda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi C nuqta III -oktantda joylashgan bo'lsin (2.26,a-shakl). Bu nuqtaning H , V va W tekisliklardagi proektsiyalari C' , C'' va C''' bo'ladi. Nuqtaning chizmasini yasash uchun H va W proektsiyalar tekisliklarini V tekislik bilan jipslashtiramiz. Bunda H tekislik 90° yuqoriga, W tekislik esa Oz o'qi atrofida 90° ga soat strelkasi yo'nalishiga teskari yo'nalishda harakatlantirilib, V tekislikka jipslashtiriladi. C nuqtaning C'' frontal proektsiyasi V tekislikda bo'lgani uchun uning vaziyati o'zgarmaydi. Gorizontaal C' va profil C''' proektsiyalari Ox va Oz o'qlari atrofida harakatlanib, 2.26,b-shaklda ko'rsatilgan vaziyatni egallaydi.



2.26-shakl.

2.2.4. To'rtinchi oktantda joylashgan nuqtaning chizmasi. Fazodagi D nuqta IV -oktantda joylashgan bo'lsin (2.27,a-shakl). Mazkur nuqtaning H , V va W tekisliklardagi proektsiyalari D' , D'' va D''' bo'ladi. Nuqtaning chizmasini yasash uchun H va W tekisliklarini V tekislik bilan jipslashtiramiz (2.27,b-shakl). H tekislik Ox o'qi atrofida 90° yuqoriga ko'tarilganda V tekislik bilan jipslashadi, W tekislik Oz o'qi atrofida 90° ga soat strelkasi yo'nalishiga teskari yo'nalishda harakatlantirilib, V tekislik vaziyatiga keladi. D nuqtaning D'' frontal proektsiyasi V tekislikda bo'lgani uchun uning vaziyati o'zgarmay qoladi, uning D' gorizontaal va D''' profil proektsiyalari Ox va Oz o'qlari bo'yicha harakatlanib, 2.27,b-shaklda tasvirlangan vaziyatni egallaydi.

2.2.5. Proektsiyalar tekisliklari va koordinata o'qlarida joylashgan nuqtalarning chizmalari. Biror E nuqta H proektsiyalar tekisligiga tegishli bo'lsin (2.28,a-shakl). Bu nuqtaning gorizontaal proektsiyasi mazkur nuqtada ($E'=E$), qolgan ikkita proektsiyasi esa proektsiyalar o'qlariga proektsiyalanadi (2.28,a,b-shakllar)



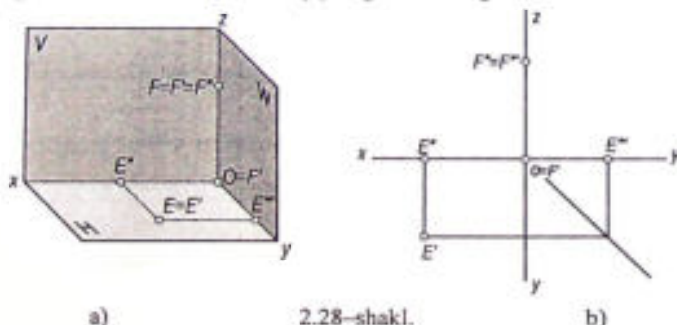
a)

2.27-shakl.

b)

Shuningdek, nuqta koordinata o'qlaridan birida, masalan, E nuqta Oz koordinatlar o'qida joylashgan bo'lsa, chizmada uning frontal va profil proektsiyalari shu nuqtaning o'zida, gorizontal proektsiyasi esa koordinata boshida bo'ladi (2.28,a,b-shakllar)

Shunday qilib, nuqtani H , V va W proektsiyalar tekisliklariga proektsiyalash va uning tekis chizmasini tuzishdan quyidagi xulosalarga kelish mumkin:



a)

2.28-shakl.

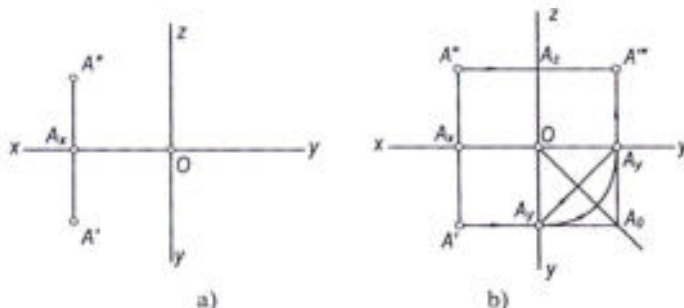
b)

Fazoda berilgan har qanday nuqtaning:

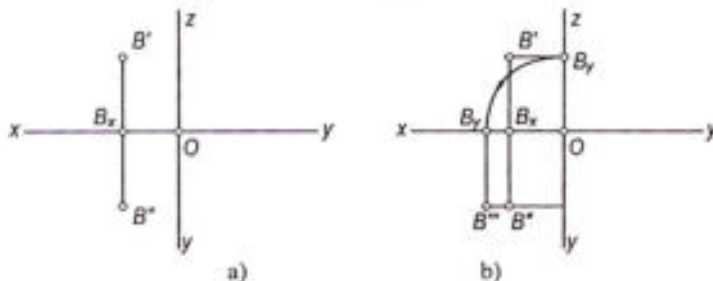
- gorizontal va frontal proektsiyalari Ox o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir proektsiyalarni bog'lovchi chiziqda joylashadi;
- gorizontal va profil proektsiyalari Oy o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir proektsiyalarni bog'lovchi chiziqda joylashadi;
- frontal va profil proektsiyalari Oz o'qiga perpendikulyar bo'lgan bir proektsiyalarni bog'lovchi chiziqda joylashadi;
- Nuqtaning berilgan har qanday ikki ortogonal proektsiyasi orqali uning uchinchi proektsiyasini yasash mumkin.

Masalan, biror A nuqtaning berilgan (A', A'') proyeksiyalariga asosan (2.29.a,b-shakl) uning uchinchi A''' proyeksiyasini yasash uchun:

- Nuqtaning gorizontal proektsiyasidan Ox -ga parallel qilib chiziqli o'tqiziladi va uni Oy o'qi bilan kesishgan A_y nuqtasi aniqlanadi.
- OA_y ni radius qilib A_y nuqtasi W tekislikni aylanish xarakatiga mos ravishda 90° ga buriladi va hosil bo'lgan, A_y ning yangi vaziyatidan Oz ga parallel chiziqli chiqariladi.
- A'' nuqtadan Oz ga perpendikulyar chiqarilib, ularning o'zaro kesishuvi A''' nuqta belgilanadi.



2.29-shakl.



2.30-shakl.

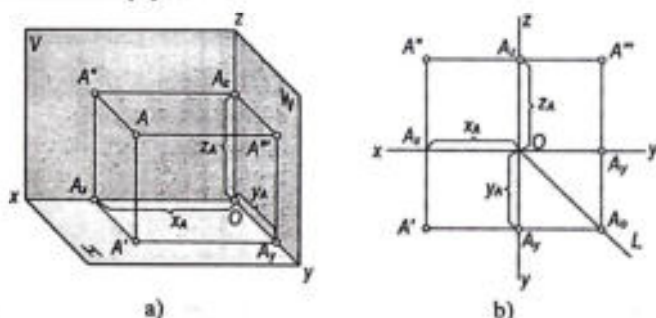
2.3-§. Nuqtaning to'g'ri burchakli koordinatalari va proektsiyalari orasidagi bog'lanish

Geometriyada har qanday nuqta va shakllarning fazodagi vaziyatini o'zaro perpendikulyar uchta koordinatalar tekisliklari sistemasiga nisbatan aniqlash qabul qilingan. Bu metodni frantsuz matematigi va faylasufi Rene Dekart (1596–1650 yy) ixtiro qilgani uchun *Dekart koordinatalar sistemasini* deb yuritiladi.

Bu sistemada nuqtaning fazodagi vaziyatini uning x , y va z koordinatalari aniqlaydi. Masalan, fazoda berilgan biror A nuqtaning koordinatalari x_A , y_A va z_A bo'ladi (2.31,a-shakl). Ammo Dekart koordinatalar sistemasida stereometrik masalalarni geometrik yasashlar fikran bajariladi va chizma asboblari yordamida konkret geometrik shakllarni yasash va ularni grafik usullar bilan tahlil qilish imkoniyatini bermaydi.

Frantsuz geometri va muxandisi G.Monj dekart koordinatalar sistemasini asosida fazodagi har qanday nuqtaning uchta koordinatasini proektsiyalar tekisliklari sistemasida ortogonal proektsiyalari bilan o'zaro grafik bog'liadi.

Haqiqatan, ortogonal proektsiyalar sistemasida biror nuqtaning berilgan koordinatalari orqali uning proektsiyalar tekisliklaridan uzoqligini aniqlash mumkin. Masalan biror A nuqtaning (2.31,a,b-shakllar) W profil proektsiyalar tekisligidan uzoqligini z_A abstsissasi, V frontal proektsiyalar tekisligidan uzoqligini y_A ordinatasi va H gorizontal proektsiyalari tekisligidan uzoqligini x_A applikatasi kabi koordinatalari aniqlaydi.



2.31-shakl.

Biror nuqta berilgan koordinatalariga asosan fazoning turli oktantlaridan birida joylashgan bo'lishi. Buni aniqlash uchun takror koordinata o'qlarining yo'nalishi (2.22-shakl) ishoralariga asosan quyidagi 1-jadvalni keltiramiz.

Bu jadvaldan foydalanib, nuqtaning berilgan koordinatalarining ishoralari orqali uning qaysi oktantda joylashganligini aniqlash mumkin. Quyida koordinatalari bilan berilgan nuqtalarning fazodagi vaziyati va chizmasini yasashni ko'rib chiqamiz.

2.1-jadval

Oktantlar	Koordinatalar		
	x	y	z
I	+	+	+
II	+	-	+
III	+	-	-
IV	+	+	-
V	-	+	+
VI	-	-	+
VII	-	-	-
VIII	-	+	-

1-masala. $A(50,30,60)$ nuqtaning berilgan koordinatalari bo'yicha uning fazoviy vaziyati va chizmasi yasalsin.

Yechish. A nuqta koordinatalari ishoralariga asosan u I oktantda joylashgan (2.1-jadvalga qarang). Shuning uchun I oktantning proektsiyalar tekisliklarining fazoviy modelini va proektsiyalar o'qlari sistemasini chizamiz (2.32,a-shakl). Koordinata boshi O dan Ox o'qiga $x_a=50$ mm, Oy o'qiga $y_a=30$ mm va Oz o'qiga $z_a=60$ mm o'lchab

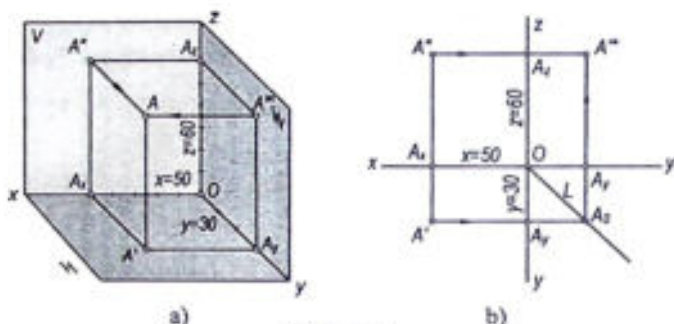
qo'yamiz va A_x , A_y va A_z nuqtalarni belgilaymiz. A nuqtaning gorizontal A' proektsiyasini yasash uchun A_x va A_y nuqtalardan Ox va Oy o'qlarga perpendikulyarlar o'tkazamiz. Bu perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi A nuqtaning gorizontal proektsiyasi A' bo'ladi.

Xuddi shuningdek, A_x va A_z nuqtalardan Ox va Oz o'qlariga o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi A'' uning frontal proektsiyasi bo'ladi. A_y va A_z nuqtalardan Oy va Oz o'qlarga o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi A nuqtaning profil proektsiyasi A''' bo'ladi.

A nuqtaning fazodagi vaziyatini aniqlash uchun uning A' , A'' va A''' proektsiyalaridan H , V va W tekisliklariga perpendikulyarlar o'tkazamiz. Bu perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi A nuqtaning fazodagi o'rni bo'ladi. Umuman, A nuqtaning har qanday ikki proektsiyasidan o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi A nuqtaning fazoviy o'rni aniqlaydi.

A nuqtaning chizmasini yasash uchun proektsiyalar o'qlari sistemasida (2.32,b-shakl) Ox o'qiga 40 mm, Oy o'qiga 30 mm va Oz o'qiga 60 mm o'lchamlarni qo'yamiz va A_x , A_y va A_z nuqtalarga ega bo'lamiz. Bu nuqtalardan Ox , Oy va Oz proektsiyalar o'qlariga o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtalari A nuqtaning A' , A'' va A''' proektsiyalarini beradi, ya'ni $A(A', A'', A''')$.

2-masala. $B(60, -40, 70)$ nuqtaning berilgan koordinatalari bo'yicha fazoviy vaziyati va chizmasi yasalsin.

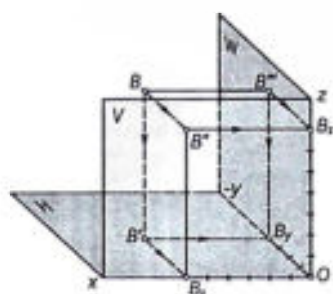


2.32-shakl.

Yechish. B nuqta koordinatalari ishoralariga ko'ra II oktantda joylashgan. Nuqtaning proektsiyalarini yasash uchun proektsiyalar tekisliklarining fazoviy modelida (2.33,a-shakl) koordinata o'qlariga berilgan $x_B=60$, $y_B=-40$, $z_B=70$ qiymatlarini qo'yamiz va hosil bo'lgan nuqtalarni B_x , B_y va B_z bilan belgilaymiz. So'ngra B_x va B_y nuqtalardan Ox va Oy o'qlarga, B_x va B_z dan Ox va Oz o'qlarga, B_y va B_z dan Oy va Oz o'qlarga perpendikulyarlar o'tkazamiz va ularning kesishgan B' , B'' va B''' proektsiyalaridan tegishli H , V va W tekisliklarga perpendikulyarlar o'tkazamiz. Bu perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi izlangan B nuqta bo'ladi.

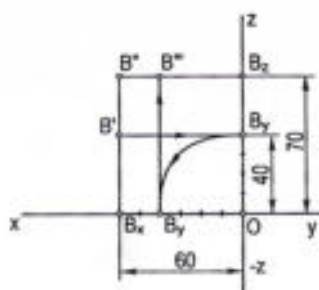
Nuqtaning chizmasini yasash uchun proektsiyalar o'qlari sistemasini (koordinatalarning ishoralarini nazarda tutgan holda) chizamiz (2.33,b-shakl). Koordinata boshi O nuqtadan Ox o'qi bo'ylab $x_B=60$ mm, Oy o'qi bo'ylab $y_B=40$ mm va Oz o'qi bo'ylab $z_B=70$ mm masofalarni o'lchab qo'yib, B_x , B_y va B_z nuqtalarga ega bo'lamiz. So'ngra yuqorida qayd qilingan tartibda, B_x va B_y dan Ox va Oy o'qiga, B_x va B_z dan Ox va Oz o'qiga, B_y va B_z dan Oy va Oz o'qiga perpendikulyarlar o'tkazib, B' va B'' proektsiyalarini aniqlaymiz.

Nuqtaning profil B''' proektsiyasini yasash uchun B_y nuqtani Oz o'qiga jipslashgan Oy o'qidan Ox o'qiga jipslashgan Oy o'qiga ko'chiramiz. Bu B_y nuqtadan Oy o'qiga va B_z nuqtadan Oz o'qiga o'tkazilgan perpendikulyarlarning kesishish nuqtasi B''' bo'ladi. Shunday qilib, B nuqtaning berilgan koordinatalariga ko'ra uning ortogonal proektsiyasi yasaldi, ya'ni B (B' , B'' , B''').



a)

2.33—shakl.



b)

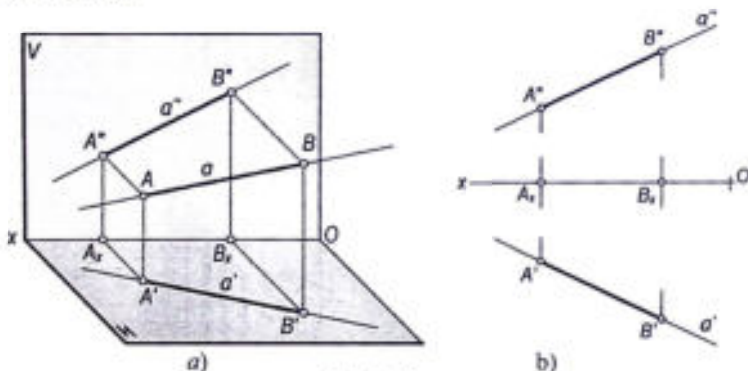
Nazorat savollari

1. Fazo kvadrantlari va choraklari nima?
2. Tekis yoki kompleks chizma nima?
3. Nuqtaning gorizontal va frontal proektsiyalari tekis chizmada qanday joylashadi?
4. Nuqtaning frontal va profil proektsiyalari tekis chizmada qanday joylashadi?
5. Bissekto tekisliklari nima va ularga tegishli nuqtalarning proektsiyalari chizmada qanday joylashadi?
6. Proektsiyalar tekisliklariga tegishli nuqtalarning proektsiyalari chizmada qanday tasvirlanadi?
7. Nuqtaning berilgan ikki proektsiyasiga asosan uchinchi proektsiyasi qanday yasaladi?
8. Uchinchi, to'rtinchi, beshinchi, oltinchi oktantlarda joylashgan nuqtalarning koordinata qiymatlari ishorasi qanday bo'ladi?

3.1-§. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proektsiyalari

To'g'ri chiziq eng oddiy geometrik shakl hisoblanadi. Bir-biridan farqli ikki nuqta orqali faqat bitta to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Agar fazodagi bir-biridan farqli ikkita A va B nuqtalarni o'zaro tutashtirib, uni ikki qarama-qarshi tomonga cheksiz davom ettirilsa, a to'g'ri chiziq hosil bo'ladi (3.1-shakl).

To'g'ri chiziqning ikki nuqta bilan chegaralangan qismi shu *to'g'ri chiziq kesmasi* deyiladi.



3.1-shakl

To'g'ri chiziqlar a, b, c kabi yozma harflar bilan belgilanadi. Agar to'g'ri chiziqlar chegaralangan bo'lsa, u holda $AB, CD, EF, \dots$ tarzida belgilanadi. To'g'ri chiziqning proektsiyalar tekisliklardagi proektsiyalari holatini uning ikki ixtiyoriy nuqtasining proektsiyalari aniqlaydi. Masalan, 3.1,a-shaklda berilgan a to'g'ri chiziqning ortogonal proektsiyalarini yasash uchun bu chiziqqa tegishli ikki A va B nuqtalarning ortogonal A', A'' va B', B'' proektsiyalari yasaladi. Bu ikki nuqtaning bir nomli proektsiyalarini tutashtiruvchi a' va a'' chiziqlar fazoda berilgan a to'g'ri chiziqning gorizontal va frontal proektsiyalari bo'ladi. Shuningdek, AB kesma va uning $A'B'$ va $A''B''$ proektsiyalari a to'g'ri chiziqning fazodagi vaziyatini va uning a', a'' proektsiyalarini aniqlaydi (3.1,b-shakl).

Ta'rif. Proektsiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan to'g'ri chiziq **umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq** deyiladi.

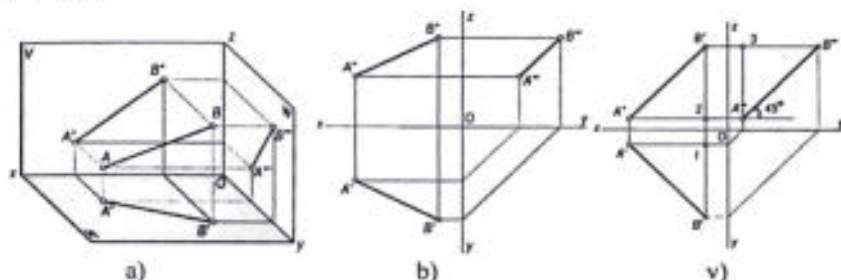
To'g'ri chiziqning gorizontal va frontal proektsiyalariga asosan uning profil proektsiyasini ham yasash mumkin. Buning uchun uning yuqorida tanlab olingan

A va B nuqtalarning profil proektsiyalari yasaladi va ular o'zaro tutashtiriladi (3.2-shakl).

To'g'ri chiziq proektsiyalari faqat uning kesmasi proektsiyalari orqaligina emas, balki ixtiyoriy qismi bilan ham berilishi mumkin. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proektsiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va ular proektsiyalar o'qlariga nisbatan ixtiyoriy burchaklarni tashkil etadi. Bu burchaklar α , β , γ harflari bilan belgilanadi.

Bu α , β , γ burchaklar AB kesmaning H , V , W proektsiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklaridir, ya'ni $\alpha = AB^{\wedge}H$, $\beta = AB^{\wedge}V$, $\gamma = AB^{\wedge}W$.

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasi proektsiyalar tekisliklariga qisqarib proektsiyalanadi. Uning haqiqiy uzunligini aniqlash keyingi paragraflarda ko'riladi.



3.2-shakl

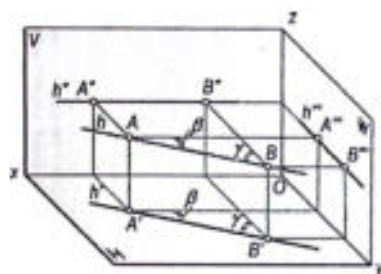
Proektsiya tekisliklari bilan bir xil burchak tashkil qilgan to'g'ri chiziqlar. Agar biror to'g'ri chiziq fazoda H , V va W lar bilan bir xil burchak hosil qilib joylashgan bo'lsa, uning AB kesmasining uchala proektsiyalari o'zaro teng, ya'ni $AB^{\wedge}H = AB^{\wedge}V = AB^{\wedge}W$ bo'lsa, $A'B' = A''B'' = A'''B'''$ bo'ladi. Bunda $A'B' = B''A''$ teng yonli trapetsiyadan $1B' = 2B'' = 3A'''$ va $1B' = 3B''$, demak $3A''' = 3B''$ bo'lgani uchun $\angle 3A'''B'' = 45^{\circ}$ bo'ladi. Shu bilan birga $A''B'' \parallel A'''B'''$ bo'lib, $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ bo'ladi.

3.2-§. Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari

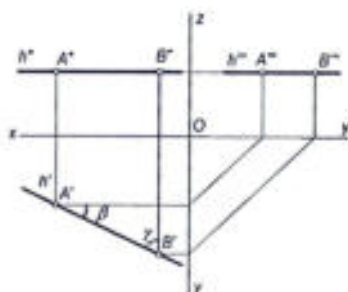
Ta'rif. Proektsiyalar tekisligiga parallel yoki perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq deyiladi.

3.2.1. Proektsiyalar tekisligiga parallel to'g'ri chiziqlar

Gorizontal to'g'ri chiziq. Gorizontal proektsiyalar tekisligi H ga parallel to'g'ri chiziq *gorizontal chiziq* (yoki *gorizontal*) deb ataladi (3.3-a, b shakl).



a)



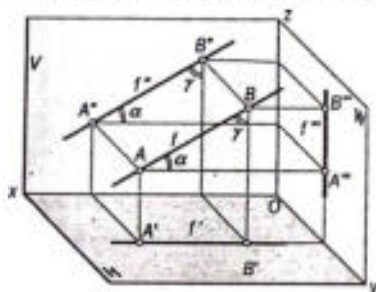
b)

3.3-shakl

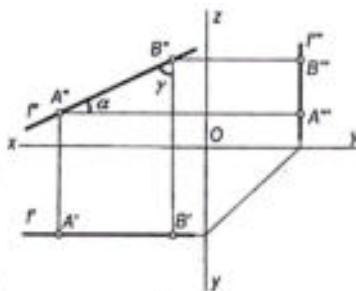
Gorizontalning barcha nuqtalari H tekislikdan baravar masofada ($AA' \square BB' \square$ bo'lgani uchun chizmada uning h'' frontal proektsiyasi Ox o'qiga, h' profil proektsiyasi esa Oy o'qiga parallel bo'ladi. Gorizontalning h' gorizontal proektsiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo'ladi. Bu chiziq kesmasining gorizontal proektsiyasi o'zining haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proektsiyalanadi. Chizmada β va γ burchaklar h gorizontalning V va W tekisliklari bilan mos ravishda hosil qilgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo'ladi, ya'ni:

$hH \Rightarrow h' \perp Ox$ va $h'' \perp Oy$, $A'B' = |AB|$, $\beta = h'V$ va $\gamma = h'W$ bo'ladi.

Frontal to'g'ri chiziq. Frontal proektsiyalar tekisligi V ga parallel to'g'ri chiziq *frontal to'g'ri chiziq* (yoki *frontal*) (3.4,a,b-shakl) deb ataladi. Frontalning barcha nuqtalari V tekislikdan baravar masofada bo'lgani uchun chizmada uning f' gorizontal proektsiyasi Ox o'qiga, f'' profil proektsiyasi esa Oz o'qiga parallel bo'ladi. Frontalning frontal proektsiyasi ixtiyoriy vaziyatda bo'ladi.



a)



b)

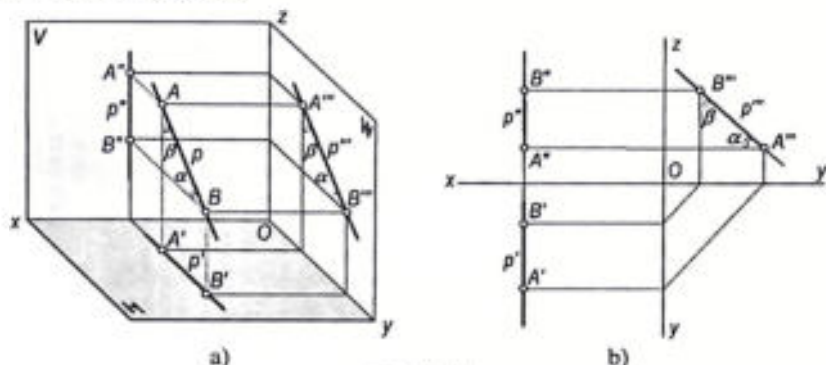
3.4-shakl

Mazkur chiziq kesmasining frontal proektsiyasi uning haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proektsiyalanadi. Chizmada α va β burchaklar f frontalni H va W proektsiyalar tekisliklari bilan mos ravishda hosil etgan burchaklarning haqiqiy kattaligi bo'ladi, ya'ni:

$fV \Rightarrow f^1 O x$ va $f^1 O z$, $A''B'' = [AB]$, $\alpha = f^1 H$ va $\gamma = f^1 W$ bo'ladi.

Profil to'g'ri chiziqli. Profil proektsiyalar tekisligi W ga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqli *profil to'g'ri chiziqli* (yoki *profil*) deb ataladi (3.5,a,b-shakl). Profilning barcha nuqtalari W tekislikdan baravar masofada bo'lgani uchun chizmada uning gorizontal proektsiyasi Oy o'qiga parallel, frontal proektsiyasi Oz o'qiga parallel bo'ladi.

Profilning profil proektsiyasi ixtiyoriy vaziyatda joylashgan bo'ladi. Mazkur, chiziqli kesmasining profil proektsiyasi o'zining haqiqiy o'lchamiga teng bo'lib proektsiyalanadi.



3.5-shakl

Chizmadagi α va β burchaklar profil chiziqligining H va V tekisliklar bilan mos ravishda tashkil etgan burchaklarining haqiqiy kattaligi bo'ladi, ya'ni:

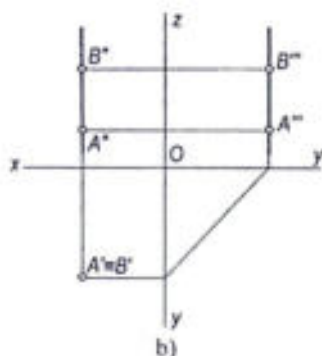
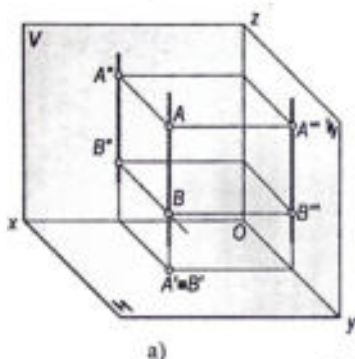
$p^1 W \Rightarrow p^1 O y$ va $p^1 O z$, $A''B'' = [AB]$, $\alpha = p^1 H$ va $\beta = p^1 V$ bo'ladi.

3.2.2. Proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar.

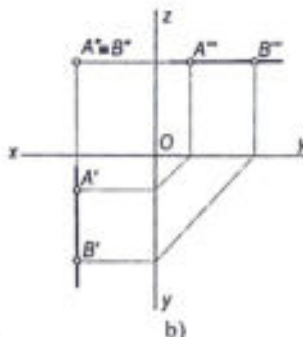
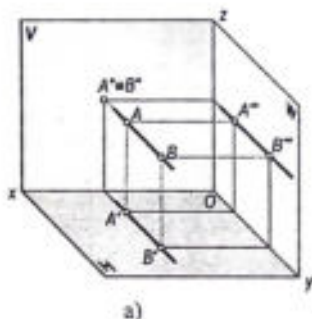
Proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar *proektsiyalovchi to'g'ri chiziqlar* deb ataladi.

Gorizontal proektsiyalovchi to'g'ri chiziqlar. Gorizontal proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqli *gorizontal proektsiyalovchi to'g'ri chiziqli* deb ataladi (3.6,a,b-shakl). Bu to'g'ri chiziqli H tekislikka nuqta bo'lib proektsiyalanadi. Uning frontal va profil proektsiyalari Oz o'qiga parallel bo'ladi. Bu to'g'ri chiziqli kesmasi V va W ga o'zining haqiqiy o'lchami bo'yicha proektsiyalanadi.

Frontal proektsiyalovchi to'g'ri chiziqlar. Frontal proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqli *frontal proektsiyalovchi to'g'ri chiziqli* deb ataladi (3.7,a,b-shakl). Bunday to'g'ri chiziqli V tekisligiga nuqta bo'lib proektsiyalanadi. Uning gorizontal va profil proektsiyalari Oy o'qiga parallel bo'ladi. Bu to'g'ri chiziqli kesmasi H va W proektsiyalar tekisliklariga o'zining haqiqiy o'lchami bo'yicha proektsiyalanadi.



3.6-shakl.

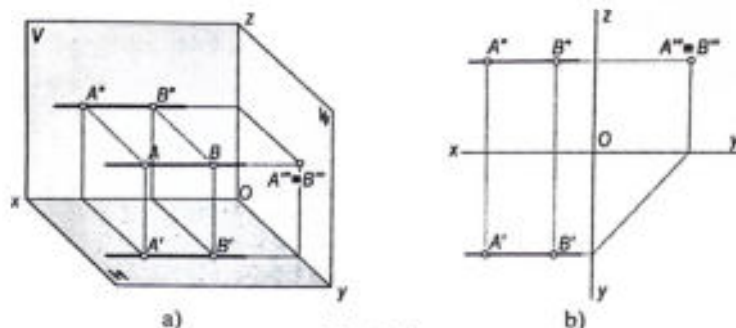


3.7-shakl

Profil proektsiyalovchi to'g'ri chiziq. Profil proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar to'g'ri chiziqlar *profil proektsiyalovchi to'g'ri chiziqlar* deb ataladi (3.8,a,b-shakl). Bu to'g'ri chiziqlar profil tekisligiga nuqta bo'lib proektsiyalanadi. Uning gorizontal va frontal proektsiyalari Ox o'qiga parallel bo'ladi. Bu to'g'ri chiziq kesmasi H va V ga o'zining haqiqiy o'lchami bo'yicha proektsiyalanadi.

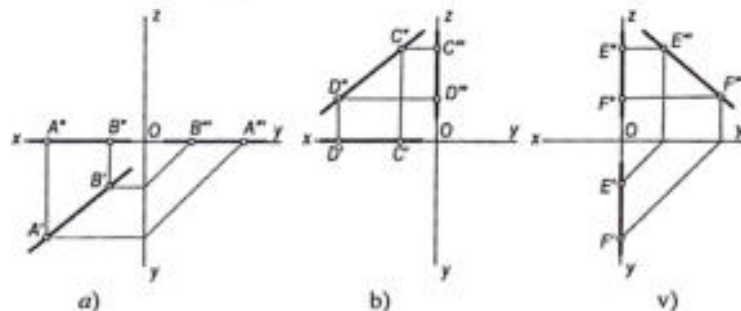
3.2.3. Proektsiyalar tekisliklari va koordinata o'qlariga tegishli to'g'ri chiziqlar. To'g'ri chiziqlar H , V va W proektsiyalar tekisliklariga va Ox , Oy , Oz proektsiyalar o'qlariga tegishli bo'lishi mumkin.

Agar to'g'ri chiziq biror proektsiyalar tekisligiga tegishli bo'lsa, bu to'g'ri chiziqning bir proektsiyasi bevosita to'g'ri chiziqning o'ziga, qolgan ikki proektsiyasi esa koordinatalar o'qiga proektsiyalanadi. Masalan, $CD(C'D', C''D'')$ to'g'ri chiziq frontal proektsiyalar tekisligi V ga tegishli bo'lgani uchun (3.9,b-shakl), uning $C''D''$ frontal proektsiyasi mazkur to'g'ri chiziqqa, gorizontal $C'D'$ proektsiyasi Ox o'qiga, profil $C''D''$ proektsiyasi esa Oz o'qiga proektsiyalanadi.



3.8-shakl

Shuningdek, 3.9,a-shaklda H tekislikka tegishli $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqlarning, va 3.9,v-shaklda esa W tekislikka tegishli $EF(E'F', E''F'')$ to'g'ri chiziqlar proektsiyalarining joylashishi ko'rsatilgan.



3.9-shakl

To'g'ri chiziq koordinata o'qlariga tegishli bo'lsa, uning ikki proektsiyasi shu o'qning o'ziga proektsiyalanadi, bir proektsiyasi esa koordinata boshi O ga nuqta bo'lib proektsiyalanadi. Masalan, $\ell \in Ox$ to'g'ri chiziqlarning ℓ' gorizontal ℓ'' frontal proektsiyalari Ox o'qida, uning ℓ''' profil proektsiyasi esa koordinata boshi O ga proektsiyalanadi.

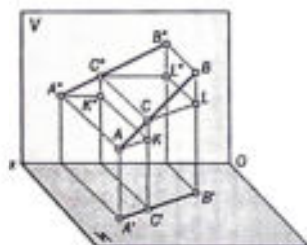
3.3-§. To'g'ri chiziq kesmasini berilgan nisbatda bo'lish

Parallel proektsiyalashning xossasiga asosan biror nuqta fazodagi to'g'ri chiziq kesmasini qanday nisbatda bo'lsa, uning bir nomli proektsiyalari to'g'ri chiziq kesmasining proektsiyalarini ham shunday nisbatlarga bo'ladi.

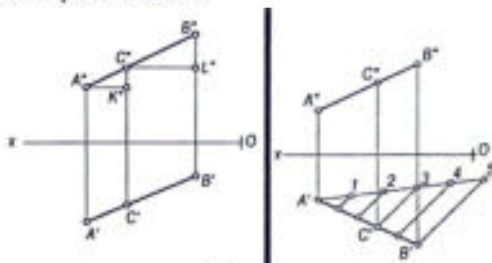
3.11-shaklda berilgan chizmaga asosan C nuqta AB kesmani $AC:CB$ nisbatda bo'lgan deb qabul qilinsin. Yuqoridagi xossaga binoan, C nuqtani proektsiyalari AB kesmaning proektsiyalarini xuddi shunday nisbatlarda bo'ladi, ya'ni $AC:CB = A'C':C'B' = A''C'':C''B''$.

To'g'ri chiziqqa tegishli nuqtaning bunday xususiyatidan foydalanib, har

qanday to'g'ri chiziqli kesmasini ixtiyoriy nisbatda proporsional bo'laklarga bo'lish mumkin. Masalan 3.12-shaklda berilgan $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqli kesmasini teng 5 bo'lakka bo'lish uchun kesmaning ixtiyoriy, masalan, gorizontal proektsiyasining A' uchidan ixtiyoriy burchakda yordamchi a to'g'ri chiziqli o'tkaziladi. Bu to'g'ri chiziqliqqa ixtiyoriy o'lchamli teng kesmalar besh marta qo'yib chiqiladi. So'ngra 5 va B' nuqtalarni o'zaro tutashtirilib, 4, 3, 2 va 1 nuqtalardan 5 B' chiziqliqqa parallel chiziqlar o'tkaziladi.



3.11-shakl



3.12-shakl

Natijada, $A'B'$ kesma 5 ta teng bo'lakka bo'linadi. To'g'ri chiziqli kesmasining gorizontal $A'B'$ proektsiyasidagi bu nuqtalardan foydalanib kesmaning $A''B''$ frontal proektsiyasini proektsion bog'lanish chiziqlari yordamida teng 5 bo'lakka bo'lish qiyin emas. Chizmadagi C nuqta AB to'g'ri chiziqli kesmasini $AC:CB=3:2$ nisbatda bo'ladi.

3.4-§. To'g'ri chiziqliqning izlari

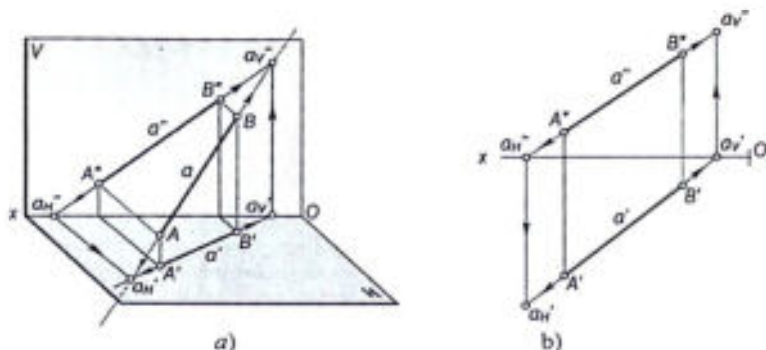
Ta'rif. To'g'ri chiziqliqning proektsiyalar tekisliklari bilan kesishish nuqtalari **to'g'ri chiziqliqning izlari** deyiladi.

Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqli hamma proektsiyalar tekisliklarini kesib o'tadi. Biror a to'g'ri chiziqliqning gorizontal proektsiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *gorizontal izi*, frontal proektsiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi *frontal izi* deyiladi. Shuningdek, to'g'ri chiziqliqning profil proektsiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtasi uning *profil izi* deyiladi:

$$a \cap H = a_H, a \cap V = a_V \text{ va } a \cap W = a_W.$$

3.13-a-shaklda, a to'g'ri chiziqliqning izlarini yasashning fazoviy modeli ko'rsatilgan.

To'g'ri chiziqliqning gorizontal izini proektsiyalarini chizmada aniqlash uchun quyidagi yasash algoritmlari bajariladi (3.13-shakl):



3.13-shakl

1. To'g'ri chiziqli frontal a'' proektsiyasining Ox o'qi bilan kesishish nuqtasi $a''_H = a'' \cap Ox$ topiladi;
2. a''_H nuqtadan Ox o'qiga perpendikulyar o'tkaziladi;
3. To'g'ri chiziqli gorizontal proektsiyasi a' bilan perpendikulyarning kesishish nuqtasi to'g'ri chiziqli gorizontal izining gorizontal proektsiyasi $a'_H = a_H$ bo'ladi.

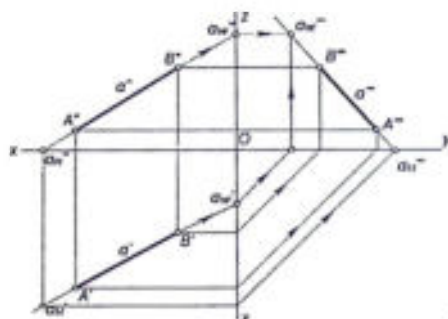
To'g'ri chiziqli gorizontal izining proektsiyalarini chizmada aniqlash uchun:

1. To'g'ri chiziqli gorizontal a' proektsiyasining Ox o'qi bilan kesishish nuqtasi $a'_H = a' \cap Ox$ topiladi;
2. Bu nuqtadan Ox o'qiga perpendikulyar o'tkaziladi;
3. To'g'ri chiziqli frontal proektsiyasi a'' bilan perpendikulyarning kesishish nuqtasi uning frontal izining frontal proektsiyasi $a_V'' = a_V'$ bo'ladi.

To'g'ri chiziqli profil izini yasash uchun (3.14-shakl):

1. Uning frontal proektsiyasini Oz o'qi bilan kesishguncha davom ettiriladi.
2. Hosil bo'lgan a_V'' nuqtadan Oz ga perpendikulyar chiqariladi.
3. To'g'ri chiziqli profil gorizontal proektsiyasi Oy o'qi bilan kesishguncha davom ettiriladi.
4. Hosil bo'lgan nuqtadan y o'qiga perpendikulyar chiqariladi.
5. Ikki perpendikulyarning o'zaro kesishish nuqtasi a to'g'ri chiziqli profil izi va shu izning profil proektsiyasi ham bo'ladi.

Shakldagi a_H' , a_H'' nuqtalar mazkur a to'g'ri chiziqli profil izining gorizontal va frontal proektsiyalari bo'ladi. a_H'' nuqta a to'g'ri chiziqli profil izining profil proektsiyasidir.



3.14-shakl

3.5-§. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqli kesmasining haqiqiy uzunligini va proektsiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash

Umumiy vaziyatda joylashgan to'g'ri chiziqli kesmasining proektsiyalari orqali uning haqiqiy o'lchamini aniqlash va proektsiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash masalasi amaliyotda ko'p uchraydi.

AB to'g'ri chiziqli kesmasi hamda uning H , V va W tekisliklardagi proektsiyalari berilgan bo'lsin (3.15-a, shakl). Kesmaning A nuqtasidan $AE \parallel A'B'$ to'g'ri chiziqli o'tkaziladi va to'g'ri burchakli $\triangle ABE$ ni hosil qilinadi. Bunda $BE = BB' - AA'$, bu yerda $AA' = EB' \square \square$ bo'lgani uchun $BE = BB' - EB' = \Delta z$ bo'ladi.

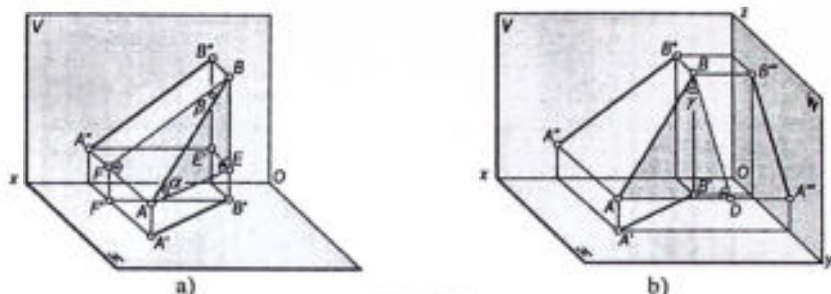
To'g'ri burchakli $\triangle ABE$ uchburchakning AB gipotenuzasi AE katet bilan α burchak hosil qiladi. Bu burchak AB kesmaning H tekislik bilan hosil qilgan burchagi bo'ladi.

To'g'ri chiziqli kesmasining V proektsiyalar tekisligi bilan hosil qilgan β burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli $\triangle ABF$ uchburchakdan foydalanamiz. Bu uchburchakning BF kateti AB kesmasining frontal proektsiyasi $A''B''$ ga, ikkinchi AF kateti uning A va B uchlarning V tekislikdan uzoqliklarining ayirmasiga teng bo'ladi. Bunda $AF = AA'' - BB''$, bo'lib, $BB'' = FA''$ bo'lgani uchun $AF = AA'' - FA'' = \Delta y$ bo'ladi.

To'g'ri burchakli $\triangle ABF$ ning AB gipotenuzasi BF katet bilan hosil qilgan β burchak AB kesmaning V tekislik bilan hosil qilgan burchagi bo'ladi.

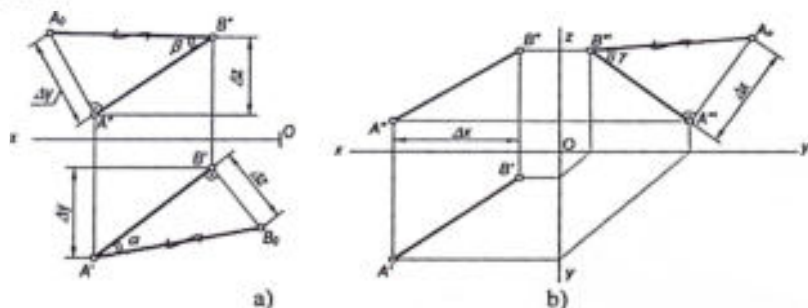
3.15-b, shaklda AB kesmaning W tekislik bilan hosil qilgan γ burchagini aniqlash ko'rsatilgan. Bu burchakni aniqlash uchun to'g'ri burchakli $\triangle DABF$ dan foydalanamiz. Bu uchburchakning bir kateti AB kesmasining profil proektsiyasiga, ikkinchi AD kateti A va B uchlarning W tekislikdan uzoqliklari ayirmasiga teng bo'ladi. Bunda $AD = AA''' - BB'''$, bo'lib, $BB''' = DA'''$ bo'lgani uchun $AD = AA''' - DA''' = \Delta x$ bo'ladi.

Chizmada kesmaning berilgan proektsiyalari orqali uning haqiqiy uzunligi va proektsiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash uchun yuqoridagi fazoviy model asosida to'g'ri burchakli uchburchaklar yasaladi. Shuning uchun bu usulni **to'g'ri burchakli uchburchak usuli** deb yuritiladi.



3.15-shakl

Masalan, AB kesmaning $A'B'' \square A''B''$ va $A''B''$ proektsiyalarga asosan uning (3.16-a, shakl) haqiqiy o'lchami va H bilan hosil qilgan α burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli $A'B'B_0$ uchburchak yasiladi. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning gorizontaal proektsiyasiga, ikkinchi kateti esa kesmaning A va B uchlari ning applikatalari ayirmasi Δz ga teng bo'ladi. Bu uchburchakning $A'B_0$ gipotenuzasi AB kesmaning haqiqiy o'lchami, $A'B_0 = AB$ bo'lib, $AB^{\wedge}H = \angle B'A'B_0 = \alpha$ bo'ladi.



3.16-shakl

Kesmaning V tekislik bilan hosil qilgan β burchagini aniqlash uchun to'g'ri burchakli $\Delta A''B''A_0$ ni yasiladi. Bu uchburchakning bir kateti kesmaning frontal $A''B''$ proektsiyasiga, ikkinchi kateti esa AB kesma uchlari ordinalari ayirmasi Δy ga teng bo'ladi. Hosil bo'lgan $B''A_0 = AB$ bo'lib, $AB^{\wedge}V = \angle A''B''A_0 = \beta$ bo'ladi.

AB kesmaning W tekislik bilan hosil etgan burchagini aniqlash uchun esa to'g'ri burchakli $\Delta A''B''A_0$ ni yasaymiz (3.16,b-shakl). Bu uchburchakning bir kateti kesmaning profil $A''B''$ proektsiyasi, ikkinchi kateti kesma uchlarning W tekislikdan uzoqliklarning abtsissalar ayirmasi $\square x$ bo'ladi. Hosil bo'lgan $B''A_0 = AB$ bo'lib, $AB^{\wedge}W = \angle A''B''A_0 = \gamma$ teng bo'ladi.

3.6-§. Ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlari

Ikki to'g'ri chiziq fazoda o'zaro parallel, kesuvchi yoki ayqash vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

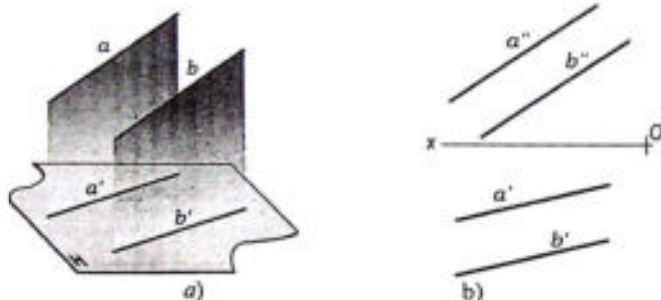
3.6.1. Parallel to'g'ri chiziqlar

Ta'rif. Agar ikki to'g'ri chiziqlarning kesishuv nuqtasi bo'lmasa (yoki umumiy uzoq xosmas nuqtaga ega bo'lsa), ularni **parallel to'g'ri chiziqlar** deyiladi.

Parallel proektsiyalarning xossasiga asosan parallel to'g'ri chiziqlarning bir nomli proektsiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi (3.17,a,b-shakl), ya'ni ab bo'lsa, u holda $a''b''$, $a'b'$, $a''b'$ bo'ladi.

Fazodagi umumiy vaziyatda joylashgan parallel to'g'ri chiziqlarning ikkita bir nomli proektsiyalari o'zaro parallel bo'lsa, ularning uchinchi proektsiyalari ham o'zaro parallel bo'ladi.

Ammo to'g'ri chiziqlar biror proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, u holda yuqorida keltirilgan shart bajarilmaydi. Masalan, W' tekislikka parallel bo'lgan profil to'g'ri chiziq kesmalarining bir nomli gorizont va frontal proektsiyalari (p_1 va p_2) ning o'zaro parallel bo'lishi etarli bo'lmaydi (3.18,a-shakl). Bunday hollarda to'g'ri chiziqlarning profil proektsiyalarini yasash zarur. Bunda $p_1'' \parallel p_2''$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi. Agar $p_1'' \cap p_2''$, bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar uchrashmas (ayqash) bo'ladi. Shuningdek, bu to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatini profil proektsiyalaridan foydalanmasdan ham aniqlash mumkin.



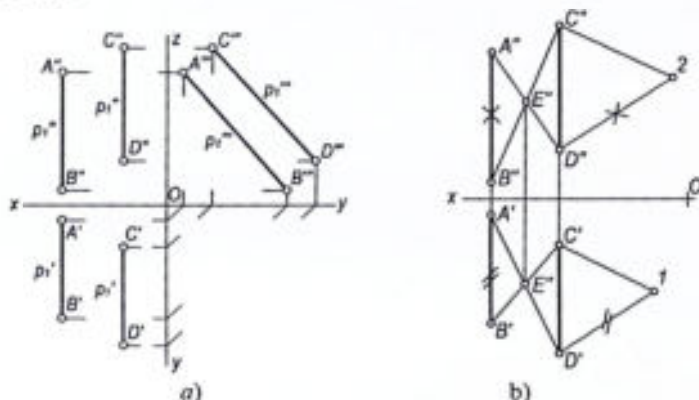
3.17-shakl

Buning uchun:

- to'g'ri chiziq kesmalarining bir nomli proektsiyalarining nisbatlari tengligini aniqlaymiz. Kesmaning biror, masalan, D' , D'' nuqtasidan ixtiyoriy (o'tkir burchak ostida) parallel chiziqlar o'tkazib, $D'1=A'B'$ va $D''2=A''B''$ kesmalarni qo'yiladi (3.18-b,shakl). So'ngra 1 va 2 nuqtalarni C' va C'' bilan tutashtiramiz. Agar $C'1 \parallel C''2$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel

bo'ladi. Aks holda bu to'g'ri chiziqlar ayqash to'g'ri chiziqlar ekanligini isbotlanadi;

- to'g'ri chiziq kesmalarining bir nomli nuqtalarini o'zaro kesishadigan qilib to'g'ri chiziqlar bilan tutashtiramiz (3.18-b, shakl). Agar chiziqlarning kesishish nuqtasining E' va E'' proektsiyalari bir bog'lovchi chiziqda bo'lsa, u holda CD va AB to'g'ri chiziqlar bir tekislikka tegishli va o'zaro parallel bo'ladi.



3.18-shakl

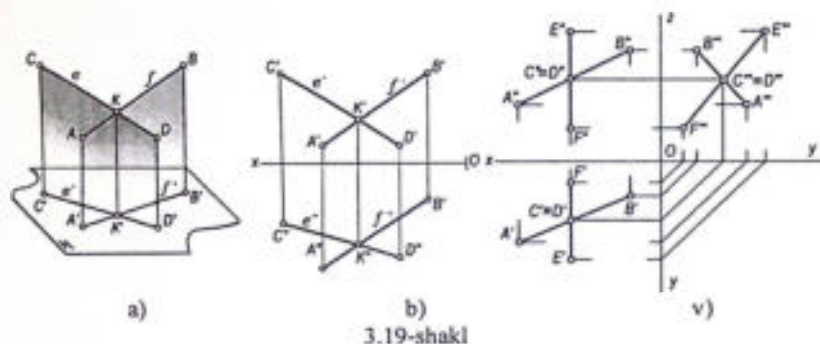
3.6.2. Kesishuvchi to'g'ri chiziqlar

Ta'rif. Agar ikki to'g'ri chiziq fazoda umumiy bir (xos) nuqtaga ega bo'lsa, ularni **kesishuvchi to'g'ri chiziqlar** deyiladi.

Fazodagi to'g'ri chiziqlar kesishish nuqtasining proektsiyasi shu to'g'ri chiziqlar proektsiyalarining kesishish nuqtasida bo'ladi (3.19-shakl). Kesishuvchi to'g'ri chiziqlarning bir nomli proektsiyalari ham chizmada o'zaro kesishadi va kesishish nuqta proektsiyalari bir proektsion bog'lovchi chiziqda bo'ladi.

Fazoda umumiy vaziyatda kesishuvchi to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlarning faqat ikkita bir nomli proektsiyalarining kesishishi kifoya qiladi.

Agar kesishuvchi chiziqlarning biri proektsiyalar tekisligining birortasiga parallel bo'lsa, u holda ularning ikkita bir nomli proektsiyalarining o'zaro kesishuvi etarli bo'lmaydi. Masalan, AB va EF to'g'ri chiziq kesmalarining biri EF kesma W tekislikka parallel joylashgan (3.19, v-shakl). Bu chiziqlarning o'zaro vaziyatini ularning profil proektsiyalarini yasash bilan aniqlash mumkin. Agar kesishish nuqtasining proektsiyalari bir bog'lovchi chiziqda joylashsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishadi, aks holda to'g'ri chiziqlar kesishmaydi.

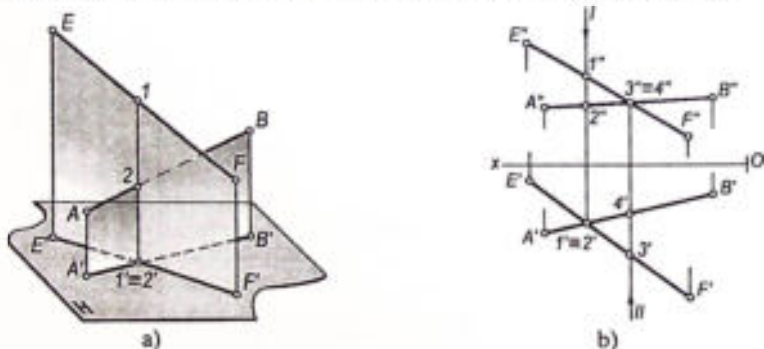


3.19-shakl

3.6.3. Ayqash to'g'ri chiziqlar

Ta'rif. Ikki to'g'ri chiziqlik o'zaro parallel bo'lmasa yoki kesishmasa ular **ayqash to'g'ri chiziqlar** deyiladi.

Ma'lumki, parallel va kesuvchi to'g'ri chiziqlar bitta tekislikka tegishli bo'ladi. Uchrashmas to'g'ri chiziqlar esa bir tekislikda yotmaydi (3.20,a,b-shakl). Uchrashmas to'g'ri chiziqlarning bir nomli proektsiyalari chizmada o'zaro kesishsa ham, ammo kesishish nuqtalari bir bog'lovchi chiziqqa tegishli bo'lmaydi.



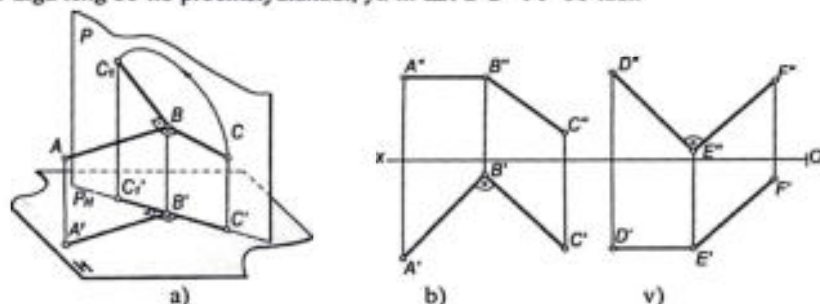
3.20-shakl

Masalan, 3.20-shaklda $AB(A'B', A''B'')$ va $EF(E'F', E''F'')$ uchrashmas chiziqlar berilgan. Bu to'g'ri chiziqlar proektsiyalarining $1''=2''$ va $3'=4'$ kesishish nuqtalari fazoda bu to'g'ri chiziqlarning har biriga tegishli ikki nuqtaning proektsiyalari bo'lmay, aksincha, $1 \in EF$, $2 \in AB$ va $3 \in EF$, $4 \in AB$ bo'ladi.

3.7-§. To'g'ri burchakning proektsiyalanish xususiyatlari

Teorema. Agar to'g'ri burchakning bir tomoni tekislikka parallel bo'lib, ikkinchi tomoni bu tekislikka perpendikulyar bo'lmasa, mazkur to'g'ri burchak shu tekislikka haqiqiy kattalikda proektsiyalanadi.

Bu teoremani isbotlash uchun 3.21,a-shakldan foydalanamiz. Shakldagi $\angle ABC=90^\circ$ ga teng va uning ikki tomoni H tekislikka parallel vaziyatda joylashgan deb faraz qilamiz. Bu vaziyatda uning gorizontaal proektsiyasining qiymati o'ziga teng bo'lib proektsiyalanadi, ya'ni $\angle A'B'C'=90^\circ$ bo'ladi.



3.21-shakl

To'g'ri burchakning BC tomonidan H tekislikka perpendikulyar qilib P tekislik o'tkazamiz. U holda $AB \perp P$ bo'lib, $H \cap P = P_H$ hosil bo'ladi. Agar to'g'ri burchakning BC tomonini AB tomoni atrofida aylantirib, ixtiyoriy BC_1 vaziyatga keltirsak ham uning bu tomonining proektsiyasi P_H bilan ustma-ust tushadi. Shunga ko'ra $\angle ABC_1 = \angle A'B'C' = 90^\circ$ bo'ladi. Demak:

$\angle ABC=90^\circ$ bo'lib, $AB \parallel H$ va $BC \parallel H$ bo'lsa, $\angle A'B'C'=90^\circ$ bo'ladi.

Chizmada $\angle ABC (AB \parallel H)$ va $\angle DEF (DE \parallel V)$ to'g'ri burchaklarning tasvirlanishi 3.21,b va 3.21,v-shakllarda keltirilgan.

To'g'ri burchakning proektsiyalanish xususiyatidan chizma geometriyada metrik masalalarni echishda keng foydalanadi.

3.8-§. Chizmalarda ko'rinishlikni aniqlash

Geometrik figuraning fazodagi o'zaro vaziyatlariga oid masalalar echishda tasvirlarni yaqqolashtirish maqsadida ularning ko'rinadigan va ko'rinmaydigan qismlarini aniqlashga to'g'ri keladi.

Faqat birinchi oktantda joylashgan geometrik shakllarning kuzatuvchiga nisbatan yaqin turgan elementlari ko'rinadi, uning orqasidagi elementlari ko'rinmaydi. Boshqa oktantlarda joylashgan shakl yoki uning tarkibiy qismi ko'rinmas deb hisoblanadi.

Geometrik shakllarning kuzatuvchiga nisbatan chizmada ko'rinishligi

konkurent nuqtalardan foydalanib aniqlanadi.

Ta'rif. Bitta proektsiyalovchi nurda (to'g'ri chiziqda) joylashgan nuqtalar **konkurent nuqtalar** deyiladi.

Agar kuzatuvchi proektsiyalovchi nur yo'nalishida konkurent nuqtalarga qarasa, u o'ziga yaqin bo'lgan nuqtani yoki proektsiyalar tekisligidan uzoqroq joylashgan nuqtani ko'radi.

Masalan, 3.22,a-shaklda berilgan bir proektsiyalovchi nurda joylashgan va V ga nisbatan konkurent bo'lgan A va B nuqtalarga s yo'nalish bo'yicha qaralganda, kuzatuvchiga yaqin bo'lgan yoki V tekislikdan uzoqroq joylashgan B nuqta ko'rinadi. Shuningdek, H ga nisbatan konkurent bo'lgan C va D nuqtalarga s_1 yo'nalish bo'yicha qaralsa, H tekislikdan uzoqroq joylashgan C nuqta ko'rinadi.

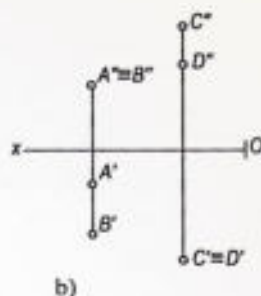
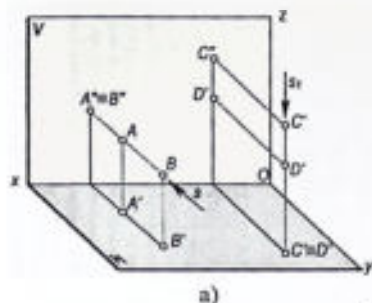
Chizmada konkurent nuqtalarning ko'rinishligini ularning koordinatalari orqali aniqlash ham mumkin. Konkurent nuqtalarning H tekislikka nisbatan ko'rinishligi z applikatasi, V tekislikka nisbatan y ordinatasi va W tekislikka nisbatan x abtsissasi aniqlaydi.

H tekislikka nisbatan applikatasi eng katta bo'lgan konkurent nuqta kuzatuvchiga ko'rinadi.

3.22,b-shaklda $A(A', A'')$, $B(B', B'')$, va $C(C', C'')$, $D(D', D'')$ konkurent nuqtalarning proektsiyalari berilgan. Bunda $y_A < y_B$ va $z_C > z_D$ bo'lgani uchun V tekislikka nisbatan B nuqta, H tekislikka nisbatan C nuqta ko'rinuvchi nuqtalar bo'ladi.

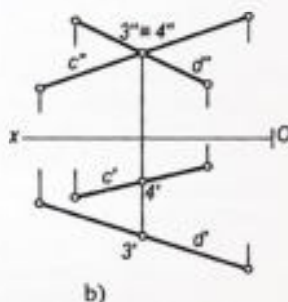
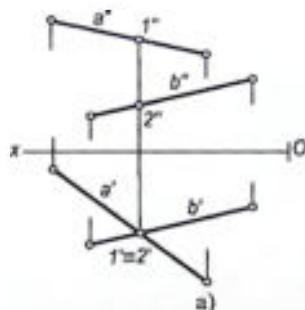
Fazoda turli vaziyatlarda joylashgan geometrik shakllarning chizmada ko'rinishligi ularga tegishli bo'lgan ayrim konkurent nuqtalarning ko'rinishligini tekshirish yo'li bilan aniqlanadi.

3.23,a-shaklda $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ uchrashmas to'g'ri chiziqlar berilgan. Bu to'g'ri chiziqlar gorizontal proektsiyalarning o'zaro kesishgan va H ga nisbatan konkurent bo'lgan nuqtalari $1''=2''$ ustma-ust proektsiyalangan. Bu nuqtalardan qaysi birini ko'rinishligini aniqlash uchun ularning gorizontal proektsiyasidan proektsiyalovchi chiziq o'tkazib, to'g'ri chiziqlarning frontal a'' va b'' proektsiyalarida $1''$ va $2''$ nuqtalar belgilanadi va $z_1 > z_2$ ekanligi aniqlanadi. Natijada, a chiziqqa tegishli 1 nuqta kuzatuvchiga ko'rinadi, b chiziqqa tegishli 2 nuqta esa uning ostida bo'ladi. Demak, $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlarga yuqoridan qaraganda a to'g'ri chiziq b to'g'ri chiziqqa nisbatan kuzatuvchiga yaqin joylashgan.



3.22-shakl

3.23, b-shaklda ham $c(c', c'')$ va $d(d', d'')$ chiziqlarni V ga nisbatan qaraganda $y_3 > y_4$ bo'lgani uchun 3 nuqta kuzatuvchiga ko'rinadi. Shuning uchun $c(c', c'')$ va $d(d', d'')$ to'g'ri chiziqlarga oldidan qaraganimizda d to'g'ri chiziq c to'g'ri chiziqqa nisbatan kuzatuvchiga yaqinroq joylashgan.



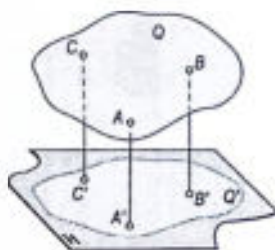
3.23-shakl

Nazorat savollari

1. To'g'ri chiziqning proektsiyalari qanday hosil bo'ladi?
2. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq nima?
3. To'g'ri chiziqning izlari nima?
4. Qanday xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarni bilasiz?
5. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligi qanday yasaladi?
6. O'zaro parallel to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari qanday bo'ladi?
7. Kesishuvchi va ayqash to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari bir-biridan qanday farqlanadi?
8. To'g'ri burchakning proektsiyalanishi haqidagi teoremani tushuntirib bering.
9. Ko'rinishlikni aniqlashda konkurent nuqtalardan qanday foydalaniladi?

4.1-§. Tekislikning berilishi

Tekislik birinchi tartibli sirt hisoblanadi. Chunki u birinchi darajali algebraik tenglama bilan ifodalanadi, ya'ni $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 1$.



4.1-shakl

Ortogonal proektsiyalarda tekislikning fazodagi vaziyati uni berilishini ta'minlovchi elementlarning proektsiyalari orqali aniqlanadi. Umumiy holda tekislikning fazoviy vaziyatini bir to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan uchta nuqta aniqlaydi. Haqiqatdan, 4.1-shakldagi A , B va C nuqtalar fazoda biror Q tekislikning vaziyatini aniqlaydi. Bu nuqtalardan har birining fazoviy o'rni o'zgarishi bilan tekislikning vaziyati ham fazoda o'zgaradi.

Uchta nuqtaning ikkitasi orqali hamma vaqt bir to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin. Shuningdek, uchta nuqta yordamida ikki parallel va kesishuvchi chiziqlar o'tkazish yoki tekis geometrik shakl, (masalan, uchburchak) hosil qilish mumkin.

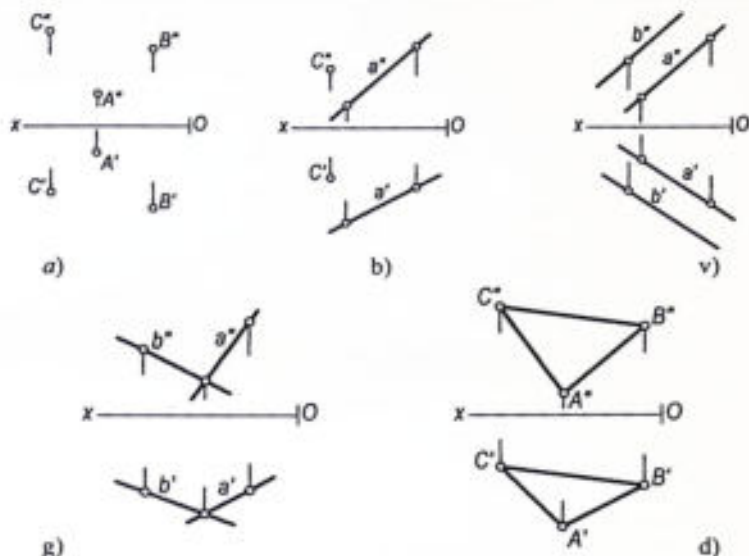
Chizma geometriyada tekisliklar qo'yidagi hollar bilan beriladi:

- bir to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan uchta nuqtaning proektsiyalari bilan (4.2-a, shakl);
- bir to'g'ri chiziq va unga tegishli bo'lmagan nuqtaning proektsiyalari bilan (4.2,b- shakl);
- ikki parallel to'g'ri chiziq proektsiyalari bilan (4.2,v-shakl);
- ikki kesishuvchi to'g'ri chiziq proektsiyalari bilan (4.2,g-shakl);
- tekis geometrik shakllarning ortogonal proektsiyalari orqali berilishi ham mumkin (4.2,d-shakl).

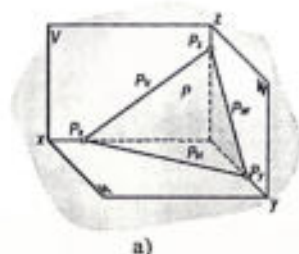
Shuningdek, tekislik proektsiyalar tekisliklari bilan kesishish chiziqlari orqali berilishi ham mumkin. Masalan 4.3-shaklda, P tekislik H , V va W proektsiyalar tekisliklari bilan kesishgan P_H , P_V , P_W chiziqlar orqali berilishi ko'rsatilgan.

Agar biror tekislik proektsiyalar tekisliklari bilan bir xil og'ish burchak hosil qilsa, uning ikkita izi bir to'g'ri chiziqda yotadi. Uchinchi izi esa proektsiya-

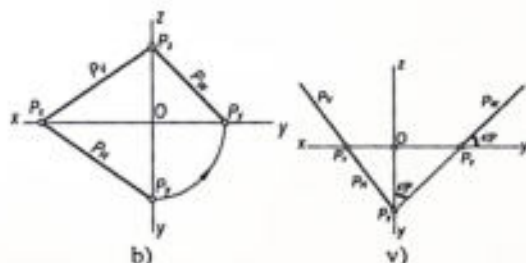
larini o'qi bilan 45° burchak hosil qiladi (4.3,v-shakl).



4.2-shakl



a)



4.3-shakl

4.2-§. Tekislikning izlarini yasash

Ta'rif. Tekislikning proektsiyalar tekisliklari bilan kesishgan chiziqlari **tekislikning izlari** deyiladi.

P tekislikning H tekislik bilan kesishgan $P_H = P \cap H$ chizig'i uning gorizontal izi, V tekislik bilan kesishgan $P_V = P \cap V$ chizig'i frontal izi va W tekislik bilan

kesishgan $P_H = P \cap W$ chizig'i **profil izi** deb ataladi.

Tekislik shu tarzda berilsa, uni izlari bilan berilgan tekislik deb yuritiladi va $P(P_H, P_V, P_W)$ tarzida yoziladi.

Tekislikni chizmada izlari bilan tasvirlash ancha qulay va afzaldir. Tekislikning Ox , Oy va Oz koordinata o'qlari bilan kesishgan nuqtalari P_x , P_y , P_z bilan belgilanadi, ya'ni $P_x = P \cap Ox$, $P_y = P \cap Oy$, $P_z = P \cap Oz$.

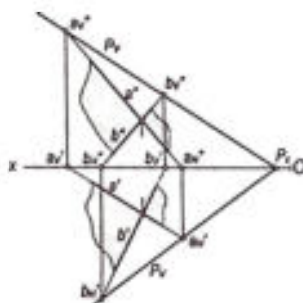
Bu nuqtalar tekislikning ikkita izining kesishishidan hosil bo'ladi.

Tekislik qanday tarzda berilishidan qat'iy nazar, uning izlarini ortogonal proektsiyalarda yasash mumkin.

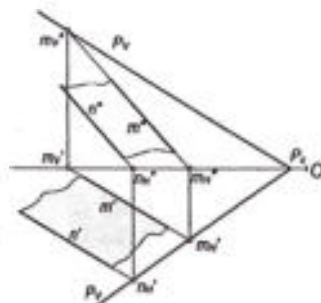
Har qanday geometrik shakllar orqali berilgan tekislikning izlarini yasash mazkur tekislikka tegishli bo'lgan to'g'ri chiziqlar izlarini yasash bilan bajariladi. Bunig uchun to'g'ri chiziqning tekislikka tegishlilik xususiyatidan foydalaniladi.

4.4-shaklda $a \cap b$ kesuvchi chiziqlar bilan berilgan tekislikning gorizontal izini yasash uchun to'g'ri chiziqlar gorizontal izlarining a'_H , a''_H , va b'_H , b''_H proektsiyalarini topamiz. Agar to'g'ri chiziqlarning gorizontal izlarining gorizontal a'_H va b'_H proektsiyalarini o'zaro tutashtirsak, tekislikning P_H gorizontal izini hosil qilamiz. Xuddi shu tarzda tekislikning P_V frontal izini yasash uchun kesishuvchi to'g'ri chiziqlar frontal izlarining a'_V , a''_V va b'_V , b''_V proektsiyalarini yasaymiz. So'ngra to'g'ri chiziqlarning frontal izlarining frontal a''_V va b''_V proektsiyalarini tutashtirsak, tekislikning P_V frontal izini hosil qilamiz. Tekislikning P_H va P_V izlarining P_z kesishish nuqtasi Ox o'qida bo'lishi shart.

Ikki $m \parallel n$ parallel chiziqlar bilan berilgan tekislikning P_H va P_V izlari ham to'g'ri chiziqlarining izlarini yasash yo'li bilan aniqlanadi (4.5-shakl). Umuman, turli geometrik shakllar bilan berilgan tekisliklarning izlari mazkur shaklga tegishli bo'lgan ikki kesuvchi yoki parallel chiziqlarning izlarini yasash yo'li bilan aniqlanadi.



4.4-shakl



4.5-shakl

4.3-§. Tekisliklarning proektsiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatlari

Tekislik fazoda proektsiyalar tekisliklariga nisbatan umumiy va xususiy

vaziyatlarda joylashishi mumkin.

Umumiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proektsiyalar tekisliklarining birortasiga parallel yoki perpendikulyar bo'lmasa, uni *umumiy vaziyatdagi tekislik* deyiladi (4.3,a-shakl). Chizmada umumiy vaziyatdagi tekislikning izlari proektsiyalar o'qlari bilan ixtiyoriy burchak hosil qiladi. Agar biror P tekislik proektsiyalar tekisliklari bilan bir xil burchak hosil qilsa, uning P_H va P_V izlari Ox o'qi bilan bir xil burchak hosil qiladi (4.3,b-shakl).

Xususiy vaziyatdagi tekisliklar. Agar tekislik proektsiyalar tekisligining biriga perpendikulyar yoki parallel bo'lsa, uni *xususiy vaziyatdagi tekislik* deb ataladi.

Proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekisliklar *proektsiyalovchi tekisliklar* deyiladi.

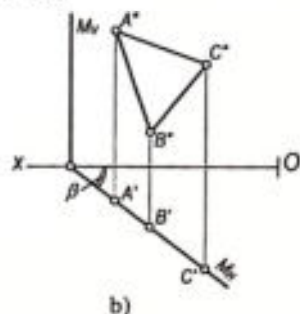
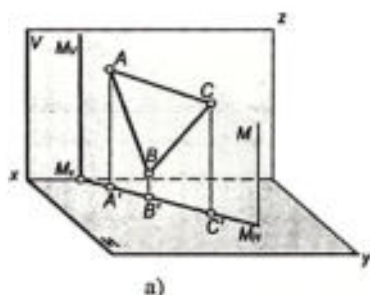
4.3.1. Proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar tekisliklar

Gorizontal projektsiyalovchi tekislik

Ta'rif. Gorizontal projektsiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik **gorizontal projektsiyalovchi tekislik** deyiladi.

Gorizontal projektsiyalovchi $M(M_H, M_V)$ tekislikning M_V frontal izi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi (4.6,a,b- shakl), M_H gorizontal izi esa Ox o'qiga nisbatan ixtiyoriy burchakda joylashgan bo'ladi. Bu tekislik gorizontal izi M_H va Ox o'q orasidagi β burchak, M va V tekisliklar orasidagi burchakning haqiqiy qiymatiga teng bo'ladi.

Gorizontal projektsiyalovchi tekislikka tegishli tekis geometrik shakllarning gorizontal projektsiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va tekislikning gorizontal izi bilan ustma-ust tushadi (4.6 – b, shakl).

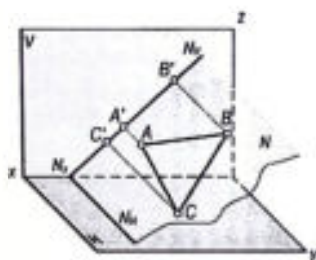


4.6-shakl

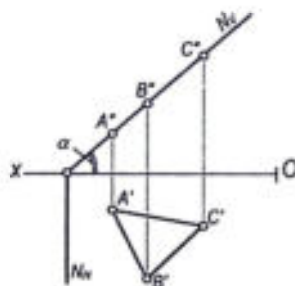
Frontal projektsiyalovchi tekislik

Ta'rif. Frontal proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislik **frontal proektsiyalovchi tekislik** deyiladi.

Frontal proektsiyalovchi $N(N_H, N_V)$ tekislikning gorizontal N_H izi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi (4.7- a, shakl), frontal N_V izi esa ixtiyoriy burchakda joylashgan bo'ladi. Frontal proektsiyalovchi tekislikning frontal N_V izining Ox o'qi bilan hosil qilgan α burchagi N va H tekisliklar orasidagi burchakning haqiqiy qiymatiga teng. Frontal proektsiyalovchi tekislikka tegishli bo'lgan tekis shakllarning frontal proektsiyalari to'g'ri chiziq bo'ladi va tekislikning frontal izi bilan ustma-ust tushadi (4.7-shakl).



a)



b)

4.7-shakl

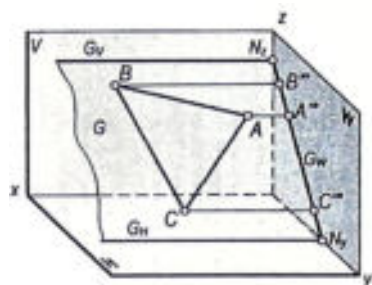
Profil proektsiyalovchi tekislik

Ta'rif. Profil proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar tekislik **profil proektsiyalovchi tekislik** deb ataladi.

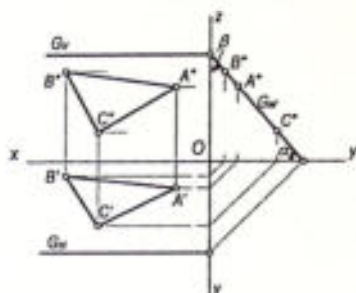
Bu tekislikning gorizontal G_H va frontal G_V izlari Ox o'qiga parallel bo'ladi (4.8-a, shakl).

G profil proektsiyalovchi tekislikning H va V tekisliklar bilan hosil qilgan α va β burchaklari 4.8-b, shaklda ko'rsatilganidek haqiqiy kattalikda proektsiyalanadi.

Shuningdek, profil proektsiyalovchi tekislik proektsiyalar o'qi Ox dan ham o'tishi mumkin (4.9-a, shakl). U holda G tekislikning gorizontal G_H va frontal G_V izlari Ox o'qida bo'ladi va tekislikning fazoviy vaziyatini aniqlab bo'lmaydi. Shuning uchun bunday hollarda mazkur tekislikning profil izi yoki shu tekislikka tegishli bo'lgan biror $A(A', A'')$ nuqtaning ikki proektsiyasi beriladi (4.9-b, shakl). Bu nuqtaning A'' proektsiyasi orqali tekislikning profil izini yasash mumkin (4.10-shakl).

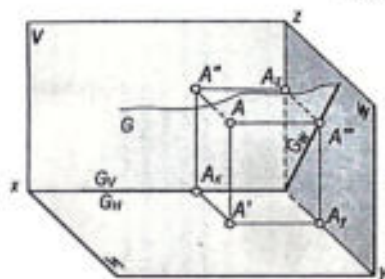


a)

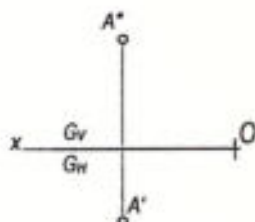


b)

4.8-shakl



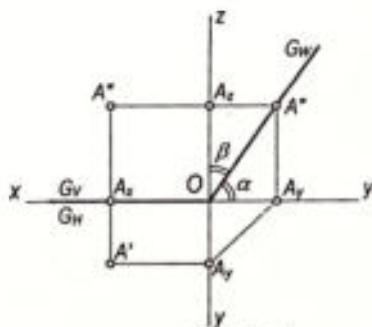
a)



b)

4.9-shakl

Proektsiyalovchi tekislikning ikkita izini chizmada tasvirlash shart emas. Tekislikning bitta izi, aynan gorizontal proektsiyalovchi tekislikning gorizontal izi M_H , frontal proektsiyalovchi tekislikning frontal izi N_V , profil proektsiyalovchi tekislikning profil izi G_W , orqali ham ularning vaziyatini aniqlash mumkin (4.11-shakl).



4.10-shakl

4.3.2. Proektsiyalar tekisligiga parallel tekisliklar

Gorizontal tekislik

Ta'rif. Gorizontal proektsiyalar tekisligiga parallel tekislik **gorizontal tekislik** deyiladi.

Bu tekislik bir vaqtda V va W tekisliklarga perpendikulyar bo'ladi. Tekislikning vaziyatini uning frontal H_{1F} izi aniqlaydi (4.12-a,b, shakl).

Frontal tekislik

Ta'rif. Frontal proektsiyalar tekisligiga parallel tekislik **frontal tekislik** deyiladi.

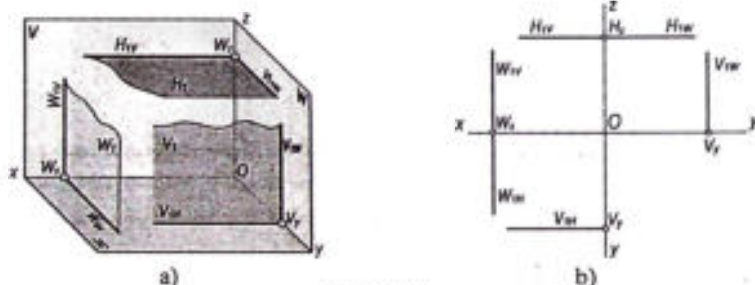
Bu tekislik bir vaqtda H va W tekisliklarga perpendikulyar bo'ladi. Tekislikning vaziyatini uning frontal V_{1H} izi aniqlaydi (4.12-a,b, shakl).

Profil tekislik

Ta'rif. Profil proektsiyalar tekisligiga parallel tekislik **profil tekislik** deyiladi.

Profil W_1 tekislik bir vaqtda H gorizontal va V frontal proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'ladi. Tekislikning fazoviy vaziyatini uning W'_{1H} gorizontal va W'_{1F}

frontal izlari aniqlaydi (4.12-a,b, shakl).



4.12-shakl

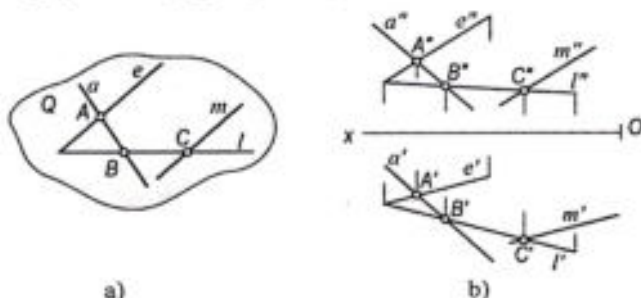
4.4-§. Tekislik va to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlari

To'g'ri chiziq va tekislik fazoda o'zaro quyidagi vaziyatlarda bo'lishi mumkin:

- to'g'ri chiziq tekislikka tegishli ($a \subset P$),
- to'g'ri chiziq tekislik bilan kesishadi ($a \cap P$),
- to'g'ri chiziq tekislikka parallel ($a \parallel P$),
- to'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar ($a \perp P$).

Tekislikka tegishli to'g'ri chiziq va nuqta. Quyidagi xollarda to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'ladi:

- agar to'g'ri chiziqning ikki nuqtasi tekislikka tegishli bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'ladi. Masalan, a to'g'ri chiziqning A va B nuqtalari (4.13-shakl) Q tekislikka tegishli bo'lganligi uchun a to'g'ri chiziq Q tekislikka tegishli bo'ladi;
- agar m to'g'ri chiziqning bir nuqtasi tekislikka tegishli bo'lib, mazkur tekislikka tegishli yoki unga parallel biror to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'ladi. Masalan, m to'g'ri chiziqning C nuqtasi Q tekislikka tegishli va bu to'g'ri chiziq mazkur tekislikka tegishli to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, u holda m to'g'ri chiziq Q tekislikka tegishli bo'ladi.



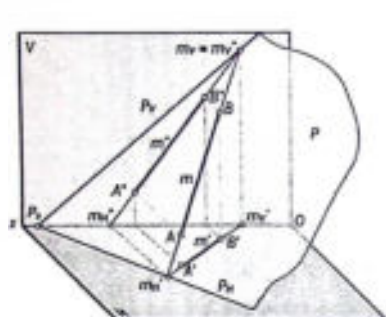
4.13-shakl

To'g'ri chiziqning tekislikka tegishli bo'lish shartlaridan quyidagi xulosalarga kelish mumkin.

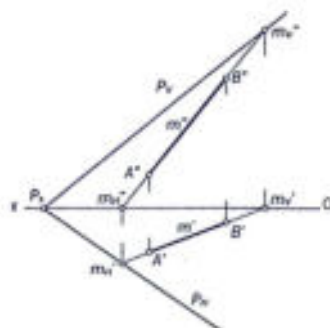
1-xulosa. Agar to'g'ri chiziq tekislikka tegishli bo'lsa, bu to'g'ri chiziqning bir nomli izlari tekislikning bir nomli izlariga tegishli bo'ladi (4.14-shakl).

P tekislikka tegishli m to'g'ri chiziqning M_H gorizontal izi tekislikning P_H gorizontal izida, to'g'ri chiziqning M_V frontal izi tekislikning P_V frontal izida joylashgan. Demak, m to'g'ri chiziq P tekislikka tegishli bo'ladi, ya'ni $m \subset P$.

2-xulosa. Agar nuqta tekislikka tegishli bo'lsa, bu nuqta tekislikning biror to'g'ri chizig'iga tegishli bo'ladi.



a)



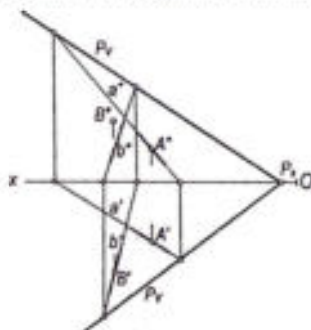
b)

4.14-shakl

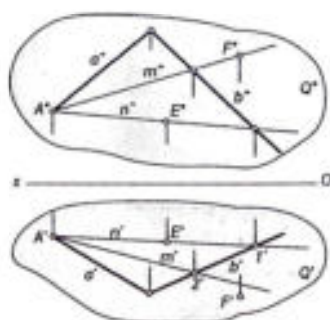
4.15-shaklda $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalarning o'zaro joylashuvini ko'rsatilgan. Buning uchun:

- nuqtaning gorizontal A' (yoki frontal A'') proektsiyasidan o'tuvchi va tekislikka tegishli a to'g'ri chiziqlarning gorizontal a' (yoki frontal a'') proektsiyasi o'tkaziladi.
- to'g'ri chiziqlarning frontal a'' (yoki gorizontal a') proektsiyasi yasalanadi.
- A nuqtaning A' gorizontal va A'' frontal proektsiyalari a to'g'ri chiziqlarning bir nomli a' va a'' proektsiyalarida joylashgan uchun $A \in P$ bo'ladi.

Xuddi shu tartibda $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan $B(B', B'')$ nuqtaning o'zaro vaziyatini tekshirganimizda $B' \in b'$ va $B'' \notin b''$ bo'lgani uchun $B \notin P$ bo'ladi.



4.15-shakl



4.16-shakl

4.16-shaklda a va b kesishuvchi chiziqlar orqali berilgan Q tekislik bilan E va F nuqtalarning o'zaro vaziyati m va n chiziqlar yordami bilan aniqlangan:

- $E \in n'$ va $E'' \in n''$ bo'lgani uchun $E \in Q$ bo'ladi.
- $F' \notin m'$ va $F'' \in m''$ bo'lgani uchun esa $F \notin Q$ bo'ladi.

4.5-§. Tekislikning bosh chiziqlari

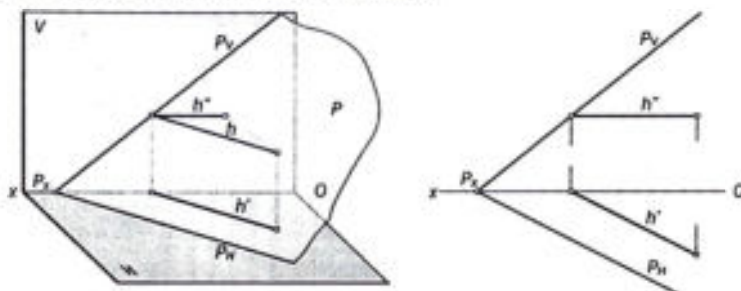
Tekislikning bosh chiziqlariga uning gorizontali, frontali va eng katta og'ish chiziqlari kiradi,

Tekislikning gorizontali

Ta'rif. Tekislikka tegishli to'g'ri chiziq H tekisligiga parallel bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikning gorizontali deyiladi.

Bunda $h \in P$ hamda $h \parallel H$ bo'lsa, h to'g'ri chiziq P tekislikning gorizontali chizig'i bo'ladi.

Chizmada tekislik gorizontalinining frontal proektsiyasi Ox ga parallel, ya'ni $h'' \parallel Ox$ bo'ladi, tekislik gorizontalinining gorizontali proektsiyasi esa tekislikning P_H iziga parallel, ya'ni $h' \parallel P_H$ bo'ladi (4.17-shakl).



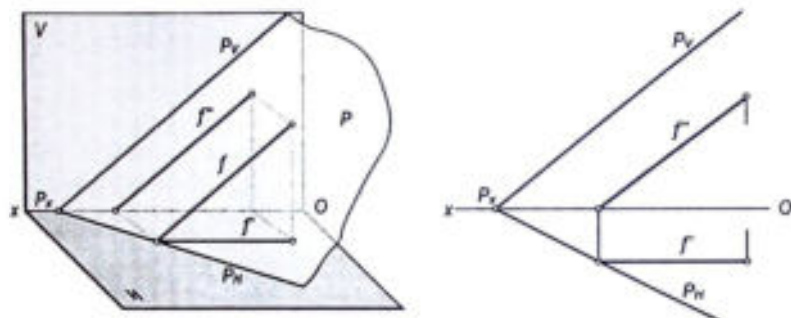
4.17-shakl

Tekislikning frontali

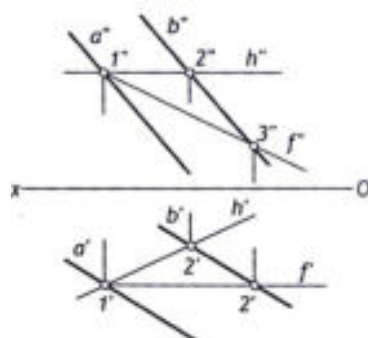
Ta'rif. Tekislikka tegishli to'g'ri chiziq V tekisligiga parallel bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikning frontali deyiladi.

Bunda $f \in P$ hamda $f \parallel V$ bo'lsa, f to'g'ri chiziq P tekislikning frontal chizig'i bo'ladi.

Chizmada tekislik frontalining gorizontali proektsiyasi proektsiyalar o'qi Ox ga parallel bo'ladi, ya'ni $f' \parallel Ox$, tekislik frontalining frontal proektsiyasi esa tekislikning P_V iziga parallel, ya'ni $f'' \parallel P_V$ bo'ladi (4.18-shakl).



4.18-shakl.



4.19-shakl.

4.19-shaklda $a \parallel b$ chiziqlar bilan berilgan tekislikning h gorizontal va f frontallarini yasash tasvirlangan.

Umuman, chizmada tekislikning cheksiz ko'p bosh chiziqlarini o'tkazish mumkin. Tekislikning bir nomli bosh chiziqlari (masalan, gorizontallari) hamma vaqt bir-biriga parallel bo'ladi. Ammo proektsiyalar tekisligidan talab qilingan masofada tekislikning faqat bitta bosh chizig'ini o'tkazish mumkin.

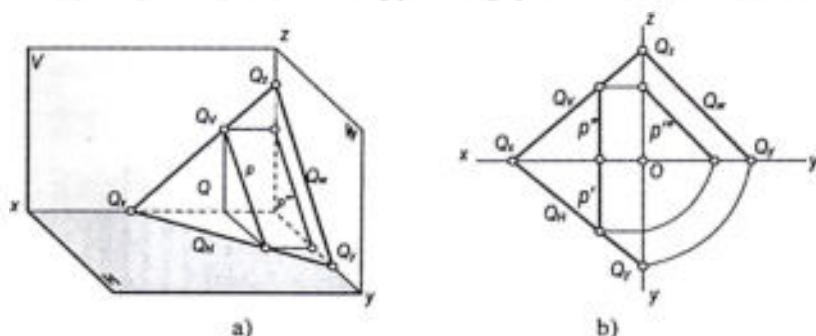
Tekislikning profil chizig'i

Ta'rif. Agar tekislikka tegishli to'g'ri chiziq profil proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikning **profil chizig'i** yoki **profili** deyiladi.

Bunda $p \in Q$ bo'lib va $p \parallel W$ bo'lsa, p to'g'ri chiziq Q tekislikning profili bo'ladi (4.20,a,b-shakl).

Chizmada tekislik profil chizig'ining gorizontal va frontal proektsiyasi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi. Profil proektsiyasi esa, proektsiyalar o'qlariga nis-

batan turlicha joylashuvi mumkin. Agar tekislik izlari bilan berilgan bo'lsa, profilning profil proektsiyasi tekislikning profil iziga parallel bo'ladi (4.20-b, shakl).



4.20-shakl

Chizmada tekislikning cheksiz ko'p asosiy chiziqlarini o'tkazish mumkin. Tekislikning bir nomli bosh chiziqlari doimo o'zaro parallel bo'ladilar. Ammo proektsiyalar tekisligidan talab qilingan masofada tekislikning faqat bitta bosh chizig'ini o'tkazish mumkin.

Tekislikning eng katta og'ma chizig'i

Ta'rif. Tekislikka tegishli va tekislikning bosh chiziqlaridan biri (gorizontal yoki frontal)ga perpendikulyar to'g'ri chiziq tekislikning eng katta og'ma chizig'i deb ataladi.

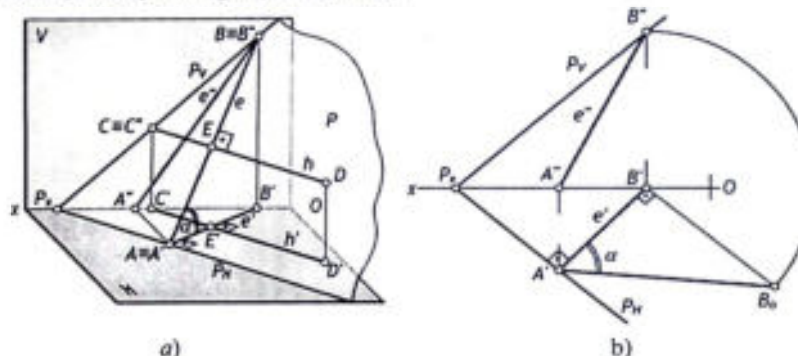
Agar P tekislikka tegishli e to'g'ri chiziq tekislikning gorizontalligiga perpendikulyar bo'lsa, u holda e to'g'ri chiziqni P tekislikning H tekislikka nisbatan eng katta og'ma chizig'i deyiladi.

4.21-shaklda P tekislikning H tekislikka eng katta og'ma chizig'i tasvirlangan. Bu yerda $h \subset P$ va $h \parallel H$. To'g'ri burchakning proektsiyalanish xususiyatidan: $\angle BED = 90^\circ$ va $ED \parallel H$ bo'lgani uchun $\angle B'ED' = 90^\circ$ bo'ladi.

Tekislikning eng katta og'ma chizig'i orqali uning proektsiyalar tekisligi bilan hosil qilgan ikki yoqli burchagi aniqlanadi (4.21, b-shakl). P tekislikning H tekislikka nisbatan eng katta og'ma chizig'i P va H tekisliklar orasidagi $\angle B_0 A' B'$ chiziqli burchakni ifodalaydi. Chunki $AB \perp P_H$ va $A'B' \perp P_H$ bo'lgani uchun bu ikki yoqli burchakning qiymatini aniqlaydi.

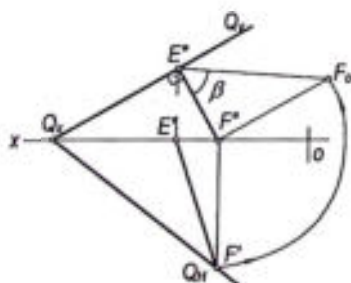
P tekislikning H proektsiyalar tekisligiga nisbatan eng katta og'ma chizig'ini yasash uchun P_H gorizontal izida ixtiyoriy A nuqta tanlab olinadi. Bu nuqtadan $e \in P$ to'g'ri chiziqning gorizontal proektsiyasini $e' \perp P_H$ qilib, P tekislikning H tekislikka eng katta og'ma chizig'ining gorizontal proektsiyasi o'tkaziladi va Ox o'qida $B' = e' \cap Ox$ nuqta aniqlanadi. So'ngra bu chiziqning

frontal e'' proyeksiyasi A'' va B'' nuqtalar yordamida yasalanadi. Hosil bo'lgan $e \in P$ to'g'ri chiziqlarning e' va e'' proyeksiyalari P tekislikning H tekislikka nisbatan eng katta og'ma chizig'ining proyeksiyalari bo'ladi. Bu chiziqlarning H tekislik bilan hosil qilgan α burchagi aniqlanadi. Buning uchun to'g'ri burchakli uchburchak $\Delta A'B'B_0$ dan foydalanilgan (4.21, b-shakl),

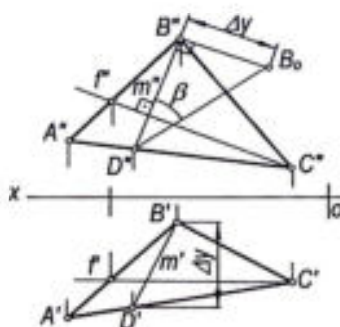


4.21-shakl

Xuddi shunday $Q(Q_H, Q_V)$ tekislikning V tekislik bilan hosil etgan β burchagini yasash uchun (4.22-shakl) Q tekislikning frontal Q_V izida ixtiyoriy $E'' \in Q_V$ nuqta tanlab olinadi. Bu nuqta orqali Q_V ga perpendikulyar qilib tekislikning V tekislikka nisbatan eng katta og'ma chizig'ining frontal proyeksiyasi $E''F'' \perp Q_V$ o'tkaziladi va uning $E'F'$ gorizontal proyeksiyasi yasalanadi. Bu chiziqlarning V tekislik bilan hosil qilgan β burchagi to'g'ri burchakli $\Delta E''F''F_0$ orqali aniqlanadi. Bu burchak Q va V tekisliklar orasidagi ikki yoqli burchakning haqiqiy qiymatiga teng bo'ladi: $\beta = Q^\wedge V$.



4.22-shakl



4.23-shakl

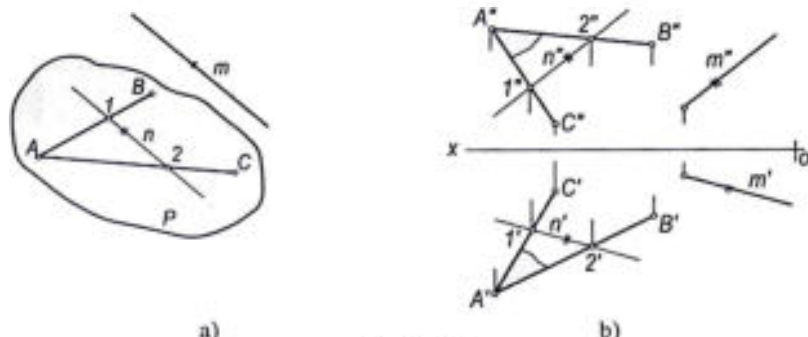
4.23-shaklda $\Delta ABC(\Delta A'B'C', \Delta A''B''C'')$ orqali berilgan tekislikning V tekis-

lik bilan hosil qilgan burchagi aniqlangan. Buning uchun ABC tekislikning $f(f', f'')$ frontalini olamiz va unga perpendikulyar qilib berilgan tekislikning V tekislikka nisbatan eng katta og'ma chizig'i $m(m', m'')$ dan foydalanamiz.

4.6-§. To'g'ri chiziq va tekisliklarning o'zaro parallelligi

Ta'rif. Agar fazodagi m to'g'ri chiziq P tekislikka tegishli biror n to'g'ri chiziqqa parallel bo'lsa, u holda bu to'g'ri chiziq tekislikka parallel bo'ladi.

Bunda $n \subset P$ bo'lib, $m \parallel n$ bo'lsa, $m \parallel P$ bo'ladi (4.24, a, b-shakl).



4.24-shakl

1-masala. $A (A', A'')$ nuqtadan $Q (Q_H, Q_V)$ tekislikka parallel to'g'ri chiziq o'tkazish talab qilinsin (4.25-shakl).

Yechish. A nuqtadan Q tekislikka parallel qilib cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin. Shunday to'g'ri chiziqlarning ixtiyoriy bittasini o'tkaziladi.

Buning uchun Q tekislikka tegishli ixtiyoriy $e (e', e'')$ to'g'ri chiziq tanlanadi. Bu to'g'ri chiziqning bir nomli proektsiyalariga parallel qilib A nuqtaning A' va A'' proektsiyalaridan izlangan to'g'ri chiziqning l' va l'' proektsiyalarini o'tkaziladi, ya'ni $e (e', e'') \subset Q (Q', Q'')$ bo'lib, $l' \in A'$, $l'' \in A''$ bo'lganda $l \parallel Q$ bo'ladi.

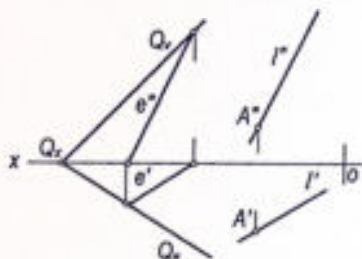
2-masala. $D (D', D'')$ nuqtadan ham $ABC (A'B'C', A''B''C'')$ tekisligiga ham H gorizontal proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan m to'g'ri chiziq o'tkazilsin (4.26-shakl).

Yechish. $\triangle ABC$ tekisligida H ga parallel qilib gorizontal $h (h', h'')$ to'g'ri chiziq o'tkaziladi. So'ngra D nuqtaning D' va D'' proektsiyalaridan $m' \parallel h'$ va $m'' \parallel h''$ qilib izlangan to'g'ri chiziqning proektsiyalari o'tkaziladi.

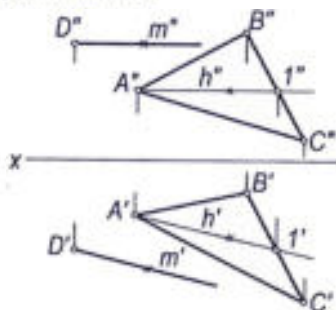
3-masala. $P (m \parallel n)$ tekislik va $l (l', l'')$ to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyati aniqlansin (4.27-shakl).

Yechish. To'g'ri chiziq va tekislikning o'zaro vaziyatini aniqlash uchun P tekislikda $e' \parallel l'$ qilib to'g'ri chiziqning gorizontal proektsiyasini o'tkaziladi va un-

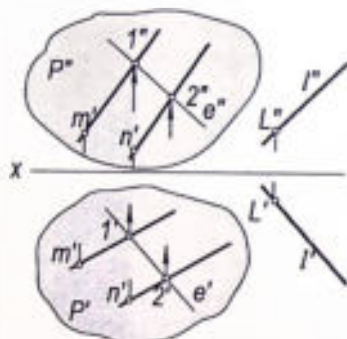
ing frontal e'' proektsiyasini yasaladi. Chizmada e'' to'g'ri chiziq l'' ga parallell bo'lmagani uchun l to'g'ri chiziq tekislikka parallell bo'lmaydi. l va P larni o'zaro parallelligini $l'' \parallel e''$ qilib o'tkazish bilan ham bajarish mumkin.



4.25-shakl



4.26-shakl



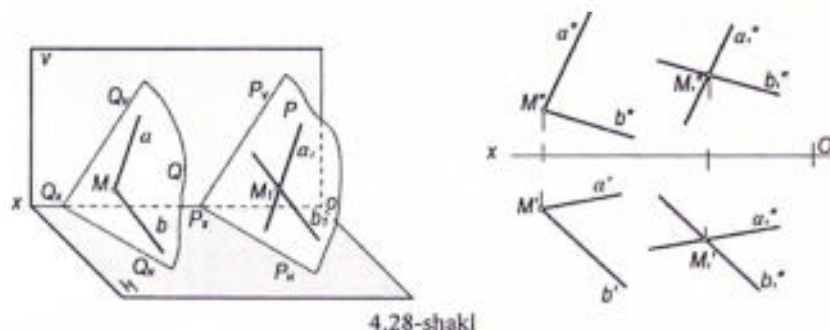
4.27-shakl

4.7-§. Tekisliklarning o'zaro parallelligi

Ta'rif. Agar bir tekislikka tegishli o'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziqlar ikkinchi tekislikka tegishli o'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq'larga mos ravishda parallel bo'lsa, bu tekisliklar ham o'zaro parallel bo'ladilar.

Agar Q tekislikka tegishli $a \cap b$ kesishuvchi to'g'ri chiziqlar ikkinchi P tekislikka tegishli $a_1 \cap b_1$ kesishuvchi to'g'ri chiziqlarga mos ravishda o'zaro parallel bo'lsa, bu tekisliklar ham o'zaro parallel bo'ladi. Ya'ni $a \subset Q$, $b \subset Q$ bo'lib, $a \cap b$ bo'lsa va $a_1 \subset P$ va $b_1 \subset P$ bo'lib $a_1 \cap b_1$ bo'lsa hamda $a \parallel a_1$, $b \parallel b_1$ bo'lganda $Q \parallel P$

bo'ladi (4.28-shakl).



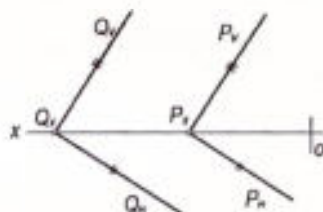
4.28-shakl

Agar fazodagi ikki tekislik bir-biriga parallel bo'lsa, chizmada bu tekisliklarning bir nomli izlari ham o'zaro parallel bo'ladi, ya'ni: $Q \parallel P$ bo'lsa $Q_H \parallel P_H$, $Q_V \parallel P_V$ va $Q_W \parallel P_W$ bo'ladi (4.29-shakl).

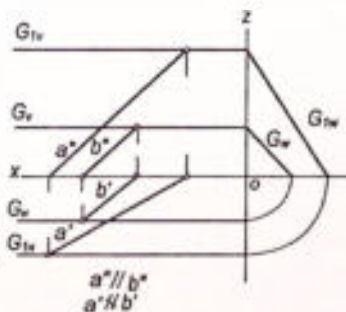
Chizmada profil proektsiyalovchi tekisliklar uchun ularning gorizont va frontal izlari parallel bo'lishi yetarli bo'lmaydi. Masalan, 4.30-shaklda berilgan G va G_1 tekisliklarda $G_H \parallel G_{1H}$ va $G_V \parallel G_{1V}$ ekanligini ko'ramiz. Biroq $G_W \nparallel G_{1W}$. Shuning uchun $G \nparallel G_1$ bo'ladi deyiladi. Bu tekisliklarning o'zaro vaziyatini tekisliklarga tegishli b'lgan a va b to'g'ri chiziqlar yordamida ham aniqlash mumkin. Bunda $a \subset G_1$ va $b \subset G$ bo'lgani holda $a'' \parallel b''$ bo'lsa, $a' \nparallel b'$ bo'lgani uchun $a \nparallel b$ va $G \nparallel G_1$ bo'ladi.

Fazodagi ixtiyoriy nuqta orqali berilgan tekislikka faqat bitta parallel tekislik o'tkazish mumkin.

1-masala. $A(A', A'')$ nuqtadan $Q(Q_H, Q_V)$ tekislikka parallel $P(P_H, P_V)$ tekislik o'tkazish talab qilinsin (4.31-a, shakl).



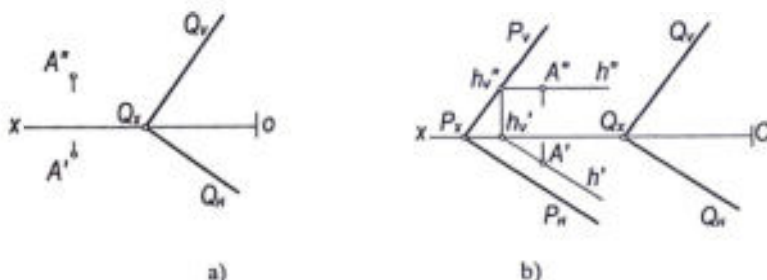
4.29-shakl



4.30-shakl

Yechish. Tekisliklarning parallellik xususiyatlariga ko'ra P tekislikning

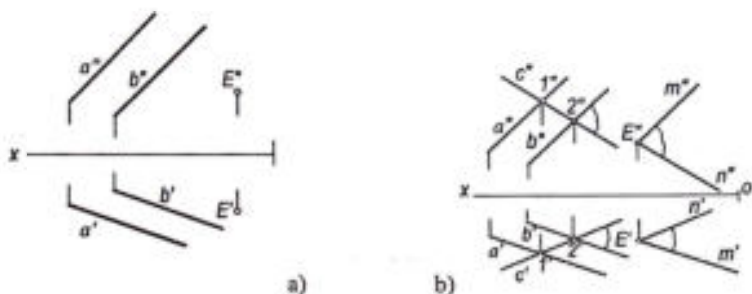
izlari $P_H \parallel Q_H$ va $P_V \parallel Q_V$ bo'lishi shart. Misolni echish uchun to'g'ri chiziqli va tekislikning parallellik shartlaridan foydalanib, A nuqtaning A' va A'' proektsiyalaridan Q tekislikka parallel qilib ixtiyoriy to'g'ri chiziqli, jumladan h (h' , h'') gorizontali o'tkaziladi (4.31-b, shakl).



4.31-shakl

Bu gorizontaling frontal izi h''_V yasaliy, undan izlangan P tekislikning P_V izini berilgan tekislikning Q_V iziga parallel qilib o'tkaziladi. So'ngra $P_Y \cap Ox = P_X$ nuqtasidan Q tekislikning Q_H iziga parallel qilib izlangan tekislikning P_H izi o'tkaziladi.

2-masala. $E(E', E'')$ nuqtadan $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ parallel chiziqlar bilan berilgan tekislikka parallel tekislik o'tkazish talab qilinsin (4.32-a, shakl).



4.32-shakl

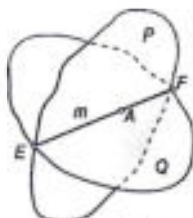
Yechish. Berilgan $a \parallel b$ tekislikka tegishli ixtiyoriy $c(c', c'')$ to'g'ri chiziqli o'tkazib, so'ngra E nuqtaning E' va E'' proektsiyalaridan a va s chiziqlar proektsiyalariga mos ravishda parallel qilib o'tkazilgan $m' \cap n'$, $m'' \cap n''$ kesishuvchi chiziqlar proektsiyalari izlangan tekislik proektsiyasi bo'ladi.

Tekislikka tegishli bo'lmagan nuqtadan mazkur tekislikka parallel bo'lgan cheksiz ko'p to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin. Bunday to'g'ri chiziqlar to'plami berilgan tekislikka parallel bo'lgan tekislikni ifodalaydi.

4.8-§. Tekisliklarning o'zaro kesishuvi

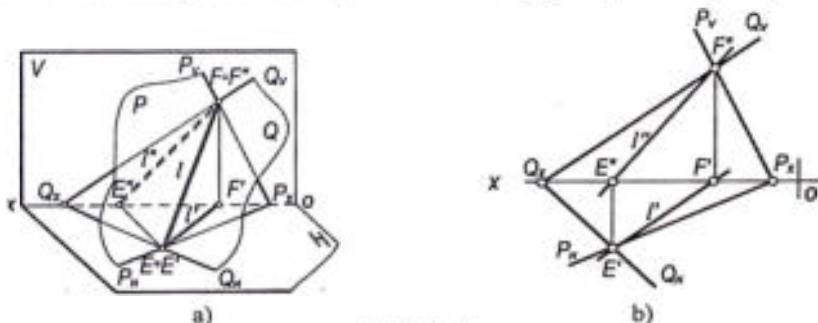
Ta'rif. Agar ikki tekislik umumiy to'g'ri chiziqqa ega bo'lsa, bu tekisliklar **o'zaro kesishuvchi tekisliklar** deyiladi.

Ikki P va Q tekisliklar m to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi, ya'ni $Q \cap P = m$. Demak tekisliklarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash uchun har ikkala tekislikka tegishli bo'lgan ikki E va F umumiy nuqtalarini aniqlash kifoya qiladi (4.33-shakl).



4.33-shakl

4.34-a,b shaklda P va Q kesishuvchi tekisliklar berilgan. Tasvirdan yaqqol ko'rinib turibdiki, bu tekisliklarga umumiy bo'lgan E va F nuqtalar tekisliklarning bir nomli izlarining kesishish nuqtalari bo'ladi: $E = Q_H \cap P_H$ va $F = Q_V \cap P_V$.



4.34-shakl

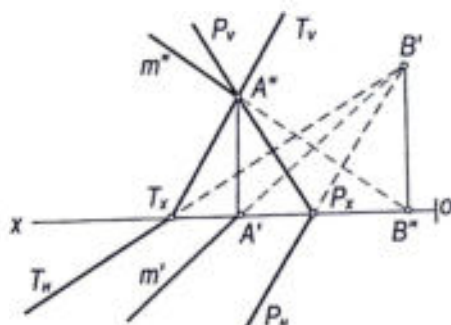
Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa Q va P tekisliklarning I kesishuv chizig'i hosil bo'ladi: $I = Q \cap P$.

Chizmada (4.34-b,shakl) bu tekisliklarning kesishish chizig'ining proektsiyalarini yasash uchun tekisliklarning bir nomli izlarining kesishish E va F nuqtalarining E', E'' va F', F'' proektsiyalari aniqlanadi va nuqtalarning bir nomli proektsiyalari o'zaro tutashtiriladi. Natijada, hosil bo'lgan I' va I'' to'g'ri chiziqlar Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ining proektsiyalari bo'ladi. Agar tekisliklarning izlari birinchi oktantda kesishmasa u holda bir nomli izlarini davom et-

tirib ularning kesishuv nuqtasini boshqa oktantda topish bilan kesishuv chizig'i nuqtalarining proektsiyalarini yasash mumkin.

Masalan, $T (T_H, T_V)$ va $P (P_H, P_V)$ tekisliklarning (4.35-shakl) gorizontal izlari T_H va P_H ikkinchi oktantda kesishadi.

Kesishuvchi tekisliklarning biri gorizontal tekislik bo'lsa, bu tekisliklar gorizontal chiziq bo'yicha kesishadi.



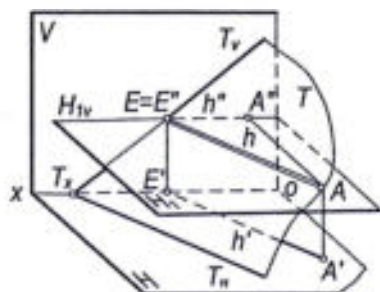
4.35-shakl

4.36-a,b-shaklda umumiy vaziyatdagi T tekislik bilan H_1 gorizontal tekislikning kesishish chizig'i h gorizontal bo'ladi. haqiqatdan, H_1 gorizontal tekislikning har bir nuqtasi H tekislikdan baravar uzoqlikda joylashgani uchun, tekisliklarning kesishuvchi chizig'i $h \parallel H$ bo'ladi. Agar umumiy vaziyatdagi tekislik frontal tekislik bilan kesishgan bo'lsa, bu tekisliklar frontal bo'yicha kesishadi.

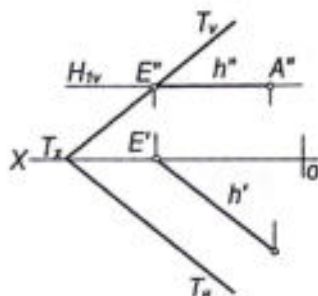
Ammo kesishuvchi tekisliklarning biri proektsiyalovchi tekislik bo'lsa, proektsiyalovchi tekislikning xossasiga muvofiq, ularning kesishish chizig'ining proektsiyalaridan biri proektsiyalovchi tekislikning izida bo'ladi (4.37-shakl).

Kesishuvchi tekisliklarning bir nomli izlari chizma chegarasida kesishmasa, ularning kesishish chizig'ini yordamchi tekisliklar vositasida aniqlash mumkin. Masalan, umumiy vaziyatdagi $P (P_H, P_V)$ va $T (T_H, T_V)$ tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun H_1 gorizontal va V_1 frontal tekisliklardan foydalaniladi (4.38-shakl).

H_1 gorizontal tekislikning frontal izini $H_{1V} \parallel H$ qilib o'tkaziladi. Bu tekislik P tekislikni $h_1 (h_1', h_1'')$, T tekislikni $h_2 (h_2', h_2'')$ gorizontallar bo'yicha kesadi. Bu gorizontallarning kesishgan $E (E', E'')$ nuqtasi $E'' = h_1'' \cap h_2''$ va $E' = h_1' \cap h_2'$ P va T tekisliklarning kesishish chizig'ining umumiy nuqtalaridan biri bo'ladi.

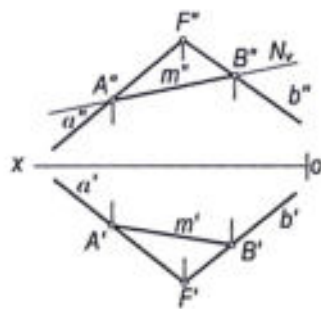


a)

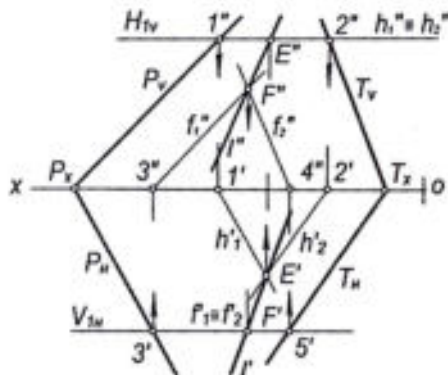


b)

4.36-shakl



4.37-shakl



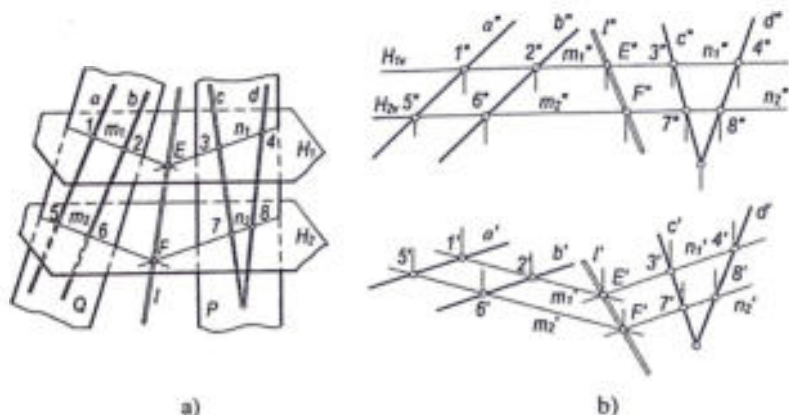
4.38-shakl

Frontal tekislikni $V_{1H} \parallel V$ qilib o'tkaziladi. Bu tekislik P va T tekisliklarni $f_1(f'_1f''_1)$ va $f_2(f'_2f''_2)$ frontallar bo'yicha kesadi. Bu frontallarning kesishish $F(F', F'')$ nuqtasi P va T tekisliklarning kesishish chizig'ining umumiy nuqtalaridan ikkinchisi bo'ladi: $F'' = f''_1 \cap f''_2$ va $F' = f'_1 \cap f'_2$ bo'ladi. Natijada, E va F nuqtalarning E', F' va E'', F'' proektsiyalarini o'zaro tutashtirsa P va T tekisliklarning l kesishish chizig'ining l' va l'' proektsiyalari hosil bo'ladi.

4.39-a,b-shakldagi umumiy vaziyatdagi $a \parallel b$ va $c \parallel d$ chiziqlar bilan berilgan Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun gorizontalar H_1 va H_2 tekisliklar o'tkazilgan.

Dastlab H_1 tekislikning Q va P tekisliklar bilan kesishish chiziqlarini aniqlash uchun tekisliklarni a, b va c, d chiziqlarini 1, 2 va 3, 4 nuqtalarda kesganligi belgilanadi. Bu nuqtalarni o'zaro tutashtirganda, m_1 va n_1 chiziqlar hosil bo'ladi, ya'ni: $H_1 \cap Q = m_1$ va $H_1 \cap P = n_1$ bo'ladi. m_1 va n_1 to'g'ri chiziqlarning

kesishish nuqtasi $E = m_1 \cap n_1 Q$ va P tekisliklarga umumiy bo'lgan birinchi nuqtadir.



4.39-shakl

Xuddi shu tartibda Q va P tekisliklarning H_2 gorizontal tekislik bilan kesishish chizig'ini aniqlanadi. Chizmada H_2 tekislik a, b va c, d chiziqlarni 5, 6 va 7, 8 nuqtalarda kesadi. Natijada: $H_2 \cap Q = m_2$ va $H_2 \cap P = n_2$ hosil bo'ladi. Shaklda $H_2 \parallel H_1$ bo'lgani uchun $m_2 \parallel m_1$ va $n_2 \parallel n_1$ bo'ladi. Q va P tekisliklarning ikkinchi umumiy F nuqtasi bo'lib u m_1 va n_2 chiziqlarning o'zaro kesishish nuqtasi bo'ladi: $F = m_2 \cap n_2$.

Har ikkala P va Q tekisliklar uchun umumiy bo'lgan E va F nuqtalarni o'zaro tutashtirsak, tekisliklarning kesishish chizig'i hosil bo'ladi.

Chizmada (4.39-b, shakl) Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash uchun H_1 gorizontal tekislikning H_{1V} izini o'tkazib uni a'', b'' va s'', d'' chiziqlarning frontal proektsiyalarini kesuvchi $1'', 2''$ va $3'', 4''$ nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalarning gorizontal $1', 2'$ va $3', 4'$ proektsiyalarini aniqlab o'zaro tutashtiriladi. m_1' va n_1' chiziqlar Q va P tekisliklarning H_1 tekislik bilan kesishgan chiziqlarning gorizontal proektsiyalari bo'ladi. Kesishuvchi chiziqlarning frontal m_1'' va n_1'' proektsiyalari H_1 tekislikning H_{1V} izida bo'ladi. hosil bo'lgan m_1' va n_1' chiziqlarning kesishgan E' nuqtasi Q va P tekisliklarining kesishuv chizig'iga tegishli E nuqtaning gorizontal proektsiyasi $E' = m_1' \cap n_1'$ bo'ladi. Bu nuqtaning E'' frontal proektsiyasi esa H_1 tekislikning H_{1V} izida bo'ladi: $E'' \in H_{1V}$.

Xuddi shu tartibda Q va P tekisliklarning kesishish chizig'iga tegishli, ikkinchi F nuqtasining F' va F'' proektsiyalarini H_2 gorizontal tekislikning H_{2V} izini H_{1V} ga parallel qilib o'tkazib aniqlanadi.

Chizmadagi E', F' va E'', F'' proektsiyalarni o'zaro tutashtiruvchi l' va l'' chiziqlar Q va P tekisliklar kesishish chizig'ining proektsiyalari bo'ladi.

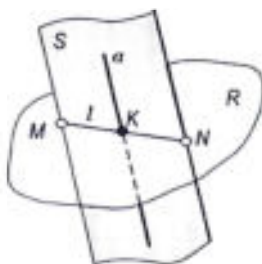
4.9-§. To'g'ri chiziqlarning tekislik bilan kesishishi

Agar to'g'ri chiziq tekislikka parallel yoki tegishli bo'lmasa bu to'g'ri chiziq tekislik bilan kesishadi.

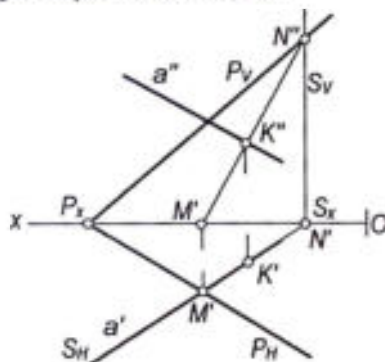
To'g'ri chiziq tekislik bilan kesishishi natijasida nuqta hosil bo'ladi.

Bu nuqtani aniqlash uchun qo'yidagi yasash algoritmlaridan foydalanadi (4.40-shakl)

- Berilgan a to'g'ri chiziqdan yordamchi S tekislik o'tkaziladi: $a \subset S$
- P va S tekisliklarning kesishish l chizig'i yasayladi: $S \cap P = l$
- a to'g'ri chiziqlarning l bilan kesishgan nuqtasi $K = a \cap l$ bo'ladi.



4.40-shakl



4.41-shakl

Natijada, K nuqta a to'g'ri chiziqqa va P tekislikka tegishli umumiy nuqta bo'ladi. Odatda, yordamchi S tekislikni proektsiyalovchi vaziyatda o'tkaziladi.

Chizmada $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqlarning $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishish nuqtasi K ning K' va K'' proektsiyalarini yuqorida keltirilgan yasash algoritmlari bo'yicha aniqlaymiz (4.41-shakl). Buning uchun:

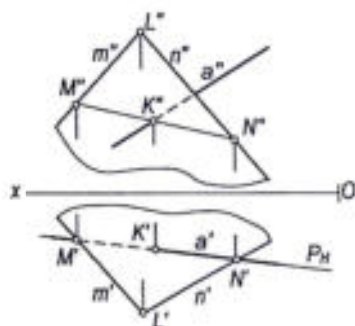
- To'g'ri chiziqlarning a' proektsiyasidan yordamchi gorizontal proektsiyalovchi S tekislikning Sh izini o'tkaziladi.
- S va P tekisliklarning kesishuv chizig'ining l' va l'' proektsiyalarini yasayladi. Buning uchun tekisliklar izlarining kesishish nuqtalarining proektsiyalari M', M'' va N', N'' dan foydalaniladi.
- a to'g'ri chiziqlarning frontal a'' proektsiyasi S va P tekisliklarning kesishish chizig'i l ning frontal l' proektsiyasi bilan kesishib K nuqtaning K'' proektsiyasi aniqlanadi: $K'' = a'' \cap l'$.

K' nuqtaning K' proektsiyasi tekislikning Sh iziga yoki a to'g'ri chiziqlarning a' proektsiyasiga tegishli bo'ladi: $K' \in a'$ va $K' \in Sh$.

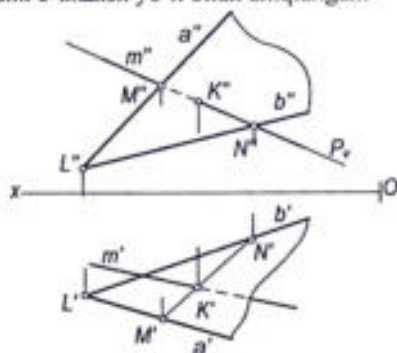
Yuqoridagi misolni a to'g'ri chiziq orqali frontal proektsiyalovchi tekislik

o'tkazish yo'li bilan ham echish mumkin.

$P(m \cap n)$ tekislik bilan a to'g'ri chiziqlarning K kesishish nuqtasining proektsiyalari 4.42-shakldagi shaklda a to'g'ri chiziq orqali $P(P_H)$ gorizontaal proektsiyalovchi tekislik o'tkazish bilan aniqlangan. 4.43-shaklda m to'g'ri chiziq orqali $P(P_V)$ frontal proektsiyalovchi tekislik o'tkazish yo'li bilan aniqlangan.

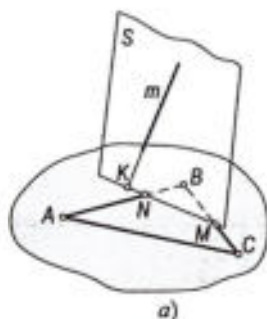


4.42-shakl

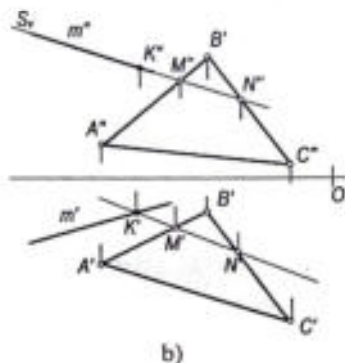


4.43-shakl

Ayrim hollarda to'g'ri chiziqlarning tekislik bilan kesishish nuqtasi mazkur tekislikni ifodalovchi chegaralangan ABC tekis shaklning tashqarisida bo'lishi mumkin (4.44-a, b shakl). Bunday hollarda tekislikni chegaralanmagan geometrik sirt ekanligini esda tutish lozim.



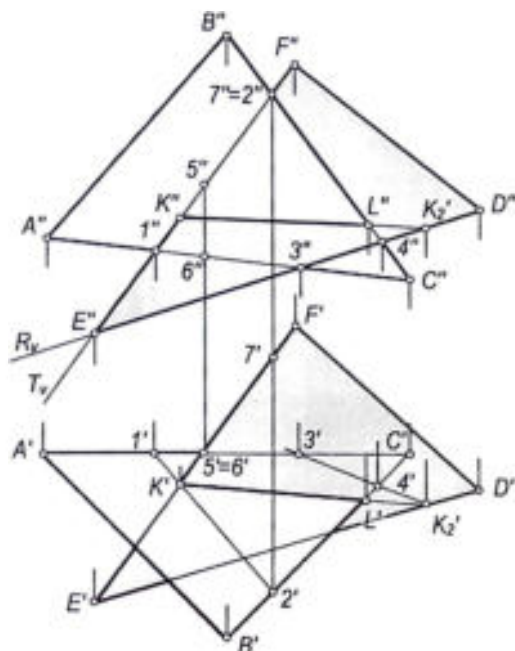
a)



b)

4.44-shakl

To'g'ri chiziqlarning tekislik bilan kesishish nuqtasini yasash algoritmidan foydalanib, turli geometrik tekis shakllarning o'zaro kesishish chiziqlarini yasash mumkin. Masalan, 4.45-shaklda ABC ($A'B'C'$, $A''B''C''$) va DEF ($D'E'F'$, $D''E''F''$) uchburchaklar bilan berilgan tekisliklarning o'zaro kesishish chizig'ining proektsiyalari KL ($K'L'$, $K''L''$) yasalgan.



4.45-shakl

$\triangle ABC$ va $\triangle DEF$ tekisliklarning kesishish chizig'ining yasash uchun ulardan birini, masalan, $\triangle DEF$ ning EF va ED tomonlarining $\triangle ABC$ tekislik bilan kesishish $K(K', K'')$ va $L(L', L'')$ nuqtalarini aniqlanadi.

Buning uchun uchburchakning EF tomonidan yordamchi $T(T_V)$ frontal proektsiyalovchi tekislik o'tkaziladi. Bu tekislikni $\triangle ABC$ tekislik bilan kesishish 12 chizig'ining proektsiyalari $1'2'$ va $1''2''$ bo'ladi. Uchburchakning EF tomonini 12 bilan yoki $\triangle ABC$ tekislik bilan kesishish nuqtasi K ning proektsiyalari K' va K'' aniqlanadi.

Xuddi shu tartibda DEF uchburchakning ED tomonning $\triangle ABC$ tekislik bilan kesishish nuqtasi K_2 ning K_2' va K_2'' proektsiyalarini yordamchi $T(T_V)$ frontal proektsiyalovchi tekislik vositasida aniqlanadi.

Chizmada hosil bo'lgan K' bilan K_2' va K'' bilan K_2'' proektsiyalarni o'zaro tutashtirilsa, uchburchaklar kesishish chizig'ining proektsiyalari hosil bo'ladi. Uchburchaklar chegaralangan shakllar bo'lgani uchun ularning kesishish chizig'ining proektsiyalari $K'L'$ va $K''L''$ chegarasida bo'ladi.

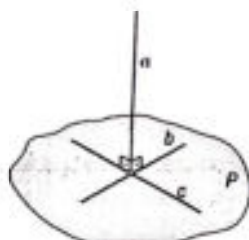
Uchburchaklarning proektsiyalar tekisliklariga nisbatan ko'rinadigan yoki ko'rinmaydigan qismlarini aniqlash uchun ularning tomonlariga tegishli konkurent

nuqtalaridan foydalaniladi. Masalan, H tekislikka nisbatan ko'rinishlikni aniqlash uchun $\triangle ABC$ va $\triangle DEF$ larning AC va EF tomonlarning konkurent $5 \neq 6(5'6', 5''6'')$ nuqtalarning applikatalar Z_5, Z_6 qiymatlari taqqoslanadi. Agar $5(5', 5'')$ nuqta $EF(E'F', E''F'')$ tomonga, $6(6', 6'')$ nuqta $AC(A'C', A''C'')$ tomonga tegishli, ya'ni $5 \in EF$ va $6 \in AC$ bo'lsa, chizmada $Z_4 > Z_6$ bo'lgani uchun 5 nuqta kuzatuvchiga ko'rinadi. 5 nuqta H tekislikdan 6 nuqtaga nisbatan yuqorida joylashganligi aniqlanadi. Demak, H tekislikda EF tomonning $F'K'$ qismi kuzatuvchiga ko'rinadi, $E'K'$ ning bir qismi esa $\triangle ABC$ ostida qoladi. U holda $\triangle ABC$ ni AB tomonining $A'B'$ proektsiyasi to'liq va BC tomoni $B'C'$ proektsiyasining $B'L'$ qismi ko'rinadi. $\triangle DEF$ ning ED tomonining $E'D'$ gorizontaal proektsiyasining bir qismi $\triangle ABC$ ning gorizontaal $A'B'C'$ proektsiyasi ostida qoladi.

Uchburchakning V tekislikka nisbatan ko'rinishligi aniqlash uchun BC va EF tomonlariga tegishli 2 va 7 konkurent nuqtalarining $2', 7'$ va $2'', 7''$ proektsiyalaridan foydalanamiz. Agar $2 \in BC$ va $7 \in EF$ bo'lsa, chizmada $Y_2 > Y_7$ bo'lgani uchun 2 nuqta kuzatuvchiga ko'rinadi. Shuning uchun $2(2', 2'')$ nuqta tegishli VC tomonning $B'L'$ va EF tomonning $E'K'$ qismi ko'rinadi. Shuningdek, AC tomoni $A''C''$ proektsiyasining $1''3''$ qismi ko'rinmaydi. U holda uchburchakning ED tomonning $E'D'$ proektsiyasi to'liq ko'rinadi.

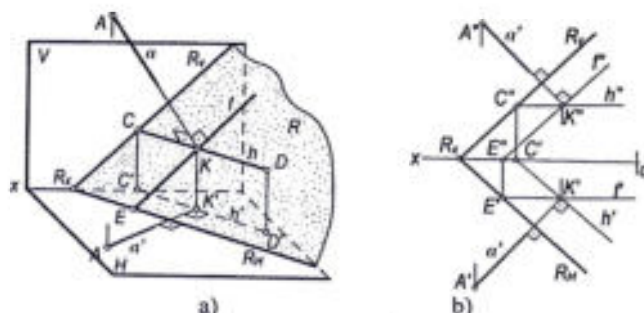
4.10-§. To'g'ri chiziqning tekislikka perpendikulyarligi

Ta'rif. Agar to'g'ri chiziq tekislikdagi ikki o'zaro kesishuvchi to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, bu to'g'ri chiziq tekislikka ham perpendikulyar bo'ladi.



4.46-shakl

Bunda $b \subset P$ va $c \subset P$, $b \perp c$ hamda $a \perp b$ va $a \perp c$ bo'lsa, $a \perp P$ bo'ladi (4.46-shakl). Demak, tekislikka perpendikulyar bulgan to'g'ri chiziq tekislikning asosiy chiziqlariga ham perpendikulyar bo'ladi. Faraz qilaylik, a to'g'ri chiziq tekislikning h gorizontali va f frontaliga perpendikulyar bo'lsin (4.47-a, shakl).



4.47-shakl

To'g'ri burchakning proektsiyalanish xususiyatiga muvofiq $\angle AKD=90^\circ$ bo'lib, $KD \parallel H$ bo'lgani uchun bu to'g'ri burchakning gorizontaal proektsiyasi $\angle A'K'D'=90^\circ$ bo'ladi. Demak, $A'K' \perp C'D'$ yoki $a' \perp h'$ bo'ladi.

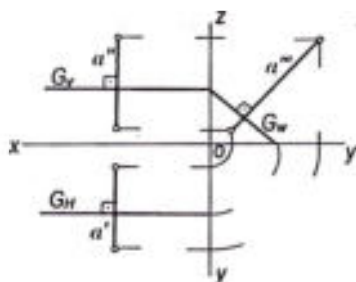
P tekislikning h gorizontali proektsiyasi $h \parallel P_H$ bo'lgani uchun $a' \perp P_H$ bo'ladi. Shuningdek, $a'' \perp f''$ yoki $a'' \perp P_V$ bo'lishini isbotlash qiyin emas (4.47,a-shakl). Demak, $a \perp P$ bo'lsa, $a' \perp h'$ va $a'' \perp f''$ yoki $a' \perp P_H$ va $a'' \perp P_V$ bo'ladi (4.47,b-shakl).

Fazoda to'g'ri chiziq tekislikka perpendikulyar bo'lishi uchun, uning gorizontaal proektsiyasi tekislik gorizontalinining gorizontaal proektsiyasiga, frontal proektsiyasi esa tekislik frontalining frontal proektsiyasiga va profil proektsiyasi tekislik profilining profil proektsiyasiga perpendikulyar bo'lishi kerak.

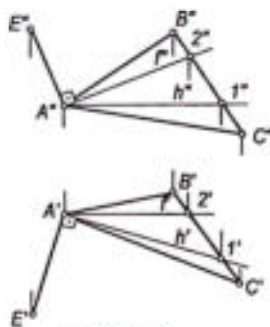
Agar tekislik chizmada izlari bilan berilgan bo'lsa, unga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqning bir nomli proektsiyalari tekislikning bir nomli izlariga mos ravishda perpendikulyar bo'ladi (4.48-shakl).

To'g'ri chiziq va tekislikning o'zaro perpendikulyarlik shartidan foydalanib ko'pgina metrik masalalarni echish mumkin.

1-masala. $\triangle ABC$ bilan berilgan tekislikning A uchidan unga perpendikulyar o'tkazilsin (4.49-shakl).



4.48-shakl



4.49-shakl

Yechish. Masalani quyidagi algoritm bo'yicha echamiz.

1. $\triangle ABC$ ($\triangle A'B'C'$, $\triangle A''B''C''$) tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali va $f(f', f'')$ frontali o'tkaziladi.
2. Tekislikning A nuqtasining A' va A'' proektsiyalaridan ixtiyoriy uzunlikda $A'E \perp h'$ va $A''E' \perp f''$ qilib perpendikulyarning proektsiyalarini yasaladi.

2-masala. $A(A', A'')$ nuqta orqali $l(l', l'')$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar tekislik o'tkazilsin (4.50-shakl).

Yechish. Buning uchun:

- A nuqtaning A' va A'' proektsiyalaridan $h' \perp l'$ va $h'' \parallel Ox$ qilib izlangan tekislik gorizontalinig proektsiyalarini o'tkaziladi;
- A nuqtaning A' va A'' proektsiyalaridan $f' \parallel Ox$ va $f'' \perp l''$ qilib tekislik frontalining proektsiyalarini o'tkaziladi;
- hosil bo'lgan $h \cap f (h' \cap f' \wedge h'' \cap f'')$ kesishuvchi chiziqlar izlangan tekislikni ifoda qiladi.

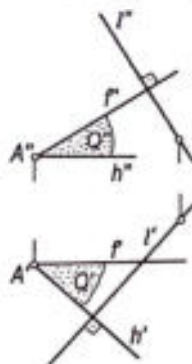
Tekislikning gorizontali $h \perp l$ va frontali $f \perp l$ bo'lgani uchun bu tekislik l to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'ladi.

3-masala. $A(A', A'')$ nuqta orqali o'tuvchi va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tekislikning izlari qurilsin (4.51-shakl).

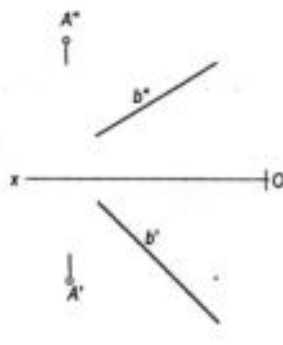
Yechish.

- A nuqtaning A' va A'' proektsiyalaridan $h' \ni A'$ va $h' \perp b'$ va $h'' \ni A''$ va $h'' \parallel Ox$ qilib tekislikning gorizontali o'tkaziladi (4.52-shakl).
- gorizontalinig frontal B izining B' va B'' proektsiyalarini yasaladi.
- Q tekislikning Q_V frontal izini $Q_V \ni B''$ va $Q_V \perp b''$ qilib o'tkaziladi. Tekislikning Q_H gorizontali izini esa Q_H dan $Q_H \ni Q_X$ va $Q_H \perp b'$ (yoki $Q_H \parallel h'$) qilib o'tkaziladi.

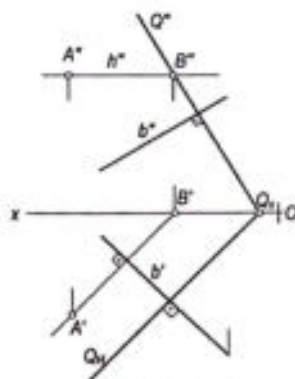
Natijada, $Q_H \perp b'$ va $Q_V \perp b''$ bo'lgani uchun $Q \perp b$ bo'ladi. Bu misolni tekislikning frontal chizig'ini o'tkazish yo'li bilan ham echish mumkin.



4.50-shakl

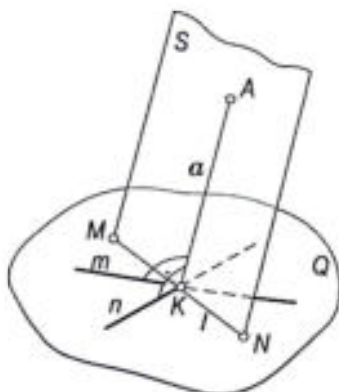


4.51-shakl



4.52-shakl

Nuqta va tekislik orasidagi masofani aniqlash. Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofa nuqtadan tekislikka tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bilan aniqlanadi. Bu perpendikulyarning uzunligini aniqlash uchun uning tekislikdagi asosini yasash zarur.



4.53-shakl

Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofani qo'yidagi yasash algoritmi bo'yicha aniqlanadi (4.53-shakl).

- A nuqtadan Q tekislikka a perpendikulyar o'tkaziladi: $a \ni A$ va $a \perp Q$.
- Bu perpendikulyarning Q tekislik bilan kesishgan K nuqtasi (asosi) aniqlanadi: $K = a \cap Q$.

Buning uchun:

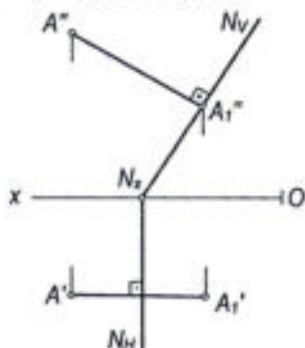
- a perpendikulyardan o'tuvchi yordamchi $S \supset a$ tekislik o'tkaziladi;
- Q va S tekisliklarning l kesishish chizig'i yasaladi;
- a perpendikulyarning tekisliklarning kesishish chizig'i l bilan kesishgan A_1 nuqtasi topiladi: $K = a \cap l$. Chizmadagi AK kesma A nuqtadan Q tekislikkacha bo'lgan izlangan masofa bo'ladi.

1-masala. Berilgan A (A' , A'') nuqtadan Q (Q_H , Q_V) tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlansin (4.54-shakl).

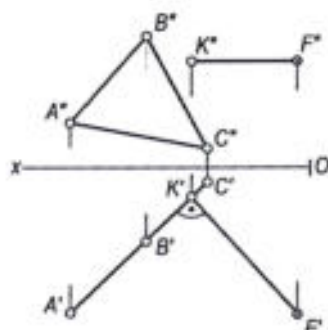
Yechish. Yuqorida keltirilgan yasash algoritmiga asosan:

- A nuqtaning A' va A'' proektsiyalaridan Q tekislikning Q_H va Q_V izlariga mos ravishda perpendikulyarning a' va a'' proektsiyalari o'tkaziladi: $a' \ni A'$, $a' \perp Q_H$ va $a'' \ni A''$, $a'' \perp Q_V$.
- Bu perpendikulyarning Q tekislik bilan kesishish nuqtasining proektsiyalarini aniqlash uchun:
 - a perpendikulyardan yordamchi gorizontal proektsiyalovchi $S(Sh, S_V)$ tekislik o'tkaziladi;
 - Q va S tekisliklarning kesishish chizig'i $MN(M'N', M''N'')$ bilan

$\Delta D_0 D'' D_1''$ ning $D_0 D_1''$ gipotenuzasidan iborat bo'ladi.



4.56-shakl



4.57-shakl

Agar tekislik xususiy vaziyatda berilsa, u holda berilgan nuqtadan tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlash uchun qo'shimcha yasashlar talab qilinmaydi. Masalan, $A(A', A'')$ nuqtadan $N(N_H, N_V)$ frontal proektsiyalovchi tekislikkacha bo'lgan masofaning haqiqiy o'lchami (4.56-shakl) nuqtaning frontal A'' proektsiyasidan tekislikning N_V frontal iziga tushirilgan perpendikulyarning $A''K''$ frontal proektsiyasiga teng bo'ladi.

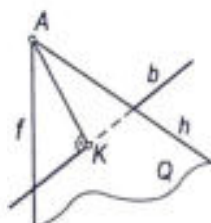
4.57-shaklda $F(F', F'')$ nuqtadan gorizontal proektsiyalovchi $\Delta ABC(\Delta A'B'C', \Delta A''B''C'')$ tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlash tasvirlangan.

Nuqta va to'g'ri chiziq orasidagi masofani aniqlash. To'g'ri chiziq va unga tegishli bo'lmagan nuqta orasidagi masofa shu nuqtadan mazkur to'g'ri chiziqqa tushirilgan perpendikulyarning uzunligi bilan o'lchanadi.

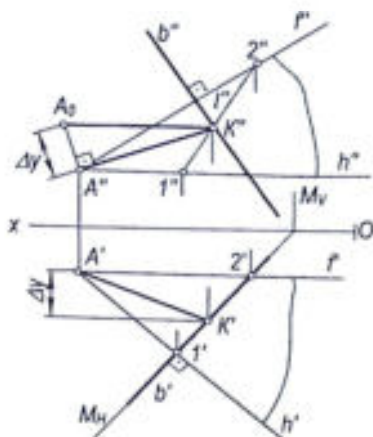
Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani quyidagi tartibda aniqlanadi (4.58,a-shakl).

- A nuqtadan b to'g'ri chiziqqa perpendikulyar qilib Q tekislik o'tkaziladi: $Q \ni A, Q \perp b$.
- Berilgan b to'g'ri chiziqning Q tekislik bilan kesishish K nuqtasini aniqlanadi: $A_1'' = b \cap Q$.
- A va K nuqtalarni o'zaro tutashtirilsa hosil bo'lgan AK kesma A nuqtadan b to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa bo'ladi.

Chizmada $A(A', A'')$ nuqtadan $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani (4.58,b-shakl) aniqlash uchun:



a)



b)

4.58-shakl

- A nuqtadan b to'g'ri chiziqqa perpendikulyar Q tekislik o'tkazish uchun bu tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali va ff', f'' frontalini $A(A', A'')$ nuqtadan $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar qilib o'tkaziladi: ya'ni $h' \perp b'$ va $h'' \perp b''$, $h'' \parallel O_x$ hamda $f' \perp b'$, $f'' \parallel O_x$ va $f' \perp b'$, $f'' \perp b''$.
- Berilgan b to'g'ri chiziqning Q tekislik bilan kesishish nuqtasi K ning K' va K'' proektsiyalari aniqlash uchun $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqdan yordamchi gorizontaal proektsiyalovchi $M(M_H, M_V)$ tekislik o'tkaziladi. Q va M tekisliklarning kesishish chizig'i $l_2 = Q \cap M$ ning l_2', l_2'' proektsiyalari yasalanadi.
- Chizmada b to'g'ri chiziqning l_2 chiziq bilan kesishgan K nuqtasining frontal proektsiyasi $K'' = b'' \cap l_2''$ bilan aniqlanadi. Uning K' gorizontaal proektsiyasi esa b' chiziqqa tegishli bo'ladi.
- A nuqtaning A' va A'' proektsiyalarini K nuqtaning K' va K'' proektsiyalari bilan tutashiriladi. Hosil bo'lgan $A'K'$ va $A''K''$ kesmalar A nuqtadan b to'g'ri chiziqqacha masofaning proektsiyalari bo'ladi.

Chizmadagi A_0K'' kesma A nuqtadan b to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofaning haqiqiy o'lchami bo'lib, u to'g'ri burchakli $\Delta A_0A''K''$ yasash yo'li bilan aniqlangan.

Shunindek, bu turdagi misolni $A(A', A'')$ nuqtadan o'tuvchi $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan Q tekislikni izlari orqali o'tkazish yo'li bilan ham echish mumkin.

4.11-§. Tekisliklarning o'zaro perpendikulyarligi

Ta'rif. Tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqdan o'tuvchi barcha tekisliklar berilgan tekislikka **perpedikulyar** bo'ladi.

Bu ta'rifdan quyidagi xulosaga kelish mumkin, ya'ni tekislikka tegishli to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan har qanday tekislik mazkur tekislikning o'ziga ham perpendikulyar bo'ladi (4.59 -shakl).

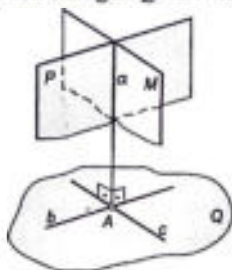
Demak, bir-biriga perpendikulyar bo'lgan tekisliklarni yasash ikki usul bilan bajarilishi mumkin:

- Tekislikka perpedikulyar to'g'ri chiziqdan tekislik o'tkazish
- Tekislikka tegishli to'g'ri chiziqqa perpedikulyar tekislik o'tkazish.

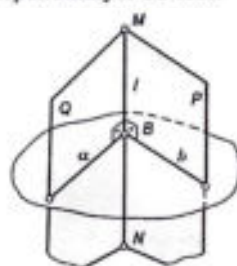
Текисликининг икки текисликка перпендикулярлиги

Ta'rif. Agar biror tekislik ikki tekislikka umumiy bo'lgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lsa, u holda bu tekislik har ikkala tekisliklarga ham perpendikulyar bo'ladi.

Ma'lumki, Q va P tekisliklarga umumiy bo'lgan to'g'ri chiziq ularning l kesishish chizig'i bo'ladi. Tekisliklarning l kesishish chizig'ida ixtiyoriy B nuqta tanlab olamiz (4.60-shakl). Bu nuqtadan l ga perpendikulyar qilib a va b chiziqlarni o'tkazamiz. Natijada $a \cap b$ kesishuvchi to'g'ri chiziqlar T tekislikni hosil qiladi. Bu tekislik esa berilgan Q va P tekisliklarga perpendikulyar bo'ladi.



4.59-shakl



4.60-shakl

Demak, berilgan T tekislikka perpedikulyar bo'lgan l to'g'ri chiziqdan o'tuvchi har qanday tekislik unga perpendikulyar bo'ladi.

1-masala. $P(P_H, P_V)$ tekislikka perpendikulyar va Q_x dan o'tuvchi Q tekislik izlari bilan o'tkazilsin (4.61 -shakl).

Yechish.

- P tekislikka perpendikulyar bo'lgan ixtiyoriy a to'g'ri chiziq o'tkaziladi.

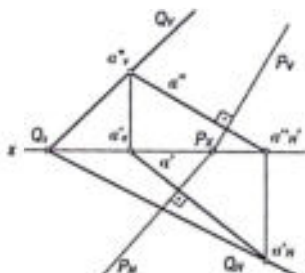
- Bu to'g'ri chiziqlarning a_H', a_H'' va a_V', a_V'' izlarining proektsiyalarini yasoladi.
- Izlangan Q tekislikning gorizontali Q_H izini $Q_H \supset a_H'$ va $Q_H \supset Q_x$ qilib o'tkaziladi, uning frontal Q_V izini $Q_V \supset a_V''$ va $Q_V \supset Q_x$ qilib o'tkaziladi.

Bu masalani quyidagicha echish ham mumkin: Q tekislikka perpendikulyar va P_x dan o'tuvchi tekislikni o'tkazish uchun (4.62 -shakl) Q tekislikda ixtiyoriy $m \supset Q$ to'g'ri chiziq olamiz. P tekislikning izlarini P_x dan $P_H \perp m'$ va $P_V \perp m''$ qilib o'tkaziladi. Natijada, $P \perp Q$ bo'ladi.

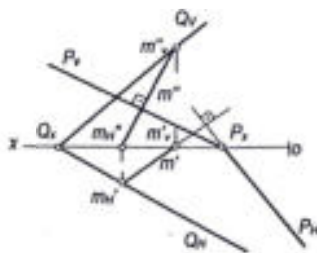
2-masala. Kesishuvchi $a \cap b (a' \cap b', a'' \cap b'')$ chiziqlar bilan berilgan tekislikka $d (d', d'')$ to'g'ri chiziqdan o'tuvchi perpendikulyar tekislik o'tkazish talab qilinsin (4.63 -shakl).

Yechish:

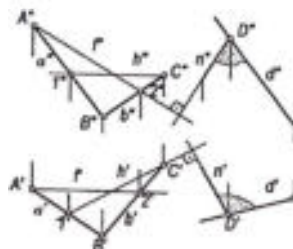
- berilgan tekislikning gorizontali va frontalining h', h'' va f', f'' chiziqlari o'tkaziladi;
- d to'g'ri chiziqlarning ixtiyoriy $D(D', D'')$ nuqtasidan $n(n', n'')$ to'g'ri chiziqlarning proektsiyalarini $n' \perp h'$ va $n'' \perp f''$ qilib o'tkaziladi. Hosil bo'lgan $d' \cap n'$ va $d'' \cap n''$ kesishuvchi chiziqlar hosil qilgan tekislik berilgan tekislikka perpendikulyar tekislikning proektsiyalari bo'ladi.



4.61-shakl

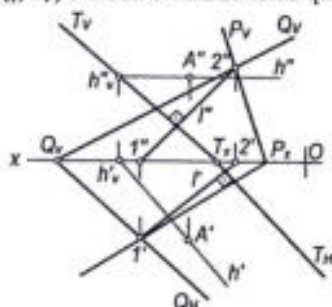


4.62-shakl



4.63-shakl

3-masala. $A(A', A'')$ nuqtadan $Q(Q_H, Q_V)$ va $P(P_H, P_V)$ tekisliklarga perpendikulyar bo'lgan $T(T_H, T_V)$ tekislik o'tkazish talab qilinsin (4.64 -shakl).



4.64-shakl

Yechish:

- Q va P tekisliklarning kesishish chizig'ining l', l'' proektsiyalarni yasaladi;
- A nuqtaning A' va A'' proektsiyalaridan izlangan tekislikning gorizontali (yoki frontali) ni tekisliklarning kesishish chizig'iga perpendikulyar qilib o'tkaziladi: $h' \perp l' \wedge h' \ni A'$ va $h'' \parallel OX \wedge h'' \ni A''$ va uning izlarning h_V', h_V'' proektsiyalarni yasaladi;
- izlangan tekislikning frontal izini $T_V \supset h''$, $T_V \perp l'$ $T_H \supset T_X$, $T_H \perp l''$ qilib o'tkaziladi.

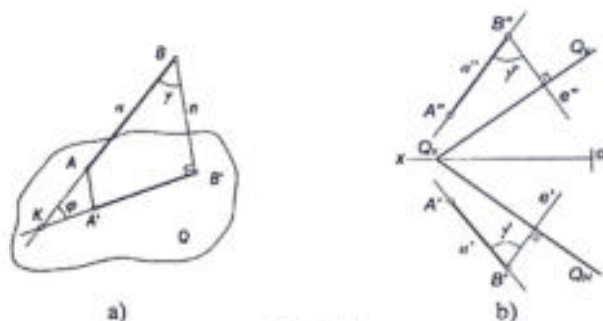
Natijada, berilgan ikki tekislikka perpendikulyar bo'lgan uchinchi tekislik yasaladi: $T \perp Q$ va $T \perp P$.

4.12-§. To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak aniqlash

Ta'rif. To'g'ri chiziq bilan uning tekislikdagi ortogonal proektsiyasi orasidagi burchak shu **to'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak** deyiladi.

To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak 4.65, a-shaklda ko'rsatilgan. Bu fazoviy modeldan foydalanib quyidagi yasash algoritmlarini keltirish mumkin:

- Berilgan a to'g'ri chiziqni Q tekislik bilan kesishish nuqtasi aniqlanadi: $L = a \cap Q$.
- To'g'ri chiziqda ixtiyoriy B nuqta tanlab olinadi. Bu nuqtadan berilgan Q tekislikka n perpendikulyarni tushirib, uning Q tekislik bilan kesishuv nuqtasini aniqlanadi: $B' = n \cap Q$.
- So'ngra L va B nuqtalarni o'zaro tutashtirish natijasida hosil bo'lgan burchak a to'g'ri chiziq va Q tekislik orasidagi φ burchak bo'ladi.



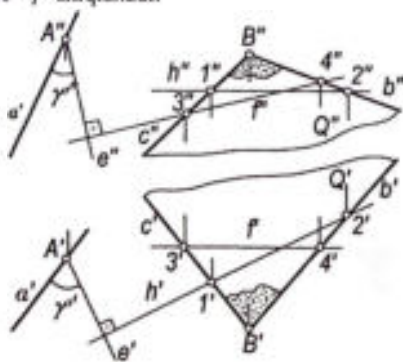
4.65-shakl

Chizmada to'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi burchakni aniqlash uchun yuqorida keltirilgan yasash algoritmlarni to'g'ri chiziq bilan tekislikning perpendikulyarligi va kesishishi qoidalaridan foydalanib bajariladi. Bunda φ burchak a to'g'ri chiziqlarning ixtiyoriy B nuqtasidan Q tekislikka tushirilgan perpendikulyar orasidagi γ burchak orqali aniqlanadi (4.65-a,b shakl). $\varphi^\circ + \gamma^\circ = 90^\circ$ bo'lgani uchun $\varphi^\circ = 90^\circ - \gamma^\circ$ bo'ladi.

Masala. $Q(b \cap c)$ tekislik va a to'g'ri chiziq orasidagi φ burchakni aniqlasin (4.66-shakl).

Yechish:

- tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali va $f(f', f'')$ frontali o'tkaziladi;
- to'g'ri chiziqlarning ixtiyoriy $A(A', A'')$ nuqtasidan tekislikning gorizontali va frontaliga $e(e', e'')$ perpendikulyar o'tkaziladi. Bunda: $e' \perp A'$, $e' \perp h'$ va $e'' \perp A''$, $e'' \perp f''$ bo'ladi.
- a va e to'g'ri chiziqlar orasidagi $\gamma(\gamma', \gamma'')$ burchak belgilanadi. Natijada, $\varphi^\circ = 90^\circ - \gamma^\circ$ aniqlanadi.



4.66-shakl

4.13-§. Ikki tekislik orasidagi burchak

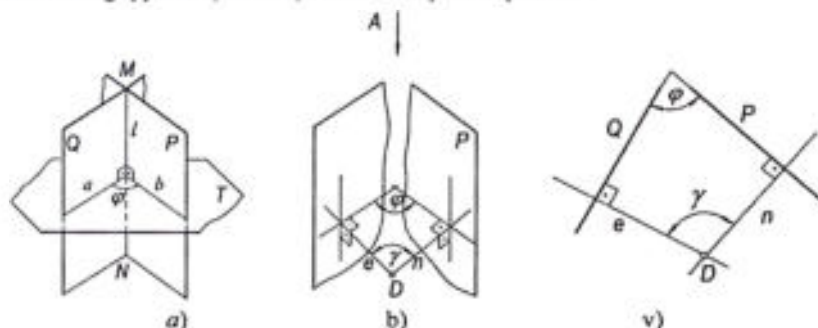
Ikki tekislik orasidagi burchak ularning kesishish chizig'iga perpendikulyar bo'lgan ikki to'g'ri chiziqlar orasidagi chiziqli burchak bilan o'lchanadi.

Bu chiziqli burchakni quyidagi yasash algoritmlari bilan aniqlanadi (4.67- a, shakl).

- P va Q tekisliklarning l kesishish chizig'ini yasaladi.
- Tekisliklarning l kesishish chizig'iga tegishli ixtiyoriy M nuqtadan perpendikulyar qilib T tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik Q va P tekisliklarga ham perpendikulyar bo'ladi.
- T tekislikning Q va P tekisliklar bilan kesishish a va b chiziqlar yasaladi: $a = Q \cap T$ va $b = P \cap T$.
- Tekisliklarning kesishish chiziqlari orasidagi $a^\wedge b = \varphi$ izlangan burchak bo'ladi.

P va Q ikki tekisliklar orasidagi burchakni quyidagicha ham aniqlash mumkin (4.67-b, shakl):

Fazoning ixtiyoriy D nuqtasidan berilgan Q va P tekisliklarga e va n perpendikulyarlar tushirib, bu perpendikulyarlar orasidagi γ burchak orqali φ burchakning qiymati $\varphi = 180^\circ - \gamma$ formula orqali aniqlanadi.

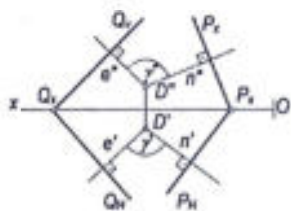


4.67-shakl

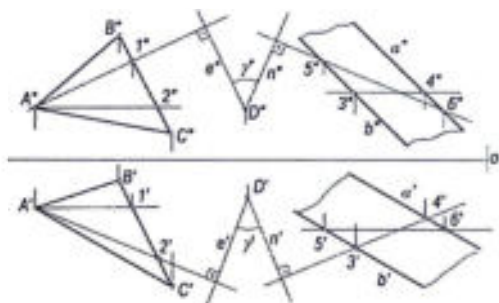
1-masala. $Q(Q_H, Q_V)$ va $P(P_H, P_V)$ tekisliklar orasidagi burchakni aniqlansin (4.68-shakl).

Yechish. Ixtiyoriy $D(D', D'')$ nuqtani tanlab olamiz (4.68-shakl) va uning D' , D'' proektsiyalaridan e va n perpendikulyarlarning proektsiyalarini $e' \perp Q_H \wedge e'' \perp Q_V$ va $n' \perp P_H \wedge n'' \perp P_V$ qilib o'tkaziladi. Chizmada hosil bo'lgan γ burchakning γ' va γ'' proektsiyalari orqali uning haqiqiy qiymatini aniqlab, φ burchakni $\varphi = 180^\circ - \gamma$ formula orqali topamiz.

2-masala. $\triangle ABC$ va $a \wedge b$ to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari bilan berilgan tekisliklar orasidagi burchakni aniqlansin.



4.68-shakl



4.69-shakl

Yechish. Ixtiyoriy $D(D', D'')$ nuqta tanlab olinadi (4.69-shakl). Uning D' va D'' proektsiyalaridan tekisliklarning gorizontallari va frontallariga $e' \perp h_1''$, $e'' \perp f_1''$ va $n' \perp h_2'$, $n'' \perp f_2'$ qilib perpendikulyarlar o'tkaziladi. Natijada, hosil bo'lgan $\gamma(\gamma', \gamma'')$ burchakning haqiqiy o'lchamini aniqlab, so'ngra $\varphi = 180^\circ - \gamma^\circ$ burchak aniqlanadi.

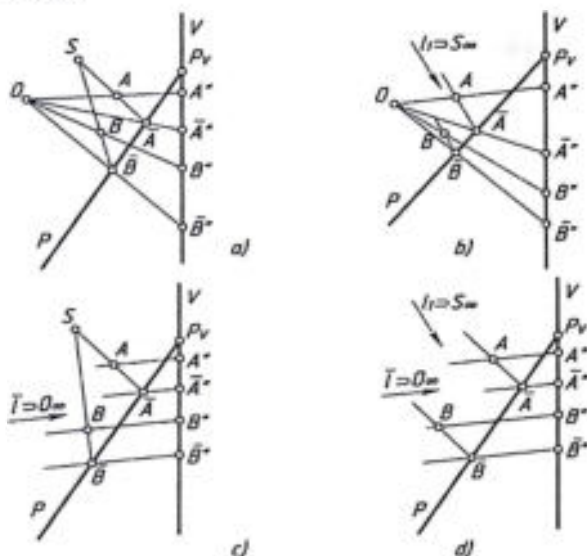
4.14 §. Yordamchi proektsiyalash usuli. Usulning maqsadi va mohiyati

Markaziy va parallel proektsiyalarni almashtirish usullaridan biri har qanday proektsiyalash yo'li bilan hosil qilinadigan yordamchi proektsiyalash usulidir. Bu usulni texnika fanlari doktori, professor S.M.Kolotov (1880—1965) tavsiya qilgan bo'lib, pozitsion va metrik masalalarni echishda juda qulaydir.

Usulning mohiyati quyidagilardan iborat. Narsaning tasviri chizma tekisligida asosiy proektsiyalash yo'nalishi (markaziy yoki parallel) bo'yicha hosil qilingan bo'lsin. Qo'shimcha proektsiyalar tekisligi va proektsiyalash markazini (xos yoki xosmas nuqtada) tanlab olamiz. Berilgan narsani bu markazdan qo'shimcha tekislikka proektsiyalaymiz va hosil bo'lgan qo'shimcha proektsiyani asosiy proektsiyalash yo'nalishi bo'yicha chizma tekisligiga proektsiyalab, unda narsaning takroriy proektsiyasini yasaymiz.

Narsani ana shu ikki marta proektsiyalash natijasida asosiy chizma tekisligida hosil qilingan takroriy proektsiyasi uning umumiy holdagi yordamchi

proektsiyasi bo'ladi.



4.70-shakl

4.70-shakl, a da asosiy proektsiyalar tekisligi V , proektsiyalash markazi O va A, B nuqtalar berilgan. A, B nuqtalarni V tekislikda O markazdan proektsiyalash orqali uning markaziy A', B' proektsiyalari yasalgan. Qo'shimcha proektsiyalash markazi S nuqtani va qo'shimcha P tekislikni tanlab olamiz. S markazdan A va B nuqtalarni P tekislikka proektsiyalab, unda qo'shimcha A, B proektsiyalarni hosil qilamiz. So'ngra AB proektsiyalarni asosiy proektsiyalash markazni O nuqtadan V tekislikka proektsiyalab, unda A, B nuqtalarning yordamchi A' va B' proektsiyalariga ega bo'lamiz.

Yordamchi proektsiyalashning bu umumiy holiga nisbatan parallel proektsiyalash tadbiriq qilinsa, uning amalda keng qo'llaniladigan xususiy hollari kelib chiqadi:

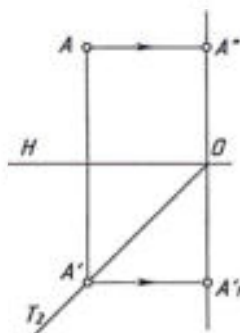
- asosiy proektsiyalash markazi xos nuqtada (O), qo'shimcha proektsiyalash markazi esa xosmas (A_∞) nuqtada (4.70-shakl, b);
- asosiy proektsiyalash markazi xosmas nuqtada (O_∞), qo'shimcha proektsiyalash markazi xos (S) nuqtada (4.70-shakl, v);
- ikkala proektsiyalash markazlari xosmas nuqtalarda, ya'ni O_∞, S_∞ (4.70-shakl, g) bo'ladi.

Bu hollardan birinchisi perspektivada, ikkinchi va uchinchi hollar esa parallel proektsiyalashda pozitsion va metrik masalalarni echishda qo'llaniladi.

Bu usulning imkoniyatlaridan kengroq foydalanish uchun narsaning ikki

tekislikdagi ortogonal proektsiyalarini hosil qilishning quyidagi turini ko'rib chiqamiz.

Narsaning gorizontal proektsiyasini bissektor tekisligi yordamida yasash va bunday sistemaning ba'zi xususiyatlari. Narsaning epYuri II va IV choraklardan o'tgan H hamda V proektsiyalar tekisliklari orasidagi T_2 , ya'ni 2 bissektor tekislik yordamida bajarilsa, chizmada o'ziga xos qulayliklar tug'iladi. 4.71-shaklda A nuqta V va T_2 bissektor tekisliklariga proektsiyalangan, so'ngra T_2 bissektor tekislikdagi A' proektsiya V tekisligiga proektsiyalanib, unda ikkilamchi A'_1 gorizontal proektsiya hosil qilingan. T_2 bissektor tekisligi fazodagi A nuqta bilan uning V tekisligiga ko'chirilgan proektsiyasi orasida moslik o'rnatadi. Shuning uchun ham u *moslik tekisligi* deb ataladi. Endi ana shu moslik tekisligi kiritilgan proektsiyalar sistemasidagi geometrik obrazlarning proektsiyalaridagi ba'zi xususiyatlarni ko'rib chiqamiz.



4.71-shakl

Nuqtaning gorizontal va frontal proektsiyalari o'zaro mos bo'lib, ular bitta bog'lovchi to'g'ri chiziqda yotadi (4.72-shakl, a). Moslik tekisligida yotgan nuqtaning gorizontal va frontal proektsiyalari ustma-ust tushadi (4.72-shakl, b).

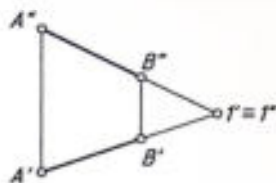
To'g'ri chiziqlarning gorizontal va frontal proektsiyalari o'zaro moslik tekisligida uchrashadi (4.73-shakl). Bu nuqta to'g'ri chiziqlarning T_2 tekislikdagi izi hamdir. Bundan foydalanib, profil to'g'ri chiziqlarning moslik tekisligidagi izini quyidagicha yasash mumkin (4.74-shakl). CD ($C'D'$, $C'D''$) to'g'ri chiziqlar kesmasini ixtiyoriy yo'nalishda T_2 moslik tekisligiga proektsiyalab, uning qo'shimcha C_1D_1 proektsiyasini hosil qilamiz, so'ngra u bilan berilgan proektsiyalar yo'nalishining o'zaro kesishish nuqtasi $I(1',1')$ ni, ya'ni CD to'g'ri chiziqlarning moslik izini aniqlaymiz.



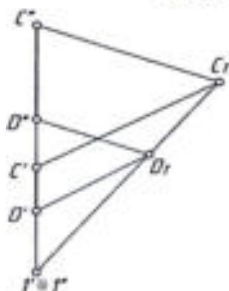
el



5



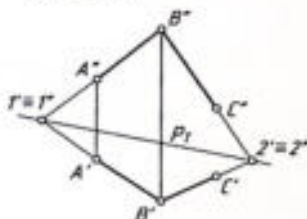
4.73-shakl



4.74-shakl



4.75-shakl



4.76-shakl

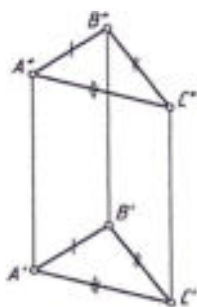
Moslik tekisligiga parallel to'g'ri chiziqning gorizontal va frontal proektsiyalari o'zaro parallel bo'ladi (4.75-shakl).

Tekislikda yotgan ikki to'g'ri chiziqning moslik izlari yasaliib, ular o'zaro birlashtirilsa, mazkur tekislikning moslik izi hosil bo'ladi. 4.76-shaklda o'zaro kesishuvchi AB va CD to'g'ri chiziqlar orqali berilgan tekislikning P_t moslik izini yasash ko'rsatilgan. Bundan tekislikning o'z moslik o'qi va unga tegishli biror nuqtasi orqali berilishi mumkin ekanligi ko'rinib turibdi.

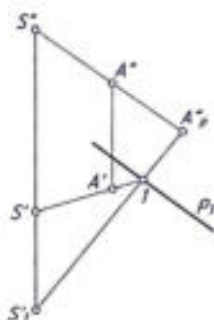
T moslik tekisligiga parallel tekis shakl tomonlarining gorizontal va frontal proektsiyalari o'zaro parallel bo'ladi (4.77-shakl), ya'ni $A'B' \parallel A''B''$, $B'C' \parallel B''C''$, $C'A' \parallel C''A''$.

4.14.2. Markaziy yordamchi proektsivalash

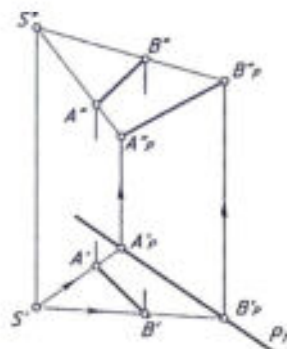
Markaziy proektsiyalashda nuqtalarni proektsiyalovchi vertikal nur tekisliklari proektsiyalash markazidan yo'nalgan vertikal to'g'ri chiziq orqali o'tib, tekisliklar dastasini hosil qiladi. Bular T_2 moslik va qo'shimcha tekisliklar bilan kesishib, ularda S' va S'_1 markazlarga ega bo'lgan to'g'ri chiziqlar dastalarini, ya'ni nurlar proektsiyalarini hosil qiladi. Umumiy vaziyatdagi P tekislikka A nuqtani proektsiyalash 4.78-shaklda ko'rsatilgan.



4.77-shakl



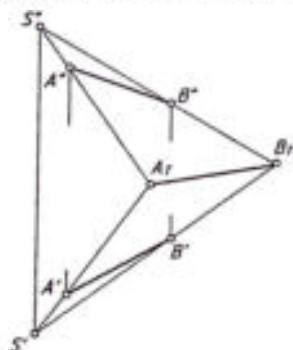
4.78-shakl



4.79-shakl

P tekislik P_t moslik izi va undagi yordamchi proektsiyalash markazi S nuqtadan o'tgan vertikal to'g'ri chiziqning izi S'_1 nuqtasi bilan berilgan. S proektsiyalash markazining S' gorizontaal proektsiyasi bilan A nuqtaning A' gorizontaal proektsiyasini birlashtirib, uning moslik o'qi P_t bilan kesishgan I nuqtasini belgilaymiz. So'ngra S'_1 bilan I nuqtani birlashtirib, uning $S'A'$ bilan kesishgan A''_p nuqtasini, ya'ni A nuqtaning P tekislikdagi markaziy proektsiyasini aniqlaymiz. $S'_1 I$ to'g'ri chiziq *aniqlovchi* deyiladi. Agar P tekislik vertikal bo'lsa S' cheksiz uzoqlashib, undan keluvchi aniqlovchilar o'zaro parallel vertikal to'g'ri chiziqlar bo'lib qoladi. Bunday holat 4.79-shaklda AB kesmaning markazni proektsiyasini yasashda ko'rsatilgan. A''_p va B''_p moslik o'qidagi nuqtalardan o'tgan aniqlovchilar vertikal to'g'ri chiziqlar bo'lib qolgan.

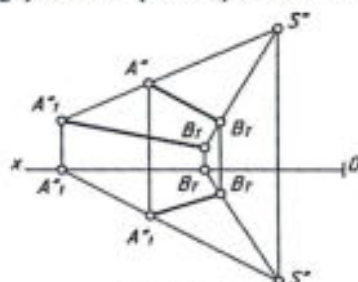
Agar P tekislik T_2 moslik tekisligi bilan ustma-ust tushsa, $AB(A'B', A''B'')$ kesmaning yordamchi proektsiyasi 4.80-shakldagidek bo'ladi.



4.80-shakl

Ba'zi pozitsion masalalarni echishda geometrik shakllarni proektsiyalar tekisliklarining birortasiga qo'shimcha proektsiyalashga to'g'ri keladi. 4.81-shaklda AB kesmani S qo'shimcha markazdan V proektsiyalar tekisligiga proektsiyalash ko'rsatilgan. S' nuqtadan A', B' orqali to'g'ri chiziqlar o'tkazib, ularning Ox o'qi bilan kesishgan A'_1, B'_1 nuqtalarini belgilaymiz va ulardan vertikal bog'lovchi to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. So'ngra bu bog'lovchi chiziqlar bilan $S'A'$ va $S'B'$ to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalarini topib, A'_1, B'_1 yordamchi frontal proektsiyaga ega bo'lamiz. Biror ge-

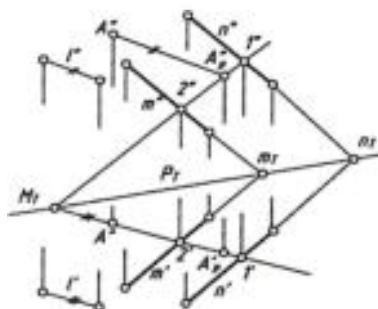
ometrik shaklining H dagi yordamchi proektsiyasi ham xuddi shunday yasaladi.



4.81-shakl

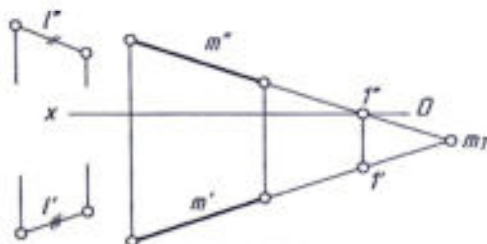
4.14.3. Qiyshiq burchakli yordamchi proektsiyalash

Agar proektsiyalash markazi cheksiz uzoqlashtirilgan bo'lsa, parallel (qiyshiq yoki to'g'ri burchakli) proektsiyalash sodir bo'ladi. Bu holda proektsiyalovchi tekisliklar nur yo'nalishiga, aniqlovchi to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'lib qoladi. 4.82-shaklda A nuqtani o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar ($m||n$) bilan berilgan P tekislikka l yo'nalishda proektsiyalash ko'rsatilgan. m va n to'g'ri chiziqlarning m_t va n_t moslik izlarini yasab, bu tekislikning P_t moslik izini o'tkazamiz. A nuqta orqali l yo'nalishda parallel nur o'tkazamiz va buurning tekislik bilan kesishish nuqtasini yasash uchun u orqali M gorizontal proektsiyalovchi tekislik o'tkazamiz. M tekislikning berilgan tekislik bilan kesishish chizig'i 12 ni yasaymiz va uning A' dan l' ga parallel o'tkazilgan to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasi A' ni, ya'ni A nuqtaning P tekislikdagi proektsiyasining frontal proektsiyasini aniqlaymiz. So'ngra bog'lovchi chiziq orqali uning A' gorizontal proektsiyasini belgilaymiz. M_t2' yo'nalishi P tekislikka l yo'nalishda proektsiyalanadigan hamma nuqtalar uchun aniqlovchilar yo'nalishi bo'ladi.

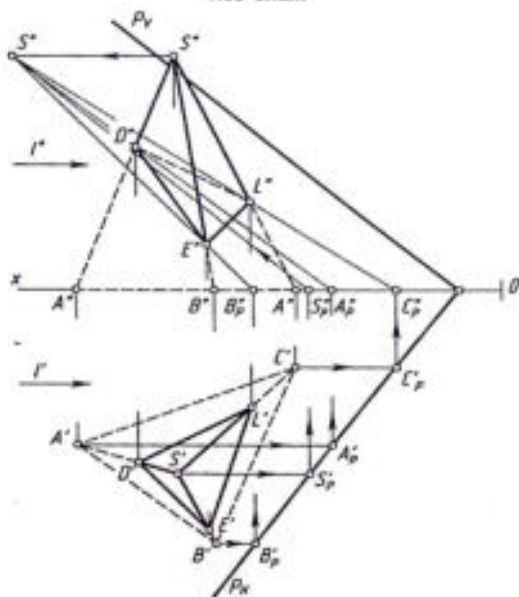


4.82-shakl

4.83-shaklda l yo'nalishga parallel m to'g'ri chiziqlarning H va T_2 moslik tekisliklaridagi proektsiyalarini yasash ko'rsatilgan. m to'g'ri chiziq proektsiyalash yo'nalishiga parallel bo'lganligi uchun H va T_2 tekisliklariga nuqta ko'rinishida proektsiyalanadi. m to'g'ri chiziqlarning gorizonttal l' izi bir vaqtda uning H dagi qiyshiq burchakli proektsiyasi ham bo'ladi.



4.83-shakl



4.84-shakl

4.84-shaklda $SABC$ piramidaning P tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash ko'rsatilgan. Piramidani gorizonttal l yo'nalishda P tekislikka proektsiyalaymiz. Piramida qirralari o'z yordamchi $S_p A_p$, $C_p B_p$, $S_p C_p$ proektsiyalari bilan P , E , L nuqtalarda kesishib, tekislik bilan kesishish nuqtalarini hosil qiladi. Bu nuqtalarni birlashtirib, $DEL(D'E'L', D'E'L')$ kesishish chizig'ini yasaymiz.

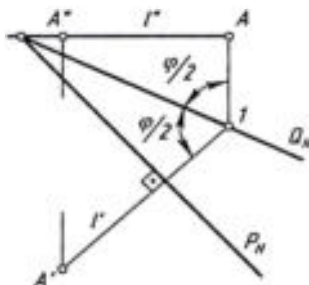
4.14.4. To'g'ri burchakli yordamchi proektsiyalash

Yuqorida eslatib o'tilganidek, metrik masalalarni echishda yangi qo'shimcha tekislikdagi tekis shakllar V proektsiyalar tekisligida o'z o'lchamlarini o'zgartirmasdan tasvirlanishi kerak. Bunga qo'shimcha tekislikni uning frontali atrofida aylantirish yoki qo'shimcha tekislikni qo'shimcha va asosiy proektsiyalash yo'nalishi orasidagi bissektor tekisligi bilan almashtirish orqali erishish mumkin.

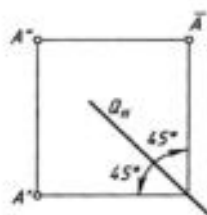
Xususiyl hollarni ko'rib chiqamiz. A nuqtani (4.85-shakl) gorizontal l yo'nalishda P tekisligiga ortogonal proektsiyalash talab qilinsin.

P tekislikdagi tasvir V tekislikda o'zgarishsiz tasvirlanishi uchun qo'shimcha l va asosiy proektsiyalash yo'nalishlariga nisbatan bissektor Q tekislikni tanlaymiz.

Q tekislikning o'ziga parallel holda ko'chirilishidan tasvir o'zgarmaydi. Shuning uchun qo'shimcha va asosiy nurlarni ixtiyoriy joyda kesishtirib, ular hosil qilgan burchakning bissektisasini o'tkazamiz. l ning A' dan o'tgan frontal l' proektsiyasi nuqta l dan chiquvchi asosiy yo'nalish proektsiyasi bilan kesishib $\bar{A}$ proektsiyasini hosil qiladi. Agar proektsiyalash yo'nalishi W ga perpendikulyar bo'lsa (4.86-shakl), unda nurlarning bissektor tekisligi har biri bilan 45° burchak hosil qilib, ayni vaqtda undagi qo'shimcha proektsiya profil proektsiya ham bo'ladi.



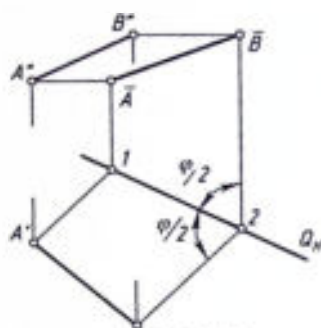
4.85-shakl



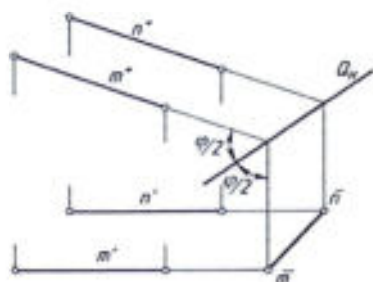
4.86-shakl

4.87-shaklda $AB(A'B', A'B'')$ kesmaning haqiqiy kattaligini aniqlash ko'rsatilgan. Buning uchun proektsiyalash yo'nalishi gorizontal bo'lib, AB orqali o'tuvchi gorizontal proektsiyalovchi tekislikka perpendikulyar qilib olingan. Kesmaning haqiqiy kattaligi $\bar{AB}$ qo'shimcha yo'nalish bilan asosiy yo'nalish burchagiga qurilgan bissektor tekisligi yordamida aniqlangan.

4.88-shaklda o'zaro parallel frontal $m(m', m'')$ va $n(n', n'')$ to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa aniqlangan. Bu holda qo'shimcha yo'nalish sifatida to'g'ri chiziqlarning yo'nalishi tanlangan.



4.87-shakl



4.88-shakl

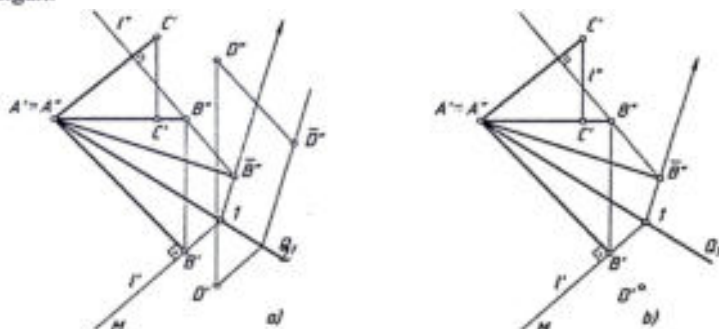
4.89-shaklda o'zaro Q bissektor tekisligida kesishuvchi $AB(A'B', A'B'')$ gorizont va $AC(A'C', A'C'')$ frontal to'g'ri chiziqlar orqali berilgan umumiy vaziyatdagi P tekislik tasvirlangan. P tekislikka perpendikulyar proektsiyalangan tasvirlarning V tekislikka o'zgarishsiz o'tkazilishi talab qilinsin. Bunda P tekislikni uning AC frontali atrofida aylantirmasdan, balki bu tekislik bilan V orasidagi bissektor tekislikdan foydalanamiz. l yo'nalishda ($l \perp P$) biror, masalan, $B(B' \in P)$ nuqtani bissektor Q tekislikka proektsiyalaymiz va hosil bo'lgan proektsiyani asosiy yo'nalishda V tekislikka proektsiyalab, uning yordamchi B proektsiyasini hosil qilamiz. Buning uchun B nuqta orqali gorizont proektsiyalovchi M tekislikni o'tkazamiz. M tekislik berilgan tekislikni eng katta og'ish chizig'i bo'yicha kesadi. l nurning P tekislik bilai kesishish nuqtasi ana shu eng katta og'ish chizig'ida bo'ladi. Odatda, eng katta og'ish chizig'i tekislik gorizontalliga perpendikulyar bo'ladi. Ana shu tekislik gorizontali va eng katta og'ish chizig'ini bissektor tekisligiga l yo'nalishda proektsiyalab, so'ngra ularni V tekislikka asosiy yo'nalish bo'yicha qayta proektsiyalasak, ularning yangi proektsiyalari ham o'zaro perpendikulyarligini saqlaydi. Yangi B nuqtani yasash uchun B' nuqtadan o'tuvchi $l'(l' \perp A'C')$ to'g'ri chiziqni davom ettiramiz va uni $A' = A'$ markazdan $A'B'$ radiusli yoy bilan kesib, $\bar{B}'$ nuqtani hosil qilamiz. So'ngra $A'A'$ nuqtani $\bar{B}'$ nuqta bilan birlashtiramiz. Natijada $|A' \equiv A'B'| = |A' \equiv A'B'|$ bo'ladi. B nuqtadan $A' = A'B'$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziq chizamiz va bu chiziqni aniqlovchi deb ataymiz. l' va aniqlovchini o'zaro uchrashtirib, P bilan V orasida bissektor Q tekislikka oid 1 nuqtani hosil qilamiz. $A' = A'$ va 1 nuqtalarni birlashtiruvchi Q_T to'g'ri chiziq bissektor tekislikning bissektor izi bo'ladi va u moslik o'qi deb ataladi. Bu yasashlar sxemasi l yo'nalishi bo'yicha P tekislikka proektsiyalanuvchi har qanday shakl uchun yasash algoritmi vazifasini o'taydi. Masalan, O nuqtaning yordamchi proektsiyasini yasash quyidagicha bajariladi:

- D' nuqtadan l' yo'nalishga parallel to'g'ri chiziq o'tkazib, uning Q_T bilan kesishish nuqtasi 2 belgilanadi;
- 2 nuqtadan aniqlovchiga parallel to'g'ri chiziq o'tkaziladi;

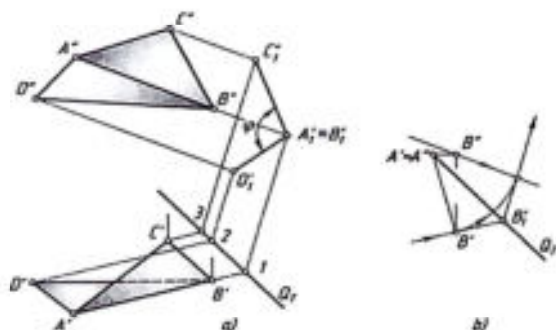
- bu to'g'ri chiziq bilan D' nuqtadan l' yo'nalishga parallel o'tgan to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi $\bar{D}'$ aniqlanadi.

Endi 4.89-shakl, a dagi ortiqcha elementlarni olib tashlab, uni 4.89-shakl, b dagi chizma holiga keltiramiz. Bu ko'rinish to'g'ri burchakli yordamchi proektsiyalash diagrammasi vazifasini bajaradi va uni har qanday yo'nalish uchun osongina yasash mumkin.

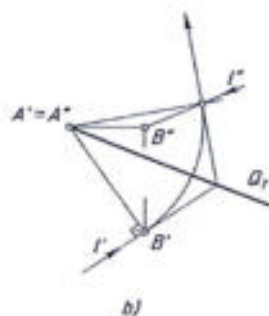
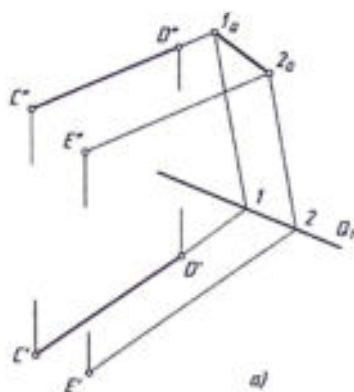
4.90-shakl, a, b dagi $ABD(A'B'D', A'B'D')$ va $ABC(A'B'C', A'B'C')$ uchburchak tekisliklari orasidagi ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligi AB qirraga perpendikulyar tekislikka proektsiyalash yordamida yasalgan. AB yo'nalish uchun diagramma 4.91-shakl, b da yasalgan. Bunda Q_T moslik o'qi chizma uchun qulay joyga holatini o'zgartirmasdan ko'chirilgan. 4.91-shakl, a, b da to'g'ri chiziq va nuqta orasidagi, 4.92-shakl, a, b da o'zaro ayqash to'g'ri chiziqlar orasidagi masofalarning haqiqiy uzunligi Yuqoridagi diagramma asosida aniqlangan.



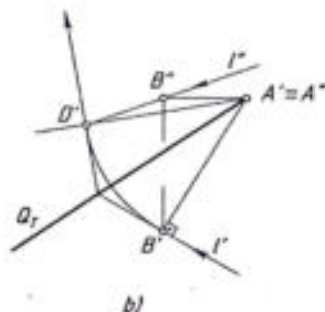
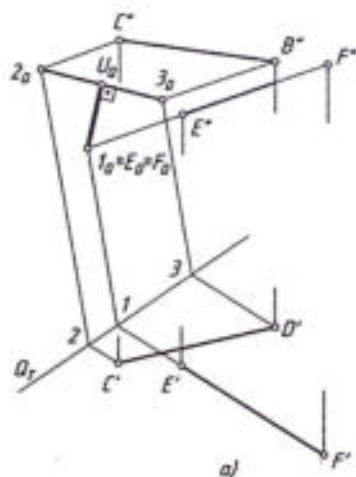
4.89-shakl



4.90-shakl



4.91-shakl



4.92-shakl

Nazorat savollari

1. Tekislik chizmada qanday berilishi mumkin?
2. Tekislikning izi deb nimaga aytiladi?
3. Qanday tekisliklar proektsiyalovchi deyiladi?
4. Gorizontal va gorizontal proektsiyalovchi hamda frontal va frontal proektsiyalovchi tekisliklarning farqi nimada?
5. Qanday chiziqlar tekislikning bosh chiziqlari deyiladi?

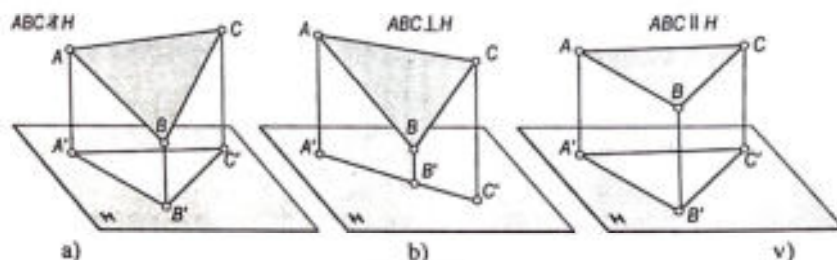
6. Tekislikning eng katta og'ma chiziqlari yordamida qanday burchaklarni aniqlanish mumkin?
7. Ikki tekislikning o'zaro kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi qanday?
8. To'g'ri chiziq bilan tekislikning kesishish nuqtasini yasashning umumiy algoritmi nimadan iborat?
9. Tekislikka parallel bo'lgan to'g'ri chiziq qanday ketma-ketlikda o'tkaziladi?
10. Tekis chizmada berilgan ikki tekislikning o'zaro parallelligi qanday tekshiriladi?
11. Tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqning proektsiyalari qanday vaziyatda bo'ladi?
12. Qanday tekisliklar o'zaro perpendikulyar deyiladi?
13. To'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi burchak qanday tartibda aniqlanadi?
14. Ikki tekislik orasidagi burchak qanday tartibda aniqlanadi?

5.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Geometrik shaklning proektsiyalaridagi holatlari uning fazoda proektsiyalar tekisliklariga nisbatan joylashuviga bog'liq. Umumiy vaziyatdagi geometrik shakllarning proektsiyalari proektsiyalar tekisliklariga qisqarib proektsiyalanadi (5.1,a,b-shakl).

Agar geometrik shaklning proektsiyasi originaliga teng bo'lib proektsiyalanasa, bu shaklga oid metrik xarakteristikalarini, masalan, $\triangle ABC$ tomonlarining haqiqiy o'lchamlari, uchlaridagi burchaklarning qiymatlari va boshqa xarakteristikalarini aniqlash mumkin (5.1,v-shakl).

Demak, shunday xulosaga kelish mumkinki, agar geometrik shakl proektsiyalar tekisliklariga nisbatan fazoda xususiy vaziyatda berilsa yoki umumiy vaziyatda berilgan geometrik shakl xususiy vaziyatga keltirilsa, bu bilan metrik va pozitsion masalalarni echish mumkin. Shuning uchun ayrim hollarda umumiy vaziyatda berilgan geometrik shakllarning berilgan ikki proektsiyasi asosida maqsadga muvofiq ravishda yangi xususiy vaziyatga keltirilgan proektsiyalari tuziladi.



5.1-shakl.

Geometrik shaklning berilgan ortogonal proektsiyalari asosida yangi proektsiyalarini yasash *ortogonal proektsiyalarni qayta tuzish* deyiladi.

Umumiy vaziyatda berilgan geometrik shakllarni xususiy vaziyatga keltirish asosan ikki usulda bajariladi.

1. Umumiy vaziyatda berilgan geometrik shaklni fazoda harakatlantirib, proektsiyalar tekisligiga nisbatan xususiy vaziyatga keltirish *tekis-parallel harakatlantirish usuli* deyiladi.
2. *Aylantirish usuli*. Bunda proektsiyalar tekisliklari o'z holatlarini o'zgartirmaydi. Proektsiyalanuvchi shakl ularga qulay holga kelguncha biror o'q atrofida aylantiriladi.
3. Geometrik shaklning fazoviy vaziyati o'zgartirilmasdan proektsiyalar tekisliklari sistemasini unga nisbatan xususiy vaziyatga kelguncha yangi proektsiyalar tekisliklari bilan almashtirish - *proektsiyalar tekisliklarini*

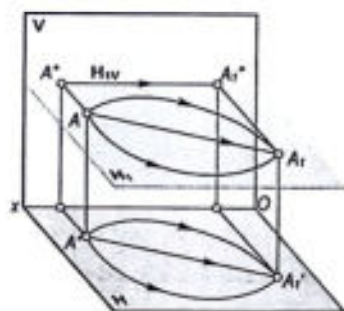
almashtirish usuli deyiladi.
 Quyida bu usullarni alohida ko'rib chiqamiz.

5.2-§. Tekis–parallel harakatlantirish usuli

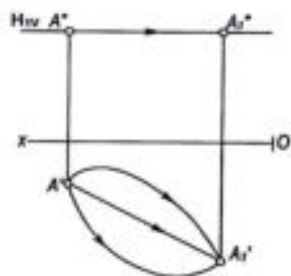
Tekis–parallel harakatlantirish usulida geometrik shaklni proektsiyalar tekisliklari sistemasiga nisbatan vaziyati maqsadga muvofiq ravishda o'zgartirish uchun uning barcha nuqtalarining harakatlanish traektoriyalari bir–biriga parallel tekisliklarda harakatlantirish yo'li bilan bajariladi.

Harakatlantirish tekisliklarining vaziyati va geometrik shakl nuqtalari harakatlanish traektoriyasining xarakteriga qarab tekis–parallel harakatlantirish usuli *parallel harakatlantirish* va *aylantirish* usullariga bo'linadi.

Parallel harakatlantirish usuli. Bu usulda fazoda berilgan geometrik shaklning har bir nuqtasi proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan gorizontal yoki frontal tekisliklarda harakatlantiriladi. Shuning natijasida hosil bo'lgan yangi proektsiyasi proektsiyalar tekisligiga nisbatan vaziyati o'zgaradi. 5.2,a,b–shaklda A nuqta H_1 gorizontal tekislikda harakatlantirilib A_1 vaziyatga keltirilgan. Bunda A nuqta A_1 vaziyatga qanday traektoriya (to'g'ri yoki egri chiziqlar) bo'ylab harakatlantirilishidan qat'iy nazar, uning A'' frontal proektsiyasi (A_1'' vaziyatga) tekislikning H_{11} izi bo'yicha harakatlanadi. Shuningdek 5.3,a,b–shakldagi B nuqta V_1 frontal tekislikda B_1 vaziyatga har qanday traektoriya bo'yicha harakatlantirilmasin, uning B' proektsiyasi V_{11} izi bo'yicha harakatlanib, B'_1 vaziyatni egallaydi.

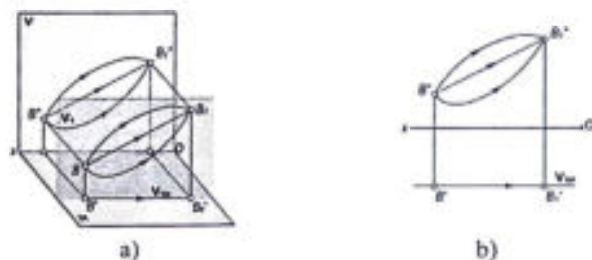


a)



b)

5.2-shakl.



5.3-shakl.

Yuqorida bayon etilganlardan quyidagi xulosaga kelish mumkin:

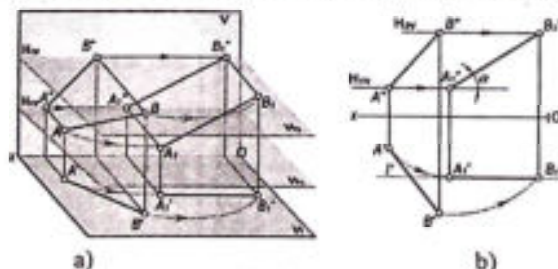
- Fazoda nuqtani gorizontaal proektsiyalar tekisligiga parallel tekislikda har qanday traektoriya bo'yicha harakatlantirilsa ham, uning frontal proektsiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.
- Fazoda nuqtani frontal proektsiyalar tekisligiga parallel tekislikda har qanday traektoriya bo'yicha harakatlantirilsa ham, uning gorizontaal proektsiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Parallel harakatlantirish usulining bu xususiyatlaridan foydalanib ayrim masalalarning echilishini ko'rib chiqamiz.

I-masala. Umumiy vaziyatda berilgan AB kesmani V tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin (5.4,a,b-shakl).

Yechish. $AB \parallel V$ bo'lishi uchun chizmada $A'B' \parallel Ox$ bo'lishi kerak. Demak, bu misolni echish uchun H tekislikda (5.4,a-shakl) ixtiyoriy A_1' nuqta tanlab, u orqali Ox o'qiga parallel l' to'g'ri chiziq o'tkazamiz va unga $A_1'B_1' = A'B'$ kesmani o'lchab qo'yamiz. Kesmaning yangi frontal proektsiyasini parallel harakatlantirish xususiyatiga muvofiq aniqlaymiz: kesmaning A'' va B'' proektsiyalari mos ravishda H_{1V} va H_{2V} bo'yicha Ox o'qiga parallel ravishda harakatlanadi va A_1'' , B_1'' vaziyatlarga keladi. Natijada, V tekislikka parallel $A_1B_1(A_1'B_1', A_1''B_1'')$ to'g'ri chiziq kesmasining proektsiyalari hosil bo'ladi.

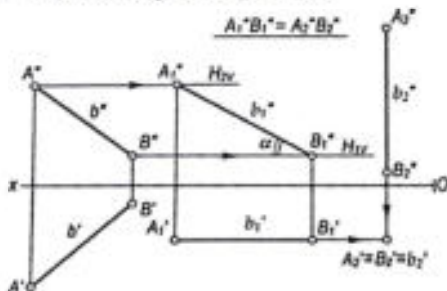
Shuningdek, AB kesma V tekislikka parallel bo'lishi bilan birga uning haqiqiy o'lchami va H tekislik bilan tashkil etgan α burchagi aniqlanadi.



5.4-shakl.

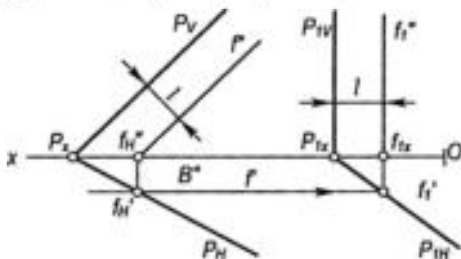
2-masala. Umumiy vaziyatdagi $AB(A'B', A''B'')$ kesma H tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltirilsin (5.5-shakl).

Yechish. Dastlab AB kesmani harakatlantirib, V tekislikka parallel $A_1B_1(A'_1B'_1, A''_1B''_1)$ vaziyatga keltiramiz. So'ngra ixtiyoriy B_2'' nuqta tanlab olamiz va bu nuqtadan $b_2'' \perp Ox$ to'g'ri chiziq o'tkazamiz va unga $A_2''B_2'' = A'_1B'_1$ kesmani o'lchab qo'yamiz. Kesmaning gorizontaal proektsiyasi b_1' chiziq bo'yicha harakatlanib, $A_2''B_2'' = b_2''$ bo'lib proektsiyalanadi.



5.5-shakl.

3-masala. Umumiy vaziyatda berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislik H tekisligiga perpendikulyar vaziyatga keltirilsin (5.6-shakl).

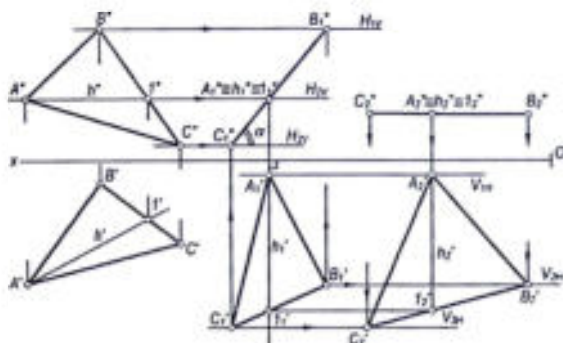


5.6-shakl

Yechish. P tekislikning ixtiyoriy $f(f', f'')$ frontali o'tkaziladi. So'ngra Ox o'qida ixtiyoriy nuqtadan $f_1'' \perp Ox$ qilib o'tkazamiz va chizmada ko'rsatilgan ℓ masofada tekislikning frontal izi $P_{1V} \perp Ox$ (yoki $P_{1V} \parallel f_1''$) qilib o'tkazamiz. Tekislikning P_{1H} gorizontaal izi P_{1x} va f_1' nuqtalardan o'tadi.

4-masala. Umumiy vaziyatdagi $\Delta ABC(\Delta A'B'C', \Delta A''B''C'')$ tekislikni H tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin (5.7-shakl).

Yechish. 1. ΔABC ni avval V tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltiramiz. Buning uchun uchburchakning $h(h', h'')$ gorizontali o'tkazamiz. Chizmada ixtiyoriy A'_1 nuqta tanlab, bu nuqtadan $h'_1 \perp Ox$ qilib $\Delta A'_1B'_1C'_1 = \Delta A'B'C'$ yangi gorizontaal proektsiyasini yasaymiz.



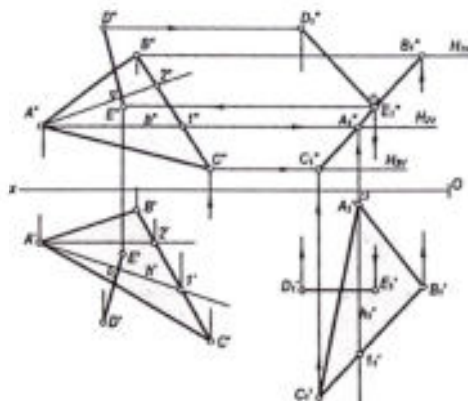
5.7-shakl.

2. $\triangle ABC$ ning yangi vaziyati V tekislikka perpendikulyar bo'lgani uchun uning frontal proektsiyasi $C_1''A_1''B_1''$ kesma tarzida proektsiyalanadi.

3. Ixtiyoriy C_2'' nuqta tanlab, bu nuqtadan Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz va unga $C_2''A_2''B_2''=C_1''A_1''B_1''$ bo'lgan kesmani o'lchab qo'yamiz. Parallel harakatlantirishning qoidasiga muvofiq uchburchak gorizontaal proektsiyasining $A_2'B_2'$ va C_2' nuqtalari mos ravishda V_{1N} , V_{2N} va V_{3N} frontal tekisliklarning izlari bo'yicha harakatlanishidan $\triangle A_2'B_2'C_2'$ hosil bo'ladi. Natijada, $\triangle A_2'B_2'S_2$ H ga parallel bo'ladi va berilgan uchburchakning haqiqiy o'lchamiga teng bo'lgan proektsiyasi hosil bo'ladi.

Chizmadagi α burchak $\triangle ABC$ ning H tekislik bilan hosil qilgan burchagini ko'rsatadi.

4-masala. $D(D', D'')$ nuqtadan $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ tekislikkacha bo'lgan masofa aniqlansin (5.8, a-shakl).



5.8-shakl.

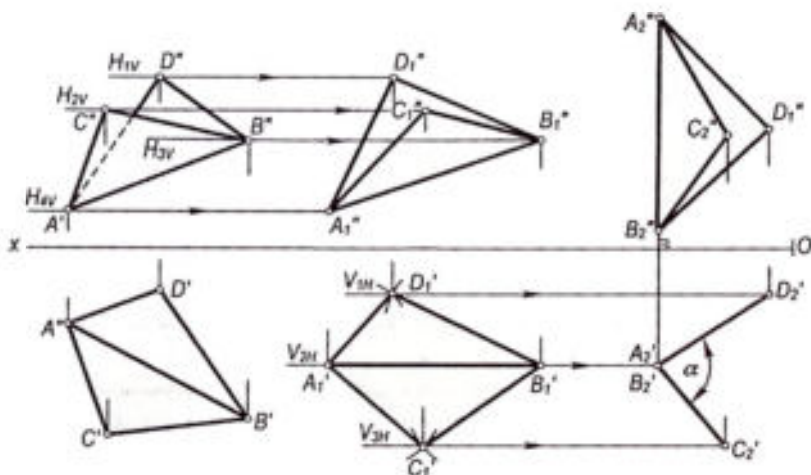
Yechish:

1. $\triangle ABC$ ni parallel harakatlantirib, proektsiyalar tekisliklarining biriga, masalan, V tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltiramiz. Buning uchun mazkur uchburchakni $A_1'I_1'$ ning $h(h', h'')$ gorizontali ni V tekislikka perpendikulyar vaziyatga keltirib, $A_1'I_1' = A_1'I_1'$ va $\triangle A_1'B_1'S_1' = \triangle A_1'B_1'S_1'$ qilib yasaladi. D_1' nuqtaning D_1' vaziyati ham planimetrik yasashlarga asosan yasaladi. Bunda uchburchakning yangi frontal proektsiyasi $C_1''A_1''B_1''$ kesma tarzida proektsiyalanadi. Parallel harakatlantirishning qoidalariga asosan D nuqtaning yangi D_1' va D_1'' proektsiyalarini aniqlaymiz.

2. Masofaning haqiqiy o'lchami D_1'' nuqtadan $C_1''A_1''B_1''$ kesmaga tushirilgan $D_1''E_1''$ perpendikulyar bilan o'lchanadi. Izlangan masofaning gorizontall proektsiyasi $D_1'E_1'$ esa Ox o'qiga parallel bo'ladi.

3. Izlangan masofaning proektsiyalarini tekislikning berilgan proektsiyalarida yasash uchun D nuqtaning D' va D'' proektsiyalaridan tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali va $f(f', f'')$ frontaliga tushirilgan perpendikulyarlar proektsiyalari bilan aniqlanadi. Parallel harakatlantirishning qoidasiga muvofiq E nuqtaning E' va E'' proektsiyalarini ko'rsatilgan yo'nalish bo'yicha D' va D'' proektsiyalardan tekislikka tushirilgan perpendikulyarning proektsiyalarida topamiz.

5—masala. $CABD(C'A'B'D', C''A''B''D'')$ ikki yoqli burchakning haqiqiy kataligi parallel harakatlantirish usulidan foydalanib aniqlansin (5.9—shakl).



5.9-shakl.

Yechish:

- AB qirrani V tekislikka parallel qilib joylashtiriladi. Buning uchun chizma maydonining ixtiyoriy joyida $A'B' = A_1'B_1'$ va $A_1'B_1' \parallel Ox$ qilib joylashtiriladi.
- A_1' va B_1' nuqtalarga nisbatan D_1' , C_1' nuqtalarni planimetrik yasashlardan

foydalanib yasaymiz. Hosil bo'lgan A_1 , C_1' , B_1' va D_1' nuqtalar yangi gorizontal proektsiya bo'ladi.

- Parallel harakatlantirish qoidasiga asosan A'' , C'' , B'' va D'' nuqtalar Ox o'qiga parallel chiziqli bo'yicha harakat qilganligidan A_1'' , C_1'' , B_1'' va D_1'' yangi frontal proektsiyalari yasalanadi.
- AB qirrani H tekisligiga perpendikulyar qilib joylashtiriladi. Buning uchun $A_1''B_1''=A_2''B_2''$ ni chizmaning ixtiyoriy joyida $A_2''B_2'' \perp Ox$ qilib joylashtiramiz. $A''_1B''_1$ yangi frontal proektsiya bo'ladi.
- C_2'' va D_2'' nuqtalar esa A_2'' va B_2'' nuqtalarga nisbatan planimetrik yasashlar bilan yasalanadi.
- Parallel ko'chirish qoidasiga asosan A'_1 , C'_1 , B'_1 va D'_1 nuqtalar Ox ga parallel harakat qilib, $A''_2=B''_2$, C'_2 va D'_2 nuqtalarning yangi gorizontal proektsiyalarini hosil qiladi.
- Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, $\angle D_1'A_2'C_2'=\alpha$ chiziqli burchak AB qirradagi ikki yoqli burchakni o'lchaydi. Bu misolni AB qirrani H ga parallel qilib olishdan boshlab ham echish mumkin.

5.3-§. Aylantirish usuli

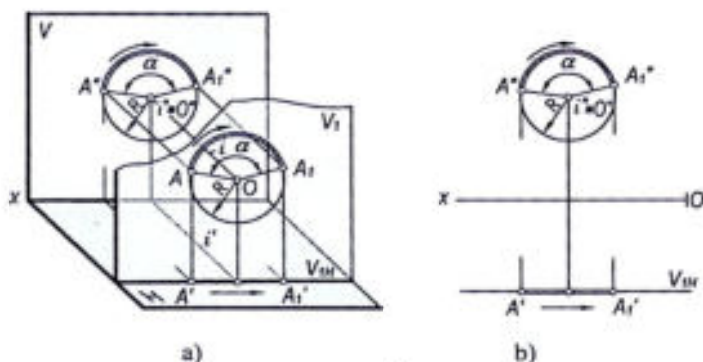
Aylantirish usuli parallel harakatlantirish usulining xususiy holi hisoblanadi. Bu usulda geometrik shaklga tegishli nuqtaning traektoriyasi ixtiyoriy bo'lmay, balki berilgan biror o'qqa nisbatan aylana bo'yicha harakatlanadi. Aylana markazi berilgan o'qda joylashgan bo'lib, aylanish radiusi esa harakatlanuvchi nuqta bilan aylanish o'qi orasidagi masofaga teng bo'ladi yoki aylanish tekisligini aylanish o'qi bilan kesishgan nuqtasi bo'ladi.

Aylanish o'qlari proektsiyalar tekisliklariga nisbatan perpendikulyar, parallel, shuningdek, proektsiyalar tekisligiga tegishli va boshqa vaziyatlarda bo'lishi mumkin.

Quyida turli vaziyatlarda joylashgan aylanish o'qlari atrofida aylantirish usullarni ko'rib chiqamiz.

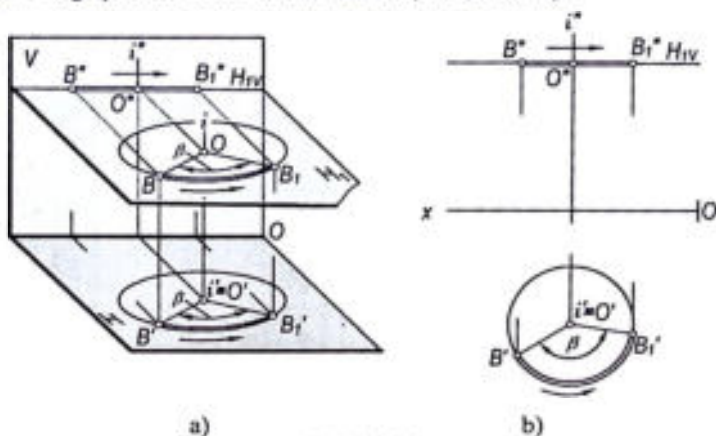
5.3.1. Geometrik shakllarni proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish. Nuqtani aylantirish

H va V tekisliklar sistemasida ixtiyoriy A nuqta va i aylanish o'qi berilgan bo'lsin (5.10 a-shakl). Agar A nuqtani $i \perp V$ aylanish o'qi atrofida harakatlantirsak, mazkur nuqta V tekislikka parallel V_1 tekislikda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha harakatlanadi. Shuningdek, A nuqtaning harakatlanish traektoriyasining gorizontal proektsiyasi V_1 tekislikning V_{IN} izi bo'yicha harakat qiladi. Chizmada V_1 tekislik V tekislikka parallel bo'lgani uchun A nuqtaning frontal proektsiyasi aylana bo'yicha, gorizontal proektsiyasi $V_{IN} \parallel Ox$ bo'yicha harakat qiladi (5.11-shakl, b).



5.10-shakl.

B nuqtaning H tekislikka perpendikulyar i o'qi atrofida aylantirilishi 5.11-shakl, a da ko'rsatilgan. B nuqta B_1 vaziyatga radiusi OB ga teng aylana bo'yicha H tekislikka parallel bo'lgan N_1 tekislikda harakatlanadi. Bunda N_1 tekislik H tekislikka parallel bo'lgani uchun B nuqta harakatlanish traektoriyasining gorizontaal proektsiyasi aylana bo'yicha, frontal proektsiyasi N_1 tekislikning N_{1V} izi bo'yicha Ox ga parallel bo'lib harakatlanadi. (5.12,b-shakl).



5.11-shakl.

Yuqorida bayon qilinganlardan quyidagi xulosalarga kelamiz:

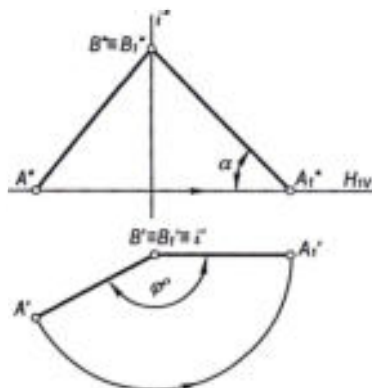
1-xulosa. Agar A nuqta frontal proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa, mazkur nuqtaning frontal proektsiyasi aylana bo'yicha, gorizontaal proektsiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

2-xulosa. Agar nuqta gorizontaal proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirilsa, nuqtaning gorizontaal proektsiyasi aylana bo'yicha, frontal proektsiyasi Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Nuqtani proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish qoidalariga asosan umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shakllarni xususiy yoki talab qilingan vaziyatga keltirish mumkin.

1-masala. Umumiy vaziyatdagi $AB(A'B', A''B'')$ kesmani V tekislikka parallel vaziyatga keltirilsin. (5.12-shakl).

Yechish. AB kesmaning biror, masalan B uchidan $i \perp H$ aylantirish o'qi o'tkaziladi. So'ngra bu o'q atrofida kesmaning $A'B'$ gorizontal proektsiyasini $A'B' \parallel O_x$ vaziyatga kelguncha aylantiramiz. Bunda AB kesmaning A'' nuqtasi $N_{11} \parallel O_x$ bo'yicha harakatlanib, A''_1 vaziyatni egallaydi. Shaklda hosil bo'lgan AB kesmaning yangi $A'_1B'_1$ va $A''_1B''_1$ proektsiyalari uning V tekislikka parallelligini ko'rsatadi. Shakldagi α burchak AB kesmani H tekislik bilan hosil etgan burchagi bo'ladi.



5.12-shakl.

2-masala. $AB(A'B', A''B'')$ kesmani $i \perp H$ o'q atrofida α burchakka aylantirish talab qilinsin (5.13-shakl).

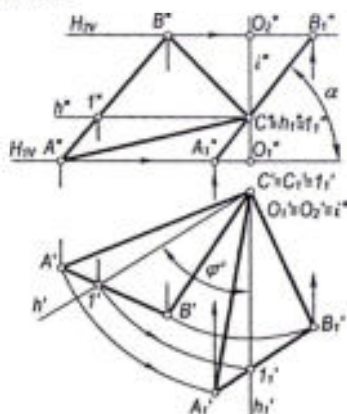
Yechish. Kesmani α burchakka aylantirish uchun uning A' va B' proektsiyalarini berilgan i o'qi atrofida $A'O'_1$ va $B'O'_2$ radiuslari bo'yicha α burchakka aylantirish kifoya qiladi.

Aylantirish usulining qoidasiga muvofiq kesma uchlarining A'' va B'' proektsiyalari $N_{11} \parallel O_x$ va $N_{21} \parallel O_x$ bo'yicha harakatlanadi. Natijada, hosil bo'lgan $A_1B_1(A'_1B'_1, A''_1B''_1)$ kesma AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyati bo'ladi. Bu misolni quyidagicha echish ham mumkin: AB kesmaning $A'B'$ gorizontal proektsiyasiga i aylantirish o'qining gorizontal proektsiyasi i' dan unga perpendikulyar o'tkaziladi. (5.14-shakl). Hosil bo'lgan $E'O'$ aylantirish radiusni talab qilingan α burchakka aylantiriladi va E'_1O' ga perpendikulyar qilib, I' chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqqa shakldagi $A'E'=A'_1E'_1$ va $E'B'=E'_1B'_1$ kesmalar o'lchab qo'yiladi. So'ngra $A'_1B'_1$ ning frontal proektsiyasi $A''_1B''_1$ yasaladi. Natijada AB kesmaning α burchakka aylantirilgan vaziyatining yangi $A'_1B'_1$ va $A''_1B''_1$

Yechish. P tekislikning $h(h', h'')$ gorizontali $l(l', l'')$ o'qi orqali o'tkaziladi va gorizontaling l' o'qi bilan kesishish nuqtasi $O(O', O'')$ topiladi. Tekislik bilan uning $h(h', h'')$ gorizontali O' atrofida aylantirilib, proektsiyalovchi, ya'ni $h_1' \perp Ox$ vaziyatga keltiriladi. Gorizontaling h'' frontal projektsiyasi esa $h_1'' = l_1''$ vaziyatda bo'ladi. Tekislikning yangi P_{11}' frontal izi $P_{11}'x$ va l_1'' nuqtalardan o'tadi.

5-masala. ΔABC ($\Delta A'B'C'$, $\Delta A''B''C''$) tekislikning H tekislik bilan tashkil etgan α burchagini aniqlansin (5.17-shakl).

Yechish. Izlangan α burchakni aniqlash uchun berilgan ΔABC tekislikni frontal projektsiyalovchi vaziyatga keltirish kerak bo'ladi. Buning uchun uchburchakning biror, masalan, C nuqtasidan $i' \perp H$ aylanish o'qi o'tkaziladi va bu o'q atrofida uchburchakni $h_1' \perp V$ (epyrda $h_1' \perp V$) vaziyatga kelguncha aylantiriladi. Bunda, uchburchakning A , B va C nuqtalari ham φ° burchakka harakatlanadi. Chizmada uchburchak uchlarning yangi A_1' , B_1' va C_1' projektsiyalari orqali uning $A''_1B''_1C''_1$ frontal projektsiyalarini aniqlanadi. Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, $A''_1B''_1C''_1$ kesma (uchburchakning yangi frontal projektsiyasi) hosil bo'ladi. Bu kesmaning Ox o'qi bilan tashkil etgan α burchagi ΔABC ni H tekislik bilan hosil etgan burchagiga teng bo'ladi.



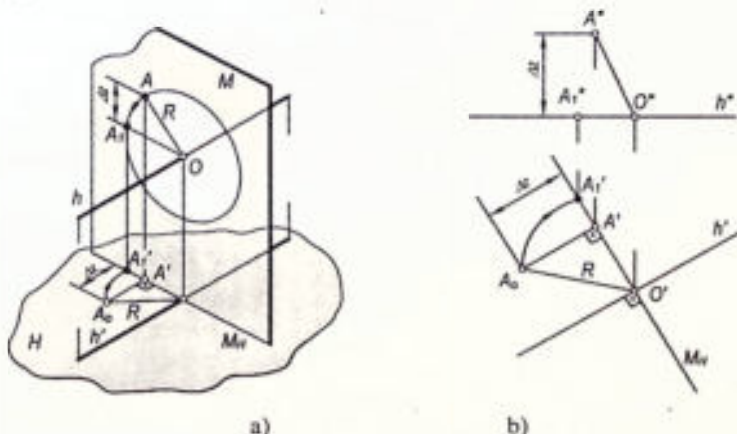
5.17-shakl.

5.3.2. Geometrik shaklni projektsiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirish

Umumiy vaziyatda joylashgan tekis geometrik shakllarni projektsiyalar tekisliklariga parallel bo'lgan o'qlar atrofida aylantirib, ba'zi metrik masalalarni echish mumkin. Bunda, aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatda joylashgan geometrik shaklning asosiy chiziqlari – gorizontali yoki frontallaridan foydalaniladi. Geometrik shaklni uning gorizontali atrofida aylantirib, H tekislikka parallel vaziyatga, shuningdek, uni frontali atrofida aylantirib, V tekislikka parallel vaziyatga keltirish mumkin.

Geometrik shakl proektsiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirilganda uning har bir nuqtasi aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikda aylana bo'ylab harakatlanadi. Masalan, A nuqtani h gorizonttal atrofida aylantirilganda radiusi OA ga teng aylana bo'yicha $M \perp h$ tekislikda harakatlanadi (5.18, a-shakl). Bunda, uning gorizonttal proektsiyasi gorizonttalning h' gorizonttal proektsiyasiga perpendikulyar to'g'ri chiziq bo'yicha harakatlanadi.

Chizmada tasvirlangan $A(A', A'')$ nuqtani $A_1(A_1', A_1'')$ vaziyatga kelguncha aylantirish uchun aylanish markazi $O(O', O'')$ nuqtani aniqlash kerak (5.18, b-shakl). Bu nuqta aylanish o'qi h ning M tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Chizmada aylantirish radiusi R ning haqiqiy o'lchamni aniqlash uchun H tekislikda to'g'ri burchakli $\Delta O'A'A_0$ yasaymiz. Buning uchun AO radiusning $A'O'$ gorizonttal proektsiyasini to'g'ri burchakli uchburchakning bir kateti, OA kesma uchlarini applikatorining Δz ayirmasini ikkinchi kateti qilib olamiz. Bu uchburchakning gipotenuzasi izlangan aylantirish radiusi R bo'ladi. A nuqtaning aylantirilgandan keyingi yangi vaziyatining A_1' gorizonttal proektsiyasi aylanish markazi O' nuqtada bo'lgan va $O'A_0 = R$ radiusli aylana yoyining $M(M_H)$ tekislikning izi bilan kesishgan A_1' nuqtasi bo'ladi. A nuqtaning yangi A_1'' frontal proektsiyasi esa h'' to'g'ri chiziqda bo'ladi.

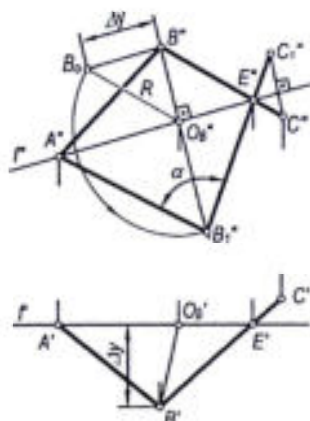


5.18-shakl.

1-masala. Umumiy vaziyatdagi $\angle ABC(\angle A'B'C', \angle A''B''C'')$ ning haqiqiy o'lchami aniqlansin (5.19-shakl).

Yechish. Berilgan burchakning gorizontali yoki frontalidan foydalaniladi. Mazkur burchakning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun chizmada uning f' , f'') frontali o'tkazilgan. Shaklda hosil bo'lgan $\angle ABE(\angle A'B'E', \angle A''B''E'')$ ning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun B nuqtani aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini aniqlash kifoya. Buning uchun B'' nuqtadan f'' ga perpendikulyar o'tkaziladi va aylanish markazining $O_B(O'_B, O''_B)$, so'ngra aylantirish radiusining $BO_B(B'O'_B,$

$B''O''_B$) proektsiyalari aniqlanadi. To'g'ri burchakli $\Delta O''_B B''O''_O$ yasash bilan radiusning haqiqiy o'lchami $O''_B B''_1 = R$ aniqlanadi. B nuqtaning yangi vaziyatini yasash uchun O''_B dan R radius bilan $O''_B B''_1$ perpendikulyarning davomi bilan kesishguncha yoy o'tkaziladi va hosil bo'lgan B''_1 bilan A'' va E'' nuqtalarni tutashtiriladi. Chizmada hosil bo'lgan α berilgan burchakning haqiqiy o'lchami bo'ladi.



5.19-shakl.

2-masala. Umumiy vaziyatdagi $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ ning haqiqiy o'lchami aniqlansin.

Yechish. Uchburchak tekisligining gorizontali $h(h', h'')$ o'tkaziladi. $\triangle ABC$ ning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun uning $B(B', B'')$ va $C(C', C'')$ uchlarini aylantirish radiuslarining haqiqiy o'lchamlari aniqlanadi.

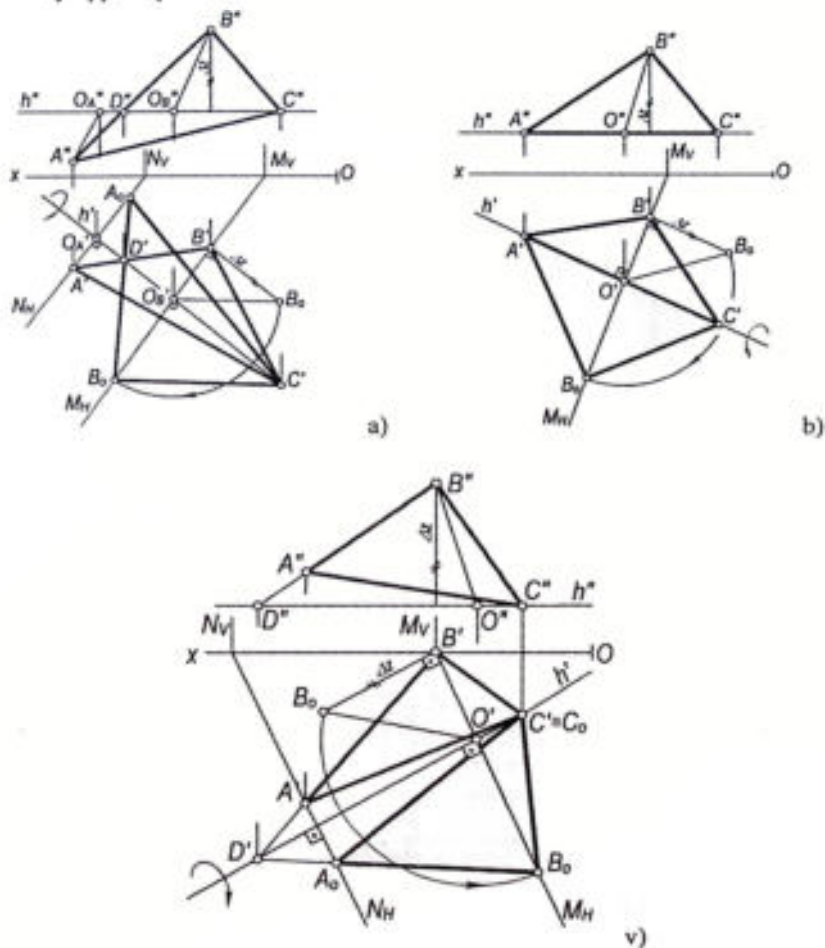
Chizmada B nuqtaning aylantirish radiusini aniqlash uchun uning $O'B'$ va $O''B''$ proektsiyalaridan foydalanib, to'g'ri burchakli $\triangle O''B'B'$ ni yasaymiz. Bu uchburchakning $O'B'$ gipotenuzasi B nuqtaning aylantirish radiusi bo'ladi. B nuqtaning yangi vaziyati aylantirish markazining gorizontal proektsiyasi O' dan radiusi $O'B_0$ ga teng qilib o'tkazilgan yoyning harakat tekisligining M_H izi bilan kesishgan B_0 nuqtasi bo'ladi.

Uchburchakning S va D nuqtalari aylanish o'qiga tegishli bo'lgani uchun ularning fazoviy vaziyatlari o'zgarmaydi. Uchburchak A nuqtasi aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini ham B nuqta aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini topish kabi aniqlash mumkin. Ammo uchburchakning A nuqtasi h o'qi atrofida B nuqta kabi harakatlanganda $N(N_H)$ tekislikka va uchburchakning AB tomoniga tegishli bo'lib qoladi. Uchburchakning AB tomoni esa qo'zg'almas D nuqtadan o'tadi. Shuning uchun chizmada A nuqtaning yangi vaziyatini aniqlash uchun B_0 va D' nuqtalar o'zaro tutashiriladi va A' nuqtadan CD' ga tushirilgan perpendikulyar bilan kesishguncha davom ettirilib, A_0 nuqta topiladi. Agar A_0 , B_0 va

C' nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, uchburchakning haqiqiy kattaligi hosil bo'ladi.

Agar uchburchakning biror tomoni (masalan, AC) gorizontaal vaziyatda berilgan bo'lsa, masala 5.20,b-shaklda ko'rsatilgan kabi echiladi.

5.20,v-shaklda aylanish o'qi gorizontaal bo'lib, uchburchak konturidan tashqarida C nuqta orqali o'tkazilgan. Bu holda uchburchakning haqiqiy kattaligi uning gorizontaal proektsiyasi bilan ustma-ust tushmaydi, natijada, masalaning echimi yaqqolroq bo'ladi.

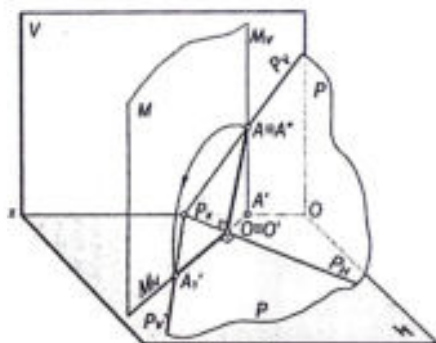


5.20-shakl.

5.3.3. Geometrik shaklni proektsiyalar tekisliklariga tegishli o'q atrofida aylantirish yoki tekislikning izi atrofida aylantirish.

Aylanish o'qi sifatida umumiy vaziyatdagi tekislikning gorizontaal yoki frontal izlaridan biri qabul qilinadi (5.21-shakl). Bu holda tekislik biror izi atrofida aylantirilib, proektsiyalar tekisliklarining biriga jipslashtiriladi. Agar aylanish o'qi sifatida tekislikning gorizontaal izi qabul qilinsa, bu tekislikni gorizontaal proektsiyalar tekisligi bilan jipslashtirish mumkin. Shuningdek, tekislikni frontal izi atrofida aylantirib, uni frontal proektsiyalar tekisligiga jipslashtiriladi.

Tekisliklarni proektsiyalar tekisligiga jipslashtirish yo'li bilan mazkur tekislikka tegishli bo'lgan tekis shakllarning haqiqiy o'lchamini aniqlash mumkin yoki umumiy vaziyatida berilgan tekislikka tegishli bo'lgan har qanday geometrik masalalarni echish mumkin.



5.21-shakl.

5.22,a-shaklda umumiy vaziyatdagi Q tekislikni Q_N gorizontaal izi atrofida aylantirib, H tekislikka jipslashtirish ko'rsatilgan. Tekislikning gorizontaal izi aylanish o'qi sifatida qabul qilingani uchun uning vaziyati o'zgarmaydi. Bu tekislikni H tekislikka jipslashtirish uchun mazkur tekislikka tegishli biror nuqtaning H tekislikka jipslashtirish kifoya. Bunday nuqta sifatida tekislikning frontal iziga tegishli $B(B', B'')$ nuqtani olish mumkin. Bu nuqta orqali Q_N ga perpendikulyar M gorizontaal proektsiyalovchi tekislik o'tkaziladi. B nuqta $O'B_N = R$ radiusli yoy bo'yicha M_N iz bilan kesishguncha aylantiriladi. Natijada, hosil bo'lgan B'_1 nuqta bilan Q_N ni o'zaro tutashtirsak, Q tekislikni H tekislikka jipslashtirilgan vaziyatiga ega bo'lamiz. Tekislikni bunday jipslashtirganda unga tegishli geometrik shakllar H tekislikka jipslashib, haqiqiy o'lchamlarida proektsiyalanadi.

5.22,a-shakldan shuni aniqlash mumkinki, Q tekislikni Q_N izi atrofida aylantirib, uni H tekislikka jipslashtirishda Q_V iziga tegishli $Q_N B_1$ kesma o'zining haqiqiy o'lchamiga teng bo'lgani uchun $Q_N B'' = Q_N B'_1$ bo'ladi. Demak, chizmada $Q(Q_N, Q_V)$ tekislikni H tekislikka jipslashtirish uchun uning Q_V izida tanlab olingan $B = B''$ nuqtani va Q , markazdan $Q_N B''$ radius bilan yoy chizib, M tekislikning

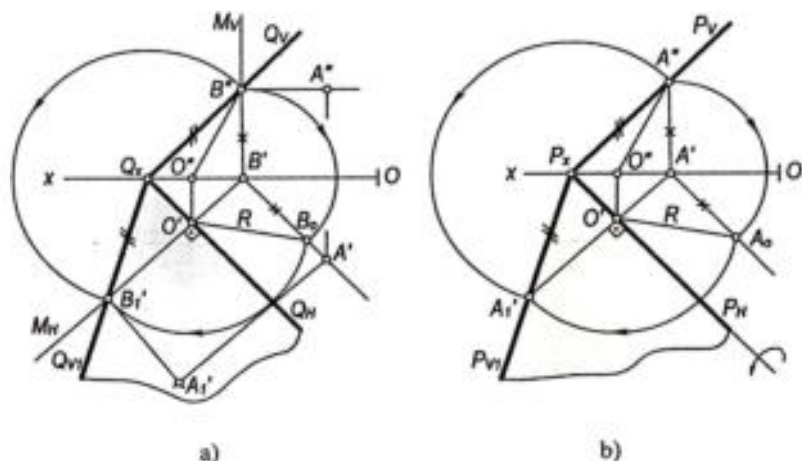
M_N izi bilan kesishgan B'_1 nuqta aniqlanadi. So'ngra B'_1 va Q_x nuqtalardan tekislikning Q_V izi o'tkaziladi.

Chizmada $P(P_N, P_V)$ tekislikni P_N izi atrofida aylantirib, H tekislikka jipslashtirish uchun aylantirish radiusining haqiqiy o'lchamini aniqlash zarur bo'lsin (5.22,b-shakl). Ma'lumki, aylantirish radiusi tekislikning aylanish o'qiga perpendikulyar bo'ladi. To'g'ri burchakning proektsiyalanish xususiyatiga ko'ra, tekislikning P_V izida olingan $A(A', A'')$ nuqtaning A' proektsiyasidan tekislikning P_N iziga perpendikulyar o'tkaziladi va O' hamda O'' nuqtalarni topamiz. Chizmada hosil bo'lgan $O'A'$ va $O'A''$ aylantirish radiusining proektsiyalari, $O'A_0$ esa uning haqiqiy o'lchami bo'ladi.

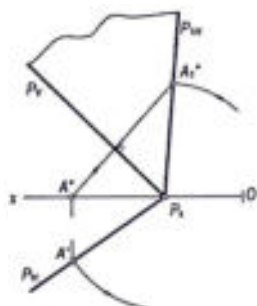
Xuddi shuningdek $P(P_H, P_V)$ tekislikni V tekislikka ham jipslashtirish mumkin (5.23-shakl). Buning uchun berilgan P tekislikning P_H gorizonttal izida ixtiyoriy A nuqta tanlab, uning aylantirish radiusi $P_X A'$ aniqlanadi va tekislikning P_N izini P_V izi atrofida aylantirib, tekislikka jipslashtiriladi. Chizmadan ko'rinib turibdiki, P tekislikni P_N izi atrofida aylantirilganda $P_X A'$ kesma $P_X A''_1$ ga teng bo'ladi.

Umumiy vaziyatda berilgan tekislikka tegishli geometrik shaklning haqiqiy o'lchamini aniqlash uchun uning xarakterli nuqtalarini proektsiyalar tekisligiga jipslashtirish yo'li bilan aniqlanadi. Masalan, $Q(Q_N, Q_V)$ tekislikka tegishli $\triangle ABC(A'B'C', A''B''C'')$ ning (5.24-shakl) haqiqiy o'lchami uning A, B va C nuqtalarini V tekislikka jipslashtirish yo'li bilan aniqlanadi.

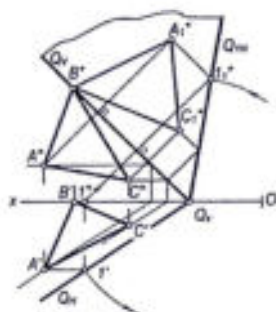
Tekislikning jipslashgan holati berilgan bo'lsa, uning dastlabki vaziyatini tiklash mumkin. Tekislikning dastlabki vaziyatini aniqlash natijasida tekislikka tegishli bo'lgan shakllarning ham proektsiyalarini aniqlash mumkin.



5.22-shakl.

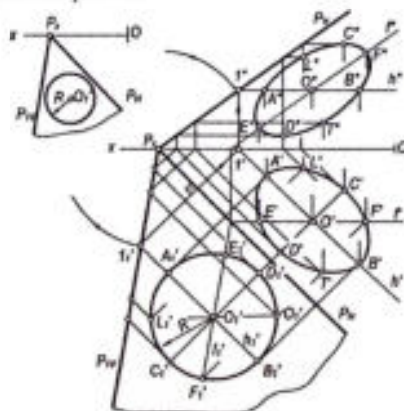


5.23-shakl.



5.24-shakl.

Masalan, P tekislikning H tekislikka jipslashtirilgan vaziyati P_H, P_F, P_{1F} izlari va shu tekislikka tegishli O_1 markaz va R radiusli aylana berilgan bo'lsin (5.25-shakl). Bu aylananing P tekislikdagi proektsiyalarini yasash uchun aylana markazidan tekislikning h'_1 gorizontal o'tkaziladi va l'_1 nuqta aniqlanadi. Bu nuqtadan tekislikning P_N iziga perpendikulyar o'tkazib, O_x proektsiyalar o'qiga tegishli l' nuqta topiladi. Bu nuqtadan h'_1 ning h' proektsiyasi o'tkaziladi. So'ngra P_x markazdan $P_x l'_1$ radius bilan o'tkazilgan yo'ning l' dan O_x o'qiga o'tkazilgan perpendikulyar bilan kesishgan l'' nuqtasi topiladi. Bu nuqtadan h'_1 ning h'' proektsiyasini o'tkaziladi. So'ngra l'' va P_x nuqtalar tutashtirilib, tekislikning P_F izi hosil qilinadi. Aylana markazining proektsiyalarini yasash uchun O_1 dan P_N ga perpendikulyar o'tkazib, h' bilan kesishgan O' nuqtani va h'' da O'' nuqta topiladi. Shuningdek, bu gorizontalda joylashgan aylananing A' va B' nuqtalarining A'', B'' proektsivalari aniqlanadi.



5.25-shakl.

Tekislikning P_1 frontalini aylananing markazi O_1 dan P_{1V} ga parallel qilib o'tkazilib, aylananing E'_1 va F'_1 nuqtalarning E' , E'' va F' , F'' proektsiyalari yasaladi.

Xuddi shu tarzda aylananing L'_1 va T'_1 , C'_1 va D'_1 nuqtalarning proektsiyalari tekislikning gorizontallari yordamida aniqlanadi. Bu nuqtalarning bir nomli proektsiyalarini mos ravishda o'zaro tutashtirsak, aylananing gorizont va frontal proektsiyalari – ellipslar hosil bo'ladi.

5.4-§. Proektsiyalar tekisliklarini almashtirish usuli

Proektsiyalar tekisliklarini almashtirish usulida geometrik shaklning dastlabki fazoviy vaziyati saqlanib qoladi. Proektsiyalar tekisliklari berilgan geometrik shaklga nisbatan xususiy (parallel yoki perpendikulyar) vaziyatda bo'lgan yangi proektsiyalar tekisliklari bilan almashtiriladi. Bunda dastlabki va yangi proektsiyalar tekisliklarining o'zaro perpendikulyarlik sharti bajarilishi talab qilinadi.

Bu usulda geometrik shaklning fazoviy vaziyati o'zgarmaydi, balki proektsiyalash yo'nalishi yangi proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar qilib olinadi.

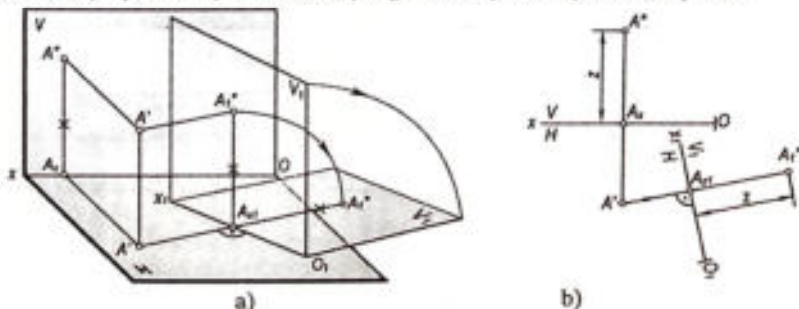
Geometrik masalada qo'yilgan shartga ko'ra, proektsiyalar tekisliklari bir yoki ikki marta ketma-ket almashtirish mumkin.

Proektsiyalar tekisliklarining ikki marta almashtirilganda, ular ketma-ket ravishda, masalan, avval geometrik shaklga nisbatan parallel, so'ngra unga perpendikulyar yoki aksincha qilib almashtiriladi.

5.4.1. Proektsiyalar tekisliklarining bittasini almashtirish

Fazodagi biror A nuqta va uning H va V proektsiyalar tekisliklardagi A' va A'' ortogonal proektsiyalari berilgan bo'lsin (5.26,a-shakl). Agar V tekislikni V_1 tekislik bilan almashtirsak, $\frac{V_1}{H}$ yangi proektsiyalar tekisliklari tizimi hosil bo'ladi.

A nuqtaning V_1 tekislikdagi proektsiyasini yasash uchun berilgan nuqtadan mazkur tekislikka perpendikulyar o'tkazib, yangi frontal proektsiyasi A''_1 topiladi.



5.26-shakl.

Shakldagi yasashlardan ko'rinishicha, A'' nuqtadan Ox o'qigacha bo'lgan masofa A''_1 nuqtadan O_1x_1 o'qigacha bo'lgan masofaga tengdir, ya'ni $A''_1A_{11}=A''A_1$.

Nuqtaning yangi proektsiyalar tizimidagi chizmasini yasash uchun yangi proektsiyalar tekisligi dastlabki proektsiyalar tekisligi bilan jipslashtiriladi.

Chizmada A nuqtaning yangi A''_1 proektsiyasini yasash uchun A nuqtadan O_1x_1 ga perpendikulyar tushiriladi (5.26,b-shakl). Uning davomiga $A''A_1$ masofa qo'yiladi. Natijada, hosil bo'lgan A' va A''_1 lar A nuqtaning yangi $\frac{V}{H}$ tekisliklar sistemasidagi proektsiyalari bo'ladi. Frontal proektsiyalar tekisligi yangi proektsiyalar tekisligi bilan almashtirilganda nuqtaning z koordinatasi o'zgarmaydi.

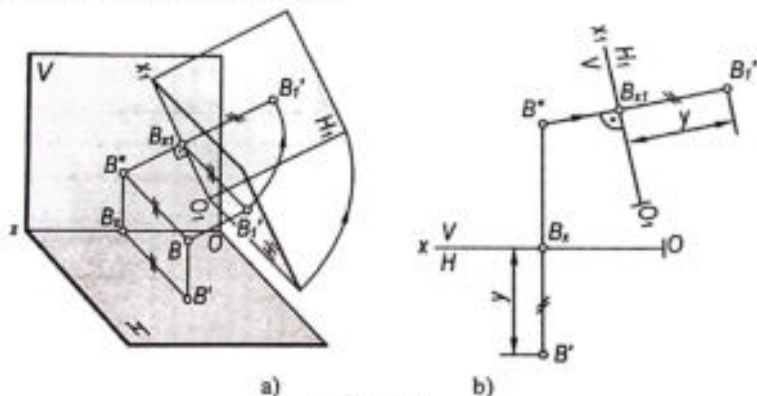
H va V proektsiyalar tekisliklari tizimida B nuqta B' va B'' proektsiyalari berilgan bo'lsin (5.27,a-shakl). H tekislikni $H_1 \perp V$ tekislik bilan almashtirsak, $\frac{V}{H_1}$

yangi tekisliklar tizimiga ega bo'lamiz. B nuqtadan H tekislikka perpendikulyar o'tkazib, bu nuqtaning B'_1 proektsiyasini yasaymiz. Nuqtaning yangi tekisliklar tizimidagi chizmani yasash uchun (5.27,b-shakl) H_1 tekislikni V tekislik bilan jipslashtiramiz. Chizmada B nuqtaning yangi proektsiyasini yasash uchun uning B'' proektsiyasidan O_1x_1 ga o'tkazilgan perpendikulyarning davomiga $B'_1B_{11}=B''B_1$ masofa qo'yiladi. Natijada hosil bo'lgan B'_1 va B'' yangi $\frac{V}{H_1}$ tekisliklar tizimidagi

B nuqtaning chizmasi bo'ladi. Demak, gorizontal proektsiya tekisligi almashtirilganda, nuqtaning yangi gorizontal proektsiyasida y koordinatasi o'zgarmaydi.

5.4.2. Proektsiyalar tekisliklarini ketma-ket ikki marta almashtirish

Ayrim geometrik masalalarni echishda proektsiyalar tekisliklarini ketma-ket ikki marta almashtirish zarur bo'ladi.



5.27-shakl.

olinadi. Hosil bo'lgan $\frac{V_1}{H}$ proektsiyalar tekisliklari tizimida AB kesma V_1 proektsiyalar tekisligiga parallel bo'ladi va bu tekislikda u haqiqiy uzunligiga teng bo'lib proektsiyalanadi.

2-masala. Umumiy vaziyatdagi $P(P_N, P_V)$ tekislikni frontal proektsiyalovchi tekislik vaziyatiga keltirish talab etilsin (5.31-shakl).

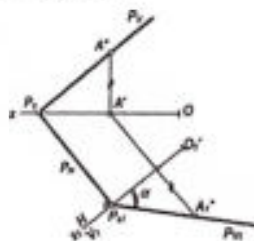
Yechish. Ma'lumki, frontal proektsiyalovchi tekislikning gorizontal izi Ox o'qiga perpendikulyar bo'ladi. Shuning uchun umumiy vaziyatdagi P tekislikni frontal proektsiyalovchi vaziyatga keltirish uchun yangi O_1x_1 proektsiyalar o'qini tekislikning P_N gorizontal iziga ixtiyoriy joydan perpendikulyar qilib olinadi.

Tekislikning yangi P_{V1} izining yo'nalishini aniqlash uchun tekislikning P_V iziga tegishli biror, masalan, $A(A', A'')$ olib, uning yangi A''_1 frontal proektsiyasi yasalanadi. Tekislikning yangi P_{V1} izini P_{N1} va A''_1 nuqtalardan o'tkaziladi. Chizmada ko'rsatilgan α burchak P tekislikning H tekislik bilan tashkil etgan burchagi bo'ladi.

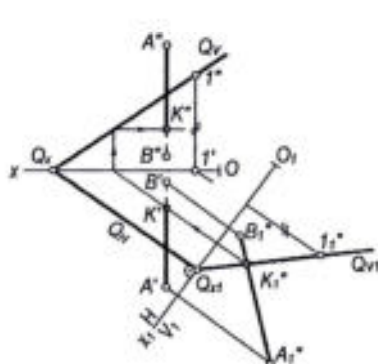
3-masala. $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqning umumiy vaziyatdagi $Q(Q_H, Q_V)$ tekislik bilan kesishish nuqtasi yasalsin (5.32-shakl).

Yechish. Masalani echish uchun Q tekislikni gorizontal yoki frontal proektsiyalovchi tekislik vaziyatiga keltiramiz. Buning uchun yangi O_1x_1 proektsiyalar o'qini tekislikning biror iziga masalan, Q_H ga perpendikulyar qilib o'tkaziladi. Natijada, tekislikning yangi Q_{V1} izini hamda to'g'ri chiziqning A''_1, B''_1 proektsiyasi yasalanadi. Hosil bo'lgan kesmaning A''_1, B''_1 proektsiyasi bilan tekislik Q_{V1} izining kesishgan K''_1 nuqtasi AB kesmaning Q tekislik bilan kesishish nuqtasi bo'ladi. Bu nuqtani teskari yo'nalishda proektsiyalab, berilgan to'g'ri chiziq kesmasi bilan tekislikning kesishish nuqtasining K' va K'' proektsiyalari yasalanadi.

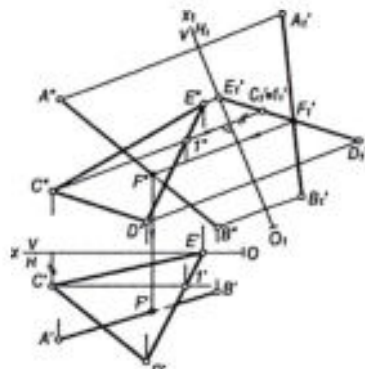
Xuddi shu usul bilan $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqning $\triangle CDE(\triangle C'D'E', \triangle C''D''E'')$, bilan kesishish nuqtasining F' va F'' proektsiyalarini yasalanadi (5.33-shakl). Bunda mazkur uchburchak tekislik proektsiyalovchi tekislik vaziyatga keltiriladi. Buning uchun chizmada $\triangle CDE$ tekislikning biror bosh chizig'iga, masalan, $C1(C'1', C''1'')$ frontaliga perpendikulyar qilib yangi O_1x_1 proektsiyalar o'qini o'tkaziladi. Uchburchakning C'_1, D'_1, E'_1 to'g'ri chiziq kesmasi tarzida proektsiyalangan proektsiyasi va kesmaning A'_1, B'_1 yangi proektsiyalari yasalanadi. Ularning o'zaro kesishgan F'_1 nuqtasi belgilanadi, so'ngra F nuqtaning frontal F'' va gorizontal F' proektsiyalarini yasalanadi.



5.31-shakl.



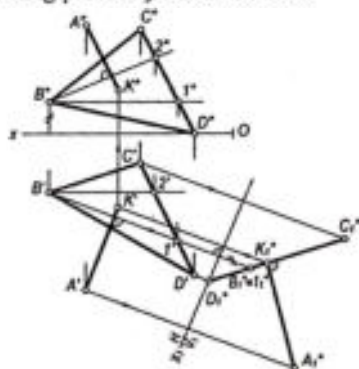
5.32-shakl.



5.33-shakl.

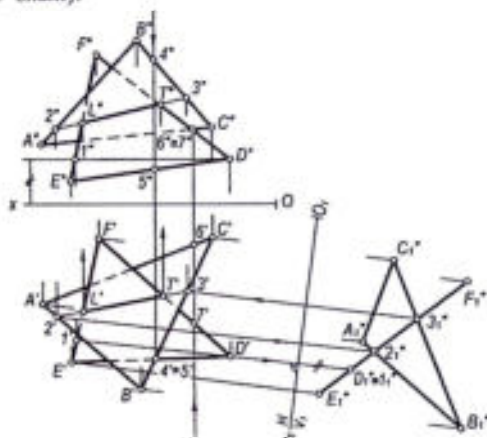
4-masala. $A(A', A'')$ nuqtadan $\triangle BCD(\triangle B'C'D', \triangle B''C''D'')$ tekislikkacha bo'lgan masofani aniqlansin (5.34-shakl).

Yechish. Bu masofa A nuqtadan $\triangle BCD$ tekislikka tushirilgan perpendikulyar bilan o'lchanadi. Masalani echish uchun chizmada yangi proektsiyalar o'qini uchburchak tekisligining asosiy chiziqlaridan biriga, masalan, gorizontaliga perpendikulyar, ya'ni $O_1x_1 \perp B'1'$ qilib o'tkaziladi. So'ngra uchburchakning to'g'ri chiziq kesmasi shaklida proektsiyalangan yangi proektsiyalovchi D'_1, B'_1, C'_1 vaziyatini va nuqtaning A''_1 proektsiyasi yasaladi. Izlangan masofaning haqiqiy uzunligi A''_1 dan D'_1, B'_1, C'_1 kesmaga o'tkazilgan $A''_1K''_1$ perpendikulyar bo'ladi. Bu masofaning gorizontal va frontal proektsiyalari teskari proektsiyalash bilan K' va K'' proektsiyalarni aniqlanadi. Mazkur K' va K'' nuqtalar A nuqtaning A' va A'' proektsiyalaridan uchburchakning gorizontal hamda frontallariga mos ravishda tushirilgan perpendikulyarning proektsiyalarida bo'ladi.



5.34-shakl

5-masala. $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ va $\triangle EFD(\triangle E'F'D', \triangle E''F''D'')$ tekisliklar kesishish chizig'ining proektsiyalari va uchburchaklarning ko'rinishligi aniqlansin. (5.35-shakl).



5.35-shakl

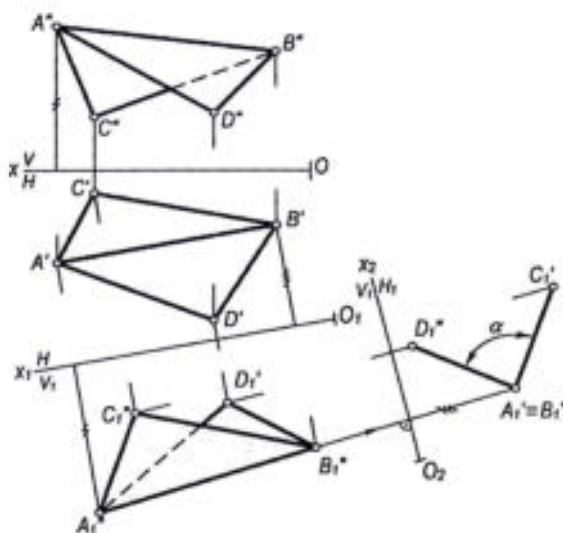
Yechish. Masalani echish uchun berilgan uchburchaklarning biri, masalan, $\triangle EFD$ ni proektsiyalovchi vaziyatga keltiriladi. Buning uchun chizmada $\triangle EFD$ ning $D'1'$ va $D''1''$ gorizontalining proektsiyalarini hamda unga perpendikulyar, ya'ni $O_1X_1 \perp D'1'$ qilib yangi proektsiyalar o'qini o'tkaziladi. So'ngra uchburchaklarning yangi $A''_1B''_1C''_1$ va $E''_1F''_1D''_1$ proektsiyalari yasaladi. Bunda $\triangle EFD$ ning mazkur proektsiyasi to'g'ri chiziq kesmasi shaklida proektsiyalanadi. Proektsiyalar tekisliklarining yani tizimida ikki uchburchaklar $2''_13''_1$, to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi. Kesishish chizig'ining $2'3'$ gorizontal va $2''3''$ frontal proektsiyalarini teskari proektsiyalash bilan uchburchaklarning dastlabki berilgan proektsiyalari aniqlanadi. So'ngra chizmada topilgan $2'3'$ va $2''3''$ kesmalarni $\triangle EFD$ ning $E'F'$, $E''F''$ va $D'F'$, $D''F''$ tomonlari bilan kesishgan L', L'' va T', T'' nuqtalar aniqlanadi. Natijada, hosil bo'lgan LT' va $L''T''$ chiziqlar ikki uchburchak kesishish chizig'ining proektsiyalari bo'ladi.

Chizmada uchburchaklarning ko'rinishligini aniqlash uchun ulardagi $4', 4''$ va $5', 5''$, shuningdek, $6', 6''$ va $7', 7''$ konkurent nuqtalardan foydalaniladi.

6-masala. $\triangle ABC(\triangle A'B'C', \triangle A''B''C'')$ va $\triangle ABD(\triangle A'B'D', \triangle A''B''D'')$ tekisliklari orasidagi ikki yoqli burchakning haqiqiy kattaligi aniqlansin (5.36-shakl).

Yechish. Bu burchak berilgan $\triangle ABC$ va $\triangle ABD$ tekisliklariga perpendikulyar bo'lgan tekisliklar orasidagi chiziqli burchak bilan o'lchanadi. Shuning uchun ham yangi proektsiyalar tekisligini ikki tekislikning umumiy AB kesishish chizig'iga perpendikulyar qilib olinadi. Lekin AB qirra umumiy vaziyatda bo'lgani uchun $Ox, \frac{V}{H}$ proektsiyalar tekisliklari tizimini avval $O_1X_1, \frac{V_1}{H_1} \parallel AB$ qilib (chizmada

$O_1X_1 \parallel A'B'$), so'ngra $O_2X_2, \frac{V}{H_1} \perp AB$ qilib (chizmada $O_2X_2 \perp A''_1B''_1$) ketma-ket almashtiriladi.



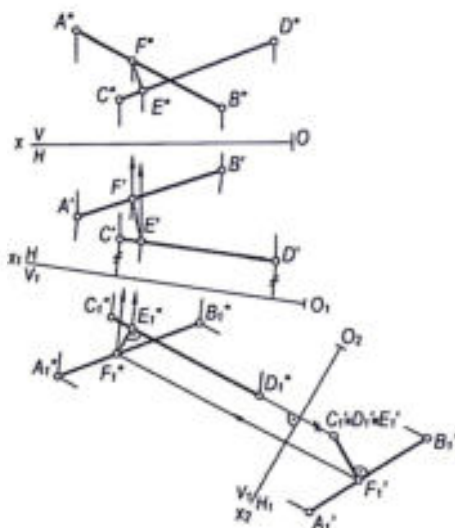
5.36-shakl.

Natijada, $\triangle ABC$ va $\triangle ABD$ yangi H_1 proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar vaziyatda bo'lib qoladi va o'zaro kesishuvchi kesmalar shaklida proektsiyalanadi. Bu kesmalar orasidagi α chiziqli o'tkir burchak izlangan burchak bo'ladi.

7-masala. $AB(A'B', A''B'')$ va $CD(C'D', C''D'')$ uchrashmas to'g'ri chiziqli kesmalari orasidagi masofani aniqlansin (5.37-shakl).

Yechish. Bunda CD kesmaga parallel qilib yangi V_1 frontal proektsiyalar tekisligi o'tkaziladi. Bu tekislikda CD va AB kesmalarning yangi frontal proektsiyalari $C''_1D''_1$ va $A''_1B''_1$ lar yasalanadi. So'ngra $C''_1D''_1$ kesmaga perpendikulyar qilib H_1 tekislik o'tkaziladi. Bu tekislikda $C''_1D''_1$ va $A''_1B''_1$ larning yangi gorizontall proektsiyalari topiladi. Bunda CD kesma $C'_1D'_1$ nuqta ko'rinishida proektsiyalanadi. Bu nuqtadan $A'_1B'_1$ kesmaga tushirilgan $E'_1F'_1$ kesmaning uzunligi CD va AB lar orasidagi masofa bo'ladi. Teskari proektsiyalash bilan E va F nuqtalarning E', E'' va F', F'' proektsiyalari yasalgan.

Yuqoridagi masalani, birinchidan, V_1 tekislikni AB kesmaga parallel va H_1 tekislikni uning yangi proektsiyasiga perpendikulyar qilib o'tkazib ehsa, ikkinchidan esa AB yoki CD kesmalardan biriga parallel qilib avval H tekislikni, so'ngra ularning proektsiyalaridan biriga perpendikulyar qilib V ni almashtirsa ham bo'ladi.



5.37-shakl.

8-misol. Berilgan $A(A', A'')$ nuqtadan $BC(B'C', B''C'')$ kesmagacha bo'lgan masofa aniqlansin (5.38-shakl).

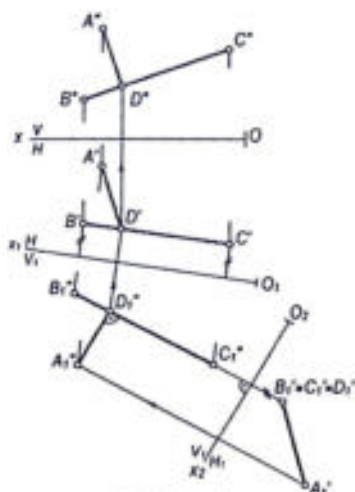
Yechish. Buning uchun V tekislikni BC kesmaga parallel bo'lgan V_1 tekislik bilan almashtiramiz, ya'ni $V_1 \parallel B'C'$ sharti bajarilsin. BC kesma va A nuqtaning V_1 tekislikdagi yangi $B''_1C'_1$ va A''_1 frontal proektsiyalari hosil qilinadi. So'ngra H tekislikni H_1 tekislik bilan almashtiriladi. Bunda $H_1 \perp B''_1C'_1$ bo'lishi kerak.

H_1 tekislikda BC va A larning yangi gorizontal proektsiyalari yasalanadi. Hosil bo'lgan A'_1 va $B'_1=C'_1$ nuqtalar orasidagi masofa A nuqtadan BC kesmagacha bo'lgan masofa bo'ladi. Bu misolni H ni $H_1 \parallel B''C''$, so'ngra V ni $V_1 \parallel B'_1C'_1$ qilib almashtirish yo'li bilan ham echish mumkin.

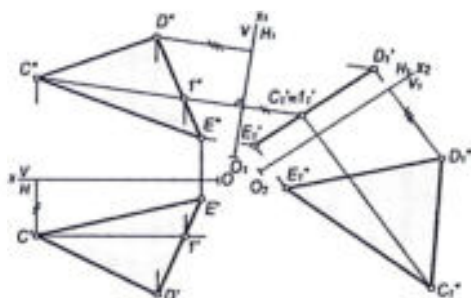
9-masala. $\triangle CDE(\triangle C'D'E', \triangle C''D''E'')$ uchburchakning proektsiyalariga asosan uning haqiqiy kattaligi aniqlansin (5.39-shakl).

Yechish. Bunda H tekislikni H_1 tekislikka shunday almashtiramizki, $H_1 \perp \triangle CDE$ bo'lsin. Buning uchun $H_1 \perp C''D''$ (uchburchak frontalining frontal proektsiyasi) bo'lsa kifoya qiladi. Uchburchakning uchlarini H_1 tekislikka proektsiyalab, yangi $C'_1D'_1E'_1$ gorizontal proektsiyani to'g'ri chiziq ko'rinishida hosil qilinadi. So'ngra V tekislikni V_1 tekislik bilan shunday almashtiramizki, $V_1 \parallel C'_1D'_1E'_1$ bo'lsin. C, D, E nuqtalarning V_1 tekislikdagi yangi $C''_1D''_1E''_1$ frontal proektsiyalari yasalanadi. Bu nuqtalarni o'zaro tutashtirib, $\triangle C''D''E'' = \triangle CDE$ uchburchakning haqiqiy kattaligini hosil qilamiz. Bu misolni uchburchakning gorizontalini o'tkazib va unga avval V_1 ni perpendikulyar qilib tekislik o'tkazish va hosil bo'lgan kesmaga (uchburchakning proektsiyasi) H_1 tekislikni parallel qilib

o'tkazish yo'li bilan ham echish mumkin.



5.38-shakl.



5.39-shakl.

Nazorat savollari

1. Proektsiyalarni qayta qurishning qanday usullari mavjud?
2. Tekis-parallel harakatlantirish usulining ma'nosi nimadan iborat?
3. Aylantirish usulining ma'nosi nimadan iborat?
4. Gorizontal (yoki frontal) proektsiyalovchi o'q atrofida aylanayotgan nuqtaning proektsiyalari qanday harakatlanadi?
5. Nuqtaning aylanish radiusi, markazi va aylanish harakat tekisliklari deganda nimalar tushuniladi?
6. Kesmaning haqiqiy uzunligini yasash uchun uni qanday vaziyatga keltirish kerak?
7. Uchburchakni gorizontal (yoki frontal) proektsiyalovchi holga keltirish uchun uni qaysi o'q atrofida aylantirish kerak?
8. Izlari bilan berilgan tekislikni aylantirib frontal proektsiyalovchi holga keltirish uchun nima qilish kerak?
9. Tekislikni izlari atrofida aylantirishdan ko'zlangan maqsad nima?
10. Proektsiyalar tekisliklarni almashtirish usulining mohiyati nimadan iborat?
11. Umumiy vaziyatdagi uchburchakning haqiqiy kattaligini yasash uchun proektsiyalar tekisliklari ketma-ket qanday vaziyatlarda almashtiriladi.

VI bob. KO'PYOQLIKLAR

6.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Ta'rif. Hamma tomonidan tekis ko'pburchaklar bilan chegaralangan geometrik shakl - **ko'pyoqlik** deyiladi.

Tekis ko'pburchaklarning o'zaro kesishuvidan hosil bo'lgan kesmalar, ko'pyoqlikning-qirralari va qirralar orasidagi ko'pburchaklarni uning yoqlari deb ataladi. Qirralarning o'zaro kesishuv nuqtalari ko'pyoqlikning uchlari deb yuritiladi (6.1, 6.2-shakllar).

Ko'pyoqlikning barcha yon yoqlarining yig'indisi uning sirti deb ataladi. Ko'pyoqlikning uchlari va qirralari uning *aniqllovchilari* hisoblanadi (6.1-shakl). Ko'pyoqlikning bir yon yog'ida yotmagan ikki uchini birlashtiruvchi kesma uning *diagonal* deb ataladi (6.2-shakl). Ko'pyoqlik aniqllovchilari uning istalgan yon yog'iga (tekislikka) nisbatan bir tomonda joylashsa, uni *qabariq ko'pyoqlik*, aksincha *botiq ko'pyoqlik* deb yuritiladi. Ko'pyoqliqlarining bir necha turlari mavjud bo'lib, ulardan quyidagilarni ko'rib chiqamiz:

Piramida

Ta'rif. Yoqlaridan biri tekis ko'pburchak bo'lib, qolgan yoqlari esa umumiy uchga ega bo'lgan uchburchaklardan tuzilgan ko'pyoqlik **piramida** deyiladi

Ko'pburchak piramidaning asosi va uchburchaklar esa uning yon yoqlari deb ataladi. Yon yoqlarining umumiy uchi piramidaning ham uchi hisoblanadi va u asos tekisligida yotmaydi. Asosi muntazam ko'pburchakli piramida *muntazam piramida* deb ataladi. Piramida balandligi asosining markazidan o'tib, unga perpendikulyar bo'lsa, uni to'g'ri piramida, perpendikulyar bo'lmasa og'ma piramida deb yuritiladi (6.1-shakl).

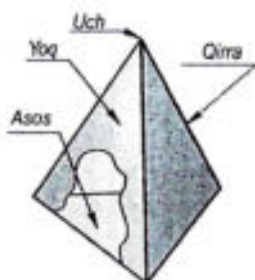
Prizma

Ta'rif. Yon yoqlari to'rt burchaklardan va asosi ko'p burchakdan iborat bo'lgan ko'pyoqlik **prizma** deyiladi.

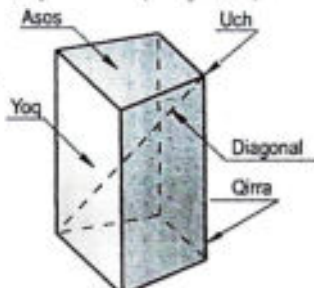
Yon yoqlarning kesishuv chiziqlari – prizma *qirralari*, qirralar orasidagi ko'p burchaklining yoqlari deyiladi (6.2-shakl). Prizmani barcha qirralarini kesuvchi parallel tekisliklarda hosil bo'lgan ko'pburchaklar–prizmaning asoslari deb ataladi. Yon qirralari asosiga nisbatan og'ma yoki perpendikulyar bo'lsa, prizma ham mos ravishda *og'ma* yoki *to'g'ri prizma* deb ataladi. Asosi muntazam ko'pburchak bo'lgan prizma, *muntazam prizma* deb yuritiladi.

Asoslari o'zaro parallel tekisliklarda yotgan ikkita ko'pburchakdan va yon

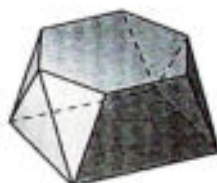
yoqlari esa asos uchlaridan o'tuvchi uchburchaklar va trapetsiyalardan iborat bo'lgan ko'pyoqlik *prizmatoid* deyiladi (6.3-shakl). Ko'pyoqliklar bir jinsli qabariq, bir jinsli botiq, yulduzsimon hamda ularning birlashishidan hosil bo'lgan murakkab ko'pyoqliklarga bo'linadi. Bir jinsli qabariq ko'pyoqliklar muntazam va yarim muntazam ko'pyoqliklarga ajraladi. Muntazam qabariq ko'pyoqliklar o'zaro teng bir xil muntazam ko'pburchaklardan iborat yoqlarga, o'zaro teng ikki yoqli burchaklarga va o'zaro teng qirralarga ega bo'ladi. Bu ko'pyoqliklar asosan besh xil bo'lib *Platon jismlari* deb yuritiladi (6.1-jadval).



6.1-shakl



6.2-shakl



6.3-shakl

Ko'pyoqliklarning muhim xossalaridan birini Eyler quyidagicha bayon etgan:

Eyler teoremasi. Har qanday qabariq ko'pyoqlikda yoqlar bilan uchlar sonining yig'indisidan qirralar sonining ayirmasi ikkiga teng bo'ladi (ya'ni $Y+U-Q=2$).

Yon yoqlari turli shakldagi muntazam ko'pburchaklardan iborat bo'lgan ko'pyoqlikni *yarim muntazam ko'pyoqlik* deb yuritiladi. Bu ko'pyoqliklar 18 xil bo'lib, ular *Arximed jismlari* deb yuritiladi. 6.9-shaklda Arximed jismlaridan biri bo'lgan kesik oktaedring yaqqol tasviri keltirilgan.

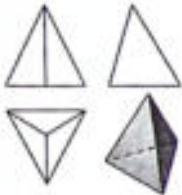
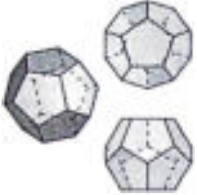
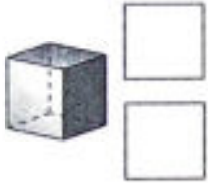
Ko'pyoqliklar texnikada turli ko'rinishdagi mashina detallari, ko'pyoqli linzalar yasashda, hamda arxitektura va qurilish ishlarida keng ishlatiladi. Masalan, devor va poydevor bloklari, tom, ko'priklarning temir-beton panellari va inshootning boshqa qismlari ko'pyoqliklardan iborat bo'ladi. Ko'pyoqliklardan yana 'geodezik' gumbazlar yasashda, keng oraliqli binolarni ustunsiz yopishda keng foydalaniladi. Qadimiy binolarda esa gumbaz, gumbaz osti, bino gumbazidan prizmatik qismiga o'tish joylarida bezak-ornament sifatida ham qo'llanilgan.

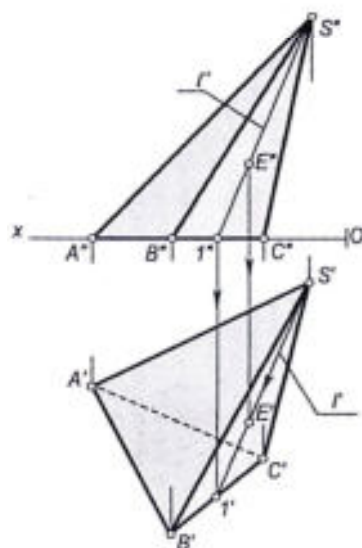
Ko'pyoqlikning tekis chizmada tasvirlanishi. Ko'pyoqlik chizmada o'z aniqlovchilarining to'g'ri burchakli proektsiyalari orqali beriladi. 6.10-shaklda *SABC* piramidaning tekis chizmasi o'z aniqlovchilari: $S(S'S'')$ uchi, asosi

$ABC(A'B'C', A''B''C'')$ uchburchakning proektsiyalari orqali tasvirlangan. $SA, SB, \dots$ qirralarning proektsiyalari SA, B, C uchlarning bir nomli proektsiyalarini birlashtiruvchi $S'A'$ va $S''A'', S'B'$ va $S''B''$ va x.k. kesmalar bo'ladi.

Yoqlarining proektsiyalari esa qirralarning proektsiyalari bilan chegaralangan $S'A'B'$ va $S''A''B'', S'A'C'$ va $S''A''C'', \dots$ tekis shakllardan iborat bo'ladi. Ko'pyoqlik sirtidagi ixtiyoriy $E(E'')$ nuqtaning etishmagan E' proektsiyasi yon tekislikka tegishli ixtiyoriy $\ell(\ell', \ell'')$ to'g'ri chiziq vositasida yasaladi (6.10-shakl).

6.1-jadval

Muntazam ko'pyoqliklar		
Tetraedr (6.4-shakl) 	Dodekaedr (6.7-shakl) 	Kub – geksaedr (6.5-shakl) 
Ikosaedr (6.8-shakl)  $Yo + U - Q = 2$ Yo – yoqlar soni U – uchlari soni Q – qirralari soni	Oктаedr (6.6-shakl) 	Kesik oktaedr (6.9-shakl) 



6.10-shakl

6.2-§. Ko'pyoqliklarning tekislik bilan kesishishi

Ko'pyoqliklarni tekislik bilan kesilganda kesimda ko'pburchak hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan ko'pburchakning uchlari, ko'pyoqlik qirralarining kesuvchi tekislik bilan kesishgan nuqtalari bo'ladi.

Kesimning tomonlari esa ko'pyoqlik yoqlarining kesuvchi tekislik bilan kesishish chiziqlari bo'ladi. Ko'pyoqlikning tekislik bilan kesilgan qismini quyidagi uch usul bilan yasash mumkin:

- kesim tomonlarini, ya'ni ko'pyoqlik yoqlarining kesuvchi tekislik bilan kesishish chizig'ini, yasash usuli.
- kesim uchlari, ya'ni ko'pyoqlik qirralarining kesuvchi tekislik bilan kesishgan nuqtasini yasash usuli.
- aralash usul, bunda yuqoridagi ikkala usuldan foydalaniladi.

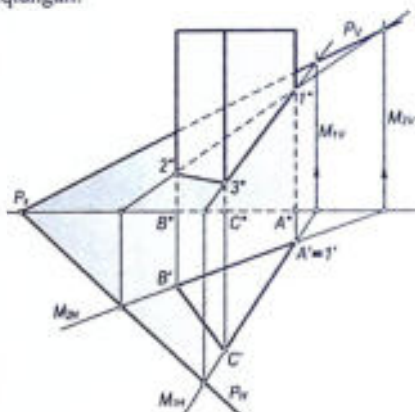
Bu usullardan qaysi birini qo'llash ko'pyoqlik va tekislikni tekis chizmada berilishiga qarab tanlanadi.

6.2.1. Kesim tomonlarini yasash usuli

Bu usul ikki tekislikning kesishish chizig'ini yasash algoritmini bir necha marta takrorlash asosida bajariladi. Bu usuldan proektsiyalovchi vaziyatdagi prizmaning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasashda foydalanish juda qulaydir. 6.11-shaklda uch yoqlik to'g'ri prizmaning umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislik

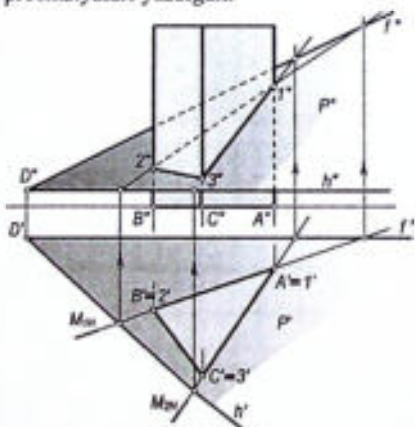
bilan kesishuvidan hosil bo'lgan kesimining proektsiyalari yasalgan.

Bunda prizmaning yon yoqlari orqali $M_1(M_{1H}, M_{1V})$ va $M_2(M_{2H}, M_{2V})$ gorizontal proektsiyalovchi tekisliklar o'tkazilgan. Bu tekisliklarni berilgan P tekislik bilan kesishgan chiziqlari yordamida kesim yuzasining $12(1'2', 1'', 2'')$, $13(1'3', 1'', 3'')$ tomonlari aniqlangan.



6.11-shakl

Aynan shu prizmani, o'zaro kesishuvchi $h(h', h'')$ va $f(f', f'')$ to'g'ri chiziqlar orqali berilgan $P(P', P'')$ tekislik bilan kesishuv chizig'ini yasash 6.12-shaklda ko'rsatilgan. Bunda kesishish chiziqlari prizma yoqlari orqali o'tkazilgan $M_1(M_{1H})$ va $M_2(M_{2H})$ gorizontal proektsiyalovchi tekisliklar vositasida kesim yuzasining $\Delta 123(1'2'3', 1''2''3'')$ proektsiyalari yasalgan.

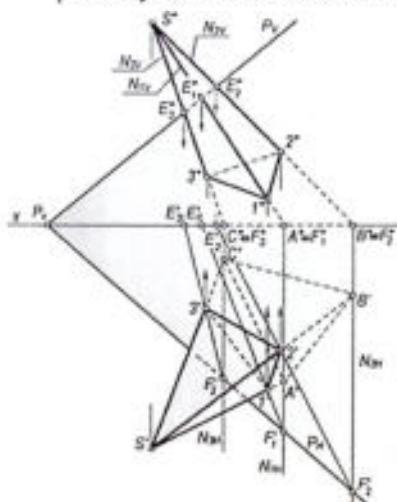


6.12-shakl

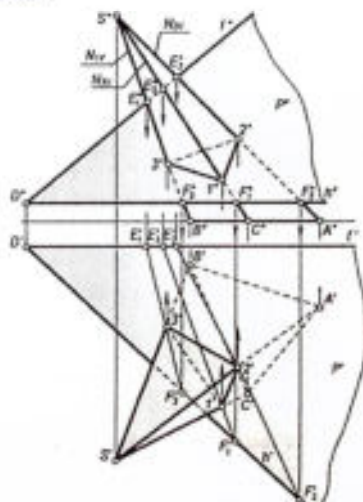
6.2.2. Kesim uchlarini yasash usuli

Bu usul 1-usulga nisbatan umumiyroq hisoblanib, to'g'ri chiziqli tekislikning kesishish nuqtasini yasash algoritmi asosida bajariladi. 6.13, 6.14-shakllarda asosi H proektsiyalar tekisligida bo'lgan $SABC$ ($S'A'B'C'$, $S''A''B''C''$) piramidani, izlari orqali berilgan $P(P_V, P_H)$ tekislik va kesishuvchi chiziqlar (h va f) proektsiyalari orqali berilgan umumiy vaziyatdagi $P(P', P'')$ tekislik bilan kesishishdan hosil bo'lgan kesimini yasash ko'rsatilgan. Bunda kesim proektsiyalari $\Delta I'2'3'$ va $\Delta I''2''3''$ ni yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi:

- SA , SB , SC qirralari orqali yordamchi N_1 , N_2 , N_3 frontal proektsiyalovchi tekisliklar o'tkaziladi;
- bu tekisliklarning P tekislik bilan kesishgan chiziqlari E_1F_1 , E_2F_2 , E_3F_3 ning proektsiyalari yasaladi;
- kesishuv chiziqlari E_1F_1 , E_2F_2 , E_3F_3 bilan piramida qirralari SA , SB , SC ning mos ravishda kesishuv nuqtalari 1, 2, 3 larni proektsiyalari aniqlanadi;
- hosil qilingan 1, 2, 3 nuqtalar o'zaro birlashtirilib, kesim yuzasining proektsiyalari $\Delta I'2'3'$ va $\Delta I''2''3''$ yasaladi.

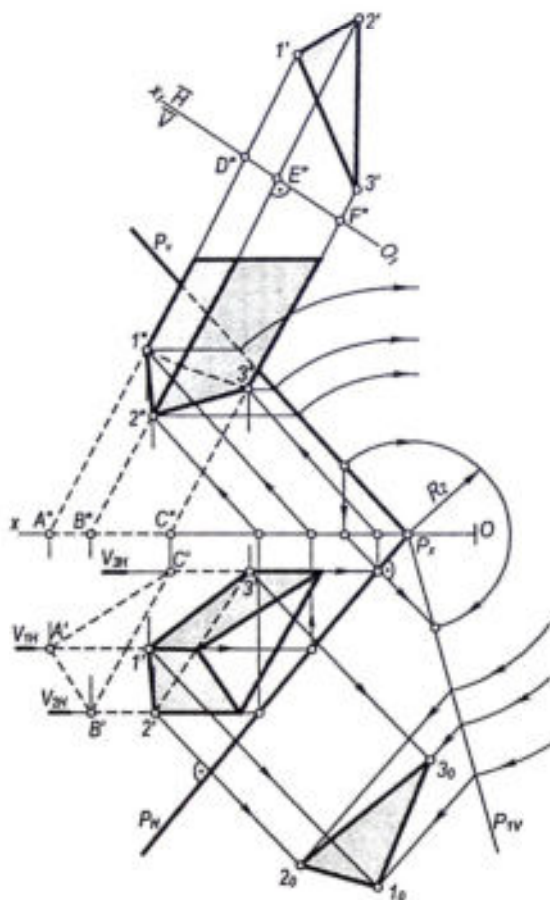


6.13-shakl



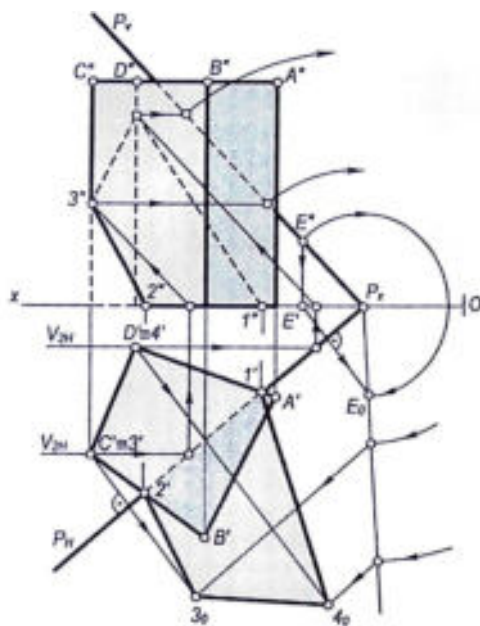
6.14-shakl

6.15-shaklda aynan shu usul bilan og'ma prizmaning umumiy holatdagi $P(P_V, P_H)$ tekislik bilan kesishish chizig'ini proektsiyalarini yasash prizma qirralari orqali V_1 , V_2 va V_3 yordamchi frontal tekisliklar o'tkazish bilan aniqlash ko'rsatilgan. Kesim yuzasi $\Delta I23$ ning haqiqiy kattaligi P ni P_H izi atrofida aylantirib H ga jipslashtirish usuli bilan aniqlangan.

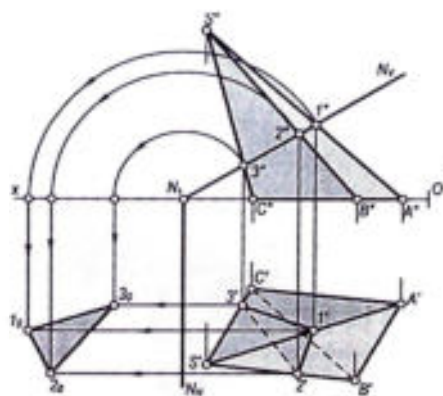


6.15-shakl

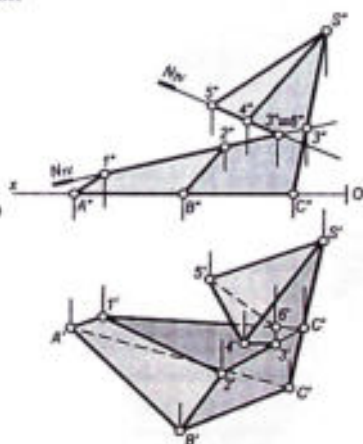
6.16-shaklda to'g'ri prizmaning umumiy vaziyatdagi $P(P_1, P_2, P_3, P_4)$ tekislik bilan kesishish chizig'ining proektsiyalarini yasash ko'rsatilgan. Kesimning $1(1', 1'')$ va $2(2', 2'')$ nuqtalari bevosita prizma asosi bilan P tekislikning P_H izi kesishgan nuqtalarida yotadi. C va D qirralar orqali o'tkazilgan yordamchi kesuvchi $V_1(V_{1H}), V_2(V_{2H})$ frontal tekisliklar vositasida $3, 4$ nuqtalar proektsiyalari aniqlangan. Kesim yuzasining haqiqiy kattaligi P tekislikni uning P_H izi atrofida aylantirib H ga jipslashtirish usulida yasalgan.



6.16-shakl



6.17-shakl



6.18-shakl

Agar ko'pyoqliklar proektsiyalovchi tekisliklar bilan kesishsa, ularning kesim yuzasini proektsiyalarini yasash yanada osonlashadi, chunki bunda kesim

yuzaning bir proektsiyasi proektsiyalovchi tekislik izida bo'ladi 6.17-shaklda og'ma piramidaning frontal proektsiyalovchi $N(N_H, N_V)$ tekislik bilan kesishgan va kesim yuzasini va uning haqiqiy kattaligini yasash ko'rsatilgan. 6.18-shaklda uchyoqli piramidani $N_1(N_{1F})$ va $N_2(N_{2F})$ frontal proektsiyalovchi tekisliklar bilan kesib, kesimda hosil bo'lgan o'yiqli qismining gorizontaal proektsiyasini yasash ko'rsatilgan. Kesim yuzasi proektsiyalarini yasash yo'llarini chizmadan tushunib olish qiyin emas.

6.3-§. Ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishishi

To'g'ri chiziq kavariq ko'pyoqlikning yoqlari bilan ikki nuqtada kesishadi. Bu nuqtalarning biri *kirish* ikkinchisi *chiqish* nuqtalari deb yuritiladi. To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining kesishish nuqtalarini yasashda quyidagi usullardan foydalaniladi:

- to'g'ri chiziq orqali xususiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish usuli;
- to'g'ri chiziq orqali umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish usuli.

Quyida to'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlikning kesishish nuqtalarini yasashga oid bir necha misollarni ko'rib chiqamiz.

1-usul: To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish nuqtalarini xususiy vaziyatdagi tekislik vositasida yasash, qo'yidagi yasash algoritmi asosida bajariladi:

- berilgan to'g'ri chiziq orqali xususiy vaziyatdagi tekislik o'tkaziladi;
- xususiy vaziyatdagi tekislik bilan berilgan ko'pyoqlikning o'zaro kesishuvdagi kesim yuza chizig'i aniqlanadi;
- kesim yuza chizig'i bilan berilgan to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari belgilanadi.

6.19-shaklda $\ell(\ell', \ell'')$ to'g'ri chiziqning uch yoqli $\square(\square', \square'')$ prizma sirti bilan kesishish nuqtalarini yasash tasvirlangan.

Yasash algoritmi qo'yidagicha:

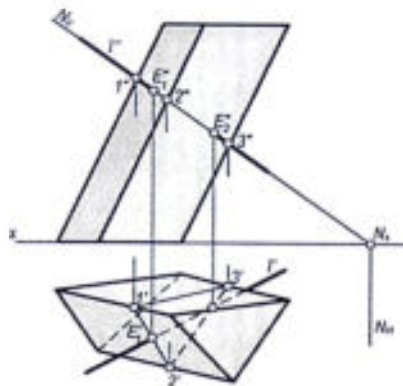
- ℓ to'g'ri chiziq orqali frontal proektsiyalovchi $N(N_H, N_V)$ tekislik o'tkaziladi; $\ell'' \subset N_V$ va $N_H \perp OX$;
- N tekislik bilan $\square$ prizmaning kesishishidagi kesim yuza chizig'i proektsiyalari $1'2'3'$ va $1''2''3''$ yasaladi. $N \cap \square \Rightarrow = 23$;
- Kesim yuza chizig'i $\Delta 123$ bilan ℓ to'g'ri chiziqning uchrashish nuqtalari E_1 va E_2 belgilanadi. $12 \cap \ell = E_1$ va $23 \cap \ell = E_2$. Bunda avvalo $1'2'3' \cap \ell' = E'_1$ va E'_2 lar aniqlanib, so'ngra proektsion bog'lanish chizig'i orqali E'_1 va E'_2 lar holati aniqlanadi.

Agar ko'pyoqlikning yon yoqlari proektsiyalovchi tekisliklar bo'lsa, to'g'ri chiziq bilan bunday sirtning kesishish nuqtalarini yasash juda soddalashadi.

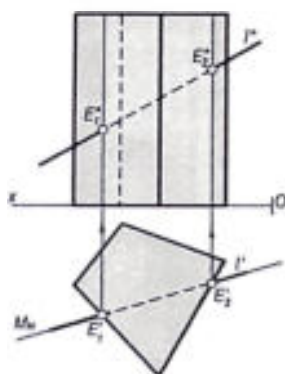
6.20-shaklda to'rt yoqlik to'g'ri prizma sirti bilan $\ell(\ell', \ell'')$ to'g'ri chiziqning o'zaro kesishish $E_1(E'_1, E''_1)$, $E_2(E'_2, E''_2)$ nuqtalarini yasash tasvirlangan.

Bunda prizmaning yon yoqlari proektsiyalovchi tekisliklardan iborat bo'lgani uchun ℓ orqali $M(M_N)$ gorizontaal proektsiyalovchi tekislik o'tkaziladi, kesishuv nuqtalarining proektsiyalari E'_1 va E'_2 belgilanadi. So'ngra ularning E''_1

va E''_2 proektsiyalari yasaladi.



6.19-shakl.



6.20-shakl

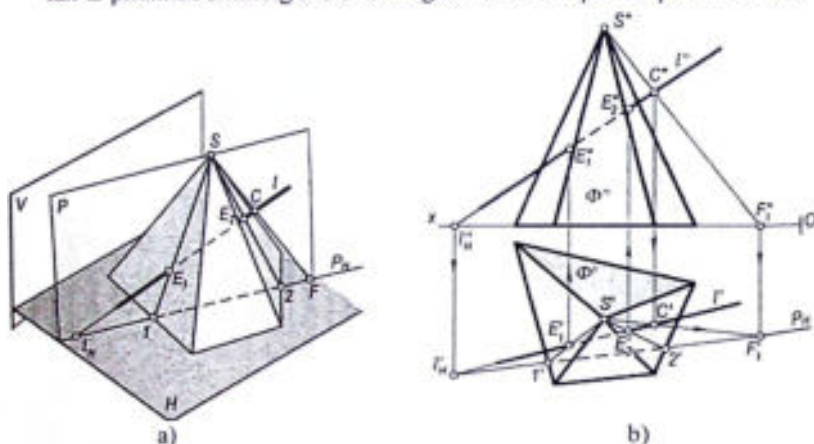
2-usul: To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish nuqtalarini, umumiy vaziyatdagi yordamchi tekisliklar vositasida yasash. Bunda umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish uchun markaziy yoki qiyshiq burchakli parallel proektsiyalash usullarining biridan foydalaniladi. Bunda to'g'ri chiziqni ko'pyoqlik sirtiga kirish va chiqish nuqtalarini yasash algoritmi quyidagicha:

- berilgan to'g'ri chiziq orqali sirtning asosini kesuvchi umumiy vaziyatdagi yordamchi tekislik o'tkaziladi;
- yordamchi tekislik bilan sirt asosi tomonlarining kesishish nuqtalari belgilanadi;
- bu nuqtalar orqali yordamchi tekislik bilan sirt yon yoqlarining kesishish chiziqlari aniqlanadi;
- bu chiziqlar berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishib sirtga tegishli kirish va chiqish nuqtalarni hosil qiladi.

6.21a,b-shaklda $\ell(\ell',\ell'')$ to'g'ri chiziq bilan $\square(\square'\square'')$ piramidaning o'zaro kesishish nuqtasini yasash tasvirlangan. Bunda piramidaning S uchi va ℓ to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi umumiy vaziyatdagi P tekislikning P_H izini o'tkazish uchun:

- berilgan ℓ to'g'ri chiziqning gorizontall ℓ_H izi yasaladi;
- piramidaning S uchidan ℓ to'g'ri chiziqni ixtiyoriy $S(C',C'')$ nuqtada kesib o'tuvchi $SC(S'C',S''C'')$ to'g'ri chiziq o'tkazib uning ham gorizontall F_1 izi yasaladi;
- ℓ_H va F_1 izlar orqali piramidani asosini kesuvchi umumiy vaziyatdagi P tekislikning gorizontall P_H izini o'tkazamiz. P_H bilan piramida asosining kesishish nuqtalari $1'$ va $2'$ ni belgilanadi.
- S' nuqtani $1'$ va $2'$ nuqtalar bilan birlashtirib, P tekislik bilan piramidaning kesishish chizig'i $\Delta S'1'2'$ ni yasaladi;
- $\Delta S'1'2'$ bilan ℓ' to'g'ri chiziqning o'zaro uchrashish E'_1 va E'_2 nuqtalarini

belgilanadi. Bu nuqtalardan foydalanib ularning frontal E''_1 va E''_2 proektsiyalari aniqlanadi. Hosil bo'lgan E_1 va E_2 nuqtalar l to'g'ri chiziq bilan $\square$ piramida sirtining kesishishidagi kirish va chiqish nuqtalari bo'ladi.



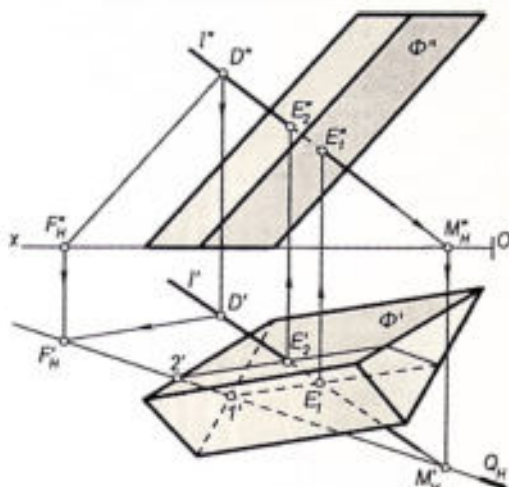
6.21-shakl

Yuqorida bayon etilgan usulni yordamchi markaziy proektsiyalash usuli deb ham ataladi. Bu usuldan to'g'ri chiziq bilan konus sirtining kesishish nuqtalarini yasashda ham foydalaniladi. Prizma yoki silindr sirtlari bilan to'g'ri chiziqlarning kesishuv nuqtalarini yasashda ham umumiy vaziyatdagi tekisliklaridan foydalanilgan qulay. Bunda berilgan to'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish nuqtalari berilgan to'g'ri chiziq orqali ko'pyoqlikning yon qirralariga parallel qilib o'tkazilgan umumiy vaziyatdagi tekislik vositasida aniqlanadi.

Proektsiyalash yo'nalishi ko'pyoqlik qirralariga parallel bo'lgani uchun uni *qiyshiq burchakli yordamchi parallel projektsiyalash usuli* deb ham ataladi.

6.22-shaklda og'ma vaziyatdagi $\Phi(\Phi', \Phi'')$ prizma sirti bilan $l(l', l'')$ to'g'ri chiziqlarning o'zaro kesishish nuqtalarini yasash tasvirlangan. Bu misolni chizmada echish algoritmi quyidagicha:

- berilgan l to'g'ri chiziqlarning gorizontal $M_H(M'_H, M''_H)$ izi yasaladi;
- l to'g'ri chiziqlarning ixtiyoriy $D(D', D'')$ nuqtasidan prizmaning yon qirralariga parallel qilib to'g'ri chiziq o'tkaziladi va uning ham gorizontal $F_H(F'_H, F''_H)$ izi aniqlanadi.
- M'_H va F'_H izlar orqali, prizmaning qirralariga parallel kesuvchi umumiy vaziyatdagi Q tekislikning Q_H izi o'tkaziladi. Bu tekislik prizmaning asosini $1'$ va $2'$ nuqtalarda kesadi. Ushbu nuqtalaridan prizma qirralariga parallel o'tkazilgan kesim chiziqlari l' to'g'ri chiziqlarini E'_1 va E'_2 nuqtalarida kesadi. Bu nuqtalarning frontal proektsiyalari E''_1 va E''_2 nuqtalar, l'' to'g'ri chiziqlarida aniqlanadi. Natijada, to'g'ri chiziqlarini prizma sirti bilan kesishishidagi kirish va chiqish nuqtalari hosil bo'ladi.



6.22-расм

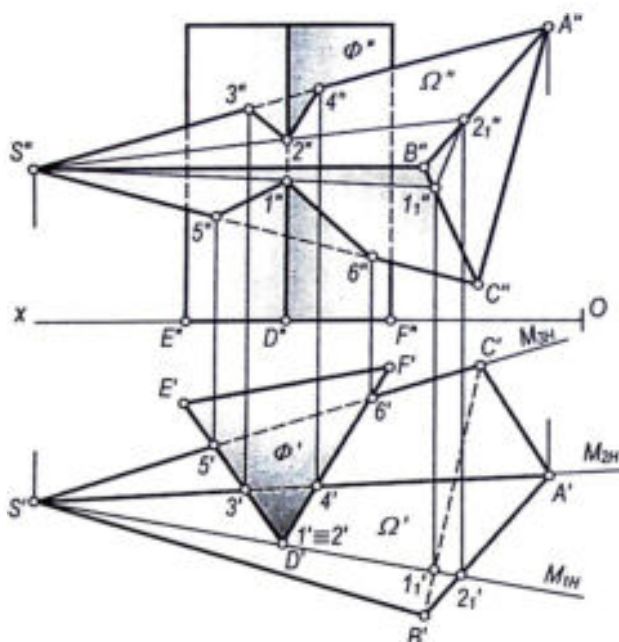
6.4-§. Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishishi

Ko'pyoqliklar fazoda bir-biriga nisbatan o'zaro joylashuviga qarab, to'la, qisman kesishgan yoki butunlay kesishmagan vaziyatlarda uchraydilar. Ko'pyoqliklar o'zaro kesishganda bir yoki bir necha yopiq fazoviy yoki tekis siniq chiziqlar hosil bo'ladi. Bu siniq chiziqlar uchlarini, ko'pyoqlikning to'g'ri chiziqlar bilan kesishish nuqtalarini yasash usuli yordamida aniqlanadi. Agar kesishuvchi ko'pyoqliklardan birini $\square$ va ikkinchisini Ω deb belgilasak, ularning kesishgan chizig'ini yasash qo'yidagi algoritmi bilan bajariladi:

- $\square$ ko'pyoqlik qirralarining Ω ko'pyoqlik sirti yoqlari bilan kesishish nuqtalari yoki Ω ko'pyoqlik qirralarining $\square$ ko'pyoqlik yoqlari bilan kesishish nuqtalari aniqlanadi;
- $\square$ va Ω ko'pyoqlarning yon yoq tekisliklarini o'zaro kesishish chiziqlari yasaladi.

Hosil bo'lgan kesishish nuqtalarini yoki chiziqlarni tegishli tartibda birlashtirilsa berilgan ko'pyoqliklarning kesishish chizig'i hosil bo'ladi. Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishish chiziqlarini yasashda avvalo ularning kesishishida qatnashmaydigan qirralari aniqlanadi; so'ngra ko'pyoqliklarning ko'rinar, ko'rinar qirralarini aniqlanib va ularning ko'rinar qismlarini asosiy tutash chiziqlarda yurg'izib chiqiladi.

6.23-shaklda tasvirlangan prizma va piramida sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmi qo'yidagicha bo'ladi:



6.23 – shakl.

- prizma qirralarining piramida sirti bilan kesishgan nuqtalari yasalgan. Shakldan ko'rinib turibdiki, prizmaning faqat oldingi D qirrasigina piramida sirtini 1 va 2 nuqtalarda kesib o'tgan. Bu nuqtalar D nuqta orqali o'tgan $M_1(M_{1N})$ gorizontaal proektsiyalovchi tekislik yordamida yasalgan;
- piramida qirralarining prizma sirti bilan kesishgan 3,4,5,6 nuqtalari yasalgan. Piramidaning faqat SA va SC qirralari prizma bilan kesishadi. SA va SC qirralarining prizma bilan kesishgan 3(3',3''), 4(4',4''), 5(5',5''), 6(6',6'') nuqtalari 6.20-shaklda ko'rsatilganidek $M_2(M_{2H})$ va $M_3(M_{3H})$ gorizontaal proektsiyalovchi tekisliklar yordamida topilgan;
- Aniqlangan 1'',2'',3'',4'',5'',6'' nuqtalarni shaklda ko'rsatilganidek, ko'rinar-ko'rinmas qismlarini e'tiborga olib, tartib bilan birlashtirib chiqilsa, ikki sirtning o'zaro kesishish sinig chizig'ining frontal proektsiyasi hosil bo'ladi.

Nazorat savollari

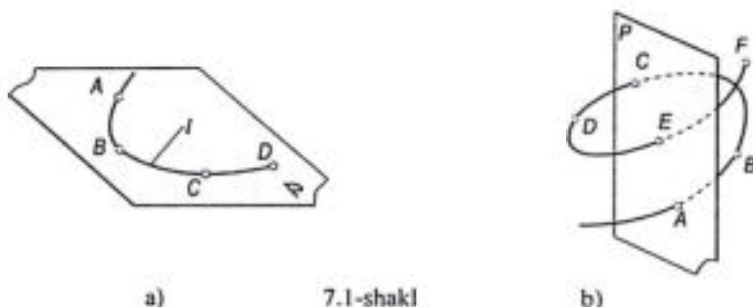
1. Ko'pyoqlik deb nimaga aytiladi?
2. Ko'pyoqlikning aniqlovchilariga nimalar kiradi?
3. Qanday ko'pyoqlikni piramida deb ataladi?
4. Qanday ko'pyoqlikni prizma deb ataladi?

5. Qanday ko'pyoqlikni to'g'ri, ko'pyoqlik deb ataladi?
6. Qanday ko'pyoqlikni muntazam ko'pyoqlik deb yuritiladi?
7. Eyler teoremasida ko'pyoqlikning qaysi xossalari keltirilgan?
8. Tekislik bilan ko'pyoqlikning kesishishidagi kesim yuzani yasashda qanday usullardan foydalaniladi?
9. To'g'ri chiziq bilan ko'pyoqlikning kesishish nuqtalarini yasashda qanday usullardan foydalaniladi?
10. Ikki ko'pyoqlikning o'zaro kesishish chizig'ini yasashda qanday usullardan foydalaniladi?

7.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Chizma geometriyada egri chiziqlarning geometrik va mexanik xususiyatlaridan grafik ravishda amaliy foydalanish e'tiborga olinib, ularga oddiy kinematik ta'rif beriladi. Shuning uchun egri chiziqni fazoda yoki tekislikda ma'lum yo'nalishda uzluksiz harakatlanuvchi biror nuqtaning izi sifatida qabul qilinadi.

Egri chiziqlar *tekis* (7.1,a-shakl) va *fazoviy* (7.1,b-shakl) *egri chiziqlarga* bo'linadi.



Egri chiziqlar qonuniy va qonunsiz egri chiziqlarga bo'linadilar. Egri chiziqni tashkil kiluvchi nuqtalar to'plami ma'lum biror qonunga bo'ysinsa u *qonuniy*, aksincha nuqtalar to'plami xech qanday qonunga asoslanmagan bo'lsa, bunday egri chiziq *qonunsiz egri chiziq* deyiladi. Qonuniy egri chiziqlarning dekart koordinatalar sistemasidagi tenglamalariga qarab algebraik va transsendent egri chiziqlarga bo'linadilar. Tenglamasi algebraik funksiya orqali ifodalangan egri chiziq *algebraik*, transsendent funksiya bilan ifodalangan egri chiziq esa *transsendent* egri chiziq deyiladi.

Algebraik egri chiziqlar tartib va klass tushunchalari bilan xarakterlanadi. Egri chiziqlarning tartibi uni ifodalovchi tenglamaning darajasiga teng bo'ladi.

Grafik jihatdan tekis egri chiziqlarning tartibi uning to'g'ri chiziq bilan, fazoviy egri chiziqlarning tartibi esa uning biror tekislik bilan maksimum kesishish nuqtalar soni orqali aniqlanadi.

Tekis egri chiziqlarning klassi unga shu tekislikning ixtiyoriy nuqtasidan o'tkazilgan urinmalar soni bilan, fazoviy egri chiziqlarning klassi unga biror to'g'ri chiziq orqali o'tkazilgan urinma tekisliklar soni bilan aniqlanadi.

Egri chiziqlarning tartibi va klassi har xil bo'ladi. Faqat ikkinchi tartibli egriliklarning tartibi va klassi bir xil bo'lib, u 2 ga teng bo'ladi.

7.2-§. Tekis egri chiziqlar. Ularga urinma va normal o'tkazish

Ta'rif. Hamma nuqtalari bitta tekislikda yotgan egri chiziq tekis egri chiziq deyiladi.

Tekis egri chiziqlar analitik va grafik ko'rinishlarda berilishi mumkin. Analitik ko'rinishda quyidagi xollar bilan beriladi:

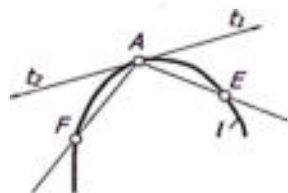
- dekart koordinatalar sistemasida $f(x,y)=0$ ko'phad bilan;
- qutb koordinatalar sistemasida $r=f(\Phi)$ bilan;
- parametrik ko'rinishda $x=x(t)$ va $y=y(t)$ bilan.

Egri chiziqlarning grafik ko'rinishda berilishining turli xil usullari mavjud.

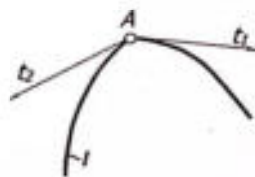
Tekislikka tegishli biror nuqtaning uzluksiz harakati natijasida tekis egri chiziq hosil bo'ladi. Tekis egri chiziqning har bir nuqtasidan unga bitta urinma va bitta normal o'tkazish mumkin.

7.2-shaklda berilgan ℓ tekis egri chizig'iga uning biror A nuqtasida urinma va normal o'tkazish ko'rsatilgan. Buning uchun A nuqta orqali egri chiziqni kesuvchi AE va AF to'g'ri chiziqlarni o'tkazamiz. E nuqtani A nuqtaga egri chiziq buylab yaqinlashtira boshlaymiz. Natijada, AE kesuvchi A nuqta atrofida burila boshlaydi, ya'ni nuqta A nuqta bilan ustma-ust tushganda AE kesuvchi t_1 urinmani xosil qiladi. Uni ℓ egri chiziqning berilgan nuqtasida o'tkazilgan *yarim urinma* deyiladi. F nuqtani ham egri chiziq ustida harakatlantirib A nuqta bilan ustma-ust tushiramiz. AF kesuvchi t_2 yarim urinmani xosil qiladi. Qarama-qarshi yo'nalgan t_1 va t_2 yarim urinmalar xosil qilgan to'g'ri chiziq egri chiziqqa berilgan nuqtada o'tkazilgan *urinma* deyiladi. Shunday nuqtalardan tashkil topgan egri chiziq ravon *egri chiziq* deyiladi.

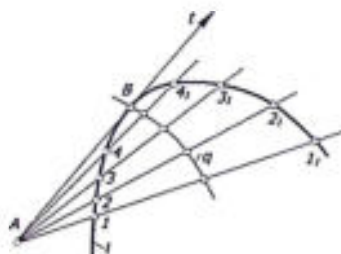
Egri chiziqning A nuqtadagi t urinmaga o'tkazilgan perpendikulyar n to'g'ri chiziq uning normali deb ataladi. Ba'zan yarim urinmalar o'zaro ustma-ust tushmasdan o'zaro kesishishi mumkin. Bunday nuqtalar *sinish nuqtasi* deyiladi (7.3-shakl). Amaliyotda egri chiziqlarga urinma va normal o'tkazish masalalari ko'p uchraydi, shuning uchun urinma va normal o'tkazishning ba'zi bir grafik usullarini kurib chikamiz.



7.2-shakl



7.3-shakl

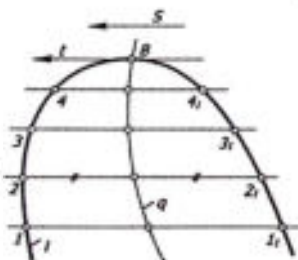


7.4-pacm

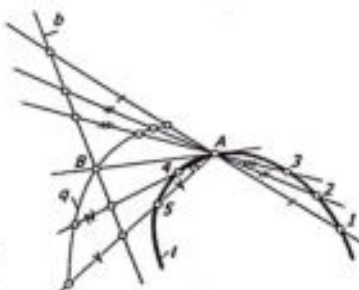
chiziq *xatoliklar egri chizig'i* deyiladi va uning ℓ egri chiziqli bilan kesishish B nuqtasi A nuqtadan o'tuvchi urinmaning egri chiziqli urinish nuqtasi bo'ladi. A va B nuqtalarni to'g'ri chiziqli bilan birlashtirilsa, t urinma hosil bo'ladi.

7.2.2. Berilgan yo'nalishga parallel urinma o'tkazish

Biror ℓ egri chiziqli berilgan s yo'nalishga parallel urinma o'tkazish uchun ℓ egri chiziqli s yo'nalishga parallel chiziqlar bilan kesiladi va hosil bo'lgan $11_1, 22_1, 33_1, \dots$ vatarlarni teng ikkiga buluvchi nuqtalar orqali q xatoliklar egri chiziqli o'tkaziladi (7.5-shakl). q egri chiziqli ℓ bilan kesishish nuqtasi B ni topiladi. B nuqta orqali berilgan s yo'nalishga parallel qilib t urinmani o'tkaziladi.



7.5-shakl



7.6-shakl

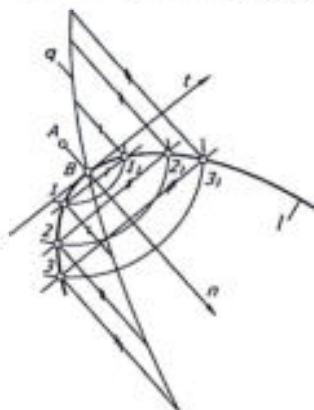
7.2.3. Egri chiziqli ustida yotgan nuqta orqali unga urinma o'tkazish

Berilgan ℓ egri chiziqli uning ustida yotgan A nuqtadan chikuvchi to'g'ri chiziqlar bilan kesiladi (7.6-shakl). A nuqtadan o'tuvchi urinmaning taxminiyo'nalishiga perpendikulyar qilib b to'g'ri chiziqli o'tkaziladi, kesuvchi nurlarga b to'g'ri chiziqli kesib o'tgan nuqtalardan boshlab usha chiziqli ℓ dagi vatar uzunligi o'lchab quyiladi. Nuqtalar to'plami q egri chiziqli hosil qiladi. q egri

chiziqning b bilan kesishish nuqtasi V ni A nuqta bilan birlashtirganda t urinmaga xosil bo'ladi.

7.2.4. Egri chiziqdan tashqarida olingan nuqtadan unga normal o'tkazish

l egri chiziqdan tashqaridagi A nuqtani konsentrik aylanalarning markazi sifatida qabul qilib (7.7-shakl), undan berilgan egri chiziqni kesuvchi bir necha aylanalar chiziladi. Bu aylanalar l egri chiziqni $1_1, 2_1, 3_1, \dots$ nuqtalarda kesadi. Mos nuqtalarni o'zaro birlashtirib, egri chiziqning $1_1, 2_1, 3_1, \dots$ vatarlarini xosil qilinadi. Vatarlar uchlaridan qarama-qarshi yo'nalishda unga perpendikulyar chiziqlar chiqariladi va ularga vatarlar uzunliklarini o'lchab quyiladi. Bu kesmalarning uchlarini tartib bilan birlashtirib q chiziq xosil qiladi. q va l egri chiziqlar o'zaro V nuqtada kesishadilar. A va V nuqtalarni birlashtiruvchi n to'g'ri chiziq l egri chiziqning normali bo'ladi.

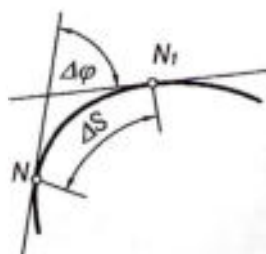


7.7-shakl

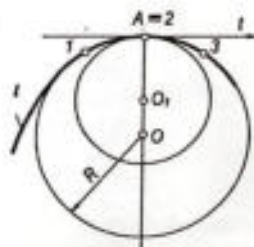
7.3-§. Tekis egri chiziqning egriligi

Qo'shni yarim urinmalar orasidagi α burchakni ular orasidagi s yoy uzunligiga nisbatining limiti *egri chiziqning egriligi* deyiladi (7.8-shakl). Egrilikni K bilan belgilasak, u quyidagicha ifodalanadi:

$$k = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta S}$$



7.8-shakl



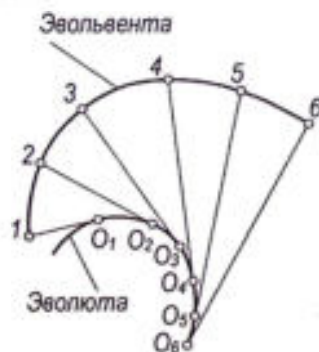
7.9-shakl

Bunda φ burchak qancha katta bo'lsa, egri chiziqli shuncha ko'p egilgan va, aksincha, qanchalik kichik bo'lsa, egri chiziqli shuncha kam egilgan bo'ladi. Egrilik qiymati egri chiziqlining har bir nuqtasida har xil bo'ladi. Aylanani hamma nuqtasidagi egrilik bir xildir, to'g'ri chiziqli esa egrilik nolga teng. Har qanday egri chiziqlining egriligi aylana yordamida aniqlanadi. Bu aylana egri chiziqlidagi cheksiz yaqin uchta 1, 2, 3 nuqtalardan o'tadi. Uning radiusi, *egriqlik radiusi*, markazi esa *egriqlik markazi* deyiladi. Egrilik radiusi R va egrilik miqdori k o'zaro teskari proporsionaldir: $k=1/R$, ya'ni egrilik radiusi R qancha katta bo'lsa, k egrilik shuncha kichik va, aksincha, egrilik radiusi qancha kichik bo'lsa k egrilik shuncha katta bo'ladi. Masalan, to'g'ri chiziqli egrilik radiusi cheksiz katta bo'lganligi tufayli egrilik nolga teng.

7.4-§. Evolyuta va evolventa

Biror ℓ egri chiziqlining hamma nuqtalari uchun egrilik markazlari yasalsa, ularning to'plami ℓ_1 egri chiziqlini hosil qiladi. Bu ℓ_1 egri chiziqli berilgan ℓ egri chiziqlining *evolyutasi* deb ataladi (7.10-shakl). ℓ egri chiziqli ℓ_1 evolyutaga nisbatan evolventa deyiladi).

Evolyutaning urinmalari ℓ evolventaning normallari. Evolyuta urinmalarida cheksiz ko'p evolventalar joylashgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun egri chiziqlining evolyutasi o'z evolventasini aniqlay olmaydi, lekin uning evolventasi o'z evolyutasini aniqlay oladi.



7.10-shakl

7.5-§. Tekis egri chiziqli nuqtalarining klassifikatsiyasi

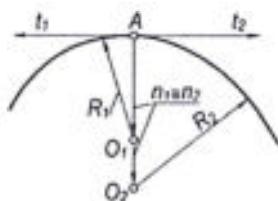
Tekis egri chiziqlilar *monoton* va *ulama* chiziqlilarga bo'linadi. Monoton egri chiziqlining qator nuqtalarida egrilik radiusi uzluksiz o'sib yoki kamayib boradi. Monoton egri chiziqli yo'llaridan tashkil topgan chiziqli *ulama* chiziqli deyiladi. Bu yo'llarning ulanish nuqtalari ulama chiziqlining *uchlari*, ulanuvchi yo'llarning o'zi

esa *ulama chiziqning tomonlari* deb ataladi. Yoylarning ulanish xarakteriga qarab, ulama chiziqning uchlari *oddiy* va *maxsus* nuqtalar bo'lishi mumkin. Egri chiziqning oddiy nuqtasida yarim urinmalar qarama-qarshi yo'nalishda bo'lib, bit-ta to'g'ri chiziq ustida yotadi va egrilik markazlari ustma-ust tushadi. Egri chiziq-larning maxsus nuqtalari quyidagilardan iborat:

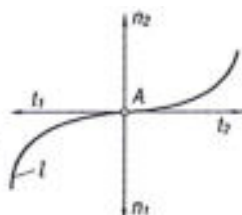
Qo'sh nuqta. Yarim urinmalar qarama-qarshi yo'nalishga ega, normallar ustma-ust tushadi, egrilik markazlari esa har xil joylashadi (7.11-shakl).

Egilib o'tish nuqtasi. Yarim urinmalar ham, normallar ham qarama-qarshi yo'nalishda bo'ladi (7.12-shakl).

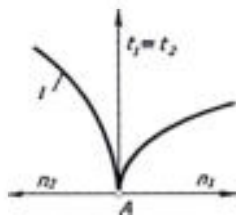
Birinchi turdagi qaytish nuqtasi. Yarim urinmalar ustma-ust tushadi va bir xil yo'nalishda bo'ladi, normallar qarama-qarshi yo'nalishda bo'lib, bir chiziq ustida yotadi (7.13-shakl).



7.11-shakl



7.12-shakl

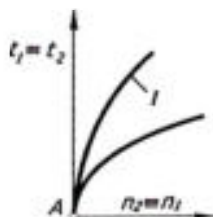


7.13-shakl

Ikkinchi turdagi qaytish nuqtasi. Yarim urinmalar va normallar juft-juft bo'lib bir xil yo'nalishga ega bo'ladi (7.14-shakl);

Sinish nuqtasi. Yarim urinmalar va normallar har xil yo'nalishda bo'ladi (7.13-shakl);

Tugun nuqta. Tugun nuqtada egri chiziq o'zini-o'zi bir va bir necha marta kesib o'tadi (7.15-shakl).



7.14-shakl



7.15-shakl

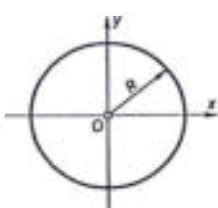
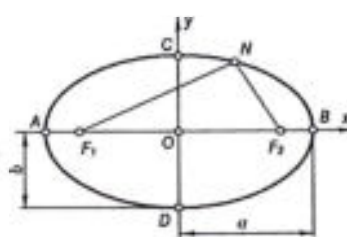
7.6-§. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar

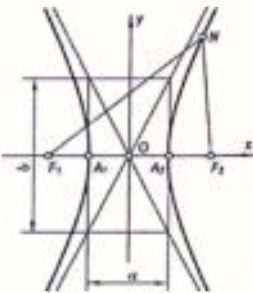
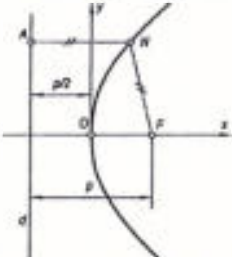
Ta'rif. Ikkinchi darajali tenglamalar bilan ifodalanuvchi egri chiziqlar ikkinchi tartibli egri chiziqlar deyiladi.

Bunday chiziqlar to'g'ri chiziq bilan eng ko'pi ikki nuqtada kesi-shadi. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar va ularning xususiyatlaridan mashinasozlik-da, binokorlikda, umuman muhandislik amaliyotining barcha tarmoqlarida keng foydalaniladi. Shu boisdan ham 2-tartibli egri chiziqlari mukammal o'rganilgan. Ularga aylana, ellips, parabola, giperbola va ularning xususiyl hollari kiradi. Bu egri chiziqlarning tenglamalari va ularning shakllarini aniqlovchi parametrlari analitik geometriyada to'liq o'rganiladi. Chizmachilikda va chizma geometriyada esa ularni yasash va hosil bo'lish usullari o'rganiladi.

Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning nomi, ta'rifi, tenglamasi va ularning shakllari 7.1-jadvalda keltirilgan.

7.1-jadval

Aylana Berilgan nuqtadan teng masofalarda joylashgan nuqtalarning to'plami aylana deyiladi. Kanonik tenglamasi $x^2 + y^2 = R^2$ Parametrik tenglamasi $x = R \cdot \cos t$ $y = R \cdot \sin t$	
Ellips Berilgan ikki F_1 va F_2 nuqtadan uzoqliklarining yig'indisi o'zgarmas miqdor bo'lgan nuqtalarning to'plami ellips deyiladi. $F_1N + F_2N = AB = \text{const}$ Kanonik tenglamasi $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ Parametrik tenglamasi $x = a \cos t$ $y = b \sin t$	

Giperbola Berilgan F_1 va F_2 ikki nuqtadan uzoqliklarining ayirmasi o'zgarmas miqdor bo'lgan nuqtalarining to'plami giperbola deyiladi. $F_1N - F_2N = A_1A_2 = \text{const}$ Kanonik tenglamasi $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ Parametrik tenglamasi $x = a \sec t$ $y = b \operatorname{tg} t$	
Parabola Berilgan nuqtadan va d to'g'ri chiziqdan teng masofalarda joylashgan nuqtalarning to'plami parabola deyiladi. $FN = AN$ Kanonik tenglamasi $y^2 = 2px$ Parametrik tenglamasi $x = t, y = \sqrt{2pt} \text{ yoki } y = t, x = t^2/2p$	

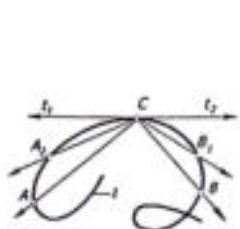
7.7-§. Fazoviy egri chiziqlar. Ularga urinma va normallar o'tkazish

Ta'rif. Hamma nuqtalari bitta tekislikda yotmagan egri chiziq fazoviy egri chiziq deyiladi.

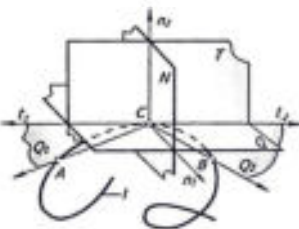
Fazoviy egri chiziqni ikki xil egrilikka ega chiziq ham deb yuritiladi, 7.16-shaklda tasvirlangan fazoviy ℓ egri chiziqqa uning S nuqtasida urinma o'tkazish ko'rsatilgan. Egri chiziq ustidagi S nuqta orqali SA va SB kesuvchi to'g'ri chiziqlarni o'tkazamiz. So'ngra A nuqtani egri chiziq buylab S nuqtaga yaqinlashtira boramiz.

A nuqta C nuqtaga cheksiz yaqinlashganda CA kesuvchining limiti ℓ egri chiziqning C nuqtasidagi t_1 urinmaga aylanadi. Bunda t_1 urinma ℓ egri chiziqning C nuqtasida o'tkazilgan yarim urinma deyiladi. C nuqta orqali o'tuvchi t_2 yarim urinma ham CB kesuvchi orqali xuddi shunday yasaladi. U o'zining limit vaziyatida t_1 yarim urinma bilan bitta ℓ to'g'ri chiziqda yotadi (7.17-shakl). ℓ fazoviy egri chiziqqa o'tkazilgan urinma orqali tekisliklar dastasi o'tadi. Egri chiziqning xarakterini aniqlash uchun ana shu tekisliklar dastasidan yopishma, to'g'rilovchi va ularga perpendikulyar bo'lgan normal deb ataluvchi tekisliklar muhim rol

o'ynaydi.



7.16-shakl



7.17-shakl



7.18-shakl

Egri chiziqning yopishma tekisligi quyidagicha yasaladi. Berilgan ℓ fazoviy egri chiziqda yotgan C nuqta orqali unga t_1, t_2 yarim urinmalar o'tkazilgan bo'lsin. 7.17-shaklda CA va CB kesuvchi to'g'ri chiziqlarni o'tkazib t_1CA (Q_1) va t_2CB (Q_2) kesuvchi tekisliklarni hosil qilamiz. A va B nuqtalarni C nuqtaga yaqinlashtirganda Q_1 va Q_2 tekisliklar t_1 va t_2 yarim urinmalar atrofida aylanib, ular ustma-ust tushib, Q tekisligini hosil qiladi. Q tekislik ℓ fazoviy egri chiziqqa uning berilgan S nuqtasida o'tkazilgan yopishma tekisligi deyiladi.

Fazoviy egri chiziqning berilgan nuqtasida unga cheksiz ko'p normal o'tkazish mumkin. Normallar to'plami hosil qilgan N tekislik egri chiziqning berilgan nuqtasida o'tkazilgan normal tekisligi deyiladi.

Normallar to'plamidagi chiziqlardan biri n_1 yopishma tekislik ustida yotadi ($n_1 \in Q$), boshqa biri n_2 esa unga perpendikulyar joylashgan ($n_2 \perp Q$) bo'ladi. Shulardan birinchisi n_1 —bosh normal, ikkinchisi n_2 — binormal deyiladi. Binormal n_2 va urinma t hosil qilgan T tekislik to'g'rilovchi (rostlovchi) tekislik deb ataladi.

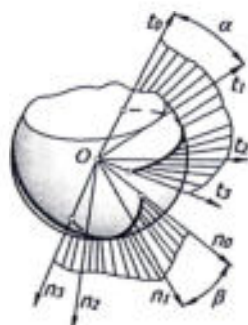
O'zaro perpendikulyar N, Q, T tekisliklar uchyoqlikni tashkil qiladi. Buni 1847 yilda birinchi bo'lib taklif qilgan fransuz matematigi Jan Frederik Frene nomi bilan Frene uchyoqligi deb yuritiladi. Frene uchyoqligidan fazoviy egri chiziqni proektsiyalash uchun tekisliklar sistemasi o'rni foydalaniladi. Shuningdek, Q —gorizontal, T —frontal va N —profil proektsiyalar tekisliklari sifatida qabul qilinadi. Biror fazoviy egri chiziq xossalari uning Frene uchyoqlik tekisliklaridagi proektsiyalari bo'yicha tekshiriladi.

7.8-§. Fazoviy egri chiziqlarning tabiiy koordinatalarda berilishi

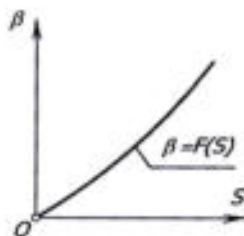
7.18-shaklda berilgan ℓ fazoviy egri chiziqning $0, 1, 2, \dots$ nuqtalarida unga o'tkazilgan $t_0, t_1, t_2, \dots$ urinmalar va $n_0, n_1, n_2, \dots$ binormallar tasvirlangan. Fazoviy egri chiziq bo'ylab harakatlanuvchi nuqta uzluksiz o'zgaruvchi quyidagi uchta miqdor bilan bevosita bog'liq bo'ladi:

- tanlab olingan 0 nuqtadan boshlab qo'shni nuqtalar orasidagi s masofa;
- t yarim urinmaning burilish burchagi α ;
- qo'shni binormallar orasidagi β burchak.

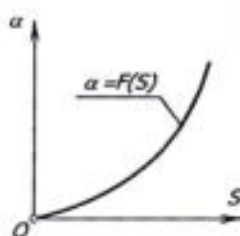
Yarim urinmalar orasidagi α burchak *qo'shni burchak*, binormallar orasidagi β burchak *burilish burchagi* deyiladi. s , α va β miqdorlar fazoviy egri chiziqlarning tabiiy koordinatalari deb yuritiladi.



7.19-shakl



7.20-shakl



7.21-shakl

Fazoviy egri chiziqlarning α qo'shni burchagi va β burilish burchagini quyidagicha aniqlash mumkin (7.19-shakl). Ixtiyoriy tanlab olingan biron O nuqtadan yarim urinmalarga va binormallarga parallel qilib $t_0, t_1, t_2, \dots$ va $n_0, n_1, n_2, \dots$ to'g'ri chiziqlar chiqaramiz. Bu to'g'ri chiziqlar to'plami ikki konus sirtini: yarim urinmalar yo'naltiruvchi konusi va binormallar yo'naltiruvchi konusini tashkil qiladi. O nuqtani sferaning markazi sifatida qabul qilib biror R radiusi sfera o'tkazamiz. Bu sfera yarim urinmalar va binormallar yo'naltiruvchi konuslarini yarim urinmalar va binormallar sferik indiktrisalari deb ataluvchi egri chiziqlar bo'yicha kesadi. α va β burchaklar miqdorlari bo'yicha (masalan, radianda) indiktrisa yoy uzunliklari o'lchanadi. Fazoviy egri chiziqlarning s uzunligi va unga mos ravishda α qo'shni burchak va β burilish burchagi o'lchanib quyidagicha bog'liqliklar tuziladi: $\alpha = f(s)$, $\beta = f(s)$ lar fazoviy egri chiziqlarning tabiiy koordinatalaridagi tenglamalari deb ataladi. 7.20 va 7.21-shakllarda shu tenglamalarning grafiklari yasalgan.

Fazoviy egri chiziqlarning egriligi. $\alpha = f(s)$ tenglamaning grafigi bo'yicha $\Delta\alpha/\Delta s$ nisbatning $\Delta s \rightarrow 0$ dagi limitini aniqlash mumkin. Bu esa egri chiziqlarning berilgan nuqtasidagi egrilik radiusini aniqlaydi, ya'ni $R = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\alpha}{\Delta s}$ bo'ladi.

R ning miqdori egri chiziqlarning cheksiz yaqin uchta nuqtasi orqali o'tuvchi aylana radiusiga teng.

Egrilik radiusi qanchalik kichik bo'lsa, chiziqlar shuncha ko'p egilgan bo'ladi. Egrilik radiusiga teskari miqdor K_1 fazoviy egri chiziqlarning birinchi egriligi deyiladi. U quyidagicha ifodalanadi: $K_1 = \frac{1}{R}$.

Fazoviy egri chiziqda uning o'z o'qi atrofida burilib harakatlanishi hisobiga ikkinchi xil egilish hosil bo'ladi. Burilish burchagi yopishma tekislikning burilishini ifodalaydigan β burchak bilan o'lchanadi.

$\beta=f(s)$ bog'lanish grafigi bo'yicha $\Delta\beta/\Delta s$ nisbatini aniqlash mumkin. $\Delta\beta/\Delta s$ nisbatning $\Delta s \rightarrow 0$ dagi limiti fazoviy egri chiziqlarning berilgan nuqtasidagi vint parametri deyiladi:

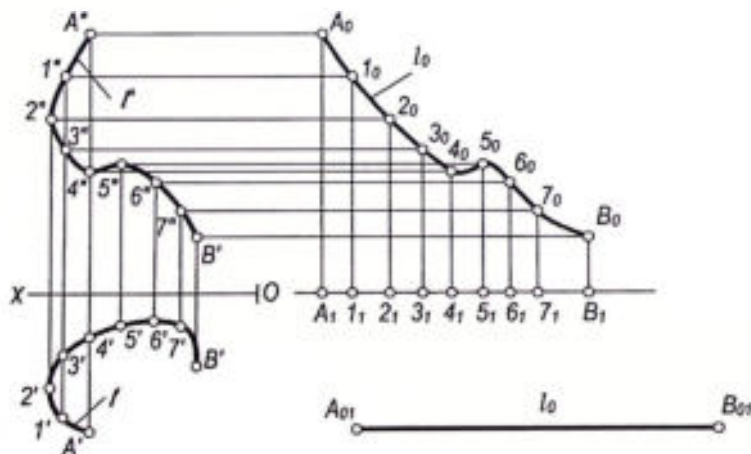
$$P = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\beta}{\Delta s}$$

Vint parametriga teskari K_2 miqdor fazoviy egri chiziqlarning ikkinchi egriligi yoki burilish egriligi deyiladi. Uning qiymati $K_2 = \frac{1}{P}$ bo'ladi.

Fazoviy egri chiziqlarning berilgan nuqtasidagi to'la egriligi $K^2 = K_1^2 + K_2^2$ ifodasi bilan aniqlanadi.

7.9- §. Fazoviy egri chiziqlarning uzunligini uning to'g'ri burchakli proeksiyalariga asosan aniqlash

Biror fazoviy ℓ egri chiziqlarning ℓ' va ℓ'' to'g'ri burchakli proeksiyalari berilgan bo'lsin. (7.22-shakl). Uning uzunligini grafik usulda aniqlash uchun quyidagi yasash algoritmlari bajariladi.



7.22-shakl.

Egri chiziqlarning ℓ' - gorizontaal proeksiyasi $A'B'$ ni har bir bo'lagini ixtiyoriy tanlangan A to'g'ri chiziqlarning A_1 nuqtadan boshlab unga ketma-ket quyib

chiqiladi. Hosil bo'lgan A_1, B_1 kesma $A'B'$ gorizontal proeksiyani to'g'rilangani yoki uni uzunligini o'lchovchi kesma bo'ladi.

So'ngra A to'g'ri chiziqlarning $A_1, 1_1, 2_1, 3_1, \dots B_1$ nuqtalaridan unga perpendikulyarlar chiqariladi. Bu perpendikulyarlarga ixtiyoriy tanlangan gorizontal Ox chiziqdan $\ell''(A''B'')$ nuqtalarigacha bo'lgan masofalar o'lchanib qo'yiladi. Natijada ℓ_0 egri chiziq hosil qilinadi.

Chizmaning ixtiyoriy bo'sh joyida ℓ_{01} to'g'ri chiziq olinib, bu to'g'ri chiziqqa ℓ_0 egri chiziq nuqtalari ketma-ket o'lchab qo'yiladi, ya'ni ℓ_0 to'g'rilanadi.

Hosil bo'lgan $A_{01}B_{01}$ kesma ℓ fazoviy egri chiziqlarning $AB(A'B', A''B'')$ bo'lagining uzunligi bo'ladi.

7.10-§. Vint chiziqlari

7.10.1. Silindrik vint chiziqlar

Ta'rif. Nuqtaning silindrik sirt bo'ylab aylanma va ilgari-
ilanma harakati natijasida hosil bo'lgan yo'nalishi silindrik
vint chizig'i deyiladi.

7.23,a-shaklda A_0C_0 yasovchining bir necha holatlari $A_1C_1, A_2C_2, A_3C_3, \dots$ tasvirlangan. Bunda yoylar $A_0B_1=B_1B_2=B_2B_3=\dots$ o'zaro teng bo'lib, ularning har biri $\pi d/n$ ga teng bo'ladi. Bu yerda d – silindr diametri, n – silindr asosi bo'laklarini sonidir.

Agar A_0 nuqtaning holatlari $A_1, A_2, A_3, \dots$ deb belgilansa, uning har bir ko'tarilishi $A_2B_2=2 \cdot A_1B_1, A_3B_3=3 \cdot A_1B_1$ va x.k. bo'lib, A_0A_{12} yasovchi bir marta aylanma harakat qilganda $A_{12}B_{12}=12 \cdot A_1B_1$ bo'ladi. A_0A_{12} – masofa vint chizig'ining qadami, i – vint chizig'ining o'qi, A nuqtadan i gacha bo'lgan masofa vint chizig'ining radiusi deb yuritiladi.

Vint chizig'i chizilgan silindrning diametri va vint chizig'ining qadami uning parametrlari deyiladi. A nuqta yana bir marta aylanma harakatidan vint chizig'ining ikkinchi o'rami hosil bo'ladi.

7.23,b-shaklda silindrik vint chizig'ining yasalishi ko'rsatilgan. Buning uchun o'qi H ga perpendikulyar, asos diametri d ga va balandligi $2h$ ga teng bo'lgan silindrning gorizontal va frontal proeksiyalari yasaladi. Silindr asosi bo'lgan aylanani teng 12 bo'lakka bo'linadi.

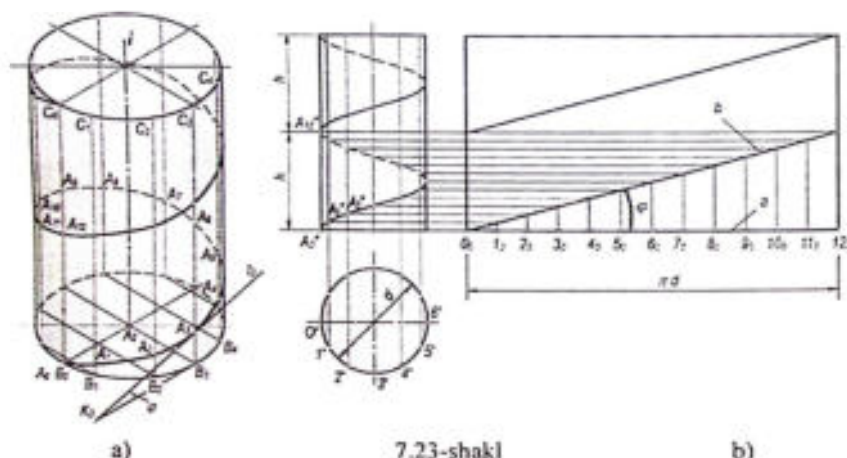
Xuddi shuningdek, vint chizig'ining qadami h ga teng bo'lgan A_0A_{12} kesma ham 12 bo'lakka bo'linadi. Vint chizig'ini hosil bo'lish jarayoniga asosan, ya'ni A nuqtani silindr yasovchisi bo'yicha harakati va bu yasovchini o'q atrofida aylanma harakatiga asosan aylananing har bir bo'lagidan. Yasovchilar va 1-12 kesmaning har bir bo'lagidan o'qqa perpendikulyar kesmalar (nuqtani aylanma harakatini frontal proeksiyasi) chiqarilsa ℓ'' vint chizig'ining frontal proeksiyasi hosil bo'ladi. Uning gorizontal proeksiyasi aylana bilan ustma-ust tushadi. Vint

chizig'ining frontal proeksiyasi sinusoidaga o'xshash chiziq bo'ladi.

Silindrik vint chizig'ining yoyilmasi 7.23,b-shaklda keltirilgan. Buning uchun biror A to'g'ri chiziqqa silindr asosi aylanasi yoy uzunligi πd qo'yiladi va u 12 ta teng bo'lakka bo'linadi. Hosil bo'lgan $0_0, 1_0, 2_0, \dots, 12_0$ nuqtalardan A ga perpendikulyar chiziqlar chiqariladi. Bu perpendikulyarga vint chizig'i nuqtalarining applikatorlari mos ravishda o'lchab qo'yiladi. Hosil bo'lgan nuqtalar to'plami b to'g'ri chiziqni hosil qiladi. Bu to'g'ri chiziqning A bilan tashkil qilgan Φ burchagi og'ish burchagi bo'ladi. Vint chizig'ining A_1 nuqtasidan boshlab hosil bo'lgan ikkinchi bo'lagini aylanmasi ham b_1 to'g'ri chiziq shaklida ko'rsatilgan.

Vint chizig'ining ko'tarilish burchagi $\text{tg } \Phi = h/\pi d$ formula bilan va uning bir o'ramining uzunligi $l = \sqrt{h^2 + (\pi d)^2}$ formula bilan aniqlanadi.

Silindrning vint chizig'ini uning *geodezik chizig'i* deyiladi. Geodezik chiziqlar yordamida sirtidagi ixtiyoriy ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofada o'lchanadi.



7.23-shakl

Silindrik vint chiziqlar o'ng va chap yo'nalishda bo'ladi. Nuqtaning ko'tarilishida harakat chapdan o'ng tomonga bo'lsa, yoki tushishida o'ngdan chapga bo'lsa, hosil bo'lgan chiziq *o'ng yo'nalishli vint chiziq* deyiladi.

Nuqtaning ko'tarilishida harakat o'ngdan chap tomonga bo'lsa, yoki tushishida chapdan o'ngga bo'lsa, hosil bo'lgan chiziq *chap yo'nalishli vint chiziq* deyiladi.

Silindrik vint chiziqlar mashinasozlikda va qurilishda keng qo'llaniladi.

Vint chizig'iga o'tkazilgan urinmalarning barchasi uning o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislik bilan bir xil Φ burchak hosil qiladi (7.23,a-shakl). Shuning uchun silindrik vint chiziqni *bir xil qiyalikdagi chiziq* deyiladi.

Silindrik vint chizig'iga o'tkazilgan urinmalarning H tekislikdagi izlarining

geometrik o'rni silindrik *sirt asosining evolventasi* bo'ladi. Asos aylanasi esa *evoljuta* hisoblanadi.

Agar silindr sirtidagi boshlang'ich A_0 nuqtaning ilgariylanma va aylanma harakati o'zaro proporsional bo'lmasa, o'zgaruvchi qadamli vint chiziq xosil bo'ladi.

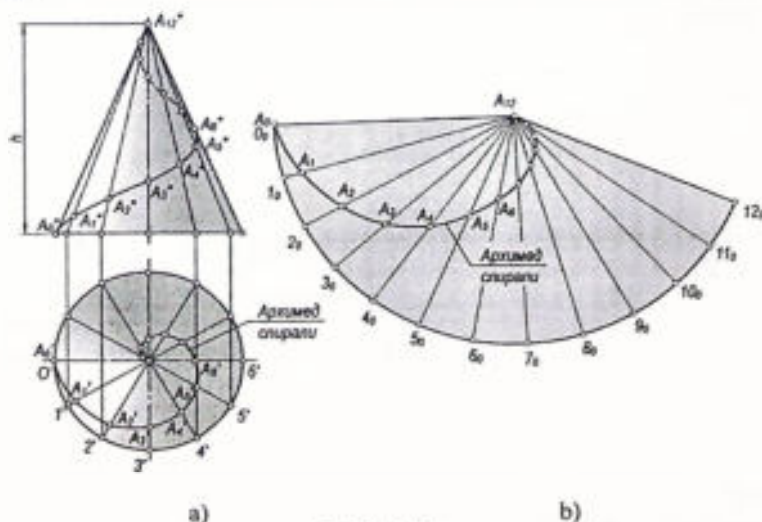
7.10.2. Konus vint chizig'i

Ta'rif. To'g'ri doiraviy konus sirtidagi A nuqta ilgariylanma va aylanma harakat qilsa, unda A nuqta konus sirtiga fazoviy vint chiziq chizadi. Bu chiziq *konus vint chizig'i* deb yuritiladi.

Nuqtaning konus yasovchisi buylab harakati shu yasovchining aylanish burchagiga proporsionaldir. 7.24,a-shaklda konusning 12 ta yasovchilarining holatlari chizilgan va ularga nuqtalarning holatlari mos ravishda belgilangan. A nuqtaning konus sirti buylab bir marta aylanishidan hosil bo'lgan h masofa *konus vint chizig'ining qadami* deb yuritiladi.

Konus vint chizig'ining konus o'qiga parallel tekislikdagi frontal proeksiyasi to'liq balandligi kamayuvchi sinusoidaga o'xshash egri chiziq bo'ladi. Uning konus o'qiga perpendikulyar tekislikdagi proeksiyasi Arximed spirali bo'ladi.

7.24,b-shaklda aylanma konus yoyilmasi va unda konus vint chizig'ining yoyilmadagi holati yasalgan. Bu chiziq yoyilmada Arximed spirali ko'rinishida bo'ladi.



7.24-shakl.

Nazorat savollari

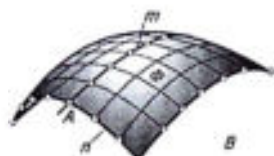
1. Tekis va fazoviy egri chiziqlarning farqi nimada?
2. Egri chiqqa urinma deb nimaga aytiladi.
3. Egri chiziqning egriligi deb nimaga aytiladi?
4. Egri chiziqning evolyutasi deb nimaga aytiladi?
5. Egri chiziqning biror nuqtasida unga normal qanday o'tkaziladi?
6. Tekis egri chiziqlarning maxsus nuqtalarini aytib bering?
7. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar deb nimaga aytiladi va ularning turlarini aytib bering?
8. Silindrik va konussimon vint chiziqlari qanday xosil bo'ladi?
9. Vint chizig'ining qadami nima?
10. Qanday chiziqni geodezik chiziq deyiladi?

VIII bob. SIRTLARNING HOSIL BO'LISHI VA ULARNING TEKIS CHIZMADA BERILISHI

8.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Biror chiziqning fazodagi uzluksiz harakati natijasida sirtlar hosil bo'ladi. Sirtlarning hosil qilishning turli usullari ma'lum.

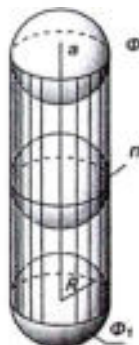
Fazoda m egri chiziq va uni A nuqtada kesib o'tuvchi n egri chiziq berilgan (8.1-shakl). Agar n egri chiziqni m egri chiziq buylab uzluksiz harakatlantirilsa, uning qator vaziyatlarining to'plamidan iborat biror $\square$ sirtni hosil bo'ladi. Bunda $\square$ sirdagi m egri chiziq sirtning yo'naltiruvchisi, n egri chiziq uning yasovchisi deb ataladi. Aksincha, n egri chiziqni yo'naltiruvchi, m egri chiziqni yasovchi sifatida qabul qilish ham mumkin. Bunda m egri chiziq n egri chiziq bo'yicha harakatlangan bo'ladi.



8.1-shakl.



8.2-shakl.



8.3-shakl.

Yasovchilarning turiga qarab egri chiziqli yasovchi hosil qilgan sirt *egri chiziqli sirt* (8.1-shakl), to'g'ri chiziqli yasovchi hosil qilgan sirt *chiziqli sirt* (8.2-shakl) deb ataladi.

Ixtiyoriy sirtni uzluksiz harakatlantirish natijasida ham sirt hosil qilish mumkin. Bunda hosil bo'lgan $\square$ sirt harakatlanuvchi $\square_1$ yasovchi sirtning har bir vaziyatida u bilan eng kamida bitta umumiy n chiziqqa ega bo'ladi. Masalan, o'zgarmas R radiusli sfera markazini (8.3-shakl) a to'g'ri chiziq bo'ylab uzluksiz harakatlantirilsa, $\square$ doiraviy silindr sirti hosil bo'ladi.

Sirt yasovchisi harakat davomida o'z shaklini uzluksiz o'zgartirib borishi yoki o'zgartirmasligi mumkin.

Sirtlar hosil bo'lish jarayoniga qarab qonuniy va qonunsiz sirtlarga bo'linadi. Sirtning hosil bo'lishi biror matematik qonunga asoslangan bo'lsa, bun-

day sirt *qonuniy sirt* deyiladi. Doiraviy silindr, konus, sfera ikkinchi tartibli va hokazo sirtlar bunga misol bo'la oladi.

Sirtning hosil bo'lishi xech qanday qonunga asoslanmagan bo'lsa, bunday sirt *qonunsiz sirt* deb ataladi. Bunga topografik (8.4-shakl) va empirik (tajriba asosida olingan) sirtlar (8.5-shakl) kiradi.

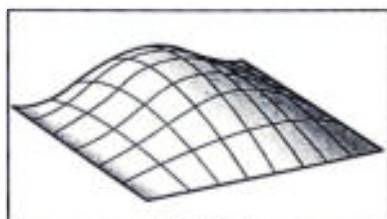
Qonuniy sirtlar o'z navbatda algebraik va transtsendent sirtlarga bo'linadi.

Algebraik tenglamalar bilan ifodalangan sirt *algebraik*, transtsendent tenglamalar bilan ifodalangan sirt *transtsendent* sirt deyiladi. Sirtlarning tartibi va klassi mavjud.

Chizma geometriyada sirtning tartibi uni tekislik bilan kesganda hosil bo'lgan kesimning tartibi bilan aniqlanadi. Biror to'g'ri chiziq orqali o'tib, sirtga uringan tekisliklar soni sirtning klassini aniqlaydi.



8.4-shakl.



8.5-shakl

Qonuniy sirtlar analitik yoki grafik usulda berilishi mumkin. Qonunsiz sirtlar faqat grafik va jadval usulida beriladi.

8.2-§. Sirtlarning berilish usullari

Chizma geometriyada sirtlar asosan analitik, kinematik va karkas usullarda beriladi.

8.2.1. Sirtlarning analitik usulda berilishi

Analitik geometriyada sirtni bitta xususiyatga ega bo'lgan nuqtalar to'plami sifatida talqin qilinadi.

Sirtidagi biror ixtiyoriy A nuqtaning x , u , z koordinatalari orasidagi bog'lanish orqali undagi hamma nuqtalarga tegishli xususiyatni ifodalovchi tenglama *sirtning tenglamasi* deyiladi.

Uch o'lchamli fazoda sirt analitik usulda berilishi mumkin.

Sirt umumiy ko'rinishdagi oshkormas funktsiya tenglamasi orqali quyidagicha beriladi:

$$F(x, u, z) = 0. \quad (1)$$

8.6,a-shakldagi sfera sirtida yotgan A nuqtaning x , u , z koordinatalari orasidagi bog'lanishni aniqlaydigan tenglama sferaning tenglamasini ifodalaydi.

Markazi koordinata boshida joylashgan sferaning tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x^2 + u^2 + z^2 - R^2 = 0. \quad (2)$$

Sirtni funktsiyaning grafigi sifatida aniqlaydigan oshkor ko'rinishda berish mumkin

$$z = f(x, u). \quad (3)$$

Sferaning tenglamasini z applikataga nisbatan

$$z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \quad (4)$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Sirt parametrlari orqali berilishi mumkin.

Sirtni $r = r(u, v)$ vektorlar orqali ifodalab, uni quyidagicha yozish mumkin:

$$x = x(u, v), u = u(u, v), z = z(u, v) \quad (5)$$

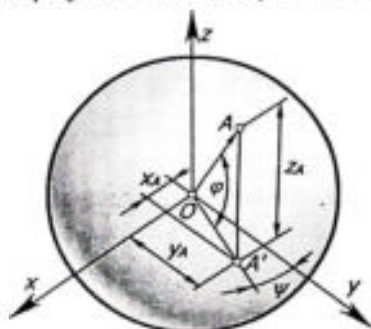
Bu tenglamalardagi u va v parametrlar bo'lib, ular (u, v) tekislikning ma'lum qismini uzluksiz bosib o'tadi.

Sferaning parametrik tenglamasi φ kenglik va ψ uzunlik (8.6-shakl) parametrlari orqali quyidagicha yoziladi:

$$\begin{aligned} x &= R \cos \varphi \cos \psi, \\ u &= R \cos \varphi \sin \psi, \\ z &= R \sin \varphi \end{aligned} \quad (6)$$

Agar (6) tenglamalar φ va ψ parametrlardan ozod qilinsa, sferaning x, u, z koordinatalar orqali ifodalangan (2) tenglamasiga ega bo'linadi.

Sirtlarning analitik usulda berilishi ularning chizmalarini kompyuterlarda chizish, sirtlarning differentsial geometrik xossalarini tekshirish, shu jumladan, ularning yoyilmalarini aniq bajarish kabi imkoniyatlarni beradi.



8.6-shakl.

8.2.2. Sirtlarning kinematik usulda berilishi

Biror chiziqliqning fazodagi uzluksiz harakatidan kinematik sirt hosil bo'ladi. Unda sirtning o'zi ham uzluksiz bo'ladi. Kinematik harakatning oddiy asosiy turlari: ilgarilanma, aylanma va bu ikki harakatning yig'indisi vintsimon harakatdir.

Ta'rif. Yasovchisining kinematik harakati natijasida hosil bo'lgan sirt **kinematik sirt** deyiladi.

Xarakatning turiga qarab, ilgarilanma harakat natijasida hosil bo'lgan sirt **tekis parallel ko'chirish sirti**, aylanma harakatdan hosil bo'lgan sirt **aylanish sirti** va vintsimon harakat natijasida hosil bo'lgan sirt **vint sirti** deb ataladi.

Chizma geometriyada, ko'pincha, sirtlarning kinematik usulda hosil bo'lishidan foydalaniladi. Kinematik sirtlarning ko'inishi uning yasovchisining shakliga va fazodagi harakat qonuniga bog'liq bo'ladi. Masalan, chiziqli sirtlarda yasovchining shakli to'g'ri chiziqli bo'ylab, uning fazodagi harakat qonunini sirtning yo'naltiruvchisi belgilaydi. Aylanish sirtlarida yasovchining shakli ixtiyoriy chiziqli bo'lib, hosil bo'lish qonuni uning ma'lum o'q atrofida aylanishidir.

Vint sirtlarda yasovchining shakli to'g'ri yoki egri chiziqli bo'lib, hosil bo'lish qonuni vintsimon (aylanma va ilgarilama) harakatdir.

Tekis parallel ko'chirish sirtlari

Ta'rif. Yasovchining ma'lum yo'naltiruvchi bo'yicha doimo o'z-o'ziga parallel ravishda harakatlanishidan hosil bo'lgan sirt **tekis parallel ko'chirish sirti** deyiladi

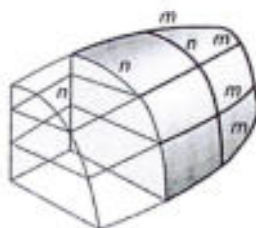
8.7-shaklda n tekis egri chiziqli yasovchining m egri chiziqli buylab doimo o'z-o'ziga parallel ravishda ilgarilanma harakatlanishi natijasida hosil bo'lgan $\square$ sirti ko'rsatilgan. Bu sirt tekis parallel ko'chirish sirtidir. n yasovchining hamma nuqtalari harakat davomida m yo'naltiruvchiga o'xshash tekis egri chiziqlar hosil qiladi.

Agar m egri chiziqli n_1 egri chiziqli bo'ylab harakatlantirilsa, uning nuqtalari ham n_1 egri chiziqliga o'xshash egri chiziqlar hosil qiladi. Bu chiziqlar nuqtalarning yo'llari deyilib, sirt ustida to'r hosil qiladi.

Kinematik sirt yasovchilarining uzluksiz harakati va sirtning o'zining uzluksizligidan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi: kinematik sirtning ixtiyoriy nuqtasidan shu sirtga yotuvchi va to'r oilalarga kiruvchi ikkita egri chiziqli o'tkazish mumkin.



8.7-shakl



8.8-shakl

Agar m yo'naltiruvchi to'g'ri chiziq bo'lsa, silindr sirti hosil bo'ladi.

Biror parabolani boshqa parabola bo'yicha tekis siljitsa, giperbolik paraboloid sirti hosil bo'ladi. Demak, bu sirtlar ham tekis parallel ko'chirish sirtlari turiga kiradi.

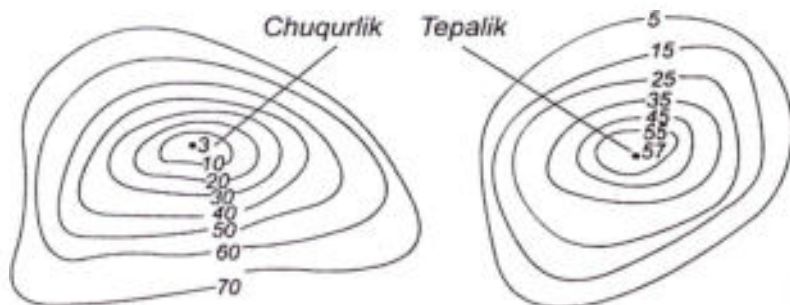
8.2.3. Sirtlarning karkas usulida berilishi

Ba'zi bir sirtlarini aniq geometrik qonuniyatlar bilan berib bo'lmaydi. Bunday sirtlar shu sirt ustida yotuvchi bir nechta nuqtalar yoki chiziqlar bilan beriladi.

Sirtning ustidagi bir necha nuqtalar yoki chiziqlar bilan berilishi uning *karkas usulida berilishi* deb yuritiladi. Sirt ustida tanlangan chiziqlar to'plami *sirtning karkaslari* deyiladi (8.8-shakl).

Sirtlarni uzluksiz karkaslar orqali hosil qilish qulaydir. Sirtlarning karkaslari fazoviy egri chiziqlar to'plamidan iborat bo'lishi mumkin. Ammo sirtlarni tekis egri chiziqlar (kesimlar) dan iborat karkaslari bilan berish qulayroqdir. Sirtlarning karkaslari bir, ikki va uch tekis kesimlari to'plamidan iborat bo'lishi mumkin (8.9-shakl). Bunda har bir to'plam sirtning asosiy karkasi bo'lib, qolganlari unga qo'shimcha karkas sifatida olinadi.

Har bir sirt bir parametrlilik tekis egri chiziqlardan tashkil topgan bo'lib, bu egri chiziqlarning joylashishi va xossalari sirtning xossalari aniq qayd etiladi.



8.9-shakl

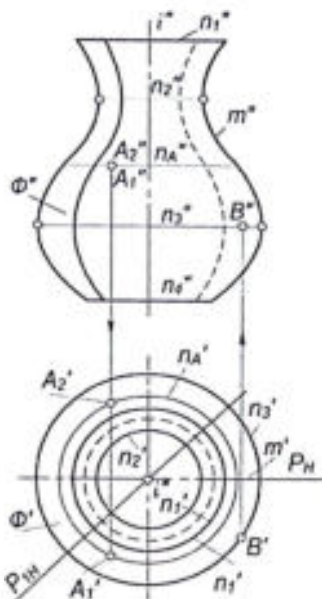
Sirt nuqtali karkas yoki chiziqli karkaslari bilan berilishi mumkin. Sirt nuqtali karkas bilan berilsa bu nuqtalar to'plami shunday tanlanishi kerakki, unga asosan sirtning va uning har bir bo'lagining ko'rinishi va shaklini tasavvur qilish mumkin bo'lsin.

8.3-§. Aylanish sirtlari

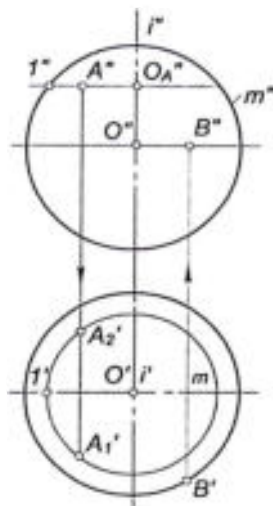
Ta'rif. Biror tekis yoki fazoviy chiziqning qo'zg'almas to'g'ri chiziq atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanish sirti** deb ataladi.

Harakatlanuvchi chiziq sirtning *yasovchisi*, qo'zg'almas to'g'ri chiziq esa uning *aylanish o'qi* deyiladi. Yasovchi va aylanish o'qi aylanish sirtning aniqlovchilarini tashkil qiladi. 8.10-shaklda $m(m', m'')$ egri chiziqning $l(l', l'')$ aylanish o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan umumiy ko'rinishdagi aylanish sirti tekis chizmada tasvirlangan. Yasovchi va aylanish o'qi ma'lum bo'lsa, aylanish sirti to'la berilgan hisoblanadi. Sirtning berilishini uning aniqlovchilari orqali $\square(m, l)$ ko'rinishida yozish mumkin.

Tekis chizmada aylanish sirti $\square'(m', l')$ va $\square''(m'', l'')$ proektsiyalari bilan hamda aniqlovchilarning istalgan ikki proektsiyasi bilan berilgan. Aylanish jarayonida yasovchining hamma nuqtalari aylanalar bo'yicha harakat qilib, bu aylanalar sirtning *parallellari* deyiladi. Aylanish o'qidan o'tgan barcha tekisliklar *meridian tekisliklari*, ularning aylanish sirti bilan kesishish chiziqlari esa *sirtning meridianlari* deyiladi. Sirtning barcha meridianlari kongruent bo'ladilar. Frontal meridian tekisligi *bosh meridian tekisligi* hisoblanib, uning sirt bilan kesishish chizig'i *bosh meridian chizig'i* yoki sirtning *frontal ocherki* deb ataladi. 8.10-shakldagi umumiy ko'rinishdagi aylanish sirtning aylanish o'qi gorizontaal proektsiyalar tekisligi N ga perpendikulyar joylashganligi uchun sirtidagi parallellarning $(n_1'', n_2'', n_3'', \dots)$ frontal proektsiyalari to'g'ri chiziq kesmasi ko'rinishida, gorizontaal proektsiyalari esa haqiqiy kattalikda, ya'ni aylana ko'rinishida tasvirlanadi. Tekis chizmada $P(P_{11})$ bosh va $P_1(P_{11})$ oddiy meridian tekisliklari hosil qilgan meridian kesimlari ko'rsatilgan. Bosh meridian V ga parallel bo'lganligi uchun uning frontal proektsiyasi o'zining haqiqiy kattaligiga teng bo'ladi.



8.10-shakl



8.11-shakl

Agar parallelning bosh meridian bilan kesishish nuqtasidan bosh meridianga o'tkazilgan urinma aylanish o'qiga parallel bo'lsa, bu parallel *ekvator yoki buyin chizig'i* deyiladi. Bu parallel ikki en qo'shni parallellardan katta bo'lsa, *ekvator*, agar ulardan kichik bo'lsa, *buyin chizig'i* deyiladi. Demak, biror aylanish sirtida bir necha ekvator va buyin chiziqlari bo'lishi mumkin. 8.10-shakldagi aylanish sirtida parallellardan $n_2(n_2', n_2'')$ buyin, $n_3(n_3', n_3'')$ esa ekvator chizig'i hisoblanadi.

Boshqa sirtlar singari aylanish sirti ham cheksiz ko'p nuqtalar to'plamidan iboratdir. Bu nuqtalarni to'la to'kis chizmada tasvirlab bo'lmaydi. Shuning uchun ham H va V ga perpendikulyar qilib aylanish sirtiga urinma silindrlar o'tkaziladi. urinma silindrlarning N bilan kesishish chizig'i sirtning *gorizontal ocherki*, V bilan kesishish chizig'i esa uning *frontal ocherki* deyiladi. Aylanish sirtlari, ko'pincha, o'zining gorizontal va frontal ocherklari bilan tasvirlanadi. 8.10-shakldagi aylanish sirtning frontal ocherki bosh meridian m'' va n_1'' , n_4'' parallellari bilan, gorizontal ocherki n_2' va n_3' parallellari bilan tasvirlangan.

Gorizontal va frontal ocherklar sirt proektsiyalarining ko'rinadigan va ko'rinmaydigan qismlarini aniqlashga ham yordam beradi.

Parallellar yordamida sirt ustida nuqtalarning proektsiyalari topiladi. Masalan, aylanish sirtiga tegishli A_1 va A_2 nuqtalarning frontal proektsiyalari A_1'' va A_2'' larning 8.10-shakl gorizontal proektsiyalari A_1' va A_2' n_4 parallelning gorizontal proektsiyasi n_4' da aniqlangan.

Ekvator yotuvchi B nuqtaning gorizontal B' proektsiyasi berilgan. Uning

B'' frontal proektsiyasi ekvatorning n_3'' frontal proektsiyasida bo'ladi.

Aylanish sirtlari mashinasozlikda va qurilish amaliyotida keng qo'llaniladi. Chunki, ko'pchilik mexanizmlar aylanma harakat qiladi va aylanish sirtlari esa stanokda osongina yasaladi.

Sirtning eng katta paralleli uning *ekvatori* va eng kichik paralleli uning *bo'yini* deb ataladi.

Loyihaladigan mashina mexanizmlarining vazifasi, unga quyiladigan texnik talablar va shakliga qarab, aylanish sirtining yasovchisi tanlanadi.

8.3.1. Ikkinchi tartibli aylanish sirtlari

Ta'rif. Ikkinchi tartibli egri chiziqlarning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **ikkinchi tartibli aylanish sirtlari** deyiladi.

Ikkinchi tartibli aylanish sirtlaridan quyidagilarni ko'rib chiqamiz.

Sfera

Ta'rif. Aylananing o'z diametrlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **sfera** deb ataladi.

8.11-shaklda tasvirlangan sfera ustidagi A nuqtaning A'' frontal va B nuqtaning B' gorizontal proektsiyalari berilgan. A nuqtaning A_1' va A_2' gorizontal proektsiyalarini yasash uchun u orqali $O_A''l$ radiusli parallel o'tkaziladi. A nuqtaning gorizontal proektsiyalari ana shu parallelning gorizontal proektsiyasida yotadi. A nuqta sferaning oldingi yoki orka yarmida joylashgan bo'lishi mumkin. Shuning uchun uning gorizontal proektsiyalari A_1' va A_2' nuqtalar parallelning gorizontal proektsiyasida topiladi. B nuqta sfera ekvatorida yotganligi uchun uning B'' frontal proektsiyasi bir qiymatli bo'lib, u ekvatorning frontal proektsiyasida topiladi.

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan sferaning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

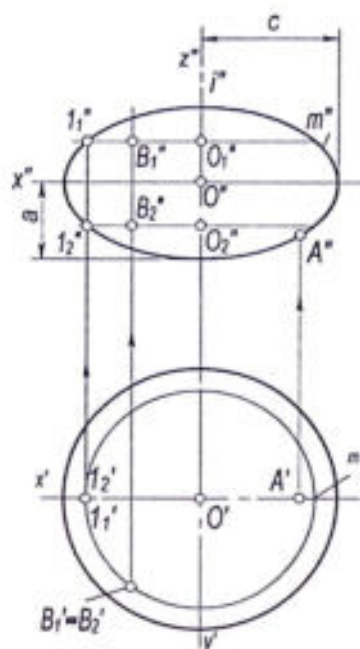
$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, R \neq 0$$

Markazi ixtiyoriy $A(x_1, y_1, z_1)$ nuqtada bo'lgan sfera tenglamasi

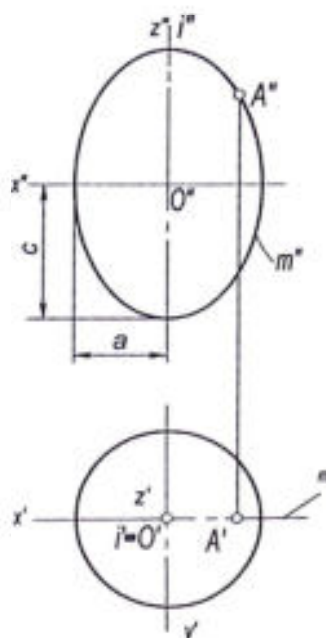
$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = R^2 \quad \text{bo'ladi.}$$

Aylanma ellipsoid sirt

Ta'rif. Ellipsning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanma ellipsoid** deyiladi.



8.12-shakl.



8.13-shakl.

Bunda $m(m', m'')$ – ellips va $i(i', i'')$ aylanish o'qi y ellips o'qi bilan ustma-ust tushadi va sirt $\Phi(i, m)$ ko'rinishda yoziladi.

Ellipsning kichik o'qi atrofida aylanishidan *siqiq aylanma ellipsoid* (8.12-shakl), katta o'qi atrofida aylanishidan *cho'ziq aylanma ellipsoid* hosil bo'ladi (8.13-shakl). 8.12- va 8.13-shakllarda ellipsoidlar ustida berilgan A va B nuqtalarning bitta proektsiyasi bo'yicha ularning etishmaydigan proektsiyalarini yasash ko'rsatilgan. Nuqtalarning etishmaydigan proektsiyalari parallel, meridian va proektsion bog'lanish chiziqlari yordamida aniqlangan.

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan va katta o'qi aylanish o'qi bo'lgan ellipsning aylanishidan hosil bo'lgan aylanish ellipsoidining kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi: $\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$. Bunda $c \neq a$ bo'ladi.

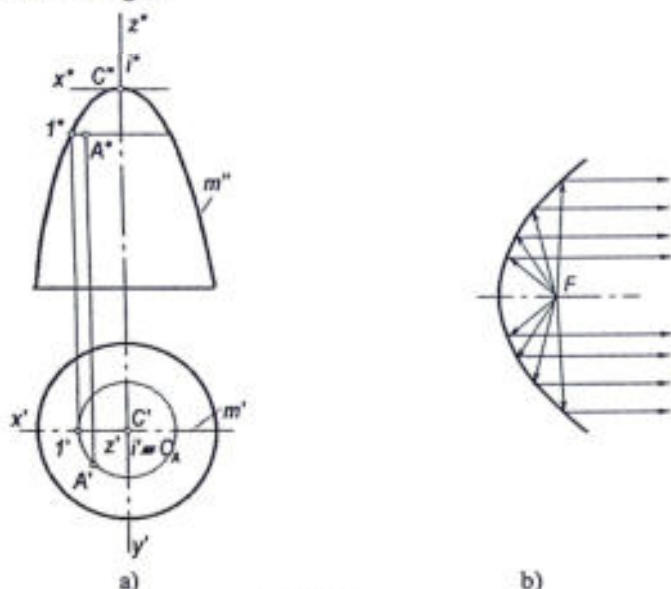
Er sharining shakli siqilgan ellipsoid – geoidni eslatadi.

Aylanma paraboloid sirt

Ta'rif. Parabolaning o'z o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanma paraboloid** deyiladi.

8.14-shaklda $m(m', m'')$ parabolani $i(i', i'')$ o'qi atrofida aylanishidan hosil

bo'lgan $\Phi(f, m)$ aylanma paraboloidning proektsiyalari berilgan va uning ustida nuqta tanlash ko'rsatilgan.



8.14-shakl

Uchi koordinatalar boshida bo'lgan va o'qi Oz bo'lgan aylanma paraboloidning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x^2 + u^2 = 2pz, \quad \text{bunda } p \neq 0.$$

Aylanma paraboloid parabolik oynalar sirti hisoblanib, projektorlar, parabolik antennalar va avtomobil faralari uchun ishlatiladi. Bunda parabolaning fokal xossasiga asosan parabola fokusida o'rnatilgan nur manbaidan chiquvchi nurlar parabola sirtida sinib, o'zaro parallel bo'lib qaytadi (8.14,b-shakl). Parabolaning ushbu xossasiga nur yig'ish sirlari, tovush ushlagichlar, radiolokatorlarni konstruksiyalash ham asoslangan.

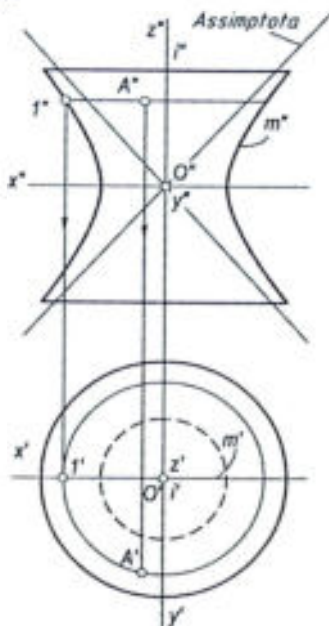
Aylanma giperboloid sirt

Ta'rif. Giperbolaning o'z mavhum yoki haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **aylanma giperboloid** deyiladi.

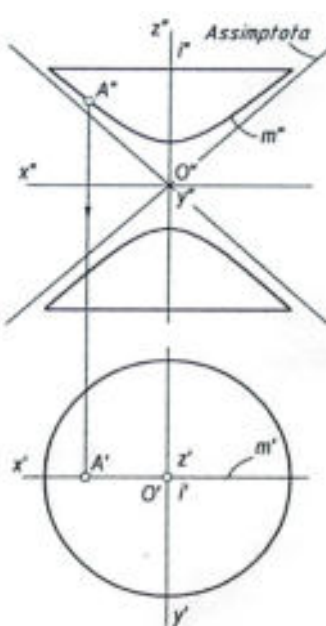
Giperbolaning mavhum o'q atrofida aylanishidan *bir pallali aylanma giperboloid* hosil bo'ladi. 8.15-shaklda $l(f', f'')$ o'qi atrofida $m(m', m'')$ giper-

bolaning aylanishidan hosil bo'lgan bir pallali $\square(l, m)$ giperboloid va uning ustida nuqta tanlash ko'rsatilgan.

Markazi koordinatalar boshida bo'lgan bir pallali aylanma giperboloidning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi: $\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$. Bunda $c \neq a$ bo'ladi.



8.15-shakl



8.16-shakl

Giperbolaning o'z haqiqiy o'qi atrofida aylanishidan *ikki pallali aylanma giperboloid* hosil bo'ladi. Bu sirt qabariq tubi bilan bir-biriga qaratilgan qozonlarni eslatadi. Bunday sirt 8.16-shaklda tasvirlangan. $\square(l, m)$ ikki pallali giperboloid ustida A nuqtaning proektsiyalari ko'rsatilgan. Ikki pallali aylanma giperboloidning tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

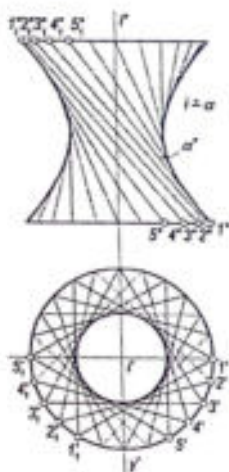
$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1. \text{ Bunda } c \neq a \text{ bo'ladi.}$$

8.3.2. To'g'ri chiziqning aylanishidan hosil bo'lgan ikkinchi tartibli aylanish sirtlari

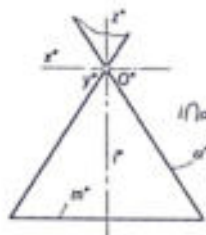
To'g'ri chiziqni biror to'g'ri chiziq atrofida aylanishidan ham 2-tartibli aylanish sirti hosil bo'lishi mumkin.

1. Aylanish o'qi $l(l', l'')$ atrofida u bilan ayqash $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning

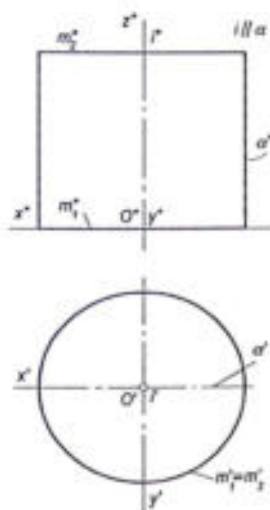
aylanishi natijasida bir pallali aylanma giperboloid sirti $\Phi(i, a)$ hosil bo'ladi (8.17-shakl).



8.17-shakl



8.18-shakl



8.19-shakl

2. Yasovchi a to'g'ri chiziq aylanish o'qi i bilan kesishsa, ikkinchi tartibli aylanma konus sirti $\Phi(i, a)$ hosil bo'ladi (8.18-shakl).

Uchi koordinata boshida bo'lgan aylanma konus sirtining kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$$

3. $a(a', a'')$ yasovchi to'g'ri chiziq $l(l', l'')$ o'qqa parallel bo'lsa, ikkinchi tartibli aylanma silindr sirti $\Phi(i, a)$ hosil bo'ladi (8.19-shakl).

Bu silindrning tenglamasi $x^2 + y^2 = R^2$ bo'ladi. R miqdor a va i to'g'ri chiziqlar orasidagi masofadir.

Bir pallali giperboloid, konus, silindr sirtlari ham aylanish, ham chiziqli sirtlar turiga kiradi.

8.3.3. Tor sirti

Ta'rif. Biror aylananing shu aylana tekisligida yotuvchi, ammo aylana markazidan o'tmaydigan, ixtiyoriy i o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt **tor sirti** deyiladi.

Yasovchi m aylana radiusi r va aylana markazidan i o'qqacha bo'lgan R masofalarning o'zaro nisbatiga ko'ra tor sirtlari turlicha bo'ladi.

- $r < R$ bo'lganda yasovchi $m(m', m'')$ aylana aylanish o'qi $i(i', i'')$ ni kesmaydi va hosil bo'lgan tor ochiq tor yoki halqa deyiladi (8.20,a-shakl).
- $r = R$ bo'lganda yasovchi $m(m', m'')$ aylana aylanish o'qi $i(i', i'')$ ga urinadi. Bunday tor yopiq tor deb ataladi (8.20,b-shakl).
- $r > R$ bo'lganda yasovchi $m(m', m'')$ aylana aylanish o'qi $i(i', i'')$ ni kesadi. Bu holda xosil bo'lgan tor ham yopiq tor deyiladi (8.20,v-shakl).

Tor sirtning aniqlovchilari i aylanish o'qi va m yasovchi aylana bo'ladi va $\square(i, a)$ tarzida yoziladi.

Ixtiyoriy tekislik tormi 4-tartibli egri chiziq bo'yicha kesadi, shuning uchun tor 4-tartibli sirtidir.

Markazi koordinatalar boshida va $r=R$ bo'lgan tor sirtining tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$(z^2 + x^2 + y^2)^2 - 4R^2(x^2 + y^2) = 0.$$

8.4-§. Ikkinchi tartibli umumiy sirtlar

Ikkinchi tartibli umumiy sirtlarning kanonik tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi.

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Iz + k = 0.$$

Agar bu tenglamaning har ikkala tomonini o'nta koeffitsientlardan birortasiga, masalan, k koeffitsientiga bo'linsa, $\frac{A}{k}, \frac{B}{k}, \frac{C}{k}, \dots$ kabi 9 ta nisbat hosil bo'ladi. Bularning har biri ikkinchi tartibli sirtning parametrlari bo'la oladi. Demak, ikkinchi tartibli sirt 9 ta nuqta orqali berilishi mumkin.

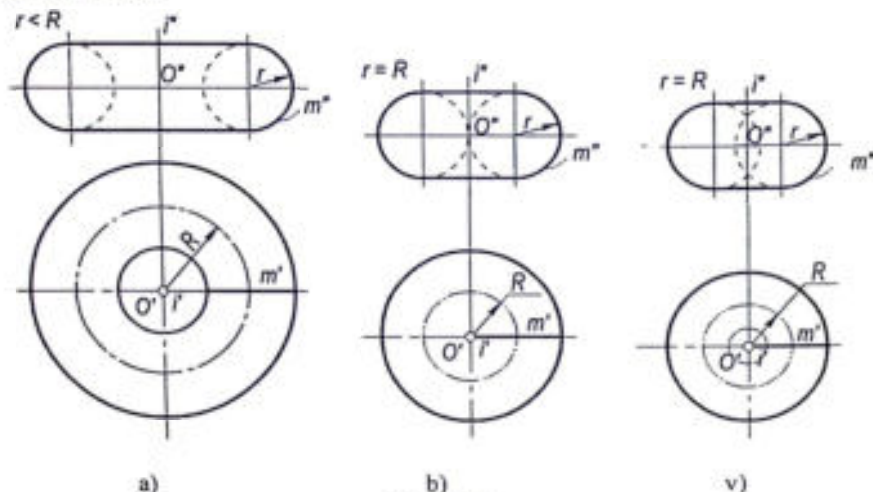
Ikkinchi tartibli umumiy sirtlarning grafik tarzida berilishi va ularni aniqlovchi geometrik parametrlar 8.1-jadvalda keltirilgan. Ikkinchi tartibli umumiy sirtlardan uch o'qli ellipsoid, bir pallali va ikki pallali giperboloidlar markaziy sirtlarga kiradi. Qolgan barcha sirtlar markazsizdirlar. Markaziy sirtlar uchta simmetriya tekisligiga ega. Ularning simmetriya tekisliklari $y=0$ (xOz), $x=0$ (yOz) va $z=0$ (xOy) koordinata tekisliklari bo'ladi. Markaziy sirtlarning bu tekisliklar bilan kesishuvidan hosil bo'lgan kesim ularning *bosh kesimlari* deb yuritiladi. Simmetriya tekisligiga parallel bo'lgan tekisliklardagi kesimlarni sirtlar tenglamasidan foydalanib va kesimlarning o'xshashligiga asosan osongina yasash mumkin.

Ikkinchi tartibli umumiy sirtlarni o'qiga perpendikulyar tekisliklar bilan kesganda kesimda ikkinchi tartibli egri chiziqlar (ko'pgina xollarda ellipslar) hosil bo'ladi (8.1-jadval).

Ikkinchi tartibli umumiy sirtlarning tenglamalarda $a=b$ bo'lsa, ikkinchi tartibli aylanish sirtlari hosil qilinadi. Jadvalda keltirilgan 1,2,4,5,6,9 sirtlarning doiraviy kesimlari mavjuddir.

Ikkinchi tartibli umumiy sirtlar muhandislik amaliyotida keng qo'llaniladi. Shuning uchun bu sirtlarning chizma geometriyada grafik jihatdan qulay tasvirlan-

ishi o'rganiladi.



8.20-shakl.

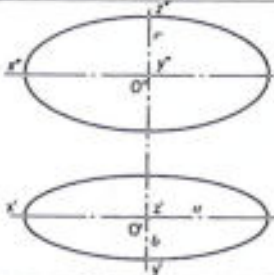
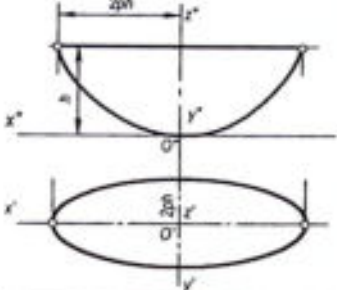
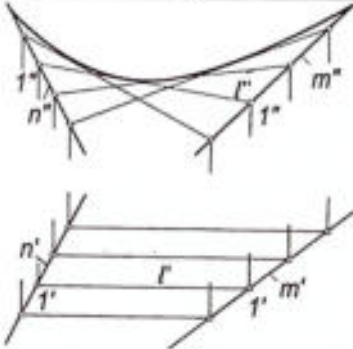
Ikkinchi tartibli umumiy sirtlarning kesimlari va geometrik xossalari boshqa murakkab sirtlarga nisbatan ko'proq o'rganilgan. Chunki bu sirtlarning hosil bo'lishi ma'lum matematik qonunga asoslangandir. Shuning uchun ikkinchi tartibli umumiy sirtlar yoki ularning ayrim bo'laklari mashinasozlikda, samolyot-sozlikda, qurilish amaliyotida, meditsina asboblari yasashda va boshqa sohalarda keng foydalaniladi.

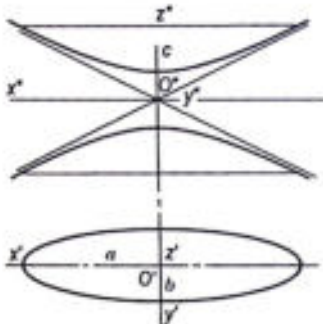
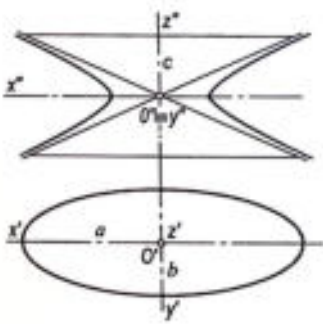
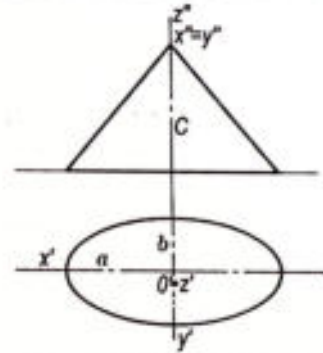
8.5-§. Chiziqli sirtlar

Ta'rif. To'g'ri chiziqning fazoda berilgan uchta (m , n va l) yo'naltiruvchi chiziqlarni kesib o'tib, uzluksiz harakatlanishidan hosil bo'lgan sirt **chiziqli sirt** deyiladi.

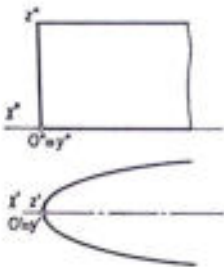
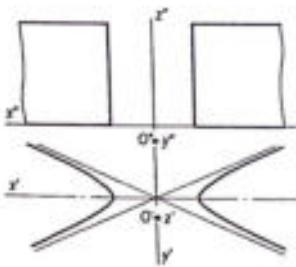
Bu sirtni uch yo'naltiruvchi chiziqli sirt deb yuritiladi. Bu chiziqli sirt aniqlovchi parametrlar orqali $\square(m, n, l)$ ko'rinishda yoziladi.

8.21,a-shaklda umumiy holdagi chiziqli sirtni hosil qilish ko'rsatilgan. Chiziqli sirtning bunday umumiy holi qiyshiq *silindr* deyiladi. 8.21,b-shaklda qiyshiq silindrning yaqqol tasviri ko'rsatilgan.

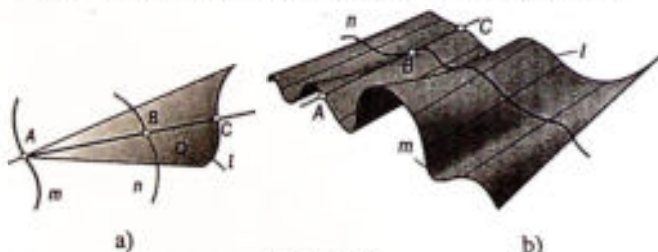
№	Nomi	Monj chizmasidagi tasviri	Analitik berilishi
1	Uch o'qli ellipsoid		$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ $a > c > b \quad c > a > b$ $a > b > c \quad b > a > c$ $c > b > a \quad b > c > a$
2	Elliptik paraboloid		$\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{p} = 2z$ $p > q$ yoki $p < q$
3	Giperbolik paraboloid		$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{p} = 2z$ $p > q$ yoki $p < q$

№	Nomi	Monj chizmasidagi tasviri	Analitik berilishi
4	Ikki pallali giperboloid		$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ $0 < c < \infty$ $a \neq b$
5	Bir pallali giperboloid		$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ $0 < c < \infty$ $a \neq b$
6	Elipitik konus		$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ $0 < c < \infty$ $a > b$

№	Nomi	Monj chizmasidagi tasviri	Analitik berilishi
7	Giperbolik konus		$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ $a > b$ $0 < c < \infty$
8	Parabolik konus		$x^2 - 2py = z^2$ $p \neq 0$
9	Elliptik silindır		$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $z = h$ $a \geq b$

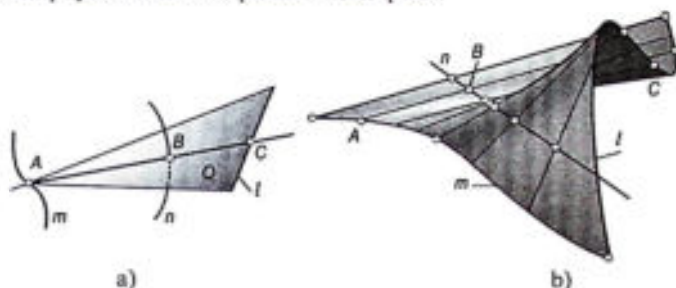
№	Nomi	Monj chizmasidagi tasviri	Analitik berilishi
10	Parabolik silindr		$y'^2 = 2px$ $z = h$ $p \neq 0$
11	Giperbolik silindr		$\frac{x'^2}{a^2} - \frac{y'^2}{b^2} = 1$ $z = h$ $a \neq 0, b \neq 0$

Bu sirtning hosil bo'lish jarayoni quyidagichadir. m , n va l egri chiziqli yo'naltiruvchilar berilgan bo'ladi m chiziqda ixtiyoriy A nuqta tanlaymiz (8.21, a-shakl). l chiziqni yo'naltiruvchi qilib, (A, l) konus sirtini xosil qilamiz.

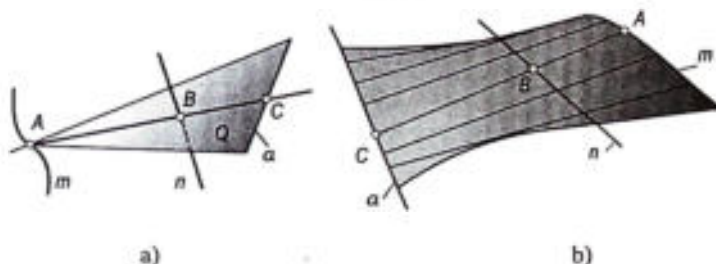


8.21-shakl

Bu konus n chiziq bilan biror B nuqtada kesishadi. A, B, C nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq uch yo'naltiruvchi sirt (qiyshiq silindr)ning yasovchilaridan biri bo'ladi. Shuningdek, m ga tegishli bo'lgan barcha nuqtalarni konuslarning uchi deb qabul qilib, l chiziq shu konuslarning yo'naltiruvchisi bo'lganda, bu konuslar n chiziq bilan kesishib, uning ustida konusga tegishli nuqtalar hosil qiladi. Bu nuqtalardan o'tuvchi chiziqlar qiyshiq silindr sirtining to'g'ri chiziqli yasovchilari to'plamini hosil qiladi.



8.22-shakl



8.23-shakl

Xususiylarda yo'naltiruvchi m, n va l egri chiziqlarning ba'zilar yoki hammasi to'g'ri chiziq bo'lishi mumkin. Bu to'g'ri chiziqlardan bironasi cheksiz uzoqlikda (xosmas) bo'lishi yoki ba'zilar nuqta ko'rinishida bo'lishi ham mumkin.

Cheksiz uzoqlikda bo'lgan to'g'ri chiziqli yo'naltiruvchining vaziyati biror tekislik bilan beriladi va sirtning barcha yasovchilari unga parallel bo'ladi. Bu tekislik *parallelizm tekisligi* deyiladi.

Cheksiz uzoqlashtirilgan nuqtaning vaziyati biror to'g'ri chiziq bilan beriladi va sirtning barcha yasovchilari uning yo'nalishiga parallel bo'ladi.

Agar fazoda ixtiyoriy biror S nuqta tanlab u orqali Φ_2 qiyshiq silindr sirtining yasovchilariga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazilsa, biror Φ_1 konus sirti xosil bo'ladi. Bu konus sirt *yo'naltiruvchi konus* deb yuritiladi. Demak, qiyshiq silindr sirtini ikki egri chiziqdan iborat yo'naltiruvchilar (m, n) va yo'naltiruvchi

konus Φ_1 bilan ham berish mumkin. Bunday holda sirtni yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi. m va n egri chiziqli yo'naltiruvchilar hamda S uchli Φ_1 yo'naltiruvchi konus berilgan bo'lsin (8.23-shakl). m chiziq ustidagi ixtiyoriy A nuqtani biror Φ_2 konusning uchi deb olib, $\Phi_2 \parallel \Phi_1$ konus yasaladi. So'ngra $\Phi_2 \cap m = B$ nuqta aniqlanadi. A va B nuqtalar to'g'ri chiziq orqali tutashtirilib, qiyshiq silindring to'g'ri chiziqli yasovchisi hosil qilinadi. A nuqtani m egri chiziq bo'yicha harakatlantirib, n chiziq ustida B nuqta singari qator nuqtalar hosil qilish mumkin. Qiyshiq silindring bu usul bilan hosil bo'lishini geometrik tomondan quyidagicha analiz qilish mumkin. Sirtning m va n egri chiziqli yo'naltiruvchilari xos chiziqlar bo'lib, ℓ yo'naltiruvchi egri chiziq cheksiz uzoqlashtirilgan bo'ladi. Cheksiz uzoqlashtirilgan ℓ yo'naltiruvchining vaziyati yo'naltiruvchi konus orqali beriladi, ya'ni sirtning har bir to'g'ri chiziqli yasovchisi m va n chiziqlarni kesib, yo'naltiruvchi konusning mos yasovchisi bilan cheksiz uzoqlikda kesishadi.

Chiziqli sirtlar yoyiladigan va yoyilmaydigan sirtlarga bo'linadi.

Ta'rif. Cheksiz yaqin turgan ikki qo'shni yasovchilar (to'g'ri chiziq) o'zaro parallel yoki kesishuvchi bo'lib, tekis element hosil kilsa, bunday chiziqli sirtlar *yoyiladigan sirtlar* deyiladi

Yoyiladigan sirtlarga konus, silindr sirtlarni misol bo'la oladi.

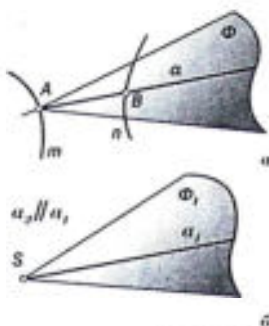
Agar cheksiz yaqin turgan ikki qo'shni yasovchi (to'g'ri chiziq) o'zaro uchrashmas vaziyatda bo'lsa, bunday chiziqli sirtlar *yoyilmaydigan sirtlar* deyiladi.

8.6-§. Yoyilmaydigan chiziqli sirtlar

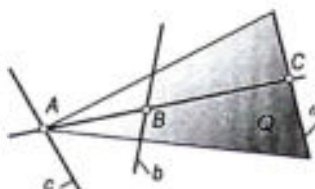
Yoyilmaydigan chiziqli sirtlarga quyidagilar kiradi:

8.6.1 Qiyshiq silindr. Qiyshiq silindr (8.23,a,b-shakl) uchala yo'naltiruvchisi ham egri chiziq ko'rinishida bo'lganda hosil bo'ladi. Uning aniqlovchilari m, n, a egri chiziqlardan iborat bo'lib $\square(m, n, a)$ ko'rinishida yoziladi. Bu sirtlarning tasviri 8.21-shaklda berilgan.

8.6.2. Ikki marta qiyshiq silindroid. Ikki marta qiyshiq silindroid (8.24,a,b-shakl) yo'naltiruvchilarning ikkitasi m, n egri chiziq va uchinchisi a to'g'ri chiziq bo'lgan hollarda hosil bo'ladi. 8.24,b-shaklda bunday sirtning yaqqol tasviri berilgan. Bu sirt aniqlovchilar bilan $\square(m, n, a)$ ko'rinishida yoziladi.



8.24-shakl



8.25-shakl

8.6.3. Ikki marta qiyshiq konoid. Ikki marta qiyshiq konoid (8.23,a,b-shakl) yo'naltiruvchilarning ikkitasi a , n to'g'ri chiziq bo'lib, uchinchi m egri chiziq bo'lgan holda hosil bo'ladi. 8.23- shaklda ikki marta qiyshiq konoidning fazoviy tasviri ko'rsatilgan. Bu sirt aniqlovchilar bilan $\square(m, a, b)$ ko'rinishida yoziladi.

8.6.4. Bir pallali giperboloid. Bir pallali giperboloid (8.25-shakl). Bu sirt yo'naltiruvchilarining uchalasi ham bir tekislikda yotmaydigan a , b , c to'g'ri chiziqlarda iborat bo'lgan holda xosil bo'ladi.

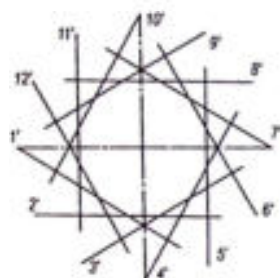
Bir pallali giperboloid sirtida ikki to'g'ri chiziqlar oilasi mavjud bo'lib, ularning har biriga mansub biror to'g'ri chiziq ikkinchi oiladagi hamma to'g'ri chiziqlarini kesib o'tadi.

Teorema. Bir pallali giperboloidning har bir nuqtasidan uning ikkita to'g'ri chiziqli yasovchisi o'tadi.

Sirtning yo'naltiruvchilari sifatida bitta oilaga mansub bo'lgan xohlagan uchta to'g'ri chiziqni qabul qilish mumkin. Sirt aniqlovchilari bilan $\square(a, b, c)$ ko'rinishida yoziladi. 8.26-shaklda bir pallali giperboloid o'zining ikki oilaga mansub bo'lgan to'g'ri chiziqli yasovchilari bilan tekis chizmasida tasvirlangan.



8.26-shakl



8.27-shakl

Bu sirt yasovchilarining xossaligidan qurilish texnikasida foydalanishni birinchi marta akademik V.G.Shuxov (1853-1939) tavsiya qilgan. Bir pallali aylanma giperboloiddan radio-machta, suv minorasi kabi inshootlarni konstruksiyalashda foydalanilgan. Bu konstruksiyalar o'zining mustahkamligi va engilligi tufayli qurilish texnikasida keng tarqalgan. 1921 yili Moskvada Shuxov loyihasi asosida 160 metrli 6 sektsiyalı (6 ta giperboloid) radio-machta qurildi (8.27-shakl). Hozirgi kunlarda ham bu sirtidan qurilish amaliyotida keng foydalaniladi.

8.6.5. Silindroid. Ikki yo'naltiruvchi m, n xos egri chiziq bo'lib, uchinchi a cheksiz uzoqlashtirilgan, ya'ni xosmas a_{∞} to'g'ri chiziq bo'lsa, hosil bo'lgan chiziqli sirt *silindroid* deyiladi. Silindroid ikki marta qiyshiq silindroidning xususiy holdir. Sirtning hamma to'g'ri chiziqli yasovchilari xosmas to'g'ri chiziqli yasovchining vaziyatini aniqlaydigan parallelizm tekisligiga parallel bo'ladi. silindroidni aniqlovchilari bilan $\square(m, n, a_{\infty})$ yoki $\square(m, n, P)$ ko'rinishda yozish mumkin.

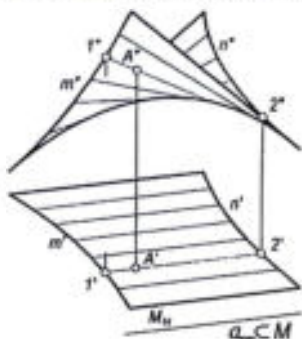
8.28-shaklda m va n yo'naltiruvchilari egri chiziqlar va gorizontal proektsiyalovchi parallelizm tekisligi $M(M_H)$ bilan berilgan silindroid sirti chizmasida tasvirlangan. Silindroid sirti ustidagi ixtiyoriy $A(A', A'')$ nuqtaning A' proektsiyasiga asosan uning iuvinchi A'' proektsiyasi vaziyatini aniqlash uchun

shu nuqta orqali sirtning parallelizm tekisligiga parallel bo'lgan yasovchisi o'tkaziladi. So'ngra yasovchining ikkinchi proektsiyasi va uning ustida berilgan A nuqtaning A'' proektsiyasi yasalanadi.

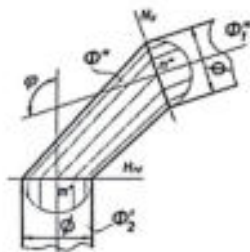
Silindroid sirtlari mashinasozlikda va qurilish amaliyotida keng qo'llaniladi. Truboprovodlarning o'tish qismlarini ulash konstruksiyalarida (8.29-shakl), plug agdarchilari sirtlarini hosil qilishda, ba'zi bir gumbaz va arkalarni loyihalashda (8.30-shakl) silindroidlardan foydalanish mumkin.

8.29-shaklda bir xil diametrli va o'qlari ϕ burchak hosil kiluvchi $\square_1$ va $\square_2$ aylanma silindrlarning $\square$ silindroid sirti orqali birlashtirilishi chizmada tasvirlangan. Bunda H_{IV} va N_V tekisliklarda yotuvchi m va n aylanalar-silindroid sirtining yo'naltiruvchilari, V tekislik uning parallelizm tekisligidir. Bu silindroid sirtining chizmasini yasash qulay bo'lishi uchun m va n yo'naltiruvchilarni teng 12 bo'lakka bo'lish yo'li bilan sirtning yasovchilari o'tkazilgan.

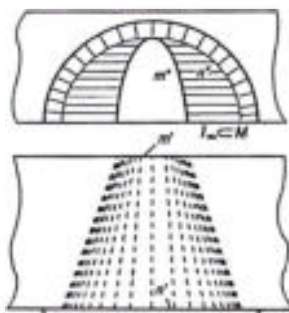
8.30-shaklda $n(n', n'')$ aylana va $m(m', m'')$ ellips yo'naltiruvchilari proektsiya tekisliklariga nisbatan frontal joylashgan hamda N tekislik parallelizm tekisligi bo'lgan silindroid sirti tasvirlangan. Bu tipdagi silindroidlar tonellar, arkalar va gumbazlarni qurishda qo'llaniladi.



8.28-shakl

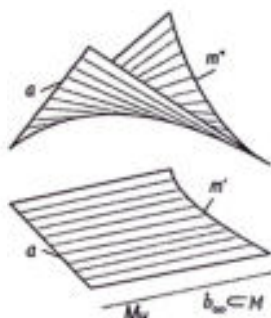


8.29-shakl

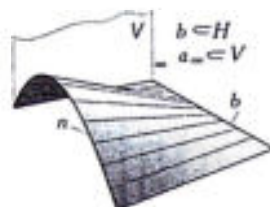


8.30-shakl

8.6.6. Konoid. Konoid ikki marta qiyshiq konoidning xususiy holi bo'lib, u to'g'ri chiziqli yo'naltiruvchilarning birini cheksiz uzoqlashtirganda hosil bo'ladi. Konoidning to'g'ri va egri chiziqli xos yo'naltiruvchilarini kesib o'tuvchi yasovchilari parallelizm tekisligiga parallel bo'ladi, ya'ni parallelizm tekisligini xosmas chizig'ini ham kesib o'tadi. 8.31-shaklda a to'g'ri chiziq va m egri chiziqli yo'naltiruvchilar hamda $M(M_H)$ parallelizm tekisligi bilan berilgan konoid chizmada tasvirlangan.



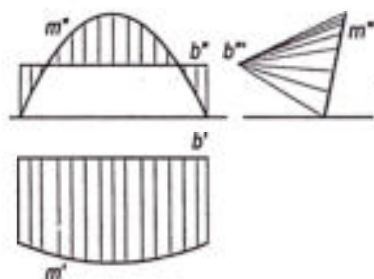
8.31-shakl



8.32-shakl

Konoid sirti aniqlovchilari bilan $\square(m, a, b_m)$ yoki $\square(m, a, M)$ ko'rinishida yoziladi. a to'g'ri chiziq ixtiyoriy vaziyatda berilishi, m egri chiziq tekis yoki fazoviy qilib olinishi mumkin. Ular bir tekislikda yotmasligi shart, aks holda sirt tekislikka aylanadi.

Agar yo'naltiruvchi a to'g'ri chiziq proektsiyalar tekisliklarining birortasiga perpendikulyar bo'lsa, hosil bo'lgan sirt *to'g'ri konoid* deb va perpendikulyar bo'lmasa, *og'ma konoid* deb yuritiladi.



8.33-shakl

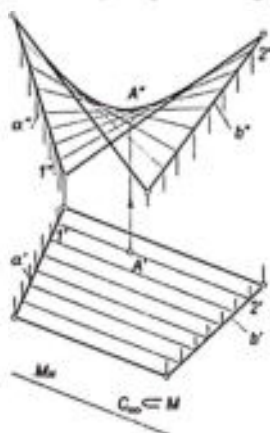
8.32-shaklda n parabola va b to'g'ri chiziqli yo'naltiruvchilari bilan berilgan

konoidning yaqqol tasviri berilgan. Bu sirt uchun V tekisligi parallelizm tekisligi vazifasini o'taydi. Konoidning bunday xususiy hollari ba'zi bino va inshootlar yopmalarida ishlatiladi.

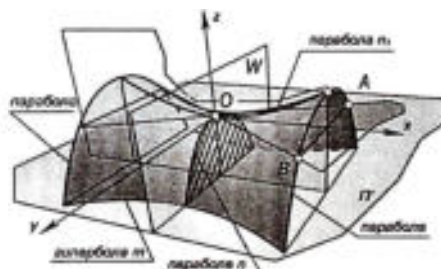
8.33-shakldagi chizmada tasvirlangan konoid YuNESKOning binosiga kirishdagi ayvonchanning sxematik ko'rinishidir. Bunda konoid sirtini hosil qiluvchi aniqlovchilar b to'g'ri chiziqlik va n egri chiziqlik bo'lib, uning tekisligi W ga perpendikulyardir.

8.6.7. Giperbolik paraboloid. Qiyshiq tekislik sirti - giperbolik paraboloid. Giperbolik paraboloid sirti bir pallali giperboloid sirtining xususiy holi bo'lib, bunda to'g'ri chiziqlik yo'naltiruvchilarning bittasi cheksiz uzoqlashtirilganda (xosmas to'g'ri chiziqlik) hosil bo'ladi. Giperbolik paraboloid sirti aniqlovchilar bilan $\square(a, b, c_\infty)$ yoki $\square(a, b, M)$ ko'rinishida yoziladi. Bu sirt 8.34-shaklda tasvirlangan. Giperbolik paraboloid sirtini biror parabolaning ikkinchi parabola bo'yicha harakatlanishidan ham hosil qilish mumkin.

8.35-shaklda tasvirlangan giperbolik paraboloid sirti n parabolaning yOz tekisligiga parallel bo'lib, uchi doim n_1 parabola bo'yicha harakatlanishidan hosil bo'lgan yoki bu sirt xOy tekisligiga parallel tekisliklardagi m giperbolalarning karkasidan hosil bo'lgan deyish ham mumkin. Shunga ko'ra bu sirt n giperbolik paraboloid yoki parabolik giperboloid deb yuritiladi.



8.34-shakl



8.35-shakl

Bu sirtning kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z, \text{ bunda } p \neq q. \quad (1)$$

Tenglamadan ko'rinishicha, bu sirt ikkinchi tartiblidir.

Darhaqiqat, (1) sirtning xOz ($y=0$) va yOz ($x=0$) tekisliklar bilan kesishganda hosil bo'lgan bosh kesimlari quyidagi parabolalar bo'ladi.

$$x^2 = 2pz \quad (2)$$

$$u^2 = 2qz \quad (3)$$

Sirtini $xOy(z=0)$ tekislik bilan kesganda

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 0 \quad (4)$$

tenglama hosil bo'ladi. Bu esa quyidagi ikki to'g'ri chiziqni ifodalaydi:

$$\frac{x}{\sqrt{p}} + \frac{y}{\sqrt{q}} = 0 \quad \text{va} \quad \frac{x}{\sqrt{p}} - \frac{y}{\sqrt{q}} = 0$$

Sirtini xOy tekisliklariga parallel, ya'ni $z=h$ tekisliklar bilan kesganda, kesimda

$$\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2h \quad (5)$$

giperbola hosil bo'ladi.

Giperbolik paraboloid sirtidan qurilish amaliyotida, arxitektura binolari va inshootlarining yopmalari sifatida keng foydalaniladi.

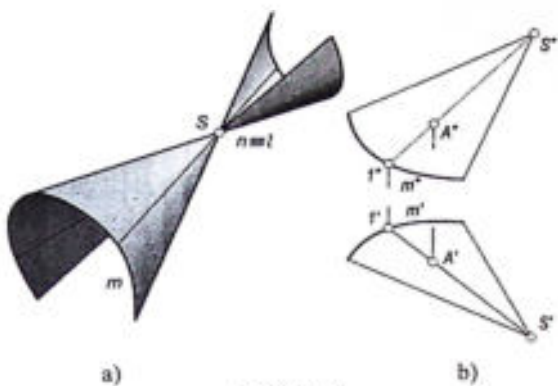
Parallelizm tekisligiga ega bo'lgan sirtlarni Belgiyalik geometr olim nomi bilan *Katalan sirtlari* deb yuritildi.

8.7-§. Yoyiladigan chiziqli sirtlar

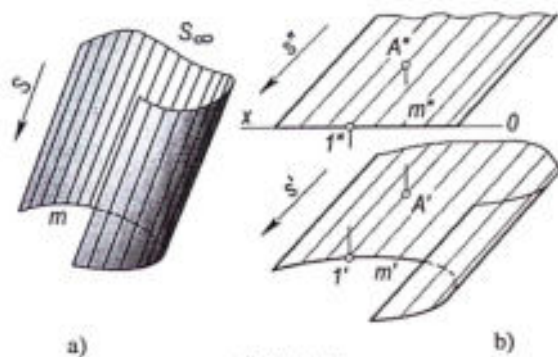
Ta'rif. Cheksiz yaqin yasovchilari o'zaro kesishgan yoki o'zaro parallel bo'lgan sirt **yoyiluvchi sirt** deyiladi.

Uch yo'naltiruvchi sirtning m, n, l yo'naltiruvchilardan n va l nuqta bo'lib, ular ustma-ust tushsa, yasovchilari uning konus sirtini hosil qiladi (8.36,a-shakl). Shuning uchun konus m egri chiziq va S nuqta bilan beriladi. Uning aniqlovchilari $\square(m, S)$ bo'ladi. 8.36,b-shaklda $m(m', m'')$ yo'naltiruvchi va $S(S', S'')$ uchi bilan berilgan konusning tekis chizmada berilishi va sirtida nuqta tanlash ko'rsatilgan.

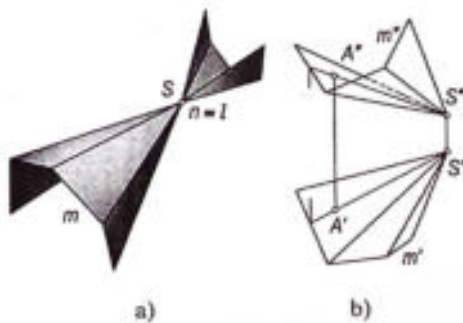
Agar S nuqtani biror s yo'nalishda cheksiz uzoqlashtirilsa, m egri chizig'ini kesib o'tuvchi to'g'ri chiziqlar (yasovchilar) s yo'nalishiga parallel bo'lib qoladi. Konusning bu xususiy holi *silindr* deb yuritiladi (8.37,a-shakl). 8.37,b-shaklda silindrning tekis chizmada berilishi ko'rsatilgan. Demak, silindr o'z yo'naltiruvchisi va yasovchisining yo'nalishi bilan beriladi: 8.36,a-shakldagi m yo'naltiruvchi siniq chiziq bo'lsa, hosil bo'lgan sirt piramida (8.38,a-shakl) deb yuritiladi. 8.38,b-shaklda piramidaning ortogonal proektsiyalarda berilishi ko'rsatilgan. Agar uchi biron s yo'nalishda cheksiz uzoqlashtirilsa, piramidaning qirralari o'zaro parallel bo'lib qoladi va bu sirt *prizma* deb ataladi (8.39,a-shakl). Prizmaning chizmada berilishi 8.39,b-shaklda ko'rsatilgan.



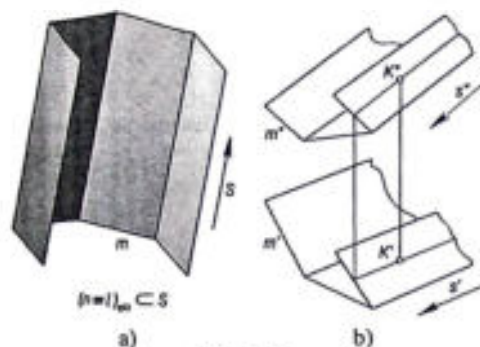
8.36-shakl



8.37-shakl



8.38-shakl



8.39-shakl

8.7.1. Qaytish qirrali yoyiladigan chiziqli sirtlar. Torslar

Ta'rif. Biror fazoviy egri chiziqqa urinib o'tuvchi chiziqlar to'plamidan hosil bo'lgan sirt **qaytish qirrali sirt** deb ataladi.

Qaytish qirrali sirtlar torslar deb ham ataladi. Bunda, fazoviy egri chiziq sirtning yo'naltiruvchisi, urinma chiziqlar esa uning yasovchilari bo'ladi (8.40-shakl). Sirtning cheksiz ikki yaqin urinma chiziqlari o'zaro kesishganligi uchun qaytish qirrali sirt yoyiluvchi bo'ladi. Tors ham 8.40-shakldagi umumiy holda berilgan chiziqli sirtning xususiy holidir. Bunda m va n egri chiziqlar ustma-ust tushadi va l cheksiz uzoqlashgan, ya'ni xosmas $l \infty$ egri chiziq bo'lib, uning vaziyati yo'naltiruvchi konus orqali beriladi. Tors sirtini yasash uchun yo'naltiruvchi konusni shunday tanlash mumkinki, bunda konusning yasovchilariga mos ravishda parallel qilib yo'naltiruvchi egri chiziqqa urinma qilib sirtning yasovchilari o'tkaziladi. Bunga yoyiluvchi gelikoid (8.41-shakl) misol bo'la oladi. Torsni to'g'ri chiziqning egri chiziqqa uzluksiz urinib harakatlanishi davomida qoldirgan izi sifatida qaraladi. Tors sirtning qaytish qirrali biror chekli nuqta bo'lganda konus sirti hosil bo'ladi. Sirtning hamma yasovchilari chekli nuqtadan o'tadi va u konusning uchi hisoblanadi.

Qaytish qirrali biror cheksiz nuqta bo'lsa, silindrik sirt hosil bo'ladi. Silindrik sirtning hamma yasovchilari o'zaro parallel bo'ladi.

8.7.2. Vint sirtlar

Biror doimiy o'qqa parallel holda ilgarilanma va shu o'qqa nisbatan aylanma harakatlar natijasida hosil bo'lgan harakat vintsimon harakat deyiladi.

Ta'rif. Biror chiziqning vintsimon harakati natijasida hosil bo'lgan sirt **vint sirti** deyiladi.

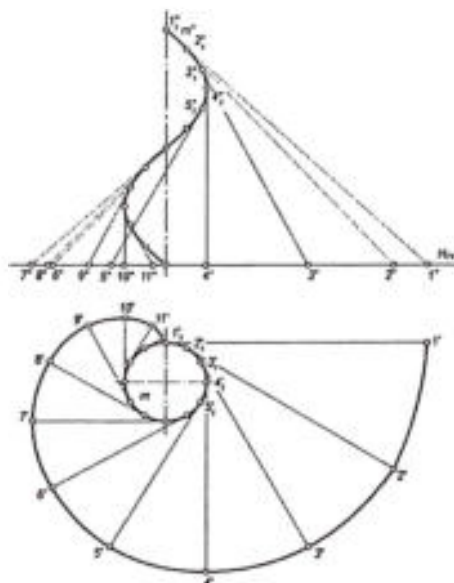
Vintsimon harakatlanuvchi chiziq sirtning yasovchisi bo'ladi. Chiziqning ilgarilanma harakati va burilish burchagi $\Delta h = k \cdot \Delta \beta$ bog'lanishda bo'ladi. Bunda Δh – yasovchining Δt vaqtidagi chiziqli va $\Delta \beta$ burchakli siljishlari, k – proportsionallik koeffitsientidir. Agar k koeffitsient o'zgarmas (yoki o'zgaruvchi) miqdor bo'lsa, o'zgarmas (yoki o'zgaruvchi) qadamli vint sirt hosil bo'ladi.

Yasovchining bir marta to'la aylanishida bosib o'tgan h masofa vint sirtining qadami deb ataladi.

Vintsimon harakat davomida yasovchining har bir nuqtasi vint chizig'ini hosil qilib, ular vint sirtining parallellari deb ataladi. Bu vint parallellarining qadami o'zaro teng bo'ladi va ayni bir vaqtda vint sirtining qadamiga ham tengdir.

Vint sirtining karkasini yasovchi egri chiziqlar oilasi va vint parallellari oilasi bilan berish mumkin.

Vint sirtini uning o'qiga perpendikulyar tekisliklar bilan kesganda hosil bo'lgan kesimlari *sirtning normallari* deyiladi. Sirt o'qidan o'tuvchi tekisliklar dastasi bilan kesganda hosil bo'lgan kesimlar *sirtning meridianlari* deb yuritiladi. Vint sirtining aniqlovchilari i – o'q, l – yasovchi va h – qadam bo'lib, $\square(i, l, h)$ yoki $\square(l, l, r)$ ko'rinishida yoziladi.



8.40-shakl

Bunda r vint sirtining parametri bo'lib, $r = \frac{h}{2\pi}$ bo'ladi.

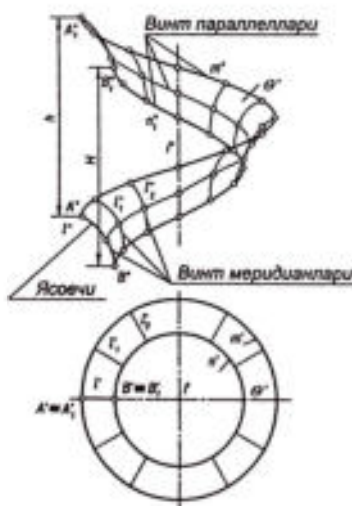
8.41-shaklda $l(l', l'')$ o'q chizig'i va u orqali o'tuvchi tekislikda yotgan $l(l', l'')$ egri chizig'i berilgan. l yasovchining vintsimon harakati natijasida hosil bo'lgan $q(q', q'')$ vint sirti chizmada tasvirlangan. l yasovchining $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ uchlari hosil qilgan vint parallellarining h qadami o'zaro tengdir.

To'g'ri chiziqning vintsimon harakati natijasida hosil bo'lgan vint sirlari *gelikoid* deb yuritiladi.

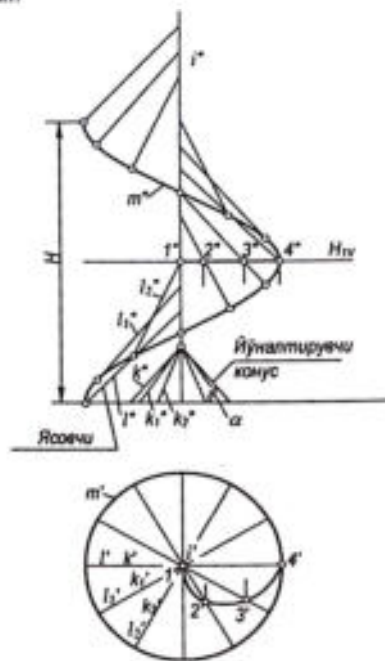
Vint sirtining yasovchi to'g'ri chizig'i uning o'qini kesib o'tsa, yopiq vint sirt va kesmasa ochiq vint sirt deb yuritiladi.

Yasovchi to'g'ri chiziq vint sirtining o'qiga perpendikulyar bo'lsa, to'g'ri va perpendikulyar bo'lmasa, og'ma vint sirt deb yuritiladi. Vint sirtining yasovchi to'g'ri chiziqlarini uning o'qiga nisbatan joylashishiga qarab arximed, evolventa va konvolyuta vint sirlari deb yuritiladi.

8.42-shaklda sirtni aniqlovchi yo'naltiruvchilar sifatida l o'q chiziq, m vint chizig'i va yo'naltiruvchi konus sirt berilgan.



8.41-shakl

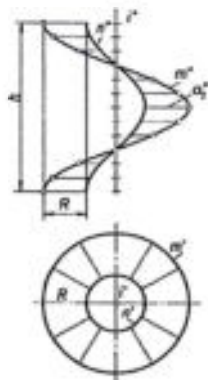


8.42-shakl

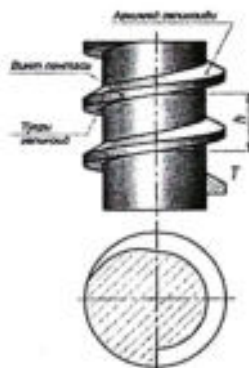
Uchinchi yo'naltiruvchining vaziyati yasovchilari gorizontaal tekislik bilan α burchak hosil qiluvchi konus orqali berilgan. Bu konus *yo'naltiruvchi konus* deyiladi. α burchak vint chizig'ining ko'tarilish burchagi β ga teng emas ($\alpha \neq \beta$). l yasovchining $-l_1, l_2, l_3, \dots$ vaziyatlari yo'naltiruvchi konusning $k_1, k_2, k_3, \dots$ yasovchilariga mos ravishda parallel o'tkazish orqali yasaladi. Bu gelikoidni uning o'qiga perpendikulyar biror gorizontaal $H_1(H_{1'})$ tekisligi Arximed spirali bo'yicha kesadi (8.42-shakl). Shuning uchun ham bu sirtni arximed vint sirti deyiladi.

Parallelizm tekisligiga ega to'g'ri gelikoid 8.43-shaklda ko'rsatilgan. U ikki silindr bilan cheklangan. Bunda, fazoviy egri chiziq sirtning yo'naltiruvchisi, urinma chiziqlar esa uning yasovchilari bo'ladi. Sirtning cheksiz ikki yaqin urinma chiziqlari o'zaro kesishganligi uchun qaytish qirrali sirt yoyiluvchi bo'ladi. Silindr yasovchilari orasidagi masofa bo'lgan R kesmaga vintsimon harakat berilsa, uning ikki uchi $m(m'n')$ va $n(n'n')$ chiziqlari hosil qiladi. Silindrlar orqali sirtidagi ana shu ikki vint chizig'i bilan cheklangan qismini *vint lentasi* deyiladi.

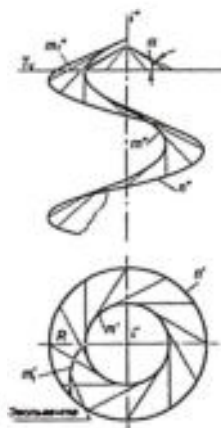
O'q tekisligida yotgan T trapetsiyaga silindr bo'ylab vintsimon harakat berilsa, u vint hosil qiladi (8.44-shakl). Bu vint Arximed gelikoidi, vint lentasi, to'g'ri gelikoidlar bilan cheklangan bo'ladi.



8.43-shakl



8.44-shakl



8.45-shakl

8.45-shaklda ochiq og'ma gelikoid tasvirlangan. Bunda yo'naltiruvchi konusning gorizontaal tekislik bilan hosil qilgan burchak vint chizig'ining (m yo'naltiruvchining) ko'tarilish burchagi β ga teng ($\alpha = \beta$). Shuning uchun ham yasovchilar hamma vaziyatlarida yo'naltiruvchi vint chizig'iga urinadi. Bunday holda yo'naltiruvchi vint chiziq qaytish qirrali bo'ladi. Hosil bo'lgan sirt esa yoyiladigan chiziqli sirtga (torsga) aylanadi. Bunday gelikoid *tors-gelikoid* deyiladi. Uning o'qiga perpendikulyar $T(T_0)$ tekislik sirt bilan $m(m_1', m_1'')$

evolventa egri chizig'i bo'yicha kesishadi. Shuning uchun bu sirtni *evolventali gelikoid ham* deb ataladi.

Agar yo'naltiruvchi konus yasovchilarining H bilan hosil qilgan burchagi vintaviy yo'naltiruvchi chiziqlarning ko'tarilish burchagiga teng bo'lmasa (ya'ni $\alpha \neq \beta$ va $\alpha \neq 90^\circ$) hosil bo'lgan vint sirti *konvolyutli gelikoid* deyiladi.

Vint sirtlari kurilish va texnikada keng qo'llaniladi. Ulardan vint, shnek, burg'u, prujina, trubina parraklarining yassi sirti, ventilyator, kema va havo vintlarining ish organlari, zinalar va hokazolarni loyihalashda foydalaniladi.

8.8-§. Siklik sirtlar

Ta'rif. Aylana markazi biror chiziq bo'ylab harakatlanishdan hosil bo'lgan sirt **tsiklik sirt** deyiladi.

Siklik sirtlarda harakatlanuvchi l aylana tsiklik *sirtning yasovchisi*, yasovchi aylananing markazi harakatlanadigan m chiziq sirtning *yo'naltiruvchi chizig'i* yoki sirtning *markazlar chizig'i* deb yuritiladi (8.46-shakl). Harakat davomida yasovchi aylananing radiusi o'zgaruvchan va o'zgarmas bo'lishi mumkin.

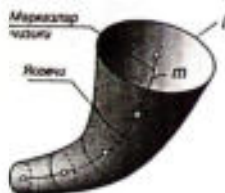
Siklik sirt aniqlovchilari bilan $\square(m, R)$ ko'rinishida yoziladi.

Siklik sirtni berish uchun uning yasovchisi markazining harakat qonuni va radiusining o'zgarish funksiyasi berilgan bo'lishi zarur. Siklik sirtlarning karkasi aylanalardan iborat.

Aylanish sirtlari ham tsiklik sirtlar turiga kiradi.

Aylanish sirtlarining o'zgaruvchi yoki o'zgarmas parallellari tsiklik sirtning yasovchilari bo'ladi. aylanish o'qi sirtning markazlar chizig'i hisoblanadi.

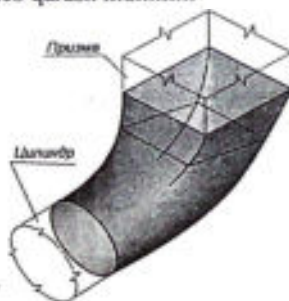
Ikkinchi tartibli aylanish sirtlarini va doiraviy kesimga ega bo'lgan umumiy holdagi ikkinchi tartibli sirtlarni ham tsiklik sirt deb qarash mumkin.



8.46-shakl



8.47-shakl



8.48-shakl

Agar yasovchi aylananing tekisligi yo'naltiruvchi m chiziqqa doim perpendikulyar bo'lsa, hosil bo'lgan sirt *naysimon sirt* bo'ladi (8.46-shakl). Naysimon sirt tsiklik sirtning xususiy holidir. O'zgaruvchan radiusli naysimon sirtni berish uchun markazlar chizig'i m va yasovchi l aylana radiusining o'zgarish qonuniyati berilgan bo'lishi zarur.

Naysimon sirt yasovchisining radiusi o'zgarmas bo'lsa, hosil bo'lgan sirtni *truba* deb yuritiladi (8.47-shakl).

Aylanma silindrni o'qi to'g'ri chiziq bo'lgan trubali sirt deyish mumkin. Sferaning vint chizig'i bo'yicha harakatidan vintli truba sirti hosil bo'ladi (8.47-shakl). Vintsimon trubali sirtga prujina misol bo'la oladi.

Siklik sirtning yana bir turi *kanal sirtidir*. Kanal sirtning shakli bir tekis uzluksiz shakli o'zgarib boruvchi yopik chiziqlarning harakatidan hosil bo'ladi.

8.48-shaklda ikkinchi tartibli silindr va to'rtburchakli prizma sirtlarini ulaydigan mufta vazifasini bajaruvchi kanal sirtning yaqqol tasviri ko'rsatilgan.

Nazorat savollari

1. Sirtlar qanday hosil bo'ladi?
2. Sirtning yasovchisi va yo'naltiruvchisi nima?
3. Sirtlarni hosil bo'lishining qanday usullari mavjud?
4. Sirtlarni hosil qilishning kinetik usulini tushuntirib bering.
5. Aylanish sirtlari nima va ularga misollar keltiring.
6. Aylanish sirtlarining xarakterli chiziqlari nimalar?
7. Chiziqli va chiziqli bo'lmagan sirtlarning farqi nimada?
8. Qanday sirtlar yoyiladigan sirtlar deyiladi?
9. Vint sirtini hosil bo'lishini tushuntirib bering.
10. Bir pallali va ikki pallali giperboloid sirtlar qanday hosil bo'ladi?
11. Siyiq va cho'ziq ellipsoidlarning farqi nimada?
12. To'g'ri chiziq kesmasini aylantirish yo'li bilan qanday sirtlar hosil bo'lishi mumkin?
13. Ikkinchi tartibli sirtlarga qanday sirtlar kiradi?
14. Sirtga tegishli bo'lgan yuzidagi nuqta qanday aniqlanadi?
15. Tor va tors sirtlarning farqi nimada?

IX bob. SIRTLARNING TEKISLIK VA TO'G'RI CHIZIQ BILAN KESISHISHI

9.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'i to'g'ri chiziq, sinq chiziq va egri chiziq tarzidagi tekis shakllardan iborat bo'lishi mumkin. Bu xol tekislik bilan qanday sirtning kesishishiga va sirt bilan tekislikning o'zaro vaziyatiga bog'liqdir.

Sirt bilan tekislikni kesishish chizig'ining shaklini uni yasashdan oldin bilish mumkin. Ana shunga ko'ra uni yasashning biror usuli tanlanadi. Agar kesishish chizig'i to'g'ri chiziq bo'lsa, uning ikki nuqtasini, sinq chiziq bo'lsa, uning sinish nuqtalari (uchlari) ni, egri chiziq bo'lsa, uning tayanch (xarakterli) va bir necha ixtiyoriy nuqtalarini topib, ular o'zaro tutashtiriladi.

Egri chiziqli sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'i, umumiy holda, egri chiziqdan iborat bo'ladi. bu chiziqni yasash uning tayanch nuqtalarini topishdan boshlanadi. Tayanch nuqtalarga sirtlarning chetki yasovchilari – ocherklariga tegishli nuqtalar va proektsiyalar tekisliklaridan eng uzoq va eng yaqin masofalar-da bo'lgan nuqtalar kiradi. Qolgan nuqtalar oraliq nuqtalar hisoblanadi.

Yuqorida kayd qilingan nuqtalar sirtga tegishli bo'lganligi sababli bu nuqtalar shu sirtning yasovchilari, karkaslari, parallellari, meridianlari va x.k. chiziqlariga ham tegishli bo'ladi. Shuning uchun sirtning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash uchun sirtning shu chiziqlari bilan tekislikning kesishish nuqtalarini topishdan iborat bo'ladi.

Chiziqli sirtning tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash uchun sirtning har bir yasovchisi bilan tekislikning kesishish nuqtalarini aniqlash lozim.

Demak, tekislikning ko'pyoqlik yoki egri chiziqli sirtlar bilan kesishish chizig'ini yasash to'g'ri chiziq yoki egri chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtalarini topishga asoslanadi.

9.2-§. Sirtlarning proektsiyalovchi tekisliklar bilan kesishishi

Odatda, kesim chizig'i konturining proektsiyalarini yasash uning tayanch nuqtalarini topishdan boshlanadi.

Agar sirtni kesuvchi tekislik proektsiyalovchi bo'lsa, kesim chizig'ining proektsiyalarini yasash soddalashadi, chunki bu holda kesishish chizig'ining proektsiyalaridan biri to'g'ri chiziq kesmasidan iborat bo'ladi.

Quyida ba'zi sirtlarning proektsiyalovchi tekisliklar bilan kesishishini ko'rib chiqamiz.

1-masala. Og'ma elliptik konusning $H_t(H_{1\varphi})$ gorizontal tekislik bilan kesishish chizig'i yasalsin (9.1-shakl).

Yechish. Konusning bir necha yasovchilari o'tkaziladi va ularning kesuvchi tekislik bilan kesishish nuqtalari belgilanadi.

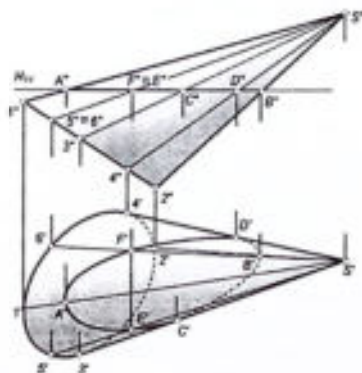
Kesishish chizig'ining $A''B''$ frontal proektsiyasi kesuvchi tekislikning

frontal izi bilan ustma-ust tushadi. $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalar kesimni o'ng va chap tomondan chegaralovchi nuqtalardir. Ularning A' va B' gorizontaal proektsiyasi ular orqali o'tuvchi $S1$ va $S2$ yasovchilarning gorizontaal proektsiyalari $S'1'$ va $S'2'$ larda bo'ladi. Konusning gorizontaal ocherk yasovchilari $S'3'$, $S'4'$ bilan H_1 tekislikning kesishish nuqtalarini yasash uchun bu yasovchilarning frontal $S''3''$ va $S''4''$ proektsiyalari bilan tekislikning $H_{1\psi}$ izining kesishish nuqtalari C'' va D'' lar belgilab olinadi. Bu nuqtalardan proektsion bog'lanish chiziqlari o'tkaziladi va ularning $S'3'$, $S'4'$ yasovchilar bilan kesishgan nuqtalari C' va D' nuqtalar topiladi.

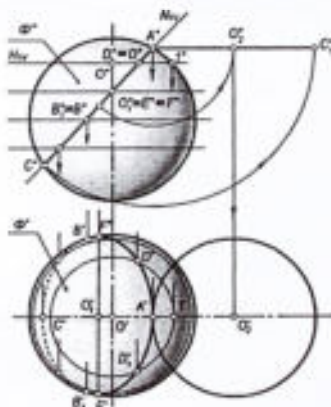
Kesimning oraliq nuqtalarini yasash uchun $A''B''$ kesmada ixtiyoriy $E'' \equiv F''$ nuqtalar belgilab olinadi. Bu nuqtalar orqali $S''5'' \equiv S''6''$ yasovchilarning frontal proektsiyalari o'tkaziladi, so'ngra ularning $S'5'$ va $S'6'$ gorizontaal proektsiyalari ustida E' va F' belgilab olinadi. Shu tarzda yana bir necha nuqtalarning gorizontaal proektsiyalari yasaladi.

Gorizontaal proektsiyada kesimning ko'rinishligi quyidagicha aniqlanadi. Konusning $4'$, $6'$, $1'$, $5'$ va $3'$ nuqtalaridan o'tgan yasovchilarga tegishli D' , F' , A' , E' va C' nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ko'rinmaydi. Shunga asosan kesimning D' , F' , A' , E' , C' qismi uzluksiz tutash chiziq bilan, D' , B' , C' qismi esa shtrix chiziq bilan tekis tutashtiriladi.

2-masala. Sferaning N frontal proektsiyalovchi tekislik bilan kesishuv chizig'i proektsiyalari yasalsin (9.2-shakl).



9.1-shakl.

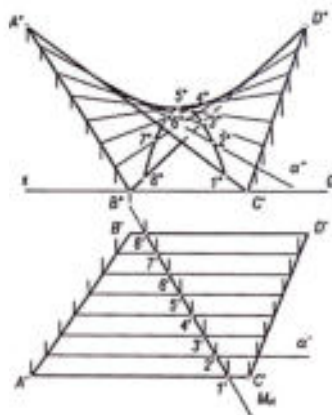


9.2-shakl.

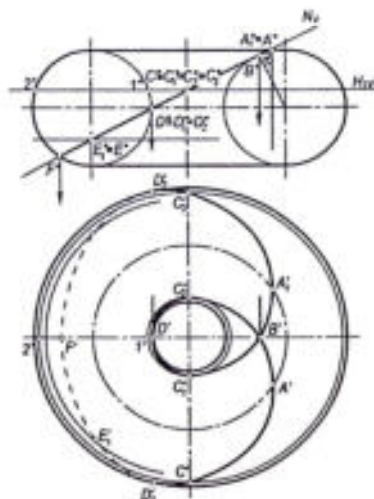
Yechish. Kesimning $A''C''$ frontal proektsiyasi tekislikning N_V frontal izi bilan ustma-ust tushadi. Kesimning gorizontaal proektsiyasi esa nuqtalarning sferaga tegishlilik shartiga ko'ra yasaladi. B va B_1 nuqtalar sferaning ekvatoriga tegishli bo'lganligi uchun ularning B'' va B_1'' gorizontaal proektsiyalari gorizontaal proektsiyaning ocherkida belgilab olinadi. A va C nuqtalarning gorizontaal proektsiyalari A' va C' nuqtalar esa sfera bosh meridianining gorizontaal proektsiyasida yotadi.

Kesimga tegishli ixtiyoriy D va D_1 nuqtalarning D' va D_1' gorizontal proektsiyalarini yasash uchun $D''=D_1''$ nuqta orqali gorizontal tekislikning H_H frontal izi o'tkaziladi. Bu tekislik sferani radiusi $0''1$ ga teng bo'lgan aylana bo'yicha kesadi. Bu aylanani gorizontal proektsiyasida D' va D_1' nuqta xosil qilinadi. Oraliqdagi boshqa ixtiyoriy nuqtalarning gorizontal proektsiyalari ham xuddi shunday yasaladi. Gorizontal proektsiyada sferaning ekvatoridan yuqorida joylashgan hamma nuqtalar ko'rinadi, ekvatoridan pastki qismida joylashgan nuqtalar esa ko'rinmaydi. Shunga ko'ra ekvatoridan yuqorida joylashgan A, D, D_1, E, F, B va B_1 nuqtalarning gorizontal proektsiyalari A', D', D_1', E', F', B' va B_1' nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ekvatorning pastki qismida yotganligi uchun ko'rinmaydi. Bu yerda A, B, B_1 va C lar tayanch nuqtalar bo'ladi. Shaklda kesim yuzining haqiqiy kattaligini yasash aylantirish usulida bajarib ko'rsatilgan.

3-masala. V parallellizm tekisligiga ega bo'lgan giperbolik paraboloidning $M(M_H)$ gorizontal proektsiyalovchi tekislik bilan kesishish chizig'i proektsiyalari yasalsin (9.3-shakl).



9.3-shakl.



9.4-shakl.

Yechish. Kesishish chizig'ining gorizontal proektsiyasi tekislikning M_H izi bilan ustma-ust tushadi. Uning frontal proektsiyasini yasash uchun giperbolik paraboloid (qiyshiq tekislik) ning bir necha yasovchilari o'tkazilib, ularning M tekislik bilan kesishish nuqtalari belgilanadi. Masalan, qiyshiq tekislik $a(a', a'')$ yasovchisining M tekislik bilan kesishish nuqtasini yasash uchun a' yasovchi va kesuvchi tekislikning M_H gorizontal izining kesishish nuqtasi $2'$ belgilab olinadi. So'ngra $2'$ nuqtadan proektsion bog'lanish chizig'i chiqarilib a'' dagi frontal proektsiyasi $2''$ aniqlanadi. Kesimning $3(3', 3'')...7(7', 7'')$ nuqtalarini yasash $2(2',$

2") nuqtani yasash kabi bajariladi.

4-masala. Torning frontal proektsiyalovchi $N(N_f)$ tekislik bilan kesishish chizig'i proektsiyalari yasalsin (9.4-shakl).

Yechish. Kesishish chizig'ining frontal proektsiyasi tekislikning frontal izi N_f bilan ustma-ust tushgan. Uning gorizontal proektsiyasini yasash uchun frontal proektsiyada tayanch nuqtalarning $A''=A_1''$, B'' , $D''=D_1''=D_2''$ va F'' frontal proektsiyalari belgilab olinadi. Bu nuqtalar torga tegishli bo'lganligi uchun ularning gorizontal proektsiyalarini yasash qiyin emas. Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalarning proektsiyalari esa quyidagicha yasaladi. Kesimning frontal proektsiyasida ixtiyoriy $C''=C_1''=C_2''=C_3''$ nuqtalar belgilanadi. Keyin ular orqali yordamchi gorizontal H_1 tekislikning H_{1f} izi o'tkaziladi. Bu tekislik torni radiuslari $0^{\circ}1'$ va $0^{\circ}2'$ kesmalarga teng bo'lgan aylanalar (parallellar) bo'yicha kesadi. Bu aylanalarning gorizontal proektsiyalarini yasab, $C''=C_1''=C_2''=C_3''$ nuqtalardan tushirilgan proektsion bog'lovchi chiziq bilan kesishish nuqtalari C' , C'_1 , C'_2 va C'_3 lar belgilab olinadi. Xuddi shuningdek boshqa oraliq nuqtalar ham yasaladi. Hosil bo'lgan nuqtalarning ko'rinishligini torning ekvatoriga nisbatan aniqlab, ularni tekis egri chiziq bilan tutashtirsak, **Paskal chig'anog'i** deb nomlangan egri chiziq hosil bo'ladi.

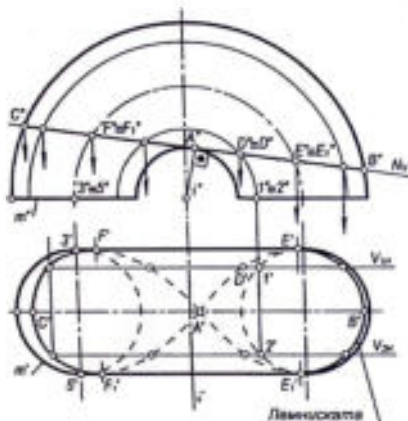
5-masala. Berilgan tor sirtining $N(N_f)$ tekislik bilan kesishish chizig'i proektsiyalari yasalsin (9.5-shakl).

Yechish. Chizmadan ko'rinib turibdiki, kesuvchi tekislik torning ichk konturiga urinma vaziyatda o'tkazilgan. Bu holda torning bunday kesimi **lemniskata** egri chizig'i deb yuritiladi.

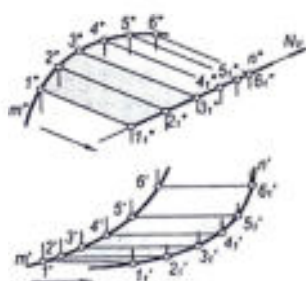
Kesishish chizig'ining frontal proektsiyasi kesuvchi tekislikning N_f frontal izi bilan ustma-ust tushadi. Uning gorizontal proektsiyasini yasash uchun torni V_1 , V_2 yordamchi frontal tekisliklar bilan kesiladi. Hosil bo'lgan parallellarni $N(N_f)$ tekislik bilan kesishish nuqtalari A'' , B'' , C'' , D'' , E'' va F'' lar belgilanadi. So'ngra bu nuqtalarning gorizontal proektsiyalari tegishli tekisliklar izlarida topiladi va o'zaro silliq chiziq bilan tutashtiriladi. Gorizontal proektsiyada kesishuv chizig'ining ko'rinishligi aniqlanadi. Bunda tor yasovchisi $m(m', m'')$ ning m' gorizontal proektsiyasiga tegishli $3'...4'...5'...$ nuqtalardan o'tgan parallellardagi $F'_1...C'_1...F'$ va $E'_1...B'_1...E'$ nuqtalar ko'rinadi. Qolgan nuqtalar esa ko'rinmaydi.

6-masala. Ixtiyoriy silindrik sirtning $m(m', m'')$ yo'naltiruvchisi va yasovchilarining yo'nalishi bilan berilgan. Mazkur sirtning $N(N_f)$ frontal proektsiyalovchi tekislik bilan kesishish chizig'i proektsiyalari yasalsin (9.6-shakl).

Yechish. Bu sirtning $N(N_f)$ tekislik bilan kesishish chizig'ining proektsiyalarini yasash uchun $m(m', m'')$ yo'naltiruvchi chiziqdagi ixtiyoriy $1(1', 1'')$, $2(2', 2'')$, $3(3', 3'')$... nuqtalarni belgilab, ular orqali silindrning yasovchilari o'tkazilib, bu yasovchilarning berilgan $N(N_f)$ tekislik bilan kesishish nuqtalari $1_1(1'_1, 1''_1)$, $2(2'_1, 2''_1)$, $3(3'_1, 3''_1)$... lar belgilab olinadi va ular $n(n', n'')$ tekis egri chiziq bilan tutashtiriladi.



9.5-shakl.



9.6-shakl.

9.3-§. Konus kesimlari

Doiraviy konus sirtning tekislik bilan kesishishidan hosil bo'lgan chiziqlar konus kesimlari yoki ikkinchi tartibli chiziqlar deyiladi. Bu chiziqlar oilasiga o'zaro kesuvchi ikki to'g'ri chiziqlar aylana parabola, giperbola, ellips kiradi. Bu oilaga mansub chiziqlarning hosil bo'lishi kesuvchi tekislikning konus o'qiga va uning yasovchilariga nisbatan vaziyatiga bog'liq bo'ladi.

Kesuvchi tekislik konusning uchidan o'tib, yasovchilardan birortasi bilan kesishmasa, u holda kesimda nuqta hosil bo'ladi (9.7-shakl).

Kesuvchi tekislik konus o'qi orqali o'tsa, kesimda o'zaro kesuvchi ikki to'g'ri chiziq hosil bo'ladi (9.7-shakl).

Kesuvchi tekislik konus o'qiga perpendikulyar bo'lib, uning uchidan o'tmasa, kesimda aylana hosil bo'ladi (9.7-shakl).

Teorema. Aylanma konusning tekislik bilan kesishuvidan hosil bo'lgan kesimning konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan tekislikdagi to'g'ri burchakli proektsiyasi 2-tartibli egri chiziq bo'lib, uning fokuslaridan biri konus uchining shu tekislikdagi proektsiyasi bo'ladi.

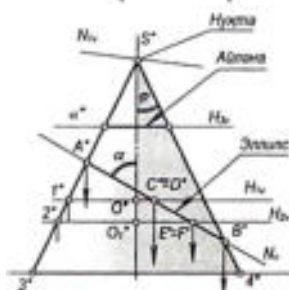
Elliptik kesim. Kesuvchi tekislik bilan konus o'qi orasidagi α burchak konus yasovchilari va o'qi orasidagi φ burchakdan katta ($\alpha > \varphi$) bo'lsa, kesimda *ellips* hosil bo'ladi.

Kesuvchi tekislik konusning barcha yasovchilarini kesib, $\alpha \neq 90^\circ$ bo'lsa, kesimda *ellips* hosil bo'ladi (9.7-shakl).

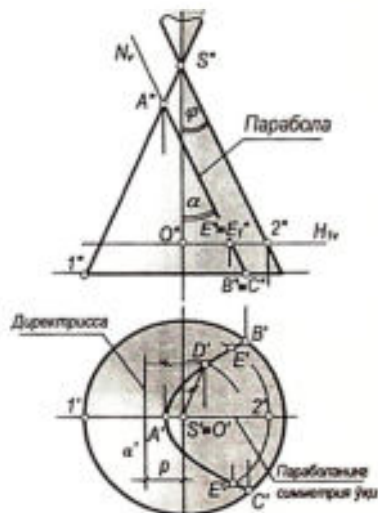
To'g'ri doiraviy konusning $N(N_V)$ frontal proektsiyalovchi tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash kerak bo'lsin (9.7-shakl).

Kesuvchi tekislik frontal proektsiyalovchi bo'lganligi sababli ellipsning frontal proektsiyasi to'g'ri chiziq kesmasi $A''B''$ dan iborat bo'ladi. Ayni vaqtda $A'B'$ kesma ellipsning katta o'qi bo'ladi. Uning kichik o'qi $C'D'$ kesma katta o'qi $A'B'$ ga perpendikulyar bo'lib, kesishish nuqtasida har ikkala o'q bir-birini teng ikkiga bo'ladi.

A va B nuqtalarning gorizontal proektsiyalari A' va B' bevosita $S3'$ va $S4'$ yasovchilarda belgilab olinadi. C va D nuqtalarning gorizontal proektsiyalarini topish uchun $C''=D''$ nuqta orqali $H_1(H_{1V})$ gorizontal tekislik o'tkaziladi. Radiusi $0''1''$ kesma teng bo'lgan aylana O' markaz bo'yicha chiziladi. $C''=D''$ nuqtadan proektsion bog'lanish chizig'i o'tkazilib, uning $0''1''=0'1'$ radiusli aylana bilan kesishish nuqtalari C' va D' lar belgilab olinadi. Gorizontal proektsiyada ellipsni katta ($A'B'$) va kichik ($C'D'$) o'qlari bo'yicha yasash mumkin. Kesimga tegishli oraliq nuqtalardan bir nechta yasab, ular o'zaro tutashtirilsa ellips hosil bo'ladi. Shunday nuqtalardan E' va F' larni yasashni ko'rib chiqaylik. A'' va B'' nuqtalar orasida ixtiyoriy $E''=F''$ nuqta olib, u orqali $H_2(H_{2V})$ gorizontal tekislik o'tkaziladi. Bu tekislikning konus bilan kesishish chizig'i bo'lgan aylananing gorizontal proektsiyasi bo'lgan $0'2'$ radiusli aylana chiziladi. Bu aylana bilan $E''=F''$ nuqtadan tushirilgan proektsion bog'lanish chizig'ining o'zaro kesishishidan E' va F' nuqtalar hosil bo'ladi. Bu nuqtalarni konusning $S4(S'4', S'4'')$ va $SS(S'5', S'5'')$ yasovchilari orqali ham topish mumkin.



9.7-расм



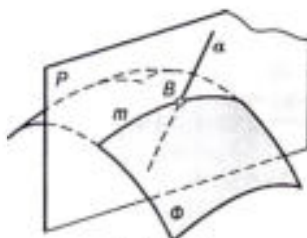
9.8-расм

Parabolik kesim. Kesuvchi tekislik konusning yasovchilaridan biriga parallel qilib o'tkazilsa, kesimda *parabola* hosil bo'ladi (9.8-shakl).

9.4-§. Sirtlarni to'g'ri chiziqli kesishishi

To'g'ri chiziqli kesishish nuqtalari sirtlarning tekislik bilan kesishish chiziqlarini yasashga asoslanib topiladi. Umuman, biror α to'g'ri chiziqli kesishish nuqtasi quyidagicha aniqlanadi (9.10-shakl):

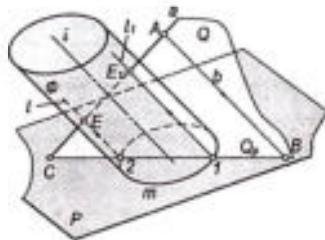
- Berilgan α to'g'ri chiziqli kesishish nuqtasi orqali ixtiyoriy yordamchi P tekislik o'tkaziladi. $P \supset \alpha$.
- $\square$ sirt bilan P tekislikning kesishish chiziqlari m yasaladi. $\square \cap P = m$.
- m chiziqli kesishish nuqtasi berilgan α to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi B belgilab olinadi: $\alpha \cap m = B$.



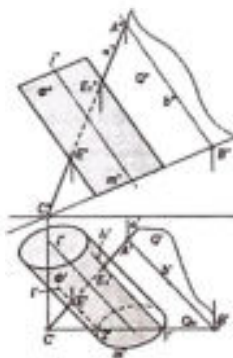
9.10-shakl

Ma'lumki, berilgan to'g'ri chiziqli kesishish nuqtasi orqali istalgancha tekislik o'tkazish mumkin. Masalalarni osonroq echish uchun to'g'ri chiziqli kesishish nuqtasi orqali yordamchi tekislik proyeksiyalovchi vaziyatda o'tkaziladi. Bu holda masalaning echilishi soddalashadi. Berilgan sirt silindrik yoki konus sirt bo'lganda, to'g'ri chiziqli kesishish nuqtasi orqali silindrik yoki konus uchidan umumiy vaziyatdagi tekislik o'tkazish qulay.

1-masala. Berilgan α to'g'ri chiziqli kesishish nuqtasi bilan $\square$ og'ma elliptik silindrning kesishish nuqtalari yasalsin (9.11, 9.12-shakllar).



9.11-shakl



9.12-shakl

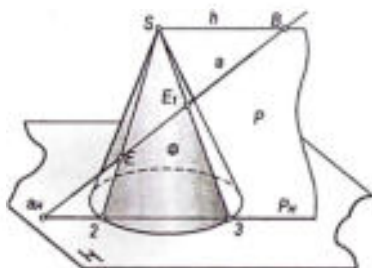
Yechish. Kesishish nuqtalari E va E_1 larni yasash quyidagicha bajariladi:

- berilgan a to'g'ri chiziq orqali silindrning yasovchilariga parallel qilib ixtiyoriy Q tekislik o'tkaziladi. Buning uchun a to'g'ri chiziqqa tegishli ixtiyoriy A nuqtani belgilab olib, u orqali b to'g'ri chiziqni silindrning yasovchilariga parallel qilib o'tkaziladi. Kesishuvchi a va b to'g'ri chiziqlar yordamchi Q tekislikni ifodalaydi;
- Q tekislik bilan $\square$ silindrning kesishish chiziqlari f va f_1 yasovchilar yasaladi. Q tekislik va silindrning asos tekisligi P ning o'zaro kesishish chizig'i BC yasaladi. BC to'g'ri chiziqning silindr asosi m bilan kesishish nuqtalari 1 va 2 orqali f va f_1 yasovchilar (kesishish chiziqlari) o'tkaziladi;
- berilgan a to'g'ri chiziq bilan f va f_1 yasovchilarning kesishish nuqtalari E va E_1 belgilab olinadi.

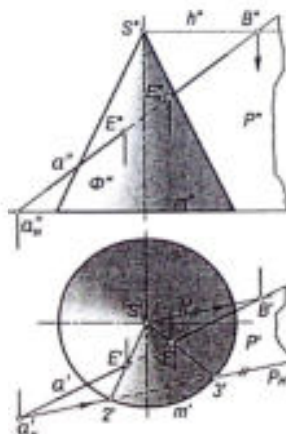
2-masala. Asosi H tekislikka tegishli bo'lgan to'g'ri doiraviy konus sirti bilan a to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalari aniqlansin (9.13, 9.14-shakllar).

Yechish. Bu holda a to'g'ri chiziq orqali o'tuvchi yordamchi tekislik konusning uchidan o'tkaziladi.

Shakllarda bunday P tekislik o'zaro kesishuvchi a va h to'g'ri chiziqlar orqali berilgan. Bunda h gorizontal to'g'ri chiziq konusning S uchidan o'tkazilgan; $h \cap S$. Ushbu h gorizontal to'g'ri chiziq berilgan a to'g'ri chiziq bilan B nuqtada kesishadi.



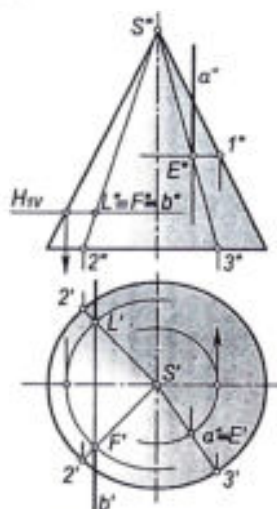
9.13-shakl



9.14-shakl

P tekislikning P_H gorizontal izini yasab olamiz. Buning uchun a to'g'ri chiziqning a_H (a_H' , a_H'') gorizontal izini topib, u orqali gorizontalning gorizontal proektsiyasi h ga parallel qilib P_H iz o'tkaziladi. Konusning m' asosi tekislikning P_H izi bilan 2' va 3' nuqtalarda kesishadi. 2' va 3' nuqtalarni S' bilan tutashtirib, $S'2'$ va $S'3'$ yasovchilar hosil qilinadi. Bu yasovchilar a' to'g'ri chiziq bilan

kesishib, E' va E_1' nuqtalarni xosil qiladi. E' va E_1' nuqtalardan proektsion bog'lanish chiziqlari o'tkazilib, a'' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E'' va E_1'' belgilab olinadi.



9.15-pacm.

aniqlansin (9.16-shakl).

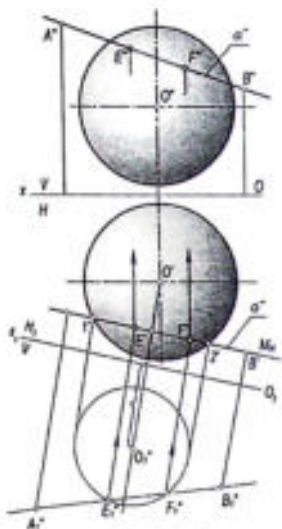
Yechish. Berilgan $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqlarning sfera bilan kesishish nuqtalarini yasash uchun bu to'g'ri chiziq orqali $M(Mn)$ gorizontaal proektsiyalovchi tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik sferani diametri $1'2'$ kesmaga teng bo'lgan aylana bo'yicha kesadi. $1'2'$ diametrlil aylananing gorizontaal proektsiyasi tekislikning M_H izi bilan ustma-ust tushadi: $1'2' \equiv M_H$.

Berilgan a to'g'ri chiziq bilan 12 diametrlil aylananing kesishish nuqtalari E va F larning proektsiyalari quyidagicha yasaladi: V tekislik M ga parallel bo'lgan ixtiyoriy V_1 tekislik bilan almashtiriladi. Berilgan a to'g'ri chiziq va 12 diametrlil aylanani V_1 tekislikka proektsiyalar tekisliklarini almashtirish usuliga asosan proektsiyalanadi. Hosil bo'lgan O_1'' markazli aylana va a'' to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalari E'' va F'' lar belgilab olinadi. Bu nuqtalardan O_1x_1 proektsiyalar o'qiga perpendikulyarlar o'tkazilib, ularning a' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E' va F' lar aniqlanadi. Bu nuqtalardan esa Ox o'qiga perpendikulyarlar chiqarilib, ularning a'' to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari E'' va F'' lar belgilab olinadi.

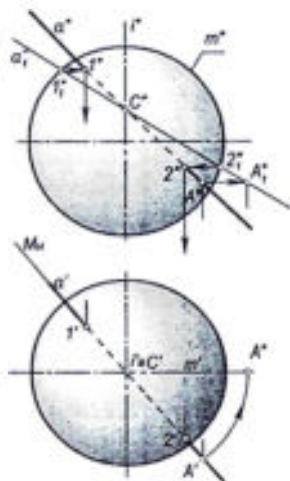
3-masala. Xususiyl holda berilgan $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlarning to'g'ri doiraviy konus bilan kesishish nuqtalari aniqlansin (9.15-shakl).

Yechish. Berilgan a to'g'ri chiziq gorizontaal proektsiyalovchi, b to'g'ri chiziq frontal proektsiyalovchi bo'lganligi sababli kesishish nuqtalarining bittadan proektsiyalari E'' va $F'' \equiv L''$ (mos ravishda gorizontaal va frontal proektsiyalari) ma'lum bo'lib qoladi. Bu nuqtalar orqali o'tuvchi yasovchilarning avvalo $S'3'$, $S'2'' \equiv S'2_1''$, so'ngra $S'3''$, $S'2'$ va $S'2_1'$ proektsiyalari o'tkaziladi. a'' va $S'3''$ larning o'zaro kesishish nuqtasi E'' hamda b' bilan $S'2'$ va $S'2_1'$ larning kesishish nuqtalari F' va L' belgilab olinadi.

4-masala. To'g'ri chiziqlarning sfera bilan kesishish nuqtalari



9.16-shakl.



9.17-shakl.

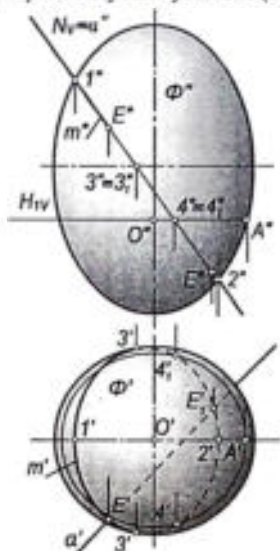
Agar $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq biror aylanish sirtining aylanish o'qi bilan kesishadigan vaziyatda berilgan bo'lsa (9.17-shakl), u holda to'g'ri chiziqni bu o'q atrofida aylantirib, uning aylanish sirti bilan kesishish nuqtalarini osongina yasash mumkin. Berilgan $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq orqali o'tgan gorizontal proektsiyalovchi $M(M_H)$ tekislik sferani $m(m', m'')$ meridiani (aylana) bo'yicha kesadi (chizmada m'' ko'rsatilmagan). Bu meridian frontal tekislikka ellips bo'lib proektsiyalanadi. Bu ellipsni chizmaslik maqsadida $m(m', m'')$ meridian va $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq sirtning $i(i', i'')$ o'qi atrofida frontal vaziyatga kelguncha aylantiriladi. U holda $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq $a_1(a_1', a_1'')$ vaziyatga, $m(m', m'')$ meridian esa $m_1(m_1', m_1'')$ vaziyatga keladi. a_1' to'g'ri chiziq bilan m_1'' bosh meridianing kesishish nuqtalari $1_1'', 2_1''$ lar yordamida $1'', 2''$ nuqtalar belgilab olinadi.

5-masala. Umumiy vaziyatdagi $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning $\square(\square', \square'')$ aylanma ellipsoid bilan kesishish nuqtalari $E(E', E'')$, $E_1(E_1', E_1'')$ aniqlansin (9.18-shakl).

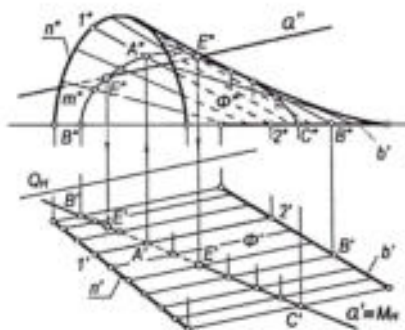
Yechish. Bunda a to'g'ri chiziqning ellipsoid aylanish o'qi bilan kesishmaydigan vaziyati berilgan. Agar berilgan a to'g'ri chiziq ellipsoidning aylanish o'qi bilan kesishadigan bo'lsa, u holda bunday masalani 9.17-shaklda ko'rsatilgandek echishimiz mumkin. Berilgan a to'g'ri chiziqning ellipsoid bilan kesishish nuqtalari E va E_1 larni yasash uchun to'g'ri chiziq orqali frontal proektsiyalovchi $N(N_F)$ tekislik o'tkaziladi. $N(N_F)$ tekislikning ellipsoid bilan kesishish chizig'i $m(m', m'')$ yasaladi. Bu chiziqning berilgan to'g'ri chiziq bilan kesishuvida izlanayotgan nuqtalar hosil bo'ladi. Tekislikning N_F frontal izi, to'g'ri

chiziqlarning α'' frontal proektsiyasi va kesishish chizig'ining frontal proektsiyasi m'' lar ustma-ust tushadi. Kesishish chizig'ining m' gorizontal proektsiyasini yasash uchun m'' ga tegishli ixtiyoriy nuqtalarni belgilab, ularning gorizontal proektsiyasini topish va ularni tekis egri chiziq bilan tutashtirish kerak. Ellipsoidning frontal konturiga tegishli $1(1',1'')$ va $2(2',2'')$ nuqtalarning gorizontal proektsiyalari $1'$ va $2'$ nuqtalar bevosita belgilab olinadi. Ixtiyoriy olingan $4(4',4'')$ va $4_1(4_1',4_1'')$ nuqtalarning $4'$ va $4_1'$ gorizontal proektsiyalarini yasash uchun $4''=4_1''$ nuqta orqali gorizontal tekislikning frontal izi H_{1P} o'tkaziladi. So'ngra gorizontal proektsiyada radiusi $O'A' = O''A''$ bo'lgan aylana chizamiz. $4=4_1''$ nuqtadan proektsion bog'lanish chizig'ini tushirib, $O'A'$ radiusli aylana bilan kesishish nuqtalari $4'$ va $4_1'$ lar belgilab olinadi. Qolgan nuqtalarning gorizontal proektsiyalari ham xuddi shunday yasaladi. α to'g'ri chiziq va m kesishish chizig'ining gorizontal proektsiyalari α' , m' o'zaro kesishib E' va E_1' nuqtalarni hosil qiladi. E' va E_1' nuqtalardan proektsion bog'lanish chiziqlarini chiqarib, ularning α'' frontal proektsiya bilan kesishuvida E'' va E_1'' nuqtalar hosil qilinadi.

6-masala. $n(n',n'')$ va $b(b',b'')$ yo'naltiruvchilari va $Q(Qn)$ parallellizm tekisligi bilan berilgan konoidning $a(a',a'')$ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalarini proektsiyalari yasalsin (9.19-shakl).



9.18-shakl.



9.19-shakl.

Yechish. Bunda berilgan to'g'ri chiziq orqali gorizontal proektsiyalovchi $M(Mn)$ tekislik o'tkaziladi. Uning konoid bilan kesishish chizig'i $m(m',m'')$

yasaladi. $a(a', a'')$ to'g'ri chiziq va $m(m', m'')$ chiziqning o'zaro kesishish nuqtalari $E(E', E'')$ va $E_1(E_1', E_1'')$ lar belgilab olinadi

9.5-§. Sirtlarning umumiy vaziyatdagi tekisliklar bilan kesishishi

Sirtlarning umumiy vaziyatdagi tekislik bilan kesishish chiziqlari quyidagi algoritm asosida bajariladi:

- berilgan $\square$ sirt va Q tekislik yordamchi kesuvchi P_1 tekislik bilan kesiladi (9.20-shakl). P_1 yordamchi tekislikni shunday o'tkazish kerakki, uning $\square$ sirt bilan kesishish chizig'i to'g'ri chiziq yoki aylana singari sodda chiziq bo'lsin.
- yordamchi P_1 tekislik bilan $\square$ sirtning kesishish chizig'i m_1 yasaladi: $\square \cap P_1 = m_1$
- berilgan Q va P_1 tekisliklarning o'zaro kesishish to'g'ri chizig'i yasaladi: $Q \cap P_1 = a_1$
- a_1 va m_1 chiziqlarning kesishish nuqtasi A_1 ni belgilab, ($A_1 = a_1 \cap m_1$) olinadi. a_1 va m_1 chiziqlarining kesishish nuqtalari bitta yoki ko'p bo'lishi mumkin.

Yuqorida bayon qilingan yasashlarga asosan $P_2, P_3, \dots$ tekisliklar o'tkazilib $A_2, A_3, \dots$ nuqtalar xolati aniqlanadi.

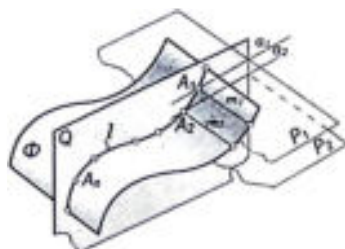
Bu nuqtalar o'zaro tutashtirilib, $\square$ sirt bilan Q tekislikning kesishishidan hosil bo'lgan tekis egri chizig'i ℓ hosil qilinadi.

$\square$ sirtning Q tekislik bilan kesishish chizig'ini shu sirt yasovchilarning tekislik bilan kesishish nuqtalarini topish orqali ham yasash mumkin.

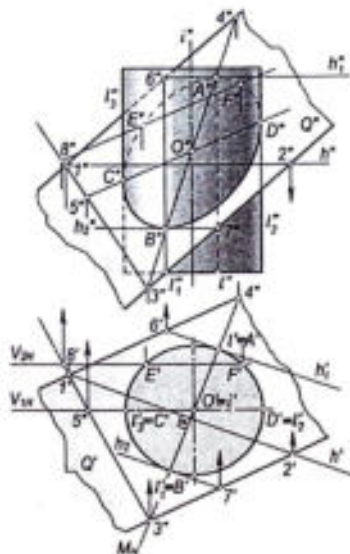
1-masala. To'g'ri doiraviy silindrning $Q(Q', Q'')$ tekislik bilan kesishish chizig'ini proektsiyalari yasalsin.

Yechish. Bunda $A(A', A'')$ yuqori va $B(B', B'')$ quyi nuqtalarni topish ikki xil usulda ko'rsatilgan. Bu usullardan biri-urinma gorizontallar o'tkazishdir. Yuqori va quyi nuqtalar kesuvchi tekislikning silindrga urinma vaziyatda o'tkazilgan h_1 va h_2 gorizontallarga tegishli bo'ladi.

Ikkinchisi A va B nuqtalarni silindrning $i(i', i'')$ o'qi orqali o'tuvchi va Q



9.20-rasm.



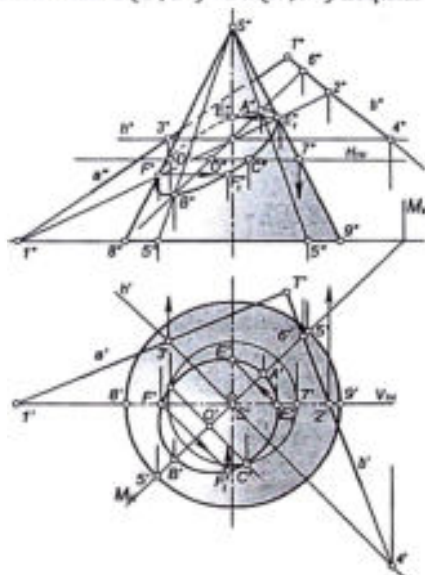
9.21-rasm.

tekislikka perpendikulyar bo'lgan $M(M_H)$ tekislik yordamida ham topish mumkin. Buning uchun Q tekislikning ixtiyoriy h gorizontali o'tkaziladi. Uning h' gorizont tal proektsiyasiga perpendikulyar ravishda silindarning l o'qi orqali M tekislikning gorizont tal M_0 izi o'tkaziladi. Bu tekislik silindrni ℓ va ℓ_1 yasovchilari bo'yicha, berilgan Q tekislikni esa 34 to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi. 34 kesishish chizig'i va l, l_1 yasovchilarning frontal proektsiyalari 3"4" hamda l', l'' larning o'zaro kesishuvidan A'' va B'' nuqtalar hosil bo'ladi. Yuqori va quyi nuqtalarning A' va B' proektsiyalari silindr asosining proektsiyasiga tegishli bo'ladi.

Silindr ocherkiga tegishli C va D nuqtalar shu ocherkni ifodalovchi l_2 va l_3 yasovchilarning Q tekislik bilan kesishuvida hosil bo'lgan, oraliqdagi E va F nuqtalar esa C hamda D nuqtalar singari topiladi.

2-masala. To'g'ri doiraviy konusning berilgan tekislik bilan kesishuvidagi kesim yuza proektsiyalari yasalsin (9.22-shakl).

Yechish. Kesuvchi tekislik o'zaro kesishuvchi $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ to'g'ri chiziqlar bilan berilgan. Dastlab tayanch nuqtalarning topilishini ko'rib chiqamiz. Kesishish chizig'ini konus ocherkiga tegishli, ya'ni konus chetki yasovchilari S_9 va S_8 laming berilgan tekislik bilan kesishish nuqtalari E, F lar quyidagicha topiladi: S_9 va S_8 yasovchilar orqali yordamchi V_{H1} frontal tekislik o'tkaziladi. U berilgan $(a \cap b)$ tekislikni 12 ($1'2', 1''2''$) to'g'ri chiziq, konusni esa $S_8(S'8', S''8'')$ va $S_9(S'9', S''9'')$ yasovchilar bo'yicha kesadi. 12 to'g'ri chiziq bilan S_8 va S_9 yasovchilarning kesishuvidan $E(E', E'')$ va $F(F', F'')$ nuqtalar hosil bo'ladi.



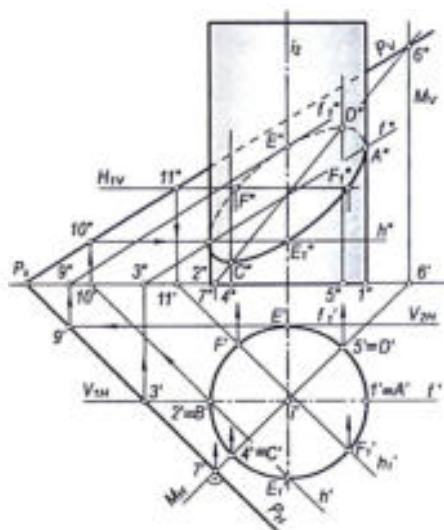
9.22-shakl.

Kesimning yuqori va quyi nuqtalar esa konusning i o'qi orqali o'tuvchi va berilgan tekislikka perpendikulyar bo'lgan yordamchi $M(M_H)$ tekislikdan foydalanib topiladi. Buning uchun berilgan tekislikning ixtiyoriy $h(h', h'')$ gorizontali o'tkaziladi. Bu gorizontalling h_1' proektsiyasiga perpendikulyar qilib, S' nuqta orqali yordamchi M tekislikning M_H izini o'tkazamiz. M tekislikning konus bilan kesishishi chiziqlari S_5 va S_5' yasovchilar hamda berilgan tekislik bilan kesishish chizig'i $S_16(S_1'6', S_1''6'')$ larning frontal proektsiyalari o'tkaziladi. Ular o'zaro kesishib, mos ravishda quyi B va yuqori A nuqtalarning frontal proektsiyalari B'' va A'' nuqtalarni hosil qiladi. A va B nuqtalar orasidagi masofa kesim yuza — ellipsning katta o'qi bo'ladi. Uning kichik o'qi CD ni topish uchun AB kesmani teng ikkiga bo'luvchi O_1 nuqta orqali AB ga perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Bu holda CD kichik o'q gorizontaal vaziyatdagi to'g'ri chiziq bo'lib uning proektsiyasini yordamchi $H_1(H_{11})$ tekislikdan foydalanib topamiz. Gorizontaal proektsiyada kesuvchi tekislikning M_H izi kesishish chizig'ining simmetriya o'qi bo'ladi. Oraliqdagi E_1 va F_1 nuqtalarning gorizontaal proektsiyalari E_1' va F_1' nuqtalar shu simmetriya o'qiga asoslanib yasalgan. So'ngra ular orqali E_1'' va F_1'' nuqtalar topilgan. Hosil bo'lgan nuqtalarning ko'rinishligi V_{1H} simmetriya tekisligi frontal bo'yicha aniqlanib, tekis egri chiziq bilan tutashtiriladi.

3-masala. Shar sirtining $Q(\sigma \cap b)$ tekislik bilan kesishishidagi kesim yuzaning proektsiyalari yasalsin (9.23-shakl).

Yechish. Kesishish chizig'ining quyi va yuqori nuqtalarini aylantirish usuli bilan topish qulay. Dastavval sferaning markazidan o'tuvchi yordamchi $M(M_H)$ tekislik berilgan $Q(Q', Q'')$ tekislikka perpendikulyar qilib o'tkaziladi.

So'ngra $M(M_H)$ yordamchi tekislikning sfera va berilgan $Q(Q', Q'')$ tekislik bilan kesishish chiziqlari sferaning $i(i', i'')$ o'qi atrofida frontal vaziyatga kelguncha aylantiriladi. Bu holda $M(M_H)$ tekislikning sfera bilan kesishish chizig'i (aylana) ning frontal proektsiyasi sferaning ocherki bilan ustma-ust tushadi. M va berilgan tekislikning kesishish chizig'i O_13 ning frontal proektsiyasi $O_1''3''$ esa $O_1'3_1''$ vaziyatni egallaydi. Demak, sferaning frontal proektsiyadagi ocherki bilan $O_1'3_1''$ to'g'ri chiziqning kesishish nuqtalarini belgilab (shaklda faqat A_1'' nuqta belgilangan), ularni teskari yo'nalishda α burchakka burish kerak bo'ladi. Buning uchun A_1'' nuqtadan gorizontaal vaziyatda to'g'ri chiziq o'tkazib, uning $O_1''3''$ to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasi A'' ni belgilash etarli bo'ladi. B'' nuqta ham xuddi shunday topiladi. Ocherklarning berilgan tekisliklar bilan kesishish nuqtalari C, D, E va F lar H_2 hamda V_1 tekisliklar yordamida topilgan. Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalardan E_1 va E_2 lar esa yordamchi H_1 tekislikdan foydalanib topilgan.



9.24-shakl.

h_1 gorizontaltning gorizonttal proektsiyasi h_1' va silindrning asosi o'zaro kesishib, F'' va F_1' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proektsion bog'lanish chiziqlari o'tkazilib, H_{1V} izda F'' va F_1' nuqtalar belgilab olinadi.

Silindrning kuzatuvchiga karatilgan oldingi yarim qismi ko'rinadi, orqa tomondagi qismi esa ko'rinmaydi. Shunga asosan, kesimning frontal proektsiyasidagi $A''F_1''E_1''C''B''$ qismi ko'rinadi, $B''F''E''D''A''$ qismi esa ko'rinmaydi. Bu nuqtalarni tartibi bilan tutashtirib, tekis egri chiziq - ellips hosil qilinadi.

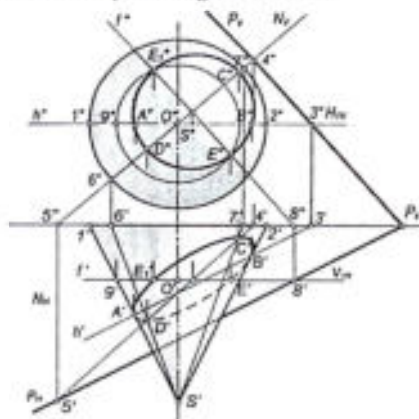
5-masala. Asosi V tekislikda joylashgan to'g'ri doiraviy konusning $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishishidagi kesim yuza proektsiyalari yasalsin (9.25-shakl).

Yechish. Kesim yuza - ellipsning proektsiyalarini yasash konusning $S1(S'1', S''1'')$ va $S2(S'2', S''2'')$ yasovchilari bilan $P(P_H, P_V)$ tekislikning kesishish nuqtalari $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ larni topishdan boshlanadi. $S1$ va $S2$ yasovchilarning frontal proektsiyalari $S'1'$ va $S'2'$ lar orqali $H_1(H_{1V})$ gorizonttal tekislik izi o'tkaziladi. Bu tekislik berilgan P tekislikni $3(3', 3'')$ nuqtadan o'tgan $h(h', h'')$ gorizonttal chiziq bo'yicha kesadi. Bu gorizontaltning h' gorizonttal proektsiyasi konusning $S'1'$ va $S'2'$ chetki yasovchilari bilan kesishib, A' va B' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proektsion bog'lanish chizig'ini o'tkazib, $S'1'$ va $S'2'$ yasovchilarda A'' va B'' nuqtalar belgilab olinadi.

V tekislikka eng yaqin $C(C', C'')$ va eng uzoq $D(D', D'')$ nuqtalarning proektsiyalari quyidagicha topiladi. Konusning o'qi orqali o'tuvchi va berilgan $P(P_H, P_V)$ tekislikka perpendikulyar bo'lgan $N(N_H, N_V)$ frontal proektsiyalovchi

tekislik o'tkaziladi. Bu tekislik konusni $S6(S'6', S''6'')$ va $S7(S'7', S''7'')$ yasovchilari bo'yicha kesadi. $P(P_H, P_V)$ va $N(N_H, N_V)$ tekisliklar esa $45(4'5', 4''5'')$ to'g'ri chiziq bo'yicha kesishadi, ya'ni $P \cap N = 45$.

Bu to'g'ri chiziqning $4'5'$ gorizontal proektsiyasi $S6$ va $S7$ yasovchilarning gorizontal proektsiyalari $S'6'$ va $S'7'$ lar bilan kesishib, D' va C' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proektsion bog'lanish chiziqlari o'tkazilib, $S''6''$ va $S''7''$ yasovchilarda D'' va C'' nuqtalar belgilab olinadi.



9.25-shakl.

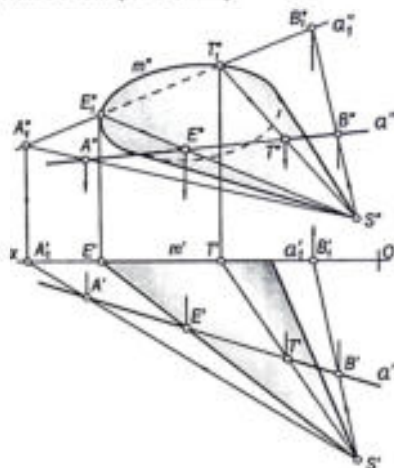
Oraliqdagi ixtiyoriy nuqtalar esa konusning o'qiga perpendikulyar yordamchi frontal tekisliklar o'tkazish bilan topiladi. Masalan, C' va D' nuqtalar oraligida V_1 frontal tekislikning V_{1H} gorizontal izi o'tkaziladi. Bu tekislik konusni radiusi $0'9'$ ga teng aylana bo'yicha, P tekislikni esa $8(8', 8'')$ nuqtadan o'tuvchi $f(f', f'')$ frontal bo'yicha kesadi. Frontal proektsiyada chizilgan $0'9'=0''9''$ radiusli aylana va f'' to'g'ri chiziq o'zaro kesishib, E'' va E_1'' nuqtalarni hosil qiladi. Bu nuqtalardan proektsion bog'lanish chiziqlari o'tkazilib, f' to'g'ri chiziqda E' va E_1' nuqtalar belgilab olinadi. Hosil bo'lgan nuqtalar silliq tutashtirilib kesim yuza — ellips chiziladi. Frontal proektsiyada kesimga tegishli bo'lgan hamma nuqtalar ko'rinadi. Gorizontal proektsiyada esa konusning yuqori yarimda joylashgan kesimning $A'E_1C'B'$ qismi ko'rinadi, $B'E'D'A'$ qismi esa ko'rinmaydi. Bu nuqtalarni tartibi bilan tutashtirib, tekis egri chiziq ellipsni hosil qilamiz.

9.6-§. Sirtlarning to'g'ri chiziq va tekislik bilan kesishuvini yasashda ba'zi qo'shimcha usullar

Piramida yoki konus sirtlar qatnashgan pozitsion masalalarni echishda markaziy proektsiyalashdan foydalanish maqsadga muvofiq bo'ladi.

1-masala. Konus sirt bilan ixtiyoriy $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning kesishish

nuqtalarini yasash kerak bo'lsin (9.26-shakl).

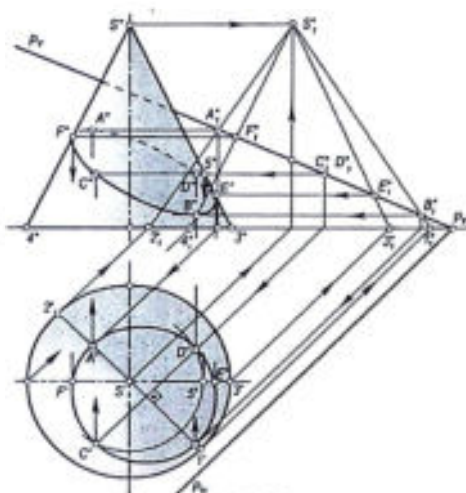


9.26-shakl.

Yechish. Konusning V asos tekisligini proektsiyalar tekisligi, konusning uchi S nuqtani esa proektsiyalash markazi deb qabul qilamiz. U holda konus sirtining V dagi markaziy proektsiyasi uning $m(m', m'')$ asosi bilan ustma-ust tushadi. $a(a', a'')$ to'g'ri chiziqning V tekislikdagi markaziy proektsiyasi $a_1(a_1', a_1'')$ esa $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalar orqali aniqlanadi. Konusning m'' asosi va a_1'' to'g'ri chiziqning o'zaro kesishish nuqtalari E_1'' va T_1'' lar izlanayotgan kesishish nuqtalarining markaziy proektsiyalari bo'ladi. E_1'' va T_1'' nuqtalarni S proektsiyalash markazining frontal proektsiyasi S'' bilan tutashtiriladi. Natijada ular a'' bilan kesishib E'' va T'' nuqtalarni hosil qiladi. E'' va T'' nuqtalarning gorizontal proektsiyalari E' va T' , a' to'g'ri chiziq ustida aniqlanadi.

2-masala. To'g'ri doiraviy konusning umumiy vaziyatdagi $P(P_H, P_V)$ tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash talab qilinsin (9.27-shakl).

Yechish. Konus va P tekislik V frontal proektsiyalar tekisligiga P tekislikning gorizontali yo'nalishi bo'yicha proektsiyalangan. Bunday proektsiyalashda kesishish chizig'ining yordamchi proektsiyasi $A_1'' B_1''$ kesma bo'lib, u tekislikning P_V izi bilan ustma-ust tushadi. Kesishish chizig'ining $A_1', B_1', C_1'' = D_1', E_1'$ va F_1'' nuqtalari orqali konusning yordamchi yasovchilari o'tkaziladi. So'ngra bu yasovchilarning gorizontal va frontal proektsiyalari yasaliib, ularga izlanayotgan nuqtalarning avval $A'', B'', C'', D'', E'', F''$ frontal proektsiyalari, so'ngra A', B', C', D', E', F' gorizontal proektsiyalari aniqlanadi. Bunda A - kesishuv chizig'ining yuqori, B - quyi, E va F nuqtalar esa konusning ocherkiga tegishli nuqtalardir. Kesishish chizig'i AB kesma ellipsning katta o'qi buylab, kichik o'qi esa CD kesma bo'ladi.



9.27-shakl.

Nazorat savollari

1. Sirtlarni tekislik bilan kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi nimalardan iborat?
2. Sferani tekislik bilan kesganda qanday shakl hosil bo'ladi va uning proektsiyalari qanday yasaladi?
3. Silindrni tekislik bilan kesishuvidan qanday shakllar hosil bo'lishi mumkin?
4. Konus kesimlari nimalardan iborat?
5. Sirtning tekislik bilan kesishish chizig'idagi maxsus nuqtalar nimalardan iborat?
6. Sirtlarni qanday tekisliklar bilan kesilsa, kesimning bitta proektsiyasi to'g'ri chiziq kesmasi bo'ladi?
7. Qanday tekisliklar tor sirtini aylanalar bo'yicha kesadi?
8. To'g'ri chiziq bilan sirtning kesishish nuqtalarini yasash qanday bajari-ladi?
9. To'g'ri chiziq bilan konusning kesishish nuqtalarini yasashda, yordamchi kesuvchi tekislikni qanday vaziyatda o'tkazish maqsadga muvofiq bo'ladi?
10. To'g'ri chiziq aylanish sirtlarning aylanish o'qini kesib o'tsa, ularning kesishish nuqtalarini qanday usulda yasash osonroq bo'ladi?

10.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Sirtni egilish deformatsiyasi yordamida tekislikka aylantirish mumkin bo'lsa, bunday sirt **yoyiladigan sirt** deyiladi. Sirtning biror bo'lagi tekislikning ma'lum bir sohasiga yoyilishi mumkin. Masalan, silindrik sirt tekislikning o'zaro parallel ikki to'g'ri chizig'i orasidagi sohasida yoyiladi. Konus sirti esa tekislikka tegishli ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqlar orasidagi sohada yoyiladi.

Ta'rif. Sirtning biror bo'lagining cho'zilmasdan, yirtilmasdan tekislikka yoyilishidan hosil bo'lgan tekis shakl uning **yoyilmasi** deyiladi.

Yoyiladigan sirtlarga tug'ri chiziqli sirtlardan faqat yondosh yasovchilari xos yoki xosmas nuqtalarda kesishadigan sirtlar kiradi.

Torslarda yondosh yasovchilarning kesishish nuqtalari qaytish qirrasida, konus sirtlarda esa uning uchida va silindrik sirtlarda cheksiz uzoqlikdagi nuqtada bo'ladi.

Sirtlarning yoyilmalarini yasash muhandislik amaliyotida katta ahamiyatga ega. Mashinasozlik, samolyotsozlik va qurilishda turli-tuman konstruksiyalarning shakllarini hosil qilish uchun yaxlit listlarda sirtlarning yoyilmalari yasaliib, ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan turli andozalar yasaladi.

Sirtlarning yoyilmalarini yasashda uchburchaklar, dumalatish va normal kesim usullari mavjud.

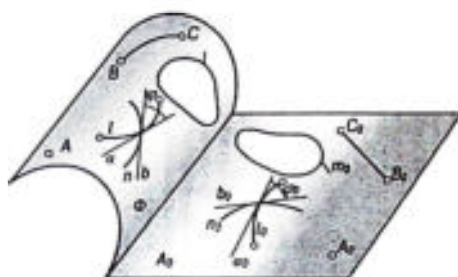
Uchburchaklar usuli bilan qirrali sirtlar, konus va tors sirtlarning yoyilmalari yasaladi. Dumalatish usuli bilan proektsiyalar tekisliklariga nisbatan og'ma vaziyatda berilgan qirrali, konus va silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash qulaydir. Yasovchilari yoki qirralari proektsiya tekisliklariga nisbatan og'ma vaziyatda bo'lgan silindrik yoki prizmatik sirtlarning yoyilmalarini normal kesim usulida yasash osonroqdir.

Yoyilmaydigan sirtlarning yoyilmalari taqriban yasaladi.

Sirt va uning yoyilmasi elementlari orasida qo'yidagi o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilgan bo'lishi kerak, ya'ni sirtga tegishli har bir nuqta va shaklga, shu sirt yoyilmasiga tegishli nuqta va shakl mos keladi yoki aksincha, yoyilmaga tegishli har bir nuqta va shaklga sirtga tegishli nuqta va figura mos kelishi kerak (10.1-shakl). Bu moslikka asosan qo'yidagi xossalarni keltirish mumkin.

I-xossa. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yoylarning uzunliklari o'zaro teng bo'ladi: $l = l_0$.

Natija. Sirt va uning yoyilmasiga tegishli mos yopiq egri chiziqlar bir xil yuzaga ega bo'ladi: $S_m = S_{m_0}$.



10.1-shakl

2-xossa. Sirtga tegishli ikki chiziqli orasidagi burchak yoyilmaga tegishli mos chiziqlar orasidagi burchakka tengdir: $\varphi = \varphi_0$.

3-xossa. Sirtga tegishli to'g'ri chiziqli yoyilmada ham to'g'ri chiziqli mos keladi. Ammo yoyilmaga tegishli to'g'ri chiziqli sirtning biror to'g'ri chiziqli hamma vaqt ham mos kelmaydi.

4-xossa. Sirtga tegishli o'zaro parallel to'g'ri chiziqlarga yoyilmada ham o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar mos keladi.

5-xossa. Agar sirtga tegishli egri chiziqli yoyilmada to'g'ri chiziqli mos kelsa, bunday chiziqli sirtning *geodezik chiziqli* deyiladi. 10.1-shaklda ko'rsatilgan sirtning BC chiziqli uning geodezik chiziqli bo'la oladi.

Ta'rif. Sirtga tegishli ikki nuqta orasidagi eng qisqa masofada tutashiruvchi chiziqli sirtning *geodezik chiziqli* deb ataladi.

Sirtning yoyilmasini yasash deganda uni yirtmasdan, uzmasdan yoki g'ijimlashtirib faqat egib bir tekislikka jipslashtirish tushuniladi. Albatta bunday jarayon sirtning biror chiziqli (qirralari, yasovchilari va shu kabilar) bo'yicha kesib amalga oshirilishi mumkin. Lekin amaliyotda sirtlarning yoyilmalari yasab, so'ngra egish deformatsiyasi yordamida bu yoyilmalardan kerakli konstruktiviyalar yasaladi. Shuning uchun ham sirtlarning yoyilmalarini tekislik (qog'oz) da yasash muhim kasb etadi.

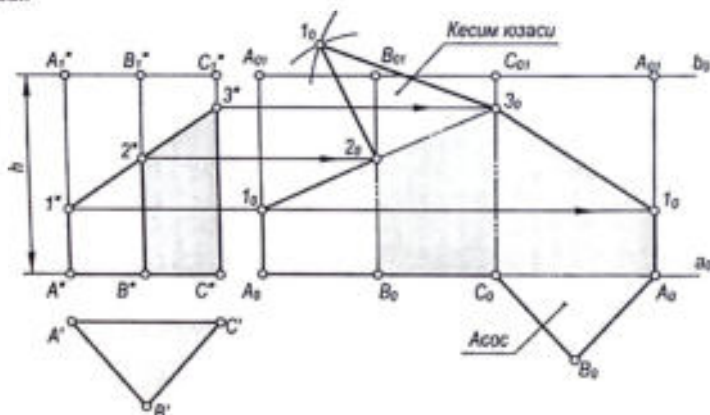
10.2-§. Ko'pyoqliklar yoyilmalari

Ko'pyoqliklar to'la yoyilmasini yasash uchun uning yon yoqlari va asoslarining yoyilmalari yasaladi. Bunday yoqlar (uchburchak yoki ko'pburchak) ni yoyilmada yasash ularga teng bo'lgan yoqlarni yasash demakdir. Bunday yoqlarni yoyilmada yasash uchun tomonlari ya'ni qirralarining haqiqiy uzunliklari bo'lishi kerak. Agar ularning haqiqiy uzunliklari chizmada bo'lmasa, ularni turli usullar

orqali yasash mumkin.

1-masala. Asosi H tekislikda yotgan uchburchakli to'g'ri prizmaning yoyilmasini yasash talab qilinsin (10.2,a,b-shakl).

Yechish. Prizmaning yon qirralari frontal proektsiyada, asosidagi qirralari esa gorizontal proektsiyada haqiqiy uzunlikda tasvirlangan. Prizmaning yoyilmasini yasash uchun dastlab uning biror masalan, AA_1 qirrasini bo'ylab xayolan kesish kerak. So'ngra uchta to'g'ri to'rtburchaklar (yon yoqlar) yonma-yon qo'yib yasaladi. Bu to'rtburchaklarning balandligi prizmaning balandligi (h) ga, asoslari esa mos ravishda $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Hosil bo'lgan yon sirtning yoyilmasiga asoslari qo'shiladi va prizmaning to'la yoyilmasi hosil bo'ladi.

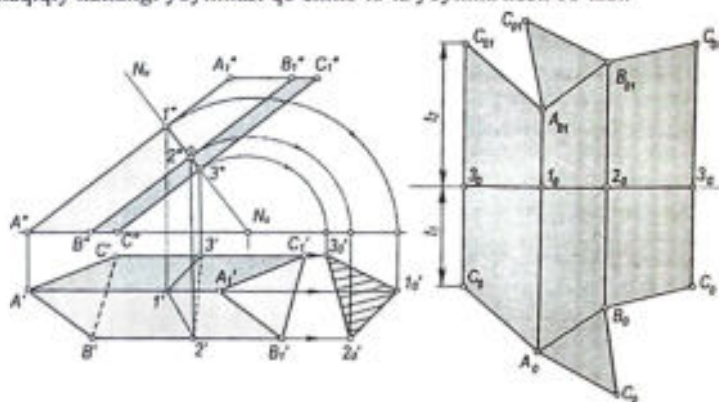


10.2-shakl

10.3,a,b-shakllarda berilgan uch yoqli og'ma prizmaning yon qirralari frontal vaziyatda bo'lgani uchun ularning haqiqiy uzunliklari $A''A_1''$, $B''B_1''$ va $C''C_1''$ kesmalarga teng bo'ladi. Asoslari gorizontal vaziyatda bo'lganligi uchun asos qirralarining haqiqiy qiymati $A'B'$, $B'A'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Bunday og'ma prizmaning yoyilmasini normal kesim usulida yasash qulay hisoblanadi. Buning uchun og'ma prizmaning yon qirralariga perpendikulyar qilib ixtiyoriy $N(N_1)$ tekislik o'tkaziladi. Normal kesim 123 uchburchakning proektsiyalari ($1'2'3'$, $1''2''3''$) ni hosil qilinadi. So'ngra normal kesimning haqiqiy kattaligi $\Delta 1_0 2_0 3_0$ aylantirish usulida yasaladi.

Yoyilmani yasash uchun ixtiyoriy (bo'sh) joyda a_0 – yordamchi chiziqni ingichka qilib o'tkaziladi. Bu chiziqqa normal kesim tomonlarning haqiqiy uzunliklari biror (masalan, 3_0) nuqtadan boshlab o'lchab qo'yiladi (10.3,b-shakl). Hosil bo'lgan 3_0 , 1_0 , 2_0 va 3_0 nuqtalardan a_0 chiziqqa perpendikulyar vaziyatda chiziq o'tkaziladi. Bu chiziqlarga qirralarning haqiqiy uzunliklari o'lchab qo'yiladi. Yoyilmada $C''3'' = C_0 3_0$ va $3''C'' = 30C_0$ qirraning o'lchab qo'yilishi ko'rsatilgan.

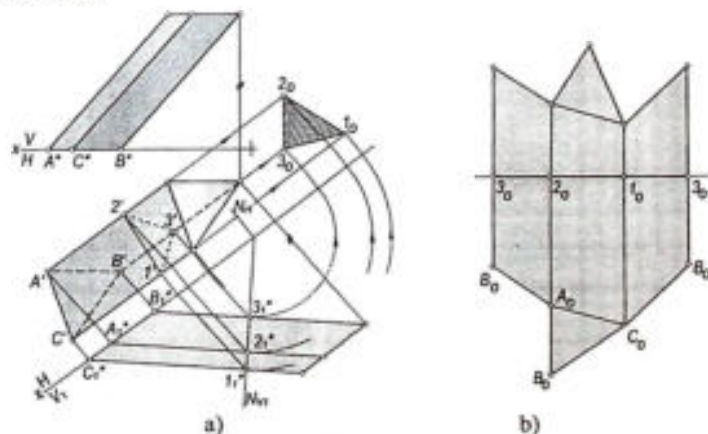
Hosil bo'lgan qirralarning uchlari o'zaro tutashtiriladi. Prizma yon sirti va asosining haqiqiy kattaligi yoyilmasi qo'shilib to'la yoyilma hosil bo'ladi.



10.3-shakl

2-masala. Berilgan yon qirralari umumiy vaziyatda bo'lgan uch yoqli prizmaning yoyilmasini yasash talab etilsin (10.4,a-shakl).

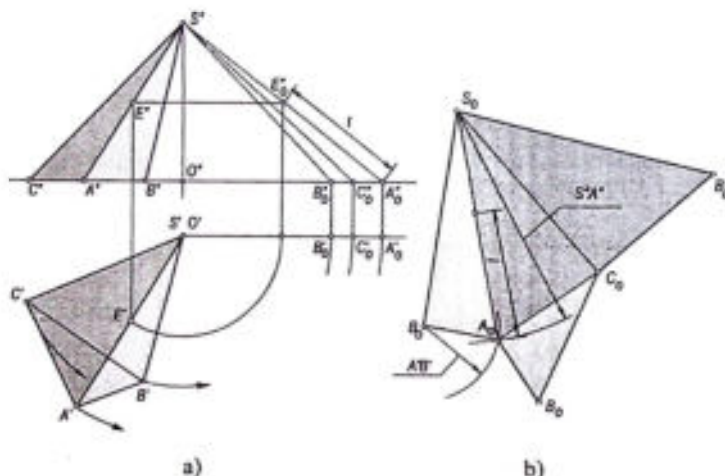
Yechish. Mazkur masala yuqorida keltirilgan masala asosida echiladi. Dastlab prizma qirralari va normal kesimining haqiqiy uzunliklarni yasash kerak bo'ladi. Buni esa proektsiyalar tekisliklarini (prizma qirralariga parallel vaziyatda) almashtirish bilan amalga oshirish maqsadga muvofiqdir. Chizmadagi qolgan yasashlar va yoyilmaning hosil qilinishi ortiqcha tushuntirishlarni talab qilmaydi (10.4,b-shakl).



10.4-shakl

3-masala. Asosi H tekislikka tegishli bo'lgan uch yoqli og'ma piramidaning to'la yoyilmasi yasalsin (10.5,a-shakl).

Yechish. Piramida kabi sirtlarning yoyilmalarini yasashda *uchburchak usulidan* foydalaniladi. Buning uchun dastlab piramida yon qirralarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Chizmada ular aylantirish usuli yordamida topilgan. Asos qirralarining haqiqiy uzunliklari $A'B'$, $B'C'$ va $C'A'$ kesmalarga teng bo'ladi. Piramida yon sirtining yoyilmasini yasash uchun chizmaning ixtiyoriy (bo'sh) joyida S_0 nuqta belgilab olinadi (10.5,b-shakl). Bu nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqqa $S_0B_0 \sim S''B''$ kesma o'lchab qo'yiladi. Chunki piramida SB qirradi bo'yicha kesilgan deb faraz qilinadi. So'ngra markazi B_0 nuqtada, radiusi $B_0A_0 \sim B'A'$ bo'lgan va markazi S_0 nuqtada, radiusi $S_0A_0 \sim S''A''$ bo'lgan ikkita yoy chiziladi. Bu yoylarning kesishuvidan A_0 nuqta hosil bo'ladi. $S_0B_0A_0$ nuqtalar o'zaro tutashtirilib $\triangle ABC$ ning yoyilmadagi o'rni hosil qilinadi. Qolgan yon yoqlarning yoyilmalari ham shu tarzda yasaladi. Hosil bo'lgan yon sirtning yoyilmasiga piramida asosining yoyilmadagi o'rni qo'shilsa, piramida to'la sirtining yoyilmasi hosil bo'ladi.



10.5-shakl

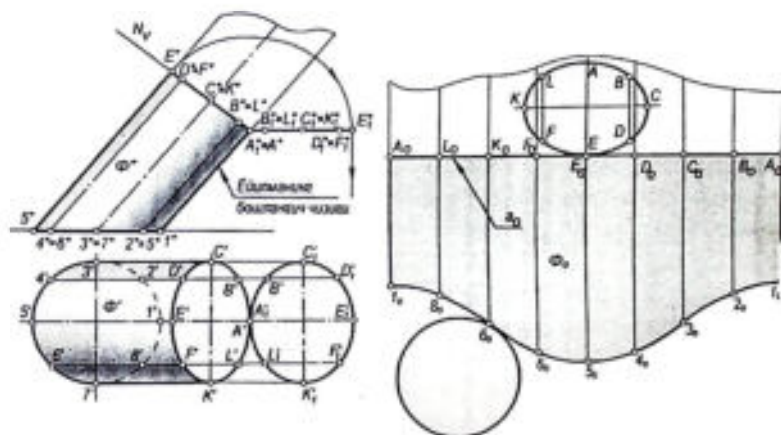
10.3-§. Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash

Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasashda nog'mal kesim va dumalatish usullaridan foydalaniladi. Har ikkala usul bilan ham yoyilmani yasashda silindrik sirtning aproksimatsiya qilib prizmatik sirtga keltiriladi va masala prizmaning yoyilmasini yasash kabi bajariladi.

Umuman biror silindrning yoyilmasini yasash uchun: silindr yoyilmasida qatnashadigan yasovchilarning haqiqiy uzunliklari aniqlanadi; qo'shni yasovchilar orasidagi asos yoylarning haqiqiy uzunliklari topiladi; planimetrik yasashlarga

asosan silindr elementlari ketmaket yoyilmada yasaladi.

10.6,a-shaklda yasovchilari frontal vaziyatda va asosi H tekislikda yotgan og'ma, elliptik silindr tasvirlangan. Bunday silindrning yoyilmasi (10.6,b-shakl) normal kesim usulida bajarilgan. Silindrik sirt prizmatik sirtga approksimatsiya qilinadi. Buning uchun silindr asosini ixtiyoriy bo'laklarga bo'linadi (shaklda 8 ta teng bo'lakka bo'lingan).



10.6-shakl

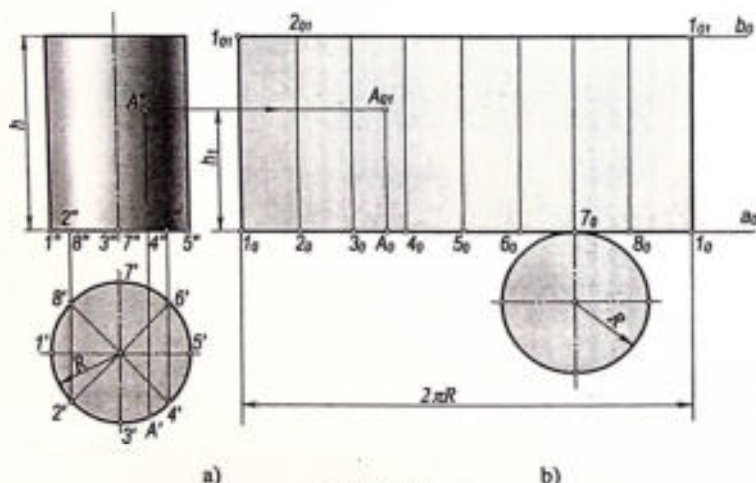
Bu holda silindrni 8 yoqli prizmag a-almashtiriladi. Silindrning yasovchilariga perpendikulyar bo'lgan $N(N_1)$ tekislik bilan kesishish chizig'i yasaladi. Kesishish chizig'i, ya'ni normal kesimning haqiqiy kattaligi aylantirish usuli bilan topiladi.

Silindrik sirtning yoyilmasini yasash uchun chizma qog'ozining bo'sh joyida ixtiyoriy a_0 to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Yoyilmaning boshlanish chizig'i deb $1A$ yasovchi olingan. a_0 to'g'ri chiziqqa uzunligi nog'mal kesimning perimetriga teng bo'lgan $[A_0A_0]$ kesma o'lchab qo'yiladi. Bu kesmaga A_0 nuqtadan boshlab $A_0L_0=A_0'L_0', L_0K_0=L_0'K_0', K_0F_0=K_0'F_0', \dots$ kesmalar o'lchab qo'yilib oraliqdagi $L_0, K_0, F_0, \dots$ nuqtalar aniqlanadi. Bu nuqtalar orqali a_0 to'g'ri chiziqqa perpendikulyarlar o'tkaziladi. 10.6-shaklda silindr yasovchilarining frontal proektsiyalari o'z haqiqiy uzunliklariga teng ekanligini ko'rish mumkin. Shuning uchun yasovchilarning frontal proektsiyadagi uzunliklari o'lchab olinib, yoyilmadagi mos perpendikulyarlarga qo'yiladi. O'lchab qo'yilgan kesmalarning ikkinchi uchlari tekis egri chiziq bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan Φ_0 figura Φ silindr yon sirtining yoyilmasi bo'ladi. Φ_0 figura silindrning asosi va normal kesimning haqiqiy kattaligi bilan to'ldirilib, to'la yoyilma hosil qilinadi.

Asoslari aylanish o'qiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy silindr yon sirtining yoyilmasi to'g'ri to'rtburchakdan iborat bo'lib, bunday to'rtburchakning tomonlari $2\pi R$ va h_0 ga teng bo'ladi (10.7,a,b-shakl). Bu yerda R – asosning radiusi, h – silindrning balandligi. Asosi H tekisligiga tegishli va o'qi unga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy silindrning to'la yoyilmasini yasash 10.7,b-shaklda ko'rsatilgan.

Bunda silindrning l_{020} ($1'2',1'2''$) yasovchisi yoyilmaning boshlanish chizig'i deb olingan.

Ixtiyoriy a_0 to'g'ri chiziq o'tkazib, unga $[l_0l_0] - 2\pi R$ kesma o'lchab qo'yiladi va u teng 8 bo'lakka bo'linadi. Kesmaning har ikkala uchidan a_0 to'g'ri chiziqqa perpendikulyarlar chiqarilib, ularga $l_0l_{01}=h$ kesma, ya'ni silindrning balandligiga teng kesmalar o'lchab kuyiladi. Hosil bo'lgan $l_0l_{01}l_{01}l_0$ to'g'ri to'rtburchak berilgan silindr yon sirtining yoyilmasi bo'lib, to'la yoyilmani yasash uchun l_0l_{01} va $2a_{01}$ tomonlarga urinuvchi qilib silindrning asoslari chiziladi. Sirtga tegishli A nuqtaning yoyilmadagi o'rini aniqlash 10.7,a,b-shakldan ko'rinib turibdi. Bunda $3^\circ A = 3a_{01}$, $A_0A_{01}=h_1$, ya'ni A nuqtaning applikatasiga teng bo'ladi.

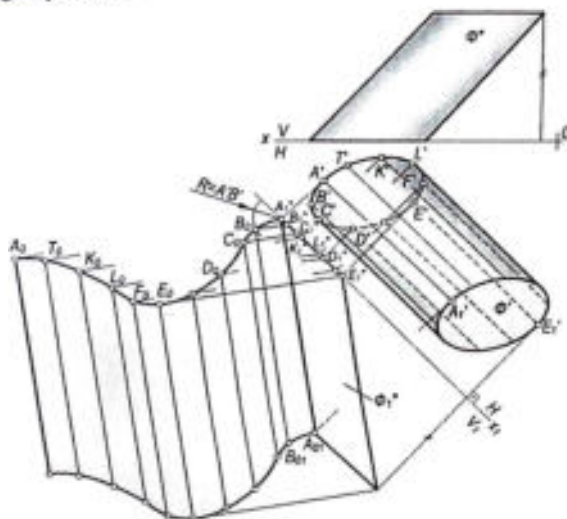


10.7-shakl.

10.8-shaklda tasvirlangan og'ma elliptik silindr yon sirtining yoyilmasi dumalatish usulida bajarilgan. Dastavval silindr uning yasovchilariga parallel bo'lgan V tekislikka, proektsiyalar tekisliklarini almashtirish usuli bilan proektsiyalanadi.

Silindrning $AA_1(A'A_1, A''A_1)$ yasovchisi yoyilmaning boshlanish chizig'i deb olingan. $\square$ silindr o'zining AA_1 yasovchisi orqali o'tgan tekislikka yoyiladi.

Buning uchun silindrik sirt yana prizmatik sirtga approksimatsiya qilinadi va prizmaning yoyilmasini yasash kabi bajariladi. Silindr yasovchilaridan biri $BB_1(B'B', B''B'')$ ning yoyilmadagi o'rnini B_0B_{01} ni yasashni ko'rib chiqaylik. Markazi A_1 nuqtada va radiusi $A'B'$ ga teng bo'lgan aylana yoyi chiziladi. B_1 nuqtadan esa A_1A_{01} yasovchiga perpendikulyar to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Ular o'zaro kesishib, yoyilmaga tegishli B_0 nuqtani hosil qiladi. B_0 nuqta orqali A_1A_{01} ga parallel qilib B_0B_{01} ($B_0B_{01}=A_1A_{01}$) yasovchi o'tkaziladi. Yoyilmadagi $C_0, D_0, \dots$ nuqtalar va ular orqali o'tuvchi yasovchilar ham B_0 nuqta va B_0B_{01} yasovchi singari yasalanadi.



10.8-shakl.

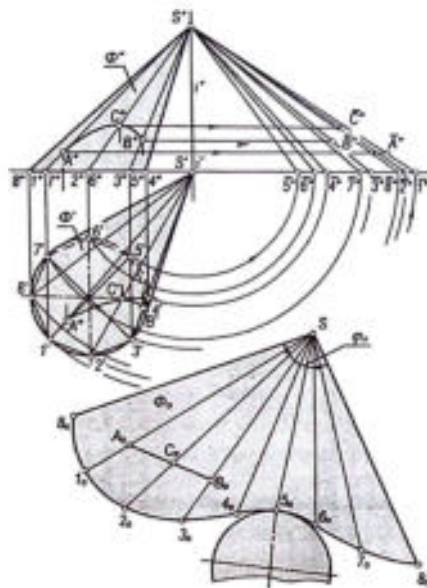
10.4-§. Konus sirtlarning voyilmalarini yasash

Umumiy holdagi konus sirtining yoyilmasi ham piramida yoyilmasini yasashdagidek, uchburchaklar usuli bilan bajariladi. Buning uchun konus o'ziga ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaga approksimatsiya qilinadi va shu piramidaning yoyilmasi konus sirtining yoyilmasi deb qabul qilinadi. Ichki chizilgan ko'pyoqlik piramidaning yoqlari qanchalik ko'p bo'lsa, konus sirtining yoyilmasi shunchalik aniq bo'ladi. Umuman, konusni yoyish uchun uning bir necha yasovchilarining haqiqiy uzunliklari va yunaltiruvchi egri chizig'i (yoki uning bo'laklarining) — asosining haqiqiy uzunligi topiladi. so'ngra konus yasovchilari va asosining bo'laklari birin ketin yovilmaga ko'chiriladi.

10.9.a-shaklda asosi H tekislikka tegishli $\square$ og'ma konus tasvirlangan. Bu konusning yoyilmasini yasashda uchburchaklar usulidan foydalanamiz. Konusni o'ziga ichki chizilgan piramidaga approksimatsiyalaymiz. Konus vasovchilari

yoki ichki chizilgan piramida qirralarining haqiqiy uzunliklarini yasash shaklda aylantirish usulida bajarilgan.

S8 yasovchini yoyilmaning boshlanish chizig'i deb olamiz. Chizma qog'ozining bo'sh joyida ixtiyoriy S_0 nuqtani belgilaymiz (10.9,b-shakl). 10.9,a-shakldan S8 yasovchining haqiqiy uzunligi bo'lgan $S''8_1$ kesmani o'lchab va uni S_0 nuqtadan chiqarilgan ixtiyoriy α_0 to'g'ri chiziqqa qo'yib, 8_0 nuqtani hosil qilamiz. So'ngra S_0 nuqtani markaz, $S''1_1$ ni radius qilib yoy chizamiz. Markazi 8_0 nuqtada va radiusi $8'1'$ bo'lgan ikkinchi yoy chizamiz. Har ikkala yoylar o'zaro kesishib 1_0 nuqtani hosil qiladi. Yoyilmaning qolgan $2_0, 3_0, 4_0, \dots$ nuqtalari ham shu tartibda yasaladi. Hosil bo'lgan $\square_0$ figura berilgan konus yon sirtining yoyilmasi bo'ladi. Uni konusning asosi – ellips bilan to'ldirib, to'la yoyilmani hosil qilamiz. $\square(\square',\square'')$ konus sirtidagi AB egri chiziqqa $\square_0$ figurada A_0B_0 to'g'ri chiziq mos kelgan. Shuning uchun AB – konusning geodezik chizig'i bo'ladi. Shuningdek, konusning hamma yasovchilari uning geodezik chizig'i bo'la oladi.

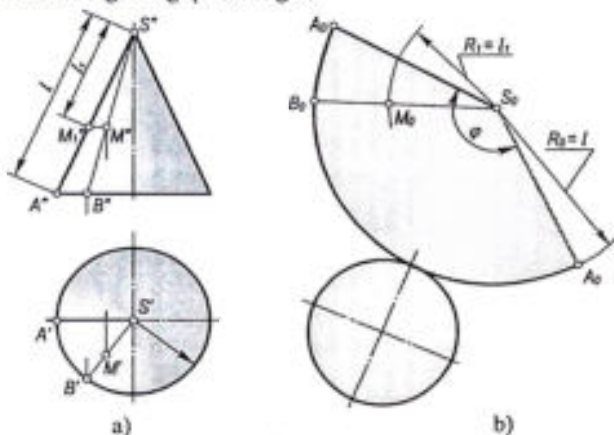


10.9-shakl

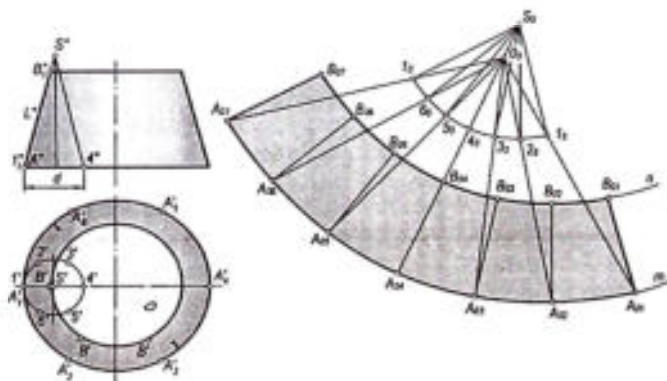
10.10,a,b-shaklda asosi H tekislikka tegishli va o'qi unga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri doiraviy $\square(\square',\square'')$ konus Monj chizmasida berilgan. Bunday konus yon sirtining yoyilmasi doira sektoridan iborat bo'ladi.

Doiraviy sektorning radiusi konus yasovchisining uzunligi L ga teng, markaziy burchagi $\omega = \frac{r}{L} 360^\circ$ bo'ladi. Bu yerda r – konus asosining radiusi, l – konusning yasovchisi.

10.11,a,b-shaklda uchi chizma maydonidan tashqarida joylashgan kesik konus tasvirlangan. Bunday konusning yoyilmasini yasash uchun shunday yordamchi konus chizish kerakki, unda $K = \frac{d}{D}$ nisbat butun son orqali ifodalansin. Bunda D – berilgan kesik konus katta asosining diametri, d – yordamchi konusning diametri. Shaklda bu nisbat 3 ga teng qilib olingan.



10.10-shakl



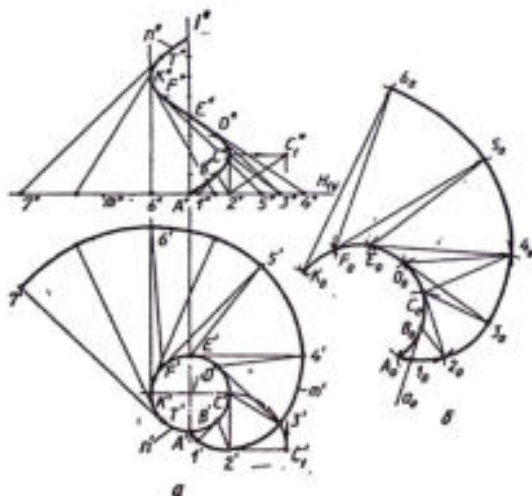
10.11-shakl

Dastlab yordamchi konusning yoyilmasini yasaymiz (10.11,b-shakl). Keyin $\angle 1_0 S_0 1_0$ ning bissektrisasiga tegishli ixtiyoriy O_0 nuqta orqali $O_0 1_0$, $O_0 2_0$, $O_0 3_0$,... nurlarni o'tkazamiz. Bu nurlarga O_0 nuqtadan boshlab $O_0 A_{01} = K \times O_0 1_0$,

$00A_{02}=K \times O_0 2_0$, $00A_{03}=K \times O_0 3_0, \dots$ kesmalarni o'lchab qo'yamiz. Hosil bo'lgan $A_{01}, A_{02}, A_{03}, \dots$ nuqtalarni tekis egri chiziqli bilan tutashtiramiz. Amalda bunday egri chiziqli markazi O_0 nuqtada radiusi $00A_{01}$ bo'lgan aylana yoyi ko'rinishida chiziladi. So'ngra $A_{01}, A_{02}, A_{03}, \dots$ nuqtalar orqali $S_0 1_0, S_0 2_0, S_0 3_0, \dots$ yasovchilarga mos ravishda parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazib, ularga kesik konusning $A''B''$ yasovchisiga teng bo'lgan $A_{01}B_{01}, A_{02}B_{02}, A_{03}B_{03}, \dots$ kesmalarni o'lchab qo'yamiz. Hosil bo'lgan $B_{01}, B_{02}, B_{03}, \dots$ nuqtalarni tekis egri chiziqli bilan tutashtirib, kesik konus yon sirtining yoyilmasini hosil qilamiz.

10.5-§. Qaytish qirrali sirtlarning yoyilmalarini yasash

Qaytish qirrali sirtlarning yoyilmalarini yasash ham konus sirtlarning yoyilmalarini yasashdagidek uchburchaklar usulida bajariladi. 10.12,a-shaklda yoyiladigan gelikoid va 10.12,b-shaklda uning yoyilmasini yasash ko'rsatilgan. qaytish qirrali silindrik vint chizig'ida $A, B, C, \dots$ nuqtalarni belgilab olamiz. Ular orqali vint chizig'iga urinmalar o'tkazib, sirt yasovchilarini hosil qilamiz. Sirtning o'qiga perpendikulyar bo'lgan H_1 tekislik bilan sirtni kesamiz. Bu holda berilgan sirt n — vint chizig'i va m — evolventa bilan chegaralangan bo'ladi. Urinmalarning $H_1(H_{11})$ tekislik bilan kesishish nuqtalari $1, 2, 3, \dots$ ni belgilab olamiz. Sirtning qo'shni yasovchilari orasidagi bo'laklarining, ya'ni egri chiziqli to'rtburchaklarning bittadan diagonalalarini o'tkazib, ularni ikkita uchburchakka ajratamiz. Masalan, $BC21$ bo'lakning $B2$ diagonalini o'tkazib, uni $B12$ va $B2C$ uchburchaklarga ajratamiz. Agar $A, B, C, \dots$ nuqtalar orasidagi masofalar qisqa bo'lsa, uchburchaklarning egri chiziqli tomonlari



10.12-shakl.

Shunday qilib, qaytish qirrali sirt ko'pyoqlik sirtga approksimatsiya qilinadi. Bu holda sirt yoyilmasini yasash ko'pyoqlik sirtining yoyilmasini yasash kabi bajariladi. Buning uchun uchburchaklarning uchala tomonlarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Shunday tomonlardan biri, masalan, C_2 ning haqiqiy uzunligini yasash 10.12,a-shaklda aylantirish usulida bajarilib ko'rsatilgan. Uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklari bo'yicha yoyilmada uchburchaklar ketma-ket yasaladi. 10.12,b-shaklda yoyilma $A_0B_0I_0$ uchburchakni yasashdan boshlangan. Bu uchburchak quyidagicha yasaladi: ixtiyoriy a_0 to'g'ri chiziq o'tkazib, unga B_1 tomonning haqiqiy uzunligiga teng bo'lgan B_0I_0 kesma o'lchab qo'yiladi. Markazlari I_0 va B_0 nuqtalarda bo'lgan va radiuslari mos ravishda A_1I_0 , AB tomonlarning haqiqiy uzunliklariga teng bo'lgan ikki aylana yoylari chiziladi. Bu yoylarning o'zaro kesishuvidan A_0 nuqta hosil bo'ladi.

Qolgan uchburchaklarning haqiqiy kattaliklari ham shu tarzda bir-biriga yondashtirib yasaladi.

10.6-§. Yoyilmaydigan sirtlarning taqribiy yoyilmalarini yasash

Muhandislik amaliyotida ko'pgina hollarda yoyilmaydigan sirtlar yoki ularning bo'laklaridan ba'zi konstruksiyalarni yasashga to'g'ri keladi. Ammo ularning faqat taqribiy yoyilmalarini yasash mumkin. Taqribiy yoyilmalarni yasashning umumiy usuli shundan iboratki, berilgan sirt yoyiladigan sirtlardan biriga (ko'pyoqlik, silindrik yoki konussimon) approksimatsiya qilinadi.

Sirtlarning yoyilmalarini taqribiy yasashning uch usuli:

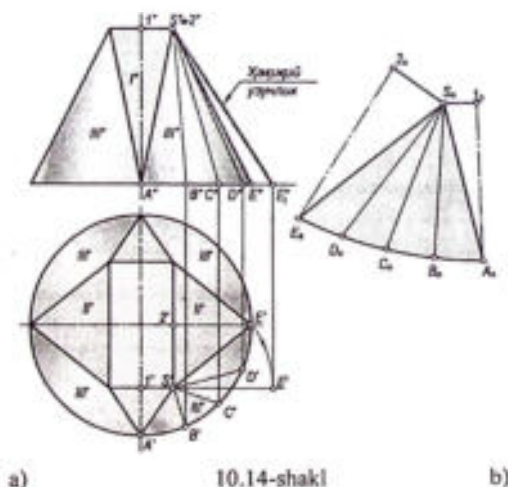
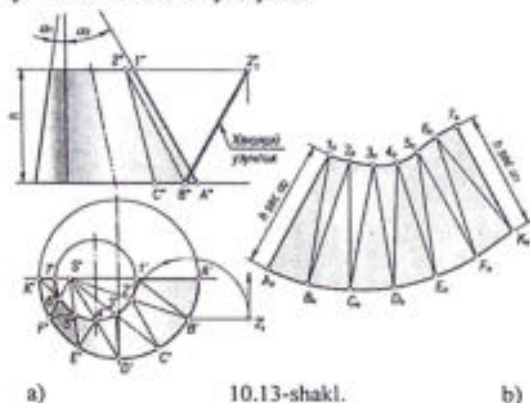
- Yordamchi uchburchaklar usuli.
- Yordamchi silindrik sirtlar usuli.
- Yordamchi konus sirtlar usuli mavjud.

Yordamchi uchburchaklar usuli. Bu usulning mohiyati qo'yidagidan iborat. Dastlab yoyilmaydigan sirt uchburchaklarga bo'lib chiqiladi, ya'ni berilgan sirt ko'pyoqlik sirtga approksimatsiya qilinadi. Keyin ko'pyoqlik sirtning yoyilmasi yasaladi. Buning uchun uchburchak tomonlarining haqiqiy uzunliklari proektsiyalarda yasaladi. Har bir uchburchakning yoyilmadagi vaziyati uchala tomonining haqiqiy uzunliklari bo'yicha yasaladi.

Amalda og'ma konus sirtlarning yoyilmalari umuman taqribiy usulda yasaladi. 10.13,a-shaklda Monj chizmasida og'ma konus tasvirlangan. Uning yoyilmasini yasash uchun berilgan konus sirti

A_1B_1 , B_1C_1 , B_2C_2 ,... uchburchaklarga ajratiladi. Bu uchburchaklarning bittadan tomonlari konusning uchidan o'tadigan qilib olinadi. Uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklari yasaladi. Ulardan biri B_2 ning haqiqiy uzunligi aylantirish usulida yasalgan. Yoyilmani hosil qiluvchi uchburchaklarni ularning uchala tomonlarining haqiqiy uzunliklari bo'yicha yasash qiyin emas. Bunda yoyilmadagi uchburchaklar tomonlarining o'zaro joylashuv tartibi proektsiyadagi joylashuv tartibi bilan bir xil bo'lishi kerak. 10.13,b-shaklda og'ma konus yon sirti yoyilmasining yarmi ko'rsatilgan. 10.14,a-shaklda tasvirlangan sirt silindrik

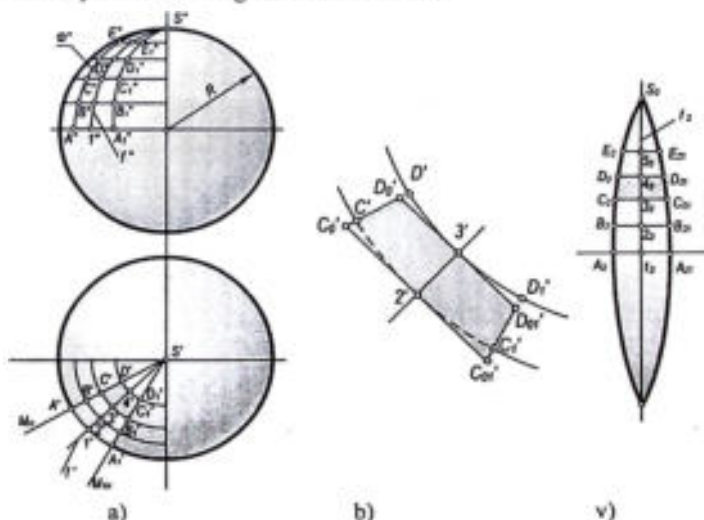
trubadan to'rtburchakli trubaga o'tish elementi bo'lib, u ikkita *I* ko'rinishdagi, ikkita *II* ko'rinishdagi tekis uchburchaklardan hamda to'rtta *III* ko'rinishdagi elliptik konus sirtlardan tashkil topgan. Bunday sirtning yoyilmasini yasash uchun dastlab konus sirtlarni piramida sirtlariga approksimatsiya qilamiz (shaklda faqat bitta konus sirtining piramidaga approksimatsiya qilinishi ko'rsatilgan). Buning uchun konusning asosida bir necha *A, B, C, D, E* nuqtalarni belgilab olib, ularni konusning uchi bilan tutashtiramiz. Hosil bo'lgan uchburchaklar tomonlarining haqiqiy uzunliklarini yasaymiz. 10.14,a-shaklda *SE* tomonning haqiqiy uzunligini yasash ko'rsatilgan. Bu sirt yoyilmasini yasash uchun tomonlarning haqiqiy uzunliklari bo'yicha uchburchaklar yasaymiz.



Berilgan sirtning $S2E1$ choragining yoyilmasini yasash 10.14,b-shaklda ko'rsatilgan. Qolgan choraklarining yoyilmasi ham yuqorida bayon qilinganidek yasaladi.

Yordamchi silindrik sirtlar usuli. Bu usul yoyilmaydigan aylanish sirtlarining taqribiy yoyilmalarini yasashda qulay. Uning mohiyati qo'yidagidan iborat. Berilgan sirtning meridianlari bo'yicha bir necha o'zaro teng bo'laklarga bo'lib chiqiladi. Bu bo'laklar o'z navbatida silindrik sirtlar bilan almashtiriladn. Bunday silindrik sirtlar berilgan sirtga har bo'lagining o'rta meridiani bo'yicha urinib o'tishi shart. 10.15,a-shaklda proektsiyalari bilan berilgan sferik sirt bo'lagining taqribiy yoyilmasi 10.15,b-shaklda tasvirlangan.

Dastavval sferik sirtning meridianlar bo'yicha kesuvchi V_1 , M , M_1 va W_1 tekisliklar bilan teng bo'laklarga bo'lamiz. Bunda bo'laklar soni qancha ko'p bo'lsa, sferaning yoyilmasi shuncha aniqroq bo'ladi. M va M_1 tekisliklar orasidagi sferaning $\square(\square',\square'')$ bo'lagi yoyilmasini yasashni ko'rib chiqamiz. Bu bo'lakni silindrik sirt bilan almashtiramiz. Bunday almashtirish 10.15,v-shaklda kattalashtirib ko'rsatilgan. M va M_1 meridional tekisliklar orasidagi masofalar silindrik sirt yasovchilarining uzunliklari bo'ladi.

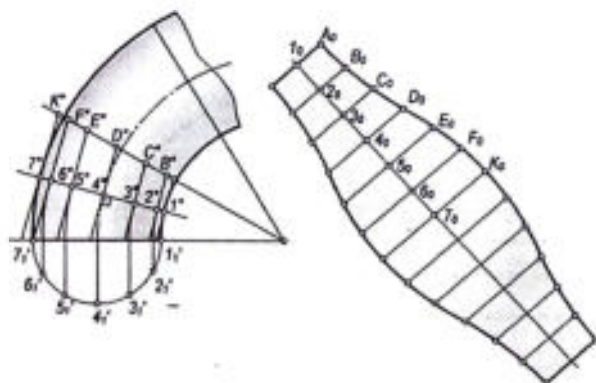


10.15-shakl.

Demak, bu yasovchilar gorizontaal vaziyatdagi kesmalar bo'lib, ularning gorizontaal proektsiyalari haqiqiy uzunliklarida tasvirlanadi. Bunday silindrik sirt $\square$ bo'lakning o'rta meridiani f bo'yicha urinuvchi bo'ladi. $\square$ bo'lakning yoyilmasini yasash uchun gorizontaal vaziyatda ixtiyoriy l_0 to'g'ri chiziqni o'tkazamiz. Unga A_0I_0 va I_0A_0 kesmalarni o'lchab qo'yamiz. Bu kesmaning

o'rtasidan unga perpendikulyar qilib f_0 to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq o'rta meridional kesim uzunligining yarmi $\frac{\pi D}{2}$ ni 1_0 nuqtadan boshlab o'lchab qo'yib, S_0 nuqtani belgilab olamiz. 1, 2, 3, 4, 5 va S nuqtalar orasidagi masofalarning haqiqiy uzunliklarini aniqlab f_0 to'g'ri chiziqqa $1_0, 2_0, 3_0, 4_0$ va S_0 nuqtalarni belgilaymiz. Bu nuqtalar orqali gorizontal to'g'ri chiziqlar o'tkazib, ularga f_0 vertikal to'g'ri chiziqdan boshlab har ikkala tomonga $1', 2', 3', 4'$ va $5'$ nuqtalar orqali o'tgan yasovchilarning yarmini o'lchab qo'yamiz. Hosil bo'lgan $A_0, B_0, C_0, D_0, E_0, S_0$ va $S_{01}, A_{01}, B_{01}, C_{01}, D_{01}, E_{01}$ nuqtalarni tekis egri chiziq bilan tutashtiramiz. $A_0S_0A_{01}$ figura $\square$ bo'lak yoyilmasining yarmi hisoblanadi. Ikkinchi yarmining yoyilmasi ham xuddi shu tarzda yasaladi. Sfera sirtining to'la yoyilmasini hosil qilish uchun shunday yoyilmadan yana $n-1$ tasini yasash kerak bo'ladi. Bunda p – sferik sirt bo'laklarining soni. Yuqorida ko'rilgan hol uchun $n = 12$.

10.16,a-shaklda tasvirlangan tor halqaning taqribiy yoyilmasini yasash uchun uni 12 teng bo'lakka bo'lib, bir bo'lagining yoyilmasini yasaylik (10.16,b-shakl). Torning bu bo'lagini tashqi chizilgan yordamchi silindrik sirt bilan almashtiramiz. Bunday silindrik sirt halqa bo'lagining o'rta meridiani yoki normal kesimi bo'yicha urinadi. Yoyilmani yasash uchun gorizontal vaziyatda a_0 to'g'ri chiziq o'tkazamiz (10.16,b-shakl) va unga normal kesimning uzunligini o'lchab qo'yamiz. Keyin bu to'g'ri chiziqda $1_0, 2_0, 3_0, \dots$ nuqtalarni belgilab, ular orqali a_0 to'g'ri chiziqda perpendikulyar qilib yordamchi silindrning yasovchilarini o'tkazamiz. Bularga yasovchilarning uzunliklarini o'lchab qo'yamiz. Hosil bo'lgan $A_0, B_0, C_0, \dots$ nuqtalarni tekis egri chiziq bilan tutashtirib yoyilmani hosil qilamiz. Bu esa halqa 1/12 qismining yoyilmasi bo'ladi.



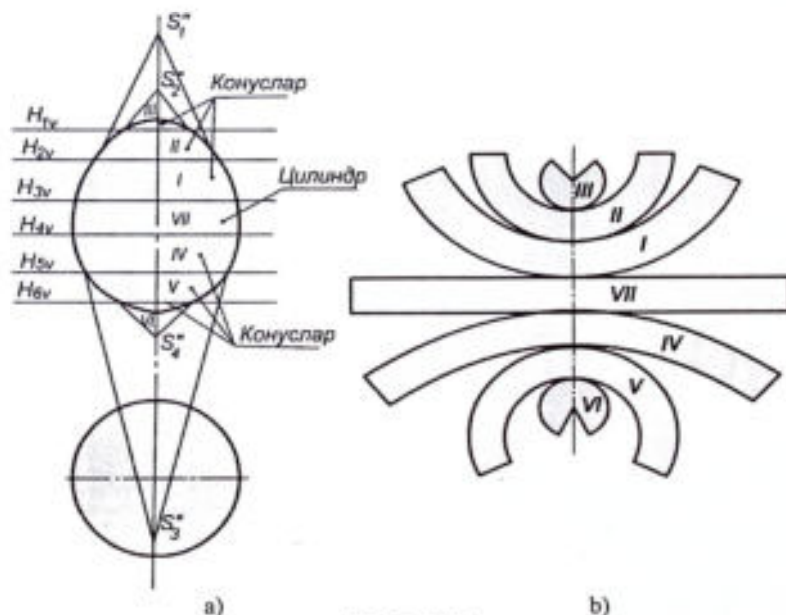
10.16-shakl

Yordamchi konussimon sirtlar usuli. Bu usul bilan konturi egri chiziqli aylanish sirtlarining taqribiy yoyilmasi yasaladi. Berilgan sirt aylanish o'qlga

perpendikulyar tekisliklar bilan kesiladi. Sirtning har bir bo'lagi konussimon yoki silindrik sirtlarga approksimatsiya qilinadi va bu sirtlarning yoyilmalari yasaladi. 10.17,a-shaklda Monj chizmasida berilgan aylanish sirtlari aylanish o'qiga perpendikulyar tekisliklar bilan bir necha bo'laklarga bo'linadi. Bu bo'laklar konussimon (*I, II, III, IV, V, VI*) va silindrik (*VII*) sirtlarga approksimatsiya qilinadi.

10.17,b-shaklda konussimon va silindrik sirtlarga approksimatsiya qilingan sirt bo'laklarining yoyilmalari ko'rsatilgan. Bu yoyilmalar to'g'ri doiraviy silindr va konus sirtlarining yoyilmalarini yasashga asoslanib bajarilgan.

10.17,b-shaklda hosil qilingan yoyilma bo'yicha berilgan sirtning aynan o'zini yasab bo'lmaydi. Bunda yoyilmadagi *I, II, III, IV, V* va *VI, VII* bo'laklar orasida ochiq joylar mavjud bo'lib, ular berilgan sirtning aynan o'zini yasash imkoniyatini bermaydi. Shuning uchun ham bunday yoyilmalar taqribiy yoyilmalar deyiladi.



10.17-shakl

Nazorat savollari

1. Sirtning yoyilmasi deb nimaga aytiladi?
2. Yoyiladigan sirtlar deb nimaga aytiladi?

3. Qanday ko'pyoqliklarning yoyilmalari uchburchaklar usuli bilan yasaladi?
4. Normal kesim usuli bilan qanday sirlarning yoyilmalari yasaladi?
5. To'g'ri doiraviy silindrning yoyilmasi nimadan iborat?
6. Og'ma silindrining yoyilmalari qanday usulda yasaladi va yasash algoritmi nimalardan iborat?
7. To'g'ri doiraviy konusning yoyilmasi nimadan iborat?
8. Og'ma konusning yoyilmasi qanday yasaladi?
9. Yoyilmaydigan sirlarning yoyilmalari qanday yasaladi?
10. Taqribiy yoyilmalarni yasashning treangulyatsiya usuli nimadan iborat?
11. Elliptik konusning yoyilmasi qanday yasaladi?
12. Sferaning taqribiy yoyilmasi qanday yasaladi?

11.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Ma'lumki, sirtning biror nuqtasi orqali shu sirtga cheksiz ko'p urinma to'g'ri chiziqlar o'tkazish mumkin. Bu urinma to'g'ri chiziqlar to'plami shu nuqtadagi sirtning urinma tekisligini tashkil qiladi (11.1-shakl).

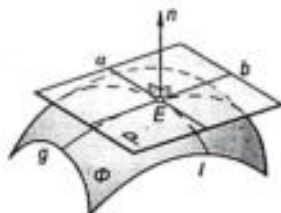
Sirtga urinma tekislikning urinish nuqtasidan o'tib, bu tekislikka perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq sirtning shu nuqtadagi *normali* deyiladi (11.1-shakl).

Berilgan sirtlarni shakliga qarab, urinma tekisliklar sirtning nuqtasiga (11.1-shakl), yoki to'g'ri chizig'iga (11.2-shakl), yoki aylanasi (11.3-shakl) yoki boshqa geometrik shakllariga urinadi.

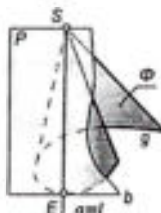
Berilgan sirtga yagona yoki chekli sondagi urinma tekislik quyidagi hollarda o'tkazilishi mumkin:

- sirt ustidagi nuqta orqali;
- sirt tashqarisidagi nuqta orqali;
- berilgan to'g'ri chiziq orqali;
- berilgan to'g'ri chiziqqa parallel;
- berilgan tekislikka parallel;
- berilgan ikki sirtga urinma va hokazo.

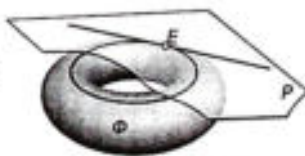
Bu shartlar tekislikning berilish usullari bilan uzviy bog'liq bo'lib, sirtlarning turiga qarab tanlanadi. Masalan, ikkinchi holda, S nuqtadan shar sirti uchun cheksiz urinma tekisliklarni o'tkazish imkonini beradi (11.4-shakl). Shar sirti uchun chekli urinma tekislik hosil qilish masalasi faqat 1-, 3-, 5- hollar qo'yilganda hal bo'ladi (11.5-shakl). Boshqa sirtlar uchun ham xuddi shunday mulohaza yuritish mumkin.



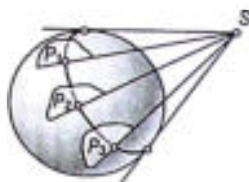
11.1-shakl



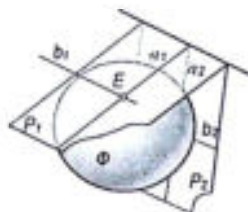
11.2-shakl



11.3-shakl



11.4-shakl



11.5-shakl

11.2-§. Urinma tekislikning chizmada berilishi

Urinma tekislik, chizmada tekisliklarni berilish usullari singari, bir to'g'ri chiziqda yotmagan uch nuqta; to'g'ri chiziq va unda yotmagan nuqta; ikki kesishuvchi to'g'ri chiziq; parallel to'g'ri chiziqlar va boshqa tekis shakllarining proektsiyalari orqali berilishi mumkin. Tekislikning berilishida qatnashuvchi nuqtalar va to'g'ri chiziqlar urinish nuqtalari yoki urinish chiziqlarini ifodalashi mumkin. Masalan, konus sirtiga uringan tekislik kesishuvchi ikki to'g'ri chiziq ko'rinishida berilishi mumkin va bu chiziqlarning biri urinish chizig'i bo'lib xizmat qiladi (11.2-shakl).

Urinma tekislik, sirtga qanday urinishidan qat'iy nazar, urinish chiziqlariga tegishli nuqtalar elliptik, parabolik, giperbolik nuqtalarga bo'linadi.

Sirtning elliptik
nuqtasi

Ta'rif: Agar urinma tekislik sirt bilan bitta umumiy nuqtaga ega bo'lsa va shu nuqta orqali o'tuvchi sirtning barcha kesim chiziqlari urinma tekislikning bir tomonida qolsa, sirtning bunday urinish nuqtasi *elliptik nuqta* deyiladi (11.1-shakl).

Bunga ellipsoid, paraboloid, shar sirtlarining nuqtalari misol bo'la oladi.

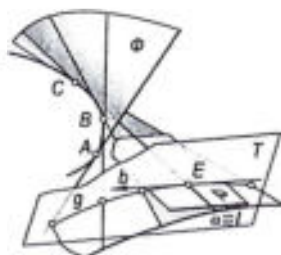
Sirtning parabolik
nuqtasi

Ta'rif: Agar urinma tekislik sirt bilan to'g'ri chiziq hosil qilib urinsa, bu urinish chizig'ining nuqtalari *parabolik nuqtalar* deyiladi (11.2-shakl).

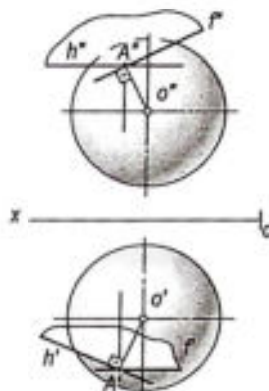
Bunga konus, silindr kabi sirtlar misol bo'ladi.

Sirtning giperbolik
nuqtasi

Ta'rif: Agar urinma tekislik sirtga urinib, uni kessa, hosil bo'lgan kesishish chizig'iga oid sirtning nuqtasi *giperbolik nuqta* deyiladi (11.6-shakl).



11.6-shakl.



11.7-shakl.

Bunday sirlarga bir pallali giperboloid, giperbolik paraboloid kabi sirtlarning nuqtalari misol bo'la oladi.

Urinma tekisliklar amaliy va nazariy jihatdan katta ahamiyatga ega. Nazariy jihatdan, urinma tekisliklardan differentsial geometriyada sirtlarning urinish nuqtasi atrofidagi xossalarni o'rganishda keng foydalaniladi. Urinish nuqtasidagi normalning yo'nalishini aniqlashdan esa muxandislik amaliyotida keng foydalaniladi. Bundan tashqari, urinma tekisliklardan arxitektura va rassomchilik amaliyotida sirtlarning o'z soyasi yoki tushgan soyasining chegaralarini aniqlashda, chizma geometriyada sirtlarning ocherklarini yasashda keng qo'llaniladi.

11.3-§. Sirtning ixtiyoriy nuqtasi orqali urinma tekislik o'tkazish

Sirdagi ixtiyoriy nuqtadan yagona urinma tekislik o'tadi. Bu tekislik sirtning urinish nuqtasiga o'tkazilgan bir juft kesishuvchi urinma to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari orqali tasvirlanadi (11.7, 11.10-shakllar). Sirtning ixtiyoriy nuqtasiga urinma tekislik o'tkazishga doir bir necha misollarini ko'rib chiqamiz.

1-masala. Sferaning $A(A', A'')$ nuqtasi orqali urinma tekislik o'tkazilsin (11.7-shakl).

Yechish. Izlangan urinma tekislik urinish nuqtasi $A(A', A'')$ orqali o'tkazilgan $OA(O'A', O''A'')$ radiusga perpendikulyar bo'ladi. Shunga ko'ra, to'g'ri chiziq va tekislikning o'zaro perpendikulyarlik shartiga asosan, A nuqtadan sferaning OA radiusiga perpendikulyar qilib, ikkita urinma to'g'ri chiziq, ya'ni gorizontal $h(h', h'')$ va frontal $f(f', f'')$ chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlar birgalikda izlangan urinma tekislikni ifodalaydi;

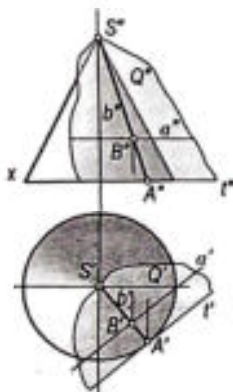
2-masala. $\square(\square', \square'')$ aylanish sirtining ixtiyoriy $A(A', A'')$ elliptik nuqtasi orqali unga urinma tekislik o'tkazilsin (11.8-shakl).

Yechish. Izlangan urinma tekislikni sirtning A nuqtasi orqali o'tgan paralleli

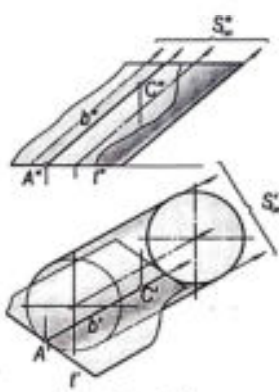
va meridianiga urinma bo'lgan to'g'ri chiziqlar orqali ifodalash qulaydir. Urinma tekislikni ifodalovchi chiziqlarni yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi:

- $A(A', A'')$ nuqtadan sirtning $N(N')$ tekislikdagi $l(l', l'')$ paralleli va $M(M_H)$ tekislikdagi $c(c', c'')$ meridiani o'tkaziladi;
- $l(l', l'')$ parallelning $A(A', A'')$ nuqtasidan $a(a', a'')$ urinma o'tkaziladi; Bu urinma, tekislikning gorizontali bo'ladi.
- $c(c', c'')$ meridian chizig'iga o'tkazilgan urinmaning gorizontaal proektsiyasi b' ni a' ga perpendikulyar qilib o'tkaziladi.
- b urinma chiziqning frontal proektsiyasi b'' ni yasash uchun aylanish o'qi $l(l', l'')$ va $A(A', A'')$ urinish nuqtasidan iborat M meridian tekisligini V proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgunga qadar i atrofida burib, A nuqtaning, yangi $A_1(A'_1, A''_1)$ vaziyati aniqlanadi;
- A urinish nuqtasining yangi A''_1 frontal proektsiyasidan sirtning frontal proektsiyasi chegara chizig'i c''_1 ga urinma o'tkazib, i' o'qi bilan kesishgan joyda S'' nuqta aniqlanadi;
- S'' va A'' nuqtalarni birlashtirib, b'' ni hosil qilindi. Natijada hosil bo'lgan kesishuvchi $a(a', a'')$ va $b(b', b'')$ urinma chiziqlar izlangan urinma tekislikni ifodalaydi.

3 masala. Konus sirtining ixtiyoriy $B(B', B'')$ parabolik nuqtasi orqali urinma tekislik o'tkazilsin (11.9-shakl).



11.9-shakl.



11.10-shakl.

Yechish. Izlangan tekislik konus sirti bilan, to'g'ri chiziq bo'ylab urinadi. Uni yasash algoritmi quyidagicha:

- Konus uchi $S(S', S'')$ bilan berilgan $B(B', B'')$ nuqtani o'zaro birlashtirib, urinish chizig'ining b' va b'' proektsiyalari aniqlanadi;
- $b(b', b'')$ chiziqning konus asosi bilan kesishgan $A(A', A'')$ nuqtasidan konus asosiga urinma to'g'ri chiziq $t(t', t'')$ o'tkaziladi; Bunda $t' \perp b'$ bo'ladi.

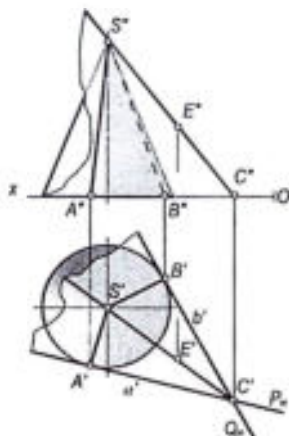
- Hosil bo'lgan kesishuvchi $b(b', b'')$ va $t(t', t'')$ to'g'ri chiziqlar izlangan urinma tekislikni ifodalaydi. Konus uchi orqali cheksiz ko'p urinma tekisliklar o'tadi, chunki S dan o'tuvchi cheksiz yasovchi-urinish chiziqlari mavjuddir.

Silindr sirtiga urinma tekislik o'tkazish, 3-misoldagidek bo'lib, faqat urinish chizig'ini silindr yasovchilariga parallel qilib o'tkazish yetarlidir. (11.10-shakl)

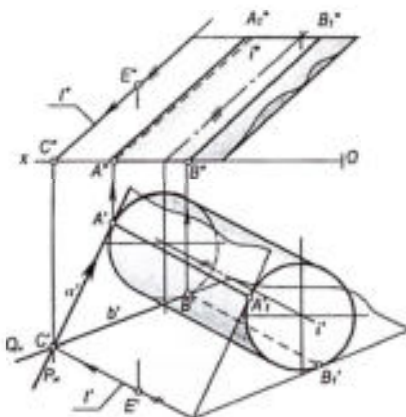
11.4-§. Sirt tashqarisidagi nuqta orqali urinma o'tkazish

Sirt tashqarisidagi nuqtadan faqat chiziqli sirlargagina chekli sondagi urinma tekislik o'tkazish mumkin. Quyida ixtiyoriy nuqtadan konus sirtlariga urinuvchi tekisliklar yasashni ko'rib chiqamiz.

1-masala. Konus sirtida yotmagan E nuqta orqali konus sirtiga urinma tekislik yasalsin (11.11-shakl).



11.11-shakl



11.12-shakl

Yechish. Urinma tekislikning vaziyatni berilgan nuqta va urinish chizig'i aniqlaydi. Buning uchun konus uchi $S(S', S'')$ bilan $E(E', E'')$ nuqta tutashtirilsa, bu to'g'ri chiziqdan o'tuvchi va konus sirtiga urinuvchi tekisliklar dastasi hosil bo'ladi. Bu tekisliklar SE qirrada o'zaro kesishib, ikki yoqli burchak hosil qiladi. Urinma tekisliklarni yasash algoritmi quyidagicha.

- S' va E' , S'' va E'' nuqtalarni o'zaro birlashtirib uning gorizontall izi $C(C', C'')$ yasaladi;
- SE qirraning gorizontall izi C' dan konus asosiga A' va B' nuqtalarda urinuvchi P va Q tekisliklarning P_H va Q_H izlari o'tkaziladi;
- S' uch bilan A' va B' nuqtalar birlashtirilib, konus yasovchilari bo'lgan SA va

SB urinish chiziqlarining gorizontall SA' va $S'B'$ proektsiyalari aniqlanadi;

- SA va SB urinish chiziqlarining frontal $S'A''$ va $S'B''$ proektsiyalari yasaladi. Natijada P va Q urinma tekisliklarning proektsiyalari $\Delta S'A'C'$ va $\Delta S'A''C''$, $\Delta S'B'C'$ va $\Delta S'B''C''$ hosil bo'ladi. Bu tekisliklar masalaning ikkita echimga ega ekanligini tasdiqlaydi.

2-masala. Silindr sirtidan tashqarida yotgan E nuqta orqali unga urinib o'tuvchi tekislik yasalsin (11.12-shakl).

Yechish. Algoritmi quyidagicha:

- $E(E', E'')$ nuqtadan silindr yasovchisiga parallel ℓ (ℓ' , ℓ'') to'g'ri chiziq o'tkaziladi va uning gorizontall izi $C(C', C'')$ yasaladi;
- ℓ to'g'ri chiziqning gorizontall izi C' orqali silindrnin H tekislikdagi asosiga urinib o'tuvchi P va Q tekisliklarning $P_H(a)$ va $Q_H(b)$ izlarini o'tkazib, $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ urinish nuqtalarini aniqlaymiz.
- Bu nuqtalardan esa P va Q tekisliklarning sirtga urinish chiziqlari $AA_1(A'A_1', A'A_1'')$ va $BB_1(B'B_1', B'B_1'')$ lar o'tadi.
- Natijada, kesishuvchi $\ell \cap a$ va $\ell \cap b$ to'g'ri chiziqlar P va Q urinma tekisliklarini ifodalaydi. Bu masala ham ikkita echimga ega bo'ladi.

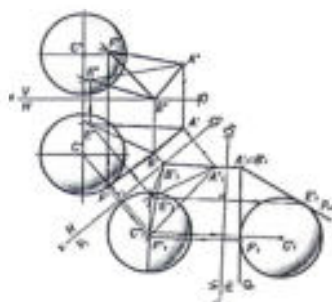
11.5-§. Berilgan to'g'ri chiziq orqali urinma tekislik o'tkazish

Berilgan to'g'ri chiziq orqali sirtga urinma tekislik o'tkazish masalasi tekislikning nuqta, shu nuqtadan o'tmagan to'g'ri chiziq orqali berilish usuli bilan bog'liqdir, ya'ni tekislik sirtga bitta nuqtasi bilan urinishi mumkin.

Shar tashqarisida olingan AB to'g'ri chiziq orqali shar sirtiga urinma tekislik o'tkazish 11.13-shaklda tasvirlangan.

Ma'lumki, berilgan AB to'g'ri chiziq orqali sharga ikkita: P va Q urinma tekisliklar o'tkazish mumkin. Yasash algoritmi qo'yidagicha:

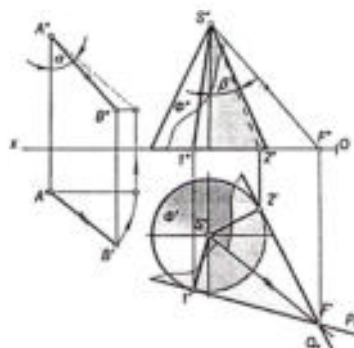
- Berilgan AB to'g'ri chiziqni proektsiyalar tekisliklarini ikki marta almashtirish usuli yordamida uni proektsiyalovchi $A_1'B_1'$ vaziyatga nuqta ko'rinishida keltiriladi.
- Yangi tekisliklar sistemasidagi sharning proektsiyasi konturiga urinma qilib P_{H1} va Q_{H1} urinma tekislik izlarini o'tkaziladi va E_1' , F_1' urinish nuqtalari aniqlanadi;
- So'ngra E_1' va F_1' nuqtalarni teskari proektsiyalash yo'li bilan dastlab ularning E_1' , F_1' , so'ngra E' , F' va E'' , F'' proektsiyalari aniqlanadi. Bu nuqtalarni tegishli A va B nuqtalar bilan tutashtirish natijasida izlangan $P(AB, E)$, $Q(AB, F)$ urinma tekisliklarning $(A'B', E')$, $(A'B'', E'')$ va $(A'B', F')$, $(A'B'', F'')$ proektsiyalari hosil bo'ladi.
- Agar AB to'g'ri chiziq shar sirti bilan kesishsa, u holda masala echimga ega bo'lmaydi.



11.13-shakl.

11.6-§. Berilgan to'g'ri chiziqla parallel bo'lgan urinma tekislik o'tkazish

Berilgan to'g'ri chiziqla parallel qilib sirtga urinma tekislik o'tkazish masalasi faqat chiziqli sirtlar uchun o'rinli bo'lib, urinma tekislikni kesishuvchi to'g'ri chiziqlar ko'rinishida tasvirlanadi. Masalan, konusga urinma tekislik o'tkazganda berilgan to'g'ri chiziqlarning konus o'qi bilan hosil qilgan α burchagi, konus yasovchisi bilan o'qi orasidagi β burchagiga teng yoki undan katta bo'lishi lozim. Aks holda urinma tekislik yasab bo'lmaydi $\alpha \geq \beta$ shartni qanoatlantiruvchi A , to'g'ri chiziqla parallel hamda berilgan $\square$ konus sirtiga urinuvchi tekislik yasashni ko'rib chiqamiz (11.14-shakl). Buning uchun konus uchi $S(S', S'')$ dan berilgan $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqla parallel $SF(S'F', S'F'')$ to'g'ri chiziqla o'tkazib, uning gorizontal izi $F(F', F'')$ ni yasaymiz. Qolgan yasashlar xuddi 11.4-§ dagi 1-masala kabi bajariladi. To'g'ri chiziqla bilan tekislikning parallellik shartiga asosan yasalgan $P(SF1)$ va $Q(SF2)$ urinma tekisliklar berilgan AB to'g'ri chiziqla paralleldir, chunki SF to'g'ri chiziqla ikkala urinma tekislik uchun umumiy bo'lib, AB to'g'ri chiziqla paralleldir.



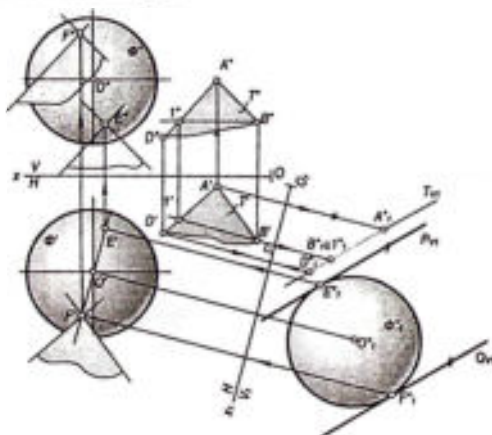
11.14-shakl.

11.7-§. Berilgan tekislikka parallel bo'lgan urinma tekislik o'tkazish

Berilgan tekislikka parallel va sirtga urinuvchi tekislik o'tkazish masalalari asosan egri chiziqli sirtlarga tegishlidir.

Berilgan $T(AD \cap AB)$ tekislikka parallel qilib va Φ shar sirtiga urinma tekislik o'tkazish 11.15-shaklda keltirilgan. Izlangan urinma tekislik ikkita bo'lib, ularni ikkita kesishuvchi to'g'ri chiziqli tarzida tasvirlash qulaydir. Urinma tekislikni yasash uchun proektsiyalar tekisliklarini bir marta almashtirish usuli yordamida berilgan T tekislik proektsiyalovchi tekislik vaziyatga keltiriladi. Sharning ham yangi almashtirilgan proektsiyasi yasalib, so'ngra izlangan urinma tekisliklarning izlarini berilgan tekislikning yangi vaziyatiga parallel qilib, o'tkazish etarlidir. Yasash algoritmi quyidagicha:

- Berilgan T tekislikning $B1$ gorizontalining $B'1'$ va $B''1''$ proektsiyalari yasaladi;
- $B'1'$ ga perpendikulyar qilib, yangi proektsiyalar O_1x_1 o'qi o'tkaziladi va T tekislikning V_1 dagi yangi frontal proektsiyasi $A1''D1''B1''$ hamda sharning $O1''$ markazli proektsiyasi hosil qilinadi;
- $A1''D1''B1''$ to'g'ri chiziqli parallel qilib, markazi $O1''$ nuqtadagi shar proektsiyasiga izlangan urinma tekisliklarning P_{11} va Q_{11} izlari o'tkaziladi va ularni sharga urinish nuqtalari $E1''$ va $F1''$ belgilanadi;
- teskari proektsiyalash yo'li bilan, urinish nuqtalarining E' , E'' va F' , F'' proektsiyalari aniqlanadi;
- E va F nuqtalardan berilgan tekislikning AD va AB tomonlariga parallel qilib to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Natijada, izlangan urinma parallel tekisliklarning proektsiyalari hosil qilinadi. Yasashdan ko'rinib turibdiki, masala ikkita urinma tekislikka ega.

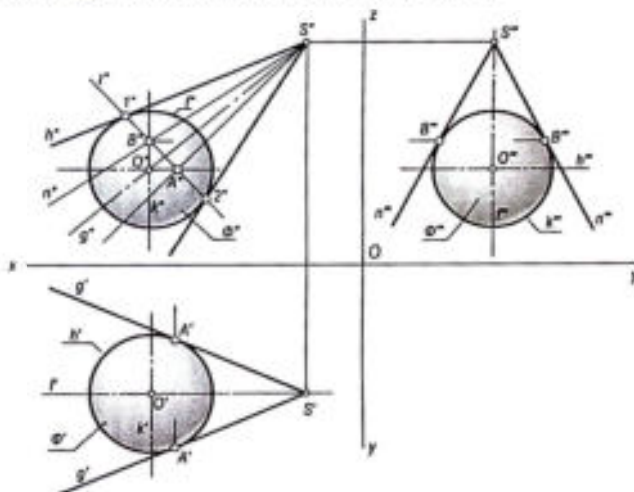


11.15-shakl.

11.8-§. Sirt proektsiyalarining ocherklarini yasash

Ta'rif. Kuzatuvchiga nisbatan sirtning aniq shaklini belgilovchi tashqi konturiga sirtning ocherki deyiladi.

O'qi frontal vaziyatda bo'lgan $S(S', S'')$ uchli og'ma doiraviy konusning, frontal proektsiyasiga asosan uning gorizontal va profil ocherklarini yasash talab qilinadi (11.16-shakl). Doiraviy konusning S uchi orqali o'tuvchi uning o'qi $SO(S'O', S''O'')$ frontal proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgani uchun konusning frontal tekislikdagi ocherki teng yonli uchburchak bo'ladi.



11.16-shakl.

Qolgan ocherk proektsiyalarini yasash quyidagicha bajariladi: Konusning o'qida ixtiyoriy O' (O', O', O'') nuqtani markaz qilib olib, konus sirtiga urinma yordamchi $\square(\square', \square'')$ sfera chiziladi. Ushbu sferaning $h(h', h'')$ ekvatori, va $f(f', f'')$ bosh meridini va $k(k', k'')$ profil meridiani bo'lgan aylanalar chiziladi. $\square$ sfera frontal proektsiyasida konus sirtiga $1''2''$ aylana bo'yicha urinadi. Bu $1''2''$ aylana sferaning $h(h', h'')$ ekvatori bilan kesishib - $A(A', A'')$, K'' profil meridiani bilan kesishib B'' nuqtalarni hosil qiladi. A nuqtaning gorizontal A' proektsiyasi h' ekvatorida yotadi. B nuqtaning B'' profil proektsiyasi K'' da aniqlanadi. Natijada, gorizontal proektsiyada A' nuqta orqali o'tuvchi $S'g'$ va profil proektsiyada B'' nuqta orqali o'tuvchi $S''h''$ chiziqlar konusning chetki yasovchilari proektsiyalari bo'lib, uning ocherklarini hosil qiladi.

Nazorat savollari

1. Urinma tekislik deb nimaga aytiladi?
2. Qanday chiziq sirtning normaliy deyiladi?
3. Berilgan sirtga urinma tekislik qanday shartlar asosida o'tkaziladi?
4. Qanday nuqtalar sirtning elliptik, parabolik va giperbolik nuqtalari deyiladi?
5. Sirt tashqarisidagi nuqtadan unga qanday qilib urinma tekislik o'tkazish mumkin?
6. Sirt tashqarisidagi to'g'ri chiziq orqali unga nechta va qanday qilib urinma tekislik o'tkazish mumkin?
7. Berilgan tekislikka parallel qilib nechta urinma tekislik o'tkazish mumkin?
8. Sirtning ocherki deb nimaga aytiladi?
9. Berilgan to'g'ri chiziqqa parallel qilib hamma vaqt konus sirtiga urinuvchi tekislik o'tkazsa bo'ladimi?

12.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Insoniyat o'zining amaliy faoliyatida konus, silindr, shar, ko'pyoqliklar yoki boshqa ko'rinishdagi sirtlar va ularning o'zaro kesishishidan turli xil ko'rinishdagi arkalar, gumbazlar va muhandislik inshootlari qurilishida foydalanib kelgan.

Kesishuvchi sirtlar asosida o'zaro kesishgan trubalar, keng oraliqli binolarning ustunsiz tomlari, neft va gaz saqlanadigan tizimlar, rezervuarlar, meditsina asboblari, mashinasozlik detallari, qurilish inshootlari elementlari va hokazolar tayyorlanadi. Shu bois muhandislardan sirtlarning o'zaro kesishish chiziqlarini aniq yasash va ularni sirt yoyilmasida aniq tasvirlay bilish bilimi talab qilinadi. Shu maqsadda ushbu bobda turlicha shakldagi sirtlarning o'zaro kesishish chiziqlarini yasash usullari bayon qilinadi.

Ta'rif. Ikki sirtning kesishish chizig'i deb, ular uchun umumiy bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rniga aytiladi.

Kesishuvchi sirtlarning hosil bo'lishiga qarab ularning kesishish chizig'i quyidagi ko'rinishlarda uchraydi:

- Kesishuvchi sirtlar egri chiziqli yoki to'g'ri chiziqli sirtlar bo'lsa, ularning kesishish chizig'i umumiy holda fazoviy egri chiziq bo'ladi.
- Kesishuvchi sirtlarning biri egri chiziqli ikkinchisi ko'pyoqlik sirt bo'lsa, u holda ularning kesishish chizig'i tekis egri chiziqlar bo'ladi.
- Kesishuvchi sirtlarning ikkalasi ham ko'pyoqlik sirt bo'lsa, ularning kesishish chizig'i fazoviy yoki tekis sinq chiziq bo'ladi.

Kesishuvchi sirtlar analitik usulda o'z tenglamalari bilan berilsa, ularni birga echib, kesishish chiziqlarining tenglamasi hosil qilinadi.

Kesishish chizig'ining tartibi umumiy holda kesishuvchi sirtlarning tartibiga qarab belgilanadi. Agar sirtlardan biri m tartibli, ikkinchisi n tartibli bo'lsa, ularning kesishish chizig'ining tartibi $m \times n$ ga teng bo'ladi, ya'ni $\square_1^m \cap \square_2^n = a^{m \cdot n}$.

Kesishuvchi sirtlarning ikkalasi ham 2-tartibli bo'lsa, ular 4-tartibli egri chiziq bo'yicha kesishadi, ya'ni $\square_1^2 \cap \square_2^2 = a^4$.

Kesishuvchi sirtlardan biri 2-tartibli va ikkinchisi ko'pyoqli sirt bo'lsa, ular 2-tartibli egri chiziqlar bo'yicha kesishadilar, ya'ni $\square_1^2 \cap \square_2^{k \cdot 2} = k a^2$. Bunda, k 2-tartibli egri chiziqlar soni. Buni ko'pyoqli sirtning yoqlari soni orqali aniqlanadi.

12.2-§. Sirtlar kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi

Ikki sirtning kesishish chizig'i, odatda kesishish chizig'ining nuqtalarini ketma-ket yasash yo'li bilan hosil qilinadi. Kesishish chizig'ining nuqtalari ikkala

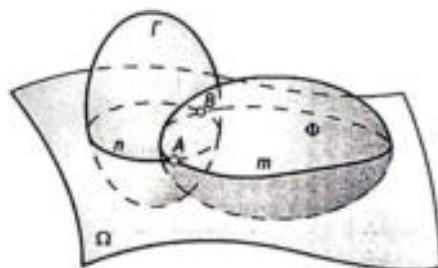
sirtga ham taaluqli bo'lib, yordamchi kesuvchi sirtlar yordamida yasaladi. Yordamchi kesuvchi sirtlar sifatida tekislik, sfera, konus va silindr sirtlarini olish mumkin. Yordamchi kesuvchi sirtlar shunday tanlanishi kerakki, u berilgan sirtlar bilan kesishganida kesimda chizilishi oddiy va qulay chiziqlar-to'g'ri chiziq yoki aylanalar hosil bo'lsin.

Yordamchi kesuvchi sirtlar kitobning oldingi boblarida yordamchi kesuvchi tekislik ko'rinishida ishlatilgan edi. Masalan, to'g'ri chiziq bilan tekislikning kesishuv nuqtasini yasashda, tekisliklarning kesishish chizig'ini yasashda, tekislik bilan sirtlarning kesishuvida, to'g'ri chiziq bilan sirtlarning kesishuvida yordamchi kesuvchi tekisliklar o'tkazilgan edi.

Yordamchi kesuvchi sirtlar usulida yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi (12.1-shakl):

- Berilgan ikki $\square$ va $\square$ sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari yasaladi. Bu nuqtalar o'z navbatida yordamchi kesuvchi sirtlarni o'tkazish chegarasini aniqlaydi.
- Yordamchi kesuvchi Ω sirt o'tkaziladi. Bunda $\square$ va Ω sirtlar o'zaro kesishib n ($\square \cap \Omega = n$) chiziqni, $\square$ sirt bilan Ω sirt kesishib m ($\square \cap \Omega = m$) chiziqni hosil qiladi.
- n va m chiziqlar kesishib ($n \cap m = A, B, \dots$) $A, B, \dots$ nuqtalarni hosil qiladi.

Bu nuqtalar berilgan $\square$ va $\square$ sirtlar kesishish chizig'ining nuqtalaridir. Bunday yasash algoritmi etarli marta takrorlansa, kesishish chizig'ini yasash uchun etarli nuqtalari hosil qilinadi. Bu nuqtalar ma'lum tartibda lekalo yordamida silliq tutashtirilsa, berilgan ikki sirtning kesishish chizig'i hosil bo'ladi.



12.1-shakl

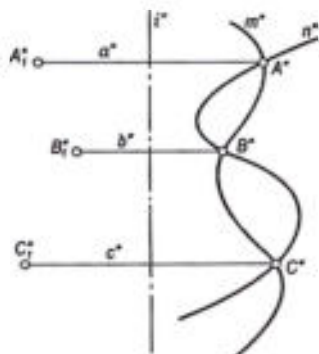
Agar yordamchi kesuvchi sirt tekislik bo'lsa, xosmas o'qli tekisliklar dastasi hosil bo'ladi. Agar yordamchi kesuvchi sirt sferadan iborat bo'lsa, konsentrik yoki eksentrik sferalar oilasi hosil bo'ladi. Shunga ko'ra ikki kesishuvchi sirtning kesishish chiziqlarini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi, yordamchi kesuvchi konsentrik va eksentrik sferalar usullari hosil bo'ladi. Bu usullarning qo'llanilishi to'g'risida keyinchalik batafsil to'xtab o'tamiz.

12.3-§. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi

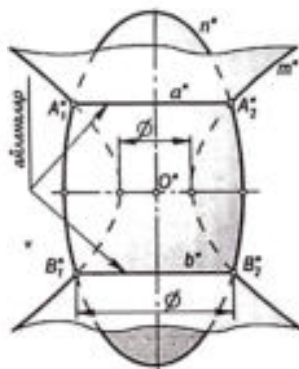
Ta'rif. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlari chekli sondagi aylanalar bo'yicha kesishadi.

Isboti. Ikkita aylanish sirtning $m(m'')$ va $n(n'')$ meridianlari (yasovchilari) hamda ular uchun umumiy bo'lgan $i(i'')$ o'q berilgan bo'lsin (12.2-shakl). m'' va n'' meridianlarning kesishish nuqtalarini $A'', B'', C'', \dots$ harflar bilan belgilaymiz. Agar m va n egri chiziqlar i o'q atrofida aylantirilsa, Φ va Γ aylanish sirtlari hosil bo'ladi (shaklda bu sirtlar tasvirlanmagan). Unda m'' va n'' egri chiziqlarning aylanishi natijasida ularga umumiy bo'lgan $A'', B'', C'', \dots$ nuqtalar $a'', b'', c'', \dots$ aylanalar chizadi. Bu aylanalar esa ikkala sirt uchun umumiydir. Demak, $a'', b'', c'', \dots$ aylanalar umumiy o'qli Φ va Γ aylanish sirtlarining kesishish chiziqlari bo'ladi.

12.3-shaklda umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanma ellipsoid va bir pallali giperboloidlarning kesishish chiziqlari a'' va b'' aylanalar frontal proektsiyada ko'rsatilgan. 12.4 va 12.5-shakllarda sferaning doiraviy silindr va doiraviy konus sirtlari bilan kesishish chiziqlari tasvirlangan. Bu sirtlarning o'qlari proektsiyalar tekisliklarining biriga perpendikulyar qilib olingan.



12.2-shakl

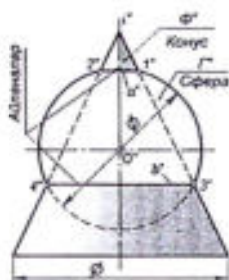


12.3-shakl

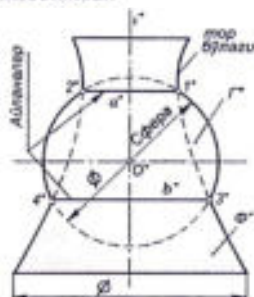
Yuqoridagi teoremdan quyidagi natijani chiqarish mumkin:

Natija: Markazi aylanish sirtining o'qida bo'lgan har qanday $\Gamma(\Gamma'')$ sfera shu aylanish sirti bilan aylanalar bo'ylab kesishadi (12.6-shakl). Haqiqatan, $\Phi(\Phi'')$ aylanish sirti $i(i'')$ o'qining ixtiyoriy $O(O'')$ nuqtasini markaz qilib olib, Γ'' sfera chizilgan. $\square$ va $\square$ sirtlar a'' va b'' aylanalar bo'yicha kesishgan (tasvirlar faqat frontal proektsiyada keltirilgan). Yuqorida keltirilgan xulosalar va misollar aylanish sirtlari kesishish chizig'ini yasashda qo'llaniladigan konsentrik

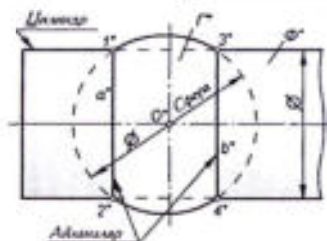
va eksentrik sferalar usullarining asosi hisoblanadi.



12.4-shakl



12.5-shakl.



12.6-shakl

12.4-§. O'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishuvi. Yordamchi sferalar usuli

Ma'lumki, markazi biror aylanish sirtining o'qida bo'lgan sfera bu sirtni chekli sondagi aylanalar bo'yicha kesadi. Bu aylanalar proektsiyalar tekisliklarining biriga to'g'ri chiziq kesmasi shaklida, ikkinchisiga aylana yoki ellips ko'rinishida proektsiyalanadi. Aylanish sirtlari bilan sferaning o'zaro kesishish chizig'i haqidagi bu muhim xulosa ikkita aylanish sirtining o'zaro kesishish chiziqlarini yasashga imkon beradi.

Yordamchi kesuvchi sferalar to'plami konsentrik yoki eksentrik ko'rinishlarda bo'ladi. Kesishuvchi sirtlarning xarakteriga qarab, yordamchi kesuvchi sferalarning biror usuli ishlatiladi.

12.4.1. Konsentrik sferalar usuli

Ikki aylanish sirtining o'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lsa, bu o'qlar bitta tekislikni tashkil qiladi. Bu tekislik har ikkala sirt uchun simmetriya tekisligi bo'ladi.

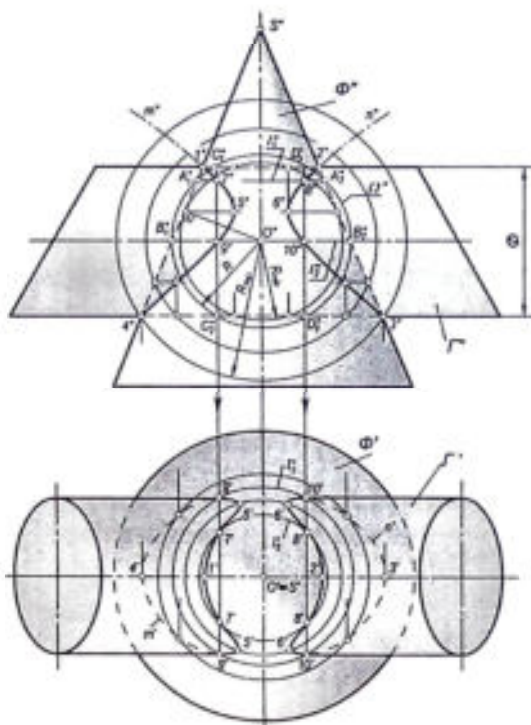
Yordamchi kesuvchi konsentrik sferalar usulini quyidagi shartlar qanoatlantirgan hollardagina qo'llash mumkin:

- o'zaro kesishuvchi sirtlar aylanish sirtlari bo'lishi shart;

- aylanish sirtlarining o'qlari o'zaro kesishgan bo'lishi kerak;
- aylanish sirtlarining o'qlari (yoki simmetriya tekisligi) proektsiyalar tekisliklarining biriga parallel bo'lishi yoki sirt o'qlarining biri proektsiyalar tekisliklarining biriga parallel, ikkinchi o'q esa ikkinchi proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lishi kerak.

Yordamchi kesuvchi kontsentrik sferalarning markazi sirtlarning o'qlari kesishgan nuqtasida bo'ladi. 12.7-shaklda o'qlari umumiy $O(O', O'')$ nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi V ga parallel bo'lgan $\Phi(\Phi', \Phi'')$ aylanma konus va $\Gamma(\Gamma', \Gamma'')$ silindr sirtlari berilgan. Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasash uchun O'' nuqtani markaz qilib, R radiusli $\Omega(\Omega'')$ sfera chiziladi. Ω sfera Φ sirt bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun ular $I1(I1', I1'')$ va $I2(I2', I2'')$ aylanalar bo'yicha kesishadi. Shaklda bu aylanalarning V tekislikdagi proektsiyalari $A1'A2''$ va $B1'B2''$ kesmalar tarzida tasvirlangan. Shuningdek, bu sfera Γ sirt bilan umumiy o'qqa ega bo'lgani uchun $C1'C2''$ va $D1'D2''$ kesmalar ko'rinishidagi aylanalar bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning o'zaro kesishish $7'', 8'', 9''$ va $10''$ nuqtalari har ikkala Φ va Γ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarning frontal proektsiyalari bo'ladi. Xuddi shuningdek, O'' nuqtani markaz qilib, kontsentrik sferalar chiziladi, ular yordamida Φ va Γ sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarini yasash mumkin. Bu nuqtalarning geometrik o'rni bo'lgan m'' va n'' egri chiziqlar Φ va Γ sirtlarning kesishish chiziq bo'ladi. Φ va Γ sirtlarning frontal ocherklarining $1'', 2'', 3'', 4''$ kesishish nuqtalari bu sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan hisoblanadi. O'' nuqtadan eng uzoqda joylashgan $4''$ xarakterli nuqtadan o'tuvchi sferaning radiusi R_{max} bo'ladi. Kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalaridan yana bir juftini Φ va Γ sirtlarining birortasiga R_{min} radiusli urinma sfera o'tkazish bilan aniqlanadi. Eng kichik sferaning R_{min} radiusi quyidagicha aniqlanadi (12.7-shakl): O'' nuqtadan berilgan sirtlarning birini chekka yasovchisiga $O''E''$ va $O''F''$ perpendikulyarlar o'tkaziladi.

Bunda $O''E'' > O''F''$ bo'lsa $R_{min}=O''E''$ bo'ladi. Agar $O''E'' < O''F''$ bo'lsa, $R_{min}=O''F''$ bo'ladi, $O''E''=O''F''=R_{min}$ bo'lgan holda eng kichik sfera ikkala sirtga urinib, kesishish chizig'i ikkita tekis egri chiziqqa ajraladi. Shunday qilib, urinma sferani shunday o'tkazish kerakki, u sirtlarning biriga urinsin va ikkinchisini kesib o'tsin. 12.7-shaklda $\square$ sirtga urinma bo'lgan R_{min} radiusli sfera o'tkazish bilan yasalgan egri chiziqlarning 5, 6 xarakterli nuqtalari aniqlangan. Bu nuqtalarda egrilik buriladi yoki yo'nalishini o'zgartiradi. Kesishish chizig'ining boshqa nuqtalari R_{min} va R_{max} radiusli sferalar orasida ixtiyoriy sferalar o'tkazish bilan aniqlanadi. Konus va silindrlarning o'zaro kesishish chizig'i $m(m'')$ va n larga tegishli nuqtalarning gorizontal proektsiyalari konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan parallel kesuvchi gorizontal tekisliklar orqali aniqlanadi. Shunday qilib, kontsentrik sferalar usuli bilan ikki aylanish sirtining kesishish chiziqlarini yasash quyidagi sxema bo'yicha bajariladi:



12.7-shakl.

- ikki aylanish sirti o'qlarining kesishish nuqtasi konsentrik sferalar markazi sifatida qabul qilinadi;
- sirlarning frontal (yoki gorizontal) ocherklarining kesishish nuqtalari xarakterli nuqtalar sifatida belgilanadi va R_{max} radiusli sfera aniqlanadi;
- eng kichik R_{min} radiusli sfera chiziladi. Natijada yana bir juft xarakterli nuqtalar aniqlanadi;
- R_{max} va R_{min} lar orasida sferalar o'tkazilib, oraliq nuqtalar topiladi.

12.8-shaklda o'qlar $O(O', O'')$ nuqtada kesishuvchi va simmetriya tekisligi H proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan ikki doiraviy konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan yasalgan. Bunda avvalo kesishish chizig'ining xarakterli 1(1', 1'') va 2(2', 2'') nuqtalari aniqlanadi. So'ngra O' nuqtani markaz qilib olib, ikkala konusni kesadigan qilib $\square_1'$ sfera o'tkaziladi. $\square_1'$ sfera $\square'$ konus bilan a' aylana bo'yicha, $\square'$ konus bilan b' aylana bo'yicha kesishadi. Bu aylanalarning kesishish nuqtalari $5''=6''$ ikki konusning kesishish chizig'iga tegishli bo'ladi. a aylananing a'' proektsiyasi yasaliib, uning ustida $5''$ va

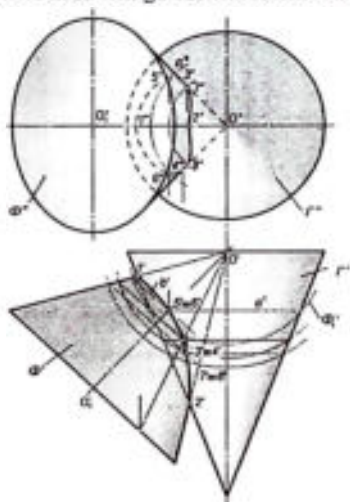
6" nuqtalar yasaladi. Kesishish chizig'ining qolgan nuqtalari ham yuqoridagidek yasaladi va ular o'zaro tutastiriladi.

12.9-shaklda simmetriya tekisligi proektsiyalar tekisligi V' ga parallel bo'lgan ikki aylanma konusning kesishish chizig'i konsentrik sferalar usuli bilan frontal proektsiyalar tekisligida tasvirlangan.

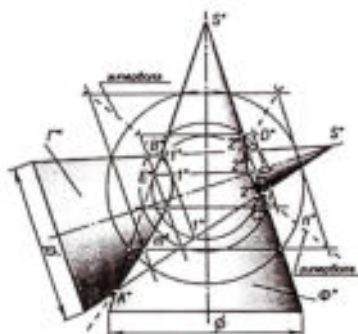
12.4.2. Ekssentrik sferalar usuli

Markazlari biror aylanma sirt o'qini turli nuqtalarida joylashgan sferalar eksentrik sferalar deb yuritiladi. 12.10-shaklda konus o'qi va sfera markazi O (O' , O'') bitta frontal simmetriya tekisligida joylashgan.

Bu ikki sirtning kesishish chizig'ini yasash uchun avvalo ularning frontal ocherklarning kesishishdagi xarakterli nuqtalari 1" va 2" belgilanadi. Ma'lumki, har qanday ikki sfera aylana bo'yicha kesishadi. Markazi konus o'qida bo'lgan sfera ham konus bilan aylana bo'yicha kesishadi. Shuning uchun konus o'qining biror nuqtasini markaz qilib olib, ixtiyoriy radius bilan yordamchi sferalar yasash yo'li bilan bu ikki sirtning kesishish chizig'i yasaladi. Konus o'qidagi O_1 " nuqtani markaz qilib olib, R_1 radiusli sfera yordamida kesishish chizig'ining 3(3', 3'')=4(4', 4'') nuqtalari yasalgan. Shuningdek, konus o'qidagi O_2 " nuqtani markaz qilib olib, R_2 radiusli sfera yordamida 5(5', 5'')=6(6', 6'') nuqtalarning vaziyati aniqlangan. Xuddi shu tarzda konus o'qidagi ixtiyoriy nuqtalarni markaz qilib olib, ixtiyoriy radiuslar bilan sferalar chizish yordamida ikkala sirtning kesishish chizig'i $m(m'')$ yasalgan. m ning gorizontal m' proektsiyasi konus o'qiga perpendikulyar bo'lgan pallel kesuvchi gorizontal tekisliklar orqali aniqlanadi.

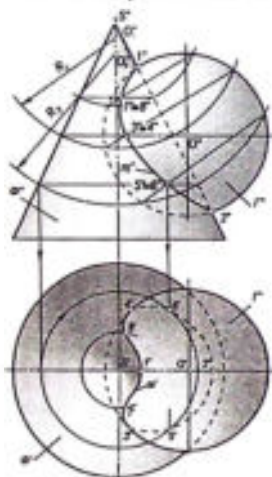


12.8-shakl

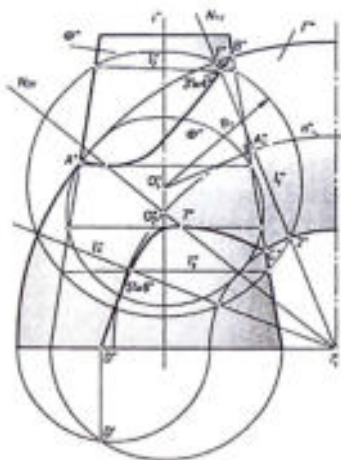


12.9-shakl

Aylanma kesik konus va tor sirtlarning kesishish chizig'ini yasash frontal proektsiya tekisligida ko'rsatilgan (12.11-shakl). Konusning o'qi l'' va tor yasovchilarining markazlari yotuvchi n'' chiziq bitta frontal tekislikda joylashgan. Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasash uchun torning frontal proektsiya tekisligidagi l_1'' o'qi orqali N_{11}'' frontal proektsiyalovchi tekislikning izi o'tkaziladi. Bu tekislik tori n'' markazlar chizig'ini ixtiyoriy A_1'' nuqtada kesadi. Bunda N_{11}'' tekislik tori l_1'' aylana bo'yicha kesadi. l_1'' aylananing markazi A_1'' nuqtadan aylana tekisligiga perpendikulyar chiqariladi. Uning aylanma konus o'qi l'' bilan kesishish nuqtasi O_1'' belgilanadi. O_1'' nuqtani markaz qilib olib, torning l_1'' aylanasi o'tuvchi R_1 radiusli sfera chiziladi. Bu yordamchi sfera konus bilan l_2'' va l_3'' aylanalar bo'yicha va tor sirti bilan l_1'' va l_4'' aylanalar bo'yicha kesishadi. l_1'' va l_2'' aylanalarining kesishish nuqtalari $3''=4''$ hamda l_3'' va l_4'' aylanalarining kesishish nuqtalari $5''=6''$ izlanayotgan egri chiziqlarning nuqtalari bo'ladi. Chunki $3''=4''$ va $5''=6''$ nuqtalar konus va tor sirtlari uchun umumiy nuqtalardir.



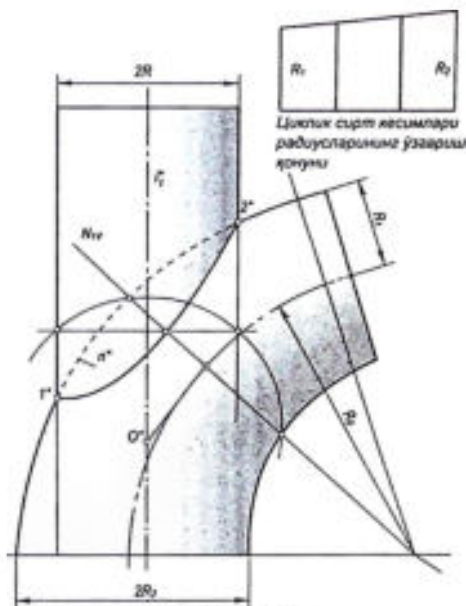
12.10-shakl.



12.11-shakl

Aylanma konus va tor sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli A'' , B'' va C'' nuqtalari bu sirtlarni frontal ocherklarining kesishish nuqtalari yordamida aniqlangan. Sirtlar o'qlarining kesishish nuqtasi O_2'' orqali tor sirtga urinma qilib o'tkazilgan $\square''$ sfera sirti orqali A'' va B'' xarakterli nuqtalar aniqlangan. Bu nuqtalar egriqlikning burilish nuqtalari bo'ladi.

Torning l_1'' aylanish o'qi orqali bir necha frontal proektsiyalovchi tekisliklar izlarini o'tkazib va bu tekisliklarda hosil bo'lgan aylanalar orqali markazi konus o'qida turlicha joylashgan yordamchi sferalar o'tkazib, egri chiziqlarning qolgan oraliq nuqtalari yasaladi.



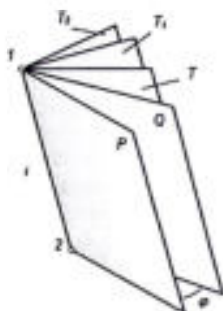
12.12-shakl

12.12-shaklda tsiklik va silindrik sirtlardan tashkil topgan truboprovodning bir qismi frontal proektsiyada tasvirlangan. Bunda aylanish silindri bilan naysimon tsiklik sirtning n'' kesishish chizig'ini yasash ekstsentrik sferalar usuli bilan ko'rsatilgan. Har ikkala sirt uchun umumiy bo'lgan n'' egri chiziqlarning barcha nuqtalarini yasash yuqorida keltirilgan misolga asosan bajarilgan.

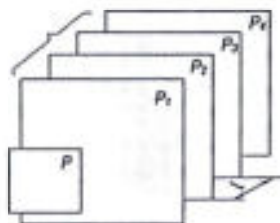
12.5-§. Sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Kesuvchi tekisliklar dastasi usuli

12.5.1. Tekisliklar dastasi

Birta to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekisliklarni tekisliklar dastasi deyiladi. To'g'ri chiziq tekisliklar dastasining o'qi deb yuritiladi. Tekisliklar dastasi xos (12.13-shakl) yoki xosmas o'qqa (12.14-shakl) ega bo'ladi. Xos o'qli tekisliklar dastasining chizmadagi bir ismli izlari bir nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasini tashkil qiladi (12.15-shakl). Shu izlar dastasining 1" va 2" nuqtalari tekisliklar dastasi / o'qining izlaridan iborat bo'ladi. Dasta tekisliklarining vaziyati esa, bitta parametr, ya'ni aylanish burchagi φ ning kattaligi orqali aniqlanadi.



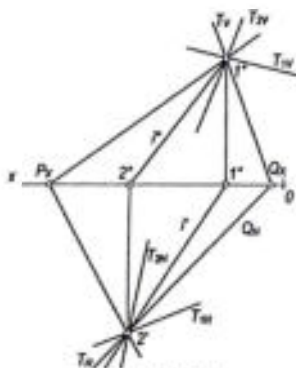
12.13-shakl



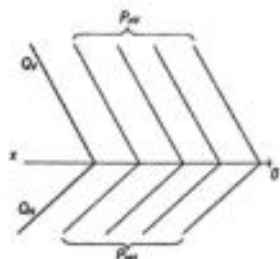
12.14-shakl

Xosmas o'qqa ega bo'lgan tekisliklar dastasining chizmadagi bir ismli izlari o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar dastasidan iborat bo'ladi (12.16-shakl). Bu dasta tekisliklarning vaziyati bitta parametr, ya'ni tekisliklar orasidagi l masofa bilan aniqlanadi. Xosmas o'qqa ega bo'lgan tekisliklar dastasining yo'nalishi esa biror Q yo'naltiruvchi tekislik orqali beriladi. Bu tekislik paralelizm tekisligi deb ham yuritiladi.

Tekisliklar dastasi, asosan, tekislik bilan sirtning, sirt bilan sirtning va sirt bilan ko'pyoqlik sirtining o'zaro kesishish chiziqlarini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli nomi bilan ishlatiladi.



12.15-shakl



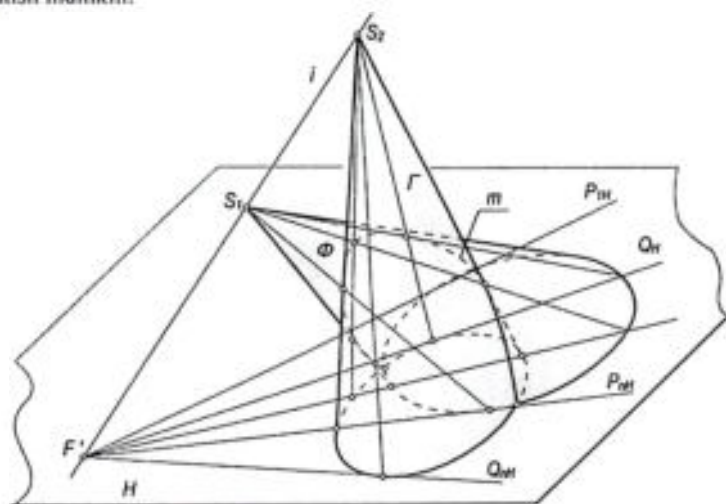
12.16-shakl

12.5.2. Chiziqli sirtlarning o'zaro vaziyatini ularning kesishish chiziqlarini yasamasdan aniqlash

Har bir chiziqli sirtning yasovchilari orqali o'tgan tekisliklar dastasi sirtning asos tekisligida izlar dastasi to'plamini hosil qiladi. Bu izlar dastasi sirt asosiga

urinuvchi izlari orasida bo'ladir.

Asoslari bir tekislikda yotgan sirtlarning o'zaro vaziyatini shu sirtlarning yasovchilari orqali o'tgan, umumiy o'qli kesuvchi tekisliklar dastasi izlari to'plamining o'zaro vaziyati aniqlaydi. Agar izlar dastasi o'zaro kesishsa, sirtlar ham kesishadi. Ular kesishmasa, sirtlar ham kesishmaydi. 12.17-shaklda asoslari H tekislikda yotgan ikki konus sirtining o'zaro vaziyati aniqlangan. S_1 va S_2 konus uchlari orqali o'tgan kesuvchi tekisliklar $P_{1H} \dots P_{nH}$ va $Q_{1H} \dots Q_{nH}$ izlar to'plamini hosil qilgan. Bu to'plamlar qisman kesishgani uchun konus sirtlari ham qisman kesishib, bitta m fazoviy egri chiziqli hosil qilgan. Izlar to'plamining bu xususiyati, berilgan o'zaro kesishuvchi sirtlarning kesishish chiziqlarini yasamasdan oldin uning xarakterini aniqlash imkonini beradi. Buni asoslari bir tekislikda (masalan, H da) yotgan kesishuvchi sirtlarning 12.1-jadvalda keltirilgan sxematik chizmalardan kuzatish mumkin.



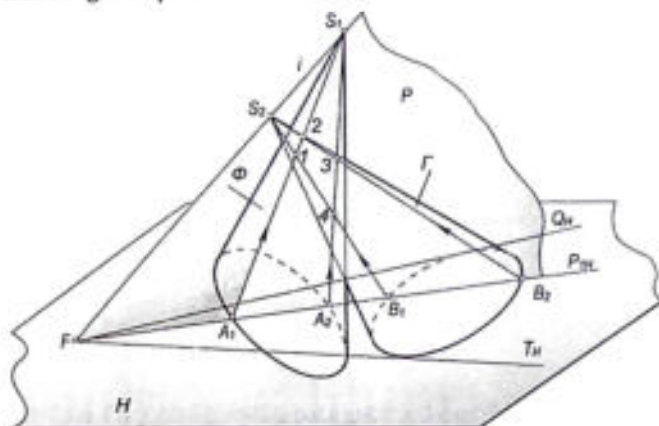
12.17-shakl

12.5.3. Sirtlarning kesishish chiziqlarini yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli bilan yasashning umumiy algoritmi.

- Ikki sirtning proektsiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatiga qarab kesuvchi tekisliklar dastasining vaziyati tanlanadi. Bunda kesuvchi sirtlarning hosil bo'lish qonuniyatlariga asosan ular berilgan sirtlar bilan kesishganda kesimda to'g'ri chiziqlar yoki aylanalar to'plami hosil bo'ladigan qilib tanlanadi.
- Sirtlarning asoslari yotgan tekislikda kesuvchi tekisliklar izlarining dastasi

yasaladi.

- Kesishuvchi sirtlar asoslarining o'zaro vaziyati va kesuvchi tekisliklar izi dastasining vaziyati 12.1-jadvalga asosan aniqlanadi.
- Kesishuvchi sirtlar kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari belgilanadi.
- Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalari yasaladi.
- Hosil bo'lgan nuqtalar ketma-ket ravon tutashtiriladi.

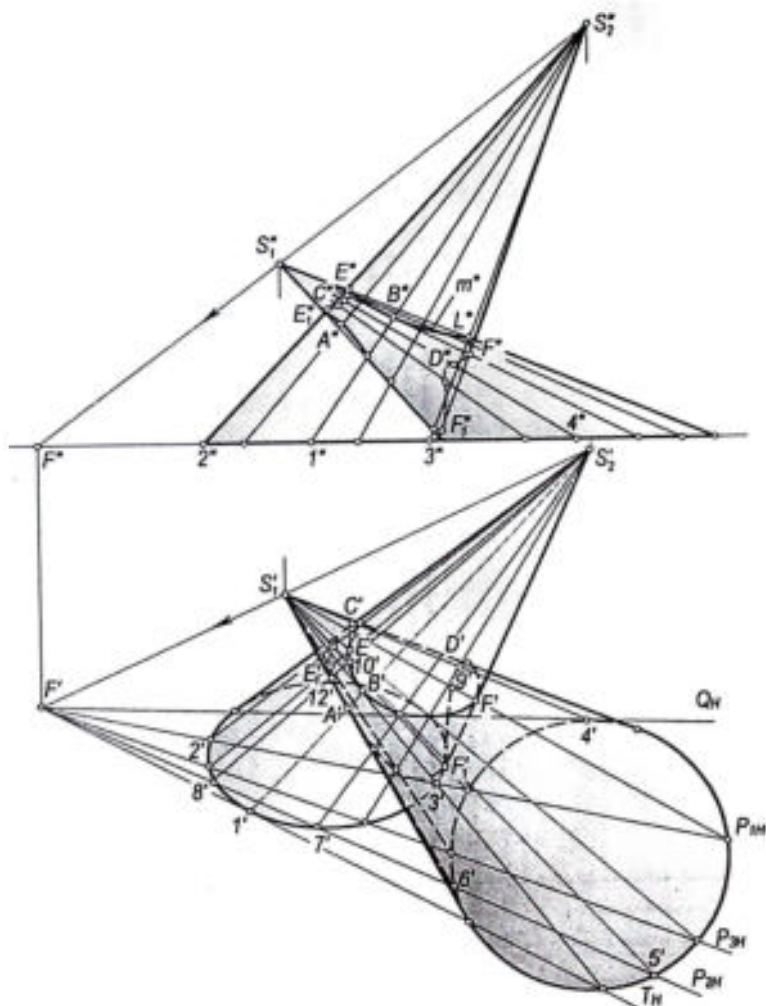


12.18-shakl

12.5.4. Konus bilan konusning o'zaro kesishish chizig'ini yasash

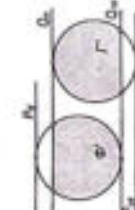
Konus uchidan o'tgan har qanday tekislik konusni yasovchilari bo'yicha kesadi. Berilgan Φ va Γ konuslarni kesib o'tuvchi tekisliklar dastasining i o'qi kesishuvchi konuslarning S_1 va S_2 uchlariidan o'tuvchi S_1S_2 to'g'ri chiziq bo'ladi (12.18-shakl). i o'qi orqali o'tkazilgan P tekislik yordamida ikki sirtga umumiy bo'lgan 1,2,3 va 4 nuqtalarni yasash ko'rsatilgan. Bu konuslarning asosi va xos o'qli yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasining izlari 12.1-jadvalning 1-punktidagidek bo'ladi. Shuning uchun berilgan Φ va Γ sirtlar qisman kesishib, ikkita fazoviy egri chiziq hosil qilishini oldindan jadval yordamida aniqlab olamiz.

12.19-shaklda asoslari H tekislikda yotgan ikki konusning kesishish chizig'ini yasash tekis chizmada ko'rsatilgan. Bunda avvalo kesishish $A(A', A''), B(B', B''), C(C', C''), D(D', D'')$ nuqtalari yasaladi. Kesishish chizig'ining A va B, C va D nuqtalari T_H va Q_H urinma tekisliklar yordamida aniqlab, ular $S_2'1'$ va $S_1'4'$ yasovchilarning nuqtalaridir E', E_1' va F', F_1' nuqtalar kesishuvchi konus sirtlarning gorizontal proektsiyasidagi ixtiyoriy yasovchilar ustidagi nuqtalardir. Bu nuqtalar esa kesuvchi tekisliklar dastasining $P_{1H}, P_{2H}, P_{3H}, \dots$ kabi izlari yordamida hosil qilingan.



12.19-shakl

12.1-jadval

№	Kesishuvchi sirtlar asoslarining o'zaro vaziyati va kesuvchi tekisliklar dastasining izlari Xos o'qli	Xosmas o'qli	Kesishish chiziqlarining sxematik ko'rinishi	Kesishuvchi sirtlarning o'zaro vaziyati
1				☐ va ☐ sirtlar o'zaro to'liq kesishib, ikkita fazoviy egri chiziq hosil qiladi.
2				☐ va ☐ sirtlar o'zaro qisman kesishib, bitta fazoviy egri chiziq hosil qiladi.
3				☐ va ☐ sirtlar o'zaro qisman kesishib, bitta kesishish nuqtasiga ega bo'lgan bitta yopiq egri chiziq hosil qiladi. A nuqta sirtlarning urinish nuqtasi bo'ladi.

№	Kesishuvchi sirtlar asoslarining o'zaro vaziyati va kesuvchi tekisliklar dastasining izlari Xos o'qli	Kesishish chiziqlarining sxematik ko'rinishi	Kesishuvchi sirtlarning o'zaro vaziyati
4			$\square$ va $\square$ sirtlar o'zaro to'liq kesishib, ikkita tekis egri chiziq hosil qiladi. Kesishish chiziqlari A_1 va A_2 maqalalarda bir – biri bilan kesishadi. A_1 va A_2 nuqtalar $\square$ va $\square$ sirtning urinish nuqtalari bo'ladi.
5			$\square$ va $\square$ sirtlar o'zaro kesishmaydi.
6			$\square$ sirt bilan $\square$ ko'pyoqlik sirti o'zaro to'liq kesishib, ikkita fazoviy chiziq sinqi egri chiziq hosil qiladi.
7			$\square$ sirt bilan $\square$ ko'pyoqlik sirti qisman kesishib, bitta fazoviy sinqi egri chiziq hosil qiladi.

№	Kesishuvchi sirtlar asoslarining o'zaro vaziyati va kesuvchi tekisliklar davrasining tizilari X o's o'qli	X o'smas o'qli	Kesishish chiziqlarining sxematik ko'rinishi	Kesishuvchi sirtlarning o'zaro vaziyati
8				☐ sirt bilan ☐ ko'pyoqlik sirti qisman kesishib, urinish nuqtasiga ega bo'lgan bitta fazoviy sinuq egri chiziqli hosil qiladi, A nuqta ☐ va ☐ sirtlarning o'zaro urinish nuqtasi bo'ladi.
9				☐ sirt bilan ☐ ko'pyoqlik sirti o'zaro to'liq kesishib, A_1 va A_2 urinish nuqtalariga ega bo'lgan ikkita fazoviy sinuq chiziqli hosil qiladi. A_1 va A_2 nuqtalar ☐ va ☐ sirtlarning o'zaro urinish nuqtalari bo'ladi.
10				☐ sirt bilan ☐ ko'pyoqlik o'zaro kesishmaydi.

Konus sirtlarning joylashishi 12.1-jadvalning 2-punktiga to'g'ri kelgani uchun ularning kesishish chizig'i bitta fazoviy egri chiziq bo'ladi.

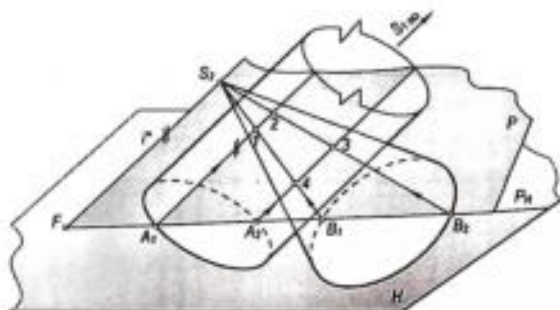
Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalarini yasash uchun yordamchi kesuvchi tekisliklarning istalgan birini, masalan, P_{2N} tekislik har ikkala konuslarda $S_1'S'6'$ va $S_1'7'8'$ uchburchaklar hosil qiladi. Bu uchburchaklar o'zaro kesishib $9', 10', 11'$ va $12'$ kesishish nuqtalarini hosil qiladi. Bu nuqtalarning frontal proektsiyalari mos yasovchilarning frontal proektsiyalari ustida topiladi. Xuddi shu yasash tartibini boshqa kesuvchi tekisliklar uchun etarli marta takrorlansa, ikki konus sirtning o'zaro kesishish chizig'ining qolgan nuqtalari ham xosil bo'ladi.

Hosil bo'lgan barcha kesishish nuqtalari yasovchilarning ko'rinishligi qoidasiga amal qilgan holda ketma-ket ravon tutashtiriladi.

12.5.5. Konus bilan piramidaning o'zaro kesishish chiziqlarini yasash. Konus bilan piramida sirtlari fazoviy siniq egri chiziq hosil qilib kesishadi. Bu sirtlarning o'zaro vaziyati 12.1-jadvaldan foydalanib aniqlanadi. Kesishish chizig'ining sinish nuqtalari piramida qirralarining konus sirti bilan kesishgan nuqtalardir. Kesishish chizig'ining tekis egri chiziqlari piramida yoqlarining konus sirti bilan kesishgan chiziqlaridir. Bu chiziqlar ikkinchi tartibli tekis egri chiziqlar hisoblanib, tekislik bilan sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmda foydalanib yasalsa ham bo'ladi. Konus bilan piramida sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmi umuman olganda, konus bilan konusning kesishish chizig'ini yasash algoritmining o'zginasidir. Faqat xarakterli nuqtalar qatoriga piramida qirralarining konus sirti bilan kesishgan nuqtalarini ham yasashni kiritish etarli.

12.5.6. Konus bilan silindrning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Konus bilan silindr sirtlari o'zaro kesishganda fazoviy, xususiyl hollarda esa tekis egri chiziq hosil bo'ladi.

Asosi bir tekislikda yotuvchi konus va silindr sirtlarini kesishish chizig'ini yasash uchun konusning S_2 uchidan silindr yasovchilariga parallel qilib kesuvchi tekisliklar dastasining i o'qi o'tkaziladi (12.20-shakl).



12.20-shakl.

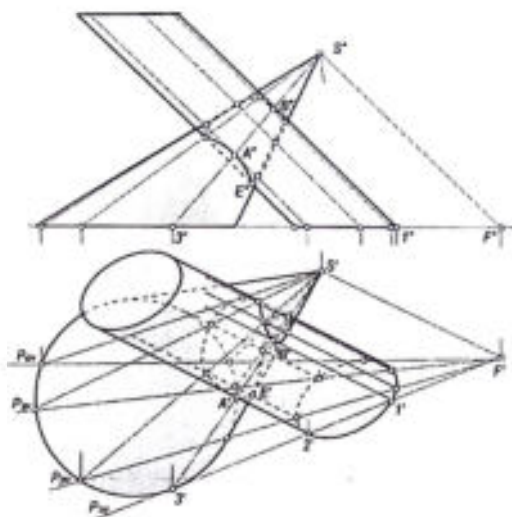
Bu dastaning istalgan P tekisligi konusni $S_2B_1B_2$ uchburchak va silindrni esa A_1, A_2 nuqtalardan o'tuvchi yasovchilari bilan kesadi. Bularni o'zaro kesishishi natijasida kesishish chizig'ining 1, 2, 3, 4 nuqtalari hosil bo'ladi.

12.21-shaklda asoslari H tekislikda yotgan konus bilan silindr sirtlarining kesishish chizig'ini yasash tekis chizmada ko'rsatilgan. Buning uchun sirtlarga urinuvchi yordamchi kesuvchi P_1, P_4 tekisliklarning P_{1H}, P_{4H} izlari yasaladi.

12.1-jadvalning 2-punktiga asosan konus va silindrning butunlay kesishib, bitta yopiq egri chiziq hosil qilinishi aniqlanadi.

Konus bilan silindrning xarakterli nuqtalarini aniqlash 12.19-shaklda ko'rsatilgan konus bilan konusning o'zaro kesishganidek bajariladi.

Kesishish chizig'ining oraliq nuqtalari P_1 va P_4 tekisliklar orasidagi yordamchi tekisliklar orqali yasaladi. Hosil bo'lgan barcha kesishish nuqtalari ketma-ket ravon tutashtiriladi.



12.21-shakl

12.5.7-§. Konus bilan prizmaning o'zaro kesishish chizig'ini yasash.

Konus bilan prizma sirti o'zaro kesishib, fazoviy siniq egri chiziq hosil qiladi. Bu kesishish chizig'ining sinish nuqtalari prizma qirralarining konus sirti bilan kesishish nuqtalaridir. Kesishish chizig'ining tekis egri chiziqlari prizma yoqlarining konus sirti bilan kesishuvidan hosil bo'ladi.

Xususiyl holda konus bilan prizmaning kesishish chizig'ini tekislik bilan sirtning kesishish chizig'ini yasash algoritmini bir necha marta qo'llash yo'li bilan

aniqlanadi. Umumiy holda esa, konus bilan prizmaning kesishish chizig'ini yasash algoritmi konus bilan silindrning kesishish chizig'ini yasash algoritmining o'zginasi bo'lib, faqat xarakterli nuqtalar soniga qo'shimcha ravishda prizma qirralarining konus bilan kesishish nuqtalarini yasash kifoyadir.

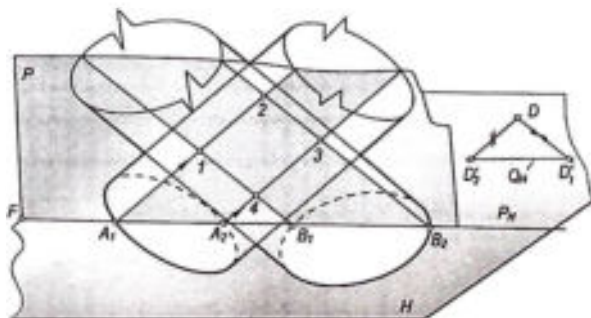
12.5.8. Silindr bilan silindrning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Silindr bilan silindr sirti o'zaro kesishib, fazoviy egri chiziqli hosil qiladi. Bu silindrlarning to'g'ri chiziqli yasovchilari orqali o'tgan kesuvchi yordamchi tekisliklar dastasi o'zaro parallel bo'lib, xosmas o'qqa ega bo'ladi. Bunda yordamchi tekisliklar dastasining yo'nalishi berilgan silindrlar yasovchilariga parallel bo'lgan yo'naltiruvchi tekislikni aniqlaydi va bu tekislik parallelizm tekisligi deb yuritiladi. Berilgan silindrlarning o'zaro vaziyati 12.1-jadvaldan aniqlab olinadi. 12.22-shaklda ikki silindr sirti kesishish chizig'ining 1,2,3,4 nuqtalarini yasash ko'rsatilgan. Bu nuqtalar Q tekislikka parallel bo'lgan ixtiyoriy yordamchi va ikki silindrni kesuvchi P tekislikni o'tkazish yo'li bilan yasalgan.

12.23-shaklda asoslari H tekislikda yotgan ikki silindrning kesishish chizig'ini yasash tekis chizmada ko'rsatilgan. Silindr sirtlarining biriga urinib, ikkinchisini kesuvchi yordamchi P_1 va P_4 tekisliklar dastasining gorizontali P_{1H} , P_{4H} izlari o'tkaziladi. Bunda $P_{1H} \parallel P_{4H} \parallel Q_H$ bo'ladi. Silindrlarning o'zaro vaziyati 12.1-jadvalning 1-punktiga mos kelgani uchun bu silindrlar qisman kesishib, ikkita fazoviy egri chiziqli hosil qiladi.

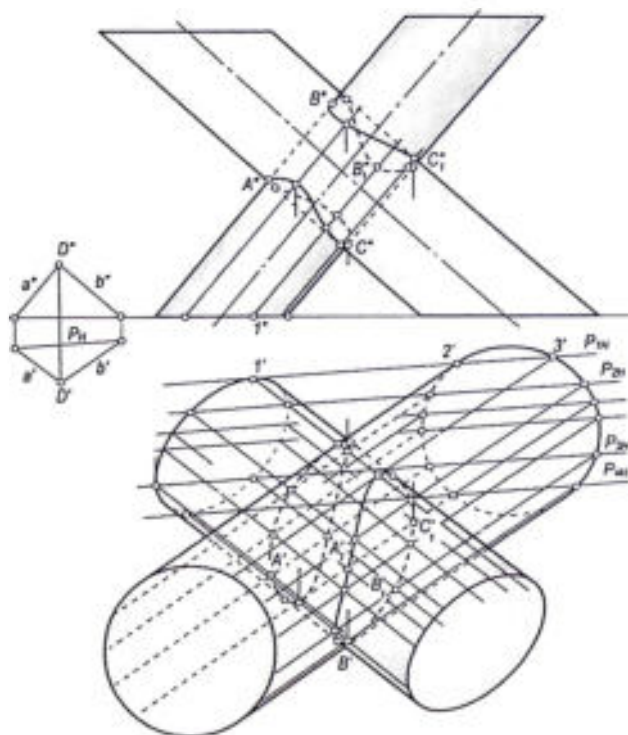
Kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari xuddi konus bilan konusning yoki konus bilan silindr kesishish chizig'ining xarakterli nuqtalari kabi bo'ladi. Bu $A(A', A''), B(B', B''), C(C', C'')$ nuqtalarning gorizontali proektsiyalari $P_{2H}, P_{3H}, \dots$ tekislik izlari yordamida yasalanadi.

Kesishish chizig'ining boshqa oraliq nuqtalari P parallel yordamchi tekisliklar o'tkazish yo'li bilan yasalanadi. Hosil bo'lgan barcha kesishish nuqtalari o'zaro ravon birlashtiriladi.

Prizma bilan silindrning o'zaro kesishish chizig'ini yasash algoritmi xuddi yuqorida bayon etilgan ketma-ketlikda bo'ladi.



12.22-shakl



12.23-shakl.

12.6-§. O'qlari bir tekislikda yotmaydigan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi. Parallel kesuvchi tekisliklar usuli

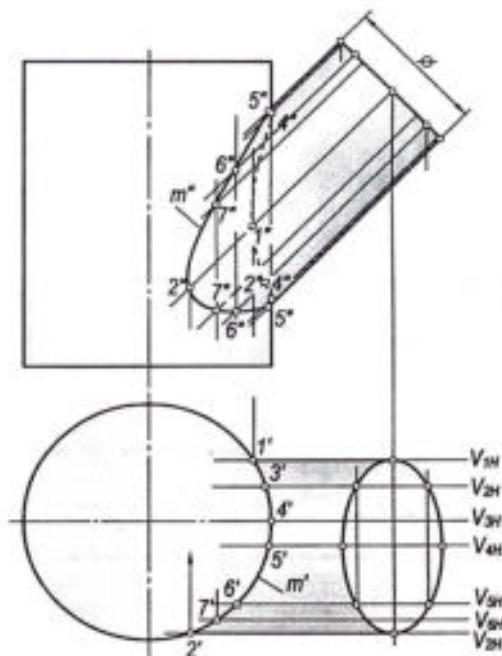
Agar ikki kesishuvchi sirtlarning o'qlari o'zaro kesishmasdan, ulardan biri biror proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lib, ikkinchi sirtning o'qi ikkinchi proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar yoki parallel bo'lsa, u holda bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasashda parallel kesuvchi tekisliklar usulidan foydalaniladi. Parallel kesuvchi tekisliklarni proektsiyalar tekisliklaridan birortasiga parallel qilib olinadi.

Parallel kesuvchi tekisliklar usulining qulayligi shundaki, bunda yordamchi kesuvchi tekisliklar kesishuvchi sirtlarni aylanalar va to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesadi. Parallel kesuvchi tekisliklar usulida tekisliklar dastasining o'qi xosmas bo'ladi. Parallel kesuvchi tekisliklar usuli bilan echiladigan bir necha sirtlarning o'zaro kesishuvini ko'rib chiqamiz.

12.6.1. Ikki silindrning o'zaro kesishishi. 12.24-shaklda kesishuvchi

silindrlarning biri gorizontal proektsiyalovchi, ikkinchisining o'qi frontal proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan holda silindrlar tasvirlangan.

Bu sirtlarning kesishish chizig'ini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklar V tekislikka parallel bo'ladi. Ularning o'zaro vaziyati chizmaning gorizontal proektsiyasidan ko'rinib turibdi. Kesishish chizig'ining xarakterli $1(1',1'')$, $2(2',2'')$, $4(4',4'')$, $5(5',5'')$ nuqtalari yordamchi kesuvchi frontal V_{1H} , V_{2H} , V_{3H} ,... tekisliklar yordamida hosil qilingan. Bunda yordamchi parallel tekisliklar har ikkala silindrni yasovchilari bo'yicha kesadi. Bir tekislikda yotuvchi ikki silindrga mansub bo'lgan yasovchilarning kesishish nuqtalari ikkala sirt uchun umumiy bo'lib, yasaladigan $m(m', m'')$ egri chiziqlarning nuqtalari bo'ladi. m egri chiziqlarning kolgan nuqtalari V_{1H} va V_{2H} tekisliklar orasida yordamchi kesuvchi tekisliklar o'tkazish yo'li bilan yasalgan. Kesishish chizig'ining frontal silindrning V_4 simmetriya tekisligidan kuzatuvchi tomondagi nuqtalari ko'rinadi, uning orqasidagi nuqtalari esa ko'rinmaydi.



12.24-shakl

12.6.2. O'qlari uchramas va H yoki V ga perpendikulyar bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini yasash (12.25-shakl). Kesishuvchi sirtlardan doiraviy silindr o'qi V tekislikka va doiraviy konus o'qi H tekislikka perpendikulyar bo'lganda yordamchi parallel kesuvchi tekisliklar gorizontall tekisliklar bo'ladi. Bu tekisliklar konusni aylanalar va silindrni yasovchilari bo'yicha kesadi. Hosil bo'lgan aylana va yasovchilar o'zaro kesishib, kesishish chizig'ining nuqtalarini hosil qiladi.

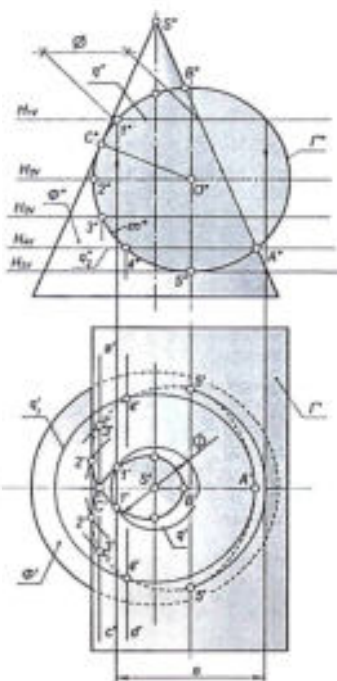
Kesishish chizig'ining $A(A',A'')$, $B(B',B'')$, $C(C',C'')$, nuqtalari xarakterli nuqtalardir. Ular bevosita sirtlar frontal ocherklarining kesishish nuqtalarida belgilanadi. Qolgan nuqtalar kesuvchi tekisliklar yordamida yasaladi. Masalan, 1,2,3,4 nuqtalar $H_1 \parallel H, \dots$ va $H_4 \parallel H$ tekisliklar o'tkazib, gorizontall proektsiyadagi q va q_1 aylanalarining va a, b, c va d to'g'ri chiziqlar bilan chegaralangan to'rtburchak kesimlarining kesishuvidan hosil qilingan. Qolgan nuqtalar ham shu tartibda hosil qilinadi.

2(2',2'') xarakterli nuqta $\square$ silindrning $H_2(H_{2V})$ simmetriya tekisligini o'tkazish yo'li bilan topiladi. Kesishish chizig'ining ko'rinadigan va ko'rinmaydigan nuqtalari ham H_2 simmetriya tekisligi yordamida aniqlanadi.

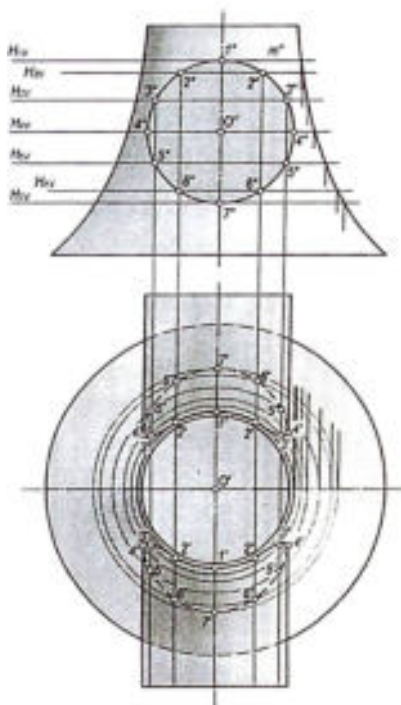
12.26-shaklda o'qlari kesishib o'zaro perpendikulyar bo'lgan aylanish silindri bilan tor sirti bo'lagining kesishish chizig'ini yasash tasvirlangan. Kesishish egri chizig'ini yasash $H_1(H_{1V}), \dots$ gorizontall kesuvchi tekisliklar o'tkazish yo'li bilan yasalgan. Bunday holda sirtlarning kesishish egri chizig'i ikkita simmetrik bo'lakdan iborat bo'ladi. 1, 4, 7 xarakterli nuqtalarni yasash H_{1V}, H_{4V} va H_{7V} tekisliklar yordamida yasalgan. Kesishgan egri chiziqning gorizontall proektsiyasini ko'rinadigan va ko'rinmaydigan qismlari H_4 simmetriya tekisligi yordamida aniqlanadi.

12.6.3. Yarim sfera bilan uchburchakli to'g'ri prizmaning o'zaro kesishishi. Sfera bilan prizma sirti fazoda siniq egri chiziq bo'yicha kesishadi. 12.25-shaklda yarim sfera va qirralari H tekislikka perpendikulyar bo'lgan uchburchakli prizma tasvirlangan. Yordamchi kesuvchi tekisliklar frontal tekisliklardan iborat bo'ladi. Bu tekisliklar sferani parallellari bo'yicha, prizmani esa yon qirralariga parallel to'g'ri chiziqlar bo'yicha kesadi.

Shakldan ko'rinib turibdiki, prizma sirti sharni to'la kesadi va uchta aylana hosil bo'ladi. Ularning V dagi proektsiyalari ellipslar va aylana bo'lib proektsiyalanadi. Shar va prizma sirti o'zaro kesishish chizig'ining xarakterli 1,4,5,6 va 3 nuqtalari frontal $V_1(V_{1H}), V_4(V_{4H})$ va $V_3(V_{3H})$ tekisliklar yordamida yasaladi. 1,4,5 nuqtalar kesishish chizig'ining sinish nuqtalari bo'lib, prizma qirasining sfera bilan kesishgan nuqtalardir. V_3 tekislik sharning simmetriya tekisligidir, undagi 3 va 6 nuqtalar frontal proektsiyada kesishish chizig'ining ko'rinadigan qismini ajratib turuvchi nuqtalardir. Kolgan yasashlar shakldan ko'rinib turibdi. Yordamchi parallel kesuvchi tekisliklarni gorizontall tekislik qilib olsa ham bo'ladi.



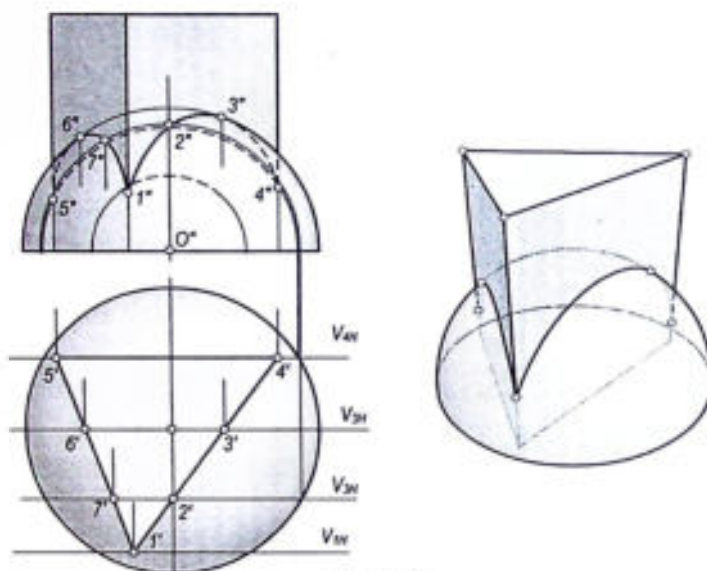
12.25-shakl.



12.26-shakl.

12.6.4. O'qlari o'zaro parallel bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi. O'qlari parallel bo'lgan □ siqiy aylanma ellipsoid bilan □ aylanish sirti 12.27-shaklda tasvirlangan. Bu sirtlarning o'qlari H tekisligiga perpendikulyar joylashgan. Sirtlarning fazoda bunday berilishida yordamchi kesuvchi tekisliklarni berilgan sirtlarning o'qlariga perpendikulyar qilib o'tkaziladi. Dastlab kesishuv chizig'ining $1(1',1'')$ va $6(6',6'')$ nuqtalari belgilanadi. Qolgan nuqtalar $H_2(H_{2V})$, $H_3(H_{3V})$... kesuvchi tekisliklar yordamida yasalanadi. Kesuvchi gorizontal yordamchi tekisliklar berilgan ikkala aylanish sirtini aylanalar bo'yicha kesadi. Kesimlarda hosil bo'lgan bu aylanalar o'zaro kesishib, ikkala sirtlarga oid bo'lgan kesishish chizig'ining nuqtalarini beradi. Masalan, 12.27-shaklda $2(2',2'')$, $2_1(2'_1, 2''_1)$ nuqtalarni hosil qilishda H_{2V} tekisligi o'tkazilgan. Bu tekislik sirtlarning birini $l_2(l'_2, l''_2)$ ikkinchisini $n_2(n'_2, n''_2)$ aylanalar bo'yicha kesgan. Hosil bo'lgan l_2 va n_2 aylanalar o'zaro kesishib, $2(2',2'')$ va $2_1(2'_1, 2''_1)$ nuqtani hosil qiladi, ya'ni gorizontal proektsiyalar tekisligidagi l'_2 va n'_2 aylanalarning kesishidan $2'$ va $2'_1$ nuqtalar hosil bo'ladi so'ngra ularning V dagi proektsiyalari H_{2V} -da yasalanadi. Qolgan bar-

cha nuqtalar shu usulda aniqlanadi.



12.27-shakl.

12.7-§. Ikkinchi tartibli sirtlarning o'zaro kesishishidagi maxsus hollari

Ikkinchi tartibli sirtlarning o'zaro kesishishi ko'pgina geometrik va muhandislik amaliyotidagi masalalarni o'z ichiga oladi.

Ma'lumki, ikkinchi tartibli sirtlar algebrak sirtlar turkumiga kiradi. Shuning uchun ularning kesishish chiziqlari ham algebrak egri chiziqlar bo'ladi.

Ta'rif. Ikki sirt kesishish chizig'ining tartibi sirtlar tartibining ko'paytmasiga tengdir.

Shunga ko'ra, ikkita ikkinchi tartibli sirt kesishganda to'rtinchi tartibli kesishish chizig'i hosil bo'ladi $\square_1^2 \cap \square_2^2 = m^4$. Sirtlarning kesishish chizig'i, kesishuvchi sirtlarning vaziyati va shakliga qarab, turli tartibli egriliklarga ajraladi.

Masalan, 4-tartibli egri chiziq

$$4=3+1, 4=2+1+1, 4=2+2, 4=1+1+1+1$$

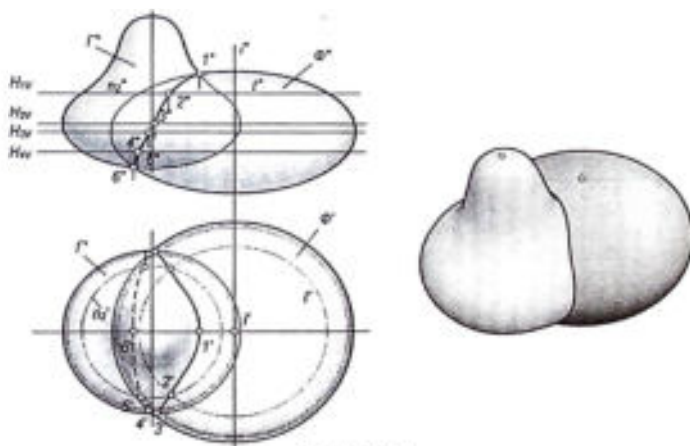
tartibdagi egri chiziqlarga ajralishi mumkin. Bularning geometrik ma'nosi quyidagicha:

To'rtinchi tartibli egri chiziqli bitta uchinchi tartibli egri chiziqqa va to'g'ri chiziqqa ajralgan. Umumiy to'g'ri chiziqli yasovchiga ega bo'lgan har qanday chiziqli ikkinchi tartibli ikki sirtning kesishuvida bu holni ko'rish mumkin.

To'rtinchi tartibli egri chiziqli bitta ikkinchi tartibli egri chiziqqa va ikkita to'g'ri chiziqqa ajraladi.

To'rtinchi tartibli egri chiziqli ikkita ikkinchi tartibli egri chiziqqa ajralgan. Bu holni keyinroq batafsil ko'rib chikamiz.

To'rtinchi tartibli egri chiziqli to'rtta to'g'ri chiziqqa ajraladi. Bu holni umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanma va elliptik silindrlar misolida ko'rish mumkin.



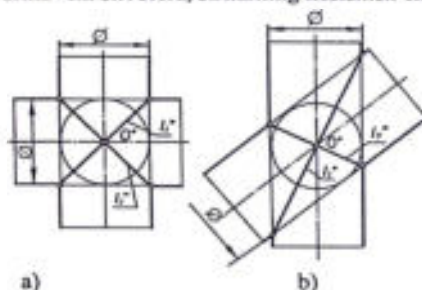
12.28-shakl.

12.7.1. Monj teoremasi va uning xususiy xollari

Teorema: Agar ikki o'zaro kesishuvchi ikkinchi tartibli sirtlarning tashqarisida yoki ichkarisida biror uchinchi ikkinchi tartibli sirtni urinma vaziyatda chizish mumkin bo'lsa, u holda berilgan sirtlar ikkita tekis egri chiziqlar bo'yicha kesishadi. Egri chiziqlarning tekisliklari urinish nuqtalarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqli orqali o'tadi.

Monj teoremasi muhandislik amaliyotida ikkinchi tartibli ikki sirtning tashqarisida yoki ichkarisida sfera chizish mumkin bo'lgan hollarda ularning kesishish chizig'ini yasash uchun qo'llaniladi. Monj teoremasiga doir bir necha misollarni ko'ramiz. Chizmalarni frontal proektsiyalar tekisligidagi tasvirlar orqali berilgan.

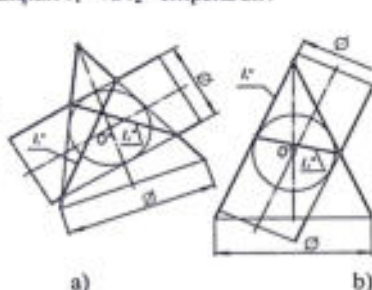
Masalan, 12.29-shaklda o'qlari kesishuvchi holda joylashgan ikki aylanma kesishuvchi silindrlar ichiga sferalar chizilgan. Teoreмага asosan bu silindrlar ikki l_1'' va l_2'' ellipslar bo'yicha kesishadi. 12.30-shaklda aylanma silindr bilan konusning kesishish chizig'ini yasash ko'rsatilgan. Bunda silindr va konusga urinuvchi sirt sfera, sirtlarning kesishish chiziqlari l_1'' va l_2'' ellipslardir.



a)

12.29-shakl

b)

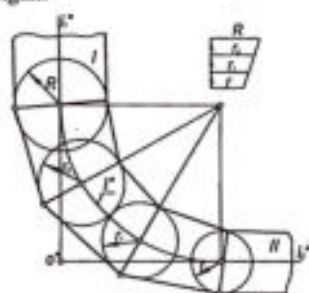


a)

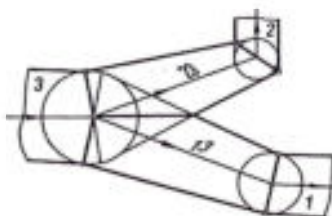
12.30-shakl

b)

Monj teoremasining truboprovodlarni loyihalashda qo'llanilishini mumkin. O'qlar o'zaro O'' nuqtada kesishuvchi har xil diametrli ikki silindrik I va II trubalar berilgan. Ularni tutashtiruvchi oraliq trubalar yasash kerak bo'lsin (12.31-shakl). Buning uchun avvalo trubaning l_1'' va l_2'' o'qlarini I'' aylana yoyi bilan tutashtiramiz. Co'ngra bu yoyini teng bo'laklarga bo'lib, bo'linish nuqtalarini sferalarning markazi sifatida qabul qilamiz. r_1 va r_2 radiuslarni proporsional o'zgartirilgan holda sferalar chiziladi. Har ikki yonma-yon sferalarga urinmalar o'tkazib, konuslar hosil qilinadi. Ikkita yonma-yon konuslar umumiy ichki sferaga ega bo'lgan uchun ellipslar bo'yicha kesishadi. Ular chizmada kesma tarzida tasvirlangan.



12.31-shakl



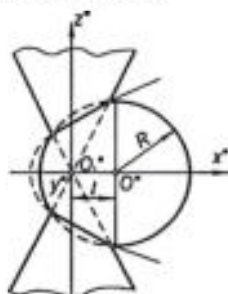
12.32-shakl

12.32-shaklda xuddi 12.31-shakldagidek va Monj teoremasiga asosan har xil diametrli uchta 1, 2 va 3 aylanma silindrlarning bir-biriga 13 va 23 konus sirti orqali o'tishi ko'rsatilgan.

12.7.2. Umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lgan ikkinchi tartibli sirtlarning kesishuvi

Teorema: Agar kesishuvchi ikkinchi tartibli ikki sirt umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lsa, u holda ularning kesishish chizig'i simmetriya tekisligida ikkinchi tartibli chiziq bo'lib proektsiyalanadi.

Isboti. Umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lgan ikkinchi tartibli ikki sirt berilgan bo'lsin. Ma'lumki, ular to'rtinchi tartibli m^4 egri chiziq bo'yicha kesishadi. Sirtlarning simmetriya tekisligi ularning kesishish chizig'ining ham simmetriya tekisligi bo'ladi. Bu tekislikka perpendikulyar bo'lgan biror tekislik bilan to'rtinchi tartibli egri chiziq kesilsa, unda to'rtta nuqta hosil bo'ladi. Shu nuqtalardan bir jufti simmetriya tekisligining bir tomonida, ikkinchi jufti uning ikkinchi tomonida yotadi. Bu nuqtalar ham simmetrik joylashgan bo'ladi. Demak, to'rtinchi tartibli egri chiziqlarning shunday ikki nuqtasi mavjudki, ular simmetriya tekisligiga nisbatan simmetrik joylashadi. Shuning uchun ularning simmetriya tekisligidagi ortogonal proektsiyalari ustma-ust tushadi. To'rtinchi tartibli egri chiziqlarning hamma nuqtalari shu tarzda proektsiyalanasa, ikkinchi tartibli egri chiziq hosil bo'ladi.



12.33-pacm

Bu teoremaning isbotini analitik usulda ham ko'rsatish mumkin. Umumiy frontal simmetriya tekisligiga ega bo'lgan aylanma konus va sfera berilgan bo'lsin (12.33-shakl). Bu ikki sirt ham ikkinchi tartibli bo'lgani uchun ular to'rtinchi tartibli egri chiziq bo'yicha kesishadi.

$z = kx$ yasovchi to'g'ri chiziq Oz o'q atrofida aylantirilsa, aylanma konus sirti hosil bo'ladi. U holda, bu konusning tenglamasi

$$z^2 = k^2(x^2 + y^2) \quad (1)$$

ko'rinishda yoziladi. Markazi Ox o'qi bo'yicha l masofaga siljigan sferaning tenglamasini

$$(x-l)^2 + y^2 + z^2 = R^2 \quad (2)$$

ko'rinishda yozish mumkin. (1) va (2) tenglamalar birgalikda bitta sistemaga olinsa, ular konus bilan sfera sirtlarining kesishish chizig'ini

ifodalaydi:

$$\begin{cases} z^2 = k^2(x^2 + y^2) \\ (x-l)^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases} \quad (3)$$

yoki

$$\begin{cases} y^2 = \frac{z^2}{k^2} - x^2 \\ (x-l)^2 + y^2 + z^2 = R^2 \end{cases} \quad (4)$$

4-sistemaning ikkinchi tenglamasida u^2 o'rniga birinchi tenglamadagi y^2 ning qiymati quyilsa, unda kesishish chizig'ining xOz , ya'ni V tekisligidagi (simmetriya tekisligidagi) proektsiyasi hosil bo'ladi:

$$(x-l)^2 + z^2 / k^2 - x^2 + z^2 = R^2. \quad (5)$$

Ba'zi soddalashtirishlardan so'ng (5) ni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin.

$$z^2 = 2 \frac{lk^2}{1+k^2} x + \frac{k^2}{1+k^2} (R^2 - l^2) \quad (6)$$

Bu yerda $\frac{lk^2}{1+k^2} = p$, $\frac{k^2}{1+k^2} (R^2 - l^2) = q$ deb belgilansa, (6) tenglamani

$$z^2 = 2px + q \quad (7)$$

ko'rinishda yozish mumkin. Natijada, umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lgan aylanma konus va sfera sirtlari kesishish chizig'ining shu tekislikdagi proektsiyasi parabola (7) ekanligi kelib chiqadi.

(5) tenglamada $z = 0$ deb olinsa, parabola uchining koordinatasi topiladi:

$$x_0 = \frac{l^2 - R^2}{2l}. \quad (8)$$

Agar $l=0$ deb olinsa, sferaning markazi aylanma konus uchi bilan bir nuqtada bo'linadi, u holda (6) tenglamaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$z^2 = \frac{R^2 l^2}{1+k^2} \quad (9)$$

yoki

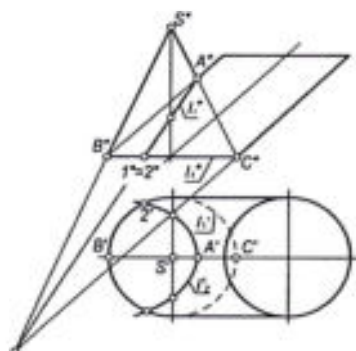
$$z = \pm \frac{Rl}{\sqrt{1+k^2}}. \quad (10)$$

Bu tenglama (10) ikkita parallel to'g'ri chiziq tenglamasini ifodalaydi. Bu holda (6) parabola frontal tekislikda ikki parallel to'g'ri chiziqqa ajralgan bo'ladi, ya'ni 4-tartibli egri chiziq ikkita aylanaga ajraladi. Haqiqatan, umumiy o'qqa ega bo'lgan ikki aylanma sirt doim aylanalar bo'yicha kesishadi.

12.8-§. Ikkinchi tartibli sirtlarning o'zaro kesishishiga oid teoremlar

1-teorema: Agar ikkinchi tartibli ikki sirt bitta tekis egri chiziq bo'yicha kesishsa, u holda ular yana biror egri chiziq bo'yicha kesishadi va bu ham tekis egri chiziq bo'ladi.

Isboti. Teorema birinchi qismining shartiga asosan ikkinchi tartibli ikki sirt bitta tekis egri chiziqli bo'yicha kesishadi. Bu egri chiziqli faqat ikkinchi tartibli bo'lishi mumkin.



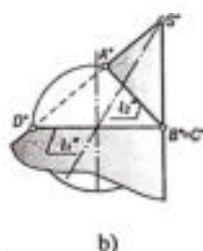
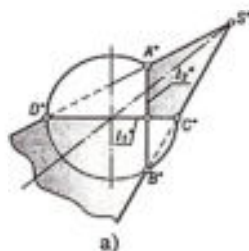
12.34-rasm.

Chunki ikkinchi tartibli sirtlarni ixtiyoriy tekislik bilan kesganda ham ikkinchi tartibli chiziqli xosil bo'ladi. Ikki ikkinchi tartibli sirt to'rtinchi tartibli egri chiziqli bo'yicha kesishgani uchun ikkinchi noma'lum bo'lgan egri chiziqli ham Monj teoremasiga asosan ikkinchi tartibli egri chiziqli bo'ladi. 12.34-shaklda umumiy asosi aylana bo'lgan silindri va konus sirtlari berilgan. Kesishuvchi bu sirtlar ikkinchi tartibli va bitta umumiy aylana bo'yicha kesishgan. Teorema shartiga asosan bu sirtlarga tegishli yana bitta tekis egri chiziqli bo'lishi lozim. Izlanayotgan ikkinchi tekis egri chiziqli ellips bo'ladi. Shunday qilib, konus va silindri sirtlari bir aylana va bir ellips bo'yicha kesishadi.

Teoremaning natijasi sifatida quyidagilarni keltirish mumkin.

Ta'rif. Agar sfera biror sirt bilan aylana bo'yicha kesishsa, u holda bu sfera shu sirt bilan yana bir aylana bo'yicha kesishadi.

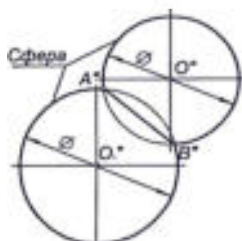
12.35,a,b-shaklda sfera bilan konusning kesishishi V tekislikka tasvirlangan. Bunda sfera va konus uchun umumiy bo'lgan tekis egri chiziqlardan biri sferaning katta l_1 gorizontal kesimidir. Teorema shartiga ko'ra, yana bir tekis kesim mavjud. Izlangan tekis keim l_2 aylana bo'ladi.



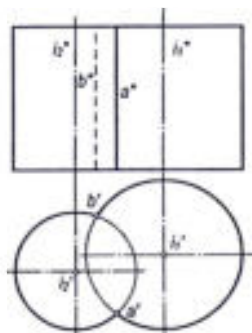
12.35-shakl

Ikkinchi tartibli sirtlarning kesishuvidagi to'rtinchi tartibli egri chiziqlik ikkita tekis chiziqlikka ajraladigan va ulardan biri mavhum bo'lgan hollar ham uchraydi. 12.36-shaklda har xil diametrlri sferalarning kesishishi tasvirlangan. Ular bitta tekis egri chiziqlik – $A'B'$ aylana bo'yicha kesishgan. Bunda ikkinchi tekis egri chiziqlik mavhum deb qaraladi.

O'qlari parallel bo'lgan ikkinchi tartibli ikki silindr ikkita parallel yasovchi (yoki bitta tekis egri chiziqlik) bo'yicha kesishadi. Ikkinchi tekis egri chiziqlik (ikkita yasovchi) mavhumdir (12.37-shakl).



12.36-shakl



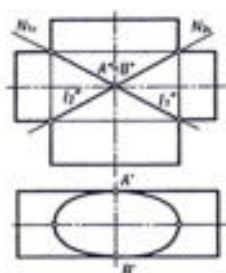
12.37-shakl

2-teorema. Agar ikkinchi tartibli ikki sirt ikkita nuqtada urinsa, u holda ularning kesishish chiziqlari ham ikkinchi tartibli ikki tekis egri chiziqlikka ajraladi.

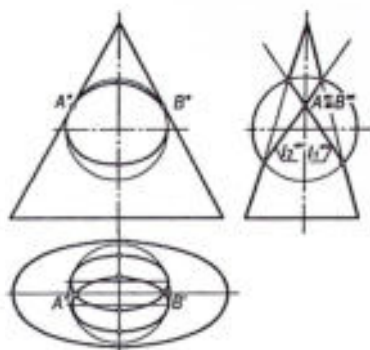
Bu tekis egri chiziqlarning tekisliklari urinish nuqtalarini tutashtiruvchi to'g'ri chiziqlik orqali o'tadi.

12.38-shaklda ikkita urinish nuqtasiga ega bo'lgan aylanma va elliptik silindrlarning kesishishi tasvirlangan. Bu sirtlar l_1 va l_2 ellipslar bo'yicha kesishadi. 12.39-shaklda ikkita urinish nuqtasiga ega bo'lgan elliptik konus va sferaning kesishishi tasvirlangan. Teorema shartiga ko'ra, bu sirtlar l_1 va l_2 aylanalar bo'yicha kesishadi, chunki sferaning tekis kesimlari faqat aylanalardir.

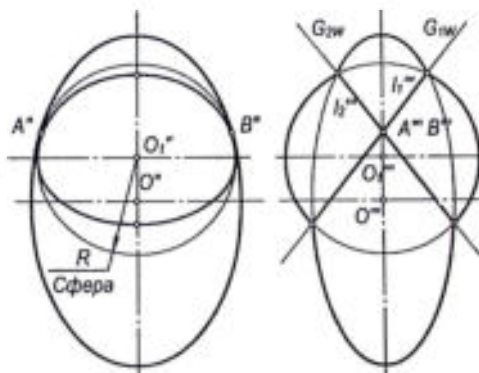
2-teorema shartidan foydalanib, umumiy ko'rinishdagi ikkinchi tartibli sirtlarning doiraviy kesimlari yo'nalishlarini aniqlash mumkin. Shaklda G_{1W} va G_{2W} profil proektsiyalovchi tekisliklarning yo'nalishi elliptik konus doiraviy kesimlarining yo'nalishini aniqlaydi.



12.38-shakl



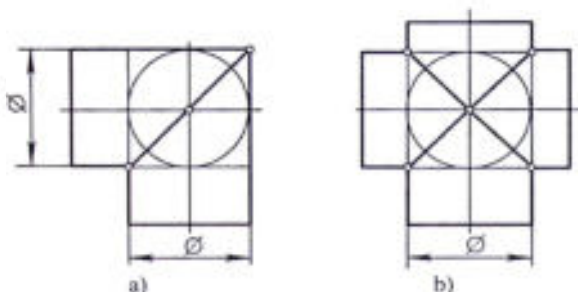
12.39-shakl



12.40-расм

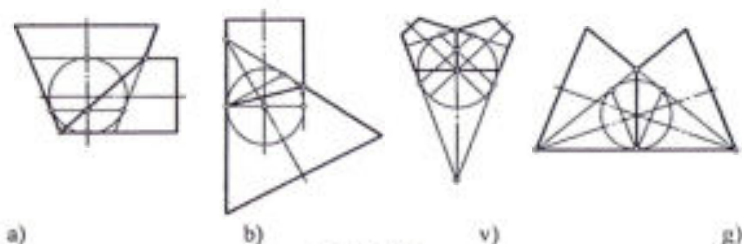
12.40-shaklda uch o'qli ellipsoid doiraviy kesimlarining yo'nalishi aniqlangan. Bunda berilgan ellipsoidning ichida ikki A'' va B'' nuqtalarga urinuvchi ixtiyoriy R radiusli sfera chiziladi. 2-teorema shartiga asosan sfera va ellipsoid sirtlari l_1'' va l_2'' aylanalar bo'yicha kesishadi. G_{1W} va G_{2W} aylanalar tekisliklarining yo'nalishi uch o'qli ellipsoid doiraviy kesimlarining yo'nalishi bo'ladi.

12.41,a,b-shakllarda shar atrofida chizilgan ikki aylanma silindrlarning kesishishi V tekislikka tasvirlangan. Silindrik sirtlar ikki tekis egri chiziqlari ellipslar bo'yicha kesishadi.



12.41-shakl

Qurilish amaliyotida silindrlarning shunday vaziyatda kesishishi *novali gumbaz* deb yuritiladi. 12.42 a,b,v,g-shakllarda o'qlari o'zaro kesishgan o'tish trubalarini yasashga misollar ko'rsatilgan.



12.42-shakl

3-teorema. Ikkinchi tartibli sirtlarning ocherki (konturi) ikkinchi tartibli egri chiziqdan iboratdir.

Bu teorema ikkinchi tartibli sirtlarni tasvirlashda alohida ahamiyatga ega, chunki ikkinchi tartibli sirtlar ko'pincha, chizmada o'zlarining ocherklari bilan beriladi.

Isboti. 1. Parallel proektsiyalashda ikkinchi tartibli sirtlarning xossasiga asosan uni har qanday tekislik bilan kesganda ikkinchi tartibli tekis egri chiziq hosil bo'ladi. Bu egri chiziqning ixtiyoriy vaziyatdagi tekislikdagi parallel proektsiyasi umumiy holda ikkinchi tartibli egri chiziq bo'ladi.

Kesuvchi tekislik ikkinchi tartibli sirtning simmetriya tekisligi bo'lib, asosiy proektsiyalar tekisliklarining biriga parallel bo'lsa, kesimning shu proektsiyasi tekisliklaridagi parallel proektsiyalari o'ziga kongruent bo'ladi.

2. Markaziy proektsiyalashda S markaz bo'yicha biror ikkinchi tartibli $\square$ sirtini proektsiyalar tekisligi P ga proektsiyalaymiz. Bunda proektsiyalovchi nurlar

to'plami o'rovchi konus sirtini hosil qiladi. O'rovchi konus sirti berilgan $\square$ sirt bilan bitta tekis egri chiziqli bo'yicha urinadi. Bu egri chiziqli berilgan sirtning S markaz bo'yicha ocherki hisoblanadi.

Hosil bo'lgan proektsiyalovchi konus sirtini ixtiyoriy P tekislik bilan kesganda kesimda ikkinchi tartibli egri chiziqli hosil bo'ladi.

Hazorat savollari

1. Ikki sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi nimadan iborat?
2. Ikki sirtning kesishish chizig'ini yasashda qanday yordamchi sirtlardan foydalaniladi?
3. Sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ida qanday nuqtalari xarakterli deyiladi?
4. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishish chizig'ini qanday egri chiziqlar bo'ladi?
5. Kontsentrik va eksentrik sferalardan qanday hollarda foydalaniladi?
6. Sferaning har qanday aylanma sirt bilan kesishuvidan nima hosil bo'ladi va u qanday aniqlanadi?
7. Monj teoremasi va undan kelib chiqadigan xususiy hollarni aytib bering.
8. Bitta sferaga tashqi chizilgan silindr va konusning o'zaro kesishishidan qanday chiziqlar hosil bo'ladi?
9. Yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usulining mohiyati nimadan iborat?
10. Silindr bilan prizmaning o'zaro kesishish chizig'ini yasashda yordamchi tekislik qanday vaziyatda o'tkaziladi?
11. O'qlari kesishmaydigan og'ma silindr va konuslarni kesish chizig'ini yasashda kesuvchi tekislik qanday o'tkaziladi?

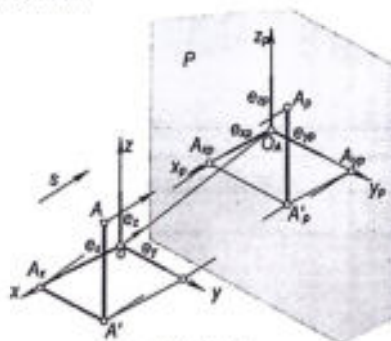
13.1-§ Umumiy ma'lumotlar

Ma'lumki, ortogonal proektsiyalarda chizmalarni chizish birmuncha qulay bo'lib, buyumning metrik xarakteristiklari ham saqlanadi, chunki ortogonal proektsiyalashda buyum proektsiyalar tekisliklariga nisbatan qulay holda joylashtiriladi. Ortogonal proektsiyalash usulida tuzilgan chizmalarda qirqim va kesimlardan foydalanib buyumning ichki va tashqi ko'rinishini etarlicha aniqlash mumkin. Ammo ortogonal proektsiyalardagi chizmalariga ko'ra ularning fazoviy shakllarini tasavvur qilish qiyin. Bunday hollarda buyum chizmasini uning yaqqol tasviri bilan to'ldirish zaruriyati tug'iladi.

Bunday tasvirlar aksonometrik proektsiyalar bo'la oladi. Lekin aksonometrik proektsiyalarning hammasi ham yaqqol bo'lavermaydi. Buyumni yaqqol qilib tasvirlash proektsiyalash yo'nalishi va proektsiyalar tekisligining vaziyatlariga bog'liq bo'ladi. Aksonometrik proektsiya qisqacha aksonometriya deb yuritiladi (**aksonometriya** grekcha so'z bo'lib, **axon** – o'q, **metrien** – o'lchayman, ya'ni o'qlar bo'yicha o'lchash degan ma'noni bildiradi.)

Ta'rif. Dekart koordinatalar sistemasida joylashtirilgan buyum va uning proektsiyalari shu sistema bilan birgalikda berilgan s yo'nalish bo'yicha ixtiyoriy olingan biror R tekislikdagi proektsiyasi uning **aksonometriyasi** deyiladi.

R tekislik aksonometriya tekisligi deb yuritiladi (13.1-shakl). Aksonometrik proektsiyalar ikki xil bo'ladi:



13.1-shakl

- Parallel proektsiyalash asosida qurilgan aksonometrik proektsiyalar.
- Markaziy proektsiyalash asosida qurilgan aksonometrik proektsiyalar yoki ular perspektiv proektsiyalar deb ham yuritiladi.

Parallel aksonometrik proektsiyalar to'g'ri burchakli va qiyshiq burchakli bo'ladi. s proektsiyalash yo'nalishi bilan R tekislik orasidagi burchak $\varphi=90^\circ$ bo'lsa, to'g'ri burchakli; agar $0^\circ < \varphi \neq 90^\circ$ bo'lsa, qiyshiq burchakli aksonometriya deb ataladi.

Biror figuraning aksonometrik proektsiyasini yasash uchun figuraning o'zi va uning ortogonal proektsiyalaridan birini aksonometrik proektsiyalar tekisligiga proektsiyalash etarlidir. Masalan, fazodagi A nuqta ortogonal proektsiyalaridan biri A' proektsiyasi bilan birga R aksonometriya tekisligiga tasvirlangan (13.1-shakl). Bunda A, nuqta A nuqtaning aksonometrik proektsiyasi bo'ladi. A' nuqta esa A nuqtaning *ikkilamchi proektsiyasi* deb yuritiladi. Shakldagi OA_xA'A sinig chiziq tomonlari A nuqtaning x, y va z koordinatalaridan iborat bo'lganligi uchun uni *koordinatalar sinig chizig'i* deb yuritiladi. Uning aksonometrik proektsiyasi O_xA_{xp}A'_xA_x bo'ladi.

O_xx_c, O_yy_c, O_zz_c lar aksonometrik proektsiyalar o'qlari, O, esa O koordinatalar boshining aksonometriyasi bo'ladi.

Aksonometrik proektsiyalar parallel proektsiyalar turiga mansub bo'lganligi sababli ular parallel proektsiyalarning hamma xossalari ega.

Shunga ko'ra AA'_x||O_x, A'A'_y||O_y, A'A'_z||O_z bo'lganligi uchun A_xA'_x||O_xp_x, A'_xA_x||O_xp_x, A'_yA_y||O_yp_y, A'_zA_z||O_zp_z bo'ladi.

13.2-§ Aksonometrik o'qlar va ular bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari

Dekart koordinatalar sistemasidagi uchala koordinata o'qlari uchun umumiy bo'lgan e uzunlikni masshtab birligi sifatida qabul qilamiz (13.1-shakl). Buni *natural masshtab birligi* deb ataymiz. Natural masshtab birligi e kesmani O_x, O_y va O_z koordinata o'qlariga qo'yib, ularni R tekislikka proektsiyalasak, e_x, e_y, e_z kesmalar hosil bo'ladi. Bu kesmalar aksonometrik masshtab birliklari deb yuritiladi. Ularning e ga nisbatlari aksonometrik o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari deb yuritiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$\frac{e_x}{e} = k_x, \quad \frac{e_y}{e} = k_y, \quad \frac{e_z}{e} = k_z, \quad (1)$$

13.1-shakldan

$$\frac{O_x A_{xp}}{O A_x} = \frac{e_x}{e} = k_x, \quad \frac{O_y A_{yp}}{O A_y} = \frac{e_y}{e} = k_y, \quad \frac{O_z A_{zp}}{O A_z} = \frac{e_z}{e} = k_z, \quad (2)$$

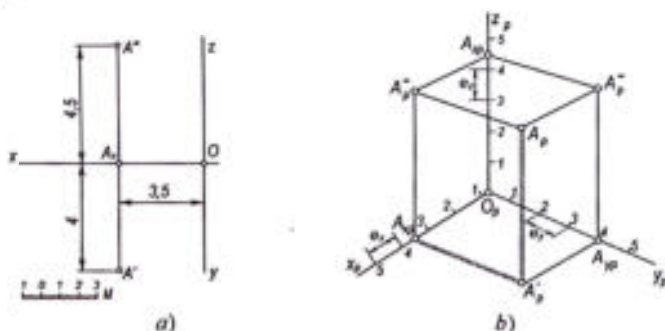
tengliklarni yozish mumkin.

Demak, A nuqtaning dekart va aksonometrik koordinatalari orasidagi bog'lanishni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$\frac{x_p}{x} = k_x \text{ yoki } x_p = k_x x, \quad \frac{y_p}{y} = k_y \text{ yoki } y_p = k_y y, \quad \frac{z_p}{z} = k_z \text{ yoki } z_p = k_z z.$$

(3)

Aksonometrik o'qlarning vaziyatlari va shu o'qlar bo'yicha o'zgarish koef-fitsientlari berilgan bo'lsa, fazodagi xar qanday nuqtaning aksonometriyasini yasash mumkin. Buning uchun nuqtaning x , y va z koordinatalarini mos o'zgarish koefitsientlariga ko'paytirib, aksonometrik o'qlar bo'yicha (yoki ularga parallel) o'lchab qo'yiladi va uch zvenoli koordinatalar siniq chizig'ining aksonometriyasi yasaladi. Masalan, fazodagi koordinatalari 3,5; 4 va 4,5 sonlarga teng bo'lgan A nuqtaning aksonometriyasini yasash kerak bo'lsin (13.2,*a*-shakl). Buning uchun O, x_z o'qiga O , nuqtalardan boshlab $O, A_x = 3,5e_x$ kesmani o'lchab qo'yiladi va A_x nuqtani belgilab olinadi (13.2,*b*-shakl). Bu nuqtadan O, y_z o'qiga parallel qilib $A_x A'_y = 4e_y$ kesmani o'lchab qo'yiladi va hosil bo'lgan A_1 nuqtadan O, z_z o'qiga parallel qilib $A'_1 A_2 = 4,5e_z$ kesmani o'lchab qo'yiladi. Hosil bo'lgan A_2 nuqta A nuqtaning aksonometrik proektsiyasi, A_2 esa A nuqtaning ikkilamchi proektsiyasi bo'ladi.



13.2-shakl.

Aksonometrik proektsiyalar uch turga bo'linadi.

- Agar uchala o'qlar bo'yicha o'zgarish koefitsientlari o'zaro teng bo'lsa, ya'ni $k_x = k_y = k_z$ bo'lganda hosil bo'lgan aksonometriya *izometrik proektsiyalar* deyiladi.
- Agar o'zgarish koefitsientlaridan ikkitasi o'zaro teng bo'lib, uchinchi ulardan farkli bo'lsa, ya'ni $k_x = k_y \neq k_z$, $k_x = k_z \neq k_y$, yoki $k_z = k_y \neq k_x$ bo'lganda, hosil bo'lgan aksonometriya *dimetrik proektsiyalar* deyiladi.
- Uchala o'qlar bo'yicha o'zgarish koefitsienti turlicha bo'lgan aksonometriyalar ($k_x = k_y \neq k_z$ bo'lsa), trimetrik *proektsiyalar* deyiladi.

13.3-§. Aksonometriyaning asosiy teoremasi

Qiyshiq burchakli aksonometrik proektsiyada aksonometrik o'qlar va ular bo'yicha o'zgarish koefitsientlari ixtiyoriy tanlab olinishi mumkin. Aksonometrik

proektsiyalardagi bunday xususiyatni 1853 yilda avstriyalik matematik Karl Polke aniqlab, quyidagi xulosaga kelgan:

Teorema. Tekislikka tegishli bitta nuqtadan chiquvchi ixtiyoriy uchta kesma fazoda joylashgan bitta nuqtadan chiquvchi o'zaro perpendikulyar va teng uchta kesmaning parallel proektsiyasi bo'lishi mumkin.

1864 yilda K.Polkening shogirdi G.A.Shvarts bu teoremani umumlashtirdi va uning sodda isbotini berdi. Keyinchalik aksonometriyaning Polke-Shvarts nomi bilan yuritiladigan asosiy teoremasi quyidagicha ta'riflanadi.

Teorema. Diagonalari bilan berilgan har qanday tekis to'rtburchakni ixtiyoriy olingan tetraedrga o'xshash tetraedrning parallel proektsiyasi deb qabul qilish mumkin.

Ushbu teoremadan quyidagi natija kelib chiqadi:

Natija: Bir nuqtadan chiqqan uchta har qanday to'g'ri chiziqli aksonometrik o'qlar bo'la oladi.

Bu teoreмага binoan aksonometriya o'qlari orasidagi burchaklarni va ular bo'yicha o'zgarish koeffitsientlarini, umuman ixtiyoriy olish mumkin. Ammo buyumning har qanday aksonometrik tasviri uning tabiiy ko'rinishiga butunlay o'xshamay qolishi yoki juda oz o'xshashi mumkin. Shuning uchun ham buyumning aksonometriyasi tabiiy ko'rinishiga mumkin qadar ko'proq o'xshash bo'lishi, hamda aksonometriyani osonroq yasash maqsadida, amalda, aksonometriyaning ba'zi xususiy turlariga qo'llaniladi.

Ular *standart aksonometrik proektsiyalar* deb yuritiladi. Bunday aksonometrik proektsiyalar kitobning 13.7-§ va 13.8-§ paragraflarida ko'riladi.

13.4-§. O'zgarish koeffitsientlari va proektsiyalash burchagi orasidagi o'zaro bog'lanish

Aksonometriyaning asosiy teoremasiga asosan aksonometrik proektsiyalar o'qlari va ular bo'yicha o'zgarish koeffitsientlarini ixtiyoriy olish mumkin. Ammo ular bir-biri bilan o'zaro uzviy bog'liq bo'ladi.

Ox, Oy va Oz koordinatalar o'klarini R aksonometrik proektsiyalar tekisligiga φ burchak ostida proektsiyalaymiz (13.3-shakl). Bunda koordinatalar boshi O nuqtaning R tekislikdagi proektsiyasi O, bo'ladi. Bunday qiyshiq burchakli aksonometrik proektsiyalashning proektsiyalanish burchagi φ ni chizmada hosil qilish uchun O nuqtadan R tekislikka OO_0 perpendikulyarni tushiramiz. OO_0 va

O_1O_2 to'g'ri chiziqlar orasidagi φ burchak proektsiyalash burchagi bo'ladi.

1-teorema. Qiyshiq burchakli aksonometrik proektsiyada o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari kvadratlarining yig'indisi 2 soni bilan proektsiyalash burchagi kotangensi kvadratining yig'indisiga teng.

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2 + \cot^2 \varphi \quad (1)$$

Ushbu teoremani isboti Sh.Murodov va boshqalarning "Chizma geometriya kursi", 1988 yil chop etilgan kitobida keltirilgan.

2-teorema. To'g'ri burchakli aksonometrik proektsiyalashda o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari kvadratlarining yig'indisi 2 ga teng.

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2 \quad (2)$$

Isboti. 13.4-shaklda P aksonometrik proektsiyalar tekisligi va $OXYZ$ – Dekart koordinatalar sistemasi keltirilgan.

O koordinatalar boshini P tekislikdagi ortogonal proektsiyasi O_P nutqani A, B, C nuqtalar bilan tutashtirilsa, $O_P A, O_P B, O_P C$ aksonometriya o'qlari hosil bo'ladi. Bu o'qlarni Ox, Oy va Oz hosil qilgan burchaklarini mos ravishda α, β va γ bilan belgilaymiz. Bunda $OO_P A, OO_P B, OO_P C$ lar to'g'ri burchakli uchburchaklar bo'lganligi uchun

$$O_P A : OA = \cos \alpha, O_P B : OB = \cos \beta \text{ va } O_P C : OC = \cos \gamma \text{ bo'ladi.} \quad (3)$$

Agar OO_P proektsiyalash yo'nalishi bilan Ox, Oy va Oz o'qlar orasidagi burchaklar α_1, β_1 va γ_1 yo'naltiruvchi burchaklar deyiladi.

Analitik geometriyadan ma'lumki, aylantiruvchi burchaklar kosinuslari kvadratlarining yig'indisi 1 ga teng, ya'ni

$$\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \beta_1 + \cos^2 \gamma_1 = 1 \quad (4)$$

Chizmadan ko'rinib turibdiki, $\alpha_1 = 90 - \alpha, \beta_1 = 90 - \beta$ va $\gamma_1 = 90 - \gamma$ bo'lgani uchun ularni (4) ifodaga qo'yib soddalashtirilsa,

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 1 \text{ bo'ladi.} \quad (5)$$

$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \beta$ ekanligini e'tiborga olgan holda (3) ifodani quyidagicha yozish mumkin:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 2 \quad (6)$$

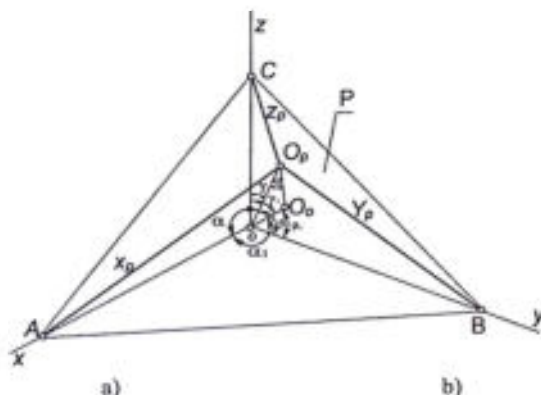
$K_x = O_P A : OA = \cos \alpha; K_y = O_P B : OB = \cos \beta$ va $K_z = O_P C : OC = \cos \gamma$ bo'lgani uchun (2) ifodaning to'g'riligi isbotlandi.

To'g'ri burchakli aksonometrik proektsiyalarda keltirilgan o'zgarish koeffitsientlari

Aksonometrik masshtablardan foydalanmasdan aksonometrik proektsiyalar yasash juda ko'p vaqtni oladi. Chunki dekart koordinatalar o'qlariga parallel

bo'lgan har bir kesma aksonometriyalarning uzunliklarini hisoblab topishga to'g'ri keladi. Shuning uchun keltirilgan o'zgarish koeffitsientlaridan foydalaniladi. Masalan, ixtiyoriy to'g'ri burchakli trimetrik proektsiyalar quyidagi o'zgarish koeffitsientlari bilan berilgan bo'lsin:

$$k_x=0.92, k_y=0.47, k_z=0.96;$$



13.3-shakl.

Bularni (2) ifodaga qo'yilsa,

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = (0.92)^2 + (0.47)^2 + (0.96)^2 = 1.9889 \approx 2$$

hosil bo'ladi.

Bu koeffitsientlarni $\frac{1}{0.92} = 1.09$ ga ko'paytirsak, $k_x = 1.0028$, $k_y = 0.14.123$,

$k_z = 1.0464$ bo'ladi. Bularni yaxlitlab $k_x^* = 1$, $k_y^* = 0.5$ va $k_z^* = 1$ deb olsak, $k_x^* = k_x \cdot 1.09$, $k_y^* = k_y \cdot 1.09$, $k_z^* = k_z \cdot 1.09$ bo'ladi. Bunda K_x^k , K_y^k va K_z^k o'qlar bo'yicha keltirilgan o'zgarish koeffitsientlari deb belgilangan. Bunda 1,09 keltirish koeffitsienti bo'lib, uni m bilan belgilaymiz. U holda

$$k_x = \frac{k_x^*}{m}, \quad k_y = \frac{k_y^*}{m}, \quad k_z = \frac{k_z^*}{m}, \quad \text{yoki } (k_x^*)^2 + (k_y^*)^2 + (k_z^*)^2 = 2m^2$$

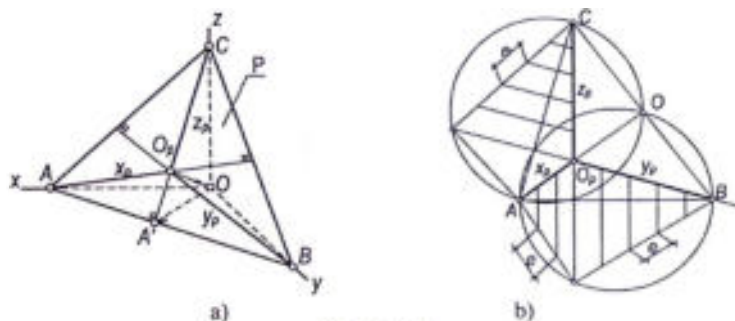
hosil bo'ladi.

Demak, keltirilgan koeffitsientlari bo'yicha bajarilgan aksonometrik proektsiyalarda o'qlar bo'yicha aksonometrik masshtablar keltirish koeffitsientiga proporsional ravishda o'zgaradi.

13.5-§. To'g'ri burchakli aksonometriyada izlar uchburchagi va aksonomet-

riya o'qlari

Dekart koordinatlar sistemasi $Oxyz$ da P aksonometriya tekisligini joylashtirganda u koordinata tekisliklari bilan kesishib ABC uchburchakni hosil qiladi. (13.4-shakl). Bu uchburchak aksonometriyada *izlar uchburchagi* deb yuritiladi.



13.4-shakl

1-teorema. To'g'ri burchakli aksonometriyada aksonometriya o'qlari izlar uchburchagining balandliklari bo'ladi.

Isboti: Oz koordinatalar o'qi xOy tekislikka perpendikulyar va $OO_1 \perp R$ bo'lganligi sababli $A'O'S$ uchburchak tekisligi xOy va R tekisliklarga ham perpendikulyar bo'ladi. $\Delta A'OC \perp xOy$ bo'lganligi uchun $A'C \perp AB$ yoki $z_p \perp AB$ bo'ladi. Xuddi shuningdek, $y_p \perp AS$ va $x_p \perp VS$ ekanligini ham isbot qilish mumkin.

2-teorema. To'g'ri burchakli aksonometriyada izlar uchburchagi o'tkir burchakli uchburchakdir.

Isboti: xOy , xOz va yOz koordinatalar tekisliklari to'g'ri burchakli uchyotlikni hosil qiladi (13.4,a-shakl). Bu uchyotliklarning R tekislik bilan kesishuvidan hosil bo'lgan ABC uchburchakda $A'C \perp AB$ bo'lishi 1-teoremadan ma'lum. Demak, $AA'S$ uchburchak to'g'ri burchakli bo'lganligi sababli $\angle CAA' < 90^\circ$ bo'ladi. Shuningdek, $\angle A'BC < 90^\circ$ va $\angle ACB < 90^\circ$ bo'ladi.

3-teorema. To'g'ri burchakli aksonometriyada aksonometriya o'qlari orasidagi burchaklar o'tmas burchaklardir.

Isboti: 1-teoremada aksonometriya o'qlari izlar uchburchagining balandliklari, 2-teoremada esa izlar uchburchagining o'tkir burchakli bo'lishini isbot qilingan edi. Planimetriyadan ma'lumki, har qanday o'tkir burchakli uchburchakning balandliklari o'zaro o'tmas burchak ostida kesishadi.

To'g'ri burchakli aksonometriyada izlar uchburchagi teng tomonli uchburchak bo'lsa, bunday aksonometriya izometriya bo'ladi, teng yonli uchburchak bo'lsa - **dimetriya**, tomonlari har xil bo'lgan uchburchak bo'lsa - **trimetriya** bo'ladi.

Izlar uchburchagi ABC berilgan bo'lsa, O_1A , O_1V va O_1S , kesmalarning uzunliklarini aniqlash mumkin. (13.4,b-shakl). Izlar uchburchagida x_p , y_p va z_p o'qlar o'tkazilgan. Bunday chizmani xOy , xOz , yOz tekisliklar bilan ifodalangan uchy-oqlikning R tekislikka to'g'ri burchakli proektsiyasi deyish mumkin (13.5,a-shaklga qarang). Jipslashtirish usulidan foydalanib, AO_1V uchburchakning proektsiyasiga ko'ra, uning haqiqiy kattaligi AO_1V ni yasaymiz. Buning uchun $\angle AOB = 90^\circ$ bo'lganligi uchun diametri AV ga teng bo'lgan aylana chizamiz. O_1 nuqta dan AV ga perpendikulyar tushirib, O_1 nuqta ni belgilab olamiz. Uni A va V nuqtalar bilan tutashtiramiz.

$\frac{O_p A}{O_1 A}$ va $\frac{O_p B}{O_1 B}$ nisbatlar x_p va y_p o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari hisoblanadi:

$$k_x = \frac{O_p A}{O_1 A}, \quad k_y = \frac{O_p B}{O_1 B}.$$

Xuddi shuningdek, O_2 nuqta ni aniqlab, z_p o'q bo'yicha o'zgarish koeffitsienti $k_z = \frac{O_p}{O_2 C}$ ni aniqlash mumkin. Agar AO_1B va AO_2S uchburchaklarning tomonlariga O_1 va O_2 nuqtalardan boshlab natural uzunlik birliklarni qo'yib, ularning mos aksonometrik o'qlardagi proektsiyalarini aniqlash bilan aksonometrik masshtablarni yasash mumkin.

13.6-§. Aylananing aksonometriyasi

Aylana tekisligining aksonometriya tekisligiga nisbatan vaziyatiga qarab aylana aksonometriyasi ellips, aylana yoki to'g'ri chiziq kesmasidan iborat bo'lishi mumkin. Umumiy hollarda aylananing aksonometriyasi ellips bo'ladi.

Ta'rif. Aylananing har qanday o'zaro perpendikulyar diametrlarining aksonometriyasi - ellipsning qo'shma diametrlaridan iborat bo'ladi.

Aksonometriya o'qlariga parallel bo'lgan qo'shma diametrining uzunligi aylana diametrining mos o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientiga ko'paytirilganiga teng.

Qiyshiq burchakli aksonometriyada ellips kichik o'qining uzunligi 0 (nol) dan aylana diametri d gacha, katta o'qining uzunligi d dan ∞ gacha o'zgarishi mumkin.

To'g'ri burchakli aksonometriyalarda ellips katta o'qining uzunligi d ga, kichik o'qining uzunligi $d \cos \varphi_1$ ga, teng. Bu yerda φ_1 aylana tekisligi bilan aksonometrik proektsiyalar tekisligi orasidagi burchak.

Aylananing to'g'ri burchakli aksonometriyasi. Chizmachilikda aylananing to'g'ri burchakli aksonometriyasi bo'lgan ellipsni chizish ko'p hollarda uchraydi.

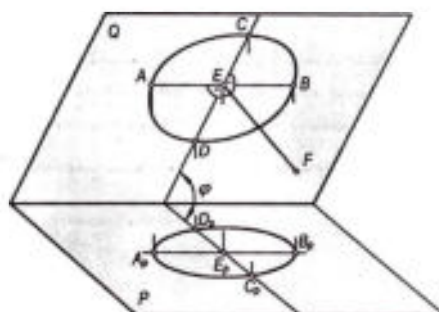
Aylana tekisligi Q aksonometrik proektsiyalar tekisligi R bilan o'zaro o'tkir burchak φ° hosil qilib kesishganda aylananing aksonometriyasi ellips bo'ladi (13.5-shakl). Bu ellipsning katga o'qi A_1V_1 aylananing AV diametriga, kichik o'qi C_pD_p esa aylana diametrini φ burchak kosinusiga ko'paytirilganiga teng bo'ladi.

$$A_1V_1 = AV, C_pD_p = CD \cos \varphi.$$

Parallel proektsiyalarning xossalari ga ko'ra elipsning A_1V_1 katta o'qi Q va R tekisliklarning o'zaro kesishish chizig'i a ga parallel, C_pD_p kichik o'qi esa bu to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'ladi, ya'ni:

$$A_1V_1 \parallel a, C_pD_p \perp a.$$

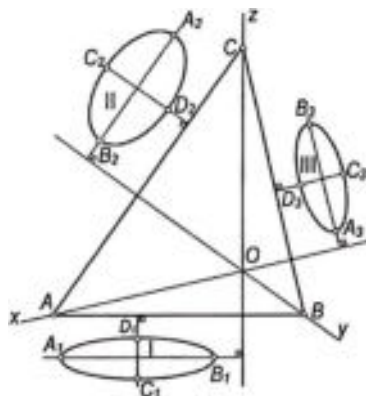
Shunday qilib, aylananing aksonometrik proektsiyasini yasash uchun aylana markazining proektsiyasi E_p nuqta yasaliy va bu nuqtadan ellipsning katta va kichik o'qlari o'tkaziladi. Ellipsni uning katta va kichik o'qlari bo'yicha yasash qiyin emas.



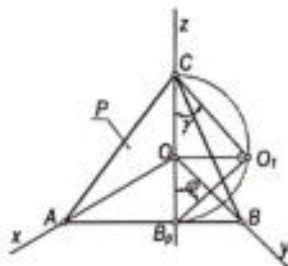
13.5-shakl.

Ko'pincha, N, V, W yoki ularga parallel tekisliklarda yotuvchi aylanalarning aksonometrik proektsiyalarini yasashga to'g'ri keladi. Bunday aylanalar aksonometriklarini yasashni batafsil ko'rib chiqamiz.

Ma'lumki, to'g'ri burchakli aksonometriyada R aksonometrik proektsiyalar tekisligi N, V, W tekisliklar bilan kesishadi. R tekislikning bu tekisliklar bilan kesishish chiziqlari izlar uchburchagining tomonlaridan iborat bo'ladi. Demak, N tekislikka tegishli aylanani R tekislikka proektsiyalashtirishdan hosil bo'ladigan I ellipsning katta o'qi izlar uchburchagining AV tomoniga, V tekislikka tegishli aylana proektsiyasi - II ellipsning katta o'qi AC tomoniga, W tekislikka tegishli aylana proektsiyasi - III ellipsning katta o'qi BS tomoniga parallel bo'ladi (13.6-shakl). To'g'ri burchakli aksonometriyada aksonometriya o'qlari izlar uchburchagining balandligidan iborat bo'ladi. Shunga ko'ra, I ellips uchun $A_p B_p D_p C$, (Oz) II ellips uchun $A_p B_p D_p B$ (Oy), III ellips uchun $A_p V_p D_p A$ (Ox) bo'ladi. Ellipslarning $C_p D_p$ kichik o'qlari $A_p V_p$ katta o'qlariga doim perpendikulyar bo'ladi.



13.6-shakl.



13.7-shakl.

To'g'ri burchakli aksonometriyada ellipsning katta o'qi doim tegishli aylalarning diametrlariga teng bo'ladi. Kichik o'qlari aksonometriyaning turiga qarab o'zgaradi. Kichik o'qining uzunliklarini hisoblash mumkin. Buning uchun 13.7-shaklga murojaat qilamiz. Oz o'qidan o'tuvchi va izlar uchburchagining AB tomoniga perpendikulyar qilib o'tkazilgan tekislik P tekislikni CB_1 to'g'ri chiziq bo'yicha, xOy tekislikni esa eng katta og'ma chizig'i O_1B_2 bo'yicha kesib o'tadi. Natijada SO_1V_1 to'g'ri burchakli uchburchakni hosil qilinadi. Bu uchburchakning SO_1V_1 jipslashgan vaziyati shaklda ko'rsatilgan. Buning uchun diametri SV_1 kesma bo'lgan yarim aylana chiziladi va O_1 nuqtadan Oz o'qqa perpendikulyar chiqarib, uning yarim aylana bilan kesishish nuqtasi O_2 ni belgilab olinadi. O_2

nuqtani S va V , nuqtalar bilan tutashtirib γ va φ burchaklar aniqlanadi. Bu burchaklar mos ravishda R tekislik bilan Oz o'qi va xOy tekislik orasidagi burchaklar bo'ladi. Bundan Oz o'qi bo'yicha o'zgarish koeffitsienti $k_x = \cos \gamma$ ekanligini ma'lum. xOy tekislikning eng katta qiyalik chizig'i O_1V_p ning yo'nalishi bo'yicha o'zgarish koeffitsienti $k_{xoy} = \cos \varphi$ bo'ladi. To'g'ri burchakli SO_1V_p uchburchakdan $\cos \varphi = 1 - \cos^2 \gamma$ bo'lgani uchun

$$k_{xoy} = \sqrt{1 - k_x^2} \text{ bo'ladi.}$$

Xuddi shuningdek, xOz va yOz tekisliklarining eng katta qiyalik chiziqlari yo'nalishlari bo'yicha o'zgarish koeffitsientlarining qiymatlarini keltirib chiqarish mumkin:

$$k_{xoz} = \sqrt{1 - k_y^2}, \quad k_{yoz} = \sqrt{1 - k_x^2}.$$

Yuqorida ellipsning kichik o'qi $C_p D_p = CD \cos \varphi$ ekanligini ko'rib chiqqan edik. Bunda CD – proektsiyalanayotgan aylananing diametri, φ esa aylana tekisligi bilan R tekislik orasidagi burchakdir. Shunga ko'ra:

- xOy tekislikka tegishli aylanani proektsiyasi bo'lgan ellips uchun

$$C_p D_p = CD \cdot \sqrt{1 - k_x^2};$$

- xOz tekislikka tegishli aylananing proektsiyasi uchun

$$C_p D_p = CD \cdot \sqrt{1 - k_y^2};$$

- yOz tekislikka tegishli aylanani proektsiyasi uchun

$$C_p D_p = CD \cdot \sqrt{1 - k_z^2};$$

bo'ladi.

13.7-§. To'g'ri burchakli standart aksonometriyalar

13.7.1. To'g'ri burchakli standart izometriya. To'g'ri burchakli aksonometriyada aksonometrik proektsiyalar tekisligi R koordinatalar tekisliklari bilan bir xil burchak xosil qilsa, izlar uchburchagi teng tomonli bo'lib, uning balandligi bissektressasi xam bo'ladi. Shuning uchun to'g'ri burchakli izometriyada aksonometrik o'qlar orasidagi burchaklar 120° ga teng (13.8-shakl). Bu xolda o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari $k_x = k_y = k_z$ bo'lib, $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2$ tenglikdan

$3k_x^2 = 2$ yoki $k_x = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0.82$ hosil bo'ladi. Demak, $k_x = k_y = k_z = 0.82$ bo'lib, u natural o'zgarish koeffitsienti deyiladi. Buyumning aniq izometriyasini yasash uchun dastlab undagi xar bir nuktani x, y, z koordinatalari yoki uning eni, bo'yi va balandligini 0,82 ga ko'paytirib, chizishga to'g'ri keladi.

Lekin buyumlarinig to'g'ri burchakli izometriyasini yasashda o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari 1 ga teng qilib olinsa, chizish sur'ati tezlashadi. Bu holda $k_x = k_y = k_z = 1$ bo'lib, ular izometriyada keltirilgan o'zgarish koeffitsi-

entlari deb yuritiladi. Bunda keltirish koeffitsienti $m = \frac{1}{0.82} = 1.22$ ga teng bo'lib, buyumning aksonometriyasi asliga nisbatan 1,22 marta kattalashadi.

13.9-shaklda kub va uning yoqlariga ichki chizilgan aylanalarning izometriyalari bo'lgan ellipslar tasvirlangan. Aylananing tekisliklari (kubning yoqlari) H , V va W proektsiyalar tekisliklariga parallel. Natural o'zgarish koeffitsientlari 0,82 bo'yicha ellipsning katta va kichik o'qlari quyidagicha bo'ladi:

$$A_p B_p = d,$$

$$C_p D_p = \sqrt{1 - 0.82^2} d = 0.58 \cdot d$$

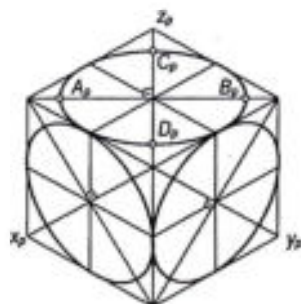
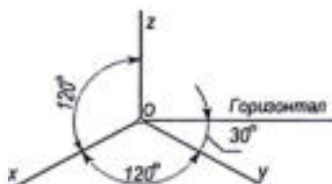
Bunda d - berilgan aylana diametri.

Keltirilgan o'zgarish koeffitsientlari bo'yicha standart izometriyada ellipsning katta o'qlari $A_p B_p = 1,22d$ ga kichik o'qlari $C_p D_p = 1,22 \cdot 0,58d = 0,71d$ ga teng bo'ladi.

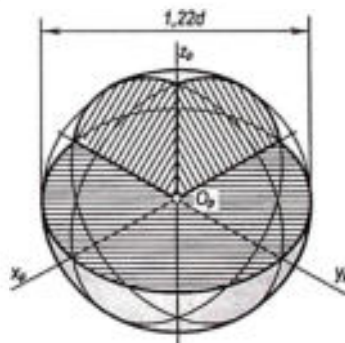
13.8-shakl.

Shunday qilib, diametri d ga teng bo'lgan aylanalar gorizonttal, frontal va profil yoki ularga parallel bo'lgan tekisliklarda joylashgan bo'lsa, bunday aylanalarning izometriyasidagi ellipsning $A_p B_p$ katta o'qi d ga, $C_p D_p$ kichik o'qi esa $0,58d$ ga teng, keltirilgan o'zgarish koeffitsientlar bo'yicha esa $A_p B_p = 1,22d$, $C_p D_p = 0,71d$ bo'ladi.

13.10-shakl to'g'ri burchakli izometriyada tasvirlangan sferaning diametri 1,22d ga teng. Bunda d sferaning diametri.



13.9-shakl.



13.10-shakl.

13.7.2. To'g'ri burchakli standart dimetriya. Agar aksonometrik proektsiyalar tekisligi koordinatalar tekisliklaridan ikkitasi bilan bir xil burchak hosil qilsa, bunday aksonometriya to'g'ri burchakli dimetriya deyiladi. Bunda

o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari $k_x=k_y \neq k_z$, $k_x=k_z \neq k_y$ yoki $k_y=k_z \neq k_x$ bo'lishi mumkin.

To'g'ri burchakli dimetriyaning juda ko'p turlari mavjud bo'lib, ulardan aksionometrik o'qlarning o'zaro joylashuvi 13.11-shaklda ko'rsatilgan vaziyatdagi holati standartda tavsiya qilingan. Bu o'qlarni α va β burchaklarning tangenslari orqali oson yasash mumkin, chunki $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{8}$, $\operatorname{tg} \beta = \frac{7}{8}$. Standart dimetriyada o'qlar

bo'yicha o'zgarish koeffitsientlarining $k_x=k_z \neq k_y$ holi qabul qilinib $k_x=k_z=2k_y$ yoki $k_y = 1/2 k_x$ deb olingan. U holda $k_x^2+k_y^2+k_z^2=2$ tenglikka yuqoridagi qiymatlarni qo'yib, $k_x^2+k_z^2+\frac{k_x^2}{4}=2$ yoki $9k_x^2=8$ ga ega bo'lamiz. Bundan,

$k_x = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0.94$ ni hosil qilamiz. Demak, $k_x \approx 0.94$; $k_z \approx 0.94$; $k_y \approx 0.47$ hosil bo'ladi.

Amaliyotda to'g'ri burchakli dimetrik proektsiyalarni yasash uchun quyidagi keltirilgan o'zgarish koeffitsientlaridan foydalaniladi:

$$k_x=1, \quad k_z=1, \quad k_y=0.5$$

U holda keltirish koeffitsienti $m = \frac{1}{0.94} = 1.06$ bo'ladi.

13.12,a-shaklda to'g'ri burchakli dimetriyada kub va uning yoqlarida ichki chizilgan aylanalarning dimetrik proektsiyalari bo'lgan ellipslar tasvirlangan.

To'g'ri burchakli standart dimetriya uchun $k_x=k_z=0.94$ va $k_y=0.47$ bo'lganligi uchun $H(xOy)$ hamda $W(yOz)$ tekisliklarga tegishli aylananing proektsiyalari bo'lgan ellipslar uchun

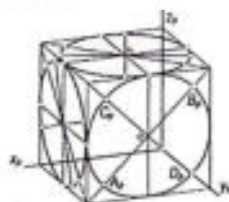
$$C_p D_p = CD \cdot \sqrt{1-0.94^2} = 0.33 \cdot d$$

bo'ladi. $V(xOz)$ tekislikka tegishli aylananing proektsiyasi ellips uchun esa

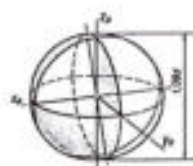
$$C_p D_p = d \sqrt{1-0.47^2} = 0.88 \cdot d \text{ bo'ladi.}$$



13.11-pasm.



a)



b)

13.12-shakl.

Keltirilgan o'zgarish koeffitsientlari bo'yicha xOy va yOz tekisliklariga parallel bo'lgan yoqlardagi ellipslar (aylananing dimetriyasi) uchun katta o'qlar $A_p B_p=1.06d$, kichik o'qlar $C_p D_p=0.33d$ bo'ladi. Chunki $C_p D_p=1.06 \times 0.33d$. xOz tekislikka parallel bo'lgan yoqdagi ellips uchun $A_p B_p=1.06d$, $C_p D_p=0.93d$. Chunki

$$C_p D_p = 1,06 \times 0,88d = 0,93d.$$

Sferani to'g'ri burchakli dimetriyasini keltirilgan o'zgarish koeffitsientlari bo'yicha chizish, 13.12,b-shaklda ko'rsatilgan. Sferaning dimetriyasi D_1 diametri bilan aylan bo'lib, $D_1 = 1,06d$ ga teng.

Diametri d ga teng aylanalar gorizontaal va profil tekisliklarda joylashgan bo'lsa, ularning dimetriyasidagi ellipsning katta va kichik o'qlari mos ravishda $1,06d$ va $0,35d$ ga teng. Agar diametri d ga teng aylan frontal tekislikda joylashgan bo'lsa, bunday aylananing dimetriyasidagi ellipsning katta va kichik o'qlari mos ravishda $1,06d$ va $0,94d$ ga teng bo'ladi.

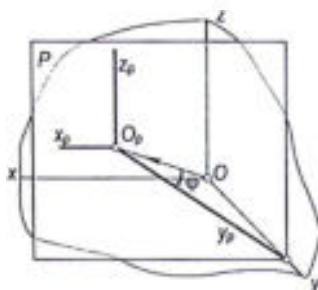
13.8-§. Qiyshiq burchakli standart aksonometriyalar

13.8.1. Qiyshiq burchakli standart frontal dimetriya. Buyumlarning yaqqol tasvirlarini qiyshiq burchakli aksonometriyada yasash uchun qiyshiq burchakli standart izometriya va dimetriyalardan foydalaniladi. Bunda R aksonometrik proektsiyalar tekisligini xususiy xolda, ya'ni koordinata tekisliklarining birortasiga parallel qilib olinadi. Bu holda proektsiyalash yo'nalishini aksonometrik tekislikka perpendikulyar qilib olib bo'lmaydi. Chunki bunda koordinata o'qlaridan biri nuqta bo'lib proektsiyalanadi. Bu esa tasvir yaqqoligini ta'minlamaydi. Agar R aksonometriya tekisligini xOz koordinatalar tekisligiga parallel qilib olinsa (13.13-shakl) $O_x \parallel O_x$, $O_y \parallel O_z$, bo'lganligi uchun, O_x va O_y o'qlar o'zaro perpendikulyar bo'lib, bu o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari $k_x = k_z = 1$ bo'ladi, k_y esa OO_1 to'g'ri burchakli uchburchaqdan topiladi va $k_y = \frac{OO_1}{OB} = \operatorname{ctg} \varphi$ ga teng bo'ladi. Bu holda xOz koordinatalar tekisligi va unga parallel bo'lgan barcha tekisliklarda joylashgan shakllar aksonometriya tekisligiga o'zining kattaligicha proektsiyalanadi. Bu esa predmet yaqqol tasvirini yasashni osonlashtiradi.

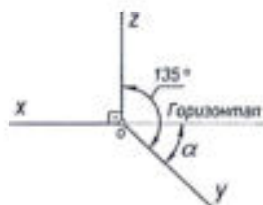
Agar $\varphi = 45^\circ$ bo'lsa, $k_y = \operatorname{ctg} 45^\circ = 1$ bo'lgani uchun aksonometriya o'qlari bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari $k_x = k_z = 1$ va $k_y = 1$ bo'ladi. Bu xolda qiyshiq burchakli frontal izometriya hosil bo'ladi.

Amalda O_y o'qi O_x o'qining davomidagi gorizontaal to'g'ri chiziq bilan hosil qilgan burchagi α ning 30° , 45° , 60° vaziyatlari olinadi (13.14-shakl) va bu o'q bo'yicha o'zgarish koeffitsienti $k_y = 0,5$ qabul qilingan $k_x = k_z = 1$, $k_y = 0,5$ bo'yicha chizilgan aksonometriyalar qiyshiq burchakli frontal dimetriyalar yoki kabinet proektsiyalar deyiladi.

Qiyshiq burchakli frontal dimetriyada aksonometriya o'qlarining vaziyati 13.14-shaklda ko'rsatilganidek qabul qilingan, ya'ni $x_y O_y z_y = 90^\circ$, $y_r O_r z_r = 135^\circ$ O'zgarish koeffitsientlari esa $k_x = k_z = 1$ va $k_y = 0,5$ bo'ladi.



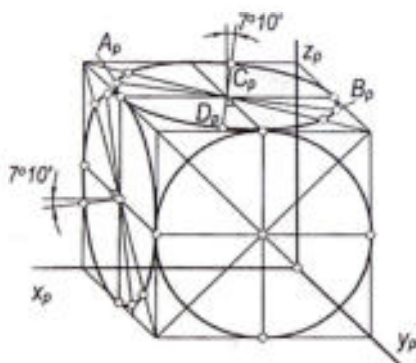
13.13-shakl.



13.14-shakl.

13.15-shaklda kub va uning yoqlaridagi ichki chizilgan aylanalarning aksometriyalari qiyshiq burchakli frontal dimetrik proektsiyada tasvirlangan. Bunda xOz tekislikka parallel yoqda yotgan aylana dimetriyadaga aylanaga teng bo'lib proektsiyalanadi. Qolgan yoqlardagi aylanalar, ellipslar bo'lib proektsiyalanadi. Bu ellipslar o'qlar keltirilgan o'zgarish koeffitsientlari bo'yicha 1,06 d va 0,33d ga teng bo'ladi.

13.8.2. Qiyshiq burchakli standart frontal izometriya. Qiyshiq burchakli frontal izometriyada $k_x=k_z=k_y=1$ bo'lganligi uchun $k_x^2+k_y^2+k_z^2=2+\text{ctg}^2 2\varphi$ dan $1^2+1^2+1^2=2+\text{ctg}^2 \varphi$ yoki $\text{ctg}^2 \varphi=1$ bo'ladi.



13.15-рasm.

Bundan $\varphi^\circ=\text{arctg} 1=45^\circ$. Demak, qiyshiq burchakli izometriyada φ proektsiyalash burchagi 45° ga teng ekan.

Qiyshiq burchakli dimetriya uchun $k_x=k_z=1$ va $k_y=0,5$ bo'lgani uchun,

$1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 = 2 + \text{ctg}^2 \varphi$ yoki $\text{ctg}^2 \varphi = \frac{1}{4}$; bundan $\text{ctg}^2 \varphi = \frac{1}{4}$; bo'lib, $\varphi = \arccotg \frac{1}{2} = 63^\circ$ bo'ladi.

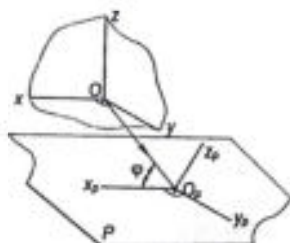
Qiyshiq burchakli dimetriyada proektsiyalash burchagi $\varphi = 63^\circ$.

13.8.3. Qiyshiq burchakli gorizontal izometriya (zenit aksonometriyasi).

Agar P aksonometriya tekisligi xOy koordinatalar tekisligiga parallel bo'lsa, u holda hosil bo'lgan tasvir gorizontal izometriya (zenit aksonometriyasi) deyiladi (13.16-shakl). Bunda φ burchak ixtiyoriy bo'lishi mumkin.

O_x va O_y o'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari $k_x = k_y = 1$ bo'lib, O_z o'q bo'yicha o'zgarish koeffitsienti k_z esa 0,7 dan 1 gacha deb olinishi mumkin. Ko'p hollarda $k_z = 1$ deb olinadi.

Zenit aksonometriyasi juda katta qurilish maydonida joylashgan binolar, yo'llar, aerodromlar va hokazolarning o'zaro joylashuvini kichik masshtabda ko'rsatish uchun foydalaniladi. 13.17-shaklda minoraning zenit aksonometriyasi tasvirlangan. Minoraning plani α burchakka burilgan.



13.16-shakl.

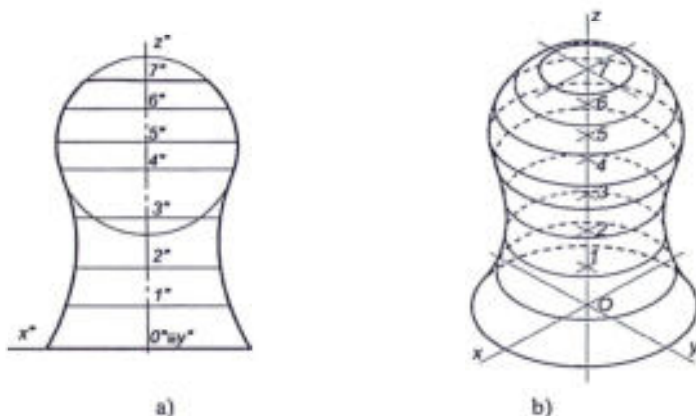


13.17-shakl.

13.9-§. Aylanish sirtlarining ocherklarini aksonometriyada yasash

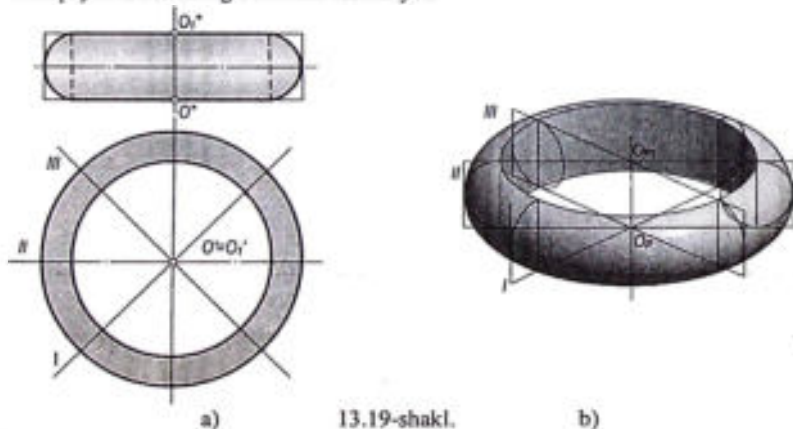
13.9.1. Parallellar usuli. Bu usul asosan aylanish o'qi bo'ylab cho'zilgan

aylanish sirtlarining aksonometriyalarini yasash uchun qo'llaniladi. 13.18,a-shakldagi chizmada berilgan aylanish sirtining bir necha paralellari (aylanalari) o'tkaziladi. Bu paralellarining aksonometriyalari bo'lgan ellipslar chiziladi. Bu ellipslarni o'rab oluvchi m egri chiziqliq aylanish sirtining ocherki bo'ladi. Sirtning aksonometriyasi 13.18,b-shaklda to'g'ri burchakli izometriyada yasalgan.

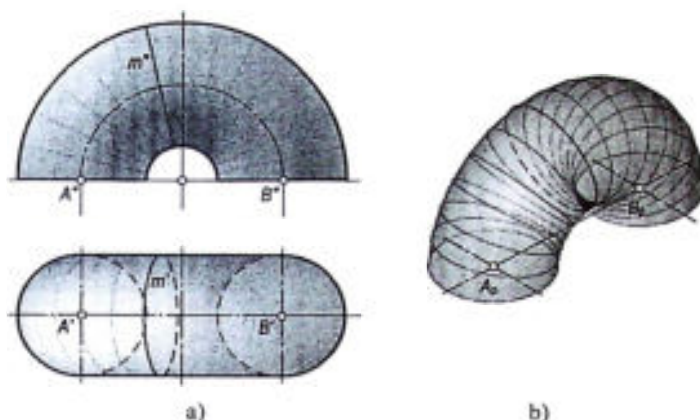


13.18-shakl.

13.9.2. Meridianlar usuli. Aylanish o'qlari bo'yicha siqiq bo'lgan sirtlarning aksonometriyasini yasashda bu usuldan foydalanish mumkin. Sirtning bir necha meridianlari o'tkazilib, ularning aksonometriyasi yasaladi. 13.19, a-shaklda tor sirtining aksonometriyasi to'g'ri burchakli izometriyada ko'rsatilgan. Bunda tor meridianlari (aylana)larning aksonometriyalari bo'lgan ellipslarni o'rab oluvchi chiziqli aylanish sirtining ocherkini ifodalaydi.



13.19-shakl.



13.20-shakl.

13.20,*a*-shaklda berilgan yarim tor (halqa) ning aksonometriyasini yasash (13.20,*b*-shakl) to'g'ri burchakli izometriyada bajarilgan.

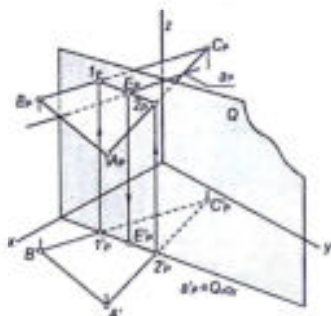
Bunday toring aksonometriyasini yasash uchun, dastlab H tekislikka tegishli bo'lgan, markazlari $A(A', A'')$ va $B(B', B'')$ nuqtalarda bo'lgan ikki yasovchi aylananing aksonometriyalari chiziladi. So'ngra bu aylanalar markazlari A_p va B_p nuqtalar orqali o'tuvchi frontal vaziyatdagi yarim aylananing aksonometriyasi chiziladi. Bu yarim aylana tor yasovchilari markazlari harakat qiluvchi chiziq bo'lib, unda bir necha (etarli miqdorda) nuqtalar olinadi. Markazlari mazkur nuqtalarda bo'lgan $m(m', m'')$ yasovchi aylanalarning aksonometriyalari chiziladi. Ushbu aylanalar aksonometriyalarini o'rab (qamrab) oluvchi chiziq toring konturi hisoblanadi. Yasovchi aylanalarning aksonometriyalari o'miga ushbu markazlar bo'yicha radiusi yasovchi aylana radiusi bilan bir xil bo'lgan sferalarning aksonometriyalari (aylanalar) chizilsa ham bo'ladi.

13.10-§. Aksonometriyada pozitsion masalalarni echish

Aksonometrik proektsiyalarda geometrik figuralarning o'zaro joylashuviga qarab turli pozitsion masalalar ortogonal proektsiyalardagi qoidalarga asosanib echiladi.

Bunda geometrik figuralarning aksonometriyasi hamda ularning ikkilamchi proektsiyalaridan biri berilishi kerak. Ko'pincha figuralarning gorizontal tekislikdagi ikkilamchi proektsiyalaridan foydalaniladi.

1-masala. Berilgan a to'g'ri chiziqning Q tekiclik bilan kesishish nuqtasini yasalsin (13.21-shakl).

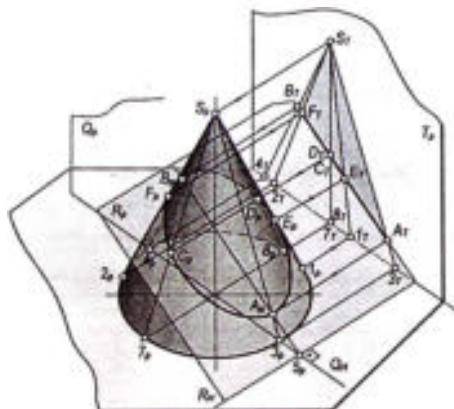


13.21-shakl.

Yechish. ABC uchburchak tekisligining $A_pB_pC_p$ va a to'g'ri chiziqning a_p proektsiyasi hamda ularning ikkilamchi proektsiyalari $A_pB_pC_p$, a'_p berilgan bo'lsin. Ularning kesishish nuqtasini yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi:

- a_p (a'_p) to'g'ri chiziq orqali Q_p tekislikni O_pz_p o'qqa parallel qilib o'tkaziladi;
- Bu tekislik ABC tekislikning $A_pB_pC_p$ ikkilamchi proektsiyasi bilan 1_p va 2_p nuqtalarda kesishadi. Bu nuqtalardan O_pz_p o'qqa parallel chiziqlar chiqarib, 1_p va 2_p nuqtalarni B_pC_p va A_pC_p tomonlar ustida belgilanib, ular o'zaro tutashiriladi;
- So'ngra a_p va 1_p 2_p to'g'ri chiziqlarning o'zaro kesishuv nuqtasi E_p belgilab olinadi. Uning ikkilamchi proektsiyasi E'_p nuqta bo'ladi.

2-masala. Konusning tekislik bilan kesishish chizig'i yasalsin.



13.22-shakl.

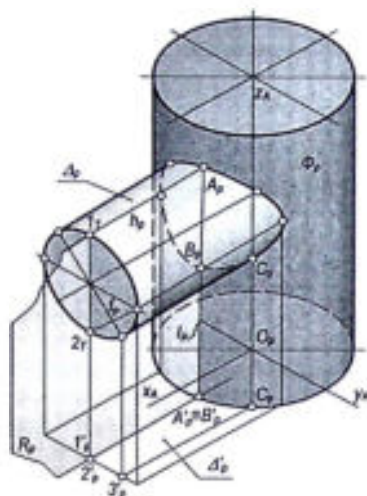
Yechish. To'g'ri burchakli izometriyada tasvirlangan F konusning R tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash algoritmi qo'yidagicha bajariladi. T_1P tekislikka proektsiyalanadi (13.22-shakl). U holda kesishish chizig'ining T_p tekislikdagi proektsiyasi A_1V_1 to'g'ri chiziq kesmasi bo'ladi. Bu kesmada ixtiyoriy $C_1=D_1$ nuqtalarni belgilab, ular orqali $S_17=S_18$ yasovchilar o'tkaziladi. Bu yasovchilarning S_p8_p aksonometriyalari o'tkazilib, ularda S_1 va D_1 nuqtalar belgilab olinadi. Boshqa nuqtalarning aksonometriyalari ham xuddi shunday topiladi. Kesishish chizig'ining konus ocherkiga urinish nuqtalari E_p va F_p lar quyidagicha topiladi.

Konusning ocherkini ifodalovchi S_p1_p va S_p2_p yasovchilarning T_p tekislikdagi S_1 va S_2 preksiyalarini o'tkaziladi. Ularning A_1V_1 kesma bilan kesishish nuqtalari E_1 va F_1 larni belgilab olinadi. E_1 va F_1 nuqtalardan teskari yo'nalishda nurlar o'tkazib, ularning mos ravishda S_p1_p va S_p2_p yasovchilar bilan kesishish nuqtalari E_p va F_p larni belgilab olinadi. Kesimning A_p - quyi va V_p - yuqori nuqtalarni ortogonal proektsiyalarga oid qoidalarga asoslanib topish mumkin. Buning uchun konusning l_p o'qidan o'tuvchi va berilgan R_p tekislikka perpendikulyar Q_p tekislikdan foydalanamiz. Bu tekislik konusni S_p3_p va S_p4_p yasovchilari, berilgan tekislikni esa S_p6_p to'g'ri chiziq bo'yicha kesadi. S_p3_p va S_p4_p yasovchilarning S_p6_p to'g'ri chiziq bilan kesishishidan A_p va V_p nuqtalar hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan nuqtalarni tekis egri chiziq bilan tutashtirib, konusning P tekislik bilan kesishish chizig'ini yasaladi.

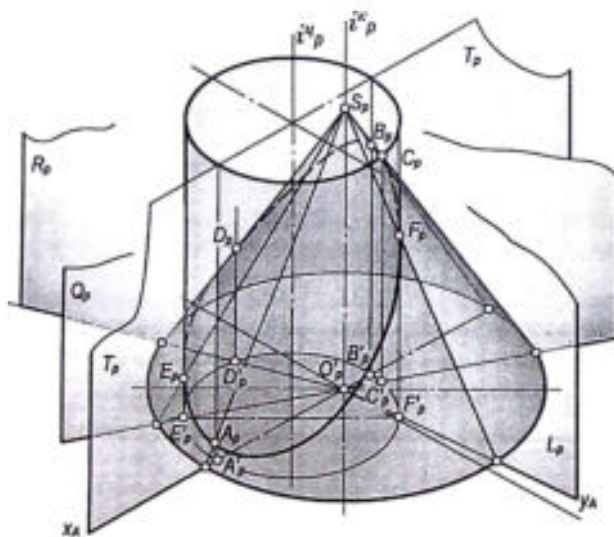
Sirtlarning o'zaro kesishish chiziqlarini yasash. Ortogonal proektsiyalardagi singari aksonometriyada ham sirtlarning o'zaro kesishish chiziqlarini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklardan foydalaniladi. Bunda kesuvchi tekisliklar berilgan sirtlar bilan tekis egri chiziqlar bo'yicha kesishadi. Bu egri chiziqlar o'zaro kesishib sirtlarning kesishish chizig'iga tegishli nuqta larni hosil qiladi.

Yordamchi tekislikni yasalishi oson bo'lgan chiziqlar hosil bo'ladigan qilib tanlanadi. Bu shartga ko'ra ba'zi masalalarni echishda qo'shimcha proektsiyalashdan ham foydalanish mumkin.

Quyidagi shakllarda tasvirlangan ikki sirtning o'zaro kesishish chizig'ini yasashda yordamchi kesuvchi tekisliklardan foydalanilgan. 13.23-shaklda gorizontal va vertikal vaziyatda joylashgan silindrlarning o'zaro kesishuv chizig'ini yasash ko'rsatilgan. Bu holatda yordamchi kesuvchi tekisliklar har ikkala silindrni yasovchilari bo'yicha kesadigan qilib o'tkazilgan. Silindrlar yasovchilari o'zaro kesishib izlanayotgan egri chiziqqa tegishli nuqtalarini hosil qiladi. 13.24-shaklda esa aylanish o'qlari o'zaro parallel bo'lgan vertikal vaziyatdagi silindr va konuslarning aksonometriyalari berilgan. Ularning o'zaro kesishish chizig'ini yasash uchun ham yordamchi tekisliklar ularning yasovchilari bo'yicha kesishadigan qilib o'tkazilgan. Bu tekisliklar konus sirtini o'qidan o'tkazilgan. Ular konus va silindrni yasovchilari orqali kesadi. Bu yasovchilarning kesishish o'zaro nuqtalari ikki sirtning kesishi chizig'iga tegishli nuqtalar bo'ladi.



13.23-shakl.



13.24-shakl.

Nazorat savollari

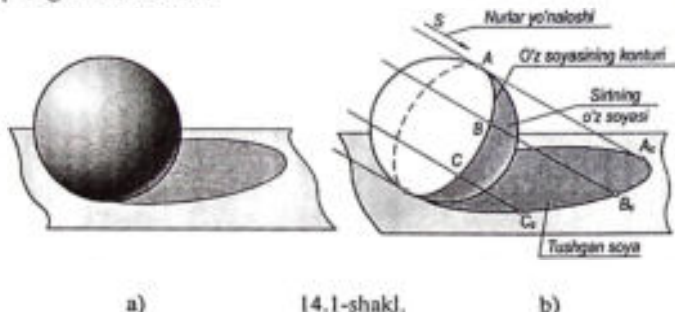
1. Aksonometrik proektsiyalar qanday qanday hosil qilinadi?
2. Aksonometriya asosiy teoremasining mohiyati nimadan iborat?
3. O'qlar bo'yicha o'zgarish koeffitsientlarini ta'riflab bering.
4. Haqiqiy va keltirilgan o'zgarish koeffitsientlarning farqini tushuntiring.
5. Izlar uchburchagi nima va u haqidagi teoremlarning qaysi birini bilasiz?
6. Proektsiyalash burchagi va o'zgarish koeffitsientlari orasida qanday bog'lanish bor?
7. Aylananing aksonometriyasi haqida nimalar bilasiz?
8. Standart aksonometriyaning qanday turlarini bilasiz?
9. To'g'ri burchakli standart izometriya haqida nimalarni bilasiz?
10. To'g'ri burchakli standart dimetriyani ta'riflab bering?
11. Qiyshiq burchakli standart dimetriya (kabinet proektsiya) haqida nimalar bilasiz?
12. Zenit aksonometrik proektsiyalar qanday maqsadlarni ko'zlab chiziladi?
13. Aksonometrik proektsiyalarda pozitsion masalalarni echish uchun nimalarga e'tibor beriladi?

4.1-§. Asosiy tushunchalar

Tabiatdagi kuchli yorug'lik manbalaridan biri Quyoshdir. Quyoshdan yergacha etib kelgan yorug'lik oqimi yer ustidagi tabiiy va geometrik jismlarni, chunonchi, arxitektura inshootlarini yoritib, ularda soya hosil qiladi. Yorug'lik manbai narsalarning sirtlarini deyarli hamma vaqt notekis yoritadi. Buning asosiy sabablaridan biri jism sirtining tushuvchi nurlarga nisbatan har xil burchakda joylashishi natijasida sirt qismlarishshg yorug'lik quvvatini (yorug'lik oqimini) turlicha miqdorda qabul qilishidir. Shuning uchun ham yumaloq sirtlarda jismning yoritilgan qismi bilan soya qismi orasida keskin chiziqli chegara bo'lmaydi. Masalan, shar sirtini (14.1-shakl, a) yoritilish kuchiga qarab shartli ravishda yaltiroq, yarim yoritilgan yarim soya, soya va refleksi singari mintaqalarga bo'lishadi.

Jismning o'z sirtidagi soya uning atrofidagi narsalardan qaytgan nurlar ta'sirida bir oz kuchsizlanadi. Shuning uchun ham jismning biror sirtidagi tushgan soyasi o'z soyasidan ko'ra to'qroq bo'ladi.

Soyaning bu fizik xususiyatlari rassomlar tomonidan realistik shakllar yaratishda hisobga olinadi. Bunday shakllar narsaning hajmini to'laroq, jozibadorroq idrok qilishga imkon beradi.



Lekin ortogonal, aksonometrik va markaziy proektsiyalarda - soyalar yasash, geometrik yasashlar hisobga olingan holda, sof geometrik nuqtai nazardan bajariladi. Soyaning fizik xususiyatlari e'tiborga olinmaydi.

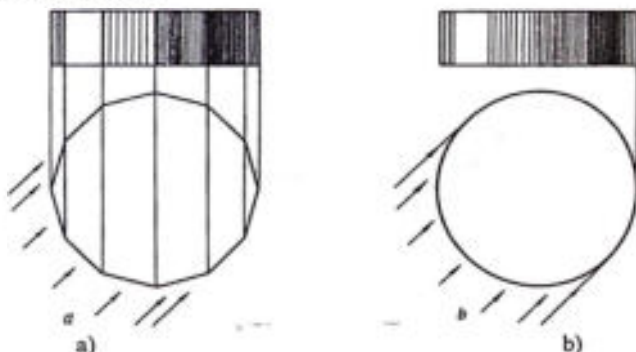
Inson har qanday jismning shakli, fazoviy hajmi yoki tekis ekanligini unga tushayotgan yorug'lik orqali idrok qiladi. Yorug'lik haddan tashqari kuchli yoki aksi bo'lsa, jismning fazoviy hajmi sezilmasligi mumkin.

Rassomlarning asarlarida soya va yorug'lik hodisasi juda muhim ahamiyatga ega bo'lib, ular asar kompozitsiyasini hal qiluvchi omil hisoblanadi.

Yorug'lik manbayidan kelayotgan yorug'lik nurlarining bir qismi jism ustini yoritib to'xtab qoladi. Jismning ushbu joyi uning yoritilgan qismi deyiladi.

Yorug'lik nurlarining bir qismi jism sirtiga urinib o'tadi va o'sha joyida yarimsoya yoki o'tish soyasini hosil qiladi. Jismning yorug'lik tushmaydigan qismi sirtning o'z soyasi (*shaxsiy soya*) deyiladi. Yorug'lik manbayidan kelayotgan yorug'lik nurlarini biror jism to'sib qo'ygan joyga yorug'lik tushmaydi. O'sha yoritilmagan joy jismdan *tushayotgan soya* (*tushgan soya*) hisoblanadi. Jismning o'z soyasi qismida yoritilgan qismi bilan yoritilmagan tomoni oralig'ida o'tish yoki yarim-soya hosil bo'ladi. Jismning yoritilgan qismiga tik (perpendikular) tushgan nur (sirt egri bo'lganda) sirtida *yaltiroqlik* (*blik*) hosil qiladi. Jismning o'z soyasi qismida boshqa biror sirtidan qaytayotgan yorug'lik nuri ta'sirida bilinar-bilinmas aks yorug'lik hosil bo'ladi va u joyda *refleks* hodisasi ro'y beradi.

Buyumlarning o'z soylari tushuvchi soylariga nisbatan ochroq qilib tasvirlanadi, sababi refleksdir. Xuddi shu sababga ko'ra shaxsiy soyaning yuqori qismi quyi qismiga qaraganda ochroq bo'ladi. Agar buyum ko'pyoqli bo'lsa yorug'dan soyaga o'tish chegarasi qirra bilan aniq ajralib turadi (14.2-shakl, a). Egri shaklga ega bo'lgan buyumlarda yorug'likdan soyaga o'tish atsa-sekin, silliq bo'ladi (14.3-shakl, b).



14.2- shakl

Kelayotgan yorug'lik nurlarning manbayi bo'yicha ikki turga bo'linadi:

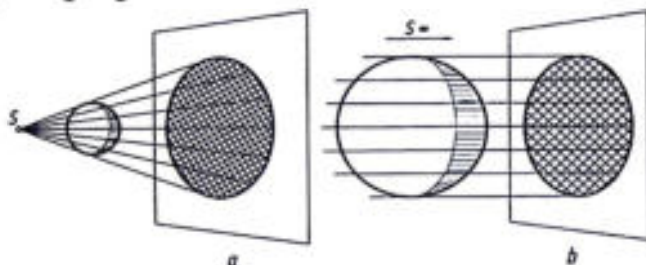
- 1) sun'iy yoritish manbayi;
- 2) tabiiy yoritish manbayi.

Sun'iy yoritish manbayi. Yoritish manbayi nuqta ko'rinishida tasvirlanadigan bo'lib, elektr lampochkasi yoki mash'ala deb qaraladi va u *markaziy yoritish* deyiladi. Bunday yoritishda jismga tushayotgan yorug'lik nurlari konusni eslatadi (14.3-shakl, a).

Tabiiy yoritish manbayi. Yoritish manbayi Quyosh yoki Oy deb qaraladi. Ulardan tushayotgan yoritish nurlari o'zaro parallel bo'lib, *parallel yoritish* deyiladi. Bunday yoritishda jismga tushayotgan yorug'lik nurlari silindrni eslatadi (14.3-shakl, b).

Tushuvchi soylar buyumdan va yorug'lik manбайдan uzoqlashgani sari xiralashib, kuchsizlanib boradi. Agar soya katta bo'lsa uning buyumdan uzoqlash-

gan joylarining chegaralari ham xiralashadi.



14.3- shakl

To'la va yarim soyalar ayrim yorug'lik tarqatadigan xira yuzalardan tarqalgan yorug'likda ham hosil bo'ladi (masalan, plafonli lampa).

Quyoshdan tushayotgan nurlar o'zaro parallel deb hisoblanadi va bunday yoritish *parallel yoritish* deb ataladi.

Agar yorug'lik manbalari (lampa, sham, fonar va hokazo) uncha olisda emas, ya'ni uch o'lchamli fazo sohasida joylashgan bo'lsa, ularni *nuqtaviy manbalar* deyiladi. Bu holda yorug'lik nurlari bunday yoritish *markaziy yoritish* deyiladi. Markaziy yoritishda nuqtaviy manbadan jism sirtiga urinib o'tayotgan nurlar yig'indisi umuman konus sirtini tashkil qiladi. Bunday sun'iy yoritishdan asosan intererining (binoning ichki ko'rinishi) perspektiv tasvirlarida soyalar asoshda foydalaniladi.

14.2-§. Ortogonal proyeksiyalarda soyalar yasash

Mazkur bobda faqat parallel yoritishda hosil bo'ladigan soyalarni yasash o'rganiladi.

Jism sirtining yoritilmagan, ya'ni pana qismida hosil bo'lgan soya (14.1-shakl, b) uning *o'z soyasi* deyiladi.

O'zaro parallel nurlarning bir qismi jism sirtiga urinib o'tadi. Bunday nurlar to'plami sirtga qamralib urinuvchi nurlar silindrini hosil qiladi. Nurlar silindrining sirt bilan urinish chizig'i sirtning soya tushgan hamda yoritilgan qismini ajratib turadi va u *o'z soyasining konturi* deyiladi.

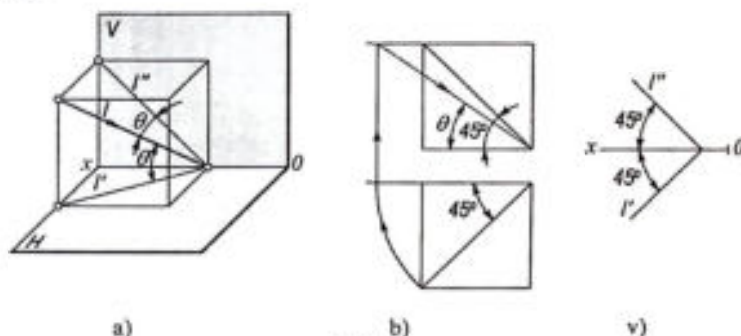
Agar jism biror sirtga (tekislikka) tushayotgan nurlar yo'lida bo'lsa, u shu nurlarning bir qismini to'sib qoladi, natijada bu sirtida jismning tushgan soyasi hosil bo'ladi. Jismga urinib o'tuvchi nurlar silindrining sirt bilan kesishish chizig'i *tushgan soya konturi* deb ataladi. Bu kontur *o'z soyasi konturining soyasidir*.

Lekin bunday geometrik chegaralashlarga qaramasdan ortogonal proektsiyalarda bajarilgan soyalar chizmaning yaqqolligini oshiradi, arxitektura loyihalaridagi inshoot qismlarining bir-biriga nisbatlarini aniqlashga va ularga loyiha bosqichida ba'zi tuzatishlar kiritishga imkon beradi.

Soyalar asosan arxitektura chizmalarida bajarilib, ko'pincha, bosh fasadlarda yasaladi. Arxitektura chizmalarida fasadlar, plan va qirqimlar qurilish albom-

ining turli betlarida joylashgan bo'ladi.

Qurilish chizmalarining bu xususiyatlari hisobga olinib, mazkur bobda soyalarni faqat bitta (frontal) proektsiyada yasash usullariga ko'proq e'tibor berildi.



14.4-shakl.

To'g'ri burchakli proektsiyalarda soyalar shartli qabul qilingan parallel nurlar yo'nalishi bo'yicha yasaladi. Nurlar yo'nalishini tomonlari proektsiyalar tekisliklariga parallel joylashgan kubning (14.4-shakl, a) diagonaliga parallel qilib olinadi. Kubning diagonalini H, V va W proektsiyalar tekisliklari bilan $35^{\circ}15'54''$ ga teng θ burchakni hosil qiladi.

Diagonalning gorizontaal va frontal proektsiyalari gorizontaal chiziqqa, ya'ni Ox o'qiga nisbatan 45° burchak hosil qiladi (14.4-shakl, b). Bu kubni *nur kubi*, uning proektsiyalarini esa (gorizontaal va frontal proektsiyalari kvadratlardan iborat) *nur kvadratlari* deyiladi. 14.4-shakl, b da θ burchakning haqiqiy kattaligi kub diagonalini burib, V proektsiyalar tekisligiga parallel qo'yish yordamida yasab ko'rsatilgan. 14.4-shakl, v da nurlar yo'nalishining chizmada berilishi tasvirlangan.

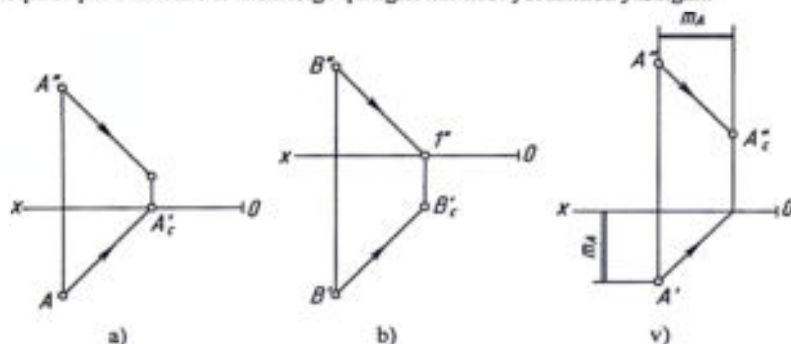
Keyingi chizmalarda nurlar V yo'nalishi faqat zaruriyat tug'ilgandagina ko'rsatiladi, boshqa vaqtda soyalar yuqorida qabul qilingan nur kubining diagonaliga parallel yo'nalishda bajariladi.

14.2.1. Nuqtaning soyasi

Nuqtadan o'tuvchi nur biror tekislik bilan kesishib, nuqtaning shu tekislikdagi tushgan soyasini hosil qiladi. Masalan, $A(A', A'')$ nuqtaning V tekislikdagi A_c' soyasi (14.5-shakl, a) A nuqtadan o'tuvchi nurning frontal izini, ya'ni uning V bilan kesishish nuqtasini yasash orqali, 14.5-shakl, b da nuqtaning H dagi A_c' soyasi u orqali o'tuvchi nurning gorizontaal izini yasash orqali bajarilgan.

Agar fazodagi nuqta va uning tekislikdagi tushgan soyasini nyp kubi diagonalining uchlari sifatida qabul qilinsa, soya yasash ancha soddalashadi. 14.5-

shakl, v da $A(A', A'')$ nuqtaning frontal proektsiyalar tekisligidagi A''_c soyasi, A nuqta orqali o'tuvchi nur kesmasiga qurilgan nur kubi yordamida yasalgan.



14.5-shakl.

Kub yoqlarini uzunligi m_A masofaga, ya'ni A nuqtaning frontal proektsiyalar tekisligidan uzoqligiga (ya'ni ordinatasiga) teng. Kubning frontal proektsiyasi, avvalgi paragrafda eslatib o'tilganidek, tomoni m_A masofaga teng bo'lgan kvadrat ko'rinishida bo'ladi. Lekin chizmadan yaqqol ko'rinish turibdiki, nur kvadratini to'la chizishga ehtiyoj yo'q. Bunda A'' nuqtadan o'ng tomonga m_A masofani (kvadrat tomonini) o'lchab qo'yib, kvadratning o'ng tomoni orqali o'tuvchi vertikal to'g'ri chiziqli o'tkazilsa kifoyadir (14.5-shakl, v). Chunki A nuqtaning frontal proektsiyalar tekislikdagi A_c tushgan soyasi A proektsiyasidan o'tuvchi nurning frontal proektsiyasi bilan frontal nur kvadratining o'ng tomoning ifodalovchi vertikal chiziqning kesishish nuqtasini yasash orqali bajariladi.

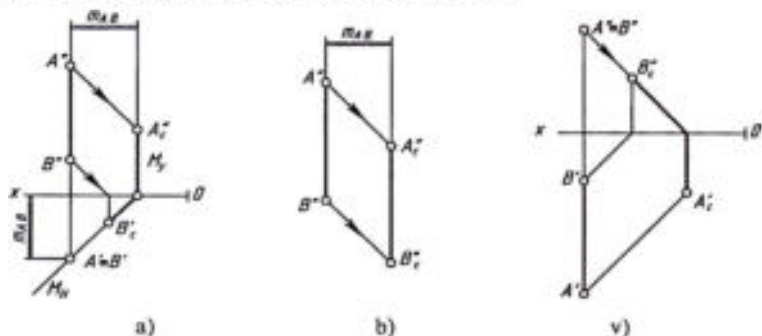
Nuqtaning faqat gorizontaal proektsiyasi bo'yicha soyasi nur kubining gorizontaal proektsiyasini yasash yordamida yuqoridagi tartibda bajariladi.

14.2.2. To'g'ri chiziqli soyalari

Geometrik jismlar sirtida to'g'ri chiziqli ko'plab uchraydi. Bunday sirtlarning qirralari, ocherklari to'g'ri chiziqli ko'rinishida bo'lib, ularni ko'pincha proektsiyalar tekisliklariga nisbatan xususiy vaziyatda joylashtirish mumkin.

Shuning uchun ham avvalo xususiy vaziyatda, so'ngra umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarning soyasini yasashni ko'rib chiqamiz. 14.6-shakl, a da, vertikal $AB(A'B', A''B'')$ to'g'ri chiziqli kesmasining soyasi nurlar tekisligini o'tkazish yo'li bilan bajarilgan. AB orqali M gorizontaal proektsiyalovchi nurlar tekisligi o'tkazilgan. U frontal tekislik bilan vertikal to'g'ri chiziqli bo'yicha kesishadi. $AB(A' \equiv B', A''B'')$ to'g'ri chiziqli frontal soyasi shu nurlar tekisligining M_V frontal izida yotadi. Demak, vertikal to'g'ri chiziqli frontal proektsiyalar tekisligidagi soyasi vertikal chiziqli gorizontaal proektsiyalar tekisligidagi soyasi esa uning gorizontaal proektsiyasi orqali o'tuvchi va Ox o'qi bilan 45° burchak bosil qi-

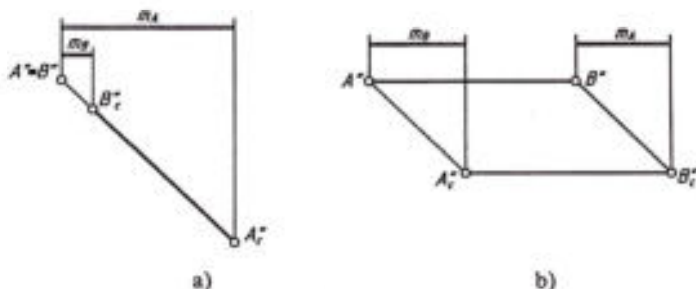
lurchi to'g'ri chiziqli kesmasi ko'rinishida bo'ladi. 14.6-shakl, b da vertikal $B(A'B', A''B'')$ kesmaning V dagi A''_c, B''_c s soyasi unga qurilgan nur kubi yordamida bajarilgan. Yasash chizmadan tushunarli.



14.6-shakl.

14.6-shakl, v da frontal proektsiyalovchi to'g'ri chiziqli kesmasi $B(A'B', A''B'')$ ning soyasini yasash nurlar tekisligini o'tkazish orqali bajarilgan. 14.6-shakl, b da esa uning V dagi soyasi nurlar kubi yordamida bajarilgan.

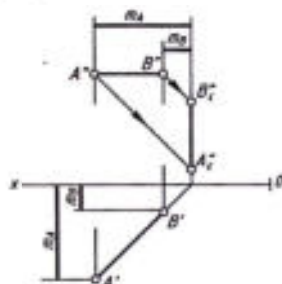
Bu shakllardan ko'rinishicha bunday to'g'ri chiziqli kesmaning frontal soyasi Ox o'qi bilan 45° burchak hosil qiluvchi to'g'ri chiziqli kesmada, gorizontal soyasi esa Ox o'qiga perpendikulyar chiziqli kesmada yotar ekan. 14.7-shakl, a da W tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziqli kesmaning soyasi nurlar kubi yordamida yasalgan. Bunday to'g'ri chiziqli kesmaning hamma nuqtalari H va V tekislikdan baravar uzoqlikda bo'ladi. Shuning uchun ham kesma uchlari $A(A')$ va $B(A'B', A''B'')$ larga qurilgan nur kubi tomonlari o'zaro tengdir, ya'ni $m_A = m_B$.



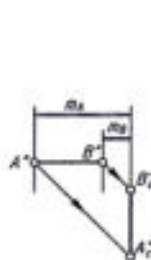
14.7-shakl

14.8-shakl, a, b larda gorizontal lekin nur tekisliklarida yotuvchi to'g'ri chiziqli kesmaning soyasi nur tekisligi va uning frontal proektsiyasi markazidan o'ng

tomonda t masofa, ya'ni kvadrat markazining V dan uzoqligini o'lchab qo'yamiz.



a) 14.8-shakl.



b) 14.9-shakl

14.2.2. Tekis shakllardan tushayorgan soyalarni yasash

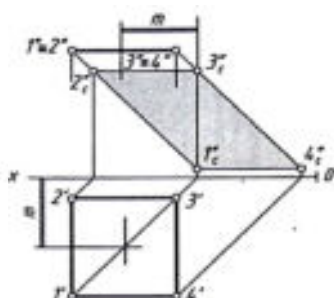
Quyida H va V larga nisbatan parallel, perpendikular va ixtiyoriy vaziyatda joylashgan to'rtburchak, uchburchak va aylanalarning soyalarini yasash ko'rsatilgan.

Gorizontal kvadratdan tushgan soyani yasash. 14.10-shaklda 1234(1'2'3'4', 1''2''3''4'') kvadratning frontal tekislikdagi soyasini qo'shimcha proektsiyalash yordamida yasash ko'rsatilgan.

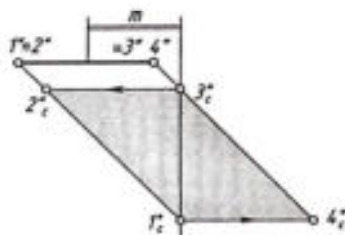
1. Bu kvadratning 1 va 3 uchlari orqali nur tekisligi o'tkaziladi. Uning frontal izi kvadratning frontal proektsiyasi markazidan t masofada o'tadi.
1. 1, 3 nuqtalar orqali o'tuvchi nurlarning frontal proektsiyalari o'tkazilib, ularning nur tekisligining frontal izi bilan kesishish nuqtalari $1''_c$, $3''_c$ topiladi, ya'ni 1, 3 nuqtalarning soyalari yasaladi.
2. 2 va 4 nuqtalarning soyalarini yasash uchun ular gorizontal yo'nalishda diagonal nur tekisligiga proektsiyalanadi.
3. 3' nuqta bilan ustma-ust tushgan 2 nuqtaning proektsiyasini 2_1 va 4' nuqtaning 1' nuqta ustidagi proektsiyasini $4'_c$ bilan belgilaymiz. 2_1 va 4_1 nuqtalarning $2''_c$, $4''_c$ soyalari mos ravishda 3 va 1 nuqtalarning $3''_c$ va $1''_c$ soyalari bilan ustma-ust tushadi.
4. Endi $2''_c$ va $4''_c$ nuqtalari orqali gorizontal yo'nalishda avvalgi proektsiyalash yo'nalishlariga qarama-qarshi to'g'ri chiziqlar o'tkazib, ularning 1', 3' lardan o'tgan nur proektsiyalari bilan kesishuvida 2 va 4 nuqtalarning $2''_c$ va $4''_c$ soyalarini yasaymiz. Topilgan nuqtalarni o'z tartibi bilan birlashtirib kvadratning soyasini hosil qilamiz.

14.12-shakl, b da kvadratning frontal proektsiyalar tekislikdagi soyasini yordamchi proektsiyalash yordamida uning faqat frontal proektsiyasi va t bo'yicha

yasash ko'rsatilgan.



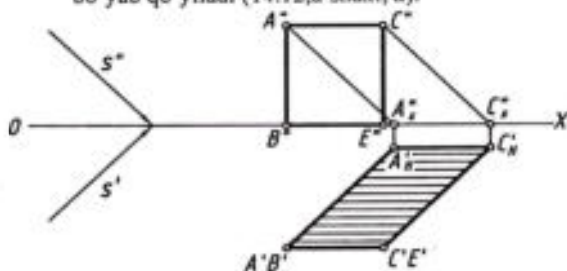
14.10-shakl



14.12-shakl.

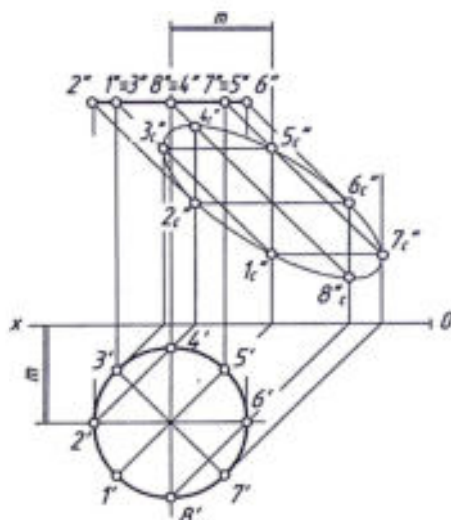
H ga perpendikular, V ga parallel to'g'ri to'rtburchakdan tushayotgan soyasi yasalsin (14.12,a-shakl, b).

1. B' va E' nuqtalaridan s' ga hamda A'' va C'' nuqtalaridan s'' ga parallel chiziqlar chiziladi.
2. X o'qida kesishayotgan A''_X va C''_X nuqtalardan Y o'qqa parallel chiziqlar chizilib, B va E nuqtalardan s' ga parallel chizilgan chiziqlar bilan kesishtiriladi. Natijada A'_H va C'_H soyalar topiladi.
3. Soyaning ko'rinmaydigan qismi shtrix chiziqda belgilanadi va soya bo'yab qo'yiladi (14.12,a-shakl, a).



14.12,a-shakl

Gorizontaal aylanadan tushgan soyani yasash. 14.13-shaklda markazi V tekislikdan m masofada joylashgan gorizontaal aylananing frontal tekislikdagi soyasi aylananing ma'lum nuqtalaridan o'tkazilgan nurlarning frontal proektsiyalar tekisligi bilan kesishish nuqtalarini topish yo'li bilan yasalgan.

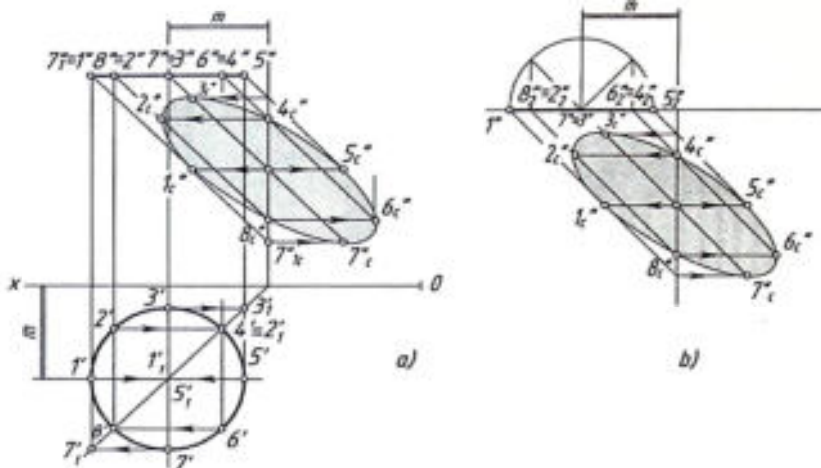


14.13-shakl

14.14-shakl, a da gorizontaal aylananing soyasini yordamchi proektsiyalash usuli bilan yasash ko'rsatilgan.

Aylana markazi orqali nur tekisligini o'tkazamiz. Bu tekislikda aylananing 4 va 8 nuqtalari yotganligi uchun ularning V tekislikdagi $4''$ va $8''$ soyalari shu tekislikning frontal izida yotadi. Aylananing qolgan 1, 2, 3, 5, 6 va 7 nuqtalarining soyalarini yasash uchun ularni gorizontaal yo'nalishda nur tekisligiga proektsiyalaymiz. Nur tekisligida hosil bo'lgan yangi $1_1'', 2_1'', 3_1'', 5_1'', 6_1'', 7_1''$ nuqtalarning frontal proektsiyalari quyidagicha joylashadi. $1_1'', 5_1''$ nuqtalar $3'' \equiv 7''$ bilan, $3_1''$ nuqta $5''$ bilan, $6_1'' \equiv 2''$, $2_1'' \equiv 4''$ bilan, $7_1'' \equiv 1''$ bilan ustma-ust tushadi. So'ngra bu qo'shimcha $1_1, 2_1, 3_1, 5_1, 6_1$ va 7_1 nuqtalarni nur tekisligining frontal izidagi $1''_{1c}, 2''_{1c}, 3''_{1c}, 5''_{1c}, 6''_{1c}$ va $7''_{1c}$ soyalari yasaladi. Bu soyalarni har bir nuqtaning avvalgi yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda proektsiyalab, ularning haqiqiy soyasi yasaladi. Chizmada faqat 7 nuqtaning yordamchi proektsiyasi $7''_1$, uning soyasi $7''_{1c}$, so'ngra haqiqiy $7''_c$ soyasining hosil bo'lishi ko'rsatilgan.

14.14-shakl, b da gorizontaal aylananing fronal soyasi uning faqat frontal proektsiyasi va m bo'yicha yasalgan. Aylanadagi qo'shimcha 8, 2 va 6, 4 nuqtalari yordamchi yasash orqali topilgan. Yasashlar chizmadan tushunarli.



14.14-shakl

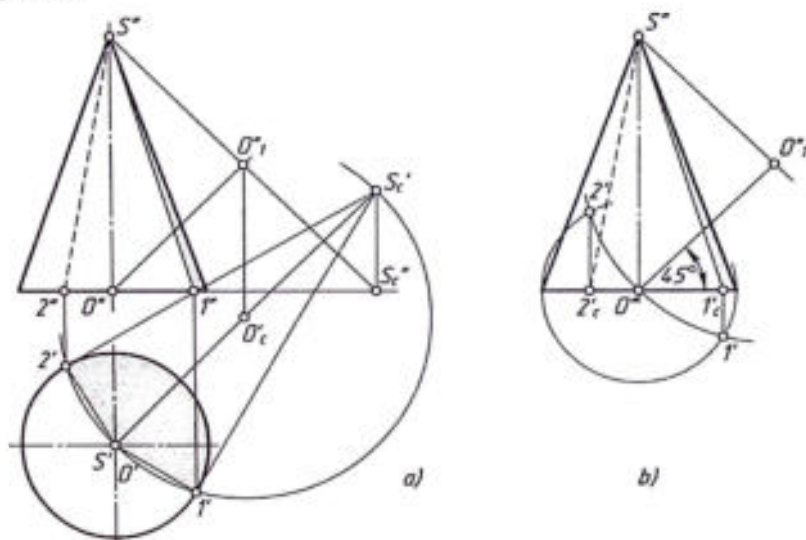
14.3-§. To'g'ri geometrik sirtlarning o'z soyalarini yasash

14.3.1. Doiraviy konusning soyasini yasash

14.15-shaklda doiraviy konusning gorizontaal va frontal proektsiyalari berilgan. Uning o'z soyasi konus uchi orqali unga urinib o'tuvchi nur tekisliklari yordamida aniqlanadi. Bu tekisliklar konusga uying yasovchilarn bo'yicha urinadi va bu yasovchilar o'z soyasining konturini hosil qiladi. Yasovchilarni aniqlash uchun konus uchi S ning asos tekisligidagi soyasi S' topiladi. S' nuqtadan konusning asosiga urinmalar o'tkazib, $1(1', 1'')$ va $2(2', 2'')$ nuqtalar topiladi. Ularni konus uchi $S(S', S'')$ bilan birlashtirib, $S1(S'1', S'1'')$ va $S2(S'2', S'2'')$ o'z soyasini chegaralovchi yasovchilar yasaladi. Konusning frontal proektsiyasida o'z soyasining bir qismigina ko'rinadi, uni quyuq nuqtalar yordamida qoralashtiramiz.

Konusning o'z soyasini uning frontal proektsiyasida gorizontaal proektsiya yordamisiz yasash ham mumkin. Buning uchun (14.15- shakl, b) konus asosining gorizontaal proektsiyasi frontal proektsiya ustiga chiziladi. So'ngra O'' nuqtadan gorizontaalga nisbatan 45° burchak ostida to'g'ri chiziqli o'tkaziladi va uning S'' nuqtadan chiqqan nur proektsiyasi bilan kesishish nuqtasi O_1'' aniqlanadi. O_1'' nuqtani markaz qilib $O_1''O''$ radius bilan aylana (yoy) chiziladi. $O_1''O''$ radiusli aylana konus asosining frontal proektsiya ustiga chizilgan gorizontaal proektsiyasini $1'$ va $2'$ nuqtalarda kesib, undagi chegara yasovchilar o'tuvchi nuqtalarni hosil qiladi. $1'$ va $2'$ nuqtalardan bog'lovchi chiziqlar o'tkazib, ularning $1''$ va $2''$ frontal proektsiyalarini yasaymiz va ularni S'' uchi bilan birlashtirib, o'z

soyasining konturini hosil qilamiz. Bu yasash usuli nuqtadan aylanaga urinma o'tkazishga asoslangan bo'lib, OO' masofa aylana markazidan nuqttagacha bo'lgan masofaning yarmiga teng, ya'ni $O'O1' = O''O1'' = O'S'_c$ (14.15- shakl, a ga qaralsin).



14.15-shakl

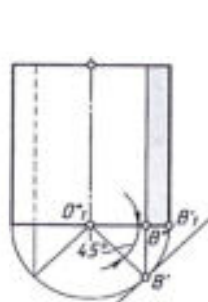
14.3.2. Doiraviy silindrlarning soyasini yasash

14.16-shaklda doiraviy silindrlarning o'z soyasi bajarilgan. Bu soyaning konturlarini yasash uchun silindrlarning pastki asosida yarim aylana chizamiz va aylana markazidan gorizontalgacha nisbatan 45° burchak ostida aylana radiusini o'tkazib, uning aylanadagi B' uchini belgilaymiz. So'ngra B ning B'' frontal proektsiyasini yasab, u orqali silindrlarning o'z soyasini chegaralovchi yasovchini o'tkazamiz. $B(B', B'')$ nuqta radiusning frontal proektsiyasi $O1'B1''$ ni 3:7 nisbatida bo'ladi. Bu nuqtani silindrlarning yuqori asosida ham yasash mumkin. Silindrlarning chap yarmida orqa qismida joylashgan chegaralovchi yasovchi ko'rinmaydi, o'ng tomoniga simmetrik joylashadi.

14.17-shaklda muntazam olti burchakli prizmaning o'z soyasi yasalgan. Nurlar tekisligi prizmagacha uning kuzatuvchiga yaqin o'ng qirrasini bo'yicha urinib o'tib, chetki o'ng yog'ini o'z soyasida qoldiradi.

14.18-shaklda muntazam olti burchakli piramidaning o'z soyasi chegaralovchi qirralar unga ustma-ust chizilgan gorizontaal proektsiya yordamida bajarilgan.

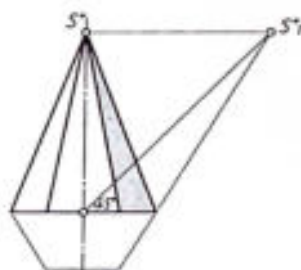
Yasashlar chizmadan tushunarlidir.



14.16-shakl

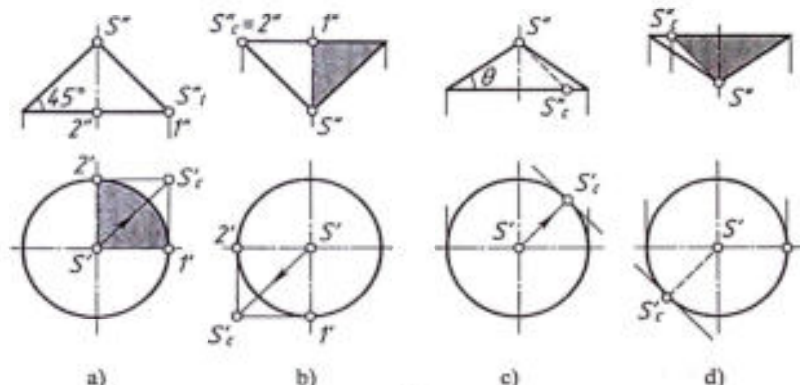


14.17-shakl



14.18-shakl

Endi aylanish sirtlarining o'z soyalarini yasashda muhim ahamiyatga ega bo'lgan yordamchi vositachi konuslarning o'z soyalarini yasashni ko'rib chiqamiz.

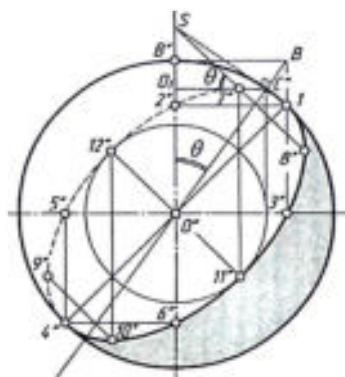


14.19-shakl

14.19, a- shaklda $S(S'', S')$ uchi yuqoriga qaratilgan, yasovchilari H bilan 45° burchak hosil qilgan konusning o'z soyasi bajarilgan. Bunday konusning orqasidagi o'ng choragi o'z soyasi ichida bo'ladi. 14.19, b - shakl da yasovchilari H bilan 45° burchak hosil qilgan va uchi pastga qaratilgan konus tasvirlangan. Bunday joylashgan konusning o'z soyasini bajarish uchun uning $S(S', S'')$ uchi nur yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda asos tekisligiga proektsiyalanadi va topilgan S_{c1} nuqtadan konus asosiga urinmalar o'tkazilib, chegaralovchi yasovchilar aniqlanadi. Bunday konusning oldingi chap choragi yoritilgan bo'lib, qolgan uch choragi o'z soyasi ichida bo'ladi. 14.19, c- shakl da yasovchilari H bilan θ

burchak hosil qilgan konusning o'z soyasi ko'rsatilgan. $S(S', S'')$ uchidan o'tgan nur konus yasovchisi bilan ustma-ust tushadi. Shuning uchun ham S uchining soyasi S_c konus asosida bo'lib, undan konus asosiga faqat bitta urinma o'tadi. Demak, nazariy jihatdan konusning $S'S_c$ yasovchisi o'z soyasida bo'lib qolgan sirti yoritilgan bo'ladi. 14.19, d -shakl da konus uchini pastga qaratib qo'yilgan. Bunday vaziyatdagi konusning faqat bitta $S'S_c$ yasovchisi yoritilib, qolgan sirti o'z soyasida bo'ladi

14.3.3. Sfera va ellipsoid soylarini yasash



14.20-shakl

14.20-shaklda sferaning o'z soyasini yasash ko'rsatilgan. Bu soyaning konturi aylana bo'lib, u sferaning markazidan o'tuvchi nurlar yo'nalishiga perpendikulyar tekislikda yotadi. Bu aylananing frontal proektsiyasi ellips ko'rinishida bo'ladi. Ellipsning sfera ustidagi nuqtalari sferaga urinib o'tuvchi yordamchi konuslarning o'z soyasini yasash yo'li bilan bajariladi. Yordamchi konus sferaga aylana bo'yicha urinadi. Bu konusda o'z soyasini chegaralovchi yasovchilar konusning sferaga urinib aylanasi bilan kesishib, soya konturiga tegishli

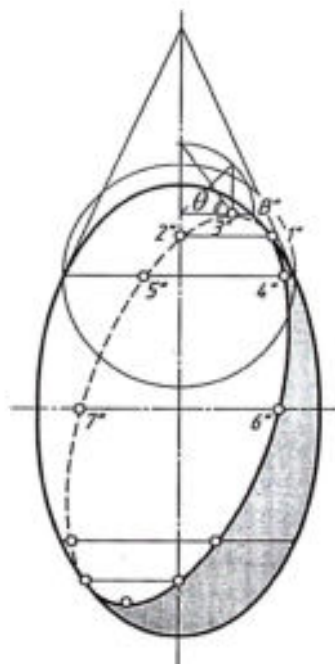
ikki nuqtani hosil qiladi.

Sferaga yasovchilari H tekislik bilan 45° burchak hosil qiluvchi yordamchi urinma konuslar o'tkazamiz. Ular sferaga uning konturidagi $1'$ va $4'$ nuqtalardan o'tuvchi gorizontallar bo'yicha urinadi. Urinish aylanalarida konusning o'z soyasi yordamida $1'$, $2'$ va $4'$, $6'$ nuqtalari topamiz. $1'$, $4'$ — ellipsning katta o'qi bo'ladi; $1'$ va $4'$ nuqtalardan vertikal o'tkazib, ularning O' markazdan o'tgan gorizontall diametr bilan kesishish nuqtalari $3'$, $5'$ ni topamiz.

Ellipsning eng yuqori va quyi nuqtalaring yasash uchun yasovchilari H tekislik bilan α burchak hosil qiluvchi urinma konus o'tkazamiz. Sfera konturining yuqorigi B' nuqtasidan gorizontall va $1'$ nuqtadan vertikal to'g'ri chiziq chiqarib, ularning kesishish nuqtasi B ni topamiz. O' markazni B nuqta bilan birlashtiramiz. $O'B$ to'g'ri chizig'i vertikal diametrga nisbatan α burchak hosil qiladi va u sfera konturini C' nuqtada qesadi. ($O'B$ kub diagonalining haqiqiy kattaligi bo'lib, u aylantirish usulida bajariladi). C' nuqtada $O'B$ kesmasiga perpendikulyar o'tkazamiz va uning vertikal diametr bilan kesishish nuqtasi S ni topamiz. S nuqta yordamchi konusning uchi bo'ladi. Bu nuqtadan vertikalga nisbatan 45° burchak ostida to'g'ri chiziq o'tkazib, uning C' nuqtadan o'tuvchi gorizontall bilan kesishish nuqtasi $7'$ ni, ya'ni ellipsning eng yuqori nuqtasini yasaymiz. Ellipsning

pastki 10' nuqtasi ham xuddi shunday topiladi. 7' va 10' nuqtalardan vertikalalar o'tkazamiz va ularning O' markazdan nur yo'nalishiga parallel o'tgan to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtalari 11', 12' ni topamiz. 11' va 12' nuqtalar ellipsning kichkina o'qini aniqlaydi.

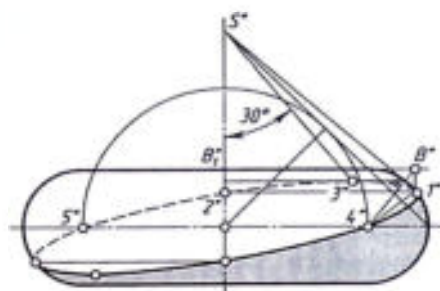
Ellipsning kichkina o'qini O_1C' radiusi bilan O' markazdan o'tkazilgan aylana bilan undan nurlar yo'nalishiga parallel o'tgan to'g'ri chiziqni kesishtirib topilsa ham bo'ladi. 8' va 9' nuqtalar 1'4' katta o'qqa nisbatan 7' va 10' nuqtalarga simmetrik ravishda topilgan. Topilgan hamma nuqtalarni ketma-ket birlashtirib, soya konturi - ellipsni hosil qilamiz va sferaning soya qismini to'qroq qilib bo'yaymiz.



14.21-shakl

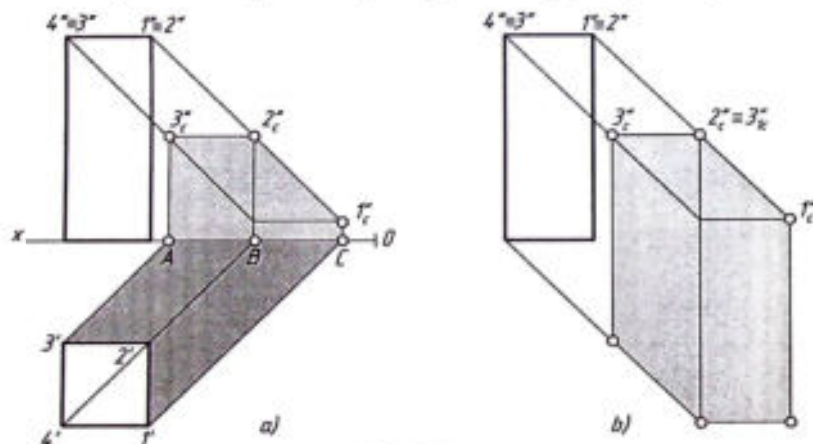
14.21-shaklda tasvirlangan cho'ziq ellipsoidning o'z soyasi yordamchi urinuvchi silindr va konus yordamida yasalgan. Bu soyaning konturi — ellipsda yotgan 6', 7' nuqtalar qamrab urinuvchi silindr yordamida, 5', 4' nuqtalar ixtiyoriy tanlab olingan urinma konus yordamida, 2' va 1' yasovchilari H tekislik bilan 45° burchak hosil qiluvchi konus yordamida va 3' nuqta yasovchilari H bilan θ burchak hosil qiluvchi urinma konus yordamida bajarilgan. Ellipsning qolgan nuqtalari ularga simmetrik ravishda yasalgan.

14.22-shaklda halka sirtida o'z soyasini yasash ko'rsatilgan. Ekvatordagi 4', 5' nuqtalar urinma silindr yordamida, 1', 2' nuqtalar yasovchilari H tekislik bilan 45° burchak hosil qiluvchi konus yordamida va 3' nuqta H tekislik bilan θ burchak hosil qiluvchi konus yordamida yasalgan. Ularga simmetri. ravishda o'z soyasi konturiga tegishli qolgan nuqtalar yasalgan.



14.22-shakl

14.4-§. Geometrik jismlarning o'z soyasi va tushgan soyalarini yasash

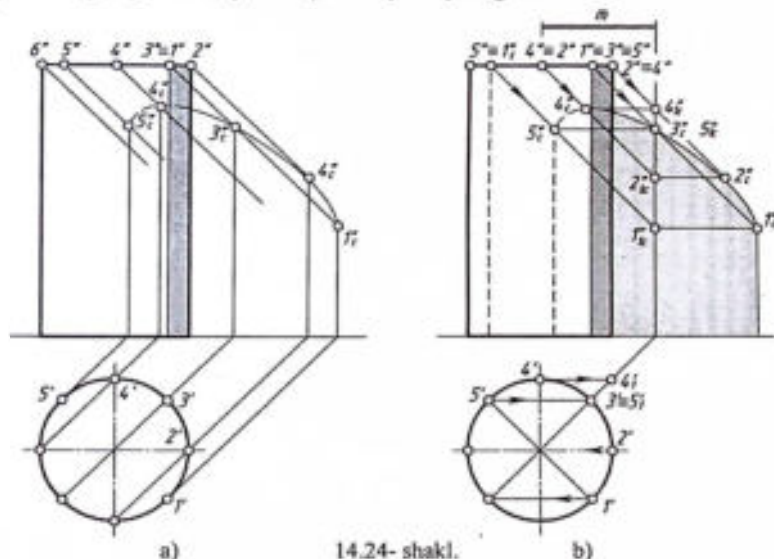


14.23-shakl

14.23-shakl, a da muntazam to'rtburchakli prizmaning gorizont va frontal proektsiyalar tekisliklaridagi tushgan soyasini yasash ko'rsatilgan. Prizmaning $1(1', 1'')$, $3(3', 3'')$ vertikal qirralari va $12(1'2', 1'2'')$, $23(2'3', 2'3'')$ gorizont qirralari soya tashlaydi. 1 va 3 nuqtalardan old vertikal qirralarning soyalarini ulardan o'tuvchi nurlar tekisliklarining izlarini yasash yo'li bilan topamiz. 23 qirraning soyasi gorizont, 12 qirraning soyasi esa Ox o'qiga nisbatan 45° qiyalikdagi to'g'ri chiziqlar ustida yotadi. Shuning uchun ham topilgan 3_s nuqtadan gorizont o'tkazib, unda 2_s nuqtani topamiz. Yasalgan $1'$, C , 1_s , 2_s , 3_s , $3'$ nuqtalarni ketma-ket birlashtirib, berilgan prizmaning tushgan soyasini hosil qilamiz. 14.23-

shakl, *b* da ana shu prizmaning soyasi uning frontal proektsiyasi bo'yicha yasalgan. Prizmaning yuqorigi asosidan tushuvchi soya uning diagonalali orqali o'tgan nurlar tekisligiga qo'shimcha proektsiyalash usulida yasalgan (14.12-shakl, *b* ga qarang). Vertikal qirralarning soyalari ham vertikal to'g'ri chiziqlar bo'lib, ular $1'_s$ va $3'_s$ nuqtalar orqali o'tkazilgan.

14.24- shakl, *a* da vertikal silindrning tushgan soyasi uning frontal va gorizontal proektsiyalari bo'yicha, 14.24-shakl, *b* da ana shu silindrning tushgan soyasi uning faqat frontal proektsiyasi bo'yicha yasalgan.

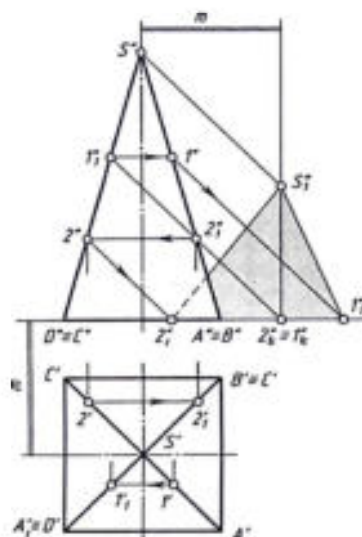


14.24- shakl.

Silindrning o'ng va chap yarmini 3:7 nisbatda bo'luvchi o'z soyasini chegaralovchi yasovchilarni o'tkazamiz. Ular $1(1', 1'')$ va $5(5', 5'')$ nuqtalardan o'tadi. Silindr yuqorigi asosining 1, 2, 3, 4, 5 nuqtalar joylashgan qismi va o'z soyasini chegaralovchi yasovchilar soya tashlaydi. Silindr yuqorigi asosidan tushayotgan soya uning markazidan o'tuvchi vertikal nurlar tekisligiga qo'shimcha proektsiyalash (14.24-shakl, *b* ga qarang) yordamida yasalgan. So'ngra aylananing frontal tekislikdagi ellips shaklidagi soyasiga $1'_s$ va $5'_s$ nuqtalarda vertikal urinma to'g'ri chiziqlar o'tkazib, frontal konturni hosil qilamiz, Silindrning gorizontal proektsiyasi usulni tushuntirish uchungina chizilgan. Bu va bundan keyingi chizmalarda *m* masofa avvaldan berilgan deb hisoblaymiz.

14.25- shaklda muntazam to'rtburchakli piramidaning soyasi qo'shimcha proektsiyalash usulida bajarilgan. Piramidaning o'qi orqali vertikal nurlar tekisligini o'tkazamiz. Uning o'qdan *m* masofada o'tuvchi frontal izida piramida uchining

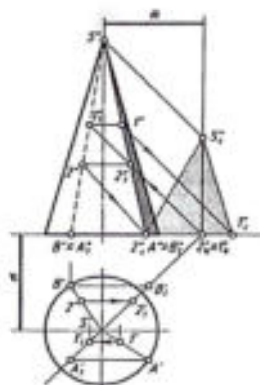
S_c soyasini aniqlaymiz. So'ngra piramidaning soya tashlaydigan $SA(S'A', S'A'')$ va $SC(S'C', S'C'')$ yasovchilarini Ox o'qiga parallel gorizontal yo'nalishda nur tekisligiga proektsiyalaymiz.



14.25- shakl.

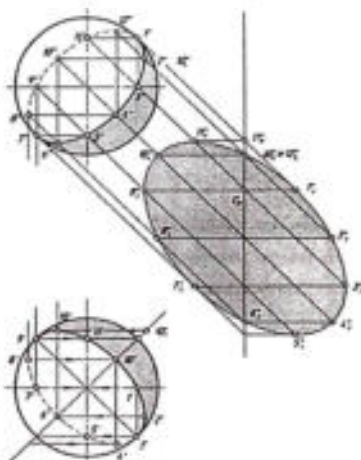
SA qirraning frontal proektsiyasi $S'D'$ bilan SC qirraning frontal proektsiyasi $S''V''$ bilan ustma-ust tushadi. Asos tekisligining V tekislik bilan kesishish chizig'idagi soyalarni yasash uchun $2_{1c'} = 1_{1c'}$ nuqtadan nur yo'nalishi- ga qarama-qarshi yo'nalishda nur o'tkazamiz. U SB va SD qirralarni $2(2', 2'')$ va $1, (1', 1'')$ nuqtalarda kesadi. Bu nuqtalarni gorizontal yo'nalishda o'z SC va SA qirralariga proektsiyalab, ularda $2(2', 2'')$ va $1(1', 1'')$ nuqtalarni topamiz. So'ngra 2 va 1 nuqtalardan nurlar o'tkazib ularning piramida asosi tekisligidagi $2_{c'}$ va $1_{c'}$ soyalarini yasaymiz. Keyin $S_{c'}$ bilan $1_{c'}$ va $2_{c'}$ nuqtalarni birlashtirib, piramidaning frontal tekislikdagi qisman tushgan soyasini hosil qilamiz.

14.26- shaklda to'g'ri doiraviy konusning tushgan soyasini yasash ko'rsatilgan. Avvalo konusning o'z soyasini yasaymiz. Konus yasovchilarini uning o'qidan o'tuvchi vertikal nurlar tekisligiga Ox o'qiga parallel yo'nalishda proektsiyalaymiz. Natijada $SA(S'A', S'A'')$ yasovchining qo'shimcha $SA_1(S'A'_1, S'A_1'')$ proektsiyasining frontal proektsiyasi $S_1'B_1'$ bilan, $SB(S'B', S'B'')$ yasovchining $S_1'B_1'$ proektsiyasi esa $S'A'$ bilan ustma-ust tushadi. Qolgan yasashlar tushunarli bo'lib, piramida soyasini yasashdan farq qilmaydi.



14.26- shakl.

14.27-shaklda sferaning tushgan soyasini yasash ko'rsatilgan. Sferaning o'z soyasini yasaymiz, so'ngra uning vertikal o'qidan m masofada o'tuvchi vertikal nur tekisligining frontal izini o'tkazamiz. Sfera o'z soyasi konturidagi nuqtalardan $6'$ va $12'$ nuqtalarning $6_c'$ va $12_c'$ soyalari ana shu izda bo'ladi. Qolgan nuqtalarni gorizontaal yo'nalishda vertikal nur tekisligiga proektsiyalab, ularning qo'shimcha proektsiyalarini hosil qilamiz.



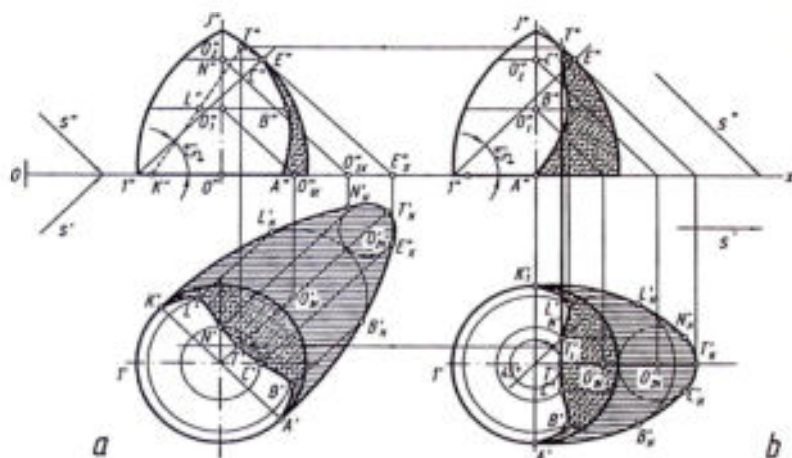
14.27-shakl.

Bu nuqtalarning soyalarini yasash uchun ularning qo'shimcha proektsiyalarining soyalari yasaladi, so'ngra ulardan avvalgi qo'shimcha proektsiyalash yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda gorizontal to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Ana shu gorizontal to'g'ri chiziqlar bilan nuqtalarning avvalgi vaziyatidan o'tkazilgan nurlar o'zaro mos ravishda kesishtirilib, nuqtalarning soyasi hosil qilinadi. Bunday yasash 14.27-shaklda gorizontal proektsiya yordamida tushuntirilgan.

10 ($10'$, $10''$) nuqtaning nur tekisligidagi qo'shimcha proektsiyasi 10($10, 10$) nuqta bo'lib, uning $10'_1$ frontal proektsiyasi 2 nuqtaning $2''$ frontal proektsiyasi bilan ustma-ust tushadi. 10_1 nuqtaning $10'_e$ soyasi vertikal nurlar tekisligining frontal izida bo'ladi. $10'_{1e}$ nuqtadan gorizontal to'g'ri chiziq, $10''$ frontal proektsiyadan esa undan o'tgan nurning frontal proektsiyasini o'tkazamiz. Ular o'zaro kesishib 10 nuqtaning $10''_e$ soyasini hosil qildi. Boshqa nuqtalarning soyalari ham ana shu tartibda yasaladi va ular o'zaro birlashtirilib, sfera tushgan soyasining konturi hosil qilinadi. Bu misolda sferaning gorizontal proektsiyasi yasash printsipini tushuntirish uchungina berildi. Sferaning soyasi uning faqat frontal proektsiyasi bo'yicha yasaladi.

Aylanish sirtining o'z soyasi va tushuvchi soyalari yasalsin (14.28-shakl).

1. Sirtida bir necha parallellar tanlanadi. Buning uchun oldin, sirtning frontal ocherkiga s' ga parallel qilib urinma nur o'tkaziladi va unga perpendikular chiziq $1'$ nuqtadan o'tkazilgan. Hosil bo'lgan C' nuqtadan eng yuqori sirt paralleli o'tkaziladi.
2. Oraliq parallel ixtiyoriy tanlab olinadi. Shu ikkala parallelning markazlari O' , va O'_2 larning soyalari H da aniqlanadi hamda O'_{1H} , O'_{2H} lardan mos holda o'z parallellariga teng aylanalar chiziladi.
3. Ushbu parallellar va sirt asosiga urinadigan qilib egri chiziq chizib chiqiladi. Shunda aylanish sirtidan tushayotgan soya bajarilgan bo'ladi.
4. Sirtning shaxsiy soyasini aniqlash uchun tushuvchi soyadagi egri chiziqning sirt parallellari - aylanalar bilan urinib o'tayotgan nuqtalari B'_H , C'_H , L'_H , N'_H lardan yoritish nuri s' ga teskari yo'nahshda parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Bu o'tkazilgan chiziqlar orqali B , C , L , N nuqtalarning avval H da keyin V da sirt parallellaridagi o'rinlari aniqlanadi.
5. Sirtidagi shaxsiy soyaning eng yuqori nuqtasi T'' va T'_1 V ga nisbatan parallel vaziyatga almashtiriladi, ya'ni 45° burchakka buriladi.
6. Sirtning frontal proyeksiyasida shaxsiy soyasining chegarasi aniqlab olinadi va bu egri chiziq sirt konturi bilan kesishguncha davom ettirilib T'' nuqta topiladi. T'' dan proyeksiyalarni bog'lovchi chiziq orqali T' topiladi.



14.28-shakl

14.28-shakl, *b* dagi $O'T'$ masofa 14.28-shakl, *a* ga olib o'tiladi va proyeksiyalarni bog'lovchi chiziqlar yordamida T nuqta topiladi. Ushbu yasashlar yo'nalish (strelka)lar bilan ko'rsatilgan. Bundan tashqari, avval, 14.28-shakl, *a* da T' nuqtani 14.28-shakl, *b* dagi kabi aniqlab olib, keyin uni H da aniqlash ham mumkin.

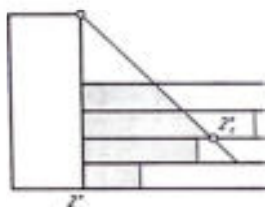
Har qanday aylanish sirtidan tushuvchi va shaxsiy soyalarni bayon etilgan usullardan foydalanib bajarish mumkin. Bulardan tashqari maxsus adabiyotlarda boshqacha usullar to'g'risida to'liq ma'lumotlar yoritilgan.

14.5-§. Ba'zi arxitektura, qurilish elementlaridan tushgan soyalarni yasash

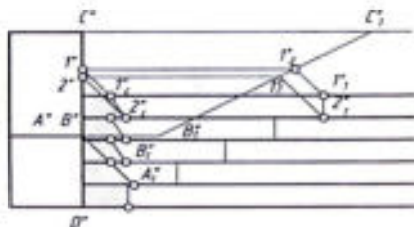
1-misol. 14.29-shaklda vertikal va frontal proektsiyalovchi to'g'ri chiziqlardan zina bosqichlariga tushgan soyalarni yasash ko'rsatilgan. Zinaning chap tomoniga qurilgan to'g'ri burchakli prizma shaklidagi to'siqning o'ng tomonidagi vertikal va yuqorigi gorizontal qirralari zina ustiga soya tashlaydi. Vertikal to'g'ri chiziqning zinadagi tushuvchi soyasi zinaning profil proektsiyasini takrorlaydi. To'siqning 2'1' qirrasini birinchi bosqichdan uning kengligiga teng masofada joylashgan. 1 masofa yordamida 2'1' qirraning pog'onali soyasini yasaymiz. 1' nuqtadan o'tuvchi gorizontal qirraning soyasi gorizontal yo'nalishga nisbatan 45° burchak hosil qilgan to'g'ri chiziq bilan ustma-ust tushadi. Bu to'g'ri chiziqning pog'onali soya bilan kesishish nuqtasi 1' uchi 1 ning soyasini belgilaydi.

2-misol. 14.30-shaklda zina to'sig'i og'ma qirralarga ega. Uning $A'D'$ vertikal qirrasidan o'tuvchi nur tekisligiga boskichlarni va to'siqni gorizontal yo'nalishda proektsiyalaymiz. To'siqning nur tekisligida hosil bo'lgan qo'- shum-

cha $D'A'B_1'C_1'$ va bosqichlarning pog'onali proektsiyalari zinaning profil proektsiyalari bilan bir xil bo'ladi. Bosqich qirrasiga to'siqdan tushayotgan soyalar teskari proektsiyalash yordamida aniqlanadi. Masalan, to'siqning og'ma $V'S'$ qirrasidagi $2'$ nuqtadan tushgan soyani topishni ko'rsataylik. Bosqich qirrasining nur tekisligidagi proektsiyasida $2_1'$ nuqtani tanlaymiz. $2_1'$ nuqtadan nur yo'nalishiga teskari yo'nalishda nur o'tkazib, uning V_1' , S_1' bilan kesishish nuqtasini $2_2'$ belgilaymiz. $2_2'$ nuqtani teskari gorizontal yo'nalishda proektsiyalab to'siqda $2'$ nuqtani topamiz. So'ngra $2'$ nuqtadan nur o'tkazib, uning $2_1'$ nuqta tanlangan qirra bilan kesishish nuqtasi $2_3'$ ni, ya'ni 2 nuqtaning bosqich qirrasiga tushgan soyasini hosil qilamiz. Boshqa qirralardagi soyalar ham ana shunday yasaladi.



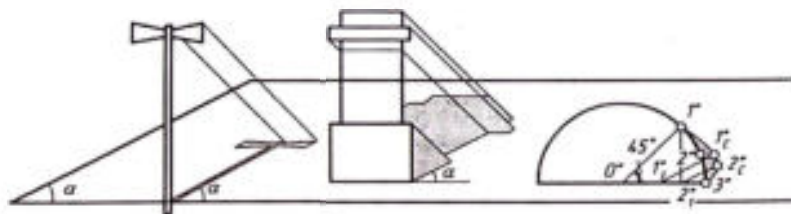
14.29- shakl.



14.30- shakl.

3-misol. 14.31-shaklda gorizontal tekislik bilan $\square$ burchak hosil qiluvchi tomda antenna, mo'ri va tuynuq sirtlaridan tushgan soyalar ko'rsatilgan.

Vertikal to'g'ri chiziqdan tekislikka tushgan soya va gorizontal yo'nalishga nisbatan shu tekislikning gorizontal tekislik bilan hosil qilgan burchagiga teng burchak yasaydi. Antenna va mo'ridan tushayotgan soyalar vertikal to'g'ri chiziqning va frontal proektsiyalovchi to'g'ri chiziqning tushuvchi soyalari xususiyatlariga asosan bajarildi. Ular chizmadan ko'rinib turibdi.

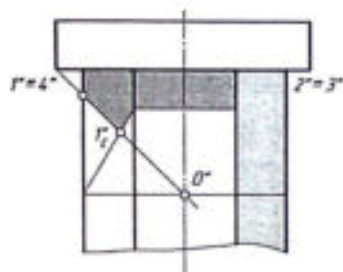


14.31- shakl.

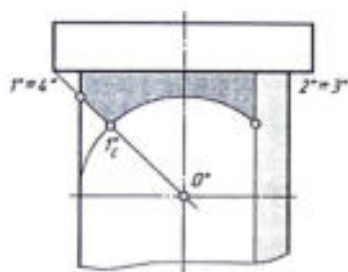
Tomga yasalgan tuynuk (darcha) frontal proektsiyalovchi silindr sirtiga ega. Tuynuk asosining markazidan 45° burchak ostida $O'1'$ to'g'ri chiziqli o'tkazib, soya tashlaydigan chegaralarni ajratamiz. Aylananing $1'3'$ qismi va $1'$ nuqtadan o'tuvchi gorizonttal yasovchi soya tashlaydi. $1'$ nuqtaning soyasini $1_1'$, $1'$ vertikal to'g'ri chiziqlning tushgan soyasi yordamida topamiz. Buning uchun $1_1'$ nuqtadan $\square$ burchak ostida $1_1'1'$ to'g'ri chiziqlning soyasini yasaymiz va uni $1'$ nuqtadan o'tkazilgan nur bilan uchrashtirib, 1 nuqtaning $1_1'$ soyasini hosil qilamiz. 1 , nuqtadan boshlab aylana $1'2'3'$ qismining soyasi ana shu usulda yasaladi.

4-misol. 14.32, 14.33-shakllarda kvadrat plitadan silindr va olti burchakli prizma sirtlariga tushgan soyalarni yasash ko'rsatilgan. Plitaning oldingi pastki $1'2'$ va $1'4'$ qirralari soya tashlaydi. Ulardan tushuvchi soya proektsiyasi to'g'ri sirtlarda ularning gorizonttal proektsiyasini takrorlaydi. Shuning uchun plitaning chap pastki gorizonttal qirrasidan 45° burchak ostida nurning frontal proektsiyasini o'tkazib, uni silindr yoki prizma o'qi bilan kesishtirib, aylana yoki oltiburchakning markazi O' ni topamiz. Bu nuqtadan silindrda aylana, prizmada esa oltiburchak chizamiz. So'ngra $1'4'$ frontal proektsiyalovchi va $1'2'$ gorizonttal qirralardan tushgan va sirtning o'z soylarini yasab, tushgan soya konturini chegaralaymiz.

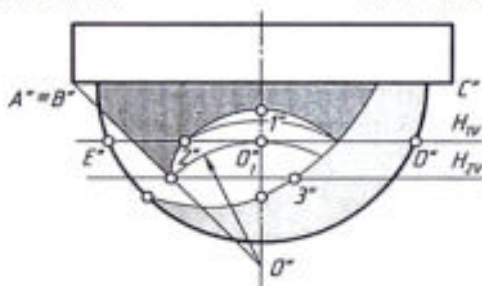
5-misol. 14.34-shaklda kvadrat plitadan sferaga tushgan soyani yasash ko'rsatilgan. Sferaning o'z soyasini yasaymiz (14.20-shaklga qarang). Plitaning chap pastki va oldingi pastki qirralari soya tashlaydi. Plitaning chap pastki $A' \equiv B'$ qirra soyasining frontal proektsiyasi 45° burchakli to'g'ri chiziq ko'rinishida bo'ladi. Oldingi pastki $A'C'$ gorizonttal qirraning soyasini yasash uchun to'g'ri chiziqlning silindr ustidagi soyasini yasash (14.32-shakl) printsipidan foydalalanamiz. Chap pastki $A' \equiv B'$ qirradan o'tgan nur tekisligi yordamida aylana ko'rinishidagi proektsiyalar markazi O' nuqtani belgilaymiz. Ixtiyoriy tanlangan H_1 , H_2 tekislikdagi sfera kesimining ustidagi $2'3'$ nuqtalarni topishni ko'rsataylik. Sferaning $E'D'$ diametrli kesimi orqali vertikal silindr o'tkazilgan deb faraz qilaylik. Bu silindrda pastki qirraning soyasi yasaladi. U O' markazdan O'_1 , E' radius bilan chizilgan aylana bo'lib, uning H_1 kesimi bilan kesishish nuqtalari $2'$, $3'$ yasaladi. H_2 tekislikda yotuvchi kesimdagi nuqtalarni topish uchun shu kesim radiusi bilan O' markazdan aylana chiziladi. Ana shu usulda topilgan nuqtalar o'zaro birlashtirilib, tushuvchi soya konturi hosil qilinadi. So'ngra sfera ustidagi boshqa soylalar bilan bu soyaning kesishish nuqtalari aniqlanib, soya chegaralari ajratiladi.



14.32- shakl.



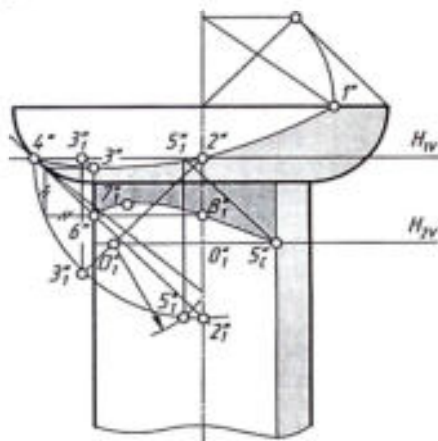
14.33- shakl.



14.34- shakl

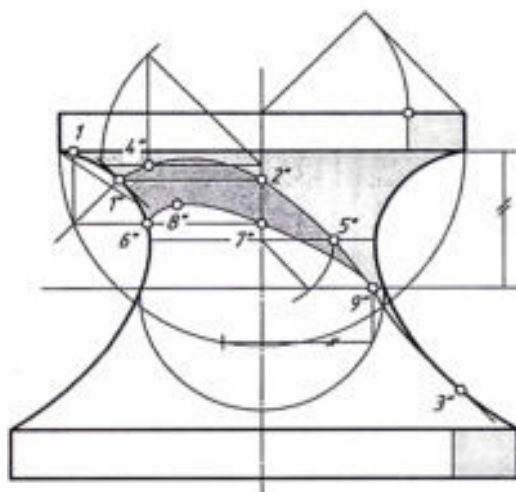
6-misol. Binolarda ustunlarning yuqori uchi *kapitel* deb ataladigan arxitektura jihozlash elementi bilan yakunlanadi. Kapitel qismida *exina* deb nomlangan halqasimon sirtidan iborat element bo'lib, 14.35-shaklda ana shu exinadan silindr sirtiga tushuvchi soyani yasash ko'rsatilgan. Avvalo exina (14.22-shaklga qarang) va silindrning o'z soylarini yasaymiz. 1' nuqta vertikal silindr, 4', 2' nuqtalar yasovchilari H bilan 45° burchak hosil qiluvchi konus, 3' nuqta yasovchilari H bilan θ burchak hosil qiluvchi konus sirtlari yordamida bajarilgan. Exinaning o'z soyasi 1', 2', 0', 4' nuqtalardan o'tib, shulardan 2'3'4' qismi silindr sirtiga soya tashlaydi. 2'3'4' qismning silindr sirtidagi soyasini yasash uchun uni nur oqimiga teskari yo'nalishda 2', 4' nuqtalardan o'tgan gorizontal H_{IV} tekislikka proektsiyalaymiz. 2', 4' nuqtalar bu tekislikka oid bo'lganligi uchun ular o'z joyida qoladi. 3' nuqta 3₁ nuqtaga proektsiyalanadi. Bu tekislikni 4' nuqtadan o'tuvchi gorizontal o'q atrofida 90° ga burib, ustama qo'yilgan 2'3'4' egri chiziqning 2₁3₁4₁ gorizontal proektsiyasini yasaymiz. Bunda $(2'2_1) = (2'4')$, $3_1' = 3_1$, $3_1' \cap 2'3_1$ ($2'3_1$ gorizontal yo'nalishga nisbatan 45° burchak ostida joylashgan). Soddalashtirish maqsadida 2₁, 3₁, 4' nuqtalar orqali markazi 02'3' to'g'ri chiziqda yotuvchi aylana o'tkazamiz. H_2 tekislikdagi silindr kesimida soya yasash uchun uni nur yo'nalishiga teskari yo'nalishda H_1 tekislikka proektsiyalaymiz. Uning

gorizontal proektsiyasi O' markazdan silindrning R radiusi bilan chizilgan aylana bo'ladi. Bu aylana $4^{\circ}3'2_1'$ aylanani S_1 nuqtada kesadi. Uning H_1 tekislikdagi qo'shimcha S_1 proektsiyasini yasaymiz va undan nur o'tkazib, H_2 tekislikda S_2 soyani hosil qilamiz. 6 nuqta exina konturi bilan silindrning so'l yasovchisi orasiga chizilgan, ayni vaqtda bir uchi bilan $4^{\circ}3'2_1'$ aylana yoyiga tiralgan nur kvadrati yordamida yasaladi. 6' nuqtaga simmetrik 8' nuqta hosil qilinadi. 7' nuqta 4' nuqtadan θ burchak ostida o'tkazilgan to'g'ri chiziqliqning chap yasovchini keskan nuqtadan balandligida bo'lib, silindr radiusini 3:7 nisbatida bo'ladi.



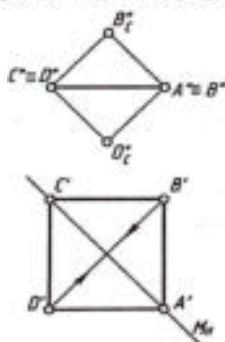
14.35- shakl

7-misol. 14.36-shaklda yuqori va pastki tomonidan silindrik plitalar bilan cheklangan aylanish sirtida soya yasash ko'rsatilgan. Silindrik plitalarda o'z soylarini yasaymiz. Aylanish sirti ning o'z soyasini yasash uchun yordamchi urinma silindr va konus sirtlaridan foydalanamiz. Aylanish sirtining kon turiga nurga parallel urinmalar o'tkazib, 1' va 3' nuqtalarni topamiz. 2' nuqta 1' nuqtaga simmetrik ravishda yasaladi. Sirt konturiga θ burchak ostida urinma o'tkazib, eng yuqori 4' nuqtani hosil qilamiz. 5' nuqta sirtga o'tkazilgan urinma silindr yordamida topiladi, yuqorigi plitaning pastki aylana qirrasini sirt ustiga soya tashlaydi. Bu aylananing ustama gorizontal proektsiyasini chizamiz. Aylanma sirtning chap konturi va bu aylana ichiga nur kvadratini joylashtirib, 6' nuqtani va unga simmetrik 7' nuqtani hosil qilamiz. 8' nuqta o'z gorizontal kesimidagi radiusni 3:7 nisbatda bo'lib, u soya tashlovchi aylananing chetki chap nuqtasidan θ burchak ostida o'tkazilgan to'g'ri chiziqli orqali yasaladi. Ixtiyoriy tekislik dagi kesim aylanasi nuqta soyasini topish uchun u aylanani burib, ustiga gorizontal proektsiyasini chizamiz. Bu aylana va soya tashlovchi aylanaga tiraladigan nur kvadratini yasaymiz. U 9' nuqtani hosil qiladi.

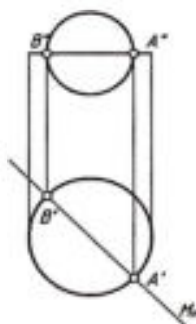


14.36-shakl

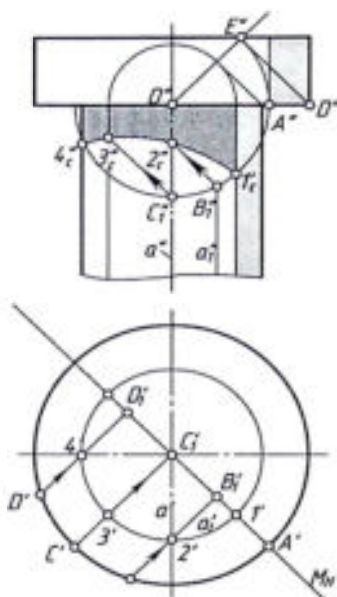
Ortogonal proektsiyalarda soya yasashda nurlarning gorizontaal proektsiyasiga perpendikulyar vertikal tekislikdan ham foydalaniladi. Bu tekislik uni taklif qilgan Pille nomi bilan **Pille devori** deb ham yuritiladi. Bu tekislikdagi soyaning xususiyati shundan iboratki, unda birinchidan shaklning tasviri o'zidan $\sqrt{2}$ marta kichraygan holda qaytariladi. Kvadrat kvadratlighicha (14.37-shakl), aylana esa aylana holida (14.38-shakl) proektsiyalanadi. Lekin ular frontal proektsiyalovchi o'q atrofida gorizontaal proektsiyaga nisbatan 90° burchakka burilib qoladi.



14.37-shakl



14.38-shakl



14.39-shakl.

qirradi soya tashlaydi. Shuning uchun bu aylana qirrani Pille tekisligiga nur yo'nalishiga parallel ravishda proektsiyalaymiz. M tekislik shu aylananing $C_1(C_1'S_1'')$ markazi va $A(A', A'')$ nuqtasidan o'tadi. Shuning uchun ham frontal proektsiyada $O'A'$ radius bilan aylana, ya'ni plita pastki asosining tekislikdagi proektsiyasini chizamiz. A nuqta orqali plitaning o'z soyasi konturi o'tadi. Frontal proektsiyada quyidagicha topiladi. O' va D' nuqtalarda 45° burchak ostida to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi, ular E' nuqtada o'zaro kesishadi. $O'E'$ kesmani ustiga qo'yib, A' nuqtani hosil qilamiz. TSilindr ustunining o'z soyasi konturi Pille tekisligida yotadi. Shuning uchun ham uning aylana proektsiyasi bilan kesishish nuqtasi $1'$ tushuvchi soyaga tegishli bo'ladi.

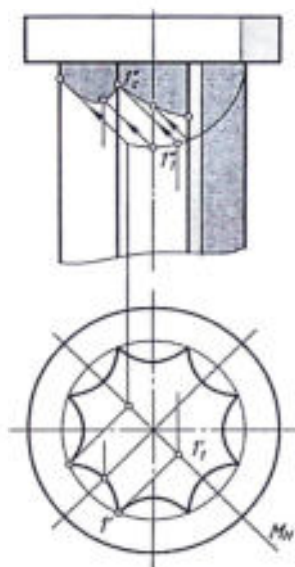
B nuqtaning soyasini topish uchun undan o'tuvchi yasovchini M tekislikka proektsiyalaymiz.

Silindrning oldingi $a(a', a'')$ yasovchisidagi soyani yasash uchun uni Pille tekisligiga proektsiyalab, uning $a_1(a_1', a_1'')$ proektsiyasini topamiz. U plita asosining proektsiyasi bilan $B(B_1', B_2'')$ nuqtada kesishadi. B' nuqtani nurga teskari yo'nalishda proektsiyalab, a' qirrada $2'_s$ soyani va unga simmetrik chap yasovchidagi 4_{1e} nuqtani hosil qilamiz. S_1' nuqtadan teskari nur o'tkazib $3'$ soyani topamiz.

14.40-shaklda Pille tekisligi yordamida silindrik plitadan qirrali ustunga

14.39-shaklda bitta vertikal o'qdan o'tgan silindrik plitadan silindrga tushgan soyani Pille tekisligi yordamida yasash ko'rsatilgan. TSilindrning o'qidan gorizontaal proektsiyalovchi Pille tekisligi M ni o'tkazamiz. TSilindr plitaning pastki qirradi soya tashlaydi. Shuning uchun bu aylana qirrani Pille tekisligiga nur yo'nalishiga parallel ravishda proektsiyalaymiz. M tekislik shu aylananing $C_1(C_1'S_1'')$ markazi va $A(A', A'')$ nuqtasidan o'tadi. Shuning uchun ham frontal proektsiyada $O'A'$ radius bilan aylana, ya'ni plita pastki asosining tekislikdagi proektsiyasini chizamiz. A nuqta orqali plitaning o'z soyasi konturi o'tadi. Frontal proektsiyada quyidagicha topiladi. O' va D' nuqtalarda 45° burchak ostida to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi, ular E' nuqtada o'zaro kesishadi. $O'E'$ kesmani ustiga qo'yib, A' nuqtani hosil qilamiz. TSilindr ustunining o'z soyasi konturi Pille tekisligida yotadi. Shuning uchun ham uning aylana proektsiyasi bilan kesishish nuqtasi $1'$ tushuvchi soyaga tegishli bo'ladi.

tushgan soya yasalgan. Yasash chizmadan tushunarli.



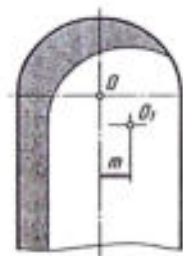
14.40-shakl



14.39-shakl.



14.42-shakl.



14.43- shakl.

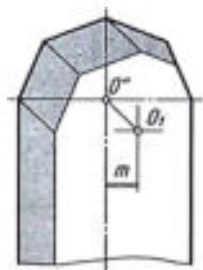
14.6-§. Javon va tokchalarda soyalar yasash

Devorlarga har xil shaklli javon, tokcha va taxmonlar o'yiladi. Agar ularning ichki devorlarini frontal tekislik desak, tokchalarning oldingi qirralaridan tushgan soya uning shaklini qaytaradi. Soya yasash uchuts chuqurlik m ma'lum bo'lsa, etarlidir (14.39 — 14.44 -shakllar).

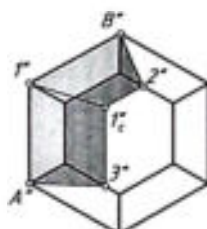
14.45-shaklda javon olti burchakli kesik piramida shakliga ega.

m chuqurlik bo'yicha, ichki devorda javon oldingi asosiga teng oltiburchak chizamiz. Bu oltiburchak javonning ichki asosini $2'$ va $3'$ nuqtalarda kesadi. $2'$ nuqtani V' , $3'$ nuqtani A' uchi bilan birlashtirib, tushuvchi soya konturi $V'2'1'3'A'$ chiziqlari hosil qilamiz. Piramidaniyag $A'1'V'$ tomonlaridan o'tuvchi yoqlar o'z soyasida bo'ladi.

14.46-shaklda uchburchak, 14.47-shaklda muntazam oltiburchakli yarim prizma, 14.48-shaklda yarim silindr shaklidagi tokchalar o'yilgan. Ularning o'z soyalarini yasaymiz. So'ngra yuqoridagi gorizontall qirradan tushayotgan soyani uning shaklini qaytaruvchi xususiyatidan foydalanib bajaramiz (14.32, 14.33-shakllarga qaralsin).



14.44- shakl.



14.45- shakl.



14.46-shakl

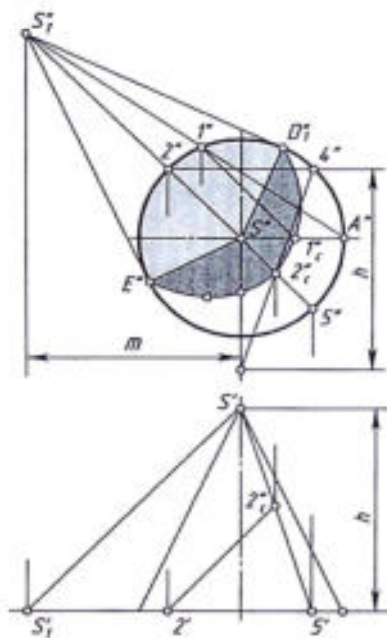


14.47-shakl



14.48-shakl.

14.49-shaklda devorga o'yilgan konus shaklidagi javonda soya yasash ko'rsatilgan. Konusning S uchini uning asosi yotgan frontal tekislikka nur yo'nalishiga teskari yo'nalishda proektsiyalab $S_1(S'1'S'1'')$ nuqtani topamiz.



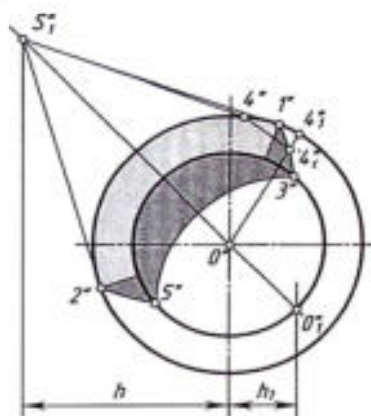
14.49-shakl.

Frontal proektsiyada S' dan konus asosiga urinmalar o'tkazib, o'z soyasini chegaralovchi $S'D'$ va $S'E'$ yasovchilarni topamiz. Javon aylana asosining $D'1'2E'$ qismi soya tashlaydi. Konusning $S'A'$ yasovchisidagi tushadigan soyani topish uchun bu yasovchini asos tekisligiga proektsiyalab, $S_c'A'$ proektsiyasini yasaymiz. $S'A'$ asos aylanani $1'$ nuqtada kesadi. $1'$ nuqtadan nur o'tkazib uning $S'A'$ yasovchi bilan kesishish nuqtasi $1_c'$, ya'ni $1'$ nuqtaning soyasini hosil qilamiz. Boshqa yasovchilardagi soyalar ham ana shunday topiladi. Lekin frontal pish uchun bu yasovchini asos tekisligiga proektsiyalab, $S_c'A'$ proektsiyasini yasaymiz. $S'A'$ asos aylanani $1'$ nuqtada kesadi. $1'$ nuqtadan nur o'tkazib uning $S'A'$ yasovchi bilan kesishish nuqtasi $1_c'$, ya'ni $1'$ nuqtaning soyasini hosil qilamiz.

Boshqa yasovchilardagi soyalar ham ana shunday topiladi. Lekin frontal proektsiyalovchi nur tekisligida yotuvchi $S'S'$ yasovchidagi $2'$ nuqtadan tushuvchi soyani bu usulda topib bo'lmaydi. Buning uchun $2'$ nuqtadan tushayotgan $2'$ soyani gorizontaal proektsiya yordamida aniqlaymiz. Frontal proektsiyadagi aylanada $2'$ nuqta bilan bitta gorizontaal chiziqli yotuvchi $4'$ nuqtani $2_c'$ bilan birlashtirsak, u aylananing vertikal o'q chizig'ini $2' 4'$ balandlikdan boshlab vertikal chiziq bo'yicha h masofada kesadi. Bu xususiyatdan foydalanib $2_c'$ soyani

ham gorizontal proektsiya yordamisiz bajariladi. Gorizontal proektsiya tushuntirish uchungina beriladi.

14.50-shaklda kesik konus shaklidagi javonda soya 14.49-shakldagi yasash usuli bilan bajarilgan.

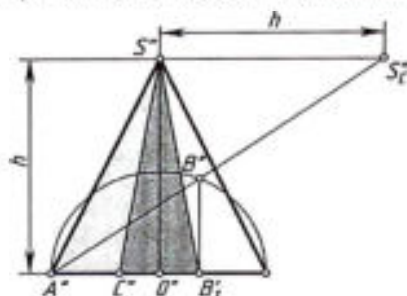


14.50-shakl.

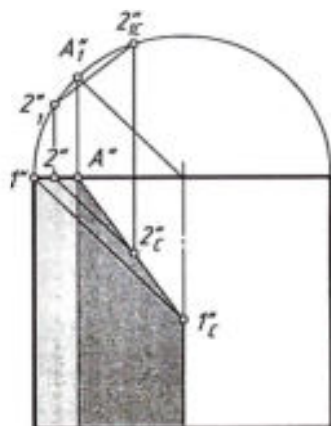
14.51-shakl, a da yarim to'g'ri to'rtburchakli yarim piramida shaklidagi tokchada sova vasash ko'rsatilgan.

Frontal proektsiyada asosning $1'2'3'$ gorizontal proektsiyasini yasaymiz. Piramidaing $S'2'3'$ tomoni o'z soyasida bo'lib, $S'3'$ qirra soya tashlaydi. $S'3'$ qirraning soyasini yasash uchun bir uchi $S'3'$ qirruga va unga diagonal qarama-qarshi uchi $1'2'$ qirruga tiralgan nur kubini ular orasiga joylashtirish kerak. Buning uchun frontal proektsiyada kub frontal proektsiyasining nur kvadratini yasash kifoyadir. Nur kvadratini bir tomoni $1'3'$ gorizontal chizig'ida bo'lib, yuqorigi ikki uchi $S'3'$ va $1'B'$ qirrallarga tiralgan bo'ladi. 49-shakl, *a* da $D1'A'$, $B'1'C'1$ kvadrati yasalgan. Uning diagonalida yotgan A nuqta $S'3'$ qirradagi A_1 nuqta soyasining frontal proektsiyasidir: A_1 nuqtani S' uchi bilan birlashtirib, $S'3'$ qirraning $1'2'S'$ tomonidagi soyasini hosil qilamiz. A_1 nuqtani aniq topish uchun geometrik yasashning markaziy o'xshashlik usulidan foydalanamiz. Buning uchun tomoni 02 kesmaga teng $O'2'A'3'$ kvadrat chizamiz va $1'$ nuqtani o'xshashlik markazi sifatida qabul qilib, uni A' nuqta bilan birlashtiramiz. $1'A'$ nur $S'3'$ qirrani A' nuqtada kesib, izlanuvchi kvadratning bir uchini belgilaydi. So'ngra A' nuqtadan soya yasash nurini, ya'ni kvadratning diagonalini o'tkazamiz. 14.51-shakl, *b* da bunday yasashning amaliy ishlarda foydalanishga imkon beradigan soddalashtirilgan varianti berilgan. Bu shaklda $2'A' \equiv O'2'$. qo'llanilgan yasashlar chizmadan tushunarli.

frontal proektsiyani topamiz va uni S'' uch bilan birlashtiramiz.



14.54-shakl



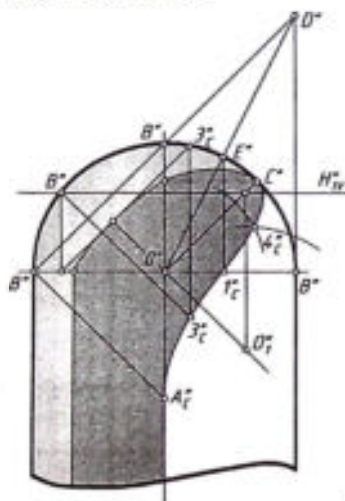
14.55 shakl.

14.55-shaklda devorning yuqorigi uchidagi yarim silindrlı javon tasvirlangan. yuqorigi asosning ustama gorizontall proektsiyasini chizamiz. Javonning o'z soyasi chegarasini aniqlaymiz. $1'$ nuqtadan o'tuvchi qirra silindrning orqa yasovchisi ustiga soya tashlaydi. Bu to'g'ri chiziqli $1'$ nuqtaning $1'_c$ soyasini topamiz. yuqorigi asosning $1'A'$ qismi soya tashlaydi $A'1'_c$ orasidagi $2'$ nuqtaning soyasi ustama gorizontall proektsiya yordamida bajariladi. $2'$ nuqtaning $2'$ gorizontall proektsiyasidan nurning gorizontall proektsiyasini o'tkazib, $2'_c$ nuqtani topamiz. $2'_{1c}$ nuqtadan o'tuvchi vertikal nur tekisligining silindr bilan kesishish chizig'ini, ya'ni

$2'_c$ nuqtadan o'tuvchi yasovchini o'tkazamiz. Bu yasovchi bilan $2'$ nuqtadan o'tuvchi nurning kesishish nuqtasi $2'$ ning soyasini beradi.

14.56-shaklda yuqorigi uchi yarim sfera bilan tugagan yarim silindr javon tasvirlangan. Sfera va silindr sirtlarining o'z soyalarini yasaymiz. TSilindrning chap qirrası va aylananing $A'B'C'$ qismi soya tashlaydi. To'g'ri chiziqli qirraning tushgan soyasi A'_c nuqtada tugaydi. A'_c nuqtadan boshlab $1'_c$ nuqttagacha silindr sirtiga aylananing ma'lum qismi soya tashlaydi. $1'_c$ nuqtani topish uchun yuqorigi $A'B'C'$ yarim sfera ichiga nur kubini joylashtirish kerak. Uning kvadrat frontal proektsiyasi quyidagicha yasalanadi. A' va $3'$ nuqtalari orqali to'g'ri chiziqli o'tkazamiz va uning javon o'ng qirrası bilan kesishish nuqtasi D ni topamiz.

So'ngra D nuqtani O' markaz bilan birlashtirib, uning aylana bilan kesishish nuqtasi E' ni topamiz. E' nuqta yarim aylana ichiga qurilgan kvadratning o'ng uchi bo'ladi. Bog'lovchi chiziq orqali silindrning sfera bilan ulanish aylanasiidagi $1'$ nuqtani topamiz va A' nuqtalarning orasidagi $3'$ nuqta javonning gorizontaal proektsiyasi yordamida topiladi. $A'B'C'$ yarim aylana gorizontaal proektsiya sifatida qabul qilinadi. Aylanadagi 3 nuqtaning gorizontaal $3'$ proektsiyasi orqali undan o'tuvchi nurning gorizontaal proektsiyasini o'tkazamiz. U aylana bilan $3_1'$ nuqtada uchrashadi. $3_1'$ nuqtadan silindrning nur tekisligi bilan kesishgan yasovchisini o'tkazamiz. Bu yasovchi bilan $3'$ nuqtadan o'tgan nur kesishib 3 nuqtaning $3'$ soyasini hosil qiladi. 1 va C nuqtalar orasidagi sfera qismiga aylananing tushgan soyasiga tegishli nuqtalarni topish uchun frontal tekislik o'tkazamiz. $A'B'C'$ yarim aylanani sferaning gorizontaal proektsiyasi deb oniy frontal tekislik H_{1V} ni o'tkazamiz. U sferani $3'C'=d$ diametrli aylana bo'yicha kesadi. O markazdan bu aylananing, frontal proektsiyasini chizamiz. So'ngra sfera yarim aylanasi H_{1V} tekislikka nur yo'nalishida proektsiyalaymiz, Buning uchun O' markazning H_{1V} tekislikdagi O_s' proektsiyasini va uning frontal O_s' proektsiyasini belgilaymiz. O_s' markazdan sferaning yarim aylanasi chizamiz. Bu aylana H_{1V} tekislikdagi kesim bilan kesishib, $4_s'$ nuqtani hosil qiladi.

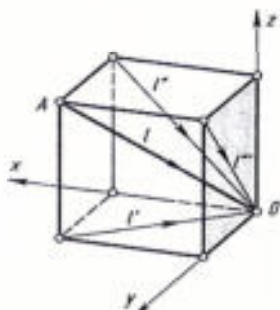


14.56-shakl.

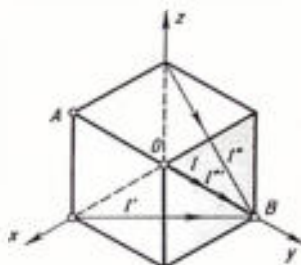
14.7-§. Aksonometrik proektsiyalarda soyalar yasash

Aksonometrik proektsiyalarda soyalar yaqqollikni oshirish maqsadida bajariladi. Nurlarning yo'nalishi aksonometriya turi bo'yicha yasalgan kubning diagonaliga parallel qilib olinadi.

14.57-shaklda bitta uchi koordinata boshida, uchta yog'i proektsiyalar tekisligida joylashgan kubning dimetriyasi bajarilgan. Kubning oldingi chap yuqorigi A uchi bilan o'ng orqa pastki O uchini birlashtiruvchi l diagonalini o'tkazamiz. Bu diagonalning yo'nalishi dimetrik proektsiyalarda soyalar yasash uchun nurlar yo'nalishini aniqlaydi. Soyalar yasashda l diagonalning chizmada ko'rsatilgan l' gorizontal, l'' frontal va l''' profil yordamchi proektsiyalaridan ham foydalaniladi. 14.58-shaklda kubning izometriyasi bajarilib, uning izometrik proektsiyalari uchun nurlar yo'nalishini aniqlaydigan l diagonal va bu diagonalning l' gorizontal, l'' frontal va l''' profil proektsiyalari ko'rsatilgan.



14.57-shakl.

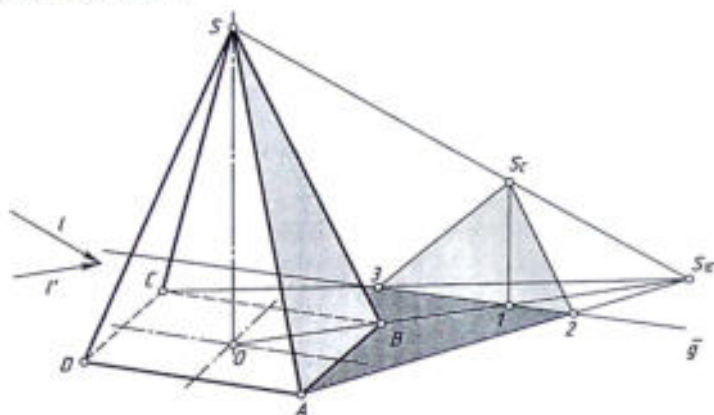


14.58-shakl.

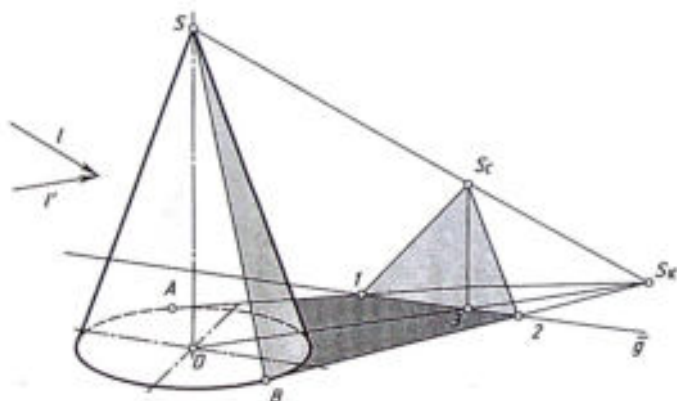
Chizmalarda soyalar yasashda chizma qog'ozning biror bo'sh joyida nurlar yo'nalishini anglatuvchi l to'g'ri chiziqli kesmasi va zaruriyatga qarab uning ba'zi yoki hamma proektsiyalari ko'rsatiladi.

14.59-shaklda $ABCD$ asosi gorizontal tekislikka qo'yilgan $SABCD$ to'g'ri to'rtburchak piramidaning dimetriyasi bajarilgan. Shaklda, shuningdek, nur yo'nalishi l va gorizontal tekislik bilan g to'g'ri chiziqli bo'yicha kesishgan vertikal tekislik tasvirlangan. Piramidadan gorizontal va vertikal tekisliklarga tushgan soyani yasaymiz. Piramidaning S uchidan l yo'nalishga va uning asosi O nuqtadan l' yo'nalishga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqlar o'zaro S_{lc} nuqtada kesishib, S nuqtaning gorizontal tekislikdagi tushgan soyasini aniqlaydi. OS_{lc} to'g'ri chiziqli vertikal tekislik asosi to'g'ri chiziqli bilan kesishish nuqtasi l dan vertikal to'g'ri chiziqli o'tkazamiz va uning SS_{lc} bilan kesishish nuqtasi S_s ni belgilaymiz. S_c nuqta S nuqtaning vertikal tekislikdagi tushgan soyasi bo'lib, $1S_s$ esa OS kesma soyasining vertikal tekislikdagi qismi bo'ladi. S_{lc} nuqtadan $ABCD$ asosga S_cA va $S_{lc}C$ urinma to'g'ri chiziqlarni o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziqlar piramidaning o'z soyasini chegaralovchi AS va CS qirralarini va ularning gorizontal tekislikdagi tushgan soyasi $A2$, $C3$ ni aniqlaydi. $S_{lc}A$ va $S_{lc}C$ to'g'ri chiziqlar g to'g'ri chiziqli 3.2 nuqtalarda kesadi. 3 va 2 nuqtalarni S_c nuqta bilan birlashtirib piramidaning tushgan soyasining vertikal tekislikdagi qismini aniqlaymiz. Piramidaning $SABCD$ yoqlari o'z soyasida bo'ladi. Tushgan va o'z soyalarini mos

ravishda to'qlashtiramiz.



14.59-shakl

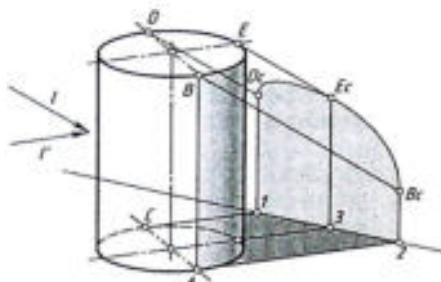


14.60-shakl.

14.60-shaklda asosi gorizontal tekislikda joylashgan doiraviy konusning soyalari yasalgan. Uning o'z va tushgan soyalarini yasash 14.59-shakldagi piramidaning soyasini yasashdan farq qilmaydi.

14.61-shaklda asosi gorizontal tekislikda joylashgan doiraviy silindrning soyalarini yasash ko'rsatilgan. TSilindrning gorizontal asosiga l yo'nalishga parallel urinmalar o'tkazamiz. A va C urinish nuqtalaridan o'tgan AB va CD yasovchilar silindrning o'z soyasini chegaralaydi. Bu yasovchilarning gorizontal va vertikal tekisliklardagi A_1B_1 va C_2D_2 soyalarini yasaymiz. TSilindrning

yuqorigi asosining soya tashlayotgan qismining tushgan soyasini yasash uchun unda ixtiyoriy bir necha nuqtalar tanlab olamiz va ularning tushgan soyalarini yasaymiz. So'ngra bu nuqtalarni tartib bilan birlashtirib, tushgan soya konturini hosil qilamiz. Shaklda yuqorigi asos aylanasiida yotgan E nuqtaning tushgan soyasi E_c ni yasash ko'rsatilgan.



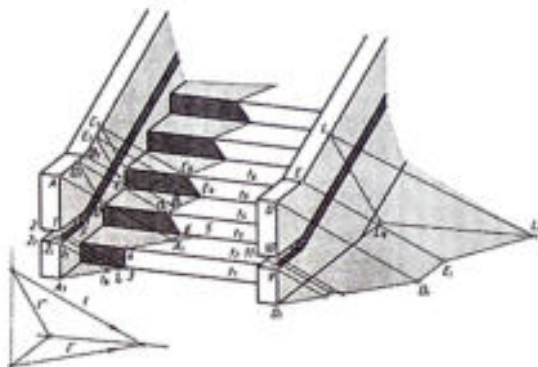
14.61-shakl.

14.62-shaklda yon suyanish devorlariga ega bo'lgan zinaning dimetriyasi bajarilgan va yorug'lik nurlarining l yo'nalishi o'zining l' gorizontal va l'' profil proektsiyalari bilan berilgan. Zina ustidagi soyalarni yasashni ko'rib chiqamiz.

Chap qanot suyanish devori qisman polga va zina pog'onalari ustiga soya tashlaydi. Unyng $A1A$ vertikal qirrasidan tushgan soyaning gorizontal tekislikdagi A_13 qismi l nurning l' proektsiyasiga parallel bo'ladi. $A1A$ qirra birinchi bosqichining vertikal yoniga tushgan 34 soyasi o'ziga parallel va uning gorizontal tovon osti tekisligidagi soyasi l' yo'nalishga parallel bo'ladi; A nuqtadan l yo'nalishga parallel o'tkazilgan nurning 45 to'g'ri chizig'i bilan kesishish nuqtasi A_c ni belgilab, qirra soyasini yakunlaymiz. Lekin $A1A$ qirra 1_11 nuqtalarda uzilgan bo'lib, ularning $1_{1c}1_c$ soyalarini aniqlaymiz.

Chap qanotdagi 12 gorizontal qirraning gorizontal tekislikdagi soyasi o'ziga parallel bo'lib, u 1_c orqali o'tadi. 1_c nuqtadan o'tgan 1_1F to'g'ri chiziqqa parallel to'g'ri chiziq uning tushgan soyasi bo'lib, u 21 qirraning soyasi bilan kesishib, kemtik qismning soyasini to'ldiradi. AB gorizontal qirradan tushgan soya zina pog'onalarining gorizontal tekis qismlarida o'ziga parallel to'g'ri chiziqlar bo'ladi. Shuning uchun A_c nuqtadan AB qirraga parallel to'g'ri chiziq o'tkazib, uning t_3 qirra bilan kesishish nuqtasi 6 ni aniqlaymiz. AB qirraning vertikal tekislik bilan kesishish chizig'ini yasash uchun qirrani nurlar yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda $A1AB$ profil tekislikka proektsiyalaymiz. Uning bu tekislikdagi DD' proektsiyasi l'' yo'nalishga parallel bo'lib, AB qirrani D nuqtada kesadi. Endi nuqtaning qirradagi D_{1c} soyasini yasab, uni 6 nuqta bilan birlashtiramiz. AB to'g'ri chiziq soyasining $t3t_4$ vertikal tekislikdagi qismini aniqlaymiz. D_{1c} nuqtadan AB qirraga parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz va uning ustida B nuqtaning B_c soyasini topamiz. B nuqtadan boshlangan qiya qirraning tushgan soyasini bajarish uchun u

orqali nurlar tekisligini o'tkazamiz va uning zina qirralari bilan kesishish nuqtalarini topamiz. Zina pog'onalarining yuqorigi va pastki qirralari B nuqtadan o'tuvchi qiya qirraga parallel bo'lgan o'zaro parallel tekisliklarda yotadi. Shuning uchun bu tekisliklarning qirradan o'tuvchi nyplap tekisligi bilan kesishish chiziqlarini yasaymiz. Buning uchun har bir tekislikka oid bittadan qirraning nyplap tekisligi bilan kesishish nuqtasini topish kifoyadir. Qirralarning nurlar tekisligi bilan kesishish nuqtalarini yasash uchun ularni nur yo'nalishiga teskari yo'nalishda qiya qirra orqali o'tuvchi vertikal tekislikka proektsiyalaymiz. Ularning bu tekislikdagi yordamchi proektsiyalari l''' proektsiyaga parallel bo'ladi. So'ngra bu yordamchi proektsiyalarning qiya qirra bilan kesishish nuqtalarini nur yo'nalishida qirraga proektsiyalab, izlangan kesishish nuqtasini topamiz. Pastki qirralar tekisligiga oidiy qirrada E_{1c} soyani topamiz va u orqali qiya qirraga parallel to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Bu to'g'ri chiziq qirralardagi qiya qirra nuqtalarining soyalarini aniqlaydi. yuqorigi qirralar tekisligiga oid t_6 qirrada C_{1c} soyani topamiz va undan qiya qirraga parallel to'g'ri chiziq o'tkazib, yuqorigi qirralarda soyalar yasaymiz. So'ngra bu qirralardagi nuqtalarni mos ravishda birlashtirib, qiya qirraning zina ustidagi soyasiga ega bo'lamiz.

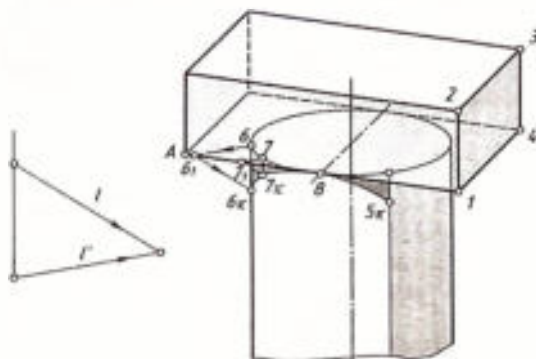


14.62-shakl.

Suyanish qirradi ikki qismdan iborat bo'lib, ular vertikal xodachalarga mahkamlangan. Pastki qismning yuqorigi asosiga yuqorigi qismning pastki asosi qirralaridan tushayotgan soyalarni yasash shakldan ravshandir. O'ng qanotdan polga tushgan soyani yasash chap qanot soyalarini yasashdan farq qilmaydi. E nuqtadan boshlab ko'tariluvchi qiya qirra soyasini yasash o'chun unda ixtiyoriy L nuqtani tanlaymiz. Bu nuqtaning soyasini yasash uchun u orqali qiya qirraga perpendikulyar nurlar tekisligini o'tkazamiz. Bu yordamchi tekislik qanot vertikal devori yo'nalishiga parallel LL_1 to'g'ri chiziq bo'yicha, polni esa zina qirralariga parallel to'g'ri chiziq orqali kesadi. Bu oxirgi kesishish chizig'ida L nuqtaning L_1 soyasini aniqlaymiz va uni E_1 bilan birlashtirib, qiya qirra soyasiga ega bo'lamiz.

Qanotning uziq qismida va undan polga tushgan soyalarni yasash shakldan ravshandir.

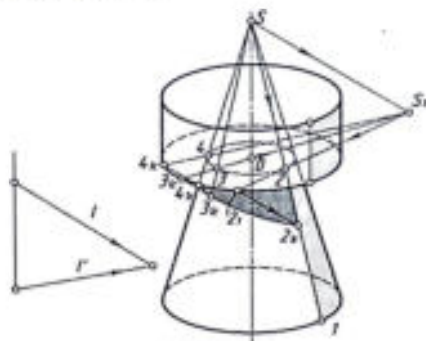
14.63-shaklda to'g'ri to'rtburchakli prizmadan silindr ustiga tushayotgan soyani yasash ko'rsatilgan. TSilindrning yuqori asosiga qo'yilgan to'g'ri to'rt burchakli prizmaning 1234 yoni o'z soyasida bo'ladi. TSilindrning yuqori asosiga l' yo'nalishda parallel urinma o'tkazib, 5 urinish nuqtasini aniqlaymiz. 5 nuqtadan o'tgan silindr yasovchisi uning o'z soyasini ajratadi. Prizmaning pastki 1A qirrasidan silindr sirtiga tushgan soya ko'rinarli bo'lib, uni yasashni ko'rib chikamiz. 6 nuqtadan o'tgan kontur qirradagi tushgan soyani yasash uchun uni nurlar yo'nalishiga teskari yo'nalishda prizmaning pastki A14 asosiga proektsiyalaymiz. 66₁ bu proektsiyaning bir qismi bo'lib, u l' yo'nalishga parallel bo'ladi. 6₁ nuqtadan l yo'nalishga parallel nur o'tkazib, uning qirradagi tushgan soyasi 6_{1c} ni belgilaymiz. 1A qirraning silindr ustidagi soyasi ellips egri chizig'i ko'rinishida bo'ladi. Bu egri chiziqni yasash uchun silindr sirtida bir necha yasovchilar tanlab, ularda 1A qirradan tushgan soya qismlarini aniqlaymiz va ularni ketma-ket birlashtirib, izlangan soyani hosil qilamiz. Shaklda ana shunday tartibda yasalgan 7, 8, 5 nuqtalar ko'rsatilgan. Shulardan 8 nuqtaning soyasi o'zi bilan ustma-ust tushadi.



14.63-shakl.

14.64-shaklda silindrdan konus sirtiga tushgan soyani yasash ko'rsatilgan. Avvalo silindrning va konusning o'z soyalarini aniqlaymiz. TSilindrning pastki asos aylanasi konus sirtiga soya tashlaydi. Bu soyani yasash uchun konus yasovchilarini silindrning pastki asosiga nurlar yo'nalishi bo'yicha proektsiyalaymiz. Konusning S uchi S_1 nuqtaga proektsiyalanadi. Konus yasovchilarining proektsiyalari nuqta va konus yuqorigi asosidagi ularning kesishish nuqtalari orqali o'tadi. S_1 yasovchi konusning yuqori asosi bilan 2 nuqtada kesishadi. Demak, uning proektsiyasi S_1 va 2 nuqtadan o'tib, silindrning pastki asosini 2₁ nuqtada

kesadi. So'ngra 2_1 nuqtaning S_1 yasovchidagi 2_{1c} soyasi l nur yo'nalishida yasaladi. Shu usulda topilgan 3_{1c} , 4_{1c} nuqtalarni tartib bilan birlashtirib, konus sirtidagi tushgan soyani hosil qilamiz.



14.64-shakl

Aksonometrik proyeksiyada arxitektura obyektining o'z va tushuvchi soylarini yasash 14.65-shaklda tasvirlangan. Obyektdan tushayotgan soya oldin H tekisligiga, keyin V tekisligiga tushmoqda.

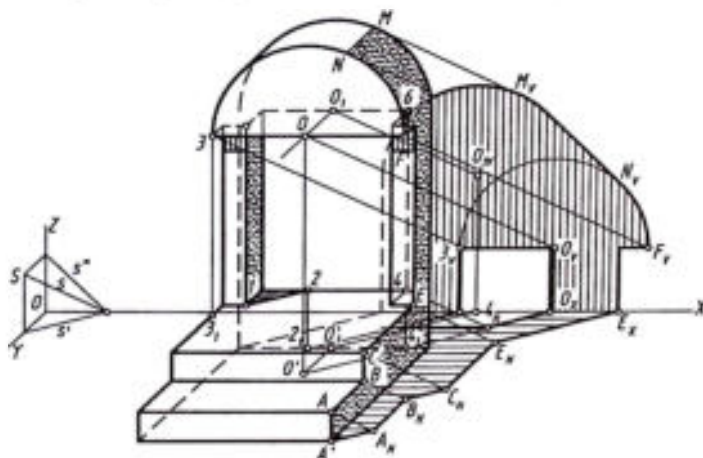
1. Ma'lumki, H ga perpendikular, ya'ni vertikal chiziqlardan tushayotgan soylar yorug'lik nurining H dagi proyeksiyasi s' ga parallel, uning V dagi soyasi o'ziga parallel tasvirlanadi. V ga perpendikular to'g'ri chiziqning H ga tushgan soyasi o'ziga parallel tasvirlanadi. W ga perpendikular to'g'ri chiziqning H va V dagi soyasi o'ziga parallel tasvirlanadi. Ushbu qoidalarini hisobga olgan holda berilgan obyektidan tushuvchi soylar bajariladi.

A dan s ga, A' dan s' ga parallel chiziq chizib A_H topiladi. Shu tartibda B_H , C_H , E_H nuqtalar ham aniqlanadi. Bu nuqtalarning tushuvchi soylari qoidaga muvofiq tutashtirib chiqiladi. E_H dan s' ga parallel chizilgan to'g'ri chiziq X o'qini E_X nuqtada kesadi va undan o'ziga parallel, ya'ni vertikal chiziq chiziladi.

2. O' va O_1 markaz nuqtalardan s' ga parallel hamda O va O_1 lardan s' ga parallel chiziqlar chizib, ularning V dagi soylari O_V va O_{1V} lar aniqlanadi. O_V va O_{1V} nuqtalardan, qoidaga muvofiq, obyektidagi yarimaylanalarga teng bo'lgan yarimaylanalar chiziladi va ularga urinma chiziq o'tkaziladi. Shunda obyektidan tushayotgan soyaning umumiy konturi hosil bo'ladi.
3. Obyektidagi ochiq joydan H va V ga tushayotgan yorug'lik o'rni aniqlanadi. Buning uchun 1 nuqtadan s' ga parallel chiziq chiziladi, 2 nuqtadan past tomon asosigacha shtrix chiziq chiziladi va $2'$ nuqta topiladi. $2'$ dan yana s' ga parallel chizilgan chiziq X o'qigacha davom ettiriladi hamda 2_X nuqtadan vertikal chiziq chiziladi. Shu tartibdan 46 qirradan tusha-

yotgan soya aniqlansa, ochiq joydan tushayotgan yorug'lik chegarasi aniqlanadi.

4. Obyektning shaxsiy va tushuvchi soyalari bo'yab qo'yiladi.



14.65- shakl

Nazorat savollari

1. Yorug' va soyaning amaliy ahamiyatini ochib bering.
2. Qanday yoritish manbalarini bilasiz?
3. Aksonometrik va ortogonal proeksiyalarda yorug'lik nurining yo'nalishi qanday vaziyatda bo'ladi?
4. To'g'ri chiziqning tushuvchi soyasi ortogonal proyeksiyada qanday aniqlanadi?
5. Tekis shakillarning tushuvchi soyasi qanday aniqlanadi?
6. Turli vaziyadagi aylananing tushuvchi soyasi qanday aniqlanadi?
7. Prizma va piramidaning shaxsiy va tushuvchi soyalari qanday aniqlanadi?
8. Konus va silindr sirtlarining shaxsiy va tushuvchi soyalari qanday aniqlanadi?
9. Sferaning shaxsiy va tushuvchi soyalari qanday aniqlanadi?

II BO'LIM. PERSPEKTIVA

XV bob. PERSPEKTIVAGA KIRISH

15.1-§. Perspektivaga kirish va uning turlari

Tevarak-atrofniizda joylashgan narsalarning ko'zingizga asl holidan boshqacharoq ko'rinishi va bu holatning sabablarini o'rgnish perspektiva fanining shakllanishiga sabab bo'ldi. Masalan, turli ko'za va chelaklarning aylana qismlari umumiy vaziyatda ellips yoki to'g'ri chiziq holatida, o'zaro parallel bo'lgan temiryo'l relslari esa bizdan uzoqlashgan sari bir nuqtada uchrashgandek bo'lib ko'rinadi. Balandliklari bir xil bo'lgan simyog'ochlarning uzoqda joylashganlari boshidagilarga nisbatan kichik o'lchamda ko'rinadi. Bunday hodisalar biror qonuniyatga asoslanishini "Perspektiva" fani to'laqonli yoritib beradi.

Ona tabiatdagi narsalarning ko'zimizga o'z shakliga nisbatan biroz o'zgarib ko'rinishi, rassomlarning yaratgan realistik asarlaridagi chuqurlik fazosining ochib berilishi sabablari bir necha asrlardan beri o'rganilib kelingan va perspektiva faniga asos solingan.

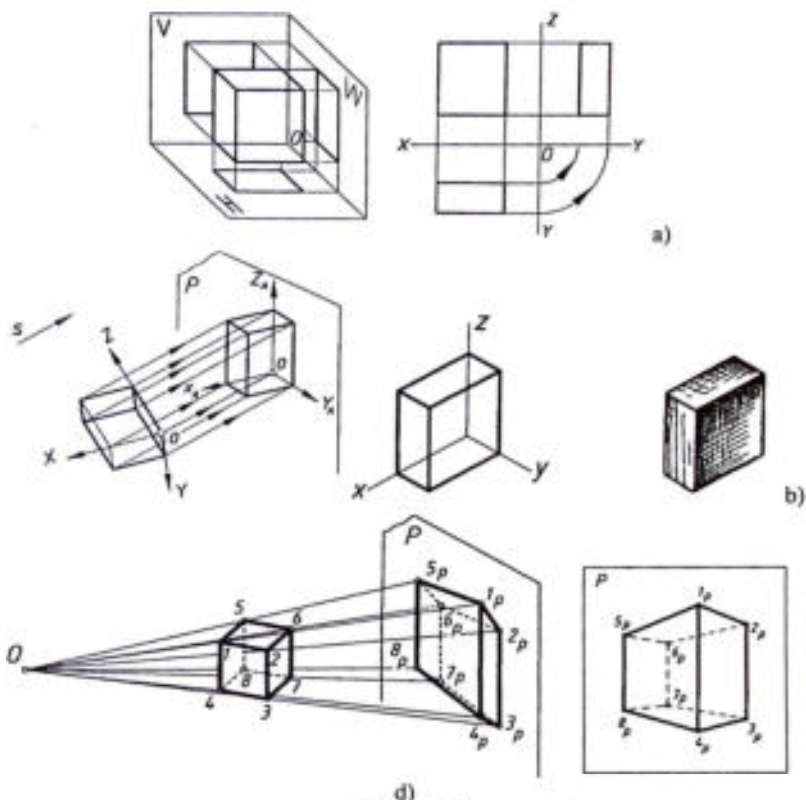
Perspektiva fani tabiatdagi narsalarning ana shunday ko'rinishini tekislik yoki biror sirt ustida tasvirlash usullarini o'rganadi. Perspektiva fransuzcha so'z bo'lib, *la perspective* — uzoqqa qarash, yunonchasiga esa *perspictor* — oyna orqali to'g'ri va aniq ko'rayapman degan ma'noni bildiradi.

Agar markaziy proveksiyalash insonning ko'rish xususiyati talablariga moslashtirilsa, yasalgan tasvir yaqqol va ishonchli chiqadi. Bu talablar proyeksiyalanuvchi obyektlarning bir-biriga nisbatan o'zaro joylashuvi va ular orasidagi masofalar bilan bog'liqdir.

Ta'rif. Insonning ko'rish xususiyatini hisobga olgan holda markaziy proyeksiyalash usulida bajarilgan tasvir *perspektiva* deb ataladi.

Perspektiva — tasviriy san'atning grammatikasidir, chunki yaratilgan har qanday realistik tasviriy san'at asari perspektiva qonuniyatlari asosida bajariladi yoki bajarilishi shart. Shundagina bu asarning to'g'ri qurilganligi yoki hayotiyiligi ta'minlanadi. Agar tasviriy san'at asari bu qoidalarga amal qilinmasdan yaratilsa, ilmiy kuzatuvchilar 'bu shaklda perspektiva yo'q', oddiy kuzatuvchilar 'bu shakldagi narsalar o'ziga o'xshamabdi' deydi. Perspektiva fani realistik shakl yaratish uchun ilmiy manba vazifasini o'taydi va narsalarni ko'z o'ngimizda qanday ko'rsak, shunday tasvirlashga yordam beradi.

Narsalarning fazodagi holati va ularning shaklini qanday ko'rsak, tekislikda huddi o'shanday ko'rinadigan qilib ilmiy asosda tasvirlashni o'rgatadigan fan *perspektiva* fanidir.



14.1- shakl

Perspektiv tasvir qurishda chizma geometriya fanida o'rganiladigan markaziy proyeksiyalash usuliga asoslaniladi. Demak, bunga qadar talaba ortogonal va aksonometrik proyeksiyalar hamda texnik shakl to'g'risida bilim, ko'nikmaga ega bo'lganligini inobatga olsak, ularning o'zaro farqlarini mustaqil tahlil qila olishi mumkinligi ayon bo'ladi. 14.1-shakl, *a* da parallelepipedning ortogonal, *b* da aksonometrik (izometriyasi va texnik shakli) va *c* da markaziy proyeksiyasilarining fazoviy hamda epyur (ish vaziyati) ko'rsatilgan. 14.1-shakl, *a* va *b* larda parallelepipedning xarakterli nuqtalaridan proyeksiyalash yo'nalishlariga parallel nurlar o'tkazilgan va ularni proyeksiyalar tekisligi bilan kesishgan nuqtalari aniqlangan. Ushbu nuqtalar mos ravishda tutashtirilsa parallelepipedning ortogonal yoki aksonometrik proyeksiyasi hosil bo'ladi.

Shunga o'xshash parallelepipedning markaziy proyeksiyasini qurish uchun proyeksiyalash markazi O nuqta uning uchlari – 1, 2, 3, ... nuqtalar bilan tutashtiriladi. Shunda $O1$, $O2$, $O3$, ... chiziq (proyeksiyalovchi nur)lar P tekislik bilan 1_P , 2_P , 3_P , ... nuqtalarda kesishib, prizmaning P tekislikdagi markaziy proyeksiyasini hosil qiladi (14.1-shakl, d).

Perspektiva turlari. Avval aytib o'tilganidek, perspektiva deb inson ko'rish xususiyatlarini hisobga olgan holda markaziy proyeksiyalash usulida bajarilgan tasvirga aytiladi.

Perspektiva rassomlar amaliyotida shakl tuzilishini to'g'ri bajarish, arxitektura qurilayotgan binoning kompozitsiyasini loyiha bosqichida tekshirib, unga tuzatishlar kiritish, aerofotogeodeziyada yuqoridan olingan suratlar orqali obyekt o'lchamlarini aniqlash, kriminalistikada avvaldan harakatda bo'lib to'qnashgan mexanizmlarning harakatini tiklash uchun, shuningdek, optika va boshqa sohalarida ishlatiladi.

Perspektiva ishlatilish joyi va qanday sirt ustida bajarilishiga qarab quyidagi turlarga bo'linadi:

1. **Kuzatish perspektivasi.** Bunda obyekt qanday ko'rinsa, xuddi shunday tasvirlash qoidalariga o'rganiladi.

2. **Havoii perspektiva.** Bunda narsa tasviri uning yoritilish kuchiga qarab ranglarda tasvirlanadi. Fazoning chuqurligi va kengligi rang orqali ifodalanadi.

3. **Analitik perspektiva.** Bunda narsaning tasviri grafik-analitik, ya'ni nuqtalar o'rtasida hisoblash orqali bajariladi.

4. **Geometrik perspektiva.** Geometrik perspektiva perspektiv tasvir yasashning asosi bo'lib, u tasvir yasaladigan sirt turiga ko'ra quyidagi turlarga bo'linadi:

4.1. **Chiziqli perspektiva.** Bunda narsaning tasviri gorizontal tekislikka nisbatan vertikal va ba'zan og'ma bo'lgan tekisliklarda yasaliadi.

4.2. **Panoramali perspektiva.** Bunda narsaning tasviri silindr sirtining ichki tomonida yasaliib, qarash nuqtasi sirt o'qida olinadi.

4.3. **Dioramali perspektiva.** Agar prizma yog'ida (qirrasida) panoramali perspektiva bilan o'z kattaligidagi narsalar birga qo'shib olinsa, *dioramali perspektiva* hosil bo'ladi.

4.4. **Qubballi (gumbazli) perspektiva.** Bunda narsaning tasviri sfera yoki ellipsoid sirtining ichki tomonida yasaliadi.

4.5. **Relyefli perspektiva.** Bunda narsaning tasviri fazoning bir qismida bajarilib, undan tekislikda bo'rttirilgan fazoviy tasvirlar yasashda va uncha chuqur bo'lmagan sahnalarda chuqurtlik fazosini oshirishda foydalaniladi. Relyefli perspektiva qonunlaridan asosan haykaltaroshlar foydalanadi.

4.6. **Teatral perspektiva.** Bunda tasvir bir nechta sirtlarda yasaliib, teatrlarda sahna bezash ishlarida qo'llaniladi. Bu perspektiva relyefli perspektiva prinsiplariga asoslangan bo'lib, hajmli tasvirlar bir necha tekisliklar bilan almashtiriladi. Bu perspektiva dekoratsiyalar yasashning uazariy asosi bo'lib hisoblanadi. Bunda perspektiv tasvir ketma-ket joylashtirilgan bir necha parallel tekislik (kuhsa)larda yasaliadi. Shunga ko'ra sahna juda keng va ko'p manzarali ko'rinadi. Sahna orti

ma'lum bir oraliqda bir-biriga nisbatan parallel yoki burchak ostida joylashtirilib, orqa dekoratsiya bilan qo'shib ketadi.

4.7. *Stereoskopik perspektiva*. Bunda narsaning ikki ko'rinishi, ya'ni chap va o'ng ko'z uchun alohida-alohida perspektiv tasvirlari — ikki nuqtadan turli ranglarda bajariladi hamda ular ma'lum burchak ostida ustma-ust qo'yiladi. Tasvir, xususan, chap ko'z uchun qizil, o'ng ko'z uchun ko'k rangli chiziqlar bilan chiziladi va ular *anaglif (bo'rttirilgan) tasvirlar* deyiladi. Anagliflar maxsus yasalgan qizil va ko'k rangli *stereoko'zoynaklar* orqali kuzatilsa, narsalar ko'z oldimizda hajmli bo'lib ko'rinadi.

4.8. *Plafonli perspektiva*. Bunda narsaning tasviri gorizontaal tekislikda yasaliib, asosan bino shiftlariga ishlanadi.

5. *Kinoperspektiva*. Bu grafik usulda foto-kino suratlari va kinofilmlar bo'yicha harakatlanuvchi obyektning tezligi va tezlanisli haqidagi ma'lumotlarni o'rgatuvchi alohida fan.

6. *Aeroperspektiva*. Bu perspektiva samolyotdan turib yerdagi obyektlarning tasvirini yasashda yoki aerofoto usul bilan surat olishda qo'llaniladi.

Keltirib o'tilgan perspektiva turlari uzoq tarixdan hozirgi kungacha rivojlanib keldi va bundan keyin ham rivojlanib boradi.

15.2-§. Perspektivaning geometrik apparati

Endi O nuqtani ko'z, ya'ni ko'rish nuqtasi S bilan, P tekislikni kartina tekisligi K bilan almashtirib, 14.2-shakldagi holatga o'tkazib, perspektiv tasvirlar yasashning geometrik apparati hosil qilinadi.

Perspektivaning geometrik apparati:

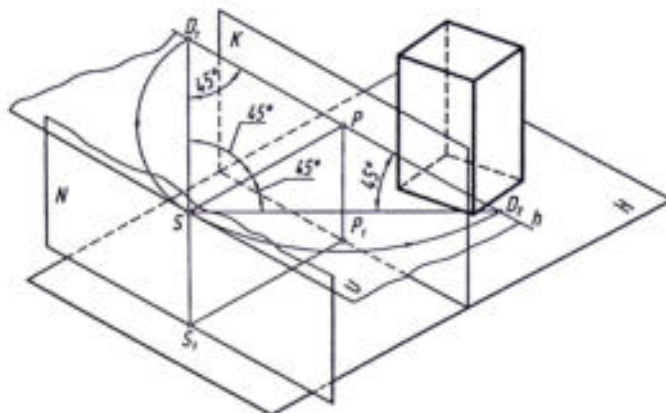
H — gorizontaal tekislik, ya'ni narsalar tekisligi. Yer shartli ravishda narsalar tekisligi deb qabul qilingan.

K — kartina tekisligi. U har doim H narsalar tekisligiga nisbatan perpendikular yoki qiya olinishi mumkin. Kartinadagi narsalarning tasviri *perspektiv tasvir* deb ataladi. Yoki qisqacha *perspektiva* deyiladi.

K_n — kartina asosi. U kartinaning narsalar tekisligi bilan kesishgan chizig'i.

S — ko'rish nuqtasining fazodagi geometrik o'mi. Uning balandligi perspektiv tasvirlar yasovchi (kuzatuvchi)ning qayerdan qarab bajarishiga bog'liq.

S_1 — ko'rish nuqtasi S ning H dagi asosi.



14.2- shakl

P – kartinaning bosh nuqtasi. Bu nuqta S ko'rish nuqtasidan kartinaga ikazilgan perpendikular to'g'ri chiziq orqali aniqlanadi. Ya'ni S dan K ga o'tkazilgan perpendikular chiziqning K bilan kesishgan nuqtasidir.

U – ufq tekisligi. S ko'rish nuqtasi orqali K kartinaga perpendikular qilib o'tkaziladi.

h – ufq (gorizont) chizig'i. U ufq tekisligining K bilan o'zaro kesishgan chizig'i.

SP – bosh yoki distansion masofa. U tanlab olingan kartina diagonalining 1,5—2 baravariga teng qilib olinadi. Bu distansion masofa asosan ko'rish burchagiga bog'liq bo'lib, ko'rish maydoni orqali tanlanadi.

N – neytral tekislik. Bu tekislik S ko'rish nuqtasidan K kartinaga parallel qilib o'tkaziladi.

Kartina va neytral tekisliklar fazoni uch qismga bo'ladi. Bu hosil bo'lgan fazolar shartli ravishda quyidagicha nomlanadi.

1. **Narsalar fazosi.** Kuzatuvchiga nisbatan kartina tekisligining orqasida joylashgan bo'ladi.

2. **O'rta yoki oraliq fazo (tasvirlar yasash fazosi).** Kartina tekisligi K bilan neytral tekislik N oralig'idagi fazo hisoblanadi.

3. **Mavhum fazo.** Kuzatuvchining ortidagi, ya'ni N neytral tekislikning orqasida joylashgan fazo.

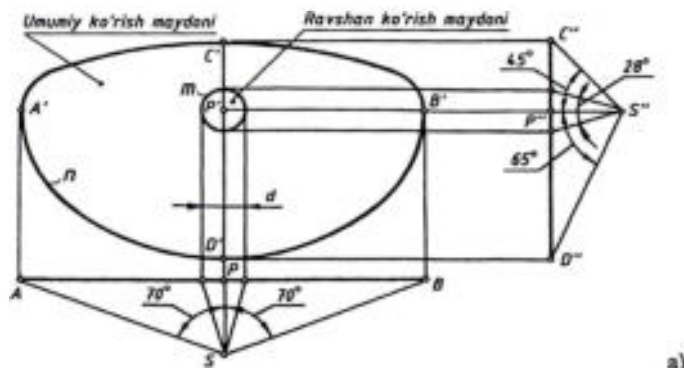
Ufq chizig'i. Odatda bu chiziq, tabiatda, Yer bilan Osmonning o'zaro kesishayotgan chizig'i hisoblanadi. U doimo gorizont holatda tasvirlanadi. Hayotda esa bu chiziqning o'ni rassom yoki perspektiv tasvir yasovchining xohishiga bog'liq bo'ladi.

Rassom yerning 'portret'ini tasvirlamoqchi bo'lsa, ufq chizig'ini kartinaning iloji boricha yuqoriroq'idan o'tkazishga harakat qiladi. Osmonni, binolarni,

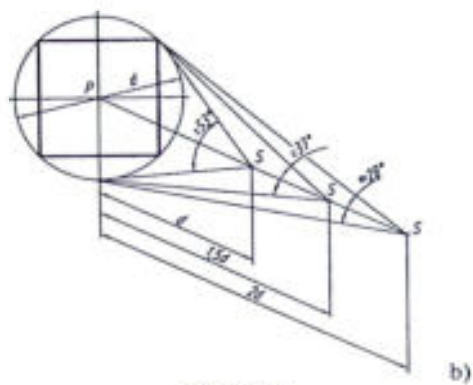
haykallarni va shu kabilarni mahobatli qilib ko'rsatishga to'g'ri kelsa, ufq chizig'ini kartinaning pastrog'idan o'tkazishga to'g'ri keladi. Ham yerni, ham osmonni bir xil ko'rsatish lozim bo'lsa, ufq chizig'i kartinaning o'rtarog'idan o'kaziladi.

Ko'rish maydoni. 14.3-shakl, *a* ga nazar tashlansa, undagi *n* yopiq egri chiziq ichidagi maydon odamning umumiy ko'rish maydoni sifatida tasvirlangan. Demak, inson gorizontol yo'nalishda umumiy 140° ($70^{\circ}+70^{\circ}=140^{\circ}$), vertikal yo'nalishda esa umumiy 110° ($45^{\circ}+65^{\circ}=110^{\circ}$) dagi maydonni ko'ra olar ekan. Ammo bu maydonda joylashgan har bir buyum yoki narsalarni aniq va ravshan ko'ra olmaydi. Ushbu shakldagi *m* egri chiziq (taxminan aylana) ichidagi maydon odamning ravshan ko'rish maydoni sifatida tasvirlangan.

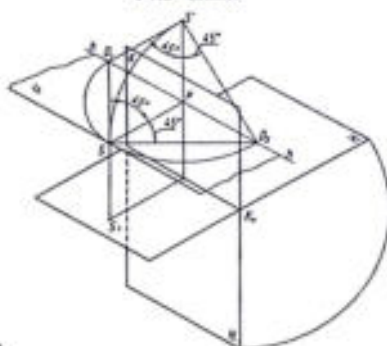
14.3-shakl, *b* da kuzatilayotgan maydonning o'rtasidagi *P* bosh nuqtadan unga chiqarilgan perpendikular chiziqdagi birinchi *S* nuqta (ko'rish nuqtasi) ko'rish maydonining *d* diagonaliga teng masofada olingan. Shunda ko'rish burchagi taxminan 53° ga to'g'ri keladi. 1,5 diagonaldan qaralsa, ko'rish burchagi taxminan 37° ni egallaydi. 2*d* masofaga teng bo'lgan masofadan kuzatilsa, qarash burchagi taxminan 28° ni tashkil etadi. Ushbu ko'rish burchagining eng optimal (eng maqsadga muvofiq) holatini taxminan 30° qilib olish tavsiya etiladi. Bu 1,5 – 2*d* oralig'ida tanlab olingan masofa hisoblanadi. Demak, eng yaxshi ko'rish burchagi 28° – 37° orasidagi burchak bo'lar ekan. Agar *SP* bosh masofa 2*d* dan oshib ketsa yoki 1,5*d* dan kamayib ketsa, optimal ko'rish maydoni buziladi. Shunda obyektning perspektivasida buzilish ro'y beradi, ya'ni tasvirda xatolikka yo'l qo'yiladi.



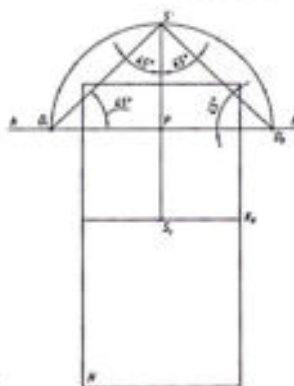
a)



14.3- shakl



a)



b)

14.4- shakl

Distansion (masofa) nuqtalar. Ko'rish nuqtasidan kartina tekisligigacha tanlab olingan masofa distansiya deyilib, u ufq chizig'ida ikki marta belgilanadi. Bosh ko'rish nuqtasining chap tomonida ufq chizig'i bo'yicha SP masofa o'lachab qo'yiladi va u nuqta D_1 bilan belgilana. Ufq chizig'ining P nuqtasidan o'ng tomonida SP ga baravar masofada olingan nuqta D_2 bilan belgilanadi. Bu ikkala nuqtaning perspektiv tasvirlar yasashdagi ahamiyati juda muhim hisoblanadi. PD_1 va PD_2 oraliqlar har qanday vaziatda ham bir xil kattalikda olinishi shart. Ular kartinaning **distansion (masofa) nuqtalari** ham deyiladi.

Perspektivaning geometrik apparatida S ko'rish nuqtasidan kartinaga 45° burchak ostida chap va o'ng tomonlarga gorizontaal chiziqlar chizilsa, bu chiziqlar ufq chizig'i bilan uchrashib, distansion nuqtalarni hosil qiladi va ular D_1 va D_2 deb belgilanadi (14.2 va 14.4-shakl, a).

K kartina tekisligi va H narsalar tekisligi bilan tekis chizma, ya'ni Monj epyurini hosil qilish uchun K_N kartina asosi aylanish o'qi sifatida qabul qilinadi va uning atrofida H ni pastga K bilan bitta tekislik hosil qilguncha aylantiriladi. Shunda H tekislik kartina K bilan bitta vertikal holatga o'tadi va u **kartina epyuri** deyiladi. Perspektiv apparatning bu holati qisqacha **kartina** deb ham ataladi. Kartinada D_1 va D_2 distansion nuqtalarni aniqlash uchun P dan yuqoriga SP masofa o'lachab qo'yiladi va u nuqta S' deb belgilanadi. S' dan $S'P$ ga 45° burchak ostida to'g'ri chiziqlar o'tkazilib, ufq chizig'ida D_1 va D_2 nuqtalar aniqlanadi (14.4-shakl, b).

15.1-§. Nuqtaning perspektivasi

H da A nuqta, fazoda B' nuqta va uning H dagi proyeksiyasi B_1 berilgan bo'lib, oldin A_1 nuqtaning perspektiv tasvirini yasash ko'rib chiqiladi (2.5-shakl, a).

Ko'rish nuqtasi S va uning H dagi asosi S_1 narsalar tekisligidagi A_1 nuqta bilan tutashirilib chiqiladi. Bu yerda SA_1 ko'rish nuri, S_1A_1 ko'rish nurining H dagi proyeksiyasi deyiladi. S_1A_1 va K_H bitta H tekislikka tegishli bo'lganligi uchun ular o'zaro A_K nuqtada kesishadi. SS_1A_1 uchburchak tekislik H ga perpendikular bo'lganligi uchun uning kartina bilan kesishish chizig'i H ga perpendikular bo'ladi. Shu sababli A_K dan K_H ga perpendikular chiziq o'tkazilsa, SA ko'rish nuri bilan A nuqta kesishadi. A nuqta A_1 nuqtaning K kartinadagi perspektiv tasviri hisoblanadi. Demak, A_1 nuqtaning kartinadagi A perspektivasi SA ko'rish nurining K bilan o'zaro kesishish nuqtasi ekan. Xuddi shu usulda fazodagi B' nuqtaning H dagi B_1 proyeksiyasining perspektivasi yasalanadi. So'ngra nuqtaning perspektivasi-dan vertikal chiziq davomida SB' ko'rish nurida fazodagi vaziyatining perspektivasi B nuqta aniqlanadi (15.1-shakl, b).

Endi, ushbu yasash jarayoni tahlil qilinadi vaundan bir qator qoidalar kelib chiqadi..

A_1 nuqtadan kartina asosi K_H ga perpendikular chiziq o'tkazilib, hosil bo'lgan A_0 nuqta P bilan tutashirilsa, bu chiziq nuqtaning perspektivasi A orqali o'tadi.

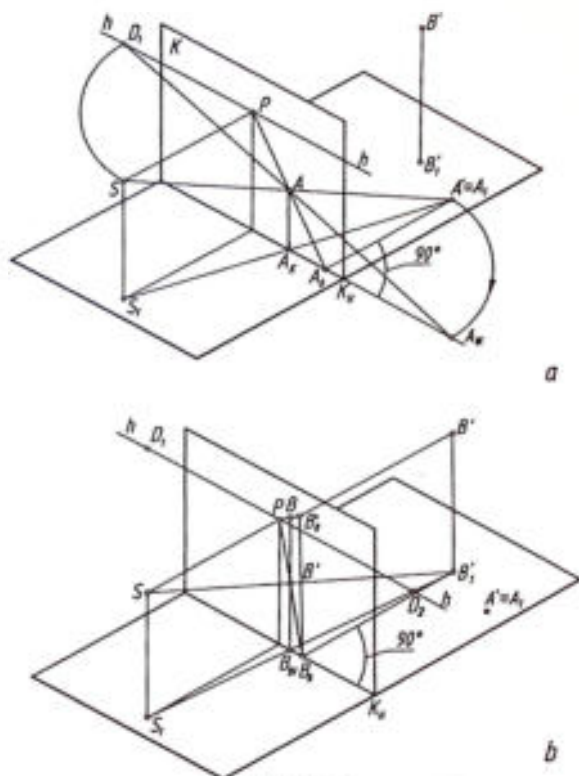
1-qoida. Kartinaga perpendikular to'g'ri chiziq perspektivada P bosh nuqtada uchrashar ekan.

A_1 nuqta sirkul yordamida A_0 nuqtadan kartina asosi K_H ga olib o'tilib, hosil bo'lgan A_{1K} (bu yerda A_1A_{1K} chiziq kartinaga nisbatan 45° burchakni tashkil etadi) distansion nuqta D_1 bilan tutashirilsa, A nuqta orqali o'tadi.

2-qoida. kartinaga 45° burchak ostidagi to'g'ri chiziqlar perspektivada distansion nuqtalardan birida uchrashar ekan.

B_1 dan K_H ga perpendikular chiziq o'tkazilib, B_{1K} aniqlanadi. B_{1K} dan vertikal chiziq chizilib, unga B_1B' balandlik o'lchab qo'yilib, P bilan tutashirilsa, B' nuqtaning perspektivasi B orqali o'tadi.

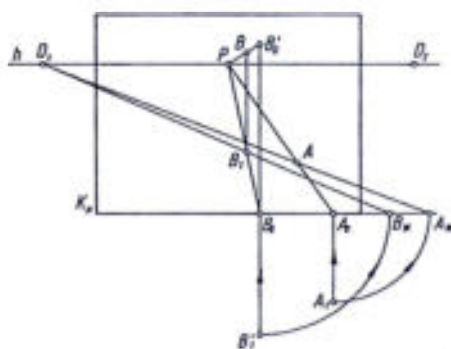
3-qoida. Vertikal (H ga perpendikular, kartinaga parallel) to'g'ri chiziq perspektivada geometrik parallelligini saqlagan holda vertikal tasvirlanadi. Perspektiv tasvirlar yasashda ushbu qoidalardan foydalanilsa, ortiqcha yasashlardan halos bo'linadi.



15.1- shakl.

Kartina epyurida (bundan keyin u faqat kartina deb yuritiladi) A nuqtaning perspektivasini yasash uchun A_1 dan kartina asosi K_H ga perpendikular chiziqlik chizilib, A_0 aniqlanadi va u P bilan tutashtiriladi. A_1A_0 masofa kartina asosi K_H ga olib o'tiladi yoki A_1 dan kartina asosiga 45° burchak ostida chiziqlik chizilib, A_{1K} topiladi va u nuqta D_1 , bilan tutashtiriladi. P va D_1 , nuqtalarga yo'nalgan to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishib, A_1 nuqtaning A perspektivasini aniqlaydi (15.2-shakl).

B' nuqtaning H dagi asosining perspektivasi xuddi A , nuqtaniki kabi yasaladi. B'_1 dan K_H ga perpendikular, ya'ni vertikal chiziqlik chizilib, B_0 aniqlanadi va unga B' nuqtaning balandligi $B_0B'_0$ masofa o'lchab qo'yiladi va B'_0 nuqta P bilan tutashtiriladi. B' dan vertikal chiziqlik chizilib, B'_0P chiziqlikda fazodagi B' nuqtaning perspektivasi B topiladi (15.2-shakl).

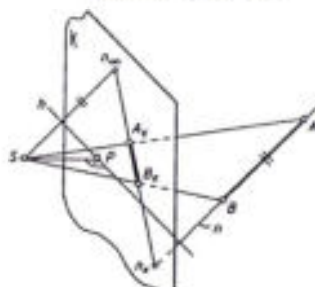


15.2- shakl

15.2-§. To'g'ri chiziqlarning perspektivasi

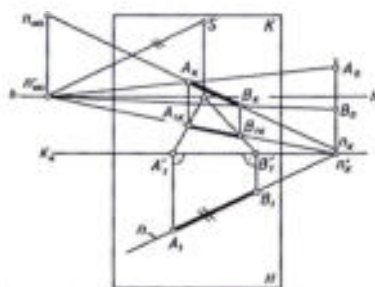
Umumiy va xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar perspektivasi. Fazoda n to'g'ri chiziq (unda yotgan AB kesma) K kartina tekisligi S ko'rish nuqtasi, P bosh nuqta, hh ufq chizig'iberilgan. n to'g'ri chiziqlarning perspektivasi quyidagi tartibda aniqlanadi (15.3-shakl, a va b).

1. n to'g'ri chiziqlarning davomi K kartina bilan kesishib, to'g'ri chiziqni n_K kartina izini beradi.



a)

15.3- shakl



b)

2. S ko'rish nuqtasidan n chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkaziladi va uni kartina bilan kesishgan n_{∞} nuqtasi aniqlanadi. Bu yerda n_{∞} fazodagi n to'g'ri chiziqlarning cheksizlikdagi xosmas nuqtasining perspektivasi, ya'ni *to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtasi* deyiladi.
3. To'g'ri chiziqlarning n_K kartina izi va n_{∞} uchrashish nuqtalari tutashtirilib, n to'g'ri chiziqlarning perspektivasi yasaladi.
4. AB kesmaning perspektivasini hosil qilish uchun S ko'rish nuqtasi A va B nuqtalar bilan tutashtiriladi. Bu proyeksiyalash nurlari n_K n_{∞} bilan kesishib, $A_K B_K$ kesmani beradi (15.3-shakl, a).

Chizmada H narsalar tekisligi berilmagan. Agar H narsalar tekisligi berilgan bo'lsa xuddi nuqtaning perspektivasini qurishdagi kabi AB kesmaning ham perspektiv tasvirini hosil qilish mumkin. 15.3-shakl, b da n to'g'ri chiziq va unga tegishli AB kesmaning perspektivasini qurishning ish vaziyati ko'rsatilgan.

To'g'ri chiziqlar H va K ga nisbatan egallagan holatlariga ko'ra umumiy va hususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarga ajratiladi. To'g'ri chiziq H ga ham K ga ham qiya vaziyatda bo'lsa, *umumiy vaziyatdagi*, H ga yoki K ga perpendikular yoki parallel, shuningdek, H ga parallel, K ga 45° burchak ostida bo'lsa, *hususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq* deyiladi.

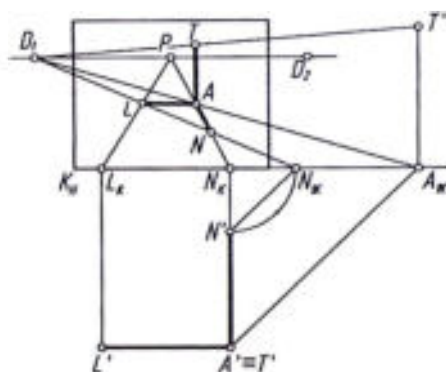
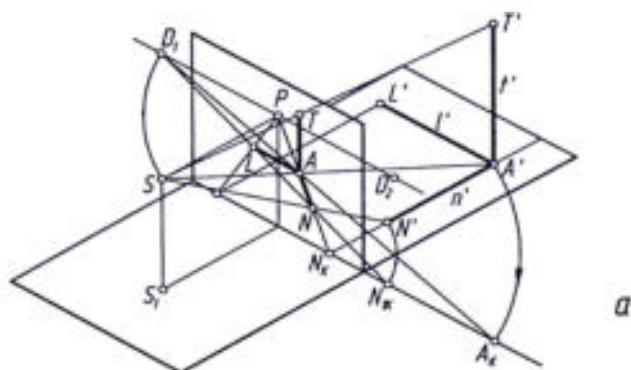
Quyida xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarning perspektiv tasvirlarini yasash ko'rib chiqiladi.

H da yotgan va K kartinaga perpendikular n' parallel l , vertikal l' chiziqlar berilgan (15.4-shakl, a). Ularning perspektivalarini yasash uchun yuqorida qayd qilingan qoidalaridan foydalaniladi.

1-qoidaga muvofiq n' chiziq K_H kartina asosigacha davom ettiriladi va N_K nuqta hosil qilinadi. N_K nuqta P bilan tutashtiriladi. n' chiziqdagi A' va N' nuqtalar ko'rish nuqtasi S bilan tutashtirilsa, $N_K P$ chiziqda ushbu nuqtalarning perspektiv tasvirlari A va N aniqlanadi.

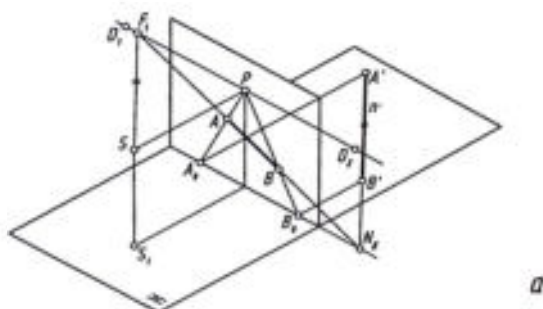
3-qoidaga asosanib l va l' chiziqlarning perspektivalari A nuqtadan ularning o'zlariga parallel qilib chiziladi. Ulardagi L va T nuqtalar, bu joyda ham SL' va ST nurlar orqali aniqlanadi (15.4-shakl, a).

Kaitinada bu chiziqlarning perspektivalarini yasashda 2-qoidaga asoslaniladi. A' va N' nuqtalardan kartina asosiga 45° burchak ostidagi chiziqlar chizilib, K_H da N_{LK} va A_{LK} nuqtalar aniqlanadi. Aniqlangan nuqtalar D_i bilan tutashtiriladi va ularning perspektivalari $N_K P$ chiziqda aniqlanadi. Qoidaga asosanib, A nuqtadan $A'L'$ ga va $A'T'$ ga parallel chiziqlar chiziladi. Bu yerda A' va T' nuqtalar planda o'zaro ustma-ust tuslib qolgan $A' = T'$. Shunda $L_K P$ da L nuqta, $T'D$, vositasida T nuqta aniqlanadi (15.4-shakl, b).

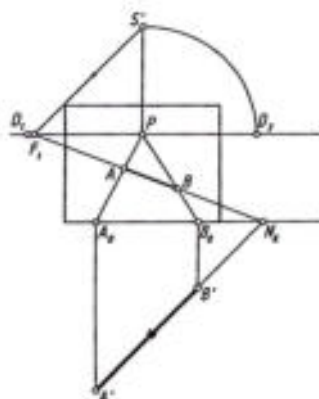


15.4-shakl

Ushbu perspektiv tasvir tahlil qihnsa, S ko'rish nuqtasidan kartinaga chizilgan perpendikular SP to'g'ri chiziq $A'N'$ ga parallel ($SP \parallel A'N'$) bo'ladi (1-qoida). S dan kartinaga 45° burchak ostidagi SD_1 to'g'ri chiziq $A'A_{1K}$ va $N'N_{1K}$ larga parallel ($SD_1 \parallel A'A_{1K}$, $SD_1 \parallel N'N_{1K}$) bo'ladi (2-qoida). S dan l' va t' larga o'tkazilgan parallel to'g'ri chiziqlar H va K ga parallel, lekin t' ga parallel chizilgani esa, H ga perpendikular tasvirlanmoqda.



a



b

15.5- shakl

Yuqoridagi umumiy va xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarning perspektivasidan quyidagi 4-qoida kelib chiqadi.

4-umumiy qoida. Har qanday to'g'ri chiziqlarning perspektivasi unga S ko'rish nuqtasidan parallel to'g'ri chiziq o'tkazilib, uni kartina tekisligi bilan kesishgan nuqtasi (berilgan chiziqlarning cheksizlikdagi xosmas nuqtasining perspektivasi) va shu chiziqlarning kartina izi (berilgan chiziqlarning K bilan kesishgan nuqtasi)ni tutashtirish orqali aniqlanadi.

H da yotgan n' to'g'ri chiziq kartinaga nisbatan ixtiyoriy burchak ostida (parallel ham, perpendikular ham, 45° burchak ostida ham emas) berilgan bo'lsa, 4-qoidaga asoslanib S ko'rish nuqtasidan unga parallel chizib, ufq chizig'ida uchrashish nuqtasi, aytaylik, F_1 nuqta aniqlanadi (15.5-shakl, a). Endi, n' chiziq kartina asosi bilan kesishguncha davom ettiriladi va K_H da N_K topiladi. N_K nuqta F_1 bilan tutashtirilsa, n' to'g'ri chiziqlarning perspektivasi aniqlanadi. n' to'g'ri chiziqlardagi A' va B' nuqtalarning o'zini ulardan kartina asosiga perpendikular yoki

45° burchak ostida chizilgan chiziqlar vositasida aniqlanadi.

Kartina ushbu jarayonni ish vaziyatida tashkil qilish F_1 uchrashish nuqtasini qanday aniqlash kerakligidan boshlanadi.

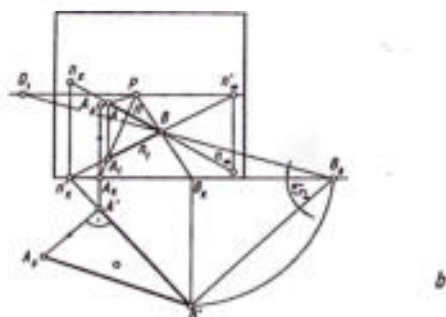
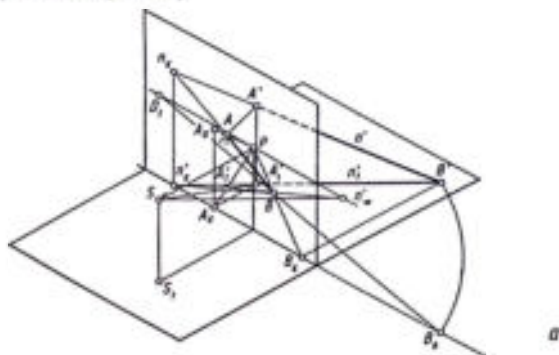
1. P nuqtadan ufq chizig'iga perpendikular chiziq chiziladi va unga PD_1 masofa oichab qo'yiladi hamda bu nuqta S' deb belgilanadi. Shunda S ko'rish nuqtasining kartina bilan jipslashtirilgan holati hosil bo'ladi.

2. S' dan n' to'g'ri chiziqqa parallel chiziq chizilib, ufq chizig'ida uning uchrashish nuqtasi F_1 aniqlanadi.

3. n' to'g'ri chiziqdagi A' va B' nuqtalarning perspektivalari kartina perpendikular chiziqlar o'tkazish orqali aniqlanadi. Qolgan ishlarning bajarilishi chizmadan tushunarli (15.5-shakl, b).

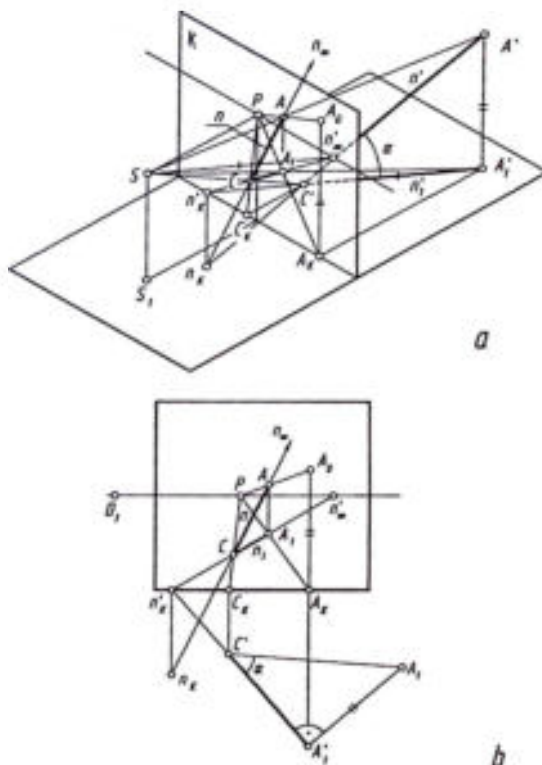
To'g'ri chiziq H ga ham, K ga ham og'ma bo'lsa, bunday to'g'ri chiziqlar *umumiy vaziyatdagi chiziqlar* deb yuritiladi. Bunday to'g'ri chiziqlar, o'z navbatida, ikki turga *pasayuvchi* va *ko'tariluvchilarga* ajratiladi.

Pasayuvchi chiziq pastga yo'naltirganda H ni, yuqoriga yo'naltirganda K ni kesib o'tadi (15.6-shakl, a va b).



15.6- shakl

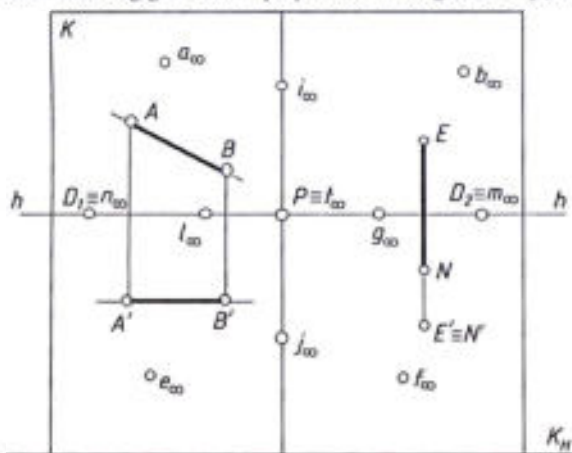
Ko'tariluvchi to'g'ri chiziq pastga yo'naltirilganda H ni kesadi, ammo yuqoriga yo'nalganda K ni kesmasligi mumkin. Lekin uning pastga yo'nalishi davom ettirilsa, K ni H dan pastda (yoki yuqorida) kesishi mumkin (15.7-shakl, a va b). Shunday umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarning perspektivalarini yuqorida qayd etilgan qoida va yasashlardan foydalanib bajarish mumkin.



15.7- shakl

15.8- shaklda turli vaziyatlardagi to'g'ri chiziqlarning perspektivasini ish vaziyati (epyuri) berilgan. Bu yerda K kartina tekisligi shartli ravishda 4 bo'lakka bo'lib olingan. Ular quyidagicha nomlanadi.

1. Chapga yuqoriga ko'tariluvchi to'g'ri chiziqli (a_∞).
2. O'ngga yuqoriga ko'tariluvchi to'g'ri chiziqli (b_∞).
3. Chapga pastga pasayuvchi to'g'ri chiziqli (e_∞).
4. O'ngga pastga pasayuvchi to'g'ri chiziqli (f_∞).
5. To'g'riga ko'tariluvchi to'g'ri chiziqli (i_∞).
6. To'g'riga pasayuvchi to'g'ri chiziqli (j_∞).
7. Chapga yo'naluvchi gorizontali to'g'ri chiziqli (l_∞).
8. O'ngga yo'naluvchi gorizontali to'g'ri chiziqli (g_∞).
9. Kartinaga perpendikular to'g'ri chiziqli (n_∞).
10. Chapga yo'naluvchi va kartinaga nisbatan 45° burchak ostidagi gorizontali to'g'ri chiziqli (m_∞).
11. O'ngga yo'naluvchi va kartinaga nisbatan 45° burchak ostidagi gorizontali to'g'ri chiziqli (n_∞).
12. Kartinaga nisbatan parallel to'g'ri chiziqli (AB).
13. Narsalar tekisligiga nisbatan perpendikular to'g'ri chiziqli (EN).



15.8- shakl

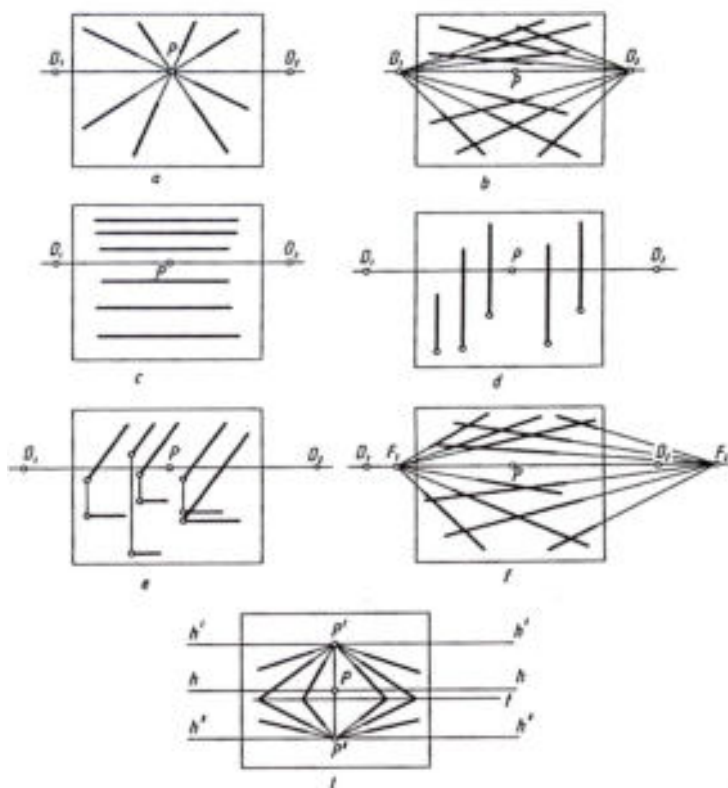
Parallel to'g'ri chiziqlarni perspektivada tasvirlash. Kartinaga perpendikular to'g'ri chiziqlar 1-qoidaga binoan P bosh nuqtada uchrashishadi (15.9-shakl, a). Kartinaga 45° burchak ostida bo'lgan H ga parallel to'g'ri chiziqlar o'zaro 2-qoidaga binoan perspektivada D_1 yoki D_2 distansion nuqtalarda uchrashishadi (15.9-shakl, b).

Kartinaga parallel gorizontali, vertikal to'g'ri chiziqlar 3-qoidaga binoan perspektivada o'zaro uchrashish nuqtalariga ega emas, ular ufq chizig'iga parallel yoki perpendikular tasvirlanadi, ya'ni har qaysisi o'zining geometrik parallelligini saqlagan holda tasvirlanadi (15.9-shakl, c va d). Kartinaga parallel, H ga umumiy vaziyatda bo'lgan chiziqlar ham o'zaro uchrashish nuqtasiga ega bo'lmaydi (15.9-

shakl, e). Kartinaga parallel bo'lgan bunday chiziqlar perspektivada o'zlarining H dagi asoslari bilan birgalikda tasvirlanadi.

H ga parallel, kartinaga ixtiyoriy burchak ostidagi o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar ufq chizig'idagi F_1 yoki F_2 nuqtada 4-qoidaga muvofiq uchrashishadi (15.9-shakl, f).

Kartinaga nisbatan pasayuvchi yoki ko'tariluvchi tekisliklardagi o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar perspektivada asosiy ufq chizig'i h ning yuqorirog'i yoki pastrog'idan o'tadigan pasayuvchi tekislikdagi h' dagi P' da yoki ko'tariluvchi tekislikdagi ufq chizig'i h dagi P nuqtada o'zaro uchrashishadi. Ikkala tekislik (ko'tariluvchi va pasayuvchi) o'zaro t chiziqda kesishmoqda (15.9-shakl, f).



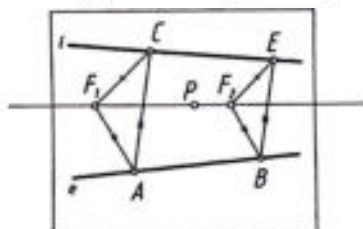
15.9- shakl.

Ba'zi hollarda to'g'ri chiziqlar kartinaga nisbatan juda kichik burchakni

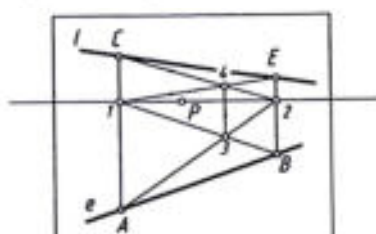
tashkil qiladi. Ularning perspektivalarini yasashda ufq chizig'idagi uchrashish nuqtasi kartina chegarasidan ancha olisda bo'lishligini hisobga olishga to'g'ri keladi. Bunday hollarda alohida usul qo'llash taqozo etiladi. Shundaylardan biri, masalan, uchburchak va to'rtburchak diagonali usullaridir.

Uchburchak usuli. Ufq chizig'ida uchrashish nuqtasiga ega bo'lmagan e chizig'ining perspektivasi berilgan bo'lib, unga l chiziqni parallel qilib o'tkazish joiz bo'lsa, u vaqtda, e to'g'ri chiziqa A , l to'g'ri chiziqa C nuqta tanlab olinadi. Ufq chizig'ida ham ixtiyoriy F_1 va F_2 lar belgilanadi. F_1 bilan A va C nuqtalar tutashiriladi. F_2 dan F_1A va F_1C larga parallel chiziqlar o'tkazilsa, e dagi B nuqta aniqlanadi. B nuqtadan AC ga parallel chizilsa, l dagi E nuqtaning o'rni aniqlanadi, $l(CE)$ eliiziq perspektivada e ga parallel chizilgan hisoblanadi (15.10-shakl).

To'rtburchak usuli. e chiziqqa l chiziqni parallel qilib o'tkazish uchun e da A va B nuqtalar, o'tkazilishi lozim bo'lgan l da C nuqta tanlab olinadi. A va B nuqtalardan ufq chizig'iga perpendikular chiziqlar o'tkazib, 1 va 2 nuqtalar aniqlanadi. $A12B$ to'rtburchakning diagonalari o'zaro 3 nuqtada kesishadi. O'tkazilishi lozim bo'lgan l chiziqning C nuqtasi $A1$ chiziqning davomida tanlanadi. C nuqta 2 bilan tutashiriladi va u 3 nuqtadan chiqarilgan vertikal chiziqni 4 nuqtada kesadi. 1 va 4 nuqtalarni tutashiruvchi to'g'ri chiziq davomi $B2$ chiziq bilan E nuqtada kesishadi. C va E nuqtalarni tutashirish natijasida, perspektivada e chiziqqa parallel bo'lgan l chiziq hosil qilinadi (15.11-shakl).



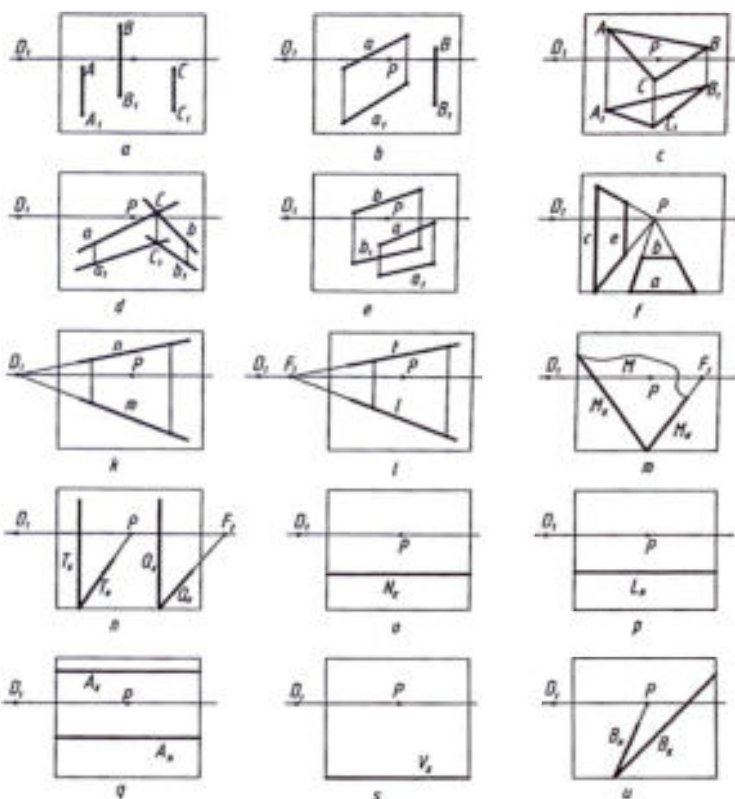
15.10- shakl.



15.11- shakl.

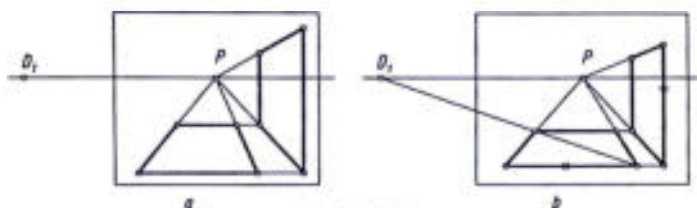
15.3-§. Tekislikning perspektivasi

Tekislik fazoda o'zaro ustma-ust tushmagan uchta A , B va C nuqta (15.12-shakl, a), bitta a to'g'ri chiziq va unda yotmagan B nuqta (15.12-shakl, b), ABC uchburchak (15.12-shakl, c), o'zaro kesishuvchi ikkita a va b to'g'ri chiziq (15.12-shakl, d), o'zaro parallel a va b to'g'ri chiziqlar (15.12-shakl, e), o'zaro ufq chizig'iga parallel a va b to'g'ri chiziqlar (15.12-shakl, f), vertikal vaziyatdagi o'zaro parallel c va e to'g'ri chiziqlar (15.12-shakl, g), kartinaga 45° burchak ostida bo'lgan o'zaro parallel m va n to'g'ri chiziqlar (15.12-shakl, h), kartinaga qiya H ga parallel l va l to'g'ri chiziqlar (15.12-shakl, i) orqali tasvirlanadi.

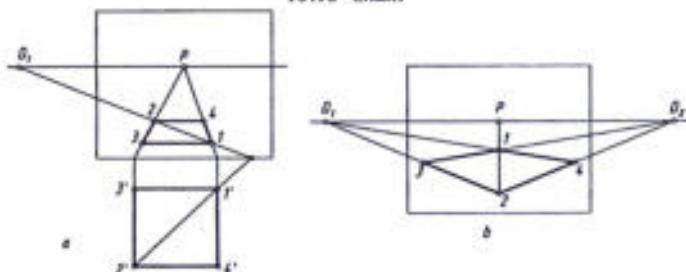


15.12- shakl

Xususiy hollarda T tekislik kartinaga ham, H ga ham perpendikular vaziyatda izlari orqali (15.12-shakl, n), kartinaga qiya, H ga perpendikular Q tekislik izlari bilan (15.12-shakl, n), kartinaga ham, H ga ham qiya umumiy vaziyatdagi M tekislik izlari orqali (15.12-shakl, m), kartinaga perpendikular tekislik N_K izi orqali (15.12-shakl, o), kartinaga parallel tekislik L_H izi orqali (15.12-shakl, p), kartinaga ham, H ga ham qiya pasayuvchi A tekislik izlari orqali (15.12-shakl, q), kartinaga va H ga nisbatan kitob varag'i vaziyatidagi V tekislik izi orqali, bunday tekislik izi kartinaga asosida tasvirlanadi (15.12-shakl, s), kartinaga perpendikular H ga qiya B tekislik izlari orqali (15.12-shakl, u) hamda tekislik turli tekisliklar gorizontal, vertikal to'g'ri to'rt burchak (15.13-shakl, a va b), kvadrat (15.14-shakl, a va b) kabi ko'rinishlarda tasvirlanishi mumkin.



15.13- shakl



15.14- shakl.

Umumiy holda T tekislik K ga ham, H ga ham qiya vaziyatda, o'zaro 1 nuqtada kesishuvchi m va n to'g'ri chiziqlar orqali berilishi mumkin. Bunday tekislikni perspektivada izlari orqali tasvirlash uchun oldin 1 nuqtaning perspektivasi, keyin m , n chiziqlarda tanlab olingan $2'2''$, $3'3''$ nuqtalarning kartina asosidagi 2_0 , 3_0 nuqtalar aniqlanib, 1 nuqta bilan tutashtirib davom ettiriladi va S dan m' , n' larga parallel qilib o'tkazilgan ko'rish nurlari bilan kesishtiriladi. So'ngra m , n chiziqlarning kartina tekisligidagi izlari m_K , n_K , m_∞ , n_∞ lar belgilanib, ular o'zaro tutashtiriladi. Shunda tekislikning izlari T_K , T_∞ lar topiladi va H dagi izi T_H shartli ravishda kartina asosida tasvirlanadi (15.15-shakl, a va b).

Tekislikning perspektivasi qurishning umumiy algoritmi quyidagicha bo'ladi.

1. Ko'rish nuqtasi S dan berilgan T tekislikka parallel tekislik o'tkaziladi va uning kartina bilan kesishgan chizig'i T_∞ aniqlanadi. O'tkazilgan tekislik *parallelizm tekisligi*, aniqlangan T_∞ chiziq esa berilgan tekislikning cheksizlikdagi xosmas chizig'ining perspektivasi, ya'ni *uchrashish chizig'i* deb ataladi.

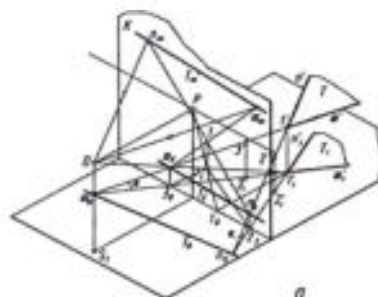
2. Berilgan T tekislik davom ettiriladi va uning kartina bilan kesishgan chizig'i T_K aniqlanadi. Bu berilgan tekislikning *kartina izi* deyiladi va u har doim tekislikning T_∞ uchrashish chizig'iga ($T_K || T_\infty$) parallel bo'ladi (5-qoida).

3. Berilgan T tekislik davom yana ettirilsa, u H narsalar tekisligini kesadi va T_H to'g'ri chiziqni hosil qiladi. Bu T_H to'g'ri chiziq tekislikning H dagi izi hisoblanadi (15.15-shakl, a).

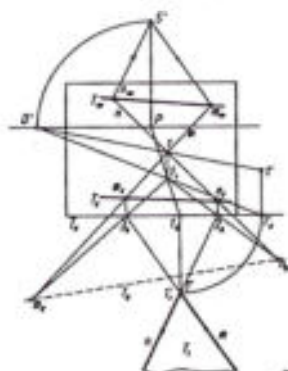
Fazodagi tekislik K kartina va H narsalar tekisligiga nisbatan umumiy va xususiy vaziyatda bo'lish bilan bir qatorda ko'tariluvchi va pasayuvchi tekisliklar-

ga bo'linadi. Ularning nomi va perspektivasi quyida keltirilgan (1.20- shakl).

1. Chapga ko'tariluvchi tekislik (A_m).
2. O'ngga ko'tariluvchi tekislik (B_m).
3. Chapga pasayuvchi tekislik (E_m).
4. O'ngga pasayuvchi tekislik (F_m).
5. To'g'riga ko'tariluvchi tekislik (Q_m).
6. To'g'riga pasayuvchi tekislik (T_m).
7. Gorizontal (H ga parallel) tekislik (G_m).
8. Chapga yo'nalgan vertikal tekislik (I_m).
9. O'ngga yo'nalgan vertikal tekislik (J_m).
10. O'ngga yo'nalgan va kartinaga 45° burchak ostidagi vertikal tekislik (L_m).
11. Chapga yo'nalgan va kartinaga 45° burchak ostidagi tekislik (O_m).
12. Kartinaga perpendikular tekislik (N_m, M_m).
13. Kartinaga parallel tekislik (V_H).



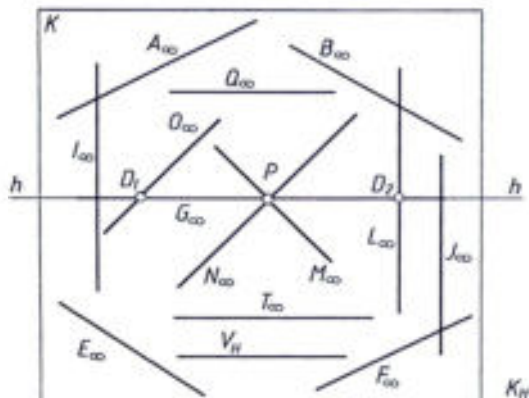
a



b



1.19- shakl



1.20- shakl.

Nazorat savollari

1. Perspektiva deb nimaga aytiladi?
2. Perspektivaning geometrik apparatini tushuntirib bering.
3. Eng yaxshi ko'rish burchagi necha gradus bo'ladi?
4. Nuqtaning perspektivasi qanday hosil qilinadi?
5. To'g'ri chiziqning perspektivasi qanday hosil qilinadi?
6. Tekislikning perspektivasi qanday hosil qilinadi?
7. To'g'ri chiziq va tekislikning izlari deganda nimani tushunasiz?
8. Ko'tariluvchi, pasayuvchi to'g'ri chiziq va tekisliklar deganda nimani tushunasiz?

16.1-§. Perspektiv masshtablar to'g'risidagi asosiy tushunchalar

Kartinning haqiqiy kattalik masshtabi – kartinadagi o'lchov birligining asli (natura) dagi o'lchov birligiga nisbatan hisoblanadi.

Kartinada ufq chizig'ini tik turgan odamning ko'zlari balandligi orqali o'tadigan sathdan o'tkazish qabul qilingan. Uning balandligi $SS_1=1500\text{ mm}$ atrofida olinadi.

Kartinning asosi (eni) *kenglik masshtabi*, vertikal tomoni *balandlik masshtabi*, kartinning burchagi (O nuqta) dan P bosh nuqtaga tomon chizilgan OP masofa *chuqurlik (yoki ichkarilik) masshtabi* deyiladi. Kartinda perspektiv masshtabni koordinatalar bilan bog'lab o'rganish yaxshi samara beradi. Kenglik masshtabini X , balandlik masshtabini Z va chuqurlik masshtabini Y deb belgilab, xonaning perspektivasi chizib ko'riladi (16.1-shakl). Demak, perspektivada koordinatalar bilan bog'liq bo'lgan yasashlarni osonlashtirish va tezlashtirish maqsadida *perspektiv masshtablar* deb ataluvchi to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasining perspektiv modelidan foydalaniladi.

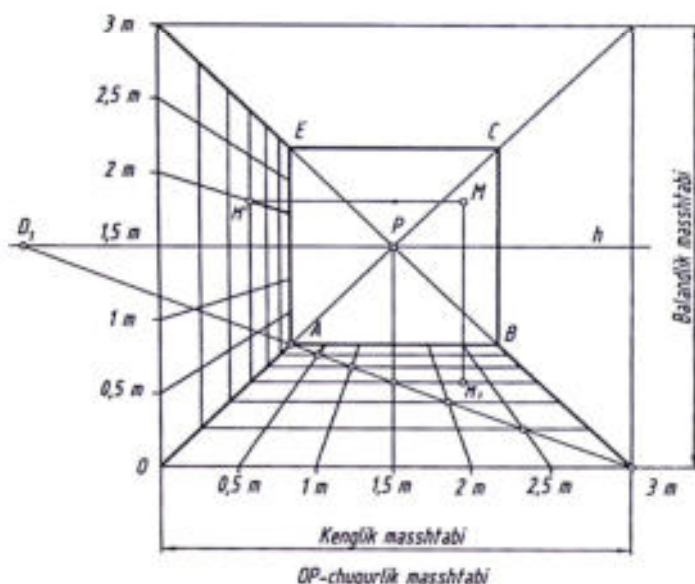
Xonaning eni 3 m , balandligi 3 m , ichkarisi ham 3 m deb olinsa, ufq chizig'ini $1,5\text{ m}$ balandlikda o'tgan deb qaraladi. Kartina asosi va balandligiga $0,4\text{ m}$ li kesmalar oichab qo'yib, perspektiv shkalalar hosil qilinadi.

Har bir nuqta P bilan tutashtiriladi va OP , $0,5mP$, $1mP$ larning $3mD_1$ chizik bilan kesishgan nuqtalaridan kartina asosiga parallel to'g'ri chiziqlar chizilib, perspektivada kvadrat to'rlar pol tekisligida hosil qilinadi. To'rlarning yon devor asosidagi OP chiziq bilan kesishgan nuqtalaridan vertikal chiziqlar chizilib, yon devorda ham kvadrat to'rlar yasaladi. Bu to'rni *to'r-transparent* ham deyishadi.

A nuqtadan xonaning ichki devoiri $ABCE$ yasaladi. Xona ichida ixtiyoriy joyda, xohlagan balandlikda olingan MM , kesma tahlil qilinsa, u $1,5\text{ m}$ ichkarida, xonaning chap devoridan $2,25\text{ m}$ uzoqlikda balandligi 2 m ga teng ekan. Shu tartibda xona ichidagi barcha jihozlar to'rlar yordamida aniqlanadi.

Kvadrat to'rlardan foydalanib, uy jihozlarining perspektiv tasvirlarini ham yasash mumkin. Perspektivada narsalarning tasvirini yasashdan oldin kartina uchun o'lchov birligi, ya'ni masshtab tanlanadi, agar berilgan bo'lsa u aniqlanadi.

Ma'lumki, har qanday hajmli narsa uch o'lchovli bo'lib: kenglik, balandlik va chuqurlik (ichkarilik) masshtablari orqali aniqlanadi va ularning perspektiv tasvirlari yasaladi



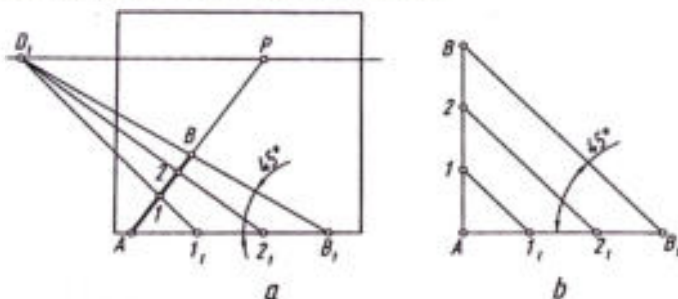
16.1-

shakl

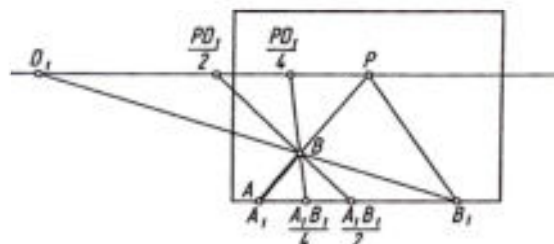
16.2-§. Chuqurlik masshtabi

Perspektivada barcha yasahlar chuqurlik masshtabi yordamida amalga oshiriladi. Masalan, kartinaga perpendikular AB kesmani teng uch qismga bo'lish uchun D_1 yoki D_2 nuqtadan foydalaniladi.

16.2-shakl, b ga e'tibor berilsa, BAB_1 to'g'ri burchak tomonlari 45° burchak ostidagi chiziqlar orqali bir xil kattalikdagi kesmalarga bo'lingan. Xuddi shu usul perspektivada ham qo'llaniladi (16.2-shakl, a).



Ko'pincha D_1 va D_2 distansion nuqtalar kartina chegarasidan olisroq masofada joylashgan bo'ladi. Bu hol perspektivada tasvirlar yasashni qiyinlashtiradi. Qiyinchilikning oldini olish maqsadida perspektiv masshtablarga murojaat qilishga to'g'ri keladi. Perspektiv masshtab yordamida o'sha D_1 yoki D_2 nuqtalarni kartina ichiga olib kirish orqali tasvirlar yasashni soddalashtirish mumkin. Buning uchun perspektiv kasr nuqtalardan foydalaniladi. Perspektiv kasr deganda distansion masofa PD_1 (PD_2) ning teng bir qismi (ulushi), ya'ni $PD/2$ yoki $PD/4$ masofa tushuniladi (16.3-shakl). Shunda distansion kasr masofa kartina ichida tasvirlangan bo'ladi. Perspektiv masshtablardagi bu xususiyat *kasr masshtabi* deb ataladi.

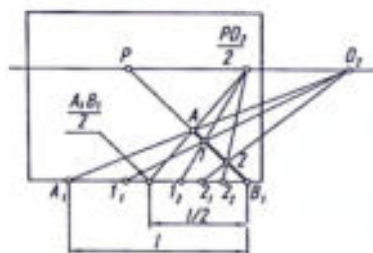


16.3- shakl.

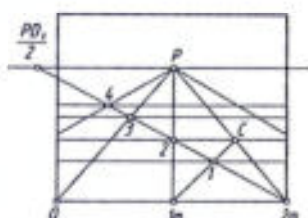
Agar PD (to'liq distansion) masofadan foydalanib AB kesmaning perspektivasi yasalsa, AB ning to'liq uzunligidan (AB_1), $PD/2$ (yarim distansion) masofadan foydalanib AB ning perspektivasi yasaladigan bo'lsa, AB ning teng yarmidan ($AB_1/2$), $PD/4$ (chorak distansion) masofa tadbiq etilsa, AB ning choragidan ($AB_1/4$) foydalaniladi (16.3-shaklga q.). Har uchala vaziyatda ham yasashlar B nuqta orqali o'tmoqda, ya'ni B nuqta o'z o'rnida tasvirlanmoqda.

16.4-shaklda AB_1 (l) kesmani $PD/2$ kasr masshtabdan foydalanib o'zaro teng uch qismga bo'lish ko'rsatilgan. Bu yerda ham $A_1B_1/2$ nuqta $PD/2$ bilan tutashtirilganda A nuqtadan o'tmoqda.

1_1D_2 chiziqla 1 , 2_1D_2 chiziqla 2 nuqtalarning geometrik o'rinlari B_1P chiziqla aniqlanmoqda. $A_1B_1/2$ ham teng uch qismga bo'linib, hosil bo'lgan 1_2 , 2_2 nuqtalar kasr nuqta $PD/2$ bilan tutashtirilsa, 1 va 2 nuqtalar orqali o'tadi. Demak, biror to'g'ri chiziq kesmasini n masofa baravar qismlarga bo'lishda qanday kasr nuqtadan foydalanilgan boisa, kesma ham o'sha nisbatga bo'linar ekan.



16.4- shakl



16.5- shakl

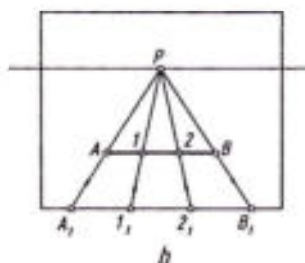
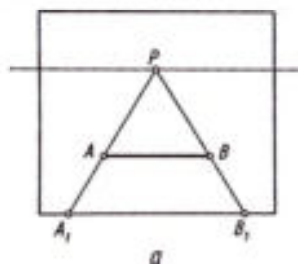
Kartina asosini 2 m deb qabul qilib, distansion kasr nuqta $PD_1/2$ bilan 2 m nuqta tutashtirilsa, OP da bir yo'la 4 metrlik masofa hosil bo'ladi. 1 m nuqta ham P bilan tutashtirilsa, unda 2 metrlik masofa aniqlanadi. Bu masofalar chuqurlik (ichkarilik) masshtabidan foydalanib aniqlanadi (16.5-shakl). Endi, har bir hosil bo'lgan 2×1 metrlik to'rtburchakni ikkiga bo'lib, ikkita kvadrat yasash uchun to'rtburchakning ikkinchi diagonalini $1mC$ o'tkaziladi. Shu tartibda 3 nuqta ham aniqlanib, 1 va 3 nuqtalardan kartina asosiga parallel to'g'ri chiziqlar chizilsa, to'rtburchaklar 1×1 merli kvadratlarga ajraladi.

16.3-§. Kenglik masshtabi

16.6-shakl, a ga razm solinsa, K va H tekisliklarga nisbatan parallel bo'lgan A, B kesma ufq chizig'i tomon qisqarib, AB vaziyatga keltirilganligini ko'ramiz. Kartina asosiga parallel to'g'ri chiziqning ufq chizig'i tomon qisqarib borishi *kenglik masshtabi* deyiladi.

Kartina asosiga parallel AB kesmani o'zaro teng uch qismga bo'lishni ko'rib chiqaylik (16.6-shakl, b).

Buning uchun A va B nuqtalar P bilan tutashtirilib, kartina asosida uning haqiqiy uzunligi A_1B_1 aniqlanadi. A_1B_1 teng uchga bo'linadi va undagi $1_1, 2_1$ nuqtalar P bilan tutashtiriladi. Shunda perspektivadagi AB kesma teng uch qismga bo'linadi (16.6-shakl, b). Ushbu kenglik masshtabi haqidagi ma'lumotlar keyingi mavzularda to'ldirilib boriladi.



16.6- shakl

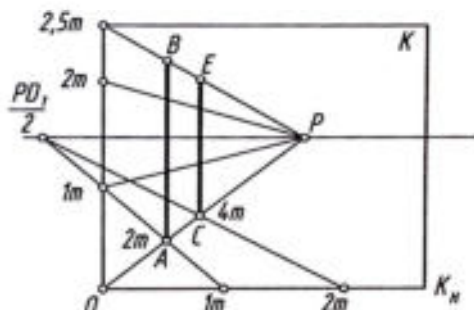
16.4-§. Balandlik masshtabi

Kartining vertikal yon tomoniga parallel (H ga perpendikular) to'g'ri chiziqlarning ufq tomon qisqarib borishini aniqlash *balandlik masshtabi* deyiladi.

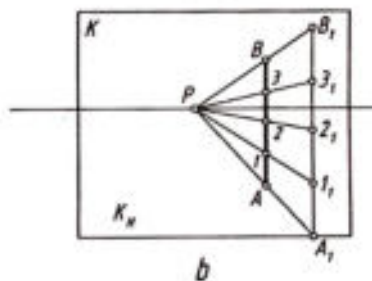
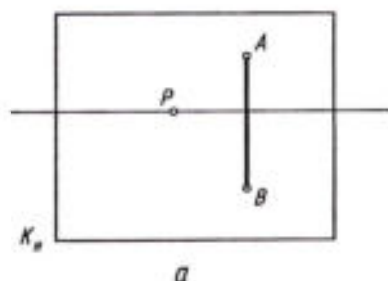
16.7-shaklda AB va CE kesmalarni ichkari tomon 2 m va 4 m da qanchaga qisqarib tasvirlanishi ko'rsatilgan.

16.8-shakl, a da AB vertikal kesma perspektivasi, 16.8-shakl, b da esa uni o'zaro teng to'rt qismga bo'lish ko'rsatilgan.

Balandlik masshtabi chuqurlik va kenglik masshtablari bilan birga bajariladi.



16.7- shakl



16.8- shakl

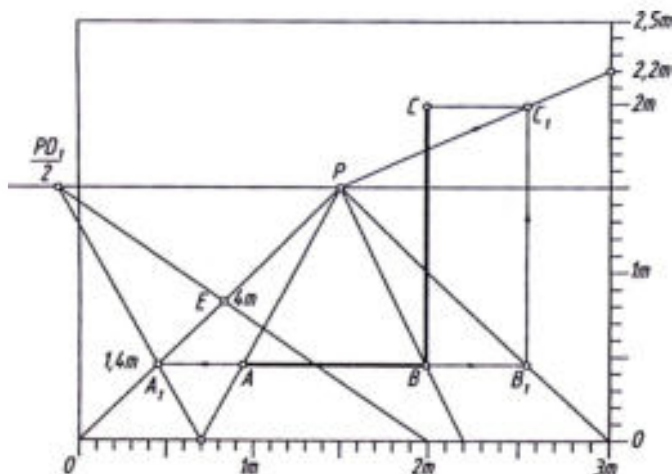
16.5-§. Perspektiv masshtablardan (shkalalardan) amaliy foydalanish

Kartina asosi va vertikal yon tomoniga metrlarda shkalalar chizib olinadi. Har bir metr oralig'i santimetr (sm) larga bo'lib chiqiladi.

Perspektivadagi AB va CE kesmalarning o'lchamlarini aniqlash uchun A va B nuqtalar P bilan tutashtiriladi. Shunda kartina asosida uning haqiqiy o'lchami aniqlanadi. $AB=1,5\text{ m}$ ekan. AB kesma o'ng tomonga yo'naltirilib, OP bilan kesishtiriladi va B_1 dan vertikal chiziq chizib, C darajasidagi C_1 topiladi. PC_1

chiziqlar orqali uning balandligi $2,2 \text{ m}$ aniqlanadi. AB tasvir chap tomonga yo'naltirilib, OP da A_1 nuqta topiladi. Kasr nuqta $PD_1/2$ ni A_1 bilan tutashtirib davom ettirilsa, uning $1,4 \text{ m}$ ichkaridaligini aniqlanadi (16.9-shakl). E nuqta esa 4 m ichkarida joylashgan. Shu tartibda perspektivada tasvirlangan barcha narsalarning haqiqiy o'lchamlarini aniqlash mumkin.

Xona devorlarining birortasi kartinaga (ya'ni V ga) parallel bo'lsa, uning perspektivasini perspektiv masshtablar yordamida bajarish ancha qulay hisoblanadi. Bunday holat frontal perspektiva (yoki shartli ravishda frontal interyer) ham deyiladi.



2.9- shakl.

Masalan, 16.10-shakl eni 5 m, uzunligi 8 m va balandligi 3 m li xonaning perspektivasi yasash ko'rsatilgan. Unda perspektiv masshtablardan foydalanish talab qilingan bo'lsin.

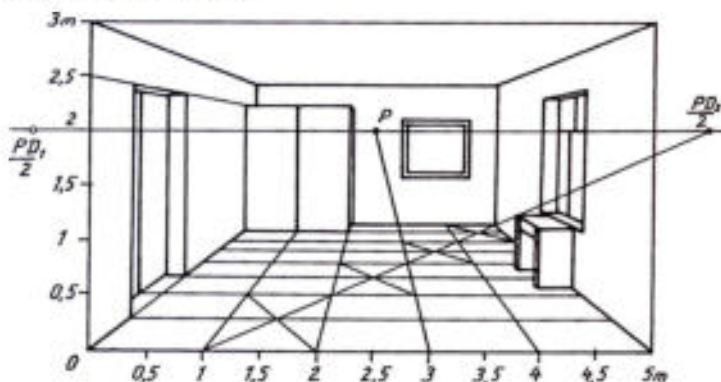
1. Kartina o'chami xonaning eni va balandligiga qarab chizib olinadi va unga gorizontal asosida 5 m li, balandligiga 3 m li masshtab shkalasi belgilab chiqiladi. Ufq chizig'i 2 m balandlikda o'tkaziladi.

2. Xonaning pol kisligida 1×1 m li kvadrat to'rlar perspektivasi chizib chiqiladi.

3. Xonadagi jihozlar, eshik va derazalarning o'rmilari belgilab olinadi. Xonaning chap devorida eshik, burchagida shifonyer joylashgan. Xonaning o'ng tomonidagi devorda deraza va uning ostida yozuv stoli, ro'paradagi devorda kartina osilgan deb faraz qilinadi hamda ularning perspektivasi vasaladi.

4. Xonaning perspektivasi va undagi barcha jihozlar P , $FD_1/2$ va $PD_2/2$ nuqtalar yordamida bajariladi.

Ikki tavaqali eshikning eni 2 m, har bir tavaqa 1 m ni tashkil qiladi. Qolgan xona jihozlarining o'lchamlarini va joylashgan o'lmilarini perspektiv masshtablar yordamida aniqlash mumkin.



16.10- shakl

Nazorat savollari

1. Perspektiv masshtab nima va undan qanday maqsadda foydalaniladi?
2. Chuqurlik masshtabi deganda nimani tushunasiz?
3. Kenglik masshtabi deganda nimani tushunasiz?
4. Balandlik masshtabi deganda nimani tushunasiz?
5. Kasr masshtab nima va undan qanday maqsadlarda foydalaniladi?
6. Perspektiv masshtablardan amaliy foydalanishga misollar keltiring.

17.1-§. Pozitsion (vaziyatli) masalalar

Umumiy ma'lumotlar. Perspektivada har doim u yoki bu narsaning fazoda egallagan vaziyatlarini yoki ular elementlarining narsaga nisbatan joylashishini aniqlashga, so'ngra, uning perspektivasini yasashga to'g'ri keladi. Shunday vazifalarni perspektivada amalga oshirish *pozitsion masala yechish* hisoblanadi.

Ta'rif: Berilgan ikki geometrik shaklning o'zaro joylashish vaziyatiga nisbatan ularning kesishuvi natijasida hosil bo'lgan uchunchi geometrik shaklning vaziyatini aniqlaydigan masalalarga *pozitsion masala* deyiladi.

Quyidagi masalalarni pozitsion masalalar tarkibiga kiritishimiz mumkin:

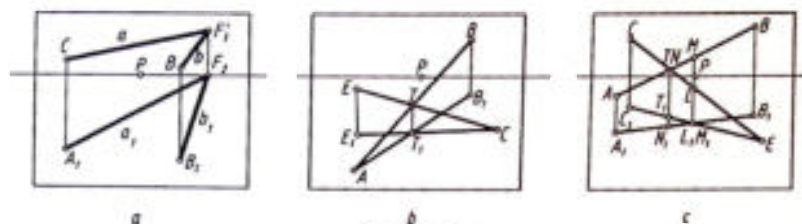
- to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlarini aniqlash;
- ikki tekislikning o'zaro kesishish chizig'ini yasash;
- to'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishish nuqtasini aniqlash;
- to'g'ri chiziq kesmasini berilgan nisbatda bo'lish;
- tekislikka perpendikular va parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazish;
- to'g'ri chiziqni sirt bilan kesishgan nuqtalarini aniqlash;
- ikki sirtning kesishgan chizig'ini aniqlash va boshqalar.

To'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlarini aniqlash. Kartinada berilgan tasviri bo'yicha ikki to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyatlari quyidagi tartibda aniqlanadi.

1. *O'zaro parallel to'g'ri chiziqlar.* Perspektivada bunday to'g'ri chiziqlarning H dagi proyeksiyalarining perspektivalari o'zaro bitta nuqtada, ya'ni ufq chizig'idagi P , D_1 , D_2 , F_1 yoki F_2 , ... kabi nuqtalarda uchrashishi mumkin. Bu yerda a_1 va b_1 lar F_2 da, a va b lar F_2 da uchrashmoqda (17.1-shakl, a).

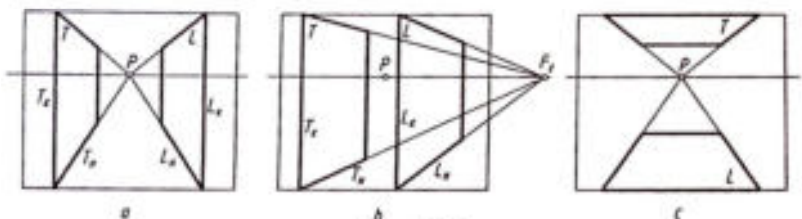
2. *O'zaro kesishuvchi to'g'ri chiziqlar.* Perspektivada fazodagi ikki to'g'ri chiziqning o'zaro kesishayotgan nuqtasini aniqlashda, avval ularning H dagi tasviri yasab ko'riladi. Shunda ularning o'zaro kesishish nuqtasi bitta vertikal bog'lovchi chiziqda yotsa, ular haqiqatda ham o'zaro kesishayotgan hisoblanadi (17.1-shakl, b).

3. *O'zaro uchrashmas (ayqash) to'g'ri chiziqlar.* Perspektivada bunday ayqash to'g'ri chiziqlar haqiqatda ham o'zaro kesishayotgandek ko'rinadi. Ularning o'zaro vaziyatlarini aniqlash uchun H dagi tasviri yasab olinadi. Shunda har ikkala tasvirdagi o'zaro kesishish nuqtalari bitta vertikal chiziqda yotmasa, ular ayqash chiziqlar hisoblanadi (17.1-shakl, c).

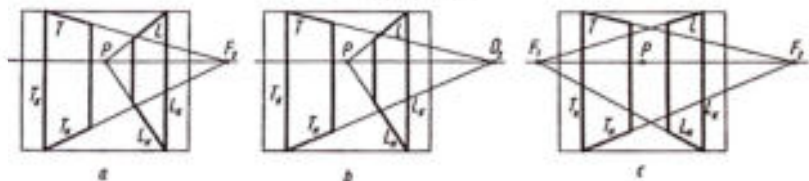


17.1- shakl.

Ikki tekislik perspektivasi. Ikki tekislik o'zaro parallel yoki kesishuvchi bo'ladi. 17.2-shakl, *a*, *b*, *c* larda o'zaro parallel, 17.3-shakl, *a*, *b*, *c* larda o'zaro kesishuvchi: *a* – ixtiyoriy burchakda, *b* – 45° burchak ostida, *c* – 90° burchak ostida kesishayotgan tekisliklar tasvirlangan (bu chizmada F_1 va F_2 to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak 90° bo'lib, u ko'rsatilmagan).

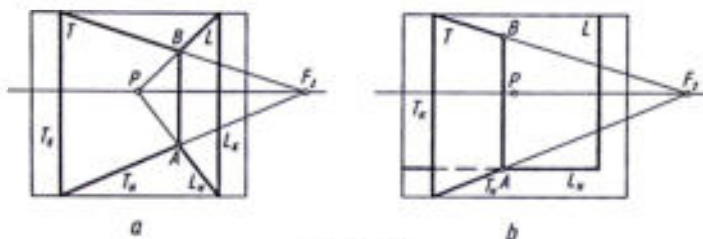


17.2- shakl



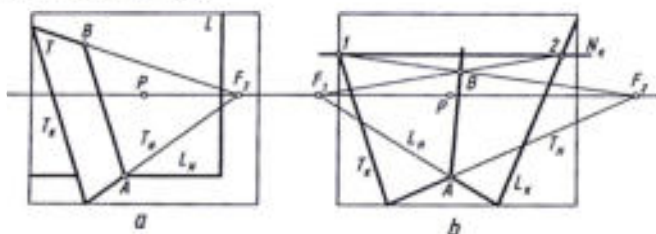
17.3- shakl

Tekisliklar o'zaro kesishuvchi bo'lsa, ularning kesishish chizig'i mavjud bo'ladi. 17.4-shakl, *a* va *b* larda shunday tekisliklarning bir-biri bilan kesishish chizig'i AB hisoblanadi. Tekisliklarning bir nomli izlari T_H va L_H o'zaro kesishib, kesishish chizig'ining A nuqtasini aniqlaydi. Bu tekisliklar vertikal joylashganligi uchun ularning o'zaro kesishish chizig'i ham vertikal tasvirlanadi. Tekisliklar o'zaro qiya joylashgan bo'lsa, ularning kesishish chizig'i ham qiya bo'ladi.



17.4- shakl

17.5-shakl, *a* da T tekislik H ga ham, K ga ham qiya, L tekislik K ga parallel, H ga perpendikular bo'lgani uchun ularning kesishish chizig'i T tekislikning T_K iziga parallel tasvirlangan.



17.5- shakl

Agar ikki tekislik H ga ham, K ga ham qiya vaziyatda bo'lsa, ularning kesishish chizig'ini yasash uchun A nuqtadan boshqa yana bitta nuqta aniqlanadi. Buning uchun H ga parallel N_K tekislik o'tkaziladi va uning T hamda L tekisliklar bilan kesishish chiziqlari (1 dan T_N ga parallel, 2 dan L_N ga parallel) aniqlanadi va ular o'zaro kesishayotgan B va A nuqtalari tutashtiriladi (17.5-shakl, *b*).

17.6-shakl, *a* da o'zaro kesishuvchi Q va N tekisliklar ularda mos ravishda yotgan q yopiq egri chiziqli ($q \in Q$) va $ABCD$ ko'r burchak ($ABCD \in N$) orqali berilgan. Bu tekisliklarning kesishish chizig'i va ularda yotgan tekis shakllarning ko'rinar-ko'rinmas qismlarini aniqlash talab etilsin.

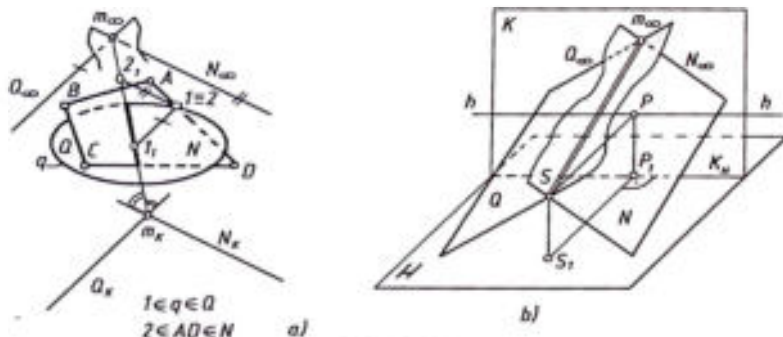
Tekisliklarning kesishish chizig'i ularning tushish chiziqlari va kartina izlari kesishgan nuqtalarini birlashtirish orqali aniqlanadi, ya'ni $Q_K \cap N_K \rightarrow m_K$, $Q_K \cap N_K \rightarrow m_K$. Demak, Q va N tekisliklar m chiziqli bo'yicha kesishyapti. Bu tekisliklarning va ularda mos ravishda yotgan tekis shakllarning ko'rinar-ko'rinmas qismlarini aniqlash uchun quyidagi usullarni tatbiq qilish mumkin.

1. Ikki tekislikning kartina izlari ikki juft vertikal burchaklar hosil qiladi. Ana shulardan uchrashish chiziqlari tomon qaratilgan vertikal burchak tomonlaridan o'tuvchi tekisliklar orasidagi qismi ko'rinadigan bo'ladi (3.6-shakl, *a*)¹. Shu

¹ Sh. Murodov va boshqalar, Chizma geometriya kursi, T., «O'qituvchi», 1988 y., 295-bet.

qoidaga asosan Q tekislikning o'ng, N tekislikning chap tomoni kuzatuvchiga nisbatan ko'rinarli bo'ladi.

2. Keyingi usulda perspektivaning geometrik apparatini fazoviy holati tiklanadi. Ko'rish nuqtasi S orqali berilgan tekisliklarga parallel qilib o'tkazilgan parallelizm tekisliklarining kuzatuvchiga nisbatan ko'rinar-ko'rinmas qismlari yaqqol ajralib qoladi (17.6-shakl, b). Bu yerda kuzatuvchiga nisbatan Q tekislikning o'ng, N tekislikning chap tomoni ko'rinarlidir.



17.6- shakl.

3. Uchinchi usulda tekis shakllarga tegishli va tasvirda raqobatlashuvchi bo'lgan nuqtalar belgilanadi. Masalan, $1(1 \in q \in Q)$ va $2(2 \in AD \in N)$ nuqtalar belgilansin (17.6-shakl, a). Bu nuqtalar orqali tekisliklarga mos ravishda tegishli va uchrashish chiziqlariga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Bu chiziqlar o'z navbatida K kartina tekisligiga paralleldir. O'tkazilgan to'g'ri chiziqlar m chiziq bilan kesishib, 1_1 va 2_1 nuqtalarni beradi. 1_1 va 2_1 nuqtalarning m_K ga nisbatan eng yaqin joylashgani ko'rinarli hisoblanadi. Bu yerda 1_1 nuqta m_K ga yaqin va Q tekislikka tegishli bo'lgani uchun q yopiq egri chiziqning kuzatuvchiga nisbatan o'ng tomoni ko'rinarlidir.

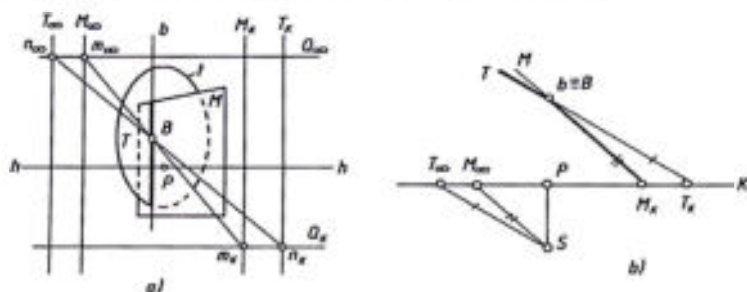
Bayon etilgan uchala usulda ham masala javobi bir xil. Birinchi va uchinchi usullarda masala javobiga tez erishiladi. Ikkinchi usul qo'llanilganda talabanning fazoviy tasavvuri o'sadi, ya'ni masalani 'mexanik' tarzda yechmaydi.

Endi kesishuvchi tekisliklarning tushish chiziqlari va kartina izlari o'zaro parallel bo'lganda ularning kesishish chiziqlari, ko'rinar-ko'rinmas qismlarining qanday aniqlanishini ko'rib chiqamiz.

O'zaro kesishuvchi T va M tekisliklar, ularga mos ravishda tegishli bo'lgan t yopiq egri chiziq va ko'pburchaklar bilan berilgan bo'lsin (17.7-shakl, a). Tekisliklarning kesishish chizig'ini aniqlash uchun uchinchi yordamchi Q tekislik o'tkaziladi. Q tekislikning T va M tekisliklar bilan kesishgan n va m chiziqlari aniqlanadi. n va m to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishib, uchala tekislik uchun umumiy

bo'lgan B nuqtani beradi. B nuqta T va M tekisliklarning kesishish chizig'iga tegishli. Shuning uchun B nuqta orqali tekisliklarning b kesishish chizig'i T_∞ va M_∞ larga parallel qilib o'tkaziladi.

Tekisliklar va ularda yotgan tekis shakllarning ko'rinar-ko'rinmas qismini aniqlashda yuqorida bayon etilgan uchta usuldan foydalanish mushkul. To'g'ri yechimga ega bo'lish uchun kartina tekisligiga ustidan qarasak, berilgan tekisliklar va parallelizm tekisliklari to'g'ri chiziqli holatida ko'rinadi (17.7-shakl, b). Chunki T va M tekisliklar H narsalar tekisligiga perpendikularidir. S kuzatish nuqtasi T_∞ va M_∞ bilan birlashtirilib, parallelizm tekisliklari o'tkaziladi. Tekisliklarning kartina izlari T_K va M_K (nuqta ko'rinishida)lardan parallelizm tekisliklariga parallel qilib berilgan tekisliklar tiklanadi. Ular o'zaro B nuqtada kesishadi (aslida b to'g'ri chiziqli bo'yicha kesishyapti). Kuzatuvchiga nisbatan M tekislikning o'ng, T tekislikning chap tomoni ko'rinarli bo'lishi chizmadan tushunarlidir.



17.7- shakl

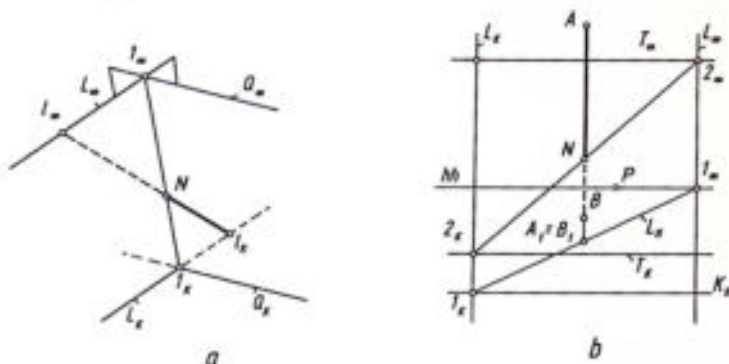
To'g'ri chiziqli tekislik bilan kesishishi. To'g'ri chiziqli tekislik bilan kesishish nuqtasini aniqlash uchun to'g'ri chiziqli berilgan tekislikni kesib o'tadigan ixtiyoriy tekislik o'tkaziladi. Berilgan tekislik bilan o'tkazilgan tekislikning o'zaro kesishish chizig'i aniqlanadi. Ikkala tekislikning o'zaro kesishish chizig'i bilan to'g'ri chiziqli kesishayotgan nuqtasi izlanayotgan nuqta hisoblanadi.

17.8-shakl, a da l (l_K, l_∞) to'g'ri chiziqli va Q (Q_K, Q_∞) tekislik berilgan. l orqali Q ni kesuvchi ixtiyoriy L tekislik o'tkaziladi. Buning uchun l_∞ orqali tekislikning L_∞ uchrashish chizig'i, l_K orqali L_∞ ga parallel qilib l_K kartina izi o'tkaziladi. So'ngra Q bilan L ning kesishuv chizig'i l (l_K, l_∞) aniqlanadi. Aniqlangan l chiziqli bilan l chiziqli o'zaro K nuqtada kesishib, izlangan nuqtani hosil qiladi. Bu yerda l to'g'ri chiziqli Kl_K qismi ko'rinarli bo'ladi.

17.8-shakl, b da vertikal AB to'g'ri chiziqli o'zining H dagi asosi $A_1 = B_1$ bilan va tekislik esa kartina izi T_K hamda uchrashish chizig'i T_∞ bilan berilgan. AB chiziqli bilan T tekislikning kesishuv nuqtasini topish talab qilinsin. Buning uchun AB orqali vertikal L tekislik o'tkaziladi. L tekislikning L_∞ uchrashish chizig'i ixtiyoriy o'tkaziladi.

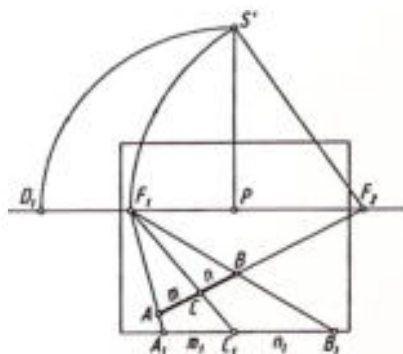
Bu tekislik H bilan l_∞ $A_1 = B_1$ chiziqli bo'yicha kesishadi. l (l_K, l_∞) chiziqli

K_H kartina asosini 1_K da kesib, uning kartina izini hosil qiladi. L ning L_K kartina izi 1_K orqali vertikal yo'nalishda o'tadi va T_K ni 2_K nuqtada kesadi. 2_K bilan 2_∞ (T_∞ , L_∞) ni tutashtririb, L bilan T ning kesishuv chizig'iga ega bo'linadi. AB to'g'ri chiziq 2 to'g'ri chiziq bilan kesishib, AB kesmaning T tekislik bilan N kesishuv nuqtasini aniqlaydi.



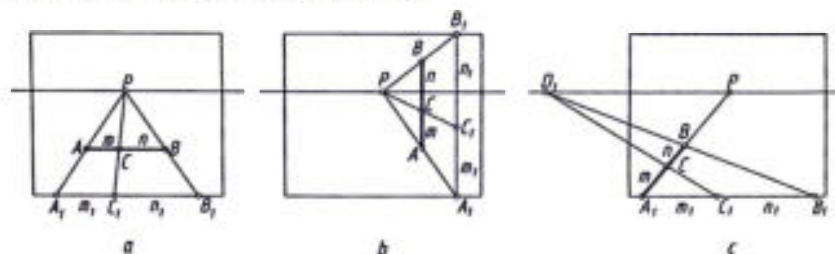
17.8- shakl

To'g'ri chiziq kesmasini berilgan nisbatda bo'lish. Umumiy vaziyatda berilgan AB to'g'ri chiziq kesmasini $m:n$ nisbatda bo'lish uchun P dan yuqoriga perpendikular chiziq o'tkazilib, unga PD_1 masofa olib o'tiladi va S' deb belgilanadi. F_2S' radiusda S' nuqta ufq chizig'iga olib o'tiladi va u F_1 deb belgilanadi. F_1 nuqta orqali A va B nuqtalardan o'tuvchi chiziqlar kartina asosi K_N bilan kesishtiriladi. Shunda AB ning haqiqiy kattaligi A_1B_1 aniqlanadi. A_1B_1 kesma C_1 nuqta orqali $m:n$ nisbatda bo'linadi. C_1 nuqta F_1 bilan tutashtirilsa, perspektivada AB kesma berilgan nisbatda bo'linadi (17.9-shakl).



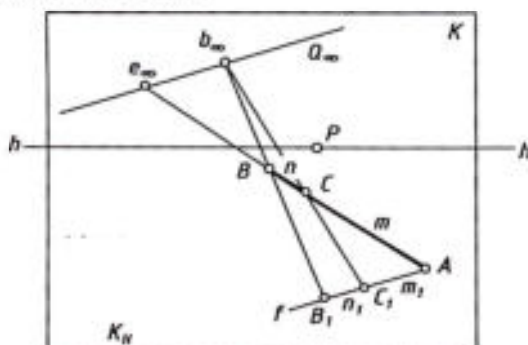
17.9- shakl.

Xususiyl vaziyatlarda AB to'g'ri chiziqli kesmasi kartinaga parallel va perpendikular bo'lishi mumkin. U holda bunday to'g'ri chiziqli kesmalarini berilgan nisbatda bo'lish bosh nuqta P hamda D_1 yoki D_2 distansion nuqtalar orqali amalga oshirilishi mumkin (17.10-shakl, a, b, c).



17.10-shakl.

Agar e to'g'ri chiziqli umumiy vaziyatda bo'lsa, unga tegishli AB kesma (17.11-shakl) $m:n$ nisbatga quyidagi tartibda bo'linadi. e to'g'ri chiziqli orqali ixtiyoriy M tekislik o'tkaziladi. Buning uchun e_∞ orqali Q tekislikning Q_e uchrashish chiziqli o'tkaziladi va A nuqtadan unga parallel f chiziqli chiziladi. f chiziqliqqa A nuqtadan boshlab $m:n$ nisbatni qanoatlantiruvchi AC_1 va C_1B_1 kesmalar o'lchab qo'yiladi. B_1 nuqta kesmaning B uchi bilan tutashtiriladi va u Q_∞ ni b_∞ nuqtada kesadi. C_1 nuqtani b_∞ bilan tutashtiruvchi chiziqli AB kesmani C nuqtada talab qilingan $m:n$ nisbatda bo'ladi.

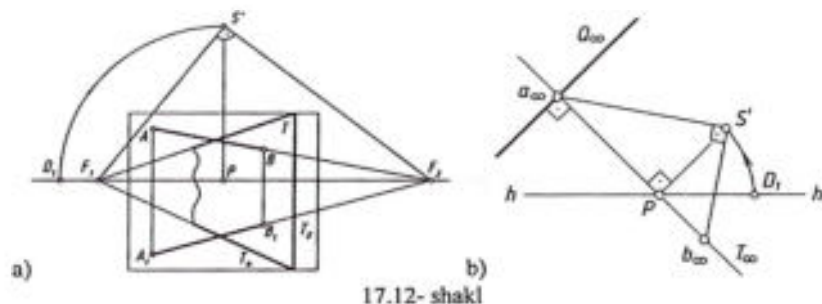


17.11-shakl

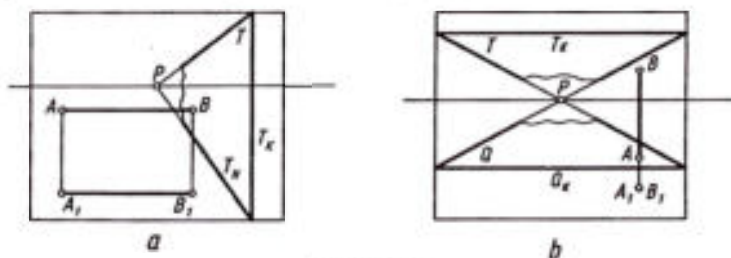
Tekislikka perpendikular to'g'ri chiziqli o'tkazish. H ga perpendikular, K ga qiy tekislik T berilgan bo'lsa, unga $A(A_1)$ nuqtadan AB kesmani perpendikular qilib o'tkazish uchun oldin P dan yuqoridagi S' nuqta aniqlab olinadi, $S'F_1$ chiziqli 90° ga to'ldiriladi va ufq chiziqlida F_2 nuqta belgilanadi. A_1 va A nuqtalar F_2 bilan tutashtirilib, T tekislikka perpendikular chiziqlilar o'tkaziladi. $B(B_1)$ nuqta ixtiyoriy tanlanadi (17.12-shakl).

17.12-shakl, *b* da berilgan $Q(Q_\infty)$ tekislikka perpendikular to'g'ri chiziqlarning ucharashish (tushish) nuqtasini aniqlash ko'rsatilgan. Buning uchun P bosh nuqtadan $Q(Q_\infty)$ tekislikka perpendikular $T(T_\infty)$ tekislik o'tkaziladi. S kuzatish nuqtasining kartinaga jipslashtirilgan S' o'zmi D_1 distansion masofa nuqtasi yordamida aniqlanadi. Q va T tekisliklarning o'zaro kesishish $a(a_\infty)$ chizig'ining uchrashish nuqtasi S' bilan tutashtiriladi va bu chiziq 90° ga to'ldiriladi. Ushbu to'ldiruvchi to'g'ri chiziq $T(T_\infty)$ bilan kesishib, berilgan $Q(Q_\infty)$ tekislikka perpendikular to'g'ri chiziqlarning uchrashish (tushish) $b(b_\infty)$ nuqtasini beradi. Mazkur b_∞ nuqtadan o'tadigan barcha to'g'ri chiziqlar berilgan $Q(Q_\infty)$ tekislikka perpendikular bo'ladi.

Kartinaga perpendikular bo'lgan T tekislikka nisbatan perpendikular bo'lgan $AB(A_1B_1)$ kesma ufq chizig'iga parallel qilib o'tkaziladi (17.13-shakl, *a*). Bu yerda T tekislik K ga ham, H ga ham perpendikular, $AB(A_1B_1)$ kesma H ga ham, K ga ham parallel. Shunday ekan, T tekislik va $AB(A_1B_1)$ kesma o'zaro perpendikular.



17.13-shakl, *b* da Q va T tekisliklar H ga parallel, K ga perpendikular bo'lgani uchun AB kesma Q va T tekisliklarga perpendikular.

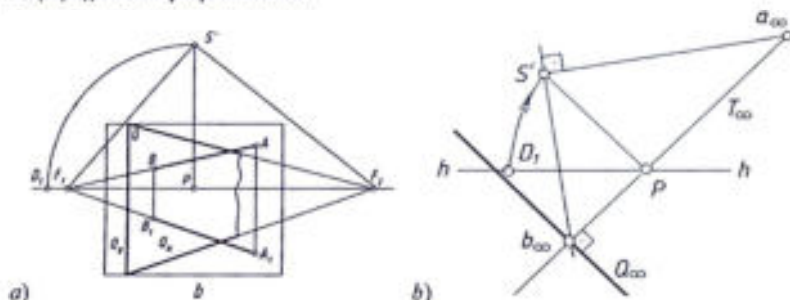


Tekislikka perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazish. Endi, to'g'ri chiziqqa perpendikular tekislik o'tkazish ko'rib chiqiladi.

$AB(A_1B_1)$ kesmaning perspektivasi berilgan. Unga perpendikular Q tekislik o'tkazilsin (17.14-shakl, a).

1. P dan yuqorida S' nuqta aniqlab olinadi.
2. S' nuqtadan F_1S' chiziqqa 90° burchak ostida chiziq o'tkazilib, ufq chizig'ida F_2 nuqta topiladi.
3. F_2 nuqta orqali Q tekislikning Q_H izi, so'ngra Q_K izi chiziladi (17.14-shakl, a).

Bu yerda tekislik va to'g'ri chiziqning uchrashish nuqtalarini o'zaro perpendikular bo'lgan ko'rish nurlari bog'lamoqda. Demak, Q (Q_H , Q_K) tekislikka AB (A_1B_1) kesma perpendikular.



17.14- shakl

17.14-shakl, b da berilgan $a(a_\infty)$ to'g'ri chiziqqa perpendikular tekisliklarning uchrashish (tushish) chizig'ini o'tkazish ko'rsatilgan. Buning uchun quyidagi grafik amallar bajariladi.

1. $a(a_\infty)$ to'g'ri chiziq orqali kartinaga perpendikular tekislik $T(T_\infty)$ o'tkaziladi.
2. S kuzatish nuqtasining kartinaga jipslashtirilgan S' o'rni D_1 distansion masofa nuqtasi yordamida aniqlanadi.
3. Q va T tekisliklarning o'zaro kesishish $b(b_\infty)$ chizig'ining uchrashish nuqtasi S' bilan tutashtiriladi va bu chiziq 90° ga to'ldiriladi. Ushbu to'ldiruvchi to'g'ri chiziq $T(T_\infty)$ bilan kesishib, berilgan $a(a_\infty)$ to'g'ri chiziqqa perpendikular to'g'ri chiziqlarning uchrashish (tushish) $b(b_\infty)$ nuqtasini beradi.
4. Mazkur b_∞ nuqtadan $T(T_\infty)$ tekislikka perpendikular qilib $Q(Q_\infty)$ tekislik o'tkaziladi.

Bu yerda $Q(Q_\infty)$ tekislik berilgan $a(a_\infty)$ to'g'ri chiziqqa perpendikular bo'ladi.

17.2-§. Metrik (o'ichashli) masalalar

Ta'rif: Ikki geometrik shaklning o'zaro vazoyatidan hosil bo'lgan uchinchi geometrik shaklning biror metrikasi (kattaligi)ni o'ichashga qaratilgan masalalar **metrik masalalar** deyiladi.

Metrik masalalar sharti va bajarilishiga ko'ra to'g'ri va teskari metrik masalalarga bo'linadi. Ikki geometrik obrazning o'zaro joylashishiga qarab ularning kesishuvidan hosil bo'lgan geometrik obrazning metrikasi (haqiqiy uzunligi yoki kattaligi)ni aniqlashga *to'g'ri metrik masala* deyiladi.

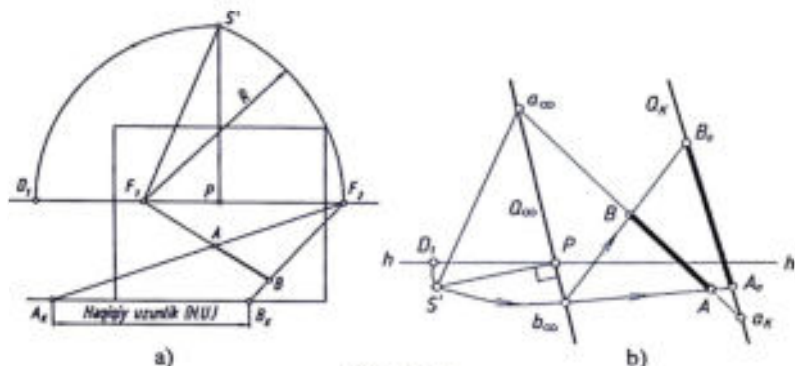
Oldindan berilgan biror metrikaga va biror geometrik obrazga asosan ikkinchi geometrik obrazning birinchiga nisbatan vaziyatini aniqlaydigan masalalar *teskari metrik masala* deyiladi.

Bulardan tashqari *konstruktiv masalalar* ham mavjud bo'lib, unda oldindan berilgan biror shartni qanoatlantiruvchi geometrik figuralar yasaladi.

Metrik masalalarni yechishda perspektiv masshtablardan boshqa geometrik yasash usullari ham mavjud. Quyida o'ichash bilan bog'liq bo'lgan masalalar tartibi bilan tanishiladi. Bular:

- to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini aniqlash;
- o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar orasidagi eng qisqa masofani aniqlash;
- o'zaro uchrashmas to'g'ri chiziqlar orasidagi eng qisqa masofani aniqlash;
- nuqtadan tekislikkacha bo'lgan qisqa masofani aniqlash;
- ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchakni aniqlash;
- ikki tekislik orasidagi chiziqli burchakni aniqlash;
- to'g'ri chiziq bilan tekislik orasidagi chiziqli burchakni aniqlash kabilar.

To'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini aniqlash. *Buning uchun burish vatarlarining uchrashish nuqtasidan foydalaniladi. Ya'ni, H da yotgan kartinaga qiya va uchrashish nuqtasi F_1 da bo'lgan AB kesmaning haqiqiy uzunligi (qisqartirilganda H.U.)ni aniqlash uchun 17.15-shakl, a da ko'rsatilganidek, oldin burish vatarlarining uchrashish nuqtasi F_2 aniqlab olinadi, so'ngra A va B nuqtalar F_2 bilan tutashtirilib K_H kartina asosida A_K va B_K nuqtalar aniqlanadi, ya'ni AB kesmaning haqiqiy uzunligi A_KB_K to'piladi.*



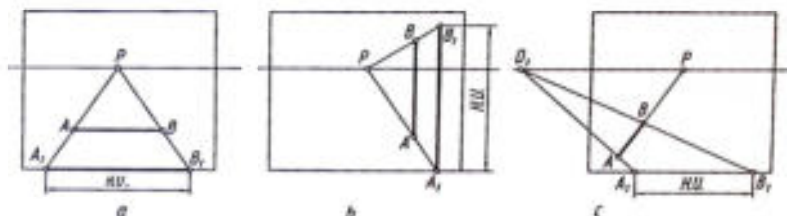
17.15-shakl

Endi umumiy vaziyatdagi $a(a_\infty, a_K)$ to'g'ri chiziqqa tegishli AB kesmaning haqiqiy uzunligini aniqlash masalasining yechimi bilan tanishamiz (17.15-shakl, a).

1. Berilgan $a(a_\infty)$ to'g'ri chiziq orqali kartinaga perpendikular $Q(Q_\infty, Q_K)$ tekislik o'tkaziladi.
2. P bosh nuqtadan Q_∞ ga perpendikular to'g'ri chiziq o'tkazib ko'rish nuqtasining kartinaga jipslashtirilgan S' holatini distansion masofadan foydalanib aniqlanadi.
3. S' nuqta a_∞ bilan tutashtiriladi va $a_\infty S'$ radiusta burish vatarlarining b_∞ uchrashish nuqtasi aniqlanadi.
4. Burish vatarlarining b_∞ tushish nuqtasini berilgan A va B nuqtalar bilan tutashtiriladi. Bu to'g'ri chiziqlar Q_K bilan kesishib, A_0 va B_0 nuqtalarni beradi. Hosil bo'lgan A_0B_0 kesma berilgan AB kesmaning haqiqiy uzunligi hisoblanadi.

Agar AB kesma H ga ham, K ga ham parallel bo'lsa, uning nuqtalari P bilan tutashtirilib, kartina asosida haqiqiy uzunligi A_1B_1 aniqlanadi (17.16-shakl, a).

Agar AB kesma vertikal bo'lsa, uning haqiqiy uzunligi yon devor tekisligida aniqlanadi. Buning uchun kesmaning A va B nuqtalari P bilan tutashtirilib, kartina asosida kesishtiriladi. Hosil bo'lgan A_1B_1 kesma AB ning haqiqiy uzunli bo'ladi (17.16-shakl, b).



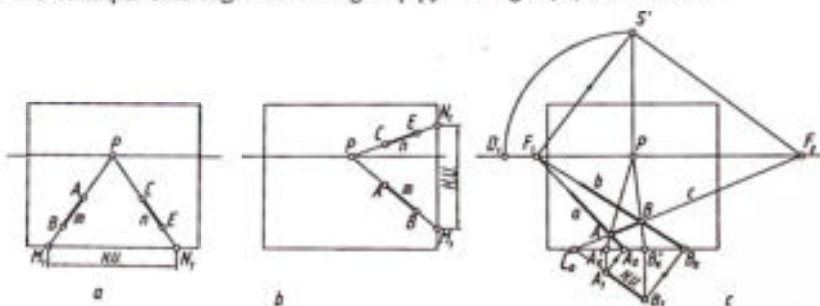
17.16- shakl.

H dagi AB kesma K ga perpendikular bo'lsa, uning haqiqiy uzunligi D_1 yoki D_2 nuqta yordamida aniqlanadi (17.16-shakl, c).

O'zaro parallel to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani aniqlash. H dagi o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar K ga perpendikular bo'lsa, ular orasidagi qisqa masofa bosh nuqta P orqali kartina asosida topiladi. Buning uchun m va n to'g'ri chiziqlar kartina asosigacha davom ettiriladi va hosil bo'lgan M_1N_1 nuqtalar oralig'i izlanayotgan masofaning haqiqiy uzunligi hisoblanadi (17.17-shakl, a).

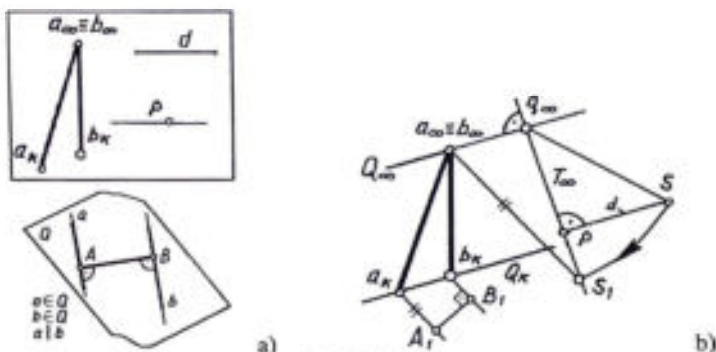
H ga parallel, kartinaga perpendikular m va n to'g'ri chiziqlar orasidagi masofaning haqiqiy uzunligi kartinaning yon devor tekisligida aniqlanadi (17.17-shakl, b).

H dagi a va b o'zaro parallel to'g'ri chiziqlar K ga nisbatan qiyva vaziyatda, ular perspektivada F_1 nuqtada uchrashadi (17.17-shakl, c). Ular orasidagi masofaning haqiqiy uzunligini aniqlash uchun oldin, qoida bo'yicha ufq chizig'idagi F_1 ga nisbatan perpendikulyar bo'lgan F_2 nuqta aniqlab olinadi. So'ngra F_2 dan ikkala chiziqni kesib o'tadigan c chiziq o'tkaziladi. Hosil bo'lgan A va B nuqtalar oralig'i a va b chiziqlar orasidagi masofaning perspektivadagi ko'rinishi. Uning haqiqiy uzunligi bosh nuqta P orqali kartina asosida topilgan A'_K va B'_K nuqtalardan kartina asosiga perpendikular chiziqlar chizilib, ular c chiziqning kartina asosidagi C_0 nuqtasidan F_2S' ga parallel chizilgan chiziq bilan kesishtiriladi. Shunda a va b chiziqlar orasidagi masofaning haqiqiy uzunligi A_1B_1 hosil bo'ladi.



17.17- shakl

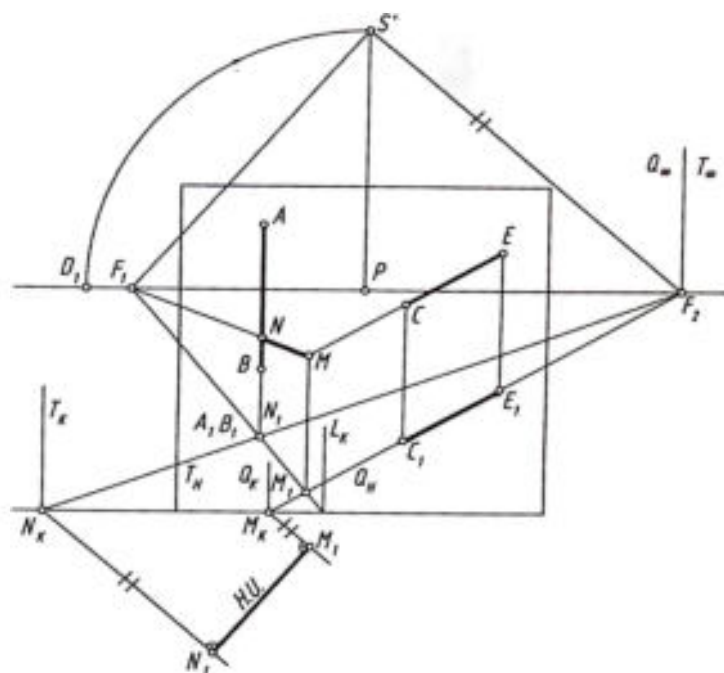
Endi K va H larga nisbatan umumiy vaziyatda bo'lgan a va b chiziqlar orasidagi masofani aniqlaymiz. O'zaro parallel vaziyatdagi ikki $a(a_K, a_\infty)$ va $b(b_K, b_\infty)$ to'g'ri chiziqlar orasidagi qisqa masofa ular orqali o'tuvchi tekislikni kartina ustiga qo'yish orqali topiladi (17.18-shakl, a va b).



17.18- shakl.

Buning uchun dastlab, ularning a_K va b_K kartina izlari orqali Q tekislikning kartina izi Q_K uchrashish $a_\infty = b_\infty$ nuqtasi orqali esa tekislikning uchrashish chizig'i Q_∞ o'tkaziladi. P bosh nuqta orqali berilgan tekislikka perpendikular $T(T_\infty)$ tekislik o'tkaziladi va ularning kesishish chizig'ining uchrashish nuqtasi q_∞ aniqlanadi. O'tkazilgan tekislik T_∞ perpendikular chiziq chiqarib, unga bosh masofa (d) o'lchab qo'yiladi va S aniqlanadi. q_∞ nuqtadan $q_\infty S$ radiusda yoy chizib, T_∞ da S_1 nuqta topiladi. Hosil bo'lgan $q_\infty S_1$ yo'nalish Q_K atrofiga aylantirilib kartinaga ustma-ust qo'yilgan tekislikdagi to'g'ri chiziqlar yo'nalishini aniqlaydi. Shuning uchun a_K va b_K izlardan $q_\infty S_1$ yo'nalishga parallel chiziqlar o'tkazib, ular orasidagi $A_1 B_1$ masofa aniqlanadi. $A_1 B_1$ berilgan a va b to'g'ri chiziqlar orasidagi qisqa masofa bo'ladi.

O'zaro ayqash ikki to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofani aniqlash. Ayqash ikki to'g'ri chiziq orasidagi eng qisqa masofa ular orqali bir-biriga parallel qilib o'tkazilgan tekisliklarga uchinchi tekislikni perpendikular qilib o'tkazish orqali aniqlanadi.

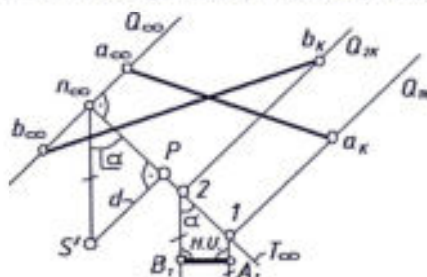


17.19- shakl

AB va CE to'g'ri chiziq kesmalari orqali o'tkazilgan T va Q tekisliklar o'zaro parallel. Ularga perpendikular L tekislik o'tkazish uchun oldin, qoida bo'yicha, ufq chizig'ida F_1 nuqta aniqlab olinadi ($F_1 \perp F_2$). F_1 dan L tekislikni H dagi L_H izi A_1B_1 orqali o'tkaziladi. Shunda C_1E_1 da M_1 nuqta aniqlanadi. M_1 belgilanib u F_1 bilan tutashtirilsa, N_1 nuqta topiladi. $MN(M_1N_1)$ — izlanayotgan eng qisqa masofa. M_K va N_K lardan F_2S' ga parallel chiziq chizilib, ularga perpendikular o'tkazilsa, eng qisqa masofaning haqiqiy uzunligi M_1N_1 aniqlanadi (17.19-shakl).

Agar ayqash to'g'ri chiziqlar K va H ga nisbatan umumiy vaziyatda bo'lsa 17.20-shakldagidek qisqa masofa aniqlanadi. O'zaro ayqash a va b to'g'ri chiziqlarning a_∞ va b_∞ uchrashish nuqtalari orqali Q parallelizm tekisligining Q_∞ uchrashish chizig'i o'tkaziladi. To'g'ri chiziqlar orqali o'tuvchi parallel tekisliklarning Q_{1K} va Q_{2K} kartina izlari a_K va b_K nuqtalardan Q_∞ ga parallel qilib o'tkaziladi. Endi S qarash nuqtasidan $Q(Q_\infty)$ tekislikka perpendikular $T(T_\infty)$ tekislik P bosh nuqta orqali o'tkaziladi va ularning $n(n_\infty)$ kesishish chizig'i aniqlanadi. T tekislik Pn_∞ atrofida aylantirilib, kartinaga ustma-ust qo'yiladi va parallelizm tekisligining kartina bilan hosil qilgan $\alpha = \angle Pn_\infty S'$ burchagi aniqlanadi. Tekis-

liklarning Q_{1K} va Q_{2K} kartina izlarini T_∞ bilan kesishgan 1 va 2 nuqtalaridan $n_\infty S'$ yo'nalishga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi hamda ular orasidagi $A_1 B_1$ masofa aniqlanadi. $A_1 B_1$ masofa a va b to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa bo'ladi.



17.20- shakl

Nuqtadan tekislikkacha bo'lgan qisqa masofani aniqlash. Bunda berilgan A nuqtadan Q tekislikka perpendikular to'g'ri chiziq o'tkaziladi va ularni kesishgan B nuqtasi aniqlanadi. A nuqtadan B nuqtagavha bo'lgan masofa masala javobi bo'ladi (17.21-shakl). Ushbu jarayon perspektivada quyidagicha bajariladi.

Berilgan A (A, A') nuqtadan Q (QK, Q_∞) tekislikka perpendikular to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Buning uchun:

- P bosh nuqtadan $Q(Q_\infty)$ ga perpendikular $T(T_\infty)$ tekislik o'tkaziladi, ($P \perp Q \perp T$);
- $T(T_\infty)$ va $Q(Q_\infty)$ tekisliklarning $q(q_\infty)$ kesishish chizig'i aniqlanadi,
- $(P \cap T \Rightarrow q)$;
- P bosh nuqtadan T_∞ ga perpendikular to'g'ri chiziq o'tkaziladi va unga d masofa o'lchab qo'yiladi, ($P \perp T \perp PS$), ($d = PS = PD_1$);
- q_∞ uchrashish nuqtasi S bilan tutashtiriladi;
- S nuqtadan $q_\infty S$ ga perpendikular to'g'ri chiziq chiqaziladi, ($S \perp q_\infty S \perp S n_\infty$);
- $Q(Q_K, Q_\infty)$ tekislikka perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtasining perspektivasi aniqlanadi, ($T_\infty \cap S n_\infty \Rightarrow n_\infty$);
- $j) A$ nuqta orqali Q tekislikka perpendikular n to'g'ri chiziq o'tkaziladi, ($A \perp n \perp Q$);
- n_∞ ning ufq chizig'idagi n'_∞ o'rni aniqlanadi;
- n'_∞ ni A' tutashtirib K_H da n'_K nuqta aniqlanadi;
- n'_K dan K_H ga perpendikular chiqarib, $n_\infty A$ da n to'g'ri chiziqlarning kartina izi n_K aniqlanadi.

$n(n_K, n_\infty)$ to'g'ri chiziqni $Q(Q_K, Q_\infty)$ tekislik bilan $B(B, B')$ kesishish nuqtasi aniqlanadi. Buning uchun:

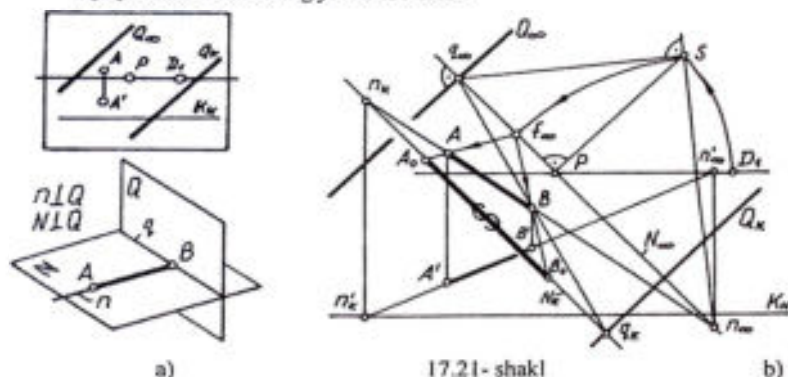
- $n(n_K, n_\infty)$ orqali $N(N_K, N_\infty)$ tekislik o'tkaziladi, ($n \perp N$);
- $N(N_K, N_\infty)$ va $Q(Q_K, Q_\infty)$ tekisliklarning kesishish chizig'i $q(q_K, q_\infty)$ aniqlanadi, ($N \cap Q \Rightarrow q$);

d) $q(q_K, q_\infty)$ va $n(n_K, n_\infty)$ to'g'ri chiziqlarning o'zaro kesishgan $B(B, B')$ nuqtasi aniqlanadi, ($q \cap n \Rightarrow B$).

$AB(AB, A'B')$ qisqa masofaning haqiqiy uzunligi burish vatarlarining f_∞ uchrashish nuqtasi yordamida aniqlanadi. Buning uchun:

- n_∞ nuqtadan $n_\infty S$ radiusda yoy chizib, N_∞ da burish vatarlarining uchrashish nuqtasi f_∞ aniqlanadi;
- A va B nuqtalar f_∞ orqali N_K ga proyeksiyalanib, unda A_0 va B_0 nuqtalar aniqlanadi.

$A_0 B_0$ kesma masalaning javobi bo'ladi.

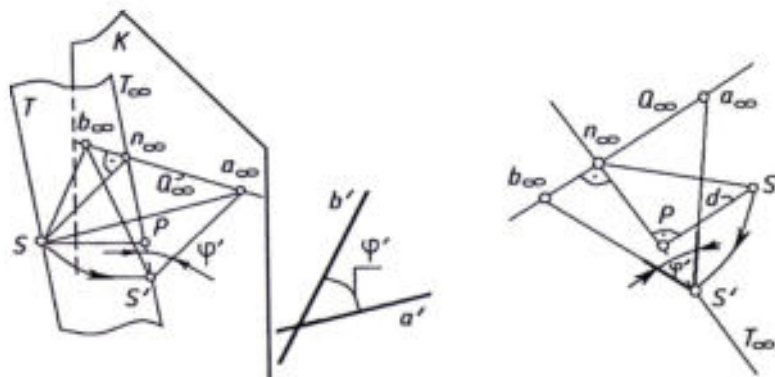


17.21- shakl

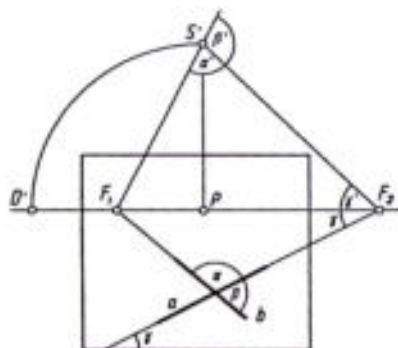
Ikki to'g'ri chiziq orasidagi chiziqli burchakni aniqlash. Ikki to'g'ri chiziq o'zaro kesishadigan bo'lsagina ular orasida chiziqli burchak hosil bo'ladi. Perspektivada bu burchakni aniqlash uchun ko'rish nuqtasi S orqali bu chiziqlarga parallel qilib ko'rish nurlari o'tkaziladi. Shu ikki nur orasidagi chiziqli burchak izlanayotgan burchak hisoblanadi va u kartinaga jipslashtiriladi (17.22-shakl, a).

17.22-shakl, b da K va H larga nisbatan umumiy vaziyatdagi a' va b' to'g'ri chiziqlar orasidagi ϕ' burchakni aniqlashning ish vaziyati keltirilgan. a_∞ va b_∞ nuqtalar tutashtirilib Q parallelizm tekisligining Q_∞ uchrashish chizig'i o'tkaziladi. P bosh nuqtadan Q_∞ ga perpendikular T_∞ tekislik o'tkaziladi. T_∞ ga bosh nuqtadan perpendikular chiqarib d distansion masofa o'lchab qo'yiladi va S ko'rish nuqtasi belgilanadi. Q va T tekisliklarning $n(m_\infty)$ kesishish chizig'i aniqlanadi. $S m_\infty$ aylantirish radiusi bo'lib, S nuqta aylantiriladi va S' aniqlanadi. S' nuqta a_∞ va b_∞ nuqtalar bilan tutashtiriladi hamda ular orasidagi ϕ' burchakning haqiqiy kattaligi aniqlanadi.

Endi K va H larga nisbatan xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni aniqlashga oid masalalar ko'rib chiqiladi. Kartinada qoidaga binoan aniqlangan S' nuqta F_1 va F_2 lar bilan tutashtiriladi. Shunda chiziqli burchakning haqiqiy kattaligidagi ko'rinishi aniqlanadi (17.23-shakl).



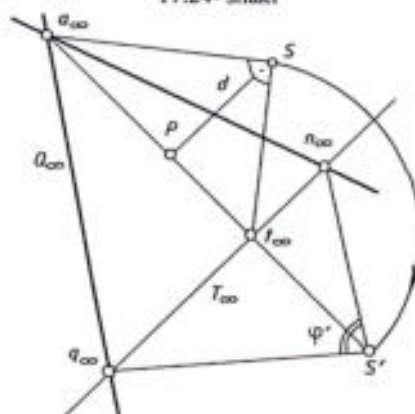
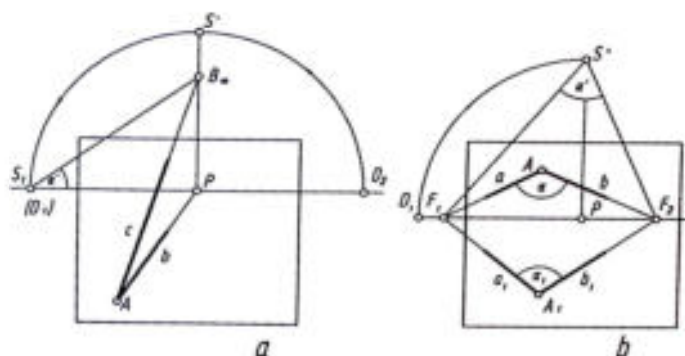
17.22- shakl



17.23- shakl

A nuqtada kesishayotgan burchakning bir tomoni H da, ikkinchisi H ga qiya joylashgan bo'lsa, bosh nuqta P dan vertikal chizilgan chiziqli topiladi. SP bosh masofani P dan ufq chizig'iga o'lchab qo'yib, S' (bu yerda S' va D_1 qo'shilib qoladi) aniqlanadi. S' bilan B_∞ tutashtirilsa, α' burchakning haqiqiy kattalikdagi ko'rinishi aniqlanadi (17.24-shakl, a).

H ga parallel a va b chiziqlardan hosil bo'layotgan a' burchak 17.16-shakldagi kabi aniqlanadi. Chunki, a va b hamda a_1 va b_1 chiziqlar mos ravishda o'zaro paralleldir (17.24-rasin, b).

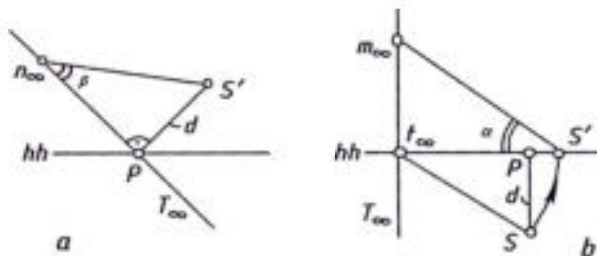


Ikki tekislik orasidagi chiziqli burchakni aniqlash. Ikki tekislik hosil qilgan burchak ularga perpendikular o'tkazilgan tekislikning ular bilan kesishgan chiziqlari orasidagi chiziqli burchak bilan o'lanadi. 17.25-shaklda Q va N tekisliklari orasidagi burchakni aniqlash ko'rsatilgan. Buning uchun ularning kesishgan $a(a_m)$ chizig'iga perpendikular $T(T_m)$ tekislik o'tkaziladi. $T(T_m)$ tekislikni berilgan tekisliklari bilan kesishgan $q(q_m)$ va $n(n_m)$ chiziqlari aniqlanadi. Aniqlangan chiziqlar hosil qilgan $q_m S' n_m$ burchak kartina tekisligiga jipslashtirilib, uning haqiqiy kattaligiga ega bo'linadi. $\angle q_m S' n_m = \varphi$ ikki tekislik orasidagi burchakdir.

To'g'ri chiziqli kartina va narsalar tekisligi bilan hosil qilgan burchagini aniqlash. 17.26-shakl, a da n to'g'ri chiziqli kartina tekisligi bilan hosil qilgan burchagini aniqlash ko'rsatilgan. Buning uchun S' dan n to'g'ri chiziqli orqali kartinaga perpendikular $T(T_\infty)$ tekislik o'tkaziladi va qarash nuqtasi T_∞ atrofida

aylantirilib kartina ustiga qo'yiladi. Ushbu jarayon bosh masofa d yordamida bajariladi. Hosil bo'lgan $\angle Pn_\infty S' = \beta'$ burchak masala javobi bo'ladi.

17.26-shakl, b da esa m to'g'ri chiziqli H narsalar tekisligi bilan hosil qilgan burchagini aniqlash ko'rsatilgan. Buning uchun S qarash nuqtasi va m to'g'ri chiziqli orqali H narsalar tekisligiga perpendikular (vertikal) T(T_∞) tekislik o'tkaziladi. T va H tekisliklar t(t_∞) chiziqli bo'yicha kesishadi. Ikki to'g'ri chiziqli orasidagi burchakni aniqlash qoidasiga asosan m va t chiziqli orasidagi $\angle m_\infty S' t_\infty = \alpha'$ burchak d bosh masofa yordamida aniqlanadi hamda u masalaning javobi bo'ladi.



17.26- shakl.

Pozitsion va metrik masalalarni yechishga oid amaliy masalalar. 17.27-shaklda to'g'ri chiziqli bilan tekislikning kesishuv nuqtasini topish hamda b va l to'g'ri chiziqli orasidagi burchakni aniqlash ko'rsatilgan.

1-masala. Shartli antennani ushlab turgan vertikal b xodaning prizma (qiya tom)ni qiya joylashgan Q tekisligi bilan kesishuv nuqtasi aniqlansin. b xodaning H dagi asosi b₁ bilan berilgan.

Yechilishi. b orqali prizmaning uchburchak asoslariga parallel qilib vertikal T(T_∞) tekislik o'tkaziladi. U prizmaning H narsalar tekisligida yotgan pastki tomonini $n_\infty b_1 A$, Q ni esa Al_∞ orqali kesadi. b bilan Al_∞ ning kesishgan B nuqtasi masala javobi bo'ladi.

2-masala. l bilan b orasidagi burchakning haqiqiy kattaligi aniqlansin.

Yechilishi. Bu burchak S qarash nuqtasidan l va b larga parallel o'tkazilgan to'g'ri chiziqli orasidagi burchak bilan o'lchanadi. Buning uchun $Sn_\infty l_\infty$ uchburchak $n_\infty l_\infty$ atrofida aylantirib, kartina bilan ustma-ust qo'yiladi, ya'ni $n_\infty S$ ni n_∞ dan boshlab ufq chiziqliga o'lchab qo'yamiz. S ning yangi holati S' dan vertikal chiziqli o'tkazib, u bilan S'l_∞ orasidagi burchak o'lchanadi. U 57° ga teng ekan.

18.1-§. Tekis shakllarning perspektivasi

To'g'ri to'rtburchakning perspektivasi. To'g'ri to'rtburchakning 12, 34 chizig'i kartinaga perpendikular, 13, 24 chiziqlari kartinaga parallel bo'lgani uchun uning perspektivasi P bosh nuqta va D_1 yoki D_2 distansion nuqtalar yordamida bajariladi (18.1-shakl, a).

Agar ushbu to'rtburchak kartinaga yon chiziqlari bilan qiya berilgan bo'lsa, uning perspektivasi quyidagicha yasalanadi:

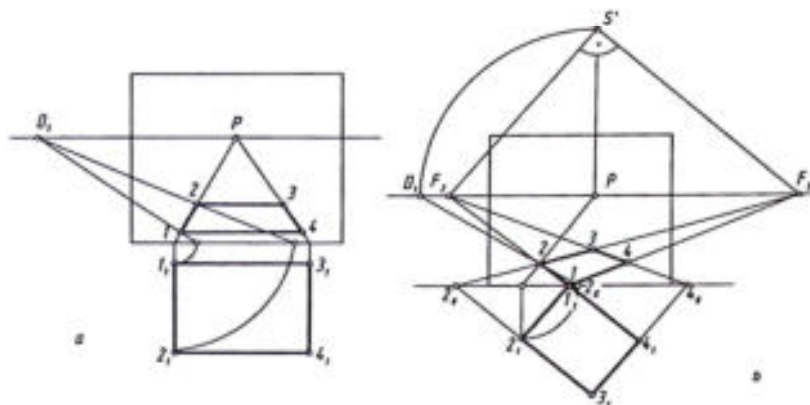
1. P bosh nuqtadan ufq chizig'iga perpendikular chiziq chiziladi va unga PD_1 (distansion masofa) olib o'tiladi hamda hosil qilingan nuqta S' deb belgilanadi. Bu yerda S' ko'rish nuqtasining kartina bilan jipslashtirilgan holati vujudga keldi.

2. S' nuqtadan 12 va 14 chiziqlarga parallel chiziqlar o'tkaziladi hamda h (ufq chizig'i) da ularning F_1 va F_2 uchrashish nuqtalari aniqlanadi. Bu yerda F_1 nuqta 1,2₁ va 3,4₁ chiziqlarning, F_2 nuqta 1,4₁ va 2,3₁ chiziqlarning uchrashish nuqtasi hisoblanadi.

3. 1 nuqta kartina asosida bo'lgani uchun u F_1 va F_2 nuqtalar bilan tutashtiriladi. 3,2₁ va 3,4₁ lar davom ettirilib, ularning kartina asosi bilan kesishgan 2₀ va 4₀ nuqtalari aniqlanadi va ular, mos ravishda, F_1 va F_2 lar bilan tutashtiriladi.

4. Perspektivada o'zaro kesishayotgan chiziqlar orqali to'g'ri to'rtburchakning tasviri ajratib olinadi (18.1-shakl, b).

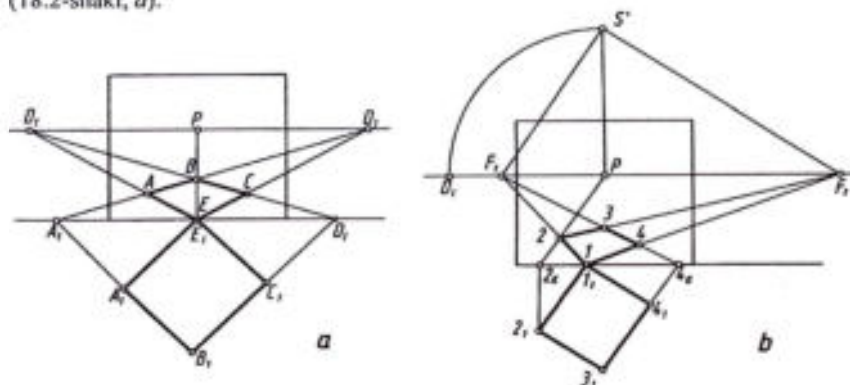
5. Bunday to'g'ri to'rtburchakning perspektivasini P bosh nuqta va D_1 distansion nuqta yordamida ham yasash mumkin. Masalan, 2 nuqtaning perspektivasi 2₀ va 2₀ nuqtalar orqali bajariladi (18.1-shakl, b). Qolgan nuqtalarning perspektivalari 2 nuqtaning perspektivasini yasash kabi amalga oshiriladi.



18.1- shakl

Kvadratning perspektivasi. H dagi kvadrat ikki yon chiziqlari bilan kartinaga parallel va perpendikular holda joylashgan bo'lsa, uning perspektivasini P bosh nuqta va distansion D , yoki D_2 nuqtalar ish- tirokida yasash mumkin (18.2-shakl, a).

H dagi kvadrat kartinaga yon chiziqlari bilan 45° burchak ostida joylashgan bo'lsa, uning perspektivasi faqat D_1 va D_2 nuqtalar yordamida yasalishi mumkin (18.2-shakl, a).



18.2- shakl

18.1-shakl, b dagidek H dagi kvadrat kartinaga yon chiziqlari bilan ixtiyoriy burchaklarda joylashgan bo'lsa, to'g'ri to'rtburchakning perspektivasini yasashdagi usuldan foydalaniladi (18.1-shaklga q.).

1. P bosh nuqtadan ufq chizig'iga perpendikular chiziq o'tkaziladi va unda S' nuqta ($PD_1=PS$) aniqlanadi.

2. S' nuqtadan kvadrat yon chiziqlariga parallel chiziqlar o'tkaziladi va

ularning ufq chizig'idagi uchrashish nuqtalari F_1 va F_2 lar belgilanadi.

3. Kartina asosidagi 1_1 nuqta F_1 va F_2 nuqtalar bilan tutashtiriladi. $3_1, 4_1$ chiziqlarning davomidagi (kartina asosidagi) 4_0 nuqta F_1 bilan tutashtiriladi. Ammo $3_2, 4_2$ chiziq davom ettirilsa, kartina asosi bilan chizma qog'ozi chegarasida kesishmaydi. Shu sababli 2_1 dan kartina asosiga perpendikular chiziq o'tkazilib, hosil bo'lgan 2_K nuqta P bilan tutashtiriladi va perspektivada kvadratning tasvirini yakunlaydi (18.2-shakl, b).

Endi turli vaziyatdagi kvadratlarning perspektivasini qurishga oid masalalarni ko'rib chiqamiz.

1-masala. Perspektivada gorizontal kvadratning bitta 12 tomonining perspektivasi berilgan. Uning (kvadratning) perspektiv tasviri bajarilsin (18.3-shakl, a).

1. 1 va 2 nuqtalar P bilan, 2 nuqta D_1 bilan tutashtiriladi. Shunda $1P$ chiziqda 3 nuqta aniqlanadi.

2. 3 nuqtadan 12 ga parallel to'g'ri chiziq o'tkazilsa, kvadratning perspektivasi yasaladi.

2-masala. K ga 45° burchak ostida joylashgan gorizontal kvadratning bitta 12 tomonining perspektivasi berilgan. Kvadratning perspektivasi yasalsin (18.3-shakl, b).

1. 1 va 2 nuqtalar D_1 bilan, 1 yana P bilan tutashtiriladi. $2D_1$ va $1P$ chiziqlarning kesishishidan 4 nuqta topiladi.

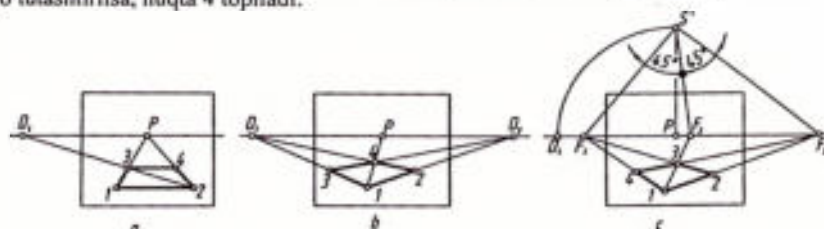
2. 4 va D_2 nuqtalar tutashtirilsa, $1D_1$ da 3 nuqta aniqlanadi. Shunda kvadratning perspektivasi yasalgan bo'ladi.

3-masala. Gorizontal kvadratning berilgan bitta yon tomoni 12 ning perspektivasi bo'yicha uning perspektivasi yasalsin (18.3-shakl, c).

1. 12 to'g'ri chiziq davom ettirilib, uning uchrashish nuqtasi F_1 ufq chizig'ida aniqlanadi.

2. P dan ufq chizig'iga perpendikular chiziq chizilib, unga PD_1 masofa olib o'tiladi va bu nuqta S' deb belgilanadi. S' va F_1 lar tutashtiriladi hamda SF_1 chiziq S' nuqtadan 90° ga to'ldirilib, ikkinchi uchrashuv nuqtasi F_2 topiladi.

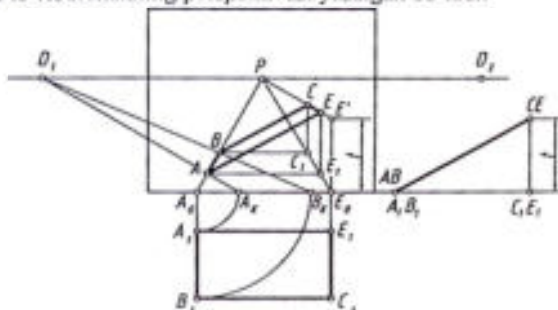
3. F_1SF_2 burchakni 45° dan teng ikkiga bo'luvchi chiziq ufq chizig'ini F_3 nuqtada kesadi. $1F_3$ va $2F_2$ chiziqlar o'zaro 3 nuqtada kesishadi. F_1 va 3 nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, nuqta 4 topiladi.



18.3- shakl

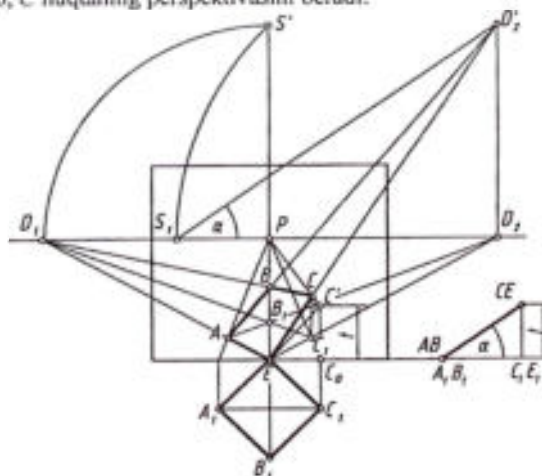
Og'ma tekislikdagi shakllarning perspektivasi. H ga qiya va K ga perpendikular to'g'ri to'rtburchakning perspektivasini yasash 18.4-shaklda ko'rsatilgan. Buning uchun, oldin, H ga qisqarib proyeksiyalanayotgan ko'rinishiniing perspektivasi P va D_1 nuqtalar yordamida bajarib olinadi.

To'g'ri to'rtburchakning AB chizig'i H da, CE chizig'i H dan t masofaga teng balandlikda perspektivasi bajariladi. AE va BC nuqtalar tutashtirib chiqilsa, to'g'ri to'rtburchakning perspektivasi yasalgan bo'ladi.



18.4- shakl

18.5-shaklda kartina tekisligiga nisbatan 45° da bo'lgan og'ma kvadratning perspektivasi berilgan. Dastlab, kvadratning H dagi proyeksiyasining perspektivasi $A_1B_1C_1$ bosh nuqta P , D_1 va D_2 distansion nuqtalarlar yordamida quriladi. C_0 dan chiqarilgan vertikal chiziqqa berilgan t masofa o'lchab qo'yilib, C' belgilanadi va u P bilan tutashtiriladi. Bu chiziq C_1 dan chiqarilgan vertikal chiziq bilan kesishib, C nuqtaning perspektivasini beradi.



18.5- shakl

Bu ishini bajarishda AB va EC chiziqlarning uchrashish nuqtasi D'_2 dan ham foydalanish mumkin edi. Buning uchun ko'rish nuqtasi S ning kartinaga jipslashtirilgan holati tiklanadi va u SD_2 atrofida aylantirilib, h ufq chizig'iga olib tushiladi. Olib tushilgan S_1 nuqta burish vatarlarining uchrashish nuqtasi hisoblanadi va undan h ga nisbatan berilgan α burchak ostida to'g'ri chiziq o'tkaziladi. O'tkazilgan chiziq D_2 dan chiqarilgan vertikal chiziq bilan kesishib, izlangan D'_2 nuqtani beradi. A va E nuqtalarni D'_2 bilan tutashtiruvchi chiziqlar B_1 va C_1 lardan chiqarilgan vertikal chiziqlarni kesib, B va C nuqtalarning perspektivasini hosil qiladi.

18.6-shaklda H ga ham, K ga ham qiya bo'lgan tekislikdagi to'g'ri to'rtburchakning perspektivasini bajarilishi tasvirlangan. Bu jarayon quyidagi tartibda amalga oshirilgan.

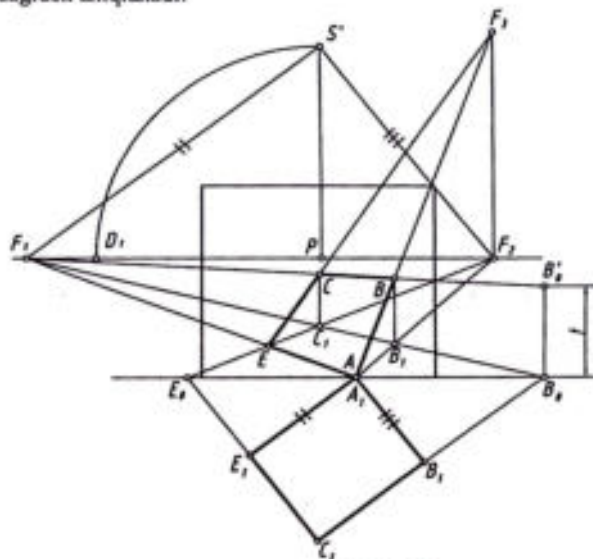
1. To'g'ri to'rtburchakning H dagi tasviriga S' dan parallel chiziqlar o'tkazilib, F_1 va F_2 nuqtalar topilgan.

2. B_0 , A_1 , E_0 nuqtalar F_1 va F_2 lar bilan tutashtirilib, to'g'ri to'rtburchakning H dagi perspektivasi yasalgan.

3. B_0 dan vertikal chiziqqa B_1C_1 chiziqning H dan uzoqligi (balandligi) t masofa o'lchab qo'yilib, u F_1 bilan tutashtirilgan. Shunda BC chiziqning perspektivasi B' va C' nuqtalardan vertikal chizilgan chiziqlarda belgilangan.

4. B va C hamda A va E nuqtalar o'zaro tutashtiriladi.

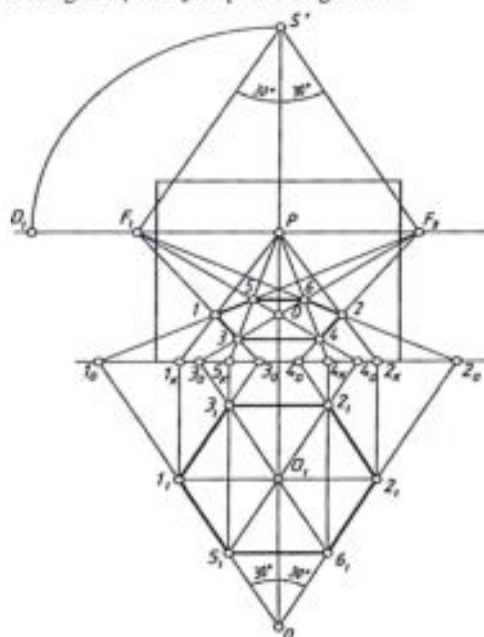
Bu chizmada ham AB va CE chiziqlarning uchrashish nuqtasi F_3 avvalgi shakldagidek aniqlanadi.



18.6- shakl

Muntazam oltiburchakning perspektivasi. H dagi oltiburchakning perspektivasini yasash uchun quyidagi ishlar amalga oshiriladi.

1. Qoidaga muvoliq P dan yuqorida S' nuqta aniqlanadi.
2. S' nuqta orqali oltiburchakning chiziqlari (diagonallari)ga parallel, ya'ni PS' ga nisbatan 30° li burchak ostida to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi va ularning ufq chizig'i bilan kesishgan F_1 va F_2 nuqtalari belgilanadi.



18.7- shakl

3. Oltiburchakning yon chiziqlari (diagonallari) kartina asosigacha davom ettiriladi va 1_0 , 2_0 nuqtalar, mos ravishda, F_1 va F_2 lar bilan tutashtiriladi. 3_0 va 4_0 nuqtalar ham mos ravishda F_2 va F_1 nuqtalar bilan tutashtiriladi.

4. Chiziqlarnig o'zaro kesishishidan oltiburchakning hosil bo'lgan O markazi va boshqa nuqtalari aniqlab olinadi.

5. 3 va 4 hamda 5 va 6 nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, oltiburchakning perspektivasi yasaladi (18.7-shakl).

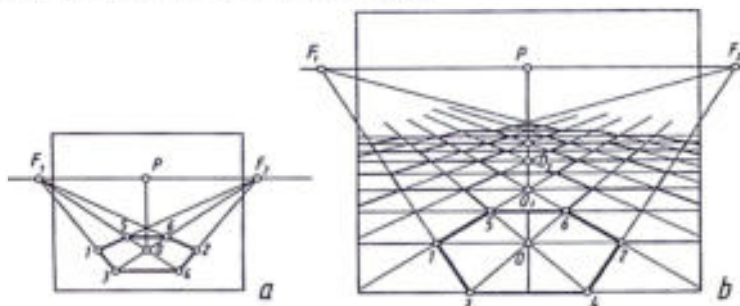
Oltiburchakning perspektivasini uning H dagi proyeksiyasidan foydalanmasdan ham yasash mumkin. Buning uchun:

1. Qoidaga binoan P dan ufq chizig'iga perpendikular chiziqda S' nuqta aniqlab olinadi va undan PS' chiziqqa nisbatan ikki tomonga 30° li burchak ostida to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. Yoki P dan ufq chizig'ining chap va o'ng tomonlariga

bir xil masofada F_1 va F_2 nuqtalar tanlab qo'yiladi.

2. Kartina O nuqta tanlab olinadi va undan ufq chizig'iga parallel qilib gorizontaal chiziq chiziladi. O nuqtadan boshlab bu chiziqning ikkala tomoniga bir xil ($O1=O2$) kesma o'ltib qo'yiladi.

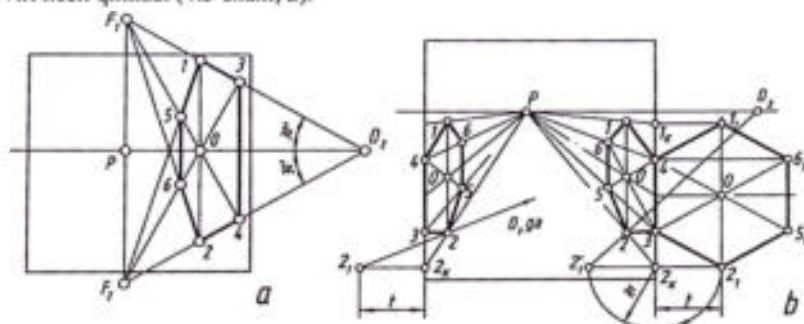
3. 1, 2, O nuqtalar F_1 va F_2 lar bilan tutashtiriladi. Shunda oltiburchakka tegishli nuqtalar o'rni aniqlanadi (4.2-shakl, a).



18.8- shakl

4. Shu tartibda oltiburchakli plitkalaridan tuzilgan polning perspektivasini yasash mumkin (4.2-shakl, b). Buning uchun oltiburchak yasab olingandan keyin OP chiziqlar O_1, O_2, O_3 markazlar F_1 va F_2 nuqtalar orqali topiladi. Oltiburchakning ikki yon tomonlarini yasash uchun O, O_1, O_2, O_3 markazlardan ufq chizig'iga parallel chiziqlar chizilsa, ular F_1 va F_2 larga yo'nalgan chiziqlar bilan kesishib, oltiburchaklarning shakllarini aniqlaydi.

Vertikal tekislikda oltiburchakning perspektivasini yasash uchun P dan vertikal chiziq chizib, unda F_1 va F_2 nuqtalar belgilab olinadi. O nuqtadan vertikal chiziq chizib, unda $O1=O2$ kesma olinadi hamda ular F_1 va F_2 nuqtalar bilan tutashtiriladi. Hosil qilingan nuqtalar tutashtirilib, oltiburchakning perspektiv tasviri hosil qilinadi (4.3-shakl, a).



18.9- shakl

Aylananing perspektivasi. Aylanaga ko'rish nuqtasi S orqali qaratilganda ko'rish nurlari konus yasovchilari, S konus uchi va aylana konus asosi deb faraz qilinadi. Shunda konus yasovchilarining kartina bilan kesishishidan egri chiziqli hosil bo'ladi.

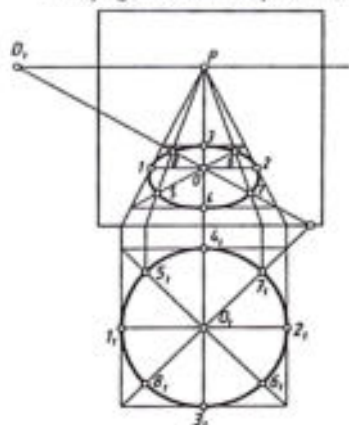
Aylana perspektivasini yasashning eng qulay usuli uni sakkizta nuqtasi orqali bajarish hisoblanadi. Shuning uchun avval aylana tashqarisiga kvadrat chizib olinadi va uning diagonalali o'tkaziladi. Shunda aylana teng sakkiz qismga bo'linadi.

1. Kvadratning perspektivasi chizib olinadi.

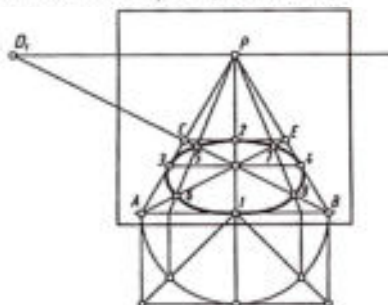
2. Kvadratning ikkinchi diagonalali o'tkaziladi va markazi orqali ufq chizig'iga parallel va perpendikular chiziqlar o'tkaziladi. Shunda aylananing to'rtta nuqtasi aniqlanadi.

3. Kvadrat diagonalalaridagi nuqtalar topiladi. Buning uchun bu nuqtalardan kartina asosigacha perpendikular chiziqlar chizilib, kartina asosida nuqtalar hosil qilinadi va ular P nuqta bilan tutashtiriladi. Shunda perspektivada yana qo'shimcha to'rtta nuqta aniqlanadi.

4. Topilgan barcha nuqtalar ravon tutashtirib chiqiladi (18.10-shakl).



18.10- shakl



18.11- shakl

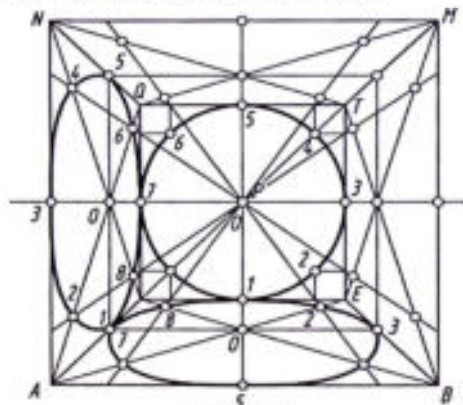
Aylana perspektivasini uning H dagi tasvirisiz ham yasash mumkin. Buning uchun kartinada AB kesma ixtiyoriy tanlab olinadi va u kvadratning bir tomoni perspektivasi deb qabul qilinadi. Kesmaning B nuqtasini D_1 bilan tutashtirib, AP chiziqda C nuqta aniqlanadi va undan AB ga parallel chiziqli chizib, BP da E nuqta topiladi. AE diagonal ham o'tkaziladi va kvadratning markazi O nuqta belgilanadi. OP chiziqda 1 va 2, ufq chizig'iga parallel bo'lgan chiziqda 3 va 4 nuqtalar belgilanadi. 1 nuqta orqali IA yoki IB radiusda yarimaylana chizilib, yarimkvadrat yasaladi. Yarimdiagonallar yarimaylana bilan kesishib, hosil bo'layotgan nuqtalardan kartina asosiga perpendikular chiziqlar o'tkaziladi va bu nuqtalar P

bilan tutashtiriladi. Shunda kvadrat diagonallarida 5, 6, 7 va 8 nuqtalarning o'rinlari aniqlanadi. Barcha aniqlangan nuqtalar o'zaro ravon tutashtiriladi (18.11-shakl).

Aylananing perspektivasini yasashni frontal devor (tekislik)da chizilgan aylanadan foydalanib bajarish ham mumkin. Buning uchun:

1. Xonaning frontal perspektivasi chizib olinadi (18.12-shakl).

2. Ixtiyoriy tanlab olingan AB kesmaning B nuqtasi D_1 bilan tutashtiriladi. AP chiziqda C va u orqali BP da E nuqta topiladi. A va B nuqtalardan vertikal chiziqlar chizilib, AB ga teng o'lchamda MN tomon chiziladi. Shunda $ABMN$ *tashqi* katta kvadrat hosil bo'ladi. MP , NP lardagi Q va T nuqtalar o'zaro tutashtiriladi. Shuningdek, bu nuqtalar C va E lar bilan tutashtirilib kichik kvadrat yasaladi. Shunda xonaning frontal perspektivasi yasaladi.



18.12- shakl

3. P nuqtani aylana markazi deb, undan kichik kvadrat tomonlariga urinib o'tadigan aylana chiziladi.

4. Xona devorlari diagonallarining o'rta chiziqlari chizilib, ular da aylanadan hosil bo'ladigan ellips nuqtalari P bosh nuqtadan foydalanib topiladi.

5. 2, 4, 6, 8 nuqtalardan kichik kvadrat tomonlariga perpendikular chiziqlar o'tkaziladi va bu nuqtalar P bilan tutashtirilib, xona devorlari tomon yo'naltiriladi. Shunda xonaning pol va devor tekisliklarida ellipsga tegishli nuqtalar topiladi hamda ular ravon tutashtirilib chiqiladi. Xonaning shift va o'ng devor tekisliklarida aylana perspektivasining chizilishi ko'rsatilmagan. Ulardagi aylana perspektivalari pol va chap yon devordagi kabi bajariladi.

Vertikal tekislikdagi aylananing perspektivasini yasash quyidagi tartibda amalga oshiriladi (18.13-shakl).

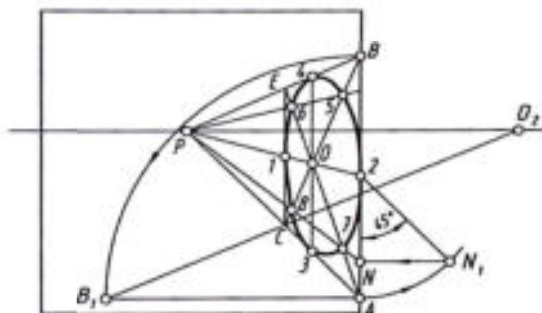
1. Kartining elementlari h ufq chizig'i, P bosh nuqta va D_2 distansion nuqtalar belgilab olinadi.

2. Kartinaning o'ng tomonida kvadrat perspektivasi chiziladi. Buning uchun kvadrat tomoni AB tanlab olinadi va uning nuqtalari P bilan tutashtiriladi. A nuqtadan gorizontaal chiziq chizilib, unga kvadrat tomoni AB o'lchab qo'yiladi hamda B_1 nuqta D_2 bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan C nuqtadan vertikal chiziq o'tkazilib, kvadratning perspektivasi bajariladi.

3. Kvadrat diagonallari va markaziy chiziqlari chizilib, ularda oldin 1, 2, 3, 4 nuqtalar aniqlanadi.

4. 2 nuqtadan 45° burchak ostida chizilgan to'g'ri chiziqning 24 radiusli yoy bilan kesishishidan hosil bo'lgan nuqta kartunaga olib o'tiladi. Olib o'tilgan N nuqta P bilan tutashtiriladi. Shu tartibda 5, 6, 7 va 8 nuqtalar ham aniqlanadi.

5. Hosil qilingan ellips nuqtalari ketma-ket o'zaro ravon qilib tutashtirib chiqiladi.



18.13- shakl

18.2-5. Geometrik jismlarning perspektivasi

Ma'lumki, har qanday geometrik jism (figura) ko'pyoq bo'lsa, u uchburchak, to'rtburchak, oltiburchak kabi tekis shakllardan taslikil topgan bo'ladi. Tekis shakllarning perspektiv tasvirlarini yasash o'rganib olingan bo'lib, endi ko'pyoqlarning perspektiv tasvirlarini bajarish o'rganiladi.

Kubning perspektivasi. Asosi H da bo'lgan kartinaga yon yoqlari bilan 45° burchak ostida joylashgan kubning perspektivasini yasash uchun:

1. Kartinada A nuqta tanlab olinadi va u D_1 va D_2 lar bilan tutashtiriladi. Kubning bitta qirrası B nuqta bilan chegaralanadi. B nuqtadan ufq chizig'iga parallel chiziq chizib, C nuqta belgilanadi (18.14-shakl).

2. C ni D_2 bilan, B ni D_1 bilan tutashtirishdan E nuqta topiladi. Shunda kvadratning perspektivasi aniqlanadi.

3. AB kesmaning haqiqiy uzunligi A_1B_1 aniqlanadi va B_1 dan vertikal chiziq chizib, unga A_1B_1 uzunlik o'lchab qo'yiladi va hosil bo'lgan T_1 nuqta P bilan tutashtiriladi. Bu chiziq B nuqtadan vertikal chizilgan qirmani T nuqtada kesadi.

4. T nuqta D_1 va D_2 lar bilan tutashtiriladi. Bu chiziqlar A dan vertikal chizilgan qirrani L nuqtada, E nuqtadan chizilgan vertikal qirrani N nuqtada

1. Qoidaga muvofiq ko'rish nuqtasi S' aniqlab olinadi va bu nuqta orqali SP ga nisbatan ikki tomonlama 30° li burchaklar yasaliib davom ettiriladi hamda ufq chizig'iga P dan bir xil uzoqlikda joylasgan uchrashish nuqtalari F_1 va F_2 lar topiladi (18.15-shakl).

2. PS' chiziqla oltiburchakning markazi O nuqta tanlab olinadi. Kartinada tanlab olingan O nuqtadan ufq chizig'iga parallel chiziqlar chizilib, unga, ixtiyoriy kattalikda, $O_1=O_2$ masofa qo'yiladi. O , 1, 2 nuqtalar F_1 va F_2 nuqtalar bilan tutashtiriladi hamda 3, 4 va 5, 6 nuqtalar belgilanib, ular o'zaro hamda 1 va 2 lar bilan tutashtiriladi.

3. Prizmaning ustki asosi t masofa balandlikda ostki asosi kabi yasiladi.

Bitta yog'i bilan H da gorizontal joylashgan muntazam oltiburchakli prizmaning simmetrik o'qi D_2 da kesishadi. Uning perspektivasini yasash 18.16-shaklda ko'rsatilgan.

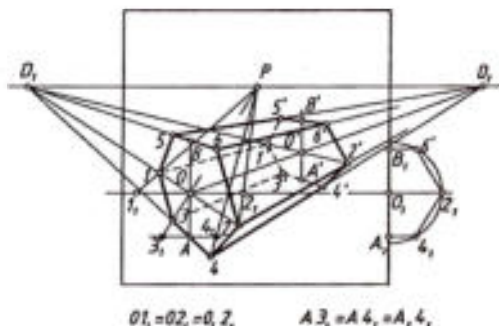
1. O nuqtadan vertikal chiziqlar chizilib, unda A va B ($OA=OB$, $O_1A_1=O_1B_1$) nuqtalar belgilanadi. O va A hamda B nuqtalar D_1 bilan tutashtiriladi.

2. O va A nuqtalardan ufq chizig'iga parallel chiziqlar chizilib, ularga $O_1 2_1$ va $A_1 4_1$ masofalar ikki tomonlama o'lchab qo'yiladi. 1_1 , 2_1 va 3_1 , 4_1 nuqtalar P bilan tutashtiriladi va perspektivada 1 va 2 hamda 3 va 4 nuqtalar topiladi. 3 va 4 dan vertikal chiziqlar chizilib, 5 va 6 nuqtalar belgilanadi.

3. Hamma aniqlangan nuqtalar ketma-ket tutashtirilib chiqiladi. Natijada oltiburchakning perspektivasi hosil bo'ladi.

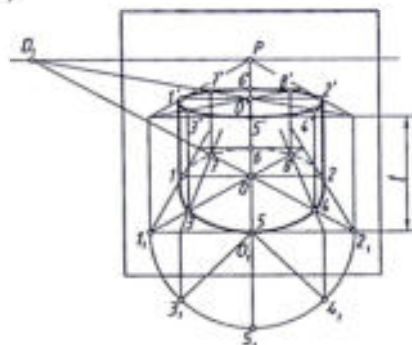
4. Prizmaning orqa tomonidagi asosining perspektivasi yasiladi. Prizmaning uzunligi avvaldan berilishi yoki ixtiyoriy tanlab olinishi mumkin. Buning uchun OD_2 chiziqda O' belgilab olinadi va undan vertikal chiziqlar chizilib, AD_2 va BD_2 larda A' , B' nuqtalar aniqlanadi.

5. A' , B' , O' nuqtalar D_1 bilan tutashtiriladi va 1, 2, 3, 4, 5, 6 nuqtalar D_2 bilan tutashtiriladi. Shunda D_1 va D_2 larga yo'nalgan chiziqlarning mos ravishda o'zaro kesishishidan hosil bo'layotgan $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$, $6'$ nuqtalar bir-biri bilan tutashtirilishi natijasida prizmaning orqa asosi yasiladi.



18.16-shakl

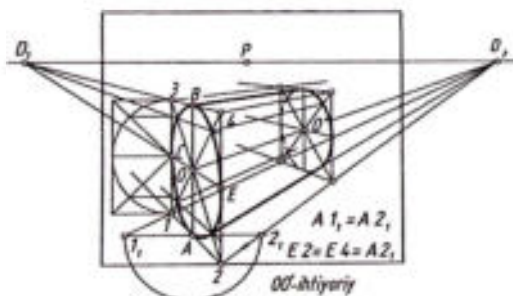
Silindrning perspektivasi. H ga perpendikular, ya'ni vertikal silindrning perspektivasini yasashdan oldin, uning H dagi asosi aylananing perspektiv tasviri bajariladi. So'ngra silindr ustki asosining perspektivasi ostki asosi kabi berilgan balandlikda yasaladi. Silindrning ostki va ustki asoslarining perspektiv tasvirlariga urinma chiziqlar o'tkaziladi. Shundan keyin silindrning perspektivasi bajarilgan bo'ladi (18.17-shakl).



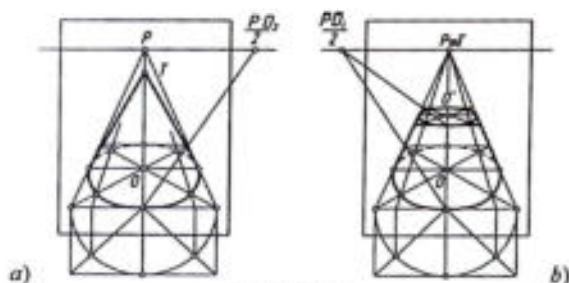
18.17- shakl

Silindr asoslarining perspektivalarini O va O' nuqtalarda eni aylana diametriga teng kvadratlarning perspektivalarini yasashdan boshlanadi. Kvadratning perspektivalari ichiga aylanalarining perspektivalari chizib chiqiladi. Bu yerda silindrga tashqi tomonidan chizilgan asosi kvadrat prizma deb qaralib, uning, ya'ni asosi kvadrat prizmaning perspektivasini yasab olish orqali silindrning perspektivasini bajarish tavsiya etiladi.

Gorizontal silindrning simmetriya (geometrik) o'qining uchrashish nuqtasi D_2 da kesishadigan bo'lsa, oldin O va O' markazlarida asoslari aylana diametriga teng bo'lgan kvadratlarning perspektivalari yasab olinadi. Bu yerda silindr asoslari kvadratli prizмага almashtirib olinadi. Keyin kvadratlarning ichiga aylanalarining perspektivalari chizib chiqiladi va ularga urinma chiziqlar o'tkaziladi (18.18-shakl).



18.18- shakl

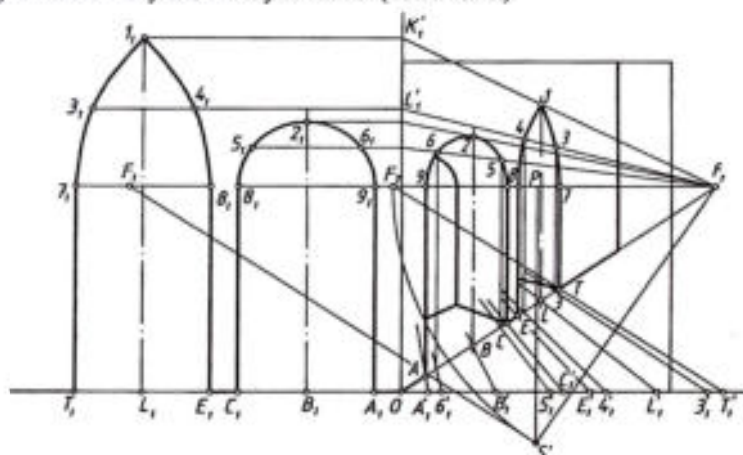


18.19-shakl

Konusning perspektivasi. Konusning simmetriya (geometrik) o'qi H ga perpendikular bo'lsa, vertikal konus, asosi aylanadan iborat bo'lsa, aylanish konusi ham deyiladi. Bunday konusning perspektivasi yasash uchun oldin uning asosi (aylana)ning H dagi tasviriga konus uchidan urinmalar o'tkaziladi (18.19-shakl, a).

Kesik konusning perspektivasi yasash 18.19-shakl, b da ko'rsatilgan.

Arka perspektivasi. Turli ko'rinishdagi arka (peshtoq)larning perspektivalarini yasashda ufq chizig'idagi F_1 va F_2 uchrashish nuqtalari qatori F_3 dan uning elementlarini yasashda foydalaniladi (18.20-shakl).



18.20- shakl

Aylanish sirti perspektivasi. Har qanday aylanish sirtlari (jismlar) parallellardan va meridianlardan tashkil topgan bo'ladi. Bunday sirtlarning perspektivalarini yasashda ularning parallellarini tasvirlash orqali bajarish yaxshi natija beradi.

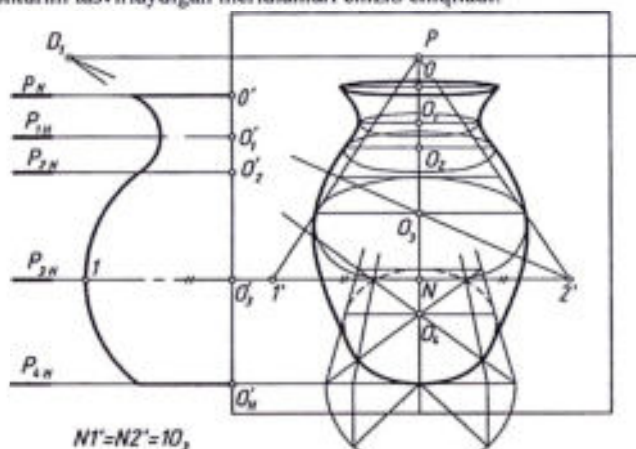
Ko'za (vaza)ning perspektivasi quyidagi tartibda yasaladi (18.21- shakl).

1. Ko'zaning simmetriya o'qida bir necha parallellari tanlab olinadi va ularning markaziari O' , O'_1 , O'_2 , O'_3 , O'_4 , deb belgilanadi. Tanlab olingan parallellarning eng kattasi *ekvator*, eng kicligi *bo'yin chizig'i* deyiladi.

2. Ko'zaning bosh ko'rinishining yarmi kartinaning chap yon tomonida tasvirlangan. P dan chizilgan vertikal chiziqli ko'za parallellari markaziari perspektiva qoidalariga binoan aniqlab olinadi va bu chiziq sirtning simmetriya o'qi deb qabul qilinadi.

3. Har bir parallel markazidan parallel diametriga teng kvadratlar perspektivalari chizib chiqiladi va ularning ichiga mos aylana perspektivalari bajarib olinadi.

4. Barcha parallellarning perspektiv tasvirlariga urinadigan qilib sirtning konturini tasvirlaydigan meridianlari chizib chiqiladi.



18.21- shakl

Nazorat savollari

1. Muntazam oltiburchakning perspektivasi qanday yasaladi?
2. Aylananing perspektivasi qanday yasaladi?
3. Kub va prizmalarning perspektivasi qanday yasaladi?
4. Silindrning perspektivasi qanday yasaladi?
5. Aylanish sirtlarining perspektivasi qanday yasaladi?
6. Sirtlarning tekislik bilan kesishish chizig'i qanday aniqlanadi?
7. Sirtlarning to'g'ri chiziq bilan kesishgan nuqtalari qanday aniqlanadi?

19.1-§. Umumiy tushunchalar

Perspektivada narsalarning tasvirini bajarishni o'rganish jarayonida ko'rish nuqtasi S orqali obyekt qanday ko'rinsa, shundayligicha tasvirlanar edi. Ya'ni K kartina tekisligi S ko'rish nuqtasi va obyekt o'rtasida joylashtirilgan edi, bunday tasvirlashda juda sodda narsalarning perspektivasini bajarish uncha qiyinchilik tug'dirmaydi. Lekin murakkabroq obyektlarni perspektivada tasvirlashda odatiy usul biroz chalkashliklar bilan bir qatorda noqulaylikni ham keltirib chiqaradi.

Shuning uchun bunday chalkashlik va noqulayliklarning oldini olish maqsadida, ko'p ilmiy izlanishlar natijasiga ko'ra, kartina bundan keyin ko'chib yuradi, ya'ni kartina obyektga nisbatan qulay vaziyatda joylashtiriladi. Shunda obyektning perspektivasi uning plani va fasadiga binoan bajariladi. Bu yerda plan obyektning ustidan ko'rinishi, fasad esa obyektning oldidan ko'rinishi hisoblanadi.

Shunday qilib, obyektning perspektivasi uning plani va fasadi (Monj chizmasi) bo'yicha bajariladi.

19.1-shaklda obyektning plani va fasadi berilgan. Uning perspektiv tasviri quyidagi tartibda yasaladi.

1. Obyektning fasadiga nisbatan ufq chizig'i tanlab olinadi.

2. Obyektning planiga nisbatan kartina izi K_N qulay vaziyatda joylashtiriladi, ya'ni obyektning ikki yon tomoni deyarli to'laroq ko'rinishi ta'minlanishi lozim.

3. Kartinaga nisbatan ko'rish nuqtasi, ya'ni optimal ko'rish burchagi (α) ta'minlanadigan masofada tanlab olinishi lozim.

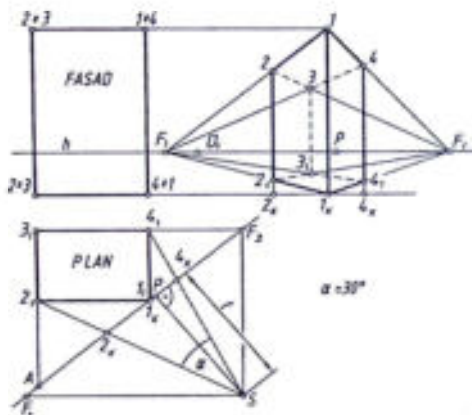
4. Kartina izida plandagi obyektning to'g'ri chiziqlari uchrashish nuqtalarining geometrik o'rinlari (D_1, D_2, F_1, F_2 lar) aniqlanadi.

5. Obyektga nisbatan tasvir bajariladigan kartina fasadning o'ng yonida yoki chizma qog'ozining bo'sh joyida tanlanadi va ufq chizig'i fasaddan olib o'tiladi. Kartina izida aniqlangan barcha uchrashuv nuqtalar (P, F_1, F_2 yoki D_1, D_2 lar) ufq chizig'iga olib o'tiladi.

6. Obyektning plandagi xarakterli (burchak) nuqtalari ($1_1, 2_1, 3_1, 4_1$) ko'rish nuqtasi S bilan tutashtirilib, K_N da bu ko'rish nurlarining kesishish nuqtalari aniqlanadi hamda ular yangi kartina asosiga olib o'tiladi. Olib o'tilgan nuqtalardan foydalanib, obyekt planining perspektivasi yasaladi.

7. Fasad elementlarining balandliklari planga muvofiq perspektivada qisqarishlarni hisobga olgan holda o'lchab qo'yiladi.

Bu yasashlar obyektning 11 qirradi kartinaga tegib turgan vaziyatda bo'lgani uchun bu qirra perspektivada o'zining haqiqiy balandligida tasvirlangan. Qolgan qirralarining qisqarib tasvirlanishi F_1 va F_2 uchrashish nuqtalari orqali aniqlanadi.

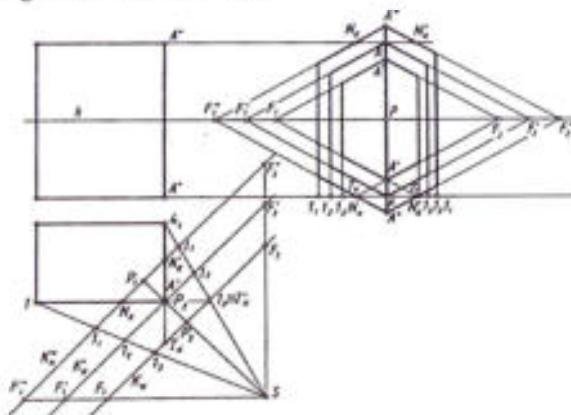


19.1- shakl.

19.2-shaklda kartinani obyekt planiga nisbatan turli ko'rinishda tanlab olish ko'rsatilgan.

1. Kartina izi obyektidan olisroqda o'tkazilgan. Shunda obyekt kichikroq tasvirlanadi. Uning oldingi qirrasining perspektivasini yasash uchun obyektning tomonlari kartina izi bilan kesishguncha davom ettiriladi va T'_K , T_K deb belgilanadi hamda perspektiv tasvirning asosiga olib o'tiladi. Bu nuqtalar T_K va F_2 o'zaro tutashtiriladi. T'_K esa F_1 bilan tutashtiriladi. Shunda obyektning oldingi qirrasining asosi yasaladi.

2. Kartina izi obyektning oldingi qirrasiga tegib tasvirlangan. Bu yerda ushbu qirra o'zining haqiqiy balandligida tasvirlanadi. Perspektivada bu qirra to'g'ridan-to'g'ri fasaddan olib o'tiladi.



19.2- shakl.

3. Kartina izi obyekt planini kesadigan qilib o'tkazilgan. Bu yerda kartina izi kesib o'tgan joy o'zining haqiqiy kattaligida tasvirlanadi. Kartina izigacha bo'lgan obyektning qismi haqiqiy kattaligidan kattaroq tasvirlanadi. Obyektning perspektivasini yasashda kartina izidagi N_K , N_K ni perspektiv tasvirning asosiga olib o'tiladi va ular F''_1 va F''_2 lar bilan tutashiriladi. Shunda obyektning kartina izidan oldingi qismi kartina asosidan oldinroqqa chiqib, ya'ni kattalashib tasvirlanadi.

Obyektning perspektiv tasviri solishtirilsa, uni qanday tartibda bajarish qulayligi aniqlanadi.

Ushbu perspektiv tasvir yasash usuli barcha usullar uchun umumiy bo'lib, yasash usulining turiga qarab o'zgarishi mumkin.

Turli sohadagi mutaxassislar o'z kasblari nuqtayi nazaridan qarashib, har qaysisini qanoatlantiradigan usullar izlaganliklari oqibatida, perspektivada har turli yasash usullari vujudga kelgan. Shulardan biri keng ommalashgan va ancha qulay bo'lgan "Arxitektorlar usuli" hisoblanadi.

Arxitektorlar obyektning plani va fasadidagi parallel to'g'ri chiziqlarning ufq chizig'idagi uchrashish nuqtalaridan foydalanib, ularning perspektiv tasvirlarini bajarishgan. Shu sababli bu usul "Arxitektorlar usuli" deyiladi.

19.2-§. Arxitektorlar usuli

Arxitektorlar bu usuldan o'zlarining faoliyatlarida keng foydalanadilar. Arxitektorlar usulida perspektiv tasvir o'zaro parallel bo'lgan gorizontal to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtalari orqali yasaladi. Shuningdek, ushbu usul yordamida yuqori grafik aniqlik ta'minlanadi. Arxitektorlar usulidan unumli foydalanish uchun chizma qog'ozi chegarasida o'zaro parallel to'g'ri chiziqlarning kamida bitta uchrashish nuqtasi bo'lishi kerak.

Bu usulning asosiy mohiyati 19.1 va 19.2-shakllarda ko'rsatilgan. U yerda ko'p qavatli binoning korobkasi sifatida obyekt deb parallelepiped olingan.

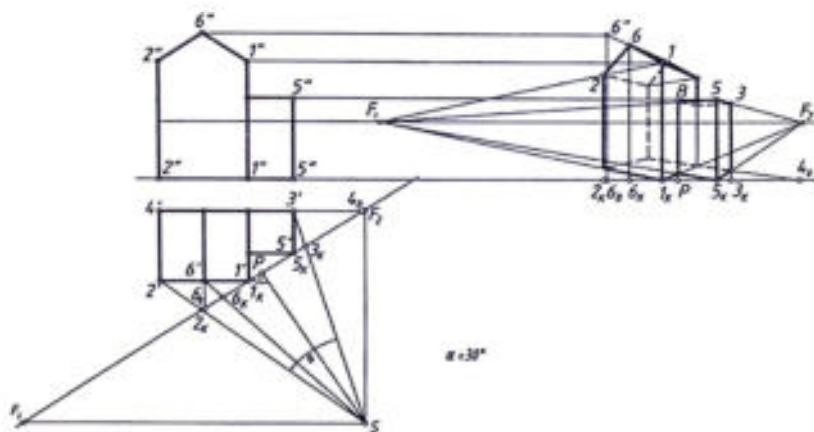
19.3-shaklda ko'p qavatli binoning korobkasi berilgan. Uning perspektivasi quyidagi tartibda yasaladi.

Bino oldida pastroq qurilma mavjud. Oldin asosiy bino perspektivasi yasab olinadi. Keyin qo'shimcha qurilma yasaladi.

1. Kartina izi K_H binoning planidagi 1 va 5 nuqtalari orqali o'tkaziladi. Ko'rish nuqtasi optimal ko'rish burchagini ta'minlaydigan masofada tanlab olinadi.

2. S dan bino yoqlariga parallel chiziqlar o'tkazib, K_H da F_1 va F_2 nuqtalar aniqlanadi. S dan K_H ga perpendikular chiziq o'tkazilib, unda P bosh nuqta topiladi.

3. Kartina izi K_H bosh fasadning o'ng yoniga bino ostki chizig'iga F_1 , F_2 , P va 1_K nuqtalar bilan olib o'tiladi. P , F_1 va F_2 nuqtalar ufq chizig'ida tasvirlanadi.



4. 1_K nuqta F_1 va F_2 lar bilan tutashtiriladi va 1_K dan vertikal chiziq chizilib, unga bino qirrasining haqiqiy balandligi olib qo'yiladi. 1 nuqta ham F_1 , F_2 lar bilan tutashtiriladi.

5. Binoning plandagi xarakterli nuqtalari (burchaklari) S bilan tutashtiriladi va K_H da hosil bo'layotgan 2_K , 3_K va 6_K nuqtalar kartina iziga olib o'tiladi va ulardan vertikal chiziqlar chizib, $1F_1$ va $1F_2$ chiziqlarda kesishtiriladi. Shunda asosiy bino korobkasining perspektiv tasviri yasalanadi.

6. Tomning perspektivasi 6_0 va 7_K nuqtalar yordamida bajariladi. 6_0 dan vertikal chiziq o'tkaziladi va unga tomning balandligi olib o'tiladi hamda $6'$ nuqta F_2 bilan tutashtiriladi. $6'F_2$ chiziq 6_K dan vertikal chizilgan chiziqni kesib, tomning 6 nuqtasini hosil qiladi. 6 nuqta 1 va 2 lar bilan tutashtiriladi.

7. Binoning oldidagi qo'shimcha qurilishning orqasidagi tomoni davom ettirilib, kartina izida 4_0 nuqta aniqlanadi va u kartina iziga olib o'tiladi. 5_K nuqta ham olib o'tiladi va u F_1 va F_2 lar bilan tutashtiriladi. Shunda $1_K F_2$ chiziqda 8, $5_K F_2$ chiziqda 3 nuqtalarning plandagi o'rni perspektivasi hosil bo'ladi. Obyekt pastroq qurilmasining 5 qirras kartinaga tegib turganligi sababli, u o'zining kattaligida tasvirlanadi va 5 nuqtaning fazodagi o'rni belgilanadi. Nuqta 5 ni F_5 va F_2 lar bilan tutashtirib, 5_F chiziqda 3 va 5_F chiziqda 8 nuqtalar aniqlanadi.

19.3-6. Plani tushirilgan va von devor usuli

Yuqorida qayd etilgan tartibda har qanday arxitektura binolari, binolardan tashkil topgan ansambillar, park va maydon kabilarning perspektivalari bajarilishi mumkin. Maydon va uning atrofiga joylashgan binolarning joylashishini tasvirlashda ufq chizig'ini tanlashga e'tibor beriladi. Ufq chizig'i pastroqdan o'tkazilsa, devarli ko'p narsa ko'rinmaydi. Yuqoridan qaralsa, ko'p narsa

ko'rinishi mumkin. Ba'zi hollarda perspektivasi tasvirlanadigan obyekt murakkabroq bo'lsa, oldin uning planining perspektivasi shartli ravishda pastga tushirilib yasab olinadi. Bu usulda obyekt fasadi elementlari balandliklari yon devor tekisligi yordamida aniqlanib bajariladi. Perspektiv tasvir yasashning bunday usuli "*Plani tushirilgan*" va "*Yon devor*" deb ataladi.

Obyektga nisbatan ufq chizig'i pastroqda o'tkazilganda obyektning past qismidagi qisqarish uning burchaklariga katta ta'sir etadi. Ularni aniq yasashda qiyinchiliklar kelib chiqadi. Bunday paytlarda arxitektorlar usuliga qo'shimcha qilib, avval, obyektning planini perspektivada tasvirlab olish, so'ngra uning ustiga fasadni joylashtirish hamda fasad elementlarining balandliklarini yon devor tekisliklaridan foydalanib bajarishni XVII asrning oxiri XVIII asrning boshlarida yashab o'tgan Andrea Patso (1642-1709) taklif etgan. Quyida bu usulda bir qator grafik masalalarni ko'rib chiqamiz.

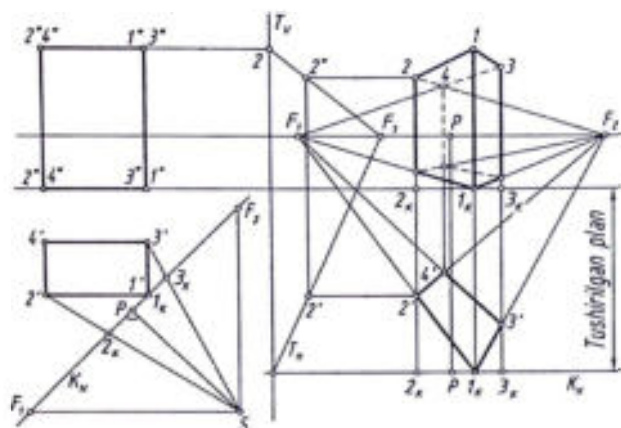
1-masala. Ko'p qavatli binoning korobkasini ifoda qiluvchi parallelepipedning perspektivasi yasalsin (19.4-shakl).

1. Binoning fasadiga nisbatan ufq chizig'i va planiga nisbatan kartina tekisligi asosi K_H o'tkaziladi. Ko'rish nuqtasi S optimal ko'rish burchagini ta'minlaydigan masofada tanlanadi.

2. Kartina izida qoidaga muvofiq bosh nuqta P va uchrashuv nuqtalari F_1 va F_2 lar aniqlanadi. Binoning xarakterli nuqtalari (burchaklari) $2'$ va $3'$ lar S bilan tutashtiriladi va K_H da 2_K hamda 3_K nuqtalar belgilanadi.

3. Fasadning o'ng tomoni (yoki chizmaning bo'sh joyida) ufq chizig'i davomida bosh nuqta P va F_1 , F_2 nuqtalar o'rni belgilanadi. Fasad asosi chizig'ida P va unga nisbatan 1_K , 2_K va 3_K nuqtalar o'rni belgilanadi.

4. Perspektivada planning perspektivasini bajarish uchun ufq chizig'idan pastda "Tushirilgan plan" chizig'i o'tkaziladi va unga 2_K , 1_K va 3_K nuqtalar tushiriladi. 1_K nuqta F_1 va F_2 lar bilan tutashtiriladi va ularda 2_K hamda 3_K lardan chizilgan vertikal chiziqlarda $2'$, $3'$ nuqtalar belgilanadi. O'z navbatida $2'$ va $3'$ nuqtalar F_1 va F_2 larga birlashtirilsa, $4'$ hosil bo'ladi. Shunda obyekt planining perspektivasi tushirilgan planda hosil bo'ladi. Bu nuqtalardan vertikal chiziqlar chiqariladi.



19.4- shakl.

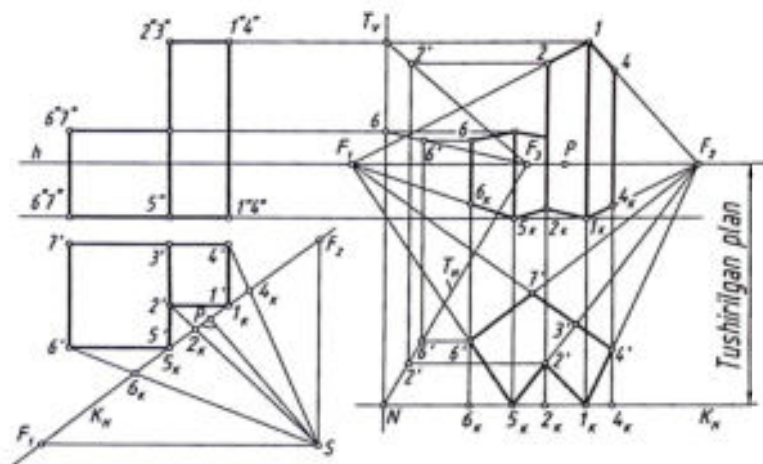
5. Fasad yonida ixtiyoriy vertikal yon devor tekislikning kartina izi T_V ufq chizig'iga perpendikular qilib o'tkaziladi. Bu tekislikdagi qisqarishlar ixtiyoriy tanlab olingan F_3 bilan bog'liq bo'ladi.

6. Fasadda binoning biror qirrasini, masalan, 22 qirraning balandligini perspektivada aniqlash uchun tushirilgan plandagi $2'$ nuqtadan ufq chizig'iga parallel chizilgan chiziq T_H ni $2'$ nuqtada kesadi. Ushbu $2'$ nuqtadan vertikal chiziq chizilib, $2F_3$ chiziqda topilgan $2'$ nuqtadan yana ufq chizig'iga parallel chiziladi va 2_K dan chizilgan vertikal chiziqda 2 nuqta aniqlanadi.

7. Parallelepipedning 1 qirrasini kartinaga tegib turganligi sababli u o'zining haqiqiy kattaligida tasvirlanadi. Yoki 2 nuqtani F_1 bilan tutashtirib, uni 1_K dan chiqarilgan vertikal chiziq bilan kesishgan 1 nuqtasi ham ushbu qirraning perspektivasini aniqlaydi. $1F_2$ chiziq 3_K dan chizilgan vertikal chiziqni kesib, 3 nuqtani beradi. Orqa tomonda ko'rinmaydigan 4 nuqtasi $2F_2$ va $3F_1$ chiziqlarning kesishgan joyida bo'ladi.

2-masala. Binoning perspektivasi plani tushirilgan va yon devor usullari yordamida bajarilsin (19.5-shakl).

1. Qoidaga muvofiq binoning fasadiga nisbatan ufq chizig'i va planiga nisbatan kartina izi hamda ko'rish nuqtasi S tanlab olinadi. Kartina izi binoning 1_K va 5_K qirralari orqali o'tganligi munosabti bilan bu qirralar o'zlarining haqiqiy balandliklarida tasvirlanadi. S orqali P , F_1 , F_2 va boshqa nuqtalar aniqlanadi.



19.5- shakl.

2. Fasadning o'ng tomoni perspektiv tasvir yasashga mo'ljallangan joyga, ufq chizig'i davomiga P , F_1 va F_2 lar K_H dan olib o'tiladi. Fasad asosi chizig'iga ham K_H dagi 6_K , 5_K , 2_K , 1_K va 4_K lar S ga nisbatan ko'chirib o'tiladi.

3. Tushirilgan plan chizig'iga fasad asosi chizig'idagi 6_K , 5_K , 2_K , 1_K , 4_K nuqtalar vertikal chiziqlar yordamida tushiriladi. F_1 va F_2 uchrashish nuqtalari yordamida tushirilgan plan maydonida binoning plani bajariladi.

4. Yon devor tekisligi $T(T_V, T_H)$ hamda F_3 uchrashuv nuqtasi yordamida $2'$ va $6'$ nuqtalarining perspektivadagi balandliklari o'rinlari aniqlanadi.

5. Qolgan barcha yasashlar umumiy usulda bajariladi.

19.4-§. Radial-nurlar izi usuli

Bu usulni XVI asrning boshlarida nemis rassomi Albrecht Durer (1471—1528) taklif qilgan bo'lib, perspektiv tasvir bevosita obyekt ortogonal proyeksiyasining o'zida bajariladi. Frontal proyeksiyalar tekisligi kartina tekisligi sifatida qabul qilinadi. Buyumning gorizontol (plani) va frontal (fasadi) proyeksiyalari beriladi. Ko'rish nurlari- ning gorizontol proyeksiyalari buyumning plani orqali, ko'rish nurlarining frontal proyeksiyalari buyumning fasadi orqali o'tkazilib, ular kartina bilan mos ravishda kesishtiriladi va buyumning perspektiv tasviri hosil bo'ladi. Obyektning perspektiv tasviri aniq chiqishi uning ortogonal proyeksiyalari (ustdan va olddan ko'rinishi) to'g'ri joylashtirilishiga va yaqqoligini ta'minlash esa bosh masofaning to'g'ri olinishiga bog'liq.

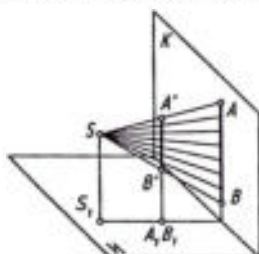
Kartina tekisligi sifatida profd proyeksiyalar tekisligini olish g'oyasini professor A.I.Dobryakov ilgari surdi. Bunda ham obyektning ortogonal proyeksiyalari beriladi va ularga nisbatan ko'rish nuqtasi S tanlanadi. Ko'rish nurlari orqali

obyekt profil proyeksiyalar tekisligiga proyeksiyalanadi. Gorizontal va frontal proyeksiyalar tekisliklaridagi ko'rish nurlari profil proyeksiyalar (kartina) tekisligida mos ravishda kesishib, obyekt perspektivasini hosil qiladi. Bu usul o'zining sodda va tushunariligi bilan qulay hisoblanadi. Ammo kartina tekisligi sifatida profil proyeksiyalar tekisligi olinganda obyektни burib tasvirlashga to'g'ri keladi va bu holat usulning kamchiligi hisoblanadi. Kartina tekisligi sifatida frontal proyeksiyalar tekisligi olinganda obyekt perspektivasi bilan uning fasadi ustma-ust tushib qoladi va bu tasvir sifatini buzadi hamda uni o'qishni qiyinlashtiradi.

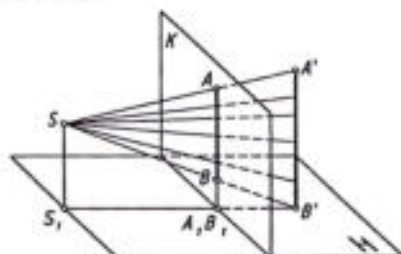
Shu sababli, ushbu usuldan simmetriya o'qiga ega bo'lgan va konstruksiyasi uncha murakkab bo'lmagan obyektlarning perspektivasini qurishda foydalaniladi. Obyekt kuzatuvchi va kartina tekisligi orasiga joylashtirilsa, uning perspektivasi o'zidan kattalashgan, kartina tekisligi kuzatuvchi va obyekt orasiga joylashtirilsa obyekt perspektivasi o'zidan (o'z o'lchamidan) kichiklashgan holatda hosil bo'ladi.

Bu usulning asosiy mohiyati shundan iboratki, S ko'rish nuqtasidan chiqayotgan nurlar narsa orqali o'tib, kartina tekisligi bilan kesishib, iz qoldiradi. Bu izlar yig'indisi tekislikdagi tasvir hisoblanadi (19.6-shakl).

Birinchi holatda tasvir narsaning o'zidan katta, ikkinchi holatda narsaning tasviri o'zidan kichik tasvirlangan (19.7-shakl).



19.6- shakl



19.7- shakl

Endi, bu usulni narsaning plani va fasadidan foydalanib, uning perspektivasini bajarilishi bilan tanishiladi.

1-masala. Ko'rish nuqtasi $S(S_1)$, $AB(A'B', A'_1B'_1)$ to'g'ri chiziq kesmasi va $K(K_H, K_H)$ tekisligi berilgan. AB kesmaning perspektivasi yasalsin (19.8-shakl).

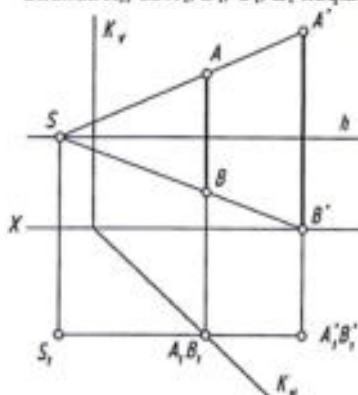
S bilan $A'B'$ va S_1 bilan $A'_1B'_1$ nuqtalar tutashtiriladi. Shunda K_H da A_1B_1 nuqta hosil bo'ladi va undan vertikal chiziq chizib, SA' va SB' chiziqlar AB kesmaning perspektivasi bajariladi.

2-masala. $ABCE$ ($A'B'C'E', A'_1B'_1C'_1E'_1$) to'g'ri to'rtburchakning perspektivasi bajarilsin (19.9-shakl).

1. $ABCE$ to'g'ri to'rtburchakka nisbatan ko'rish nuqtasi $S(S_1)$ ufq chizig'ida, kartina tekisligi $K(K_H, K_H)$ tanlab olinadi.

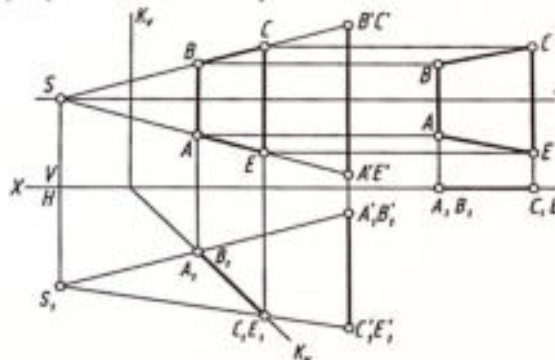
2. S bilan A', B', C', E' va S_1 bilan A'_1, B'_1, C'_1, E'_1 nuqtalar tutashtiriladi.

Shunda K_H da A_1, B_1, C_1, E_1 nuqtalar to'plami hosil bo'ladi.



19.8- shakl

3. K_H dagı nuqtalardan vertikal chiziqlar chizilib, $SA'E$ va $SB'C$ chiziqlar bilan mos holda kesishayotgan $ABCE$ nuqtalar, ya'ni izlanayotgan perspektiv tasvir yasaladi. Lekin bu tasvir kartinada frontal tekislikka nisbatan qiya holda tasvirlanmoqda. Bu tasvirni to'la va to'g'ri ko'rish uchun kartinaga S yo'nalishda qalaladi. Bu to'g'ri tasvir chizmaning o'ng tomoniga joylashtiriladi. Buning uchun K_H kartinasi asosi A_1B_1 va C_1E_1 nuqtalari bilan X o'qining davomiga olib o'tiladi. A_1B_1 va C_1E_1 nuqtalardan K_H ga perpendikular, V dagı tasvir nuqtalari $ABCE$ lardan ufq chizig'iga parallel chiziqlar chiziladi. Bu chiziqlar mos ravishda kesishib, $ABCE$ ning to'la va to'g'ri perspektiv tasvirini hosil qiladi.

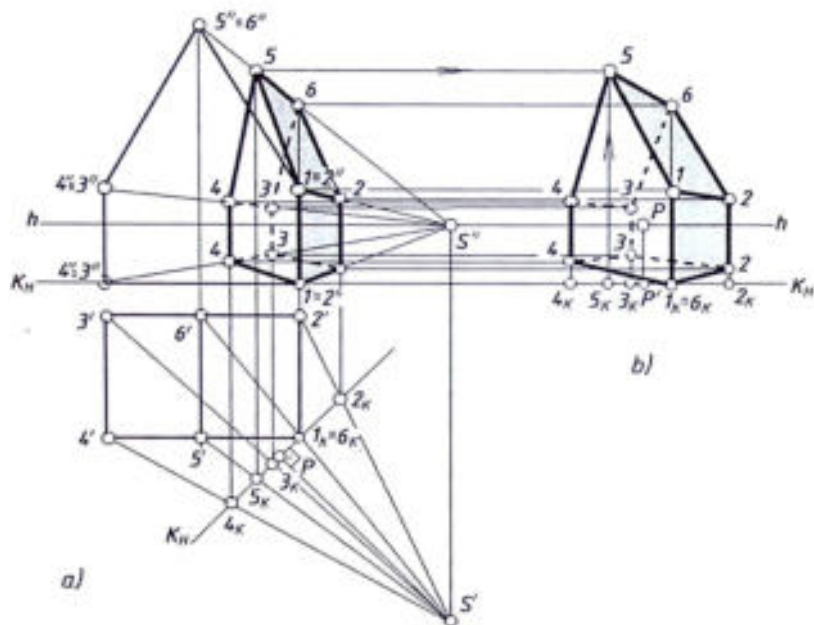


19.9- shakl

4-masala. 19.10-shakl, a da berilgan obyektning palani va fasadi orqali uning perspektivasi bajarilsin.

Odatdagidek, fasadga nisbatan ufq chizig'i va planga nisbatan kartina izi K_H o'tkazib olinadi. Ko'rish nuqtasi $S(S', S'')$ ham optimal ko'rish burchagini ta'minlaydigan masofada belgilab olinadi. S' dan K_H ga perpendikular chiziq o'tkazib, unda bosh nuqta P belgilanadi.

Shunday tayyorgarlikdan so'ng obyektning berilgan plani va fasadidan foydalanib, uning perspektiv tasvirini bajarish boshlanadi.



19.10-shakl

1. Kartina izi K_H obyekt asosidagi 11 vertikal qirrasidan o'tganligi uchun ular 1_K nuqta orqali chizilgan vertikal chiziqli tasvirlanadi. Fasaddagi bitta nom bilan atalgan ikkita $1'$ nuqtaning barchasi S'' nuqta bilan tutashtiriladi va ularda 1_K dan chizilgan vertikal chiziq yordamida 1 va 1 nuqtalar o'rni belgilanadi (obyektning vertikal qirralaridan bir necha harakterli nuqtalari mavjud bo'lganligi sababli chizmada har bir qirradagi nuqtalar bir hil raqam bilan nomlandi, masalan, 1, 1 yoki 2, 2 kabi, bunday vaziyatlar keyingi ba'zi chizmalarda ham uchraydi).

2. Fasaddagi $2''$, $2''$ nuqtalar S bilan tutashtirilib, ular 2_K dan chiqarilgan vertikal chiziq bilan kesishgan joylarda 2, 2 nuqtalar topiladi.

3. Shu tartibda S' va S'' nuqtalardan foydalanib, qolgan yasashlar bajariladi. Natijada perspektivasi aniqlangan 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6 nuqtalar mos ravishda tutashtiriladi va obyektning siqilgan holatdagi perspektivasi hosil bo'ladi (19.10-shakl, a).

4. Fasadda obyektning qisqartirib tasvirlanayotgan perspektivasining $S'P$ yo'nalish bo'yicha fasadning o'ng yon tomoniga yoki chizmaning bo'sh joyiga to'la va to'g'ri ko'rinadigan perspektiv tasviri chiziladi. Buning uchun K_H kartina izi, odatdagidek, barcha nuqtalari bilan belgilangan joyga ko'chirib o'tiladi. Ufq chizig'ida bosh nuqta P va uning chap va o'ng tomonlariga 3_K , 5_K , 4_K va 1_K , 6_K .

2_K lar K_H dagi masofalarini saqlagan holda belgilanadi (19.10-shakl, b).

5. Kartinaga tegib turgan 1, 1 nuqtalar oralig'i o'z kattaligida o'Ichab qo'yiladi va obyektning 11 qirrali perspektivasi aniqlanadi..

6. Qolgan 2_K , 3_K , 4_K , 5_K va 6_K nuqtalardan vertikal chizilgan chiziqlar 19.10-shakl, a dagi siqilgan perspektiv tasviridagi 2, 3, 4, 5, 6 nuqtalardan ufq chizig'iga parallel chizilgan chiziqlar bilan mos ravishda kesishib nuqtalarni aniqlaydi (chizmada 5 nuqtaning perspektivasini aniqlanishi strelkalar bilan ko'rsatilgan).

7. Aniqlangan barcha nuqtalar mos ravishda o'zaro tutashtiriladi va obyektning perspektivasi hosil qilinadi. So'ngra obyektning perspektiv tasviri taxt qilinadi.

19.5-§. To'rlar usuli

Katta maydonga ega bo'lgan, tuzilishi turli yo'nalishdagi chiziqlardan, egri chiziqli ko'rinishlardan tashkil topgan obyektlarning ufq chizig'ini ancha yuqoridan olib, perspektiv tasvirini qurishda arxitektorlar yoki radial (nurlar izi) kabi usullaridan foydalanish maqsadga muvofiq emas. Bunday holatlarda ba'zan to'r usulidan foydalaniladi. Ya'ni, xiyobon, zavod hududi, biror daha va shunga o'xshash katta maydonda joylashgan obyektlarning perspektivasini qurishda to'rlar usulidan foydalanish qulay hisoblanadi.

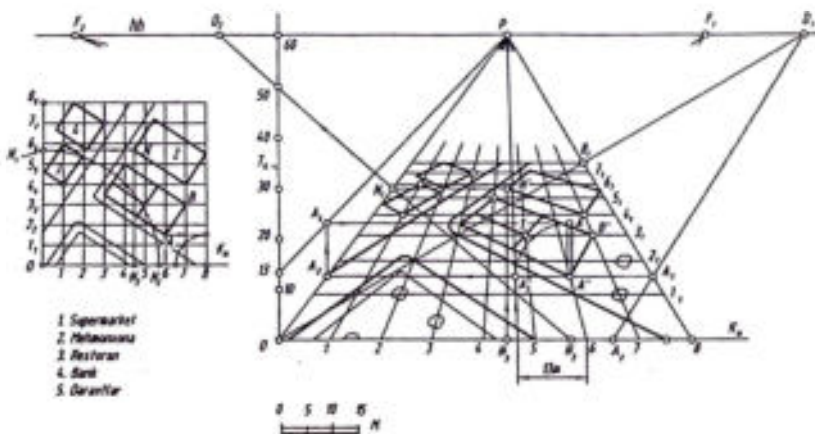
To'rlar usulida tasvir yasash uchun kenglik, chuqurlik va balandlik kabi perspektiv masshtablardan foydalaniladi. Bunda dastlab kuzatish nuqtasi tanlanadi va perspektivasi chiziladigan obyektning plani ustiga ma'lum masshtabda har bir katagi kvadratdan iborat bo'lgan to'r chiziladi. Kvadrat katakchalarni hosil qiluvchi to'g'ri chiziqlar kartinaga nisbatan parallel va perpendikular qilib olinadi. Kenglik va chuqurlik masshtablari yordamida obyekt planining perspektivasi yasaladi. Keyin balandlik masshtabi bo'yicha planda joylashgan har bir bino, daraxt kabilarning balandliklari tiklanadi hamda perspektivasi to'liq bajariladi. Bunday katta maydonda joylashgan bino va inshootlarning perspektivasini qurishda kuzatish nuqtasi ancha balanddan olinadi, chunki binolar imkon darajasida bir- birini to'sib qolmasligi lozim. 19.11-shakl, a da shahar markaziy ko'chalaridan birida joylashgan supermarket, mexmonxona, restoran, bank kabi binolarning yon atrofidagi maydoni bilan plani berilgan. Uning perspektivasini yasash quyidagi tartibda amalga oshiriladi.

1. Plan ustiga har bir katagi 10 metrga teng bo'lgan kvadrat katakchalar, ya'ni to'r chiziladi. Kvadratlarning qanchalik kichik bo'lishi obyekt perspektivasi aniqligini ta'minlaydi. Kenglik (uzunlik) masshtabi bo'yicha kartina asosi K_H katakchalarni bo'luvchi chiziqlarga 1, 2, 3, ..., 8 raqamlar, chuqurlik masshtabi bo'yicha esa 0, 1₁, 2₁, 3₁, ... 8₁ raqamlar belgilab qo'yiladi. Kuzatish nuqtasi narsalar tekisligidan 60 metr balandlikda, kartina tekisligidan 55 metr uzoqlikda joylashgan. Masshtab metr hisobida 1:10 nisbatda olingan (19.11-shakl, a va b).

2. Planning perspektivasini qurish uchun K_H kartina asosi, hh ufq chizig'i o'tkaziladi va bosh masofa orqali distansion D_1 va D_2 nuqtalar belgilanadi hamda balandlik masshtabini belgilovchi T tekislikning kartina izi T_K o'tkaziladi. T_K va

K_H larning o'zaro kesishgan nuqtasi O dan kartina asosi K_H ga 1, 2, 3, ..., 8 nuqtalar belgilab qo'yiladi. Bu nuqtalar P bosh nuqta bilan tutashtiriladi. So'ngra O yoki 8 nuqta D_1 yoki D_2 bilan mos ravishda tutashtirilib, uning kartinaga perpendikular $1P, 2P, \dots, 8P$ to'g'ri chiziqlar bilan kesishgan nuqtalari aniqlanadi. D_1 va D_2 distansion nuqtalar kvadrat katakchalar diagonallarining uchrashish nuqtasidir. Aniqlangan nuqtalardan hh ufq chizig'iga parallel chiziqlar o'tkaziladi. Natijada plandagi kvadrat katakchalarning perspektivasi hosil bo'ladi.

3. Planning perspektivasi avval narsalar tekisligi (yer)da chizib olinadi. Buning uchun plandagi konfiguratsiya (binolar, daraxtlar va boshqa)lar, ularning xarakterli nuqtalari yordamida yasalanadi. Masalan, supermarketning BB' qirrasiga tegishli bo'lgan B' nuqta 6.12- shakl, a da 7 va 3₁ nuqtalardan chiqarilgan chiziqlarning kesishgan nuqtasida yotibdi. Uning perspektivasi ham 5.12-shakl, b dagi 7 va 3₁ nuqtalardan chiqarilgan to'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtasida bo'ladi. Yoki daraxtlardan biri 2 va 1₁ nuqtalardan o'tayotgan katak chiziqlarida yotganligi sababli perspektivada ham shu nuqtalardan chiqarilgan chiziqlarning kesishgan nuqtasida belgilanadi. Nuqtalar plandagi kvadratlarning qaysi qismida joylashgan bo'lsa, ko'z chamasida perspektivada ham o'sha joyga olib ko'chiriladi.



19.11- shakl

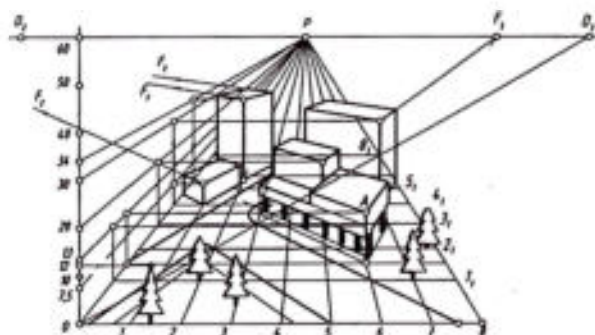
Biroq perspektiv tasvirming aniqroq bo'lishi uchun katak chiziqlarining faqat birida yoki umuman katak chiziqlarida yotmagan obyektlarning xarakterli nuqtalari perspektivasini qurish qo'shimcha yasashlarni talab qiladi. Masalan, mexmonxona binosining N nuqtasi 45 va 14.16₁ kataklar yo'nalishi orasida joylashgan. N nuqtaning plan perspektivasidagi o'rni ko'chirish uchun undan K_H ga parallel va perpendikular chiziqlar o'tkaziladi hamda N_1 va N_2 nuqtalar topiladi. O

nuqtadan N_1 nuqta ON_1 radiusda aylantirilib, K_H ga olib tushiladi va N_2 nuqta aniqlanadi (19.11-shakl, a). N_2 va N_3 nuqtalar plan perspektivasiga o'lchab qo'yiladi. N_1 nuqta P bosh nuqta bilan, N_2 nuqta esa D_2 distansion nuqta bilan tutashiriladi. N_3D_2 chiziqliq OP chiziqlini kesib, N_1 nuqtani beradi. N_1 nuqtadan hh ufq chiziqliga parallel chiziqli chizilsa, u N_3P ni kesib, N nuqtaning plandagi perspektivasi N' ni beradi. Qolgan barcha xarakterli nuqtalar yuqorida ta'kidlangan tartib bo'yicha aniqlanadi (19.11-shakl, b).

Agar o'zaro parallel to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtalari chizma qog'ozi chegarasi ichida bo'lsa, ish jarayoni yana ham osoiilashadi va tezlashadi. Ushbu misolda AB yo'nalishdagi gorizontali to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtasi F_1 bo'lsa, unga perpendikular bo'lgan gorizontali chiziqlarning uchrashish nuqtasi F_2 hisoblanadi.

4. Bu bosqichda har bir harakterli nuqtalardan vertikal to'g'ri chiziqlar chiqarilib, ularning balandliklari perspektivasi aniqlanadi. Masalan, AA' qirraning o'n uch metrli balandligini o'lchab qo'yish uchun T_K da 13 metr balandlik belgilanadi va bosh nuqta P bilan birlashtiriladi. Bu 13 metr balandlikning perspektivasi hisoblanadi. A' nuqtadan K_H ga parallel chizib, OP da A_3 nuqta aniqlanadi va undan vertikal chiziqli o'tkazib, T tekislikning 13-metrda A_4 nuqta topiladi. A_4 dan o'tkazilgan gorizontali va A' dan chiqarilgan vertikal chiziqlar o'zaro kesishib, A nuqtaning perspektivasi ni beradi. AA' kesma supermarketning 13 metrga teng boigan bitta qirrasining perspektivasidir.

Bundan tashqari AA' kesmani aniqlash uchun A' dan o'tkazilgan gorizontali chiziqliga 13 metrni o'lchab, A_3 nuqtani belgilash va A' nuqtadan $A'A_3$ radiusda aylana yoyi chizish ham mumkin. Bu yoy A' dan chiqarilgan vertikal chiziqlini A nuqtada kesadi (19.11-shakl, b).



19.12-shakl

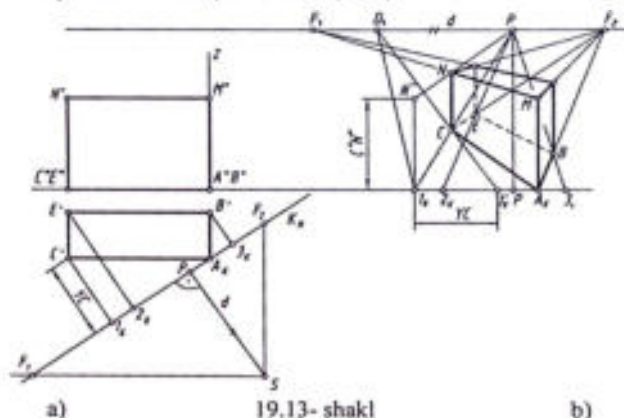
7,5 metrli restoran, 30 metrli mehmonxona, 34 metrli bank, 12 metrli archa daraxtlarining balandliklari ham 4-bosqichdagi kabi aniqlanadi. 19.12-shaklda yuqorida plani berilgan obyektning to'liq qurilgan perspektiv tasyiri keltirilgan.

19.6-§. Koordinatalar usuli

O'zaro parallel to'g'ri chiziqlarning ufq chizig'idagi uchrashuv nuqtalari chizma chegarasidan ancha tashqariga chiqib, perspektiv tasvirlar yasashni mushkullashtirib yuboradigan vaziyatlarda ushbu koordinatalar usulidan foydalanish yaxshi samara beradi.

Bu usulning asosiy mohiyati shundaki, kartina izi K_H ga nisbatan obyekt nuqtalaridan perpendikular chiziqlar hosil qilinadi. Masalan, 19.13-shakl, *a* dagi C' dan K_H ga chizilgan perpendikular chiziq YC ($C'1_K$). Ushbu 1_K nuqta 19.13-shakl, *b* da P bilan tutashtiriladi va undan o'ng tomonga YC masofa o'lchab qo'yilib, bu 1_K nuqta D_1 distansion nuqta bilan tutashtiriladi. Natijada C nuqtaning perspektivadagi o'rni aniqlanadi.

Shunday qilib, bu usulda obyektidagi har bir nuqtaning perspektivadagi o'rni aniqlash uchun kartinaga perpendikular va 45° burchak ostida o'tuvchi chiziqlardan foydalanilar ekan (19.13-shakl, *a, b*).



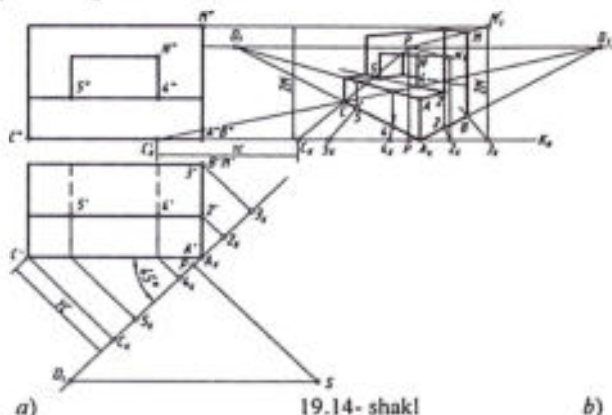
19.13- shakl

Boshqa misol olib, unda kartina izi K_H ni obyekt plani yoqlariga nisbatan bir xil og'ish burchagi, ya'ni 45° li qilib olinsa, bu usulning mohiyati yanada oydinlashadi (19.14-shakl, *a, b*). U vaqtda obyektning har bir nuqtasidan K_H ga o'tkazilgan perpendikular chiziqlar perspektivada P nuqta bilan tutashtiriladi. $A_K C'$ ga parallel chiziqlar D_1 bilan, $A_K B'$ ga parallel chiziqlar D_2 bilan tutashtiriladi.

Obyektning balandligi Z o'qi bo'yicha aniqlanadi. Fasadning o'ng tomonidagi bo'sh joyga, fasad asosi chizig'i davomiga kartina izi K_H dagi barcha nuqtalar ko'chirib o'tiladi. P , D_1 va D_2 nuqtalar ufq chizig'ida belgilanadi. Obyektning perspektiv tasvirini yasashni 1_K nuqtadan boshlash tavsiya etiladi.

1. C_K ning chap tomoniga C_1 nuqtaning kartinagacha bo'lgan YC masofasi o'lchab qo'yiladi va u D_2 bilan tutashtiriladi. Shunda bu chiziqlar o'zaro kesishib, C nuqtaning perspektivadagi o'rni aniqlaydi.

2. A_K va C nuqtalar tutashtirilib davom ettirilsa, D_1 nuqtada uchrashadi. A_K va D_2 tutashtiriladi va uning 3_KP chiziq bilan kesishgan joyida B nuqtaning perspektiv o'rni aniqlanadi. Kartina izi K_M qirra AA_K orqali o'tganligi sababli, bu qirra o'zining haqiqiy balandligida olib o'tilib, D_1 va D_2 lar bilan tutashtiriladi. Shunda oldingi suppa tekisligi hosil bo'ladi.



19.14- shakl

b)

3. Suppa tekisligi ustidagi darchaning umumiy balandligi 3_K dan vertikal chiziqqa ZM o'lchab qo'yilib D_1 bilan tutashtirilib topiladi. 2_K nuqta orqali darchaning eni aniqlanadi.

4. Darchaning perspektivasini yasash uchun $4'$, $5'$ nuqtalardan kartinaga perpendikular chiziqlar o'tkazilib, hosil bo'lgan 4_K va 5_K nuqtalar 5.15-shakl, b ga olib o'tiladi va ular P bilan tutashtirilsa, A_KC ni 4 va 5 nuqtalarda kesib o'tadi. 4 va 5 nuqtalardan vertikal chiziqlar chizib, AD_1 chiziqqa olib o'tiladi va ular D_2 bilan tutashtiriladi. Shunda ular $2D_1$ chiziqni kesib o'tib, darchaning asosini hosil qilmoqda. 2_K dan chizilgan vertikal chiziqqa ZN balandlikni o'lchab qo'yib, D_1 bilan tutashtirilsa, darchaning balandligi aniqlanadi (19.14-shakl, b).

Nazorat savollari

1. Perspektivada qanday yasash usullari mavjud?
2. Arxitektorial usulining mohiyati nima va undan asosan kimlar foydalanadi?
3. Plani tushirilgan usuldan qanday maqsadda foydalaniladi?
4. Yon devor usulidan qanday maqsadda foydalaniladi?
5. Radial (nurlar izi) usulining mohiyati nimadan iborat?
6. To'rlar usulidan qanday maqsadda foydalaniladi?
7. Koordinatalar usulining mohiyati nimadan iborat?

20.1-§. Umumiy ma'lumotlar

"Inter'yer" so'zi fransuzcha so'z bo'lib – *Interieur*- ichki tomon yoki *ichki qism* degan ma'noni bildiradi. Demak, *inter'yer* deb binoning to'liq yoki bir bo'lagining ichki ko'rinishiga aytilar ekan. Zamonaviy arxitekturada inter'yer muhim o'rinni egallaydi.

Arxitektura binolarini loyihalash jarayonida inter'yerning perspektiv tasvirini qurish muhim rol o'ynaydi. Inter'yerning ortogonal proyeksiyasi, u haqida metrik aniqlikka ega tasviri beradi, ammo har doim ham inter'yer yaqqolligini va asl, real qanday ko'rinishga ega ekanligini kuzatuvchiga etkazib bera olmaydi. Shuning uchun xona ichi to'g'risidagi to'liq ma'lumot uning ortogonal proyeksiyasi va unga zaruriy qo'shimcha tasvir hisoblangan inter'yer perspektivasi orqali olinadi. Hattoki bino maketlari ham kam effekt beradi. Chunki bino maketlari undagi inter'yerning umumiy ko'rinish rangini, badiiy fakturasini, materiallarning tabiiy jilosini binoning "ichki fazosi" ni to'laqonli ochib bera olmaydi. Binoning ichki arxitekturasi sifati yechimini inter'yerning ortogonal proyeksiyasi va perspektiv tasviri to'liq yoritib bera oladi. Inter'yer perspektivasi yordamida loyihaga o'zgartirishlar va qo'shimchalar kiritiladi.

Inter'yer perspektivasini qurishda ko'rish nuqtasi va ko'rish burchagini to'g'ri tanlash juda muhim hisoblanadi. Ko'rish burchagi $\alpha=30^\circ$ gacha bo'lsa xona ichidagi buyumlar va ko'rish maydoni juda kichiklashib, qisqarib ketadi. Agar ko'rish burchagi katta bo'lsa ($\alpha=90^\circ$ va undan yuqori) kuzatuvchiga yaqin turgan buyumlar perspektivasi asliga o'xshamay qoladi. Shuningdek, to'g'ri chiziqlar egri chiziqli bo'lib tasvirlanadi (xuddi binoga juda yaqin joydan uning fotonusxasi olingandek). Oldinda turgan buyumga nisbatan orqada joylashgan buyum haddan tashqari qisqarib ko'rinadi. Shu sababli inter'yer perspektivasini qurishda eng yaxshi gorizontal ko'rish burchagi $40^\circ-60^\circ$ orasida olinsa maqsadga muvofiq bo'ladi. Ko'rish nuqtasi balandligi bino ichki balandligi va undagi buyumlarning joylashuviga bog'liq holda tanlanadi.

Inter'yer perspektivasini qurishda perspektiv tasvir yasash usullaridan kompleks tarzda foydalaniladi, chunki obyekt qismlari har xil murakkablikda va kartinaga nisbatan turli xil vaziyatda joylashgan bo'ladi.

Xona devorlaridan biri kartina tekisligiga parallel, qolganlari perpendikular bo'lsa, uning perspektiv tasviriga frontal perspektiva (yoki shartli – frontal inter'yer) deyiladi. Frontal perspektivalar keng tarqalgan bo'lib, undan amaliyotda ko'p foydalaniladi va uning burchakli perspektivaga nisbatan bajarilishi oddiy, sodda. Frontal perspektiva yasashda perspektiv masshtablardan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

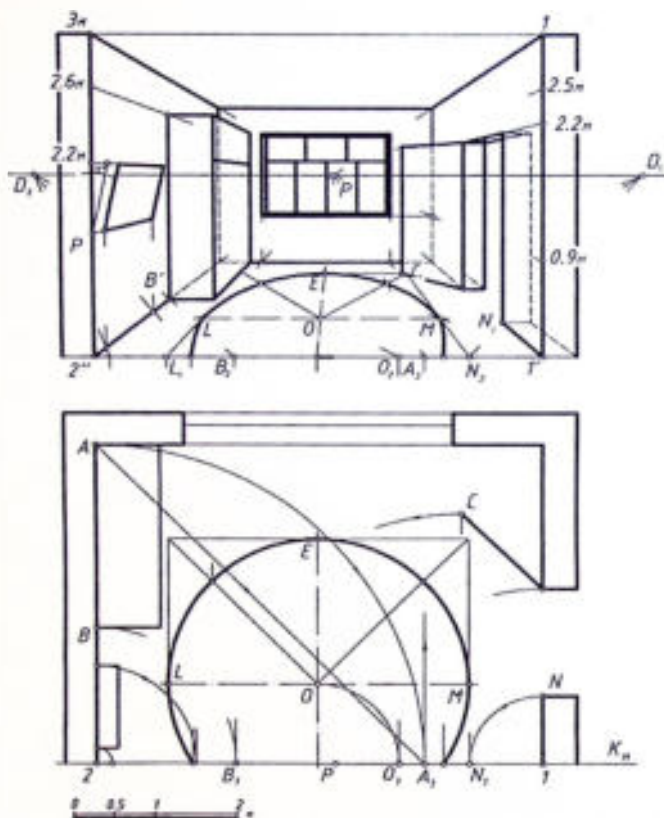
20.2-§. Inter'yerning frontal perspektivasi

20.15-shakl, *a* da deraza joylashgan devori kartina tekisligiga parallel bo'lgan inter'yer (xona ichi) plani berilgan. Xonaning eni 4 m, ichki uzunligi (chuqurligi) 3 m va balandligi 3 m bo'lsin. Uning ichida diametri Ø2,7 m gilam, eni 1 m, balandligi 2,2 m va kartina tekisligiga nisbatan 45° ga burchak ostida ochilgan eshik, eni 2,4 m, balandligi 1,6 m deraza, eni 1,7 m, qalinligi 0,6 m, balandligi 2,6 m kiyim shkafi va chap vertikal devorda unga nisbatan 12° ga og'ib turgan eni 0,8 m, balandligi 0,9 m bo'lgan kartina (surat) lar joylashgan.

Agar xona ichi va undagi buyumlarning o'lchamlari hamda joylashuv koordinatalari to'liq berilsa, u holda inter'yer planining ortogonal proyeksiyasidan foydalanmasdan ham uning perspektivasini qurish mumkin.

Bizning misolimizda interer planining ortogonal proyeksiyasi, o'lchamlari va chiziqli masshtabi berilgan. Bu inter'yerning perspektivasini qurish quyidagi tartibda amalga oshiriladi.

1. Inter'yer plani chizilib, kartina asosi K_H o'tkaziladi va xona ichidagi buyumlarning harakterli nuqtalari shartli harf yoki raqamlar bilan belgilanadi (20.15-shakl, *a*). Kartina tekisligi tiklanadi va planning yuqorisidan K_H o'tkaziladi (20.15-shakl, *b*). Plandagi 1 va 2 nuqtalardan yuqoriga vertikal chiziqlar o'tkaziladi va K_H da 1' va 2' nuqtalar belgilanadi. Bu nuqtalardan ham yuqoriga chiziqli masshtabdan foydalanib xonaning ichki balandligi (3 m) qo'yilib, 1 va 2 nuqtalar aniqlanadi hamda 1,7 m balandlikda gorizont chizig'i o'tkaziladi. Gorizont chizig'iga bosh masofadan foydalanib distantsion D_1 va D_2 nuqtalar o'lchab qo'yiladi. Bosh masofa 2,75 m ga teng. 1, 2, 2' va 1' nuqtalar bosh nuqta P bilan birlashtirilsa ikkita yon devorning shift va pol tekisliklari bilan kesishgan chiziqlari perspektivasi hosil bo'ladi.



20.15- shakl

2. Xona ichi perspektivasini qurishda kartinaga nisbatan 45° da joylashgan gorizontaal to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtalaridan foydalaniladi. Bizga ma'lumki bunday to'g'ri chiziqlarning tushish nuqtasi distantsion D_1 va D_2 nuqtalarda bo'ladi. Kartinaga parallel bo'lgan devor perspektivasini yasash uchun plandagi 2 nuqtadan 2A radiusda aylana yoyi yoki A nuqtadan kartina (K_H) ga 45° burchak ostidagi to'g'ri chiziq chizilib, K_H da A_1 nuqta aniqlanadi. A_1 nuqtadan yuqoridagi K_H ga vertikal chiziq o'tkazilib unda A_2 nuqta belgilanadi. A_2 va D_2 nuqtalarni birlashtiruvchi chiziq A_1A_2 vertikal chiziqning plandagi perspektivasini aniqlaydi, ya'ni u $2'P$ chiziqni kesib poldagi A_1' nuqtaning perspektivasini beradi. Bu A_1' nuqtadan vertikal va gorizontaal to'g'ri chiziqlar chizib kartinaga parallel

bo'lgan devor perspektivasi hosil qilinadi. Demak, plandagi buyumning perspektivasi uning harakterli nuqtalari orqali kartinaga nisbatan perpendikular va 45° burchak ostidagi to'g'ri chiziqlarni o'tkazish hamda bu chiziqlarning perspektivalarini kesishgan nuqtalari orqali qurilar ekan.

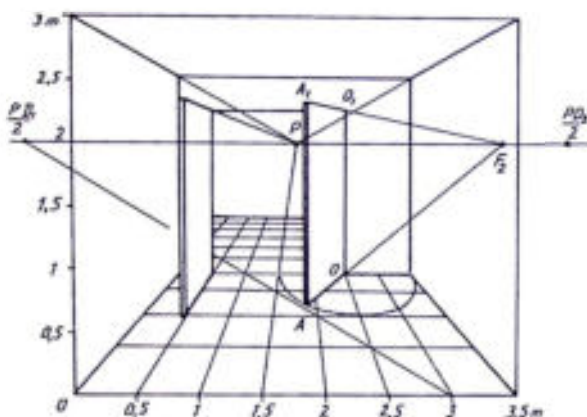
3. Inter'yerdagi joylashgan barcha buyumlarning plandagi perspektivasi ham yuqoridagi kabi aniqlanadi. Bu jarayon berilgan chizmadan ham tushunarli. Bu yerda eshik o'rni distantsion D_1 nuqta va ochilgan eshik perspektivasi distantsion D_2 nuqta yordamida aniqlanadi. Aylana perspektivasi planda unga urinma bo'lgan yarim kvadrat va uning dioganallaridagi harakterli nuqtalar yordamida yasalgan. Deraza eni chegaralari kartinaga perpendikular bo'lgan to'g'ri chiziqlarning deraza joylashgan devor tekisligi bilan kesishgan nuqtalari orqali aniqlangan.

4. Bu bosqichda har bir buyumning balandliklari perspektivasi yasaladi. $1'1$ va $2'2$ kesmalar kartina tekisligida yotganligi uchun ularga balandlik o'lchamlari chiziqli masshtab orqali haqiqiy kattalikda belgilab chiqiladi.

Kiyim shkafi balandligi perspektivasini yasash uchun $2'2$ kesмага $2,6 m$ o'lchab unda nuqta belgilanadi va bosh nuqta P bilan birlashtiriladi. B' nuqtadan chiqarilgan perpendikular shkaf balandligi perspektivasini chegaralovchi chiziq bilan B nuqtada kesishadi. B nuqtadan kartinaga parallel va perpendikular qilib o'tkazilgan chiziqlar shkaf plani perspektivasidagi harakterli nuqtalardan chiqarilgan vertikal to'g'ri chiziqlar bilan mos ravishda kesishadi hamda kiyim shkafi perspektivasini hosil qiladi.

Devordagi og'ib turgan kartina, deraza, eshik o'rni va ochilgan eshik balandliklari perspektivasi kiyim shkafi perspektivasi kabi yasaladi.

Interyerdagi tasvirlangan eshik tavaqalarining ochilgan holatlarini perspektivalari bajarish 20.16-shaklda ko'rsatilgan. Ochilayotgan eshik tavaqasi yarim aylana chizadi. Har qanday eshik tavaqasining kengligi chiziladigan aylananing radiusiga teng bo'ladi. Shuning uchun pol tekisligida eshik ochilayotgandagi aylana radiusi chizayotgan trayektoriya ellips ko'rinishida chizib olinadi. Ellipsda A nuqta tanlab olinadi va u O nuqta bilan tutishtirilib davom etdirilsa, ufq chizig'ini F_2 nuqta topiladi. F_2 nuqta O_1 bilan tutashirilib A_1 nuqta aniqlanadi. Shu tartibda ikkinchi eshigining ochilgan holati aniqlanishi mumkin.



20.16- shakl

20.3-§. Inter'yerning burchakli perspektivasi

Xona devorlari kartina tekisligiga nisbatan umumiy vaziyatda (ixtiyoriy ourchak ostida) joylashgan bo'lsa, inter'yerning burchakli perspektivasi hosil qilinadi. Inter'yerning burchakli perspektivasida xuddi arxitektorlar usulidagi kabi o'zaro parallel to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtalaridan foydalaniladi. Perspektiv tasvir qurish jarayoni quyidagi bosqichlarda amalga oshiriladi.

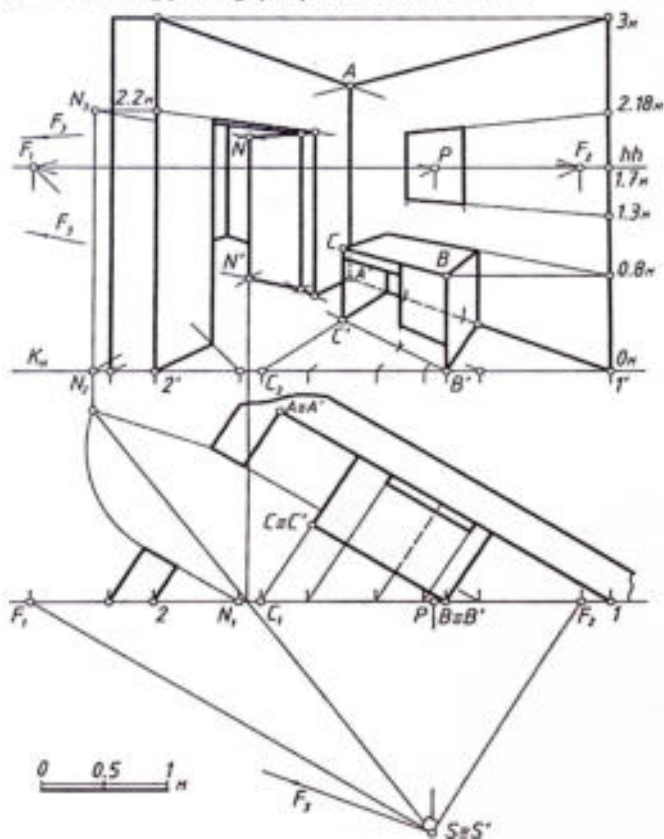
1. Xona ichining plani chiziladi. Kartina tekisligi qulay bo'lishi uchun frontal proyeksiyalar tekisligiga parallel qilib K_H izi (asosi) orqali o'tkaziladi va kuzatish nuqtasi S maqsadga muvofiq tanlanadi. S orqali xonaning $1A$ va $A2$ devorlari yo'nalishiga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkazilib, ularning uchrashish nuqtanap F_1 va F_2 nap da K_H aniqlanadi. F_1 va F_2 lar xona devorlari tekisligiga parallel bo'lgan gorizontal to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtalari hisoblanadi. Shuningdek, devor tekisligining kartina asosi bilan kesishgan 1 va 2 nuqtalari belgilanadi (20.17-shakl, a).

2. Kartina tekisligi tiklanadi va xona plani yuqorisidan kartina asosi K_H o'tkaziladi. Plandagi 1 va 2 nuqtalardan yuqoriga vertikal chiziqlar o'tkazib, K_H da $1'$ va $2'$ nuqtalar belgilanadi. $1'$ va $2'$ nuqtalardan narsalar tekisligiga perpendikular qilib o'tkazilgan chiziqlar xona devorlarining kartina tekisligi bilan kesishgan chizig'i bo'ladi. Bu chiziqlarga xona balandligi chiziqli masshtab orqali o'Ichab qo'yilib, 1 va 2 nuqtalar aniqlanadi. Ufq chizig'i hh 1,7 m balandlikda K_H ga parallel qilib o'tkaziladi va unda plandagi F_1 va F_2 nuqtalardan chiqqan bog'lovchi chiziqlar orqali F_1 va F_2 nuqtalar aniqlanadi (20.17-shakl, b).

3. $1'$ va 1 nuqtalar F_1 bilan, $2'$ va 2 nuqtalar F_2 bilan tutashtiriladi. Bu chiziqlar o'zaro kesishib A' va A nuqtalarni beradi. AA' kesma xona devorlarining o'zaro kesishgan chizig'idir. $1A$ va $2A$ chiziqlar devorlarning shift bilan, $1'A'$ va

2' A' chiziqlar esa pol bilan kesishgan chiziqlari hisoblanadi (19.17-shakl, *b*).

Demak, biz xona ichi perspektivasini hosil qildik. Endi uning ichidagi buyumlarning plandagi perspektivalarini yasaymiz. Masalan, uzunligi $1,25\text{ m}$, eni $0,62\text{ m}$ va balandligi $0,8\text{ m}$ bo'lgan yozuv stolining plani perspektivasini quraylik. Stolning BB' qirrasi kartinaga tegib turibdi. Stolning yon tomonlari 2α yo'nalishidagi, old va orqa tomonlari tekisliklari 1α yo'nalishdagi devorlarga parallel vaziyatda joylashgan. Bu ishimizni ancha osonlashtiradi. C nuqtadan SF_2 ga parallel o'tkazib, K_H da C_1 nuqta aniqlanadi (20.17-shakl, a). C_1 va B nuqtalar yuqoridagi K_H ga olib chiqilib, C_2 va B' nuqtalar belgilanadi. B' ni F_1 va F_2 bilan C_2 ni esa F_2 bilan tutashtirib, ularning mos ravishda kesishgan nuqtalari belgilanadi va yozuv stolining plandagi perspektivasi hosil bo'ladi.



4. Eshik o'rni va devordagi surat (kartina) larning ham plandagi perspektivasi shu tarzda yasaladi. Ochiq eshikning plandagi perspektivasini qurish uchun eshik yo'nalishining uchrashish nuqtasi F_2 dan foydalanish mumkin, ammo u chizma qog'oz chegarasidan chetga chiqib ketadi. Shuning uchun plandagi N nuqta S bilan birlashtirilib, K_H da kartina bilan kesishgan N_1 nuqtasi aniqlanadi.

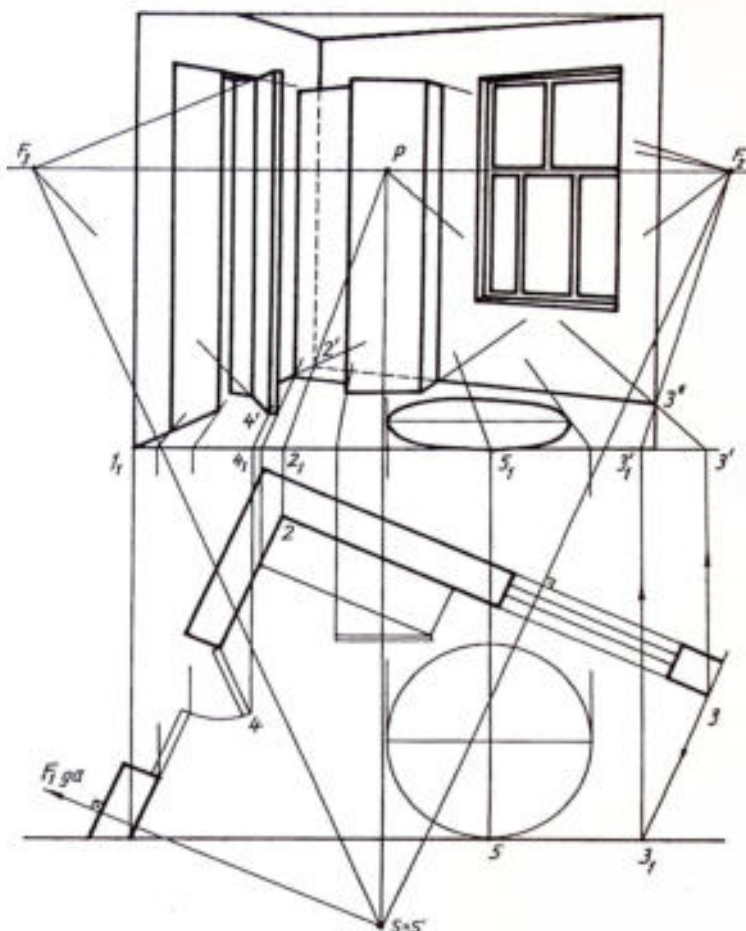
N nuqtadan kartinaga perpendikular o'tkazib yuqoridagi K_H da N_2 nuqta aniqlanadi va u bosh nuqta P bilan tutashtiriladi. N_2P chiziq N_1 dan chiqarilgan vertikal chiziq bilan kesishib eshikning plandagi N_1 nuqtasi perspektivasini beradi. So'nggi bosqich xona ichidagi buyumlarning balandliklari perspektivasini qurishdan va chizmani taxt qilishdan iborat.

1'1 va 2'2 chiziqlarga bizga zarur o'lchamlab belgilab chiqiladi. Yozuv stolining BB' qirrasini kartinaga tegib turganligi sababli B' dan chiqarilgan tik chiziqqa $0,8\text{ m}$ masofa to'g'ridan to'g'ri o'lchab qo'yiladi va B nuqta aniqlanadi. B nuqta F_1 va F_2 lar bilan tutashtiriladi. Stolning qolgan ikkita nuqtasidan chiqarilgan tik chiziqlar BF_1 va BF_2 lar bilan mos ravishda kesishib uning perspektivasini hosil qiladi. Eshikning $2,2\text{ m}$ va suratning $0,88\text{ m}$ balandliklari perspektivasi ham xuddi shu tartibda aniqlanadi. Ochilgan eshik perspektivasiga $2,2\text{ m}$ ni o'lchab qo'yish uchun N_2 dan chiqarilgan vertikal chiziqqa $2,2\text{ m}$ balandlik qo'yiladi va N_3 nuqta belgilanadi. N_3 ni bosh nuqta P bilan tutashtirib, uni N' dan chiqarilgan vertikal to'g'ri chiziq bilan kesishgan N nuqtasi aniqlanadi. N' va N nuqtalar eshikning qolgan ikkita aniqlangan nuqtalari bilan tutashtirilishi natijasida ochilgan eshik perspektivasi hosil bo'ladi.

Xona devorlari kartinaga ixtiyoriy burchakda joylashgan interyerning perspektivasini bajarish 20.18-shaklda ham keltirilgan. Unda 23 chiziqning uchrashish nuqtasi F_1 chizma qog'oz chegarasidan tashqarida joylashgan.

Avval xonaning plani kartina ostiga chizib olinadi. Undagi jihozlari qanday joylashganliklari ham planda ko'rsatiladi. Kartina shartli xona plani oldiga chizib olinadi. Endi, xonaga kartina izi K_H orqali qaraladi. Kartina izi K_H kesib o'tayotgan yoki urinma bo'lgan xona va uning jihozlari elementlari o'zining haqiqiy o'lchamida (kattaligida) tasvirlanadi.

Bosh qarash nuqtasi P dan pastga vertikal yordamchi chiziq chizilib, unga distantion masofa $SP=PD_1$ o'lchab qo'yiladi va u S deb belgilanadi. S nuqtadan xona devorlariga parallel chiziqlar o'tkazilib, ufq chizig'ida F_2 nuqta aniqlanadi. Bu yerda F_1 nuqta chizmadan tashqarida topiladiganligi uchun undan foydalanilmaydi.



20.18- shakl

Xonaning umumiy vaziyatdagi perspektiv tasviri P , F_2 ... nuqtalar yordamida bajariladi. Kartining izi K_M bilan xona devor kesishgan 1 nuqtadan kartina asosida perpendikular chiziladi va 1_1 nuqta F_2 bilan tutashtiriladi. Shunda poldagi xona asosining yo'nalishi hosil bo'ladi. Xona burchagidagi 2 nuqtadan kartina asosiga perpendikular chizilib, hosil bo'lgan 2_1 nuqta P bilan tutashtiriladi va 1_1F_2 chiziqda $2'$ nuqta xona burchagi aniqlanadi. Xonaning ikkinchi devoir asosini aniqlash uchun planda 3 nuqta tanlab olinadi va undan SF_2 ga parallel chizib,

K_H da 3_1 nuqta belgilanadi. 3_1 dan kartina asosida perpendikular chiziq o'tkazilib $3'_1$ nuqta F_2 nuqta bilan tutashtiriladi. 3 nuqtadan ham kartina asosiga perpendikular o'tkaziladi va $3'$ nuqta P bilan tutashtiriladi. Hosil bo'lgan $3''$ nuqta $2'$ bilan birlashtirilsa, xonaning ikkinchi devori perspektivasi yasalgan bo'ladi.

Eshik P nuqtadan foydalanib yasaldi. Uning tavaqasining ochiq holatini tasvirlash uchun S dan eshik tavaqasining ochiq vaziyatiga parallel chizib, ufq chizig'ida F_3 nuqta aniqlanadi. F_3 va P yordamida eshikning ochilgan holatdagi tavaqasi bajariladi.

Nazorat savollari

1. Interier deganda nimani tushunasui?
2. Interier perspektivasini qurishning qanday amaliy ahamiyati mavjud?
3. Interier perspektivasini qurishda ko'rish burchagi qanday tanlanadi?
4. Frontal perspektiva (interier)da perspektiv masshtablardan nima maqsadda foydalaniladi?
5. Burchakli interier perspektivasi qanday bajariladi?

21.1-§. Perspektivada soyalar yasash

Buyum tuzilishi, hajmi to'g'risidagi ma'lumotlarning aniq bo'lishi uning qanday darajada yoritilganligiga bog'liq bo'ladi. Agar faqat yorug'lik bo'lib soya bo'lmasa yoki faqat zulmat (qorong'ilik) bo'lib yorug'lik bo'lmasa, oddiy ko'z orqali hech bir narsani ko'ra olish va tasavvur qilish mumkin bo'lmasdi.

Tasviriy san'atda rassomlar yorug'likning tushish yo'nalishi va yorug'lik kuchiga katta ahamiyat beradilar. Masalan, jahldor kishi shaklini chizayotganda yorug'lik nuri jag' ostidan yo'naltirilsa, asardan ko'zlangan ruhiy holat samarali ochib berilgan bo'ladi.

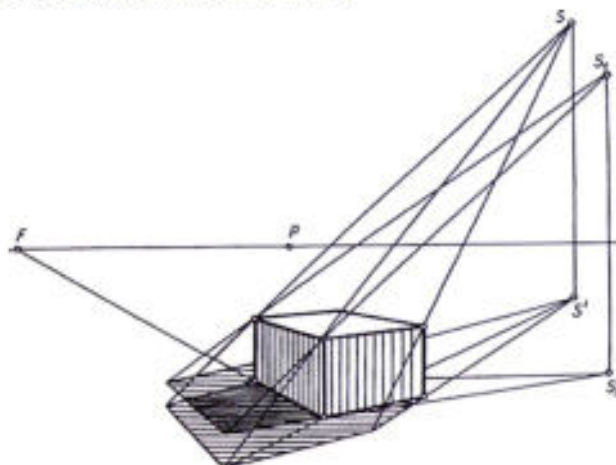
Buyumning to'g'ri qurilgan perspektivasi uning tuzilishi haqida ma'lumot beradi. Biroq, uning perspektiv tasvirida yorug' va soyani aql bilan bajarish buyum yaqqolligini sezilarli darajada oshiradi. Shunday ekan, yorug'-soyadan aql bilan foydalanish rassomga qiziqarli va murakkab kompozitsion yechim topa olish imkoniyatini beradi.

Bizni o'rab turgan fazoda yorug'lik nuri to'g'ri chiziqli bo'ylab taraladi. Yorug'lik nuri buyumning unga qarab turgan tomoni (qismi)ni yoritadi. Yoritilmagan qismi esa shaxsiy soya hisoblanadi. Yorug'lik nurining buyumga urinishidan shaxsiy soyaning chegarasi hosil bo'ladi. Ushbu chegara buyumning yoritilgan va yoritilmagan (shaxsiy soya) qismlarini ajratuvchi chiziqli hisoblanadi. Ana shu chiziqli yorug'lik yo'nalishi bo'yicha biror tekislik yoki sirtidagi proyeksiyasi buyumning tushuvchi soyasi hisoblanadi. Shuning uchun buyumning tushgan soyasini aniqlashdan oldin uning shaxsiy soyasini yasash kerak. Buyumning o'z sirtidagi soyasi uning atrofidagi narsalardan qaytgan nurlar ta'sirida kuchsizlanadi. Shu sababli buyumning tushgan soyasi uning shaxsiy soyasidan to'qroq bo'ladi. Bundan tashqari yorug'lik nuri jism sirtiga nisbatan turli burchak ostida bo'ladi. Shuning uchun jism sirtining turli qismlari yorug'lik quvvatini turli miqdorda qabul qiladi. Natijada aylanish sirtlarida yoritilgan va soya qismlari orasida keskin chegara chiziqli bo'lmaydi. Yorug'lik nuri va sirt normali orasidagi o'lchangan burchak nurning sirt bilan hosil qilgan burchagi hisoblanadi.

Sun'iy (markaziy) yoritish manbayi. Sun'iy yoritishda yorug'lik manbalari (elektr lampochkasi, sham, fonar va boshqalar) buyumdan uncha uzoq bo'lmagan masofada, ya'ni uch o'lchamli fazo sohasida joylashgan bo'ladi va ular *nuqtaviy manbalar* deyiladi. Markaziy yoritishda yorug'lik nuri buyumga urilib, piramida yoki konus sirtini hosil qiladi. Markaziy yoritishdan, asosan, interyerda soya yasash uchun foydalaniladi. Agar yoritish manbayi ikki va undan ko'p bo'lsa, u holda tushuvchi soyalarning bir qismi ustma-ust tushadi. Shunda ikkita tushuvchi soyaning ustma-ust tushgan qismi *to'liq soya*, ustma-ust tushmagan qismi esa *yarimsoya* hisoblanadi (21.1-shakl).

Interyerda soya yasash orqali xona jihozlari va yoritish manbayi o'rinlari

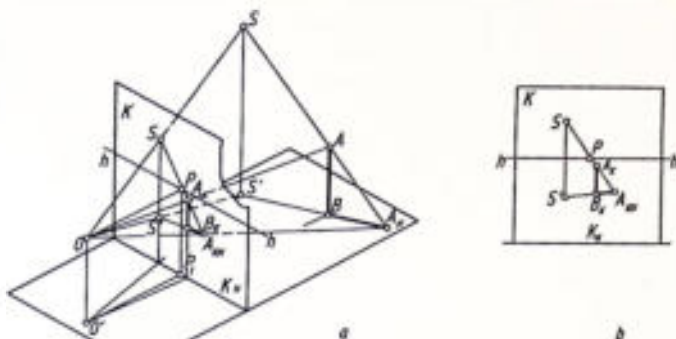
loyiha jarayonida tekshiriladi hamda eng maqbul varianti tanlanadi. Markaziy yoritishda soya bajarish uchun yorug'lik manbayi va uning soya tushuvchi tekislik yoki sirtlardagi proyeksiyalari berilishi kerak.



21.1- shakl

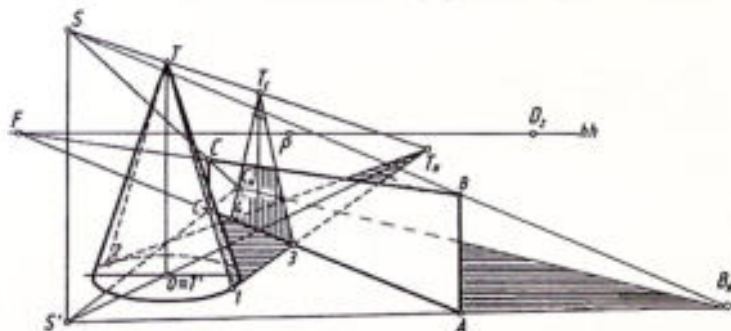
21.2-shakl, *a* da perspektiva apparati va narsalar tekisligiga tik bo'lgan hamda B nuqtasi unda yotgan AB kesma belgilan. S sun'iy yoritish manbayidan taralayotgan nurlar AB kesmaning H dagi BA_H soyasini hosil qiladi. B nuqta narsa tekisligida yotganligi uchun uning soyasi o'zi bilan ustma-ust tushadi. Buning uchun AB kesma orqali nurlar tekisligi o'tkaziladi va u narsalar tekisligi bilan kesishib, AB kesmaning H dagi soyasini beradi. Demak, S yorug'lik manbayini A nuqta bilan, uning H dagi S' proyeksiyasini esa B nuqta bilan tutashtirib, yorug'lik tekisligi o'tkaziladi. SA va S_1B chiziqlar o'zaro kesishib, A nuqtaning narsalar tekisligidagi A_H soyasini beradi.

Bu jarayonni perspektivada bajarish uchun AB kesma va SS' larning kartinadagi perspektiv tasvirlari quriladi. So'ngra S nuqta A_K bilan, S_1 esa B_K bilan tutashtiriladi va ularning kesishgan nuqtasi A_{KH} belgilanadi. B_KA_{KH} chiziq A_KB_K kesmaning soyasi bo'ladi. 21.2-shakl, *b* da yuqoridagi jarayonning ish vaziyati, ya'ni kartinaning o'zida AB kesmaning soyasini bajarish ko'rsatilgan. Bunda ham SA va S_1B_K chiziqlar o'zaro kesishib, A_{KH} ni aniqlaydi, A_{KH} — A nuqtaning, B_KA_{KH} kesma esa AB kesmaning perspektivadagi soyasidir.



21.2- shakl

21.3-shaklda yorug'lik manbai S , konus sirti va vertikal vaziyatdagi $ABCE$ to'g'ri to'rtburchak (tekislik) berilgan. $ABCE$ ning soyasi xuddi bundan oldingi misoldagi AB kesmaning soyasini aniqlaganimizdek yasiladi.



21.3- shakl

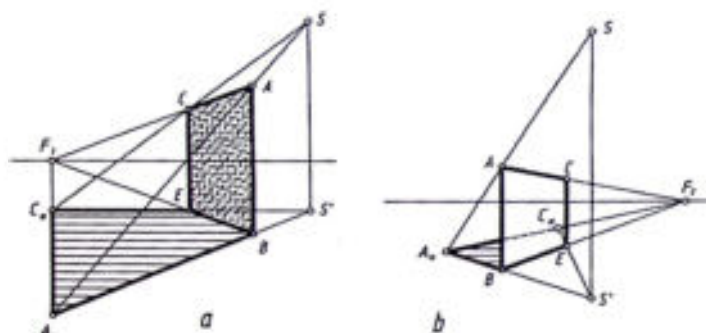
Konus sirti ham narsa tekisligiga va $ABCE$ to'g'ri to'rtburchakka soya tashlaydi. Buning uchun S' ni konus uchi T ning narsa tekisligidagi T' proyeksiyasi bilan, S ni esa T uchi bilan tutashtirib, T_H soya aniqlanadi. T_H nuqtadan konus asosiga urinma o'tkazilib, uning H dagi soyasi hosil qilinadi.

$1T_H$ va T_H2 chiziqlar AE ni 3 va 4 nuqtalarda kesadi hamda shu yerda konusning yerdagi soyasi sinadi. Konusning $ABCE$ tekislikdagi soyasini yasash uchun T konus uchining vertikal tekislikdagi T_C soyasi aniqlanadi. 3 va 4 nuqtalar T_C bilan tutashtirilib konusning $ABCE$ dagi soyasi hosil qilinadi. Konusning shaxsiy soyasi $1T$ va $T2$ chiziqlar bilan chegaralanadi.

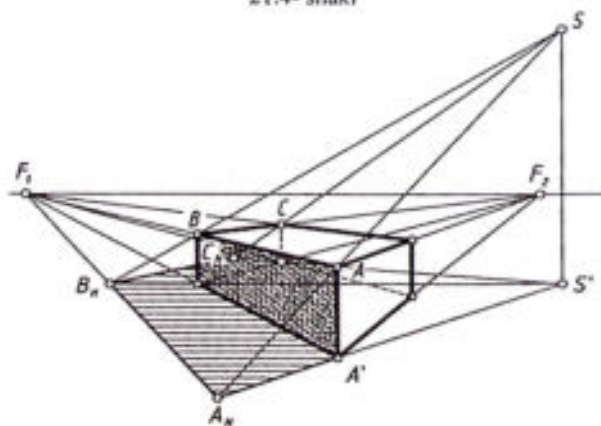
Tekis shakldan tushayotgan soya to'g'ri chiziq kesmasidan tushayotgan

soya kabi bajariladi (21.4-shakl, a va b). Birinchisida tushayotgan soya tekis shaklning oldiga tushayotganligi sababli, uning orqa tomoni yorug'. Ikkinchi holatda yorug'lik tekis shaklning old tomonida bo'lgani uchun undan soya orqa tomonga tushmoqda. Tushayotgan soyalar tahlil qilinsa, tekis shaklning vertikal qirralaridan tushayotgan soyalar S' bilan bog'liq bo'lib, u bilan kesishmoqda yoki undan chiqmoqda. Gorizontal chiziqlar ufq chizig'ida qaysi nuqtada uchrashayotgan bo'lsa, ulardan tushayotgan soyalar ham o'sha nuqtada o'zaro kesishiadi, chunki ular o'zaro parallel hisoblanadi.

Bundan keyin ushbu qoidalariga asoslanib, narsalardan tushayotgan soyalarini qiynalmay bajarish mumkin bo'ladi. Masalan, prizmadan tushayotgan soya chegaralari vertikal qirralardan S' ga, gorizontal qirralardan tushayotgan soyalari esa F_1 ga yo'nahshi e'tiborga olinadi (21.5-shakl).



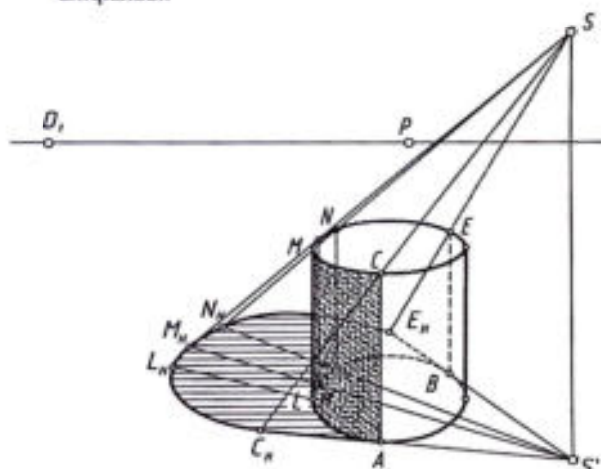
21.4- shakl



21.5- shakl

1-masala. Vertikal silindrning tushayotgan va shaxsiy soylari bajarilsin (21.6-shakl).

1. S' dan sirt asosiga urinma chiziqlar o'tkazilib, sirdagi yorug' va soya chegarasini aniqlovchi AC va BE yasovchilari aniqlanadi. S dan silindr ustki asosining soya tomonidagi M nuqta orqali urinma nur o'tkaziladi va $S'M$ chiziqda soyasi M_N topiladi.
2. AC va BE yasovchilardan tushayotgan soyalar aniqlanadi. Silindrning ustki asosidan tushayotgan soya ellips bo'lgani uchun C va E oralig'ida ixtiyoriy nuqtalar tanlab olinadi va ularning soylari yuqoridagidek aniqlanadi.



21.6- shakl

3. Barcha topilgan nuqtalar ravon tutashtirib chiqiladi va shaxsiy soya belgilab qo'yiladi.

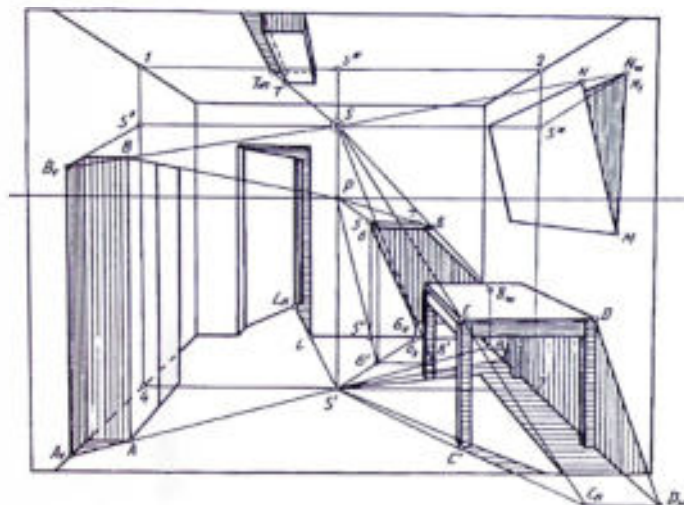
2-masala. Interier (xonaning ichki ko'rinishi) xona jihozlaridan tushuvchi va shaxsiy soylar yasalsin (21.7-shakl).

1. Xona shiftida osilib turgan elektr lampochkasining pol, chap va o'ng devorlar hamda shift tekisliklaridagi proyeksiyalari – S' , S'' , S''' , S'''' nuqtalar o'rni aniqlanadi. Buning uchun shift bo'yicha ufq chizig'iga parallel qilib to'g'ri chiziq o'tkaziladi. Yon devor va shift tekisliklarining kesishayotgan chiziqlarida 1 va 2 nuqtalar, devorlar bo'yicha vertikal chiziqlarning pol tekisligi bilan kesishayotgan chiziqlarida 3 va 4 nuqtalar belgilanib, ular o'zaro tutashtiriladi.

S dan pol va devor tekisliklariga perpendikular chiziqlar o'tkazilib S' , S'' , S''' va lampochkaning shiftdagi asosida S'''' nuqtalar topiladi.

2. S' nuqta bilan bog'liq bo'lgan uy jihozlari stol va shifonerdan tushayotgan soyalar aniqlanadi. Shifoner qirrasi AB dan tushayotgan soya A_1

nuqtada sinib, chap yon devorga tushmoqda.



21.7- shakl

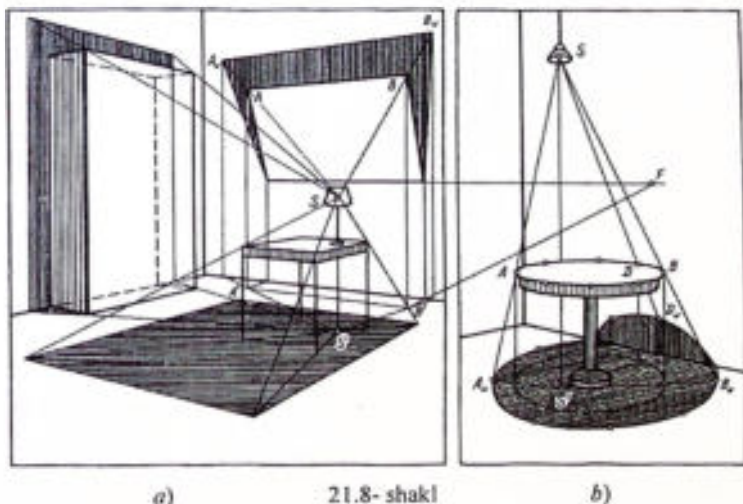
3. Stoldagi CC' va CD chiziqlardan tushayotgan soyalarni yasash kabi stolning boshqa qirralaridan tushayotgan soyalari bajariladi. To'rdagi eshikning o'rni qirrasidan tushayotgan soya ochiq turgan eshikning ostki qirrasiga L_H nuqtada sinib, eshik tekisligiga tushmoqda.
4. Ro'paradagi devorga biriktirilgan tokcha (polka)dan devorga tushayotgan soya yasaladi. Tokchaning 56 qirrasining poldagi proyeksiyasi $5'6'$ topiladi. $5'6'$ chiziq ro'paradagi devor asosini 6_X nuqtada kesadi va undan vertikal chiziq chiziladi. Bu chiziq $S6$ nurni kesib, 6 nuqtaning soyasi 6_Y ni beradi. 56 kesmaning tushuvchi soyasi 56_Y bo'ladi. 8 nuqtaning 8_W soyasi o'ng tomondagi devorga tushadi. 78 kesmaning soyasi ro'paradagi va o'ng tomondagi devorlarning kesishish chizig'idagi 7_Z nuqtada sinadi (chizmada ko'rsatilmagan). 68 kesmaning soyasi ro'paradagi devor tekisligida o'ziga parallel bo'ladi. Uning davomi 6_Z nuqtada sinib, sinish nuqtasi 8_W bilan tutashtiriladi (chizmada ko'rsatilmagan). Natijada tokchadan tushayotgan soya chegarasi $56_Y 6_Z 8_W$ bajariladi.
5. O'ng devorda osig'liq turgan kartinadan devorga tushayotgan soyasi aniqlanadi. Kartina burchagi N nuqtadan tushayotgan N_W soyani aniqlash uchun kartinaning MN qirradi devor tekisligiga MN radiusida MN_1 vaziyatga qaytariladi. B bilan N va S'' bilan N_1 lar tutashtirilib, ularning davomida N_W soya topiladi va u M va P lar bilan tutashtiriladi.

6. Shiftga mahkamlangan to'rtburchakli prizmadan tushayotgan soya yasaladi. Buning uchun S_{1V} va T_1 , hamda S va T nuqtalar tutashtirilib, bu chiziqlarning o'zaro kesishidan T_{H1} nuqta topiladi. T_{H1} nuqta P bilan tutashtirilib tushayotgan soya aniqlanadi.

7. Uy jiliozlarining barchasidagi shaxsiy soyalar aniqlanadi (21.7-shakl).

21.8-shakl, a va b larda ham inter'yerdagi jixozlardan tushayotgan soyalar ham yuqoridagi chizmadagidek qurilgan. Ularni tahlil qilishni talabning o'ziga havola qilamiz.

Tabiiy (parallel) yoritish manbayi. Tabiiy yoritish manbayi sifatida bizdan juda uzoqda (shartli - cheksiz uzoqlikda) joylashgan Quyosh va Oy qabul qilingan. Ulardan taralayotgan yorug'lik nurlari o'zaro parallel deb hisoblanadi va bunday yoritishga parallel yoritish deyiladi. Parallel yoritishda yorug'lik nurlari buyum sirtiga urinib, prizma yoki silindr sirtini hosil qiladi. Quyoshning perspektivasini S va uning asosi perspektivasini S' deb qabul qilaylik. Quyosh perspektivasi S ufq chizig'idan yuqorida yoki pastda va uning asosi S' perspektivasi hamma vaqt ufq chizig'ida joylashadi. Faqat Quyosh chiqayotganda va botayotganda S va S' lar gorizont chizig'ida ustma-ust bo'lib qoladi.



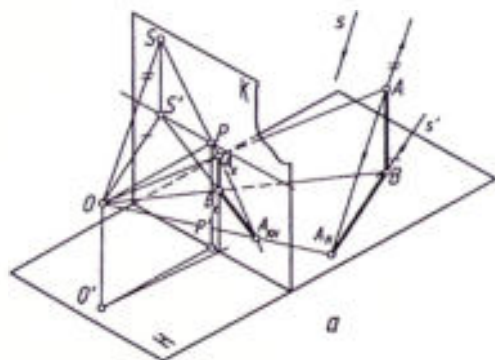
21.8- shakl

21.9-shakl, a da perspektivaning geometrik apparati, S yorug'lik yo'nalishi va narsa tekisligiga perpendikular o'rnatilgan AB kesma berilgan. A nuqtaning narsa tekisligidagi soyasini yasash uchun AB kesma orqali nurlar tekisligi o'tkazib, uning narsa tekisligi bilan kesishgan chizig'i yasaladi. Bu chiziq B nuqtadan o'tib, S yorug'lik manbayining H dagi S' asosi tomon yo'nalgan bo'ladi. Bu yerda S' yorug'lik nuri yo'nalishi S ning H dagi proyeksiyasi hisoblanadi. Endi A nuqta or-

qali S yorug'lik yo'nalishiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziqli o'tkaziladi va uning B nuqtadan S' yo'nalishiga parallel qilib o'tkazilgan chiziqli bilan kesishgan nuqtasi A_H belgilanadi. A_H nuqta A nuqtaning narsa tekisligidagi soyasi, BA_H kesma esa AB kesmaning soyasi bo'ladi.

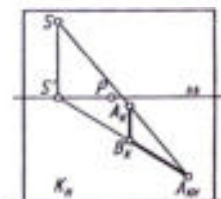
Quyoshning kartinadagi perspektivasini hosil qilish uchun ko'rish nuqtasi O dan S yorug'lik yo'nalishiga va uning narsalar tekisligidagi S' proyeksiyasiga parallel to'g'ri chiziqli o'tkaziladi. Bu chiziqli kartina tekisligi bilan kesishib, S va S' nuqtalarni beradi.

Kartinadagi S nuqta yorug'lik nuri yo'nalishi, S' nuqta uning narsalar tekisligidagi proyeksiyasining uchrashish nuqtalari hisoblanadi. Ko'rish nuqtasi O orqali AB kesmaning perspektivasi $A_K B_K$ yasalanadi. $A_K B_K$ kesma soyasining perspektivasini yasash uchun S nuqtadan A_K orqali, S' nuqtadan B_K orqali to'g'ri chiziqli o'tkazib, ularning kesishish nuqtasi A_{KH} topiladi. A_{KH} — A nuqta soyasining perspektivasi, $B_K A_{KH}$ kesma esa AB kesma soyasining perspektivasi bo'ladi. 21.9-shakl, b da AB kesma soyasini kartina tekisligining o'zida yasash ko'rsatilgan. Bu yerda S nuqta A_K bilan S' nuqta B_K bilan tutashirilgan va ularning kesishgan A_{KH} nuqtasi aniqlangan. $B_K A_{KH}$ kesma $A_K B_K$ kesmaning soyasi bo'ladi.



a)

21.9- shakl

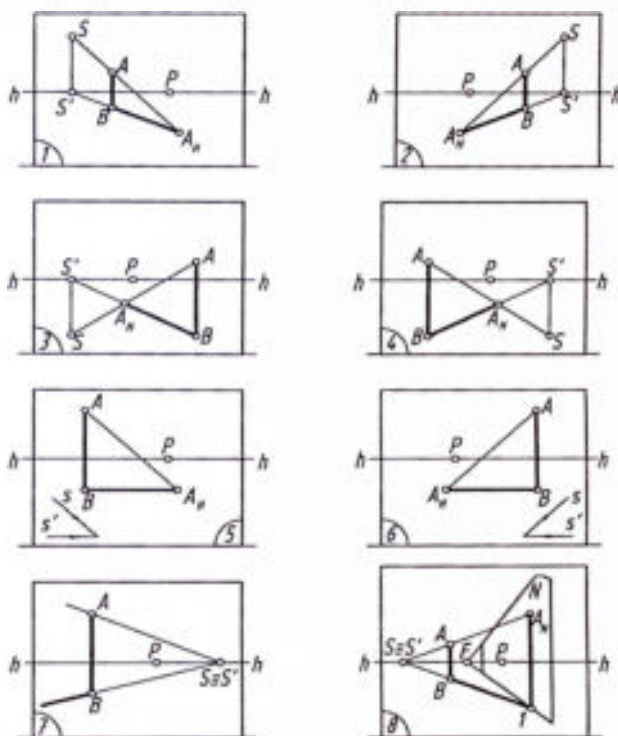


b)

Arxitektura inshootlarini loyihalashda tabiiy yoritish manbai (Quyosh) dan tushayotgan nurlar va ulardan hosil bo'ladigan soyalar e'tiborga olinadi. Kuzatuvchining Quyoshga yoki Quyoshning kuzatuvchiga nisbatan egallagan vaziyati har xil bo'lishi mumkin. Quyida kuzatuvchiga nisbatan Quyoshning xarakterli vaziyatlari keltirilgan (21.10-shakl).

1. Quyosh oldin (narsalar fazosi) da, chapda joylashgan.
2. Quyosh oldin (narsalar fazosi) da, o'ngda joylashgan.
3. Quyosh orqa (mavhum fazo) da o'ngda joylashgan.
4. Quyosh orqa (mavhum fazo) da chapda joylashgan.

5. Quyosh chapda, yorug'lik nuri kartinaga parallel vaziyatda bo'ladi. Yorug'lik yo'nalishining uchrashish nuqtasi bo'lmaydi.



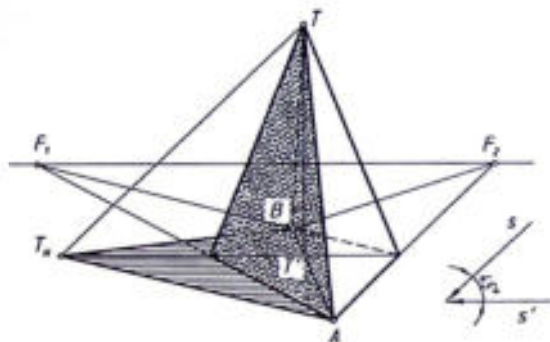
21.10- shakl

6. Quyosh o'ngda, yorug'lik nuri kartinaga parallel vaziyatda bo'ladi.
7. Quyoshning o'ngda ko'tarilish yoki botish payti. Bunda buyumning tushuvchi soyasi uzunligini aniqlab bo'lmaydi.
8. Quyoshning chapda ko'tarilish yoki botish payti. Bunda ham buyumning tushuvchi soyasi uzunligini aniqlab bo'lmaydi. Biroq buyum soyasi ortida uni to'sib turuvchi biror tekislik yoki sirt joylashgan bo'lsa, uning tushuvchi soyasini aniqlash mumkin bo'ladi.

Narsalar tekisligiga perpendikular bo'lgan barcha to'g'ri chiziqlarning tushuvchi soyasi yorug'lik nuri yo'nalishining narsalar tekisligidagi proyeksiyasi perspektivasining uchrashish nuqtasi S' tomon yo'nalgan bo'ladi. Har qanday gorizontal to'g'ri chiziqning tushuvchi soyasining uchrashish nuqtasi ufq chizig'ida bo'ladi.

Geometrik jismlarning shaxsiy va tushuvchi soyalarini yasash. 21.11-shaklda piramidadan tushayotgan soyni yasash ko'rsatilgan. Buning uchun:

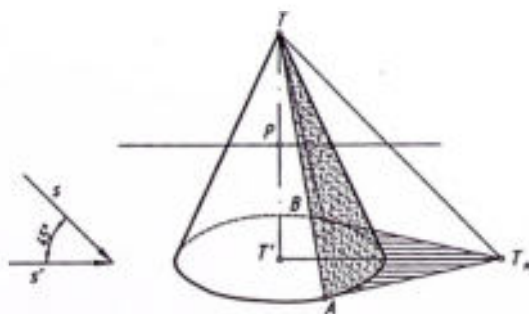
1. Piramida uchi T dan s ga, T' dan s' ga parallel ravishda o'tkazilgan chiziqlar o'zaro kesishib, piramida uchidan tushayotgan soya T_H aniqlanadi.
2. T_H piramida asosi (A va B nuqta) orqali urinma chiziq o'tkaziladi.
3. Piramidadan tushuvchi va o'zidagi soyalar bo'yab qo'yiladi.



21.11- shakl

1-masala. Konusning shaxsiy va tushuvchi soyalari aniqlansin (21.12-shakl).

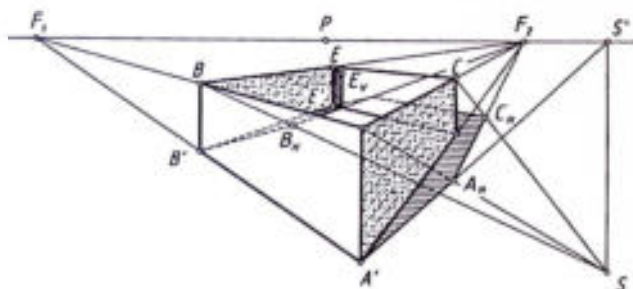
1. Piramidadan tushayotgan soyni bajarish kabi, T konus uchidan tushayotgan soya topiladi.
2. T_H dan konus asosiga A va B nuqtalarda urinadigan urinma to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. TA va TB chiziqlar konusning shaxsiy soyasi chegarasini aniqlaydi.
3. Konusning shaxsiy va tushuvchi soyalari bo'yab chiqiladi.



21.12- shakl

2-masala. Prizmatik qutining shaxsiy va tushuvchi soylari bajarilsin (21.13-shakl).

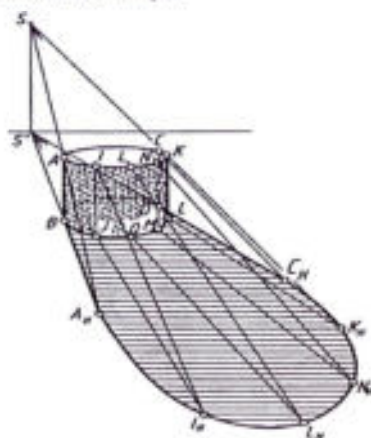
1. AA' qirrasidan tushayotgan A_H soya AS va $A'S'$ chiziqlarning o'zaro kesishuvidan hosil bo'ladi.



21.13- shakl

2. A_H ni F_2 bilan tutashtirib, CS chiziqda C_H aniqlanadi va AC dan tushayotgan $A_H C_H$ soya topiladi. C_H nuqta F_1 bilan tutashtiriladi. Shunda CE qirradan tushayotgan soyaning quti vertikal qirrasigacha bo'lgan qismi tasvirlanadi.
3. Qutining ichki qismiga tushayotgan soyasi BS va $B'S'$ chiziqlarning o'zaro kesishishidan topilgan B_H ni F_2 bilan tutashtirib aniqlanadi. Bu soya $C'E'$ ostki-ichki qirrada sinib, vertikal davom etadi va ES chiziqning E_H nuqtasida yakunlanadi.

Bu yerda yorug'lik chapdan orqa tomonda, ya'ni mavhum fazodagi Quyoshdan tushmoqda.



21.14- shakl

3-masala. Vertikal silindrning shaxsiy va tushuvchi soylari yasalsin (21.14-shakl). Bu yerda Quyosh oldinda chapda, ya'ni narsalar fazosida joylashgan.

1. S' nuqtadan silindr asosiga urinma chiziqlar o'tkaziladi. Shunda silindrning AB yasovchisidan CD yasovchisigacha bo'lgan shaxsiy soyasi chegarasi aniqlanadi.

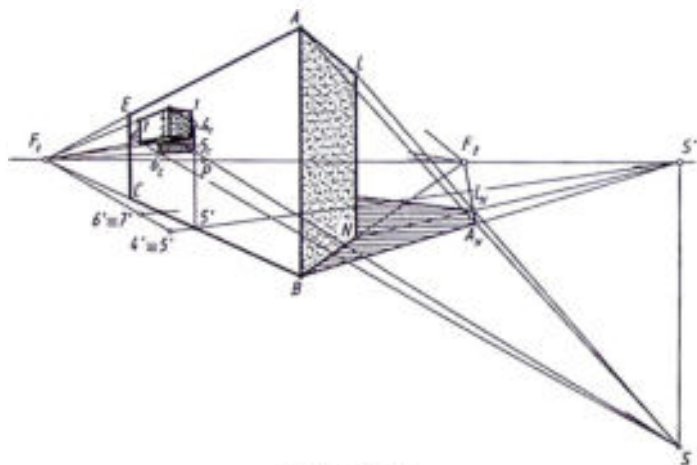
2. AB va CD yasovchilardan tushayotgan soylari A_H va C_H yasaladi. A_H va C_H oralig'idagi tushuvchi soya silindrning ustki asosidan tushayotgan egri chiziq bo'ladi.

3. Silindrning shaxsiy soya qismida bir nechta ixtiyoriy yasovchi-

lari tanlab olinadi va ulardan tushayotgan sovalar aniqlanadi.

4. Hamma topilgan nuqtalar rayon tutashtirib chiqiladi.

21.15-shaklda ikkita parallelepipedning shaxsiy va tushuvchi soyalari perspektivasini aniqlash ko'rsatilgan. Bu yerda Quyosh mavhum fazoda, orqad chapda joylashgan. Vertikal to'g'ri chiziqlarning tushuvchi soyasi S' nuqta tomonga, gorizontal to'g'ri chiziqlarning tushuvchi soyasi esa, mos ravishda, F_1 va F_2 larga yo'nalgan bo'ladi. AB kesmaning soyasini aniqlash uchun A nuqta S bilan, B nuqta S' bilan tutashtiriladi va A_H nuqta aniqlanadi. AL kesma gorizontal chiziq bo'lganligi uchun uning soyasi F_2 ga yo'naladi va L nuqta S bilan tutashtiriladi. SL va A_HF_2 lar o'zaro kesishib, L nuqtaning soyasi L_H ni beradi. Parallelepipedning L nuqtasidan o'tuvchi bizga ko'rinmayotgan gorizontal qirrasining soyasi F_1 tomon yo'nalgan bo'ladi.



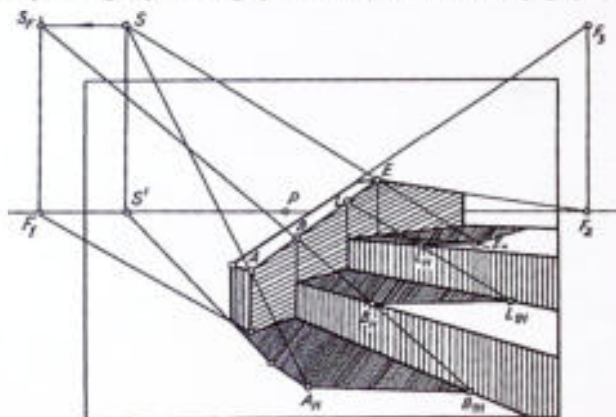
21.15- shakti

Endi uchlari 12345678 kabi nuqtalar bilan chegaralangan va 1238 yog'i $ABCE$ tekislikda yotgan parallelepipedning tushuvchi soyasi aniqlanadi. Buning uchun uning narsalar tekisligidagi proyeksiyasi hosil qilinadi. 4', 5', 6' nuqtalar S' bilan tutashtirilib, ularning BC chiziqni kesib o'tgan $5'_C$, $4'_C$ va $6'_C$ nuqtalari aniqlanadi. Bu nuqtalardan vertikal bog'lovchi chiziqlar o'tkaziladi. 4, 5 va 6 nuqtalar S bilan tutashtiriladi va ularning o'tkazilgan vertikal chiziqlar bilan mos ravishda kesishgan 4_C , 5_C va 6_C nuqtalari belgilanadi. 1, 4_C , 5_C , 6_C , 3 nuqtalardan tashkil topgan tekis ko'pburchak 12345678 parallelepipedning $ABCE$ vertikal tekislikka tushgan soyasi hisoblanadi. Sharti ravishda katta parallelepipedning $ABLN$, kichik parallelepipedning 1254 va 2365 yog'lari ularning shaxsiy soyalari bo'ladi. Aniqlangan shaxsiy va tushuvchi soyalar bo'yab qo'yiladi.

Loyihalarni yotgan binoning soyasini yasashda uning haqiqatga yaqinligini

ta'minlash uchun Quyoshning o'rmini, ya'ni S' Quyosh asosini va uning S perspektivasini to'g'ri tanlash kerak. S' nuqta ufq chizig'ining xohlagan nuqtasida olinishi mumkin. SS' kesmaning uzunligi esa Quyosh nuri bilan Yer orasidagi burchakka bog'liq. Shu sababli uning o'lchami ixtiyoriy emas, balki tabiatdagi haqiqiy ko'rinishiga yaqin darajada olinsa, maqsadga muvofiq bo'ladi.

Zina yon to'sig'i (parapet)dan yerga va zinapoyalarga tushayotgan soyalarni qurish. Quyosh kuzatuvchining oldida, chap tomonda joylashgan (21.16-shakl). Quyosh S va uning S' proyeksiyasini vaziyati belgilanadi. Dastlab, A nuqta joylashgan vertikal va gorizont qirralarning yerdagi soyasi aniqlanadi. Gorizont qirraning soyasi o'ziga parallel bo'ladi va u F_1 nuqtaga yo'naladi.



21.16- shakl

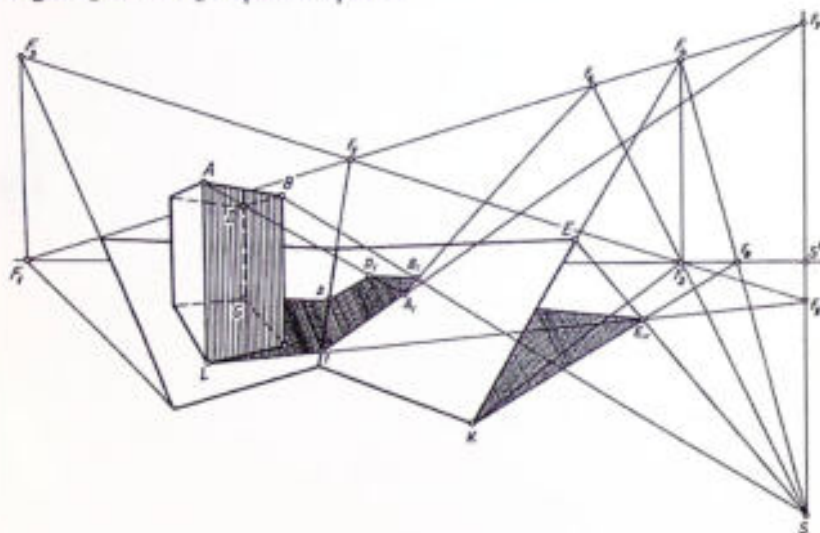
Parapetning og'ma qirradi AE dan yer va zinaning gorizont tekisliklariga tushayotgan soyalarni aniqlash uchun AE qirrada B va L nuqtalar belgilab olinadi. Ular orqali vertikal devorlarda yotuvchi yorug'lik nurlari o'tkaziladi. Buning uchun S nuqta vertikal devorlarning uchrashish chizig'iga proektsiyalanadi va S_F nuqta hosil qilinadi. S_F ni B va L nuqtalar bilan tutashirib B_H, B_{LH} va L_H, L_{LH} nuqtalar aniqlanadi. $A_H B_{1H}, B_{H1}, L_H E_H$ lar AE qirraning Yer va zinaning gorizont tekisliklaridagi soyalari bo'ladi.

Dudbo'ron (mo'ri) dan tom nishablariga tushayotgan soyalarni qurish. Quyosh kuzatuvchidan chap tomonda, orqada joylashgan. Nishab tekisliklari perspektivalari $F_1 F_4$ hamda $F_2 F_3$ uchrashuv chiziqlari orqali berilgan (21.17-shakl). Uchrashuv chiziqlarining o'zaro kesishgan nuqtasi F_5 tekisliklarning o'zaro kesishgan chizig'ining uchrashuv nuqtasidir. F_3 va F_4 nuqtalar mos tekisliklarning eng katta og'ma chiziqlarining uchrashuv nuqtalaridir.

Tushuvchi soyalarning konturlari soya tashlaydigan chiziqlar orqali o'tkazilgan nur tekisliklarining soya tushadigan tekisliklar bilan o'zaro kesishgan chiziqlari bo'ladi.

Dudbo'ronning vertikal qirralari orqali o'tgan nur tekisliklarining uchrashuv

chizig'i yorug'lik manbai S orqali o'tgan vertikal chiziq bo'ladi. Demak, F_7 va F_9 nuqtalar vertikal nur tekisliklar bilan nishab tekisliklarining o'zaro kesishgan chiziqlarining uchrashuv nuqtalari bo'lar ekan. L hamda G nuqtalarni F_9 nuqta bilan tutashtirsak AL va DG qirralarning bitta nishabdagi soyalari, 1 hamda 2 nuqtalarni F_7 nuqta bilan tutashtirsak qirralarning ikkinchi nishabdagi soyalari hosil bo'ladi. A va D nuqtalarni S nuqta bilan tutashtirib, soylarning chegaralari bo'lgan A_C hamda D_C nuqtalar aniqlanadi.



21.17- shakl

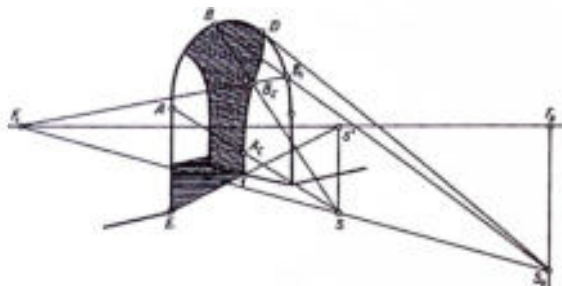
Dudbo'ronning gorizontaal AB qirradi orqali o'tgan nur tekisligining uchrashuv chizig'i S hamda F_2 nuqtalar orqali o'tadi. F_6 nuqta nishab tekisligi bilan nur tekisligining kesishgan chizig'ining uchrashuv nuqtasi bo'ladi. A_C nuqtani F_6 nuqta bilan tutashtirsak AB qirraning nishab tekisligidagi $A_C B_C$ soyasi hosil bo'ladi.

DB qirra nishab tekisligiga parallel bo'lgani uchun, uning shu tekislikdagi soyasi $D_C B_C$ o'ziga parallel bo'ladi va F_1 nuqtaga yo'naladi.

Nishab tekisligining KE chizig'i orqali o'tkazilgan nur tekisligining uchrashuv chizig'i $S F_4$ bo'ladi. F_8 nuqta nishab tekisligi bilan narsalar tekisligi (yer)ning o'zaro kesishgan chizig'ining uchrashuv nuqtasi bo'ladi. K nuqta F_8 bilan, E nuqta esa S nuqta bilan tutashtirilsa yerdagi KE_H soya hosil bo'ladi. Nishab tekisligining E nuqta yotgan gorizontaal chizig'ining soyasi E_H dan F_1 ga yo'naladi.

Silindrik arkadagi soyani qurish. Arkaning AE qirrasining soyasini qurish uchun, u orqali vertikal nur tekisligi o'tkaziladi (21.18-shakl). Nur tekisligi yer bilan kesishib E_1 soyani, arkaning ichki devori bilan kesishib esa vertikal $1A_C$ soyani

beradi (A_C soya A nuqtani S bilan tutashtirib topilgan). Arkaning aylana qirrasidan tushayotgan soyani qurish uchun yorug'lik nurlari uning old devor tekisligiga proyeksiyalanadi. Buning uchun F_1 nuqtani S nuqta bilan tutashtirib F_2 dan o'tgan vertikal chiziq bilan kesishguncha davom ettiriladi. S_F nuqta devorda yotgan nurlarning uchrashish nuqtasi bo'ladi. S_F nuqtadan arkaga urinma o'tkazib D nuqta (soyaning yuqori chegarisi) aniqlanadi. Arkaning AD qismidan ichki devorga soya tushadi. Ixtiyoriy B nuqtaning soyasini topish uchun, u orqali nur tekisligi o'tkaziladi. Nur tekisligi arkani B_1F_1 yasovchi chiziq bo'yicha kesib o'tadi. B va S nuqtalar tutashtiriladi. SB nur va B_1F_1 yasovchilar bitta nur tekisligida yotgani uchun, ular o'zaro B_C nuqtada kesishadi. B_C nuqta B nuqtaning soyasi bo'ladi. Xuddi shu usul bilan tushuvchi soya konturiga tegishli istalgancha nuqta topish mumkin.



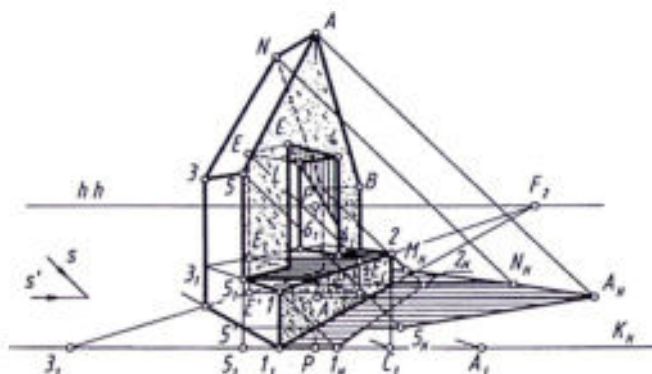
21.18- shakl

Binoning soyasin qurish. 21.19-shaklda arxitektura binosining perspektivasi va ss' yorug'lik yo'nalishi berilgan. Bu bino perspektivasi arxitektorlar usulida yasalgan. Obyektning shaxsiy va tushuvchi soyalari quyida keltirilgan bosqichlar orqali aniqlanadi.

1. Binoning perspektivasi to'liq quriladi va yorug'lik yo'nalishi (s, s') belgilanadi. Yorug'lik yo'nalishi orqali binoga urinma tekisliklar o'tkazilib, obyektning yoritilgan va yoritilmagan (shaxsiy soya) qismlari aniqlanadi. Obyektning ana shu yoritilgan va yoritilmagan qismlarini ajratib turgan shaxsiy soyasi konturining xarakterli nuqtalarini narsalar tekisligi hamda unga parallel bo'lgan obyektning gorizont tekisliklaridagi o'rni (proyeksiyalari) belgilab olinadi.
2. Obyektning soya tashlovchi qirralarining narsalar tekisligidagi proyeksiyalari perspektivasi hisoblangan $1', 5', A', N', M'$ nuqtalaridan yorug'lik nurining H dagi proyeksiyasining s' perspektivasiga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. $1, 5, A, N, M$ nuqtalaridan s yorug'lik nuri yo'nalishiga parallel to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi. s va s' larga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar mos ravishda kesishib, $1, 5, A, N, M$ nuqtalarning narsalar tekisligiga tushgan $1_n, 5_n, A_n, N_n, M_n$ soyalarini aniqlaydi.

Yorug'lik yo'nalishi kartinaga parallel bo'lganligi uchun obyektning vertikal qirra ($11', 22', 55', MM', EE', 44'$)larining soyalari ham kartinaga parallel bo'ladi. Gorizonttal qirra ($12, 2B_1, AN$) larining soyalari F_1 va F_2 lar tomon mos ravishda yo'nalgan bo'ladi.

3. Bu bosqichda binoning ochiq prizmatik o'yig'ini tashkil qilgan EE_1, EL va 44_1 , qirralarning $126,3_1$ gorizonttal hamda 44_1L_1L vertikal yuzalarga tashlagan soyalari aniqlanadi. Buning uchun E_1 va 4_1 nuqtalardan s' ga, E va 4 nuqtalardan s ga parallel chiziqlar o'tkazib, ularning $126,3_1$ gorizonttal yuzaga tushgan E'_H va $4'_H$ soyalari aniqlanadi (chizmada $4'_H$ nuqta ko'rsatilmagan).



21.19- shakl

E'_H nuqtani F_2 bilan tutashtirib, EL qirraning tushgan soyasi yasaladi. Chizmadan ko'rinib turibdiki, EL qirraning tushgan soyasining bir qismi 44_1L_1L vertikal yuzaga tushar ekan. Qirraning ana shu vertikal yuzaga tashlangan soyasini aniqlash uchun E nuqtaning shu yuza tekisligiga tushgan E'_C soyasini aniqlash kerak. Buning uchun E' nuqtadan s' ga parallel chiziq o'tkazib, uning vertikal yuza tekisligining gorizonttal izi bilan kesishgan nuqtasi belgilanadi va shu nuqtadan vertikal chiziq chiqariladi. Vertikal chiqarilgan chiziq bilan E nuqtadan s ga parallel o'tkazilgan chiziq o'zaro kesishib, uning E'_C soyasini beradi. L nuqta E'_C bilan tutashtirilib, EL gorizonttal qirraning 44_1L_1L yuzaga tushgan soyasi aniqlanadi.

4. Barcha aniqlangan shaxsiy va tushuvchi soya yuzalari bo'yab chiqiladi.

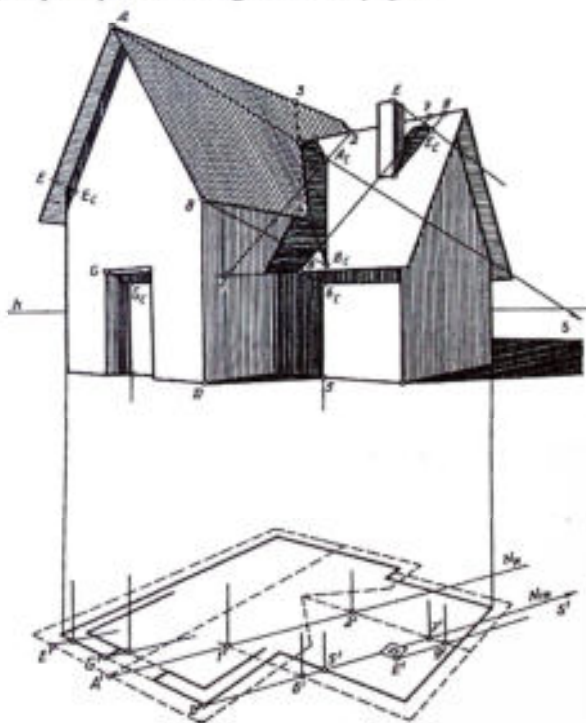
Soya qurish uchun pastga tushirilgan plandan foydalanish maqsadga muvofiqdir, sababi joyida chizilgan plan 'siqilgan' bo'lib soya qurishda sezilarli xatolarga olib kelishi va qiyinchiliklar tug'dirishi mumkin (21.20-shakl).

Yorug'lik manbai (Quyosh) kuzatuvchidan chap tomonda, orqada joylashgan. S va S' nuqtalar chizma chegarasidan tashqarida bo'lganligi uchun, ularning o'rni chizmaga qo'shimcha qog'oz qo'yib belgilab olamiz.

Asosiy tomning A nuqtasidan qo'shimcha tomga tushayotgan A_C soyani aniqlash uchun $A(A_1)$ nuqta orqali $N(N_H)$ nur tekisligini o'tkazamiz. Bu tekislik qo'shimcha tomni 12 chiziqli bo'yicha kesib o'tadi.

A nuqtadan o'tgan nur 12 chiziqli kesib, A_C nuqtani beradi. B_C nuqtani ham xuddi A_C nuqtadek aniqlab, ularni o'zaro tutashtirsak AB qirraning qo'shimcha tomdagi soyasi $A_C B_C$ hosil bo'ladi. B_C nuqtani 4 nuqta bilan tutashtirib $B_C 4$ soyani hosil qilamiz.

Binoning $D(D_1)$ nuqta orqali o'tgan old qirrasining yerga, qo'shimcha xona devori va tomiga tushayotgan soylarini qirra orqali o'tgan $N_1(N_{1H})$ nur tekisligi yordamida aniqlaymiz. Nur tekisligi yerni $D_C 1$, devorni 56_C , tomni esa 67 chiziqlar bo'yicha kesib o'tadi (6_C nuqta 6 nuqtadan yorug'lik nuri o'tkazib topilgan). Bu chiziqlar (67 chiziqlining bir qismi) bino qirrasining yerdagi, devordagi va tomdagi soylari bo'ladi. 6_C nuqtani qo'shimcha tomning gorizontal qirralarining uchrashuv nuqtasi bilan tutashtirsak, shu qirraning devordagi soyasi hosil bo'ladi (qirra devorga parallel bo'lgani uchun soyasi o'ziga parallel bo'ladi). Eshikdagi soya $G(G_1)$ nuqta orqali nur tekisligi o'tkazib topilgan.



21.20- shakl

Asosiy tomning og'ma qirrasidan bino devoriga tushayotgan soya qirraga tegishli ikkita nuqtaning soyasi orqali quriladi (chizmada bitta E nuqtaning soyasi E_C ni topish ko'rsatilgan).

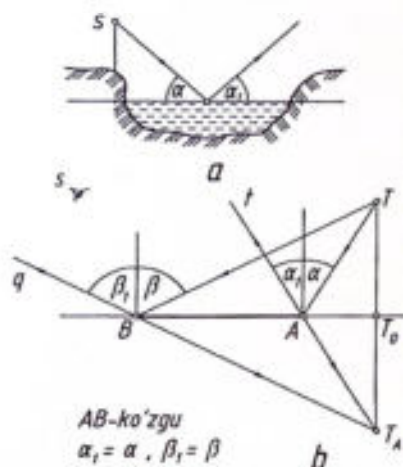
Dudbo'rondan tomga tushayotgan soya dudbo'ron qirralari orqali vertikal nur tekisliklari o'tkazib, ularni tom nishabi bilan kesishtirib topilgan.

Nazorat savollari

1. "Yorug" va soyaning amaliy ahamiyatini ochib bering.
2. Qanday yoritish manbalarini bilasiz?
3. Aksonometrik va ortogonal proektsiyalarda yorug'lik nurining yo'nalishi qanday vaziyatda bo'ladi?
4. To'g'ri chiziqning tushuvchi soyasi ortogonal proyeksiyada qanday aniqlanadi?
5. Tekis shakllarning tushuvchi soyasi qanday aniqlanadi?
6. Turli vaziyadagi aylananing tushuvchi soyasi qanday aniqlanadi?
7. Prizma va piramidaning shaxsiy va tushuvchi soyalari qanday aniqlanadi?
8. Konus va silindr sirtlarining shaxsiy va tushuvchi soyalari qanday aniqlanadi?
9. Sferaning shaxsiy va tushuvchi soyalari qanday aniqlanadi?
10. Sun'iy va tabiiy yoritishda soya bajarishning qanday o'ziga xos tomonlari mavjud?
11. Quyoshning qanday asosiy vaziyatlarini bilasiz?
12. Eksteryer va interyerlarda yorug' va soyalarni aniqlashning qanday amaliy ahamiyatlari mavjud?

22.1-§. Umumiy tushunchalar

Perspektivada narsalarning suv yoki ko'zgu sathida akslarini tasvirlash simmetrik tasvirlar yasashdan iborat. Suv yoki ko'zgu sathidagi chiziq simmetriya o'qi vazifasini o'taydi. Suv yoki ko'zgu sathi ularning geometrik tekisligi hisoblanib, akslar shu tekisliklarda tasvirlansa ham ular xuddi o'sha sathlarning ostida ko'rinayotgandek tuyiladi.



22.1- shakl

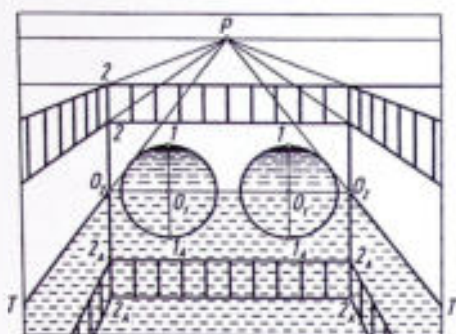
Ma'lumki, narsadan suv yoki ko'zguga tushayotgan nurning a burchagi aks etish, ya'ni qaytish a burchagiga teng bo'ladi (22.1- shakl, a). Ko'zgu (suv) sathi tekisligidagi chetki A va B nuqtalariga T nuqtaning ko'rish nurlari tushmoqda va α_1, β_1 burchaklarda S ko'rish tomoniga qaytmoqda. Qaytish nurlari t va q lar ko'zgu orqa tomoniga yo'naltirilsa, ular o'zaro T dan ko'zgu tekisligiga perpendikular chizilgan to'g'ri chiziq T_A da kesishadi. Agar $T_O T_A$ o'chab ko'rilsa, u $T_O T$ ga teng chiqadi ($T_O T_A = T_O T$).

Demak, fazodagi narsa ko'zgu (suv) sathidan qancha masofada bo'lsa, uning aksi ham ko'zgu orqasi (suv osti)da shuncha masofada tasvirlanar ekan (22.1-shakl, b).

Ushbu fizika (tabiat) qonuniga muvofiq gorizontaal, vertikal va qiya ko'zgu (suv) sathlaridagi akslarning perspektiv tasvirlarini yasash o'rganiladi.

22.2-§. Suvda aks tasvir yasash

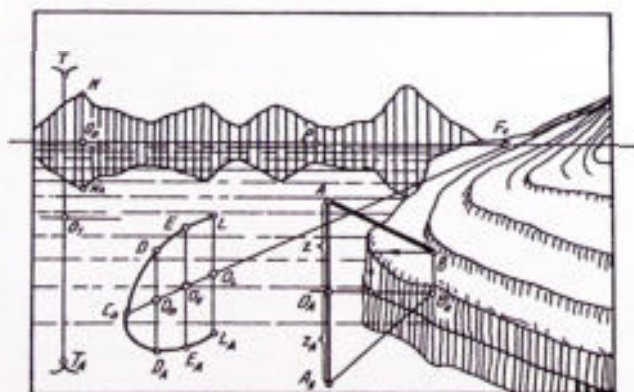
Ariq ustiga qurilgan ko'prikning frontal perspektivasida $O_1 O_2$ va $O_2 T$ to'g'ri chiziqlar yarimaylanali suv o'tkazuvchi quvurlarning va ariqdagi suv sathining simmetriya o'qlari vazifasini o'taydi. Simmetriya o'qlaridan yuqoridagi 1 va 2 nuqtalari O_1 (O_1 dan yarimaylana) va O_2 nuqtalardan pastga tomon o'zgarishsiz o'lchab chizib qo'yilgan (22.2-shakl).



22.2- shakl

qo'yiladi. A, B_0 tayoqcha AB ning suvdagi aksi hisoblanadi. G_0L egri cho'pning kuzatuvchiga nisbatan ishg'ol qilgan holatini aniqlash uchun C_0F_1 dan foydalansa bo'ladi. D, E, L nuqtalardan vertikal (suv sathi tekisligiga tik) chiziqlar chizilib, O_D, O_E, O_L nuqtalar belgilanadi. Bu belgilangan nuqtalardan tik chiziqlar davomiga $O_D D' = O_D A, O_E E' = O_E A, O_L L' = O_L A$ tarzida masofalar o'lchab qo'yiladi. Shunda egri cho'pning suvga tushayotgan aksi tasviri perspektivasi hosil bo'ladi. Osmondan uchib ketayotgan qushning aksi ham O_T dan $O_T T' = O_T A$ tarzida o'lchab qo'yilgan.

Kuzatuvchidan ancha olisda joylashgan narsalarning suvga tushayotgan akslarini tasvirlashda simmetriya o'qi vazifasini ufq chizig'i o'taydi ($NO_0 = O_0N_0$).



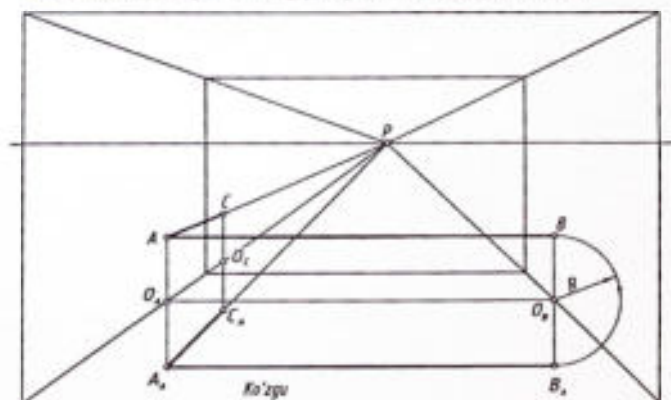
22.3- shakl

22.3-§. Ko'zguda akslar tasvirini yasash

Narsalardan ko'zgu sathiga tushayotgan akslarni yasash suvdagi kabi bajari-ladi. Shuning uchun narsaning xarakterli nuqtalaridan ko'zgu tekisligiga per-pendikular to'g'ri chiziqlar chizilib, u bilan kesishgan nuqtalari aniqlanadi va o'sha perpendikular chiziqlar davom ettiriladi. Ko'zgu sathidan narsa nuqtalariga-cha bo'lgan masofa shu perpendikular chiziqlarning davomlariga o'lchab qo'yiladi. Aniqlangan nuqtalar o'zaro tutashtirib chiqilsa, narsaning ko'zgu- dagi aks tasviri perspektivasi bajarilgan bo'ladi.

1-masala. Gorizontaal (xonaning pol tekisligida joylashgan) ko'zguga ikki yon devorga A va B nuqtalarda mahkamlangan kartinaga parallel AB va per-pendikular AC kesmalarning aks tasvirining perspektivasi bajarilsin (22.4-shakl).

1. A va B nuqtalardan xona yon devorlari bo'yicha pol tekisligiga per-pendikular chiziqlar tushiriladi. Yon devor va pol tekisliklarining o'zaro kesishishidan hosil bo'lgan burchak chiziqlari bilan tushirilgan chiziqlarni-ning kesishgan O_A va O_B nuqtalari tutashtirilib, simmetriya o'qi aniqlanadi.
2. O_A va O_B nuqtalardan unga tushirilgan perpendikular chiziqlarning davomiga $O_A A' = O_A A$, $O_B B' = O_B B$ ko'rinishida masofalar o'lchab qo'yiladi. A_x va B_x nuqtalar tutashtirilsa, AB kesmaning gorizontaal ko'zguga tushayotgan aksi hosil bo'ladi.
3. A_x va P tutashtiriladi va unda C dan ko'zgu tekisligiga perpendikular tu-shirilgan to'g'ri chiziqda C_x nuqta aniqlanadi. CAB siniq chiziqning gori-zontaal ko'zgudagi aksining perspektivasi $C_x A_x B_x$ bo'ladi.



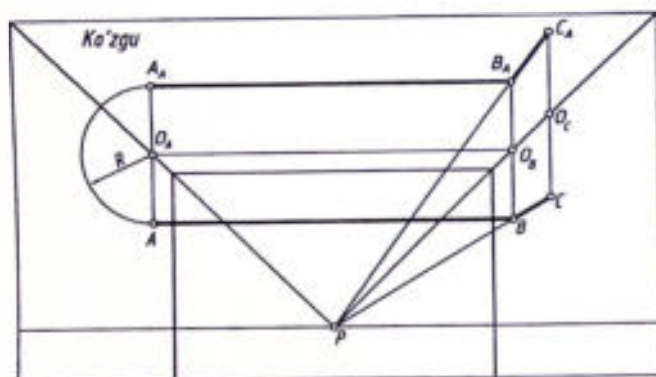
22.4- shakl

2-masala. Gorizontaal (xonaning shift tekisligida joylashgan) ko'zguda xonaning yon devorlariga A va B nuqtalarda mahkamlangan ABC siniq chiziqning aks tasvirining perspektivasi bajarilsin (22.5-shakl).

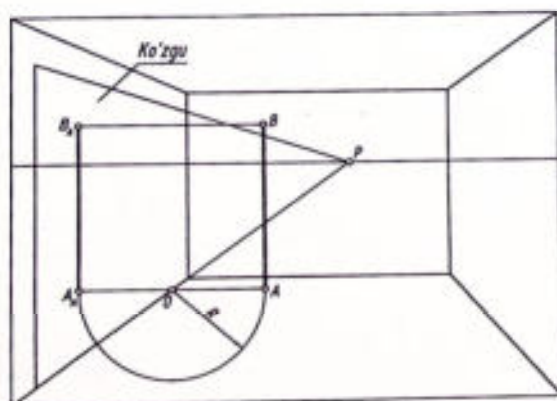
Shift va pol tekisligida joylashgan ko'zgulardagi aks tasvirlar bir xil yasaladi.

3-masala. Vertikal (xonaning chap yon devor tekisligida joylashgan) ko'zguda H ga perpendikular AB kesmaning aks tasvirining perspektivasi bajarilsin (22.6-shakl).

1. Ko'zgu asosi va kesmaning A nuqtasi pol tekisligida bo'lgani uchun A nuqtadan ko'zgu asosiga perpendikular chiziq (ufq chizig'iga parallel) o'tkaziladi va O nuqta belgilanadi. Ko'zgu asosida belgilangan O nuqtadan vertikal chiziq chizilib, simmetriya o'qi hosil qilinadi.
2. O dan OA radiusda ko'zgu ichki tomoniga A nuqta olib o'tiladi va A_s dan vertikal (AB ga parallel) to'g'ri chiziq chiziladi. B nuqtadan ko'zgu tekisligiga perpendikular chizilgan to'g'ri chiziqda B_s topiladi. A_sB_s — AB kesmaning vertikal ko'zgudagi aksi hisoblanadi.



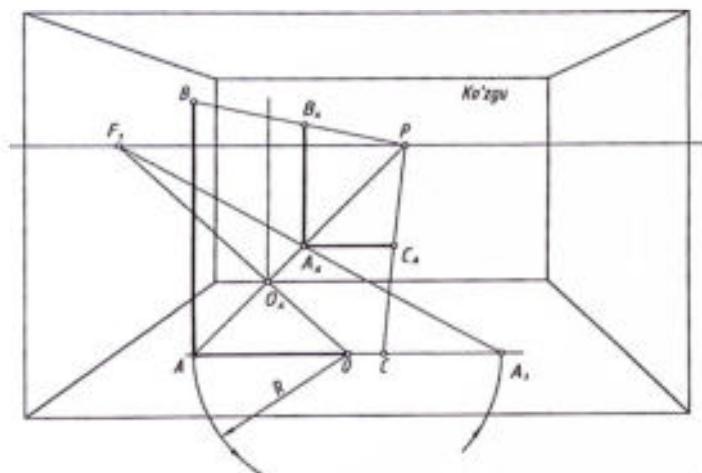
22.5- shakl



22.6- shakl

4-masala. Frontal (xonaning old tekisligida joylashgan) ko'zguda BAC to'g'ri burchakning aks tasviri perspektivasi bajarilsin (22.7-shakl).

1. To'g'ri burchakning AC chizig'i pol tekisligida bo'lgani uchun A nuqta P bilan tutashtirilib, ko'zgu asosiga perpendikular AP chiziq o'tkaziladi va O_A nuqta topiladi. O_A dan vertikal to'g'ri chiziq chizilib, simmetriya o'qi hosil qilinadi.
2. Ufq chizig'ida ixtiyoriy nuqta F_1 tanlab olinadi va u O_A bilan tutashtirib davom ettiriladi hamda AC chiziqda O nuqta belgilanadi. OA radiusda AC chiziqqa A nuqta olib o'tiladi va u A_1 deb belgilanadi. A_1 nuqta F_1 bilan tutashtirilsa, $O_A P$ chiziqni A_1 nuqtada kesadi. A_1 — A nuqtaning ko'zgudagi aksi hisoblanadi va undan vertikal hamda gorizontaal to'g'ri chiziqlar chiziladi. BP chiziqda B_s CP chiziqda C_s akslar hosil bo'ladi. $B_s A_s C_s$ — berilgan BAC to'g'ri burchakning ko'zgudagi aksi bo'ladi.

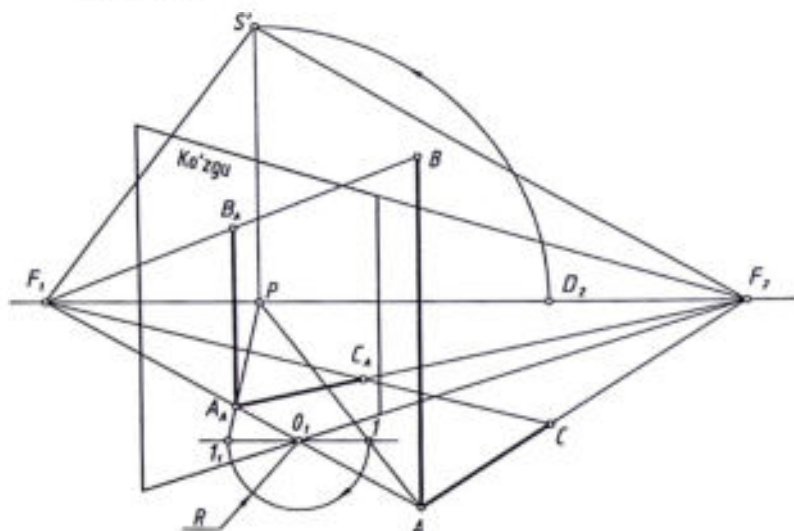


22.7- shakl

5-masala. Kartinaga qiya, pol tekisligiga perpendikular (vertikal) ko'zguda BAC to'g'ri burchakning aks tasviri perspektivasi bajarilsin (22.8-shakl).

1. Ko'zguna B , A , C nuqtalardan perpendikular chiziqlar o'tkazish uchun F_1 nuqta aniqlanishi zarur. Buning uchun P bosh nuqtadan yuqoriga vertikal to'g'ri chiziq chizib, unga PD_2 masofa olib o'tiladi va u S' deb belgilanadi. S' nuqtadan SF_2 ga perpendikular chiziq o'tkazilib, ufq chizig'ida F_1 nuqta topiladi.
2. A nuqta F_1 bilan tutashtirilsa, ko'zgu tekisligiga perpendikular o'tkazilgan bo'ladi. Ko'zgu asosidagi O_1 nuqtadan vertikal chiziq o'tkazilib, simmetriya chizig'i hosil qilinadi. O_1 dan ufq chizig'iga paral-

lel chiziqli chiziladi va u AP chiziqli 1 nuqtada kesadi. O_1 masofa chapdan o'ng tomonga sirkul yordamida olib o'tiladi va 1_1 nuqta belgilanadi. 1_1 nuqta P bilan tutashtirilib, AF_1 da A nuqtaning ko'zgudagi aksi hisoblangan A_1 topiladi. A_1 nuqtadan vertikal chiziqli chiziladi va BF_1 chiziqli B_1 belgilanadi. A_1 nuqta F_2 bilan tutashtirilsa, CF_1 chiziqli C_1 nuqta aniqlanadi. $B_1A_1C_1$ berilgan BAC to'g'ri burchakning ko'zgudagi aksi bo'ladi.



22.8- shakl

6-masala. Og'ma ko'zguda AB kesmaning aks tasviri perspektivasi A_1B_1 aniqlansin (22.9-shakl).

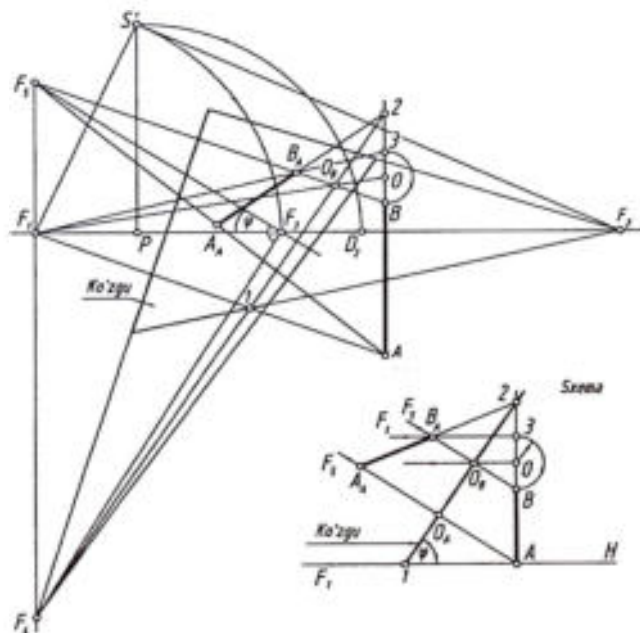
Dastlab, ko'zguning vaziyati ko'rsatilgan sxema orqali aks tasvir tushishi o'rganib chiqiladi. AB kesma H pol tekisligiga perpendikular, ko'zgu esa H ga φ burchak ostida qiya joylashgan. A va B nuqtalardan ko'zgu tekisligiga perpendikular chiziqlar o'tkazilib, ularga O_1A va O_1B masofalar o'lchab qo'yilgan. Kesmaning o'zi va aksi davom ettirilsa, ular ko'zgu tekisligidagi 2 nuqtada kesishadi. Perspektivada O_1 nuqta F_1 bilan tutashtirib davom ettirilsa, B_2 chiziqli O nuqtada kesadi. OB radiusda chizilgan yoy 3 nuqtani aniqlaydi. 3 nuqta F_1 bilan tutashtirilsa BF_1 chiziqli kesib, B_1 nuqtani hosil qiladi. 2 nuqta B_1 bilan tutashtirilib davom ettirilsa, AF_1 chiziqli A nuqtaning aksi A_1 topiladi. Ushbu sxemaga muvofiq perspektivada quyidagi ishlar bajariladi.

1. Qoidaga binoan P dan vertikal chiziqli S' nuqta aniqlanadi va F_1 dan F_1S' radiusda yoy chizilib, ufq chizig'ida F_2 nuqta topiladi. Ko'zguning

og'ish φ burchagi F_3 dan o'lchab qo'yiladi va F_3 nuqta aniqlanadi. F_3 dan F_2F_3 ga perpendikular qilib chiziq o'tkazilsa, F_1F_3 ning ostida pasayuvchii chiziqlarning uchrashish nuqtasi F_4 topiladi.

2. A nuqta F_1 bilan tutashtirilib, ko'zgu asosiga perpendikular chiziq o'tkaziladi va 1 nuqta topilib, undan F_4 l simmetriya o'qi o'tkaziladi. Simmetriya o'qihii AB kesma davomi bilan kesishgan nuqtasi 2 belgilanadi.
3. A va B nuqtalar F_3 bilan tutashtirilib, kesmaning ko'zgudagi akslarining yo'nalishi belgilanadi. BF_3 chiziqlarning simmetriya o'qi bilan kesishgan O_B nuqtasi F_1 bilan tutashtirilib, $B2$ chiziqda O nuqta topiladi. $R=OB$ radiusda yoy chizilib, 3 nuqta belgilanadi va bu nuqta F_1 ga yo'naltirilsa, BF_3 chiziqni B_A nuqtada kesib o'tadi.
4. 2 va B_A nuqtalar tutashtirib davom ettirilsa, AF_3 chiziqni A_A nuqtada kesib o'tadi. $A_A B_A$ o'zaro tutashtirilsa, AB kesmaning og'ma ko'zgudagi $A_A B_A$ aks tasvirining perspektivasi hosil bo'ladi.

Og'ma ko'zgudagi aks tasviri tahlil qilinsa, AB kesmaning B nuqtasi ko'zguga yaqin bo'lgani uchun bu kesmaning aksi tabiiy ko'rinishiga o'xshamaydi. Buning sababi, A nuqta B nuqtaga nisbatan ko'zgudan uzoqroq masofada joylashganligidir.



22.9- shakl

Nazorat savollari

1. Buyumning suv (yoki ko'zgu)dagi aks tasviri perspektivasini qurishning qanday amaliy ahamiyati bor?
2. Aks etish burchagi nima?
3. Aks tasvir perspektivasini qurishda qanday o'lchash ishlari amalga oshiriladi?
4. Kartinaga nisbatan ixtiyoriy, perpendikular va parallel vaziyatda bo'lgan ko'zgularda to'g'ri chiziq kesmasining aks tasviri perspektivasi qanday yasaladi?
5. Og'ma ko'zguda-chi?

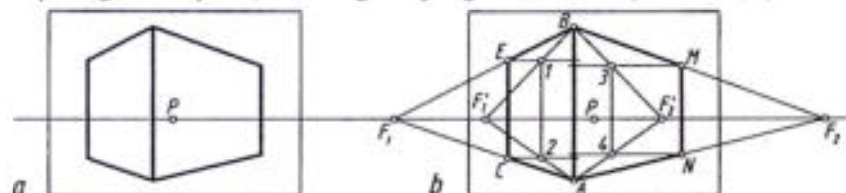
23.1-§. Umumiy va kichik kartina usuli

Umumiy tushunchalar. Obyektning perspektiv tasviri to'g'ri yoki xato bajarilganligini rekonstruksiya orqali aniqlash mumkin.

Rekonstruksiya (qayta qurish yoki tiklash)dan ko'proq rassomlar natura (asli)dan ishlagan shakllarini tekshirishda foydalanishadi. Bundan tashqari tayyor perspektiv tasvir (plani va fasadisiz) berilgan bo'lsa ham rekonstruksiya yordamida to'g'ri bajarilganligi tekshiriladi. Fotosuratlardagi yoki tasviriy san'at asarlaridagi obyektlarning haqiqiy o'lchamlarini aniqlashda, ularning o'zaro munosabatlarini tekshirishda ham rekonstruksiya qoidalaridan foydalaniladi.

Masalan, 23.1-shakl, *a* da berilgan obyektning tasviri 23.1-shakl, *b* da ikki xil usulda tekshirib chiqilgan.

1. **Umumiy usul.** Obyektning *AC* va *BE* hamda *AN* va *BM* qirralari ufq chizig'i bilan kesishguncha davom ettiriladi. F_1 va F_2 uchrashuv nuqtalari berilgan ufq chizig'ida aniqlansa, tasvir to'g'ri bajarilgan hisoblanadi (23.1-shakl, *b*).



23.1- shakl

2. **Kichik kartina usuli.** Obyektning uchlari *C* va *E* hamda *M* va *N* nuqtalaridan ufq chizig'iga parallel chiziqlar chiziladi va ular ixtiyoriy vertikal chiziqlar bilan kesishtiriladi. Ularda aniqlangan 1 va 2 hamda 3 va 4 nuqtalar *A* va *B* bilan tutashtirilib davom ettirilsa, ular ufq chizig'idagi F_1 va F_2 nuqtalarda uchrashib, tasvir to'g'ri bajarilganligini isbotlaydi (23.1-shakl, *b*).

23.2-§. Perspektiv tasvirlarni rekonstruksiya qilishga oid amaliy ishlar

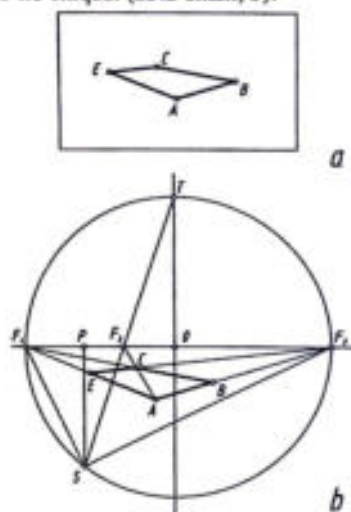
1-**masala.** 23.2-shakl, *a* da berilgan to'g'ri to'rtburchakli shaklning tasviri orqali uni yasashda qo'llanilgan perspektiva elementlari tiklansin.

1. To'rtburchakning qirralari davom ettiriladi va ularning o'zaro kesishishidan hosil bo'lgan kesishuv nuqtalari F_1 va F_2 lar orqali ufq chizig'i o'tkaziladi.

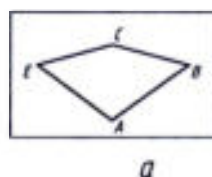
2. F_1F_2 uzunlikning o'rtasi (markazi) *O* nuqta aniqlanadi va bu nuqtadan F_1 va F_2 nuqtalar orqali o'tuvchi aylana chiziladi.

3. *AC* diagonal davomini ufq chizig'i bilan kesishgan F_3 nuqtasi va aylanadagi *T* nuqta tutashtiriladi va aylanada *S* nuqta belgilanadi. *S* dan ufq chizig'iga perpendikular chiziq o'tkazilib, bosh nuqta *P* aniqlanadi. F_1 va F_2 nuqtalar *S* bilan tutashtirilsa, 90° li burchakni tashkil etishi lozim. Aks holda barcha yasashlar xato

bo'lib chiqadi (23.2-shakl, b).



23.2- shakl



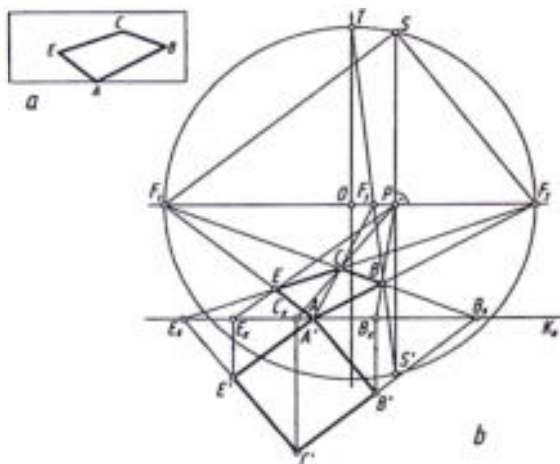
23.3- shakl

2-masala. To'rtburchakning perspektivasi berilgan (23.3-shakl, a). Uning qanday shakl ekanligi perspektiv tasvir elementlarini tiklash orqali aniqlansin.

1. Shaklning qirralari davom ettiriladi va o'zaro kesishtiriladi hamda bu nuqtalar orqali ufq chizig'i o'tkaziladi.
2. Shaklning diagonallari o'tkaziladi. Diagonallardan biri ufq chizig'ida kesishadigan, ikkinchisi unga parallel bo'ladi, bunday shakl kvadrat hisoblanadi. Chunki, to'rtburchakning AC diagonali orqali aniqlangan P bosh nuqta hisoblanadi va u D_1 hamda D_2 larning o'rtasida joylashgan bo'ladi (23.3-shakl, b).

3-masala. To'rtburchakning haqiqiy kattaligi uni yasashda ishtirok etgan perspektiva elementlarini tiklash yo'li bilan topilsin (23.4- shakl, a).

1. Oldingi misollardagi kabi perspektiv yasash elementlari aniqlab olinadi.
2. E_0 nuqta orqali SF_2 ga, B_0 nuqtadan SF_1 ga parallel chiziqlar o'tkazilib, ular o'zaro C' nuqtada kesishtiriladi.



23.4- shakl

3. P va E hamda P va B nuqtalarni o'zaro tutashtiruvchi chiziqlar davomi K_H ni E_K va B_K nuqtalarda kesadi. E_K va B_K lardan K_H ga perpendikular chiziqlar chizib, E' va B' nuqtalar aniqlanadi. Natijada to'rtburchak shaklining haqiqiy kattaligini aniqlovchi nuqtalari topiladi va ular o'zaro tutashtirib chiqiladi (23.4-shakl, b).

4-masala. 23.5-shakl, a da berilgan to'rtburchakning haqiqiy kattaligi uni yasashda foydalanilgan perspektiva elementlarini tiklagandan keyin qarash nuqtasi S orqali aniqlansin (23.5-shakl, a).

1. P nuqta bilan shaklning E , C va B nuqtalarini tutashtirib, uni davom ettirish orqali K_H da E_K , C_K va B_K nuqtalar belgilanadi hamda ulardan K_H ga perpendikular chiziqlar tushiriladi.
2. S nuqta bilan E , C va B nuqtalar tutashtirilib davom ettirilsa, E_K , C_K va B_K lardan K_H ga perpendikular bo'lgan chiziqlar bilan mos ravishda kesishib, to'rtburchak shaklining haqiqiy kattaligiga oid E' , C' , B' nuqtalar topiladi. Bu nuqtalar o'zaro va A' bilan tutashtirilsa, to'rtburchakning haqiqiy kattaligi hosil bo'ladi (23.5-shakl, b).

5-masala. Obyektning berilgan perspektiv tasvirini yasashda qo'llanilgan yasash elementlari, balandligi va asosining haqiqiy kattaligi tiklansin (23.6-shakl, a).

1. Oldingi misollardagi kabi obyektning asosi yordamida uni yasashda qainashgan barcha perspektiva elementlari tiklanadi.
2. F_1 va F_2 hamda P nuqtalardan foydalanib, obyekt asosining haqiqiy kattaligi topiladi.
3. E_0 dan K_{∞} ga perpendikular chiziq o'tkazib, unda T_0 nuqta F_2T' chiziq

Nazorat savollari

1. Perspektiv tasvirlarni rekonstruktsiya qilishning qanday amaliy ahamiyati mavjud?
2. Umumiy usulda perspektiv tasvir qanday tahlil qilinadi?
3. Kichik kartina usuli nima va uning qanday amaliy ahamiyati bor?
4. Perspektivasi berilgan to'g'ri to'rtburchakning to'g'ri bajarilganligi qanday aniqlanadi?
5. Obyektning berilgan perspektiv tasviri orqali uning plani va fasadi qanday tartibda aniqlanadi?
6. To'g'ri to'rtburchakning perspektiv tasviri orqali perspektiva elementlari hisoblangan P bosh nuqta, distansion D_1 va D_2 nuqtalar, F_1 va F_2 uchrashish nuqtalari qanday aniqlanadi?

24.1-§. Umumiy tushunchalar

Kartina deganda nafaqat rassomlar yaratgan tasviriy san'at asari, balki ma'lum bichim (format)da bajarilgan perspektiv tasvir ham tushuniladi.

Ma'lumki, kartinada bajarilgan har qanday tasvir perspektiv yasash elementlari, ufq chizig'i, turli uchrashish nuqtalari, P bosh nuqta, D_1 va D_2 distansion nuqtalar, F_1 , F_2 , F_3 , ... umumiy uchrashish nuqtalari, S ko'rish nuqtasining o'ri kabilar ishtirokida bajariladi.

Kartinada bu elementlar o'chirib tashlanadi. Ba'zida rassomlar bu elementlarning ishtirokisiz ham asarlar yaratishadi. Shunday bo'lsa ham rassomlarda o'zlarining tasviriy asarlarida insonlarga kuchli ta'sir etish, hayojonlanish yoki rohatlanish kabi tuyg'ularni uyg'otish uchun perspektiva yasash qoidalariga amal qilish yoki teskarisini qo'llash odat bo'lib qolgan.

Kartinani perspektiv tahlil qilish davrida uning elementlarini va aslini qayta tiklash jarayoni kartinani rekonstruksiya qilish mavzusida o'rganilgan edi. Shu boisdan kartinaning elementlarini tahlil qilish umumiy ko'rinishda bayon qilinadi.

24.2-§. Rassomlar kartinalarining tahlili

Har bir rassom o'zining asarini mukammal yaratilishiga, kompozitsiya jihatidan "mustahkam" bo'lishiga, kishi ruhiyatiga turlicha ta'sir etishga erishish uchun ufq chiziqni va undagi ko'rish nuqtasini har xil burchakda, past, baland joylashtirib ta'sir qilishga intiladi.

Masalan, tabiatni "kuylash" uchun ufq chizig'ini kartinaning o'rtarog'iga oladi. Yerning "portretini" tasvirlash uchun ufq chizig'ini balandroq yoki osmondagi voqealarni ko'proq namoyon qilish maqsadida ufq chizig'i pastroqda o'tkaziladi.

Odatda rassomning surat ustidagi ishi kompozitsiyani tanlash, chizmalar va eskizlarni chizishdan boshlanadi. Unda rassomning ilk syujet fikrlari, harakatlanayotgan shaxslar va ularni o'rab turgan atrof-muhitning kompozitsion joylashuvi ifodalanadi. Chizmalar perspektivaning umumiy qonun-qoidalarini e'tiborga olgan holda chiziladi, biroq unda chiziq yo'llari (liniyalar) deyarli ko'rinmaydi.

Kompozitsiya ustida ishlash davomida chiziq yo'llarini aks ettirish, perspektiv joylashuv to'g'ri bajarilganligini, ularning rassom dunyoqarashiga va surat syujetiga hamohangligini tekshirish zarur. Suratning umumiy tuzilmasini buzmagun holda, rassom uning barcha elementlari (unsurlari)ni yana bir bor ko'zdan kechiradi. Bunda suratning xatosiz chizilishini amalga oshirish uchun suratda aniq ifodalanmagan joylashuvlarni qaytadan to'g'rilashi kerak. Buning uchun suratning perspektiv joylashuvini tahlil eta olishni va uning asosiy tashkil etuvchi elementlarining nazariy joylashuvlarini bilish kerak.

Rassom o'z fikrlarini ifodalashda perspektiv tasvirning muayyan shartlaridan foydalanadi. Bunda eng asosiy e'tibor ko'rish nuqtasini to'g'ri tanlanishi va ufq chizig'ining balandligi, inter'yerning joylashuvi, yorug'lik manbai o'rni va narsa-buyumlar aks tasviriga qaratiladi. Bularning barchasi kompozitsiya xususiyatiga va suratni ko'rayotgan tomoshabin harakatiga ta'sir etadi.

Masalan, tomoshabin e'tiborini suratning aniq bir joyiga yo'naltirish uchun, rassom kompozitsion markazdan foydalanadi. Bu perspektivaning chuqurligi *P* bosh nuqtada belgilanadi. Bu holat P.A. Fedotovning "Mayorning uylanishi" ("Сватовство майора", 24.1-shakl), I.E. Repinning "Kutmagan edilar" ("Не ждали", 24.2-shakl), "Ivan Grozniy va uning o'g'li Ivan" ("Иван Грозный и его сын Иван", 24.3-shakl) suratlarda aniq ko'rinadi. Suratda maydon (narsalar) tekisligining katta qilib ifodalanishi bilan ufq tekisligini yuqoridan qo'llanishi I.E. Repinning "Ivan Grozniy va uning o'g'li Ivan" suratida tragedik voqeelikni kuchaytirib yuborishi inson bosimini oshirib yuboradi. Suratda uchrashuv nuqtalarining yaqinligi, shuningdek, bosh masofaning qisqaligiga, I.E. Repinning "Kutmagan edilar", "Ivan Grozniy va uning o'g'li Ivan" asarlarida tomoshabinni bo'layotgan jarayonga aralashib ketishiga va aynan o'sha jarayonda qatnashayotganday his qilishiga ta'sir etadi.

Suratning perspektiv tahlil qilish jarayonida ufq chizig'ining joylashuvi va undagi bosh nuqta, masofa (distsion) nuqtalari o'lchovlarining joylashuvi aniqlangan. Shuningdek, kartinaning masshtabi va perspektiv tasvirdagi asosiy buyumlarning haqiqiy o'lchamlari hamda rassomning ko'rish burchagi ham aniqlangan.

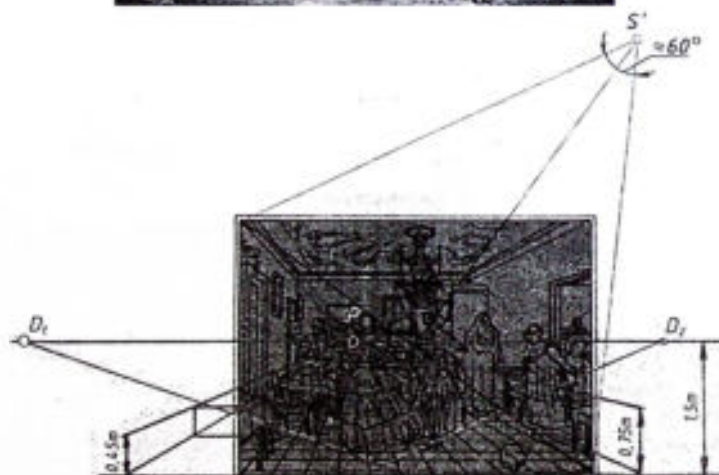
Suratning asosiy elementlarini tiklash va perspektiv tasvirdagi buyumlarning o'lchamlarini aniqlanishga *kartinani rekonstruksiya qilish* deyiladi. Eslatib o'tamizki, ko'plab hollarda suratning perspektiv tahlilini taxminiy bajarish kerak. Yodda tuting, ba'zan rassomlarda bir nechta ufq chiziqlari va bosh nuqtalar qo'llanilishida perspektiv joylashuv qoidalarini buziladi.

P.A. Fedotovning "Mayorning uylanishi" asarini olamiz (24.1-shakl). Xona inter'yeri bo'yicha oldindagi (frontal) devor suratning *P* bosh nuqtasini belgilaydi, ya'ni plintus va kamizlarning ufq chizig'idagi uchrashish nuqtasi hisoblanadi. Ushbu elementlar parketning chuqurligini (chuqurlik masshtabini) belgilovchi chiziqlarini davom ettirishda ishlatiladi. Chiziqlar kesishuvidan suratning bosh nuqtasi o'rni, ufq chizig'i, masofaviy (distsion) nuqtalar aniqlanadi. Eslatib o'tamizki, ufq chizig'i deyarli surat o'rtasidan o'tgan. Kartinaning bosh nuqtasi chap tomonga surilgan va qochayotgan kelin yuziga yaqin joylashgan. Asarning kompozitsion markazi, parketning chuqurlik yo'nalishi tomoshabin e'tiborini aynan qochayotgan kelin obraziga yetaklaydi (yoki qaratadi).

Ufq chizig'i balandligini xonada turgan stol va stullar balandligidan foydalanib holda aniqlash mumkin. Buning uchun kartina tekisligidagi balandlik masshtabi yordami bilan ularning haqiqiy o'lchamlari chiqariladi.

Keyin kartina masshtabi orqali poldan stol o'rindig'igacha 0,45 m. va stol balandligi 0,75 m. natural (tabiiy) o'lchamlari aniqlanadi. Eslatib o'tamizki, ufq

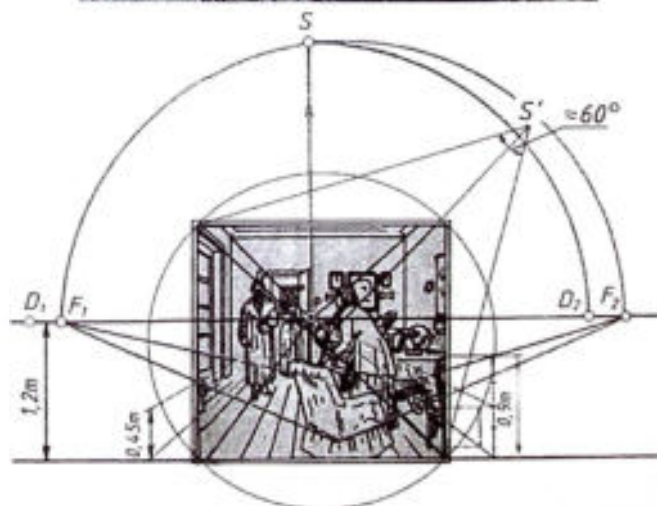
chizig'i balandligi 2 ta stol balandligini tashkil etadi va u 1,5 m. ga teng bo'ladi, 2/3 masofa ushbu surat hajmida 1 m. o'lchamni aniqlaydi. Bu masofaning 2/3 qismi esa berilgan asarning haqiqiy metrdagi masshtabini aniqlaydi. Ko'rish burchagi nuqtasi amaliy usul bilan aniqlanadi. O'rab olingan diametr surat diagonaliga teng. Ko'rish burchagi $\alpha \approx 60^\circ$ va bosh masofa qisqaligi xonada tomoshabin ishtirokini yaratadi va yuz berayotgan jarayonga uni guvoh qilib qo'yadi.



P.A.Fedotov. "Mayorning uylanishi" ("Сватовство майора"). Perspektiv tahlil.
24.1- shakl.

I.Ye.Repinning 'Kutmagan edilar' asarida, kartina elementlari boshqacha ifodalangan (24.2-shakl). Avval polning o'zaro parallel chiziqlari kesishishidan P

bosh nuqta aniqlanadi va bu nuqta orqali kartina asosiga parallel qilib hh ufq chizig'i o'tkaziladi.



I.Y.Repin. "Kutmagan edilar" ("Не ждали"). Perspektiv tahlil.
24.2-shakl

Distantsion masofani aniqlash uchun ufq chizig'ini kesib o'tguncha gorizonta chiziq kreslo chekkasi bo'ylab o'tkaziladi. Ular to'g'ri burchak tomonidan F_1

va F_2 uchrashish nuqtalar o'rmini aniqlaydi. F_1F_2 masofani teng ikkiga bo'luvchi nuqtani markaz qilib F_1 va F_2 nuqtalardan o'tuvchi yarim aylana chiziladi. P bosh nuqtadan ufq chizig'iga perpendikulyar chiziq chiqarib, aylanada S ko'rish nuqtasi belgilanadi. SP bosh masofa yordamida distantsion D_1 va D_2 nuqtalar aniqlanadi. Bu suratda kompozitsion markaz eshik yarmiga va barcha ishtirok etayotgan joyga kirgan inson tomoniga yo'naltirilishi belgilanadi. Distantsion masofa bu yerda minimal, u taxminan surat diogonaliga teng va natijada tomoshabin xuddiki bu kutilmagan sahnada guvohday hisoblanadi.

Surat yonida joylashgan poldan stul yoki kreslo o'rindig'igacha bo'lgan masofaning haqiqiy o'lchami 0,45 m. ekanligi aniqlanadi, ikki baravar ko'paytirilgan miqdor 0,9 m. – barcha stullarning balandligidir. Ushbu o'lcham ufq chizig'i balandligi 1,2 m. ni tashkil etganini aniqlashga imkon beradi. Oxirida suratning pol va aniq ko'rish burchagi aniqlanadi.

"Kutmagan edilar" kompozitsiyasida gorizont tekislik pastda olingan (barchasi kartinaning yuqori asosiga yaqinlashtirilgan). P bosh nuqta chaproqqa surilgan bo'lib, kompozitsiyadagi ikkita asosiy obraz shift chizig'i davomida joylashtirilgan. Rassom tomonidan qo'llanilgan ushbu kompozitsion usul kartina syujetining asosiy qahramonlariga tomoshabin e'tiborini yo'naltirish uchun xizmat qiladi.

I.Ye.Repinning "Kutmagan edilar" kartinasiidagi intererda XIX asrning 80-yillarda ilg'or ziyolilarning o'ziga xos turmush tarzi ko'rsatilgan. Natiurmortga nisbatan intererda chiziq va havo perspektivasining hamma qonunlariga rioya qilinadi. Xonaning ichki ko'rinishi natiurmortga nisbatan har xil balandlikda va masofada joylashgan ko'p narsalar gorizont pol va vertikal devor tekisligida joylashishi bilan farq qiladi (mebel, deraza, kartina).

Inter'yer kompozitsiyasiga xonaning u yerdagi narsalarning konstruksiyasi, perspektiv qisqarishi ta'sir ko'rsatadi, Shu bilan bir qatorda yorug' va soya sharoitga qarab tus hamda "kontrast" rang yechimi ustida mashg'ulot bajariladi.

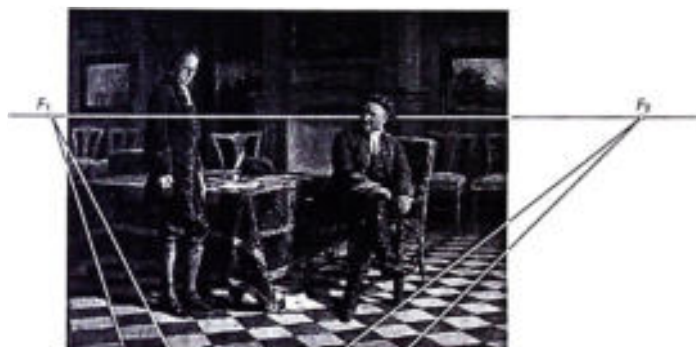
N.N. Geninng "Pyotr I shahzoda Alekseyini so'roq qilmoqda" ("Пётр I допрашивает царевича Алексея", 24.3-shakl, a, b, c) asari tahlilida turli usullardan foydalanish mumkin, masalan, 24.1, 24.2, 24.3-shakllarda ko'rsatilgan namunalar kabi.

Eng avvalo polning kvadrat plitasi tomonlarini F_1 va F_2 uchrashish nuqtalari aniqlanadi va yarim aylana o'tkaziladi. So'ngra, stol usti chekkasidan foydalangan holda ikkinchi to'g'ri burchak tomonlarini F_3 va F_4 uchrashish nuqtalari topiladi hamda ular orqali yarim aylana o'tkaziladi (24.3-shakl, c). O'tadigan ikkita yarim aylana o'zaro kesishib S ko'rish nuqtasini aniqlaydi (kartinaga jipslashtirilgan holda). S ko'rish nuqtasidan ufq chizig'iga perpendikulyar tushirib P bosh nuqta topiladi. PS bosh masofa bo'lib, kartinaning distantsion nuqtalarini aniqlaydi. Buning uchun P bosh nuqtadan ufq chizig'ining ikki tomoniga bosh masofa o'lchab qo'yiladi ($PD_1=PD_2$).

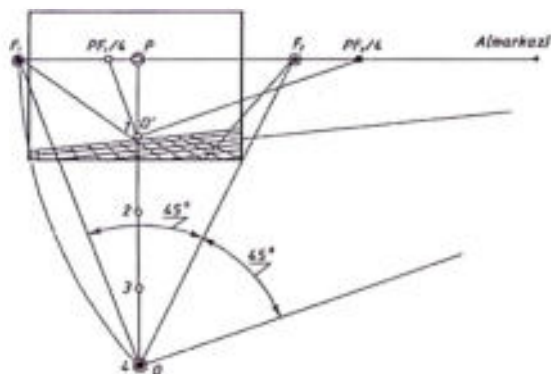
Oldingi misollardagi kabi, stul va stol o'lchamlari bo'yicha taxminan 1 metrni tashkil etadigan kartina masshtabi va ufq chizig'i aniqlanadi. Aniq

ko'rish maydoni va burchagi oldingi misollardagi kabi aniqlanadi.

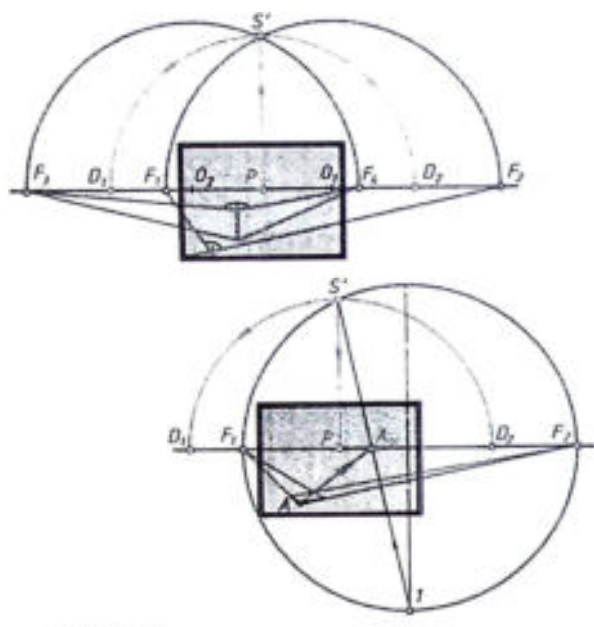
Ushbu kartina tahlilini boshqacha usul bilan ham aniqlash mumkin. Bunda tahlil kvadrat diagonalini yordamida bajariladi. Buning uchun eng avvalo kvadrat plita tomonlaridan o'tuvchi F_1 va F_2 uchrashish nuqtalari topiladi va ular orqali ufq chizig'i hamda aylana o'tkaziladi (24.3-shakl, a va b). So'ngra ufq chizig'ida kvadratlardan birining diagonalini A_∞ uchrashish nuqtasi aniqlanadi. A_∞ nuqtani vertikal diametrdagi l nuqta bilan tutashtirib, u aylana bilan kesishguncha davom ettiriladi. Kesishuvdan hosil bo'lgan nuqta S ko'rish nuqtasini kartinaga jipslashtirilgandagi o'rni aniqlaydi. S nuqtadan ufq chizig'iga tushirilgan perpendikulyar esa – kartinaning P bosh nuqtasini belgilaydi. SP masofani ufq chizig'iga P bosh nuqtadan chap va o'ng tomonlarga o'lchab qo'yish orqali Gori-zont liniyas PS masofasida asosiy nuqtadan ikki tomonga nuqtalar toritiladi, D_1 va D_2 distantsion nuqtalar joylashuvi belgilanadi.



a)



b)



c)

N.N.Ge. "Pyotr I shahzoda Alekseyi so'roq qilmoqda"
 ("Пётр I допрашивает царевича Алексея"). Perspektiv tahlil.
 24.3- shakl

Asarda ko'rish masofasi taxminan kartina diagonalining 4/5 qismiga teng bo'lib, uning balandligi esa Pyotr I ko'zi darajasida olingan va bosh nuqta kartina o'rtasida joylashgan. Demak, bu masofa barcha tasviri to'liq ko'rishga imkon beradi. Kartina kompozitsiyasining bu jihatlari kichik kartina usuli orqali aniqlangan.

Ushbu asarda ham tarixiy hujjatlarni sinchiklab o'rganish, Petergof saroy xonalaridan etyudlar, eskizlar yozish natijasida yaratilgan. Asarda eski va yangi shakllangan xarakterlar, qudratli rus davlatining sardori, Yevropaga yo'l ochgan Pyotr I tasvirlangan. Jang manzaralarini aks ettiruvchi janr o'z tematikasi jihatidan tarixiy janrga yaqin turadi. Buning sababi shundaki, jang manzaralarini ko'rsatuvchi bu asarlar faqat urush voqealarini aks ettiribgina qolmay, unga jang bilan bevosita bog'liq bo'lgan tarixiy voqealarni aks ettiruvchi tarixiy janrning bir qismi deb qarash mumkin.

Rassomda perspektivaning ahamiyatini uzoq vaqt ushlab turish imkoniyati mavjud emas. Unda har bir rassom uchun ushbu qoidalarini to'laqonli o'zining ijodiy kompozitsion ishlarida qo'llashi katta ahamiyatga ega. Perspektiva – badiiy

san'atning umumiy tuzilmasini nisbatan to'liq ochib berish va ifodalash vositalaridan biridir.

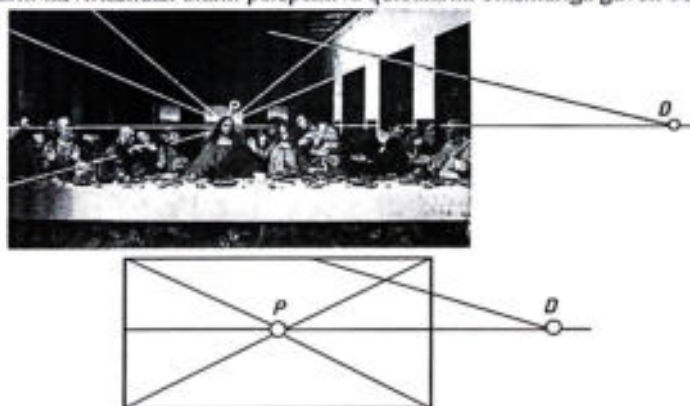
Kartnadagi voqea markazini aniqlashda barcha harakat yo'nalishlariga ahamiyat beriladi. Yo'nalish deganda kartnadagi turli narsalar va ular to'plami, devor, yo'l, daraxtlar va shu kabilarning tuzilishi, joylashishi bevosita yoki bilvosita asar markaziga yetaklaydigan qilib tasvirlanadi. Ma'lumki, Uyg'onish davri rassomlari kartinaning kompozitsion markaziga tomoshabin e'tiborini yo'naltirish vositasi sifatida, tez-tez suratning arxitektura fragmentlari o'tadigan to'g'ri chiziqli uchrashish nuqtasiga yo'naltirishdan foydalanganlar.

Buyuk mutafakkir rassom Leonardo da Vinchinin "Sirli oqshom" ("Тайная вечеря", 24.4-shakl) asarida ishtirokchilarning xatti-harakatlari, muomalalari, shift tekisligiga Iso payg'ambar ko'zlariga yo'naltirilgan. Xuddi shu joyda bosh nuqta P joylashtirilgan.

Ufq chizig'i ham kartinaning o'rtasidan o'zgina yuqoriroqdan o'tkazilgan. Ushbu "Sirli oqshom" asari kompozitsion tuzilishi jihatidan juda mukammal bo'lib, unda barcha perspektiv qonun-qoidalarga amal qilingan va bu qoidalar natijasi – P bosh nuqtani aniqlashga imkon beradi, shu jihatdan vazifasini to'liq o'taydi.

Ko'plab bunday asarlarda kompozitsiyaning arxitektura qismi frontal holatda tasvirlangan. Kompozitsiyaning asosiy o'qi kartina o'qi bilan muvofiq tushadi va ko'rish nuqtasi kartinadan katta masofada uzoqlashadi, ya'ni kartina diagonalidan katta bo'ladi.

XVIII asr Rus rassomlarining kompozitsiyalariga e'tibor bersak, asardagi obrazlarni tasvirlashdan ulami perspektiva qoidalarini bilishlariga guvoh bo'lamiz.



Leonardo da Vinchi. "Sirli oqshom" ("Тайная вечеря"). Perspektiv tahlil.

24.4- shakl

I.E. Repinning "L.N.Tolstoy kabinetda" ("Л.Н.Толстой в кабинете", 24.5-

shakl) kompozitsiyalarining kartinadagi tasvirini perspektiv tahlili asarda ifodalangan kuzatishlarning real sharoitlari rassom tomonidan kuchli o'ylanganligini ko'rsatib beradi.

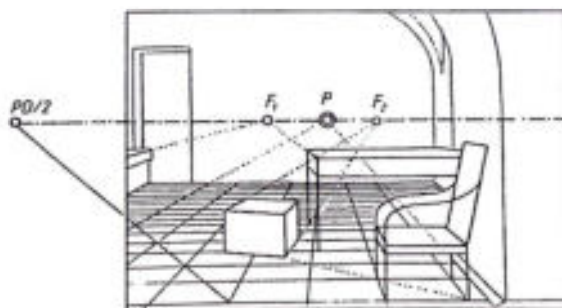
Asarda yovuzchining bosh qismi ufq chizig'ida joylashgan (24.5-shakl). Ufq chizig'i esa kartina balandligining yuqoridan $1/3$ qismidan o'tgan. Ushbu portret xuddiki shu xonada o'tirib, barcha hodisalarni bemalol ko'ra olayotgan kuzatuvchi ko'zi orqali chizilgan.

Rassomning ushbu kartinasi barcha yo'nalishlar asar qahramonining buyukligidan dalolat beruvchi boshi tomon olib boradi. P bosh nuqta, F_1 va F_2 umumiy uchrashish nuqtalari ham kartinani tomosha qilayotganlarning diqqatini yozuvchi gavdasiga yetaklaydi. Kabinetdagi barcha buyumlarning tasvirlanishi orqali rassom ham shu xonada o'tirib ishlaganligini bilishimiz mumkin.

Repinning "Kutmagan edilar" va "L.N. Tolstoy kabinetda" kartinalarida orqa devor kartina tekisligiga paralleldir, ya'ni xona tasvirlari "frontal usul"ga ega bo'lgan bo'lsa "Ivan Grozniy va uning o'g'li Ivan, 1581-yil 16-noyabr" kartinalarida "burchak usuli" qo'llangan.



a)



b)

I.E. Repin. "L.N. Tolstoy kabinetda" ("Л.Н.Толстой в кабинете").

24.5- shakl.

Kartinning ufq chizig'ini aniqlashda bosh nuqta P yoki boshqa uchrashish nuqtalaridan bittasini topishga harakat qilinadi. Rassom A. Abdullayevning "Katta oila" kartinasi diqqat bilan o'rganilganda asardagi voqealar asta-sekin bosh qahramon Sh. Shomahmudovning mehribon ko'zlaridan tomon yo'naltiradi. Ufq chizig'i ham yuqoriroqdan o'tgan bo'lib, oila farzandlariga e'tibor ko'proq qaratilgan (24.6-shakl).



Abdulhaq Abdullayev. "Katta oila". Perspektiv tahlil.
24.6- shakl

Rassom Z.Inog'omovning "Choyga" asarida ham ufq chizig'i kartinning yuqorirog'idan o'tgan bo'lib, daladagi ishlarni ko'rsatmoqchi bo'lgan. Pichan g'aramlarining joylashishi, dalada qanday ish bajarilayotganligi tomon yetaklaydi. Hamda choyga chaqirayotgan ayol harakati bilan bevosita ish bajarayotganlarni bog'lagan (24.7-shakl).



Zokir Inog'omov. "Choyga". Perspektiv tahlil.
24.7- shakl

Bahodir Jalolovning 'Oltin asr' kartinasida shohona hayot tarzi ko'rsatilgan. Asar mavzusidan kelib chiqib, rassom kompozitsiya yechimini rang koloritiga monand bog'lab tasvirlaydi (24.8-shakl).

Asarda syujet frontal inter'yer holatida bajarilgan. Ufq chizig'i o'rtada joylashgan figuraning ko'krak qismidan o'tgan. Kuzatuvchi nigohi ushbu obrazga qaratilgan bo'lib, xuddiki u ham xona ichidan turib kuzatayotgandek ko'rinadi. Shiftning chegara chiziqlari va poldagi kartinaga perpendikulyar to'g'ri chiziqlarning uchrashish nuqtasi o'zaro kesishib, P bosh nuqtani aniqlaydi.



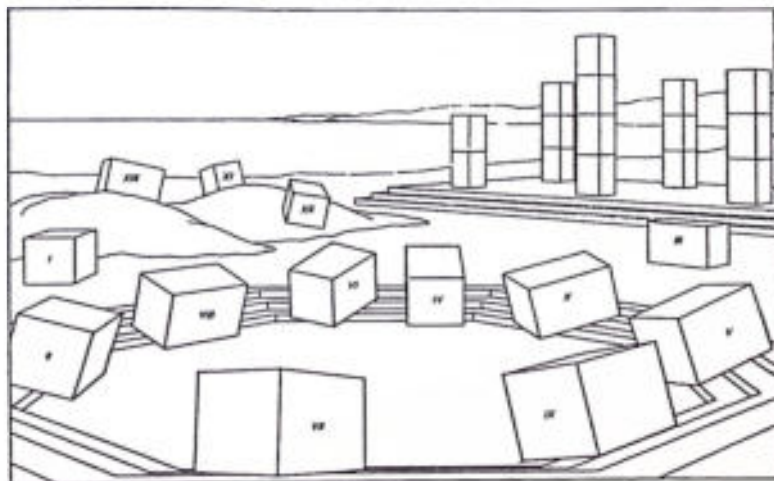
B.Jalolov. 'Oltin asr'. Perspektiv tahlil.
24.8- shakl

Nazorat savollari

1. Kartina (rassomlarning realistik asari)ni perspektiva qonun-qoidalarini asosida tahlil qilishning qanday ahamiyati mavjud?
2. Endi shakl chizishni o'rganayotganlarning perspektiva qoidalarini o'rganishidan qanday maqsad ko'zlanadi?
3. O'zingiz tanlagan biror realistik tasviriy san'at asarini perspektiva qoidalarini asosida tahlil qiling.

25.1-§. Kuzatish perspektivasini shakl chizishdagi o'rni

Kuzatish perspektivasida realistik shakl chizish uchun amaliy tatbiq qilinadigan perspektiv tasvir qurish qonun-qoidalarini o'rganiladi. Yirik granit (tosh yoki beton) dan tayyorlangan blok (kub, prizma) lardan qurilayotgan bino uchun keltirilgan bloklarni turli joylarga tashlab qo'yilgandan keyin, ularning joylashgan vaziyatlari kuzatilsa, bir-birini takrorlamaydigan ko'rinishlarga ega bo'ladi. I va III bloklar tekis (gorizontal) joyda to'g'ri tasvirlangan deb qaralsa, unga nisbatan boshqalarning qayerda va qanday tasvirlanishini ko'rishimiz mumkin. I va III bloklar kartinaga perpendikulyar gorizontal tekislikda bo'lsa, qolganlar kartinaga nisbatan turli vaziyatdagi qiya (og'ma) tekisliklarda joylashganligi ma'lum bo'ldi. Demak, perspektivada har bir narsaning tasvirini chizishdan oldin, uning qanday vaziyatda joylashganligi o'rganib chiqiladi. (25.1-shakl).



25.1- shakl

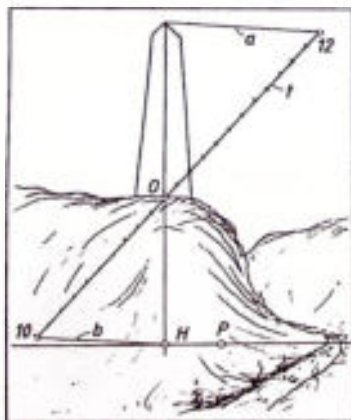
Narsalarning tasvirlanishida ufq chizig'ining ta'siri alohida ahamiyatga ega. Ufq chizig'ini xonada va tabiat qo'ynida aniqlash uncha qiyinchilik tug'dirmaydi. Masalan, xonaning balandligi 3m bo'lsa, tikka turgan odam taxminan 1,50 metr (m) balandlikda, stulda o'tirgan odam 1 m balandlikdan qaraydi.

Tabiat qo'ynida osmon bilan yerning qo'shilish joyida (25.2-shakl) ufq chizig'i o'tgan bo'ladi.



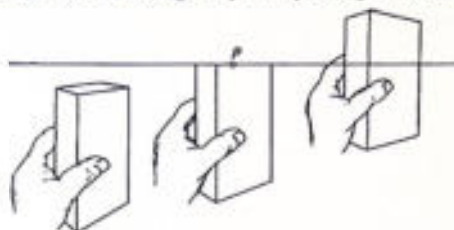
25.2- shakl

Ammo adirli joyda ufq chizig'ini aniqlash ancha murakkab hisoblanadi. Masalan, adir tepasida piramidasimon yodgorlik o'rnatilgan bo'lsa, uning shaklini chizish uchun, joyning ufq chizig'ini o'tkazib olish lozim bo'ladi. Buning uchun o'rta qirrasining adir usti bilan kesishgan O nuqtasidan ixtiyoriy qiyalikda yordamchi t chiziq o'tkaziladi. Yodgorlikning balandligi 12 m deb taxmin qilinsa, ushbu yordamchi chiziqqa O nuqtadan 12 bir xil bo'lak qo'yib chiqiladi va oxirgi 12 -nuqta yodgorlikning uchi bilan tutashtirilib, a chiziq o'tkaziladi. Adirning balandligi 10 m deb olinsa, yordamchi chiziqlarning pastki davomiga 10 ta yuqoridagi bo'laklar olib o'tiladi va 12 nuqta bilan yodgorlikning uchi tutashtirilgan chiziqqa parallel b chiziq chiziladi va yodgorlik qirrasini orqali o'tgan chiziq bilan kesishtiriladi. Hosil bo'lgan H nuqta orqali ufq chizig'i o'tkaziladi (25.3 -shakl).



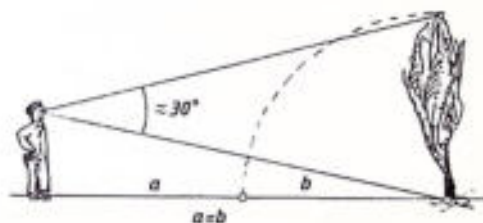
25.3- shakl

Ufq chizig'ini o'tkazishni yana bir usuli shundan iboratki, qo'lni oldinga cho'zib, to'rt burchakli narsani qo'lga olib uning ustki asosi bitta chiziq ko'rinishiga kelguncha kuzatiladi, o'sha atrofdagi biror narsaning qayeriga to'g'ri kelishi belgilab olinadi va o'sha belgi orqali ufq chizig'i o'tkaziladi (25.4 -shakl).

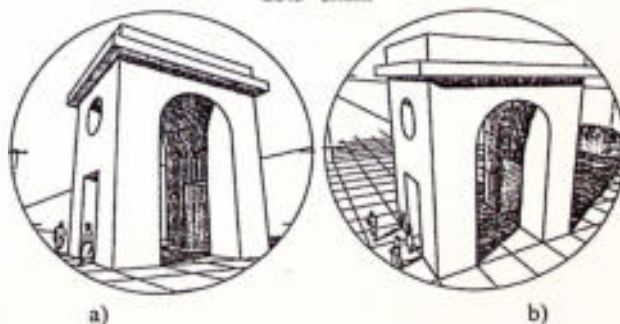


25.4- shakl

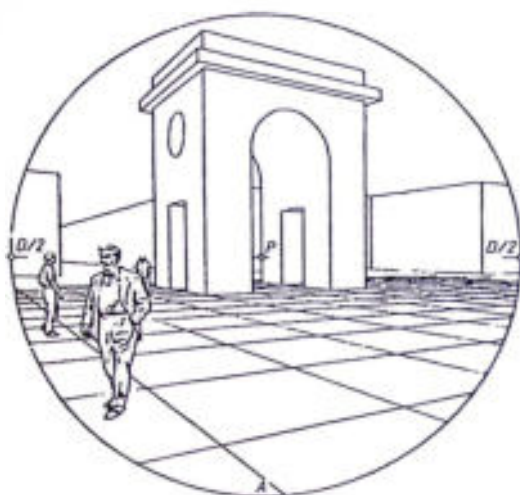
Shakl chiziladigan narsaning qanday masofada chizish katta ahamiyatga ega. Eng yaxshiko'rish maydoni deb $28^{\circ} - 37^{\circ}$ qabul qilinganligi takidlangan edi (25.5 -shakl). Undan kattaroq burchak orqali qaralganda odam ko'zida 25.6-shakl, a va b lardagidek buzilib ko'rinishga ega bo'ladi va shakl chizuvchi xuddi o'shanday shakl chizishi mumkin. Xuddi shu obyekttni taxminan 30° burchak ostida qaraganda ishlangan shakl 25.7-shakldagidek tasvirlanadi. Ushbu tasvirlar ataylab aylana ichiga joylashtirilgan, sababi ko'zning ko'rish chegarasi deb hisoblanadi.



25.5- shakl

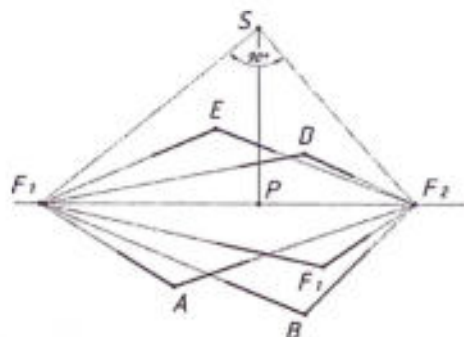


25.6- shakl



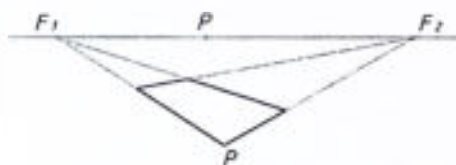
25.7- shakl

Perspektivada to'g'ri (90°) burchakni xatosiz tasvirlashda ufq chizig'idagi P nuqtadan yuqoriga qarash O nuqtasini belgilab olib, undan 90° li burchak chizib olinadi va uning yoqlarini ufq chizig'i bilan kesishtirib, F_1 va F_2 nuqtalar bekgiladi.



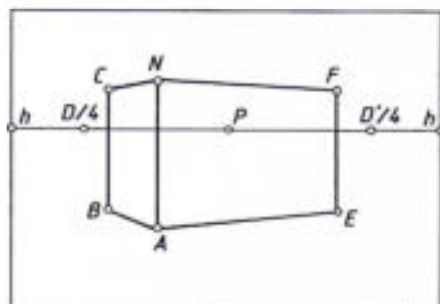
25.8- shakl

Endi, shu F_1 va F_2 oralig'ida ixtiyoriy tanlab olingan nuqta ($A, B, C, \dots$) larni F_1 va F_2 bilan tutashtirilsa, to'g'ri burchakning perspektivasi yasaladi (25.8-shakl). Ushbu sxemadan foydalanib ixtiyoriy kattalikdagi to'g'ri burchakli to'rtburchakning perspektivasini yasash mumkin (25.9-shakl).

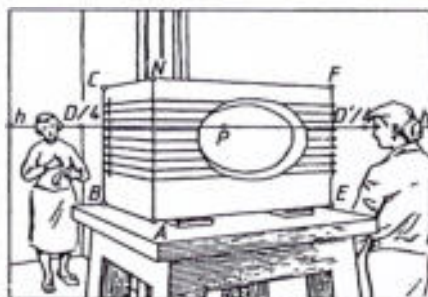


25.9- shakl

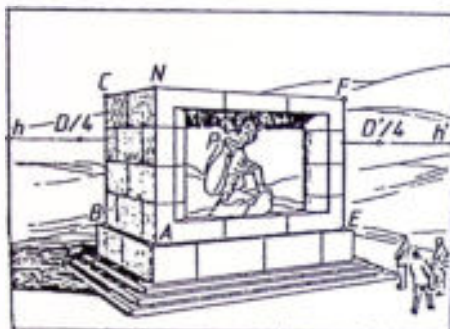
Perspektivada har bir narsa (obyekt) ni to'g'ri to'rtburchakli predmet deb qarash orqali (25.10-shakl) ularning shakllarini chizish osonlashadi. Masalan, stol ustidagi moslama (25.11-shakl), reklama joylashtiriladigan obyekt (25.12-shakl), ko'p qavatli bino (25.13-shakl).



25.10- shakl



25.11- shakl



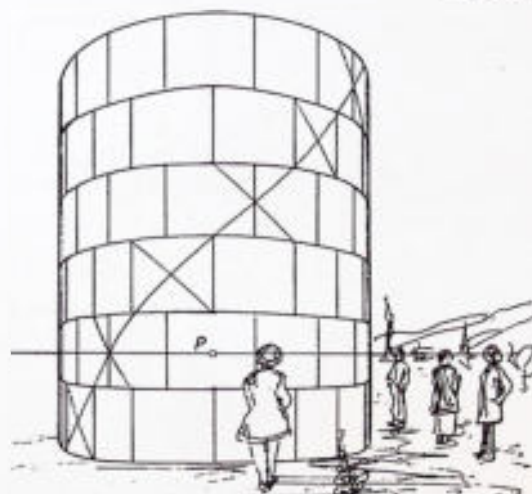
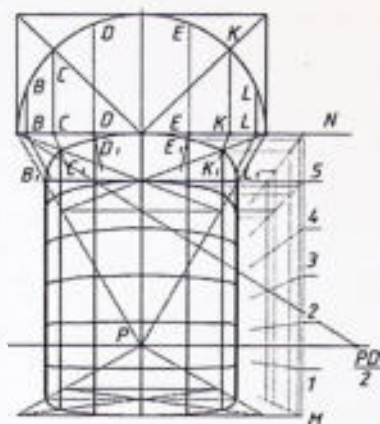
25.12- shakl



25.13- shakl

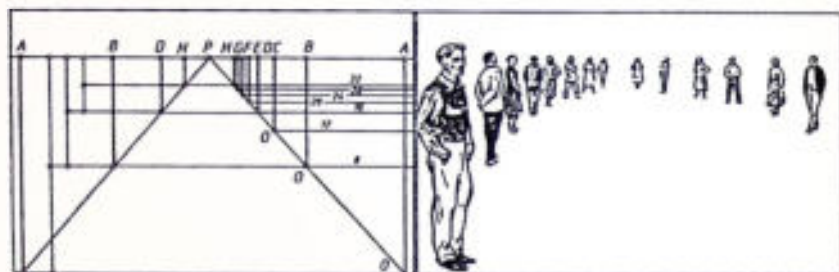
Neft saqlanadigan silindrik zaxiraning shaklini chizishda uning balandligi va diametri aniqlab olibadi hamda uning ostki va ustki asoslari aylanalarning perspektivalari kvadratlar yordamida chizib olinadi (25.14 -shakl). Bu zaxira po'lat listlaridan payvandlash yo'li bilan qurilgan bo'lib, listlar orasidagi choklarni tasvirlash uchun avval vertikal chok yo'llari aniqlanadi. Aylananing yarmi chizilib, u sakkiz qismga bo'lib olinadi va bu bo'laklar kvadrat tomoniga olib o'tiladi hamda hosil bo'lgan nuqtalar P bilan tutashtiriladi. Shunda aylananing perspektivasida izlayotgan nuqtalarning geometrik o'rinlari topiladi. Ushbu B_1 , C_1 , D_1 , E_1 , K_1 , L_1 nuqtalardan silindr yasovchilari, ya'ni chok yo'llari o'tkaziladi.

Endi, listlar qavatleri orasidagi choklarning izlarini yasash maqsadida silindr balandligi 6 qavat bo'lgani uchun, u 6 qismga bo'lib olinadi va yon tomoniga bu balandlik chizib olinadi va yon tomoniga olib o'tib, silindrning aniqlangan vertikal yasovchilari chizib chiqiladi. M va N nuqtalar P bilan, shuningdek, 1, 2, 3, 4, 5 nuqtalar ham P bilan tutashtirilsa, silindr yasovchilarida mos ravishda payvand chok izlari nuqtalari hosil bo'ladi. Hosil bo'lgan nuqtalardan ufq chizig'iga parallel chiziqlar chizilib, mos ravishda silindrdagi chok izlari o'rinlari aniqlanadi. Har bir listning tasviri aniqlab olinadi (25.15-shakl).



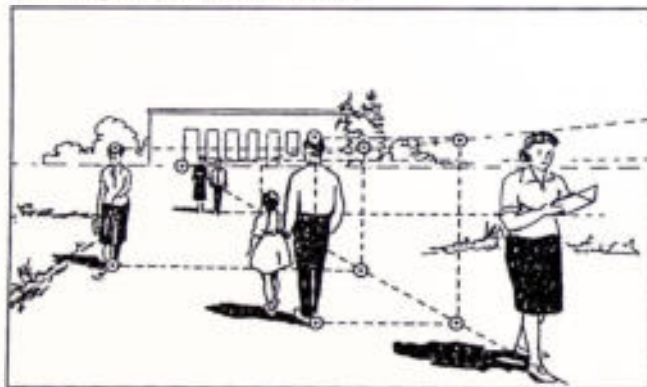
25.15- shakl

Perspektivada taxminan bir xil bo'ydagi odamlarni qisqarib borishini tasvirlashda perspektiv mashtablardan foydalaniladi. Buning uchun kartina burchagi O nuqta P nuqta bilan tutashtirilib, odamlar oralaridagi masofalar quyidagicha belgilab olinadi. Birinchi odam balandligi OA kesma bilan kartinada belgilanadi. Har bir odam oraliqlari 4 metr dan deb olinsa, ikkinchi odam OB , uchinchi odam OC va hokazo deb belgilanadi. Endi birinchi, ikkinchi, uchinchi va hokazo odamlarning shakllari chizib chiqiladi. Odamlarning shakllarini bir qatorga chizmasdan, ataylab, yaxshiroq ko'rinsin deb, taxminan aylana yoyiga joylashtirib tasvirlanadi (25.16-shakl).



25.16- shakl

Boshqa bir misolda (25.17-shakl) birinchi plandagi kitob o'qiyotgan ayolga nisbatan boshqa odamlarni perspektivada qisqarib tasvirlanishi ko'rsatilgan. Ayolning bo'yi bo'yicha olingan chiziqli ufq chizig'ida kesishtiriladi va ixtiyoriy tanlab olingan nuqtadan vertikal chiziqli chizilib, ostki va ustki nuqtalardan ufq chizig'iga parallel chiziqlar chizilsa, shu ikkala chiziqli orasida ikkinchi plandagi odamning bo'yiga teng odamning shaklini chizish mumkin. Shu tartibda hohlagan plandagi odamning shaklini chizish mumkin.

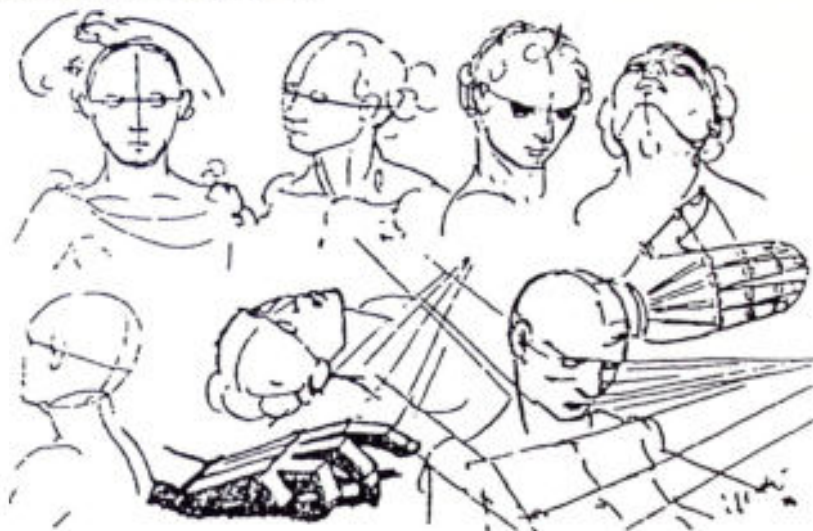


25.17- shakl



25.18- shakl

Odam boshining harakati davrida perspektiv qisqarishi sxemasi 25.18-shaklda ko'rsatilgan. Unga misol sifatida G.Golbeyn chizgan odam boshining turli ko'rinishlardagi xomaki chizgilari (25.19-shakl) va Mikelanjeloning "Ayol boshi" shakliham berildi (25.20-shakl).



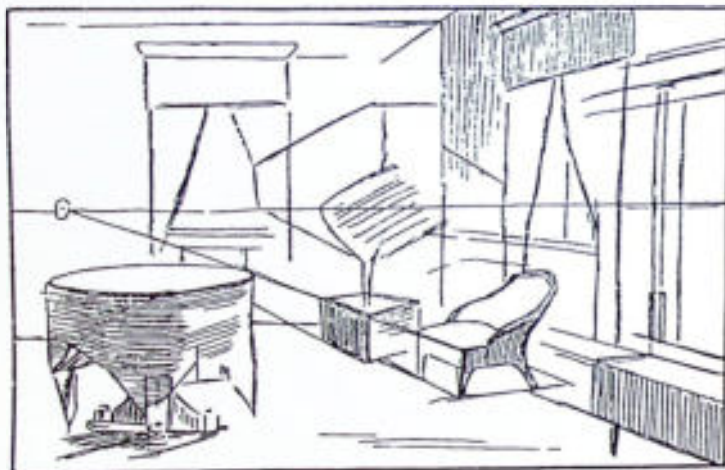
25.19- shakl



25.20- shakl

25.2-§. Interyer shaklini chizish

Interyer shaklini chizishda asosiy vazifa perspektivada uni to'g'ri tasvirlash muhim ahamiyatga ega hisoblanadi. Shaki chizuvchi qarash nuqtasini to'g'ri tanlashiga bog'liq bo'ladi. Bu yerda asosiy vazifa perspektiv qisqarishlarni to'g'ri bajarish va yo'nalishlarni to'g'ri tanlashga bog'liq. Bunda ufq chizig'ini shunday tanlash lozimki, xona haqiqatda ham hayotdagidek ko'rkam ko'rinishi lozim.



a)



b)



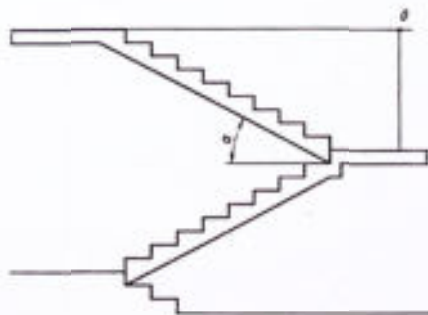
c)

25.21- shakl

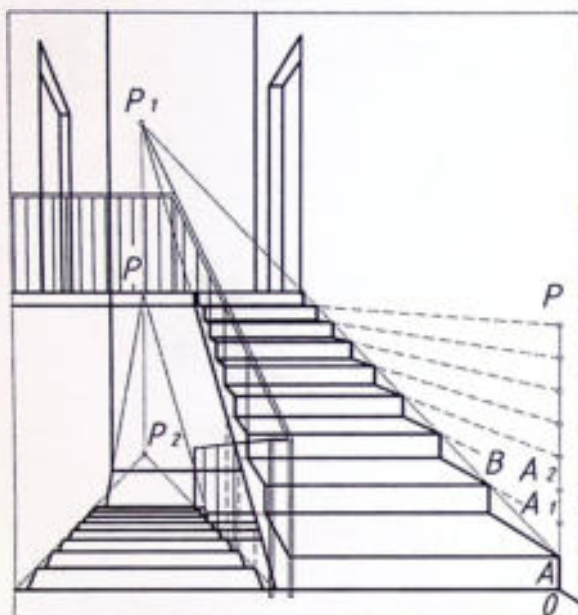
Shaklni chizishdan oldin kompozitsiya va uning yechimini to'g'ri tanlash, shaklni bosqichma-bosqich chizishda har bir narsaning shakli va hajmini to'g'ri bajarishni amalga oshirish, so'ngra yorug' va soyadan to'g'ri foydalanilib, yaqollikni ta'minlashdan iborat bo'ladi. 25.21-shakl, *a*, *b*, *c* larda xonaning burchagi ji-hozlari bilan bosqichlarda qalamda bajarilishi ko'rsatilgan.

Zinapoyaning shaklini chizish. Ko'tariluvchi va pasayuvchi zinapoyaning shaklini chizishda eng avval uning sxematik tasviri chizib olinadi (25.22-shakl).

Xona (etaj-qavat) balandligi 3 m deb olinsa, ufq chizig'i 1,50 m balandlikdan o'tkaziladi. Shunda ikkinchi qavatga ko'tarilishi uchun ikkita bosqich bosib o'tiladi. Shakl chizuvchi o'zini birinchi bosqichda deb his qilsa, ikkinchi bosqich ko'tariluvchi, birinchi bosqich esa pasayuvchi zinapoya hisoblanadi. Ikkala bosqichning o'rtasidagi maydonchada turib shakl chizish paytida o'zini pasayuvchi zinapoya maydonchasidaman deb *P* bosh nuqtani o'zining ro'parasida, ufq chizug'ini belgilaydi. Bu yerda ufq chizig'i ikkinchi bosqich oxiridagi maydonchaga to'g'ri keladi. *P* dan vertikal chiziq chizilib, unda zinapoyaning ko'tarilish burchagi α yordamida *P*₁ aniqlanadi.



25.22- shakl



25.23- shakl

Zinaga oyoq qo'yiladigan marsh eni va uning balandligi aniqlanib, kartina burchagida OA belgilab olinadi. Ushbu OA chiziq davomiga nechta marsh bo'lsa, shuncha OA o'lchab qo'yiladi. A nuqta P_1 bilan tutashtiriladi, so'ngra A_1 bilan P tutashtirilsa, AP_1 chiziqni B nuqtada kesib o'tadi. B nuqtadan pastga vertikal chiziq chizib birinchi marsh yasaladi. Shu tartibda qolgan marshlar chiziladi. Ko'tariluvchi zinapoya shakli chizib bo'lingandan keyin, pasayuvchi zinapoyani chizishga o'tiladi. Ikkala zinapoya oraliq'idagi masofani ifoda qiluvchi oraliqning pasayuvchi chizig'i P_2 ga, ko'tariluvchi chizig'i P_1 ga tutashtiriladi. Yonma-yon joylashgan ko'tariluvchi va pasayuvchi zinapoyalarning marshlari bir xil o'lchamga ega ekanligidan foydalanilib, pasayuvchi zinapoya chiziladi. Bu yerda zinapoya marshlarining ichki qismlari ko'rinmaydi (25.23-shakl). Barcha yasashlarni chizilgan shakl orqali bilib olish qiyinchilik tug'dirmaydi.

25.3-§. Parallelepipedning shaklini chizishda perspektiva qoidalaridan amaliy foydalanish

Insonning estetik didini va madaniyatini rivojlantirish hamda ma'naviy dunyoqarashini o'stirishda tasviriy san'atning o'z o'rni bor. Yaratilgan tasviriy san'at asarlarida falsafiy fikr, zamondan rozilik hissi yoki uning aksi, tabiat

go'zalligidan zavqlanish va boshqa psixologik vaziyatlar o'z aksini topadi. Rassom o'z fikrini, jamiyat, atrof-muhit va dunyoga nisbatan bo'lgan munosabatini chiziqlar, shakllar, ranglar orqali ifoda etadi. San'atshunoslar esa rassomning fikrini tomoshabinlarga, san'at ixlosmandlariga, umuman olganda xalqqa yozma yoki og'zaki tarzda yetkazib beradi.

Deni Didro aytganidek "Qaysi millat o'z farzandlariga shakl chizishni xuddi xat-savodni, o'qish va hisobni o'rgatgandek qunt bilan o'rgatsa, bu millat fan, madaniyat va san'atda boshqa xalqlardan o'zib ketadi". Shu sababdan ko'plab rivojlangan mamlakatlarda tasviriy san'atga katta e'tibor beriladi va u ta'lim muassasalarida, ayniqsa umumiy o'rta ta'lim maktablarida alohida fan sifatida o'qitiladi. Bunga misol qilib tasviriy san'atni yosh avlodga mukammal darajada o'rgatadigan Yaponiya davlatini keltirishimiz mumkin. Barchamizga ma'lumki Yaponiya iqtisodiy va o'z tarixini ulug'lash jihatdan rivojlangan mamlakatdir. Bizning mustaqil mamlakatimizda ham umumiy o'rta ta'lim maktablarining 1-7-sinflarida tasviriy san'at fani o'qitiladi.

Har bir fanning o'quvchiga o'rgatish va o'qitish "alifbosi" bo'lgani kabi tasviriy san'at fanining ham o'qitish metodikasi, shaklni qanday qilib to'g'ri va ishonarli tarzda chizish mumkinligi to'g'risidagi qonuniyatlari mavjud. Bajarilgan tasvirdagi buyum o'zining asliga o'xshasagina uning hayotiyiligi ta'minlanadi.

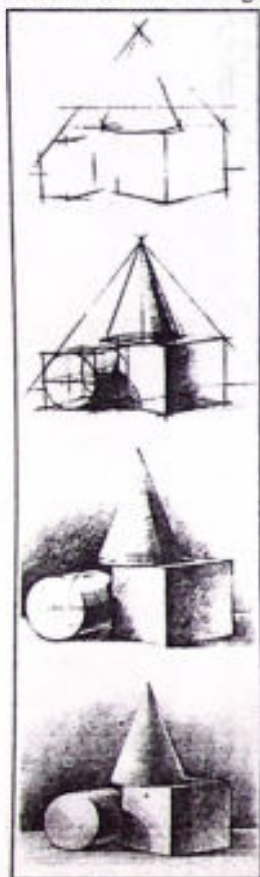
Maktabda o'qiydigan har bir bola rassom bo'la olmaydi, albatta. Biroq ularning har biri tasviriy san'at asarlarini tushuna oladigan, shakl chizish ko'nikmasini DTSda belgilangan talab darajasida egallagan bo'lishi lozim. O'quvchi bevosita kuzatib chizayotgan realistik tarzda shaklni hayotiyiligi (o'zining asliga o'xshashligi)ni ta'minlay olishi uchun fan o'qituvchisi unga perspektiva qoidalarini va perspektiv tasvir qurish usullarini singdirib borishi kerak bo'ladi.

Maktab darsliklarida shaklni to'g'ri chizishda perspektiv qisqarishlarni hisobga olish lozimligi haqida nazariy ma'lumotlar berilgan. Masalan, 2- va 4-sinflarining "Tasviriy san'at" maktab darsliklarida "*Perspektiva deb, shaklda yaqindagi narsalarning kattaroq, uzoqdagi narsalarning kichikroq tasvirlanishiga aytiladi*"² - deyilgan. Bu bolaning dunyoqarashi va yoshiga nisbatan ma'qul ta'rifi (aslida "*Perspektiva deb, insonning ko'rish xususiyatini hisobga olgan holda markaziy proyeksiyalash usulida bajarilgan tasvirga aytiladi*").

Biroq darsliklarda shakl chizish mobaynida bevosita perspektiva qoidalarini va uning amaliy tatbiqi to'g'risida ko'rgazmali-ko'rsatmali materiallar berilmagan. Masalan, maktabning "Tasviriy san'at 5" darsligida geometrik jismlardan tashkil topgan natyurmortning shakli (tasviri)ni bajarish jarayoni bosqichma-bosqich tarzda ko'rsatilgan (25.24-shakl) bo'lib, unda perspektiv qisqarishlarga

² Sulaymonov A., Rahmonov I., Sulaymonova Z. Tasviriy san'at 4. -T.: "Sharq", 2015-y. 19-20- betlar.

amal qilish lozim deb uqtirilgan³. Ammo bu qisqarishlarni qanday qilib amalga oshirish mumkinligi va bu jarayonda bajariladigan geometrik yasashlar haqida umuman ma'lumot berilmagan.



25.24-shakl

Bizning qarashimizcha tasviriy san'at fani darsliklarida realistik shakl chizishda perspektiva qoidalarini o'quvchiga ko'rsatish maqsadga muvofiq bo'lar edi. Maktab darsliklari, balki kasb-hunar ta'limi va oliy ta'lim muassasalarining tasviriy san'at fanlariga tegishli o'quv adabiyotlarda shakl chizishda foydalaniladigan perspektiva qonun-qoidalari ko'rsatib berilmay kelinmoqda. Ya'ni rassom (yoki rassom-pedagog)lar perspektiv tasvir qurish usullarining amaliy ahamiyatini o'zlari yozgan darslik va o'quv qo'llanmalarida ko'rsata olmayapdilar.

O'quvchilar uchun dastlab, parallel to'g'ri chiziqlar davomi ko'zimizga cheksizlikda uchrashayotgandek ko'rinishini, agar ular gorizontaal vaziyatda bo'lsa, ufq chizig'ida uchrashishini aytishimiz kerak. Biroq bu uchrashish (kesishish) nuqtasi qog'oz chegarasidan chiqib ketsa (25.25-shakl, a), qo'shimcha geometrik yasashlarni bajarishga to'g'ri keladi. Mazkur yasashlar (perspektiva qoidalari) o'quvchiga bir marta bosqichma-bosqich tarzda to'liq tushuntirilsa, u bir umr uni eslab qoladi.

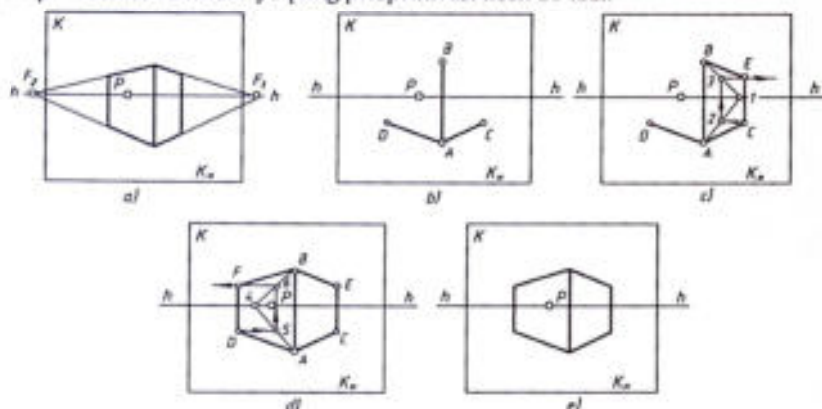
Masalan, parallelepipedning shaklini to'g'ri bajarish bilan tanishaylik. Avvalo parallelepipedning vertical AB va gorizontaal AC va AD tomonlari to'g'ri deb qabul qilib chiziladi (25.25-shakl, b).

$ABEC$ yoqning gorizontaal BE qirrasini aniqlash uchun, ufq chizig'ida 1 nuqta belgilanadi va $A1$, $B1$ to'g'ri chiziqlar hosil qilinadi (25.25-shakl, c). C nuqtadan ufq

chizig'iga parallel chiziq o'tkazib, uni $A1$ bilan kesishgan nuqtasi 2 aniqlanadi va

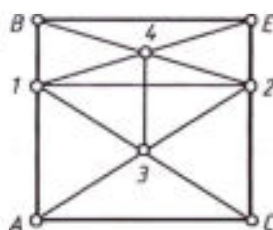
³ Qo'ziyev T., Abdirasilov S., Nurtovoyev O., Sulaymonov A. Tasviriy san'at 5. -T.: "Sharq", 2012- y. 30-31- betlar.

undan vertikal chiziq o'tkaziladi. O'tkazilgan vertikal chiziq $B1$ kesmani 3 nuqtada kesadi va bu nuqtadan $C2$ ga parallel (gorizontal) chiziq o'tkaziladi. Mazkur chiziq C nuqtadan chiqarilgan vertikal to'g'ri chiziq bilan kesishib, izlanayotgan E nuqtani beradi va $ABEC$ yoqning perspektivasi hosil bo'ladi.



25.25-shakl

$ABFD$ yoqning perspektivasi ham xuddi $ABEC$ yoq kabi quriladi va bu jarayon chizmadan tushunarli (25.25-shakl, d). Shu tariqa parallelepipedning perspektivasi to'g'ri bajarilgan bo'ladi (25.25-shakl, e). Ya'ni parallelepipedning AC va BE hamda AD va BF gorizontal qirralarning ufq chizig'ida o'zaro kesishishi ta'minlanadi. Bu perspektiv tasvir bajarishdagi uchburchaklar usuli hisoblanadi.



25.26- shakl

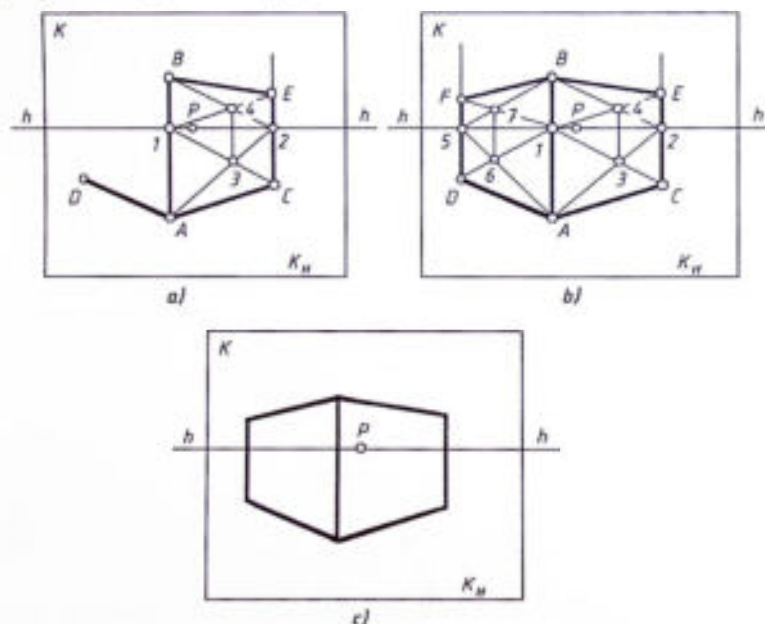
Bundan tashqari to'rtburchaklar usuli ham mavjud. 25.26-shaklda ortogonal proyeksiyada $ABEC$ to'g'ri to'rtburchakning ikkita to'rtburchakka ajratilgani va diagonalalarining kesishgan nuqtalarini birlashtiruvchi chiziq vertikal ekanligi ko'rsatilgan.

25.27-shaklda to'rtburchaklar usulida parallelepipedning shakli (perspektivasi)ni to'g'ri bajarish ko'rsatilgan. Buning uchun yuqoridagi kabi ufq chizig'i

o'tkazilib, parallelepipedning vertikal AB , horizontal AC va AD qirralari to'g'ri deb qabul qilinadi (25.27-shakl, a).

25.26-shaklda ko'rsatilgan qoidadan foydalanib, parallelepipedning horizontal BE qirralari aniqlanadi. Buning uchun A va C nuqtadan chiqarilgan vertikal chiziqlarning ufq chizig'i bilan kesishgan 1 va 2 nuqtalari belgilanadi. $A2$ va $C1$ diagonalalar o'tkazilib, ularni kesishgan nuqtasi 3 aniqlanadi. 3 nuqtadan chiqarilgan vertikal chiziq $B2$ diagonalni kesib, 4 nuqtani beradi. So'ngra 1 va 4 nuqtalar tutashtiriladi va uni C nuqtadan chiqarilgan vertikal chiziq bilan kesishgan E nuqtasi aniqlanadi. BE kesma parallelepipedning horizontal qirralari bo'ladi (25.27-shakl, a).

Parallelepipedning $ABED$ yoqining perspektivasi ham xuddi $ABEC$ yoq kabi quriladi (25.27-shakl, b). Natijada parallelepipedning shakli (perspektivasi) to'g'ri bajarilgan bo'ladi (25.27-shakl, c).



25.27-shakl

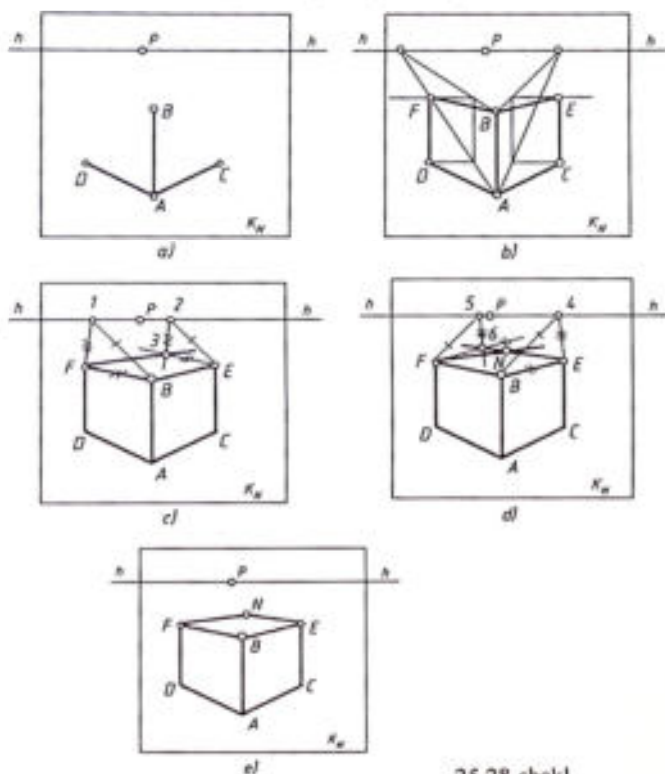
25.25- va 25.27-shakllardagi geometrik yasashlar (perspektiva qoidalari)ni chizmachilik asboblariidan foydalanmasdan ham bajarsa bo'ladi va buni o'quvchilarga amaliy jihatdan o'qituvchi ko'rsatib berishi lozim.

Biz ko'rib chiqqan misollarda parallelepipedning ustki asosi kuzatuvchiga ko'rinmayotgan edi. Agar parallelepipedning ustki asosi ufq chizig'idan pastda joylashgan bo'lsa, uning ustki asosi kuzatuvchiga ko'rinadi. Bunday holatda paral-

lelepipedning ustki asosi perspektivasini qurishga to'g'ri keladi. Bunda ham uchburchaklar usulidan foydalanish mumkin.

25.28-shaklda kuzatuvchiga ustki asosi ko'rinadiga parallelepipedning shakli (perspektivasi)ni bajarish jarayoni bosqichma-bosqich ko'rsatilgan. Parallelepipedning AB , AC , AD qirralarini to'g'ri deb qabul qilinishi, ustki asosning BE va BF qirralarining perspektivasi 25.25- va 25.27-shakllardagi kabi aniqlanadi (25.28-shakl, a va b).

Ustki asosdagi FN qirraning yo'nalishini aniqlash uchun ufq chizig'ida ixtiyoriy nuqta 1 belgilanadi va u F hamda B nuqtalar bilan tutashtiriladi (25.28-shakl, c). Keyin E nuqtadan $B1$ chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilib, ufq chizig'ida nuqta 2 topiladi. So'ngra E nuqtadan BF va 2 nuqtadan $1F$ larga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarning o'zaro kesishgan nuqtasi 3 aniqlanadi. F va 3 nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq FN qirraning yo'nalishi bo'ladi.

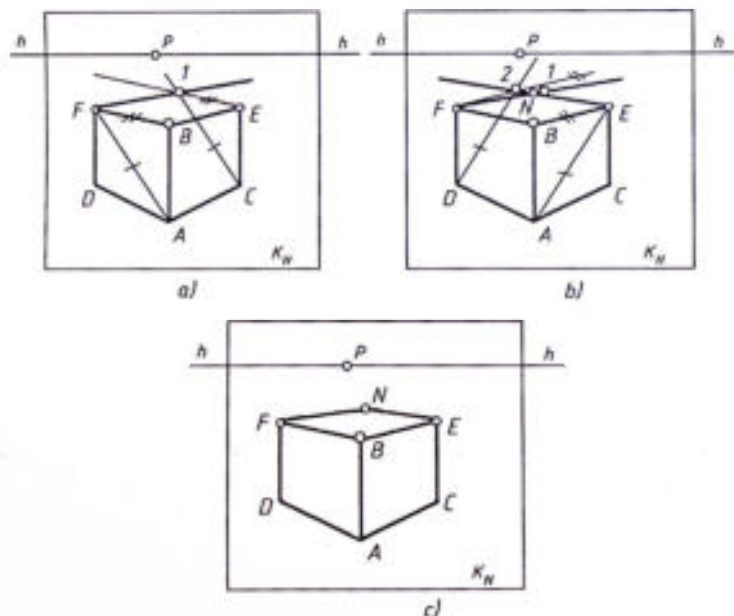


25.28-shakl

Ustki asosdagi EN qirraning yo'nalishini aniqlash uchun esa ufq chizig'ida ixtiyoriy nuqta 4 belgilanadi va u E hamda B nuqtalar bilan tutashtiriladi (25.28-shakl, d). Keyin F nuqtadan B 4 chiziqqa parallel to'g'ri chiziq o'tkazilib, uning ufq chizig'i bilan kesishgan nuqtasi 5 topiladi. So'ngra F nuqtadan BE va 5 nuqtadan $4E$ larga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlarning o'zaro kesishgan nuqtasi 6 aniqlanadi. E va 6 nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq EN qirraning yo'nalishi bo'ladi. $F3$ va $E6$ to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishib, N nuqtani beradi va parallelepipedning $BENF$ ustki asosini perspektivasi hosil bo'ladi (25.28-shakl, e).

Agar parallelepipedning ustki asosi ufq chizig'iga yaqinroq bo'lib qolsa, uchburchaklar usulini tatbiq qilishda uning yoqlarining diagonallaridan foydalanilsa qulay bo'ladi. 25.29-shaklda parallelepipedning ustki asosi perspektivasini uning diagonallaridan foydalanib bajarish ko'rsatilgan.

Ustki asosning FN qirradi yo'nalishini aniqlash uchun $ABFD$ yoqning AF diagonali o'tkaziladi. C nuqtadan AF ga, E nuqtadan BF ga parallel qilib o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar 1 nuqtada kesishadi. $F1$ to'g'ri chiziq FN qirraning yo'nalishi bo'ladi (11.29-shakl, a).



25.29-shakl

Ustki asosning EN qirradi yo'nalishini aniqlash uchun esa $ABEC$ yoqning AE diagonali o'tkaziladi. D nuqtadan AE ga, F nuqtadan BE ga parallel qilib

o'tkazilgan to'g'ri chiziqlar 2 nuqtada kesishadi. $E2$ to'g'ri chiziq EN qirraning yo'nalishi bo'ladi (25.29-shakl, b). $F1$ va $E2$ to'g'ri chiziqlar o'zaro kesishib, N nuqtani beradi va parallelepipedning ustki asosi $BENF$ hosil bo'ladi (25.29-shakl, c).

Tasvirdagi obyekt bilan uning hayotdagi haqiqiy ko'rinishi o'rtasidagi bir xillik va o'xshashlikni ta'minlashda perspektiva qoidalarining o'rni va amaliy ahamiyati juda katta. Buni hech qachon unutmaslik kerak. Demak, tasviriy san'at va perspektiva fanlarining bir-birini to'ldiradigan jihatlarini ta'limga olib kirish bugungi kunning dolzarb masalasidir.

Biz taklif qilayotgan metodik tavsiyalardagi perspektiva qoidalarini maktab tasviriy san'at darsliklarida namuna sifatida keltirilishi, bevosita o'qituvchining amaliy jihatdan ko'rsatib berishi, darslarda o'quvchilarning undan foydalanishi natijasida chizilayotgan shaklning to'g'ri bajarilishiga erishiladi. O'quvchi bir-ikki marta mustaqil ravishda ushbu qoidalarni shakl chizishda qo'llasa, bu uning butun umri davomida esida qoladi. Buning natijasida o'quvchi chizayotgan shaklning hayotiyligi ta'minlanadi va buyuk rassom Moniy aytganidek, "*... agar kimki tasvirdagi har bir chiziqqa jon bag'ishlay olsagina u san'atning kalitini egallagan bo'ladi*"⁴.

Nazorat savollari

1. Kuzatish perspektivasida nimalar o'rganiladi va uning shakl chizishda qanday amaliy ahamiyati mavjud?
2. Shakl chizishda ufq chizig'i o'rni qanday tanlanadi yoki aniqlanadi?
3. Shakl chizishda ko'rish burchagining qanday ahamiyati mavjud?
4. Perspektiv mashtablardan shakl chizishda foydalaniladimi?
5. Interyerning shaklini chizish qanday tartibda bajariladi?
6. Zinapoyaning shakli qanday chiziladi?
7. Tasviriy san'at darslarida perspektiva qoidalarining amaliy tatbiqi to'g'risida ma'lumot bering.

⁴ Boymetov B.B. San'at fakulteti. -T.: "TDPU rizografi", 2015- y. 75- bet.

26.1-§. Umumiy ma'lumotlar

Sonlar bilan belgilangan proektsiyalar asosan kartografiya va geodezik ishlarda yer sirtida qurilish ishlarini (dambalar, kotlovanlar, kanallar, to'g'onlar, temir yo'llar, avtomobil yo'llari, gidrouzellar, aerodromlar va h.k.) loyihalashda va tasvirlashda keng qo'llaniladi. Bu proektsiya yordamida gorizontaal chiziqlari orqali tasvirlangan yer sirtining relefi va unda bajariladigan injenerlik ishlari tasvirlanadi.

Chizma geometriya sonlar bilan belgilangan proektsiyalash usulining nazariy tomonlarini geometrik nuqtai nazardan o'rganadi va bu usulning injenerlik ishlariga tadbqiqini ko'rsatadi.

Baltika dengizi suvining sathi nol darajali gorizontaal proektsiyalar tekisligi deb qabul qilingan va H_0 deb yoziladi.

Sonlar bilan belgilangan proektsiyalashda narsalarning faqat gorizontaal proektsiyalarining vaziyati berilib, frontal proektsiyasi o'rniga sonlar beriladi. Bu sonlar narsalarning H_0 proektsiyalar tekisligidan uzoqligini ifodalaydi.

Sonlar bilan belgilangan proektsiyalarning qulayligi shundaki, bunda pozitsion va metrik masalalar boshqa proektsiyalash usullariga qaraganda oson, echiladi, injenerlik ishlari yer sirtida aniq va qulay tasvirlanadi. Sonlar bilan belgilangan proektsiyalar yana shuning uchun qulayki, bu usul bilan kengligi va uzunligi juda katta o'lchamlarga ega bo'lgan, balandligi esa, nisbatan kichik sirtlarni tasvirlash mumkin. Bu usulning kamchiligi ham bor: tasvirlar yaqqolroq bo'lmaydi. Tasvirni yaqqollashtirish uchun ba'zi bir masalalarni echishda vertikal qirqimdan foydalaniladi va bu qirqimni profil deb Yuritiladi.

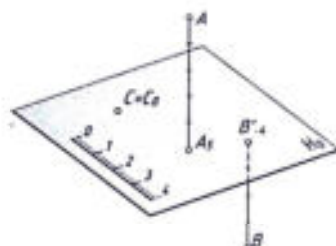
26.2-§. Nuqtalarning proektsiyalari

Ta'rif. Nuqtalarning H_0 proektsiyalar tekisligidan uzoqligini ko'rsatuvchi sonlar bilan ko'rsatilgan H_0 tekislikdagi ortogonal proektsiyalari shu nuqtalarning sonlar bilan belgilangan proektsiyalari deyiladi.

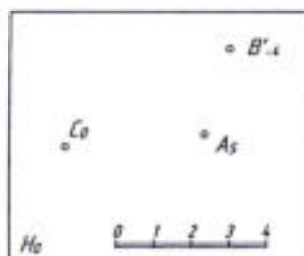
Sonlar bilan belgilangan proektsiyalashda uzunlik birligi qilib metr (m) qabul qilinadi. Musbat belgili nuqtalar H_0 proektsiyalar tekisligidan yuqorida, manfiylari esa undan pastda olinadi.

Fazoda H_0 proektsiyalar tekisligi va biror A nuqta berilgan, A nuqtaning H_0 tekislikdan uzoqligi 5 m bo'lsin (26.1-shakl). A nuqtani H_0 proektsiyalar tekisligiga ortogonal proektsiyalaganda A_5 nuqta hosil bo'ladi. Bunda A_5 proektsiyaning pastki o'ng tomonida yozilgan 5 indeksi A nuqtaning H_0 proektsiyalar tekisligidan uzoqligini ko'rsatadi. Shuningdek, H_0 proektsiyalar tekisligining pastida joylashgan va undan 4 m uzoqlikda bo'lgan B nuqtaning bu tekislikdagi ortogonal proektsiyasi B_{-4} bo'ladi. Shaklda H_0 tekisligidagi C nuqtaning proektsiyasi C'_0 ham tasvirlangan.

26.2-shaklda A'_5 , C'_0 va B'_{-4} nuqtalarning sonlar bilan belgilangan proektsiyalari H_0 tekisligida ko'rsatilgan.

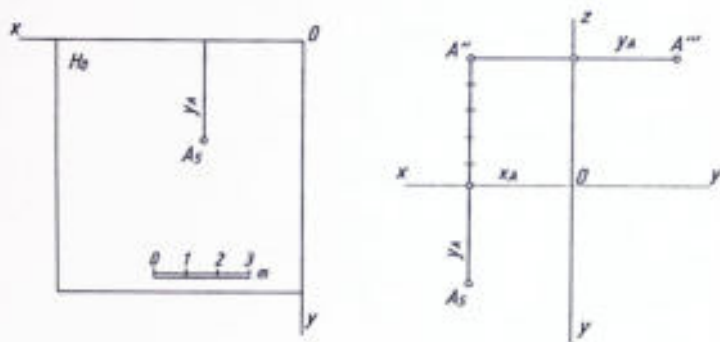


26.1-shakl



26.2-shakl.

H_0 proektsiyalar tekisligini AA'_5 , BB'_{-4} proektsiyalovchi nurga perpendikulyar ravishda o'ziga nisbatan parallel qilib yuqoriga ko'tarish yoki pastga tushirish mumkin. Bu tekislik Yuqoriga ko'tarilganda musbat ishorali nuqtalarning sonli belgilari kamayadi va manfiy ishorali nuqtalarining sonli belgilari oshadi. Bu tekislik pastga tushirilganda aksincha bo'ladi. Nuqtalarning berilgan sonli proektsiyalariga asosan ularning fazodagi vaziyatlarini aniqlashda, pozitsion va metrik masalalar echishda bir xil masshtabdan foydalanish uchun chizmada chiziqli masshtabdan foydalaniladi.



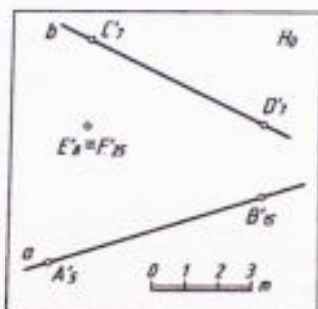
26.3-shakl

Nuqtaning berilgan sonli proektsiyasidan foydalanib, uning frontal va profil proektsiyalarini yasash mumkin va aksincha (26.3-shakllar). 26.3-shakl, a da A nuqtaning A_5 sonli proektsiyasi va chiziqli masshtab berilgan. 26.3-shakl, b da A'' va A''' nuqtalarni yasash ko'rsatilgan. Chizmadagi OX o'qini va A'_5 ning vaziyatini ixtiyoriy tanlash mumkin.

26.3-§. To'g'ri chiziqlarning proektsiyalari

To'g'ri chiziq o'zining ikki nuqtasining sonlar bilan belgilangan proektsiyalari bilan beriladi.

Fazodagi biror to'g'ri chizits H_0 proektsiyalar tekisligiga nisbatan quyidagi vaziyatlarda joylashgan bo'ladi:



26.4-shakl

1. **Umumiy vaziyatda.** Umumiy vaziyatda joylashgan $a(a')$ to'g'ri chiziqning proektsiyalar tekisligidagi proektsiyasini aniqlovchi ixtiyoriy ikki $A(A'_5)$ va $B(B'_5)$ nuqtalarining sonli belgilari har xil bo'ladi (26.4-shakl.)

2. **Parallel vaziyatda.** Parallel vaziyatda joylashgan $b(b')$ to'g'ri chiziqning H_0 proektsiyalar tekisligidagi proektsiyasining ixtiyoriy ikki $S(C'_5)$ va $D(D'_5)$ nuqtalarining sonli belgilari teng yoki bir xil bo'ladi (26.4-shakl.).

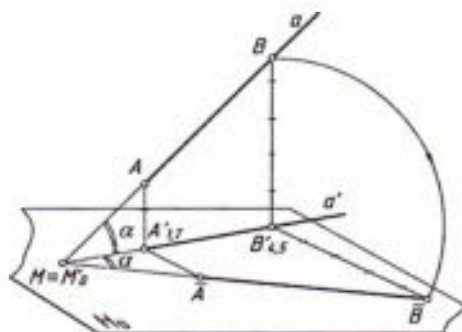
3. **Perpendikulyar vaziyatda.** H_0 proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq kesmasining

proektsiyasi bitta nuqta bo'lib, bu nuqtaning ikkita har xil sonli belgilari bo'ladi (26.4-shakl.).

26.4-§. To'g'ri chiziqli kesmasining uzunligini va H_0 proektsiyalar tekisligi bilan hosil qilgan burchagini aniqlash.

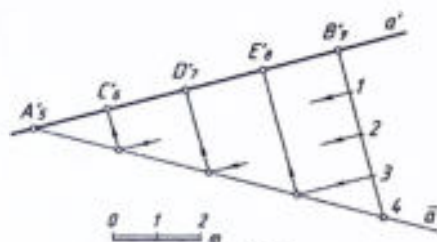
To'g'ri chiziqli izi

Biror α to'g'ri chiziqli kesmaning AB kesmasi berilgan (26.5-shakl), uning H_0 proektsiyalar tekisligidagi ortogonal proektsiyasi $A_{1,7}B_{4,5}$ bo'lsin. α to'g'ri chiziqli kesmaning proektsiya tekisligi bilan kesishguncha davom ettirib, hosil bo'lgan M_0 nuqta α to'g'ri chiziqli kesmaning H_0 tekislikdagi izi bo'ladi. $BM'_0B'_{4,5}$ burchak α to'g'ri chiziqli kesmaning H_0 tekislik orasidagi α burchak bo'ladi. V to'g'ri burchakli uchburchakni $M'_0B_{4,5}$ katet atrofida burib, H_0 tekisligi bilan jipslashtiramiz. Bunda $BB'_{4,5} = \bar{B}B'_{4,5}$ va $AA'_{1,7} = \bar{A}A'_{1,7}$ bo'ladi. Demak, B nuqtani H_0 tekislikdagi vaziyatini yasash uchun $B'_{4,5}$ nuqtadan $A'_{1,7}B'_{4,5}$ proektsiyasiga nisbatan perpendikulyar chiqarib, undan 4,5 birlik ajratiladi (26.6-shakl). A nuqtani yasash uchun $A'_{1,7}$ nuqtadan $A'_{1,7}B'_{4,5}$ ga nisbatan perpendikulyar chiqarib, undan 1,7 birlik ajratiladi.



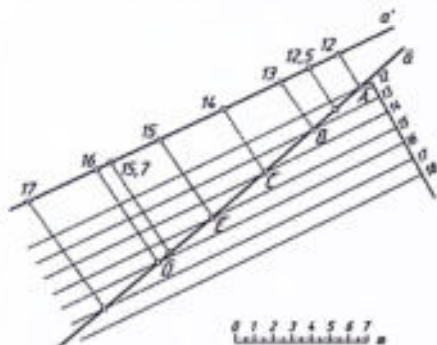
26.5-shakl

$\bar{A}$ va $\bar{B}$ nuqtalar tutashtirilganda AB kesmaning H_0 tekislikdagi haqiqiy uzunligi $\bar{AB}$ hosil bo'ladi. $\bar{AB}$ bilan $A'_{1,7}B'_{4,5}$ orasidagi burchak α to'g'ri chiziqli kesmaning H_0 proektsiyalar tekisligi orasidagi burchakka teng bo'ladi. Haqiqiy uzunlik $\bar{AB}$ bilan $A'_{1,7}B'_{4,5}$ proektsiyasining kesishish nuqtasi M'_0 berilgan α to'g'ri chiziqli kesmaning H_0 tekislikdagi izi bo'ladi.



26.7-shakl

Kesma proektsiyasini aniqlovchi nuqtalarning sonli belgilari kasr sonlar bilan berilganda Yuqoridagi usuldan foydalanib bo'lmaydi. Masalan, $A'_{15,7}$ va $B'_{12,5}$ nuqtalarning proektsiyalari bilan berilgan a' to'g'ri chiziqni interpolatsiyalashni ko'raylik (26.8-shakl). Buning uchun a' to'g'ri chiziqqa parallel qilib, chizmaning chiziqli masshtabini hisobga olgan holda, 12, 13, 14, ... o'zaro parallel chiziqlarni o'tkazamiz. $A'_{15,7}$ va $B'_{12,5}$ nuqtalardan to'g'ri chiziq proektsiyasiga perpendikulyar chiqarib, ularga mos ravishda 15,7 va 12,5 qiymatlarni qo'yiladi. Ammo chizmani qulayroq berish maqsadida 12 va 15 parallellardan boshlab 0,5 va 0,7 qiymatlar qo'yiladi. Hosil bo'lgan $\bar{A}$ va $\bar{B}$ nuqtalar tutashtirilganda 13, 14, 15, ... parallellarda $\bar{C}, \bar{D}$ va $\bar{E}$ nuqtalar hosil bo'ladi. Bu nuqtalardan a' to'g'ri chiziq proektsiyasiga tushirilgan perpendikulyarlar to'g'ri chiziqni interpolatsiyalaydi.



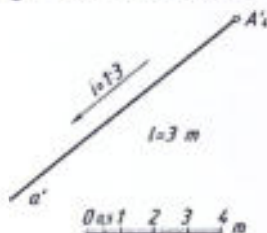
26.8-shakl.

26.6-§. To'g'ri chiziqning intervali va qiyaligi

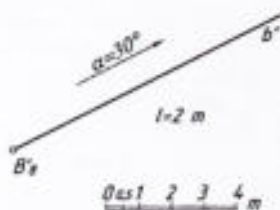
Fazoda biror α to'g'ri chiziqning AB kesmasi berilib, uning H_0 proektsiyalar tekisligidagi proektsiyasi $A'_{1,6}B'_{3,4}$ bo'lsin (26.9-shakl).

AB kesma ustidagi C va D nuqtalarning sonli belgilari mos ravishda 2 va 3 bo'lsin. U holda bu nuqtalarning proektsiyalari C'_2 va D'_3 orasidagi masofa α to'g'ri chiziqning intervali bo'ladi.

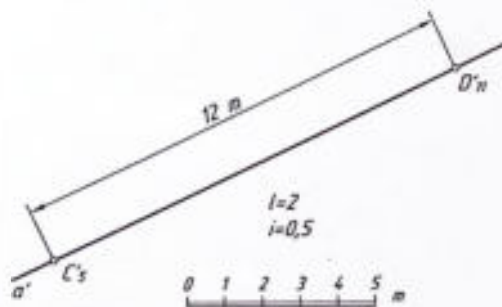
proektsiyasining yo'nalishi va biror nuqtasini sonli belgisi bilan yoki intervali hamda qiyaligi bilan berilishi mumkin. 26.10-shaklda $a(a')$ to'g'ri chiziq $A(A')$ nuqtadan o'tgan vaziyatining proektsiyasi va $i = 1:3$ qiya ligi bilan berilgan. Bunda $l = 3\text{ m}$ bo'ladi. 26.11- shaklda $b(b')$ to'g'ri chiziq $B(B')$ nuqtadan o'tgan. Uning H_0 tekislikdagi proektsiyasning vaziyati unga nisbatan og'ish burchagi $\alpha = 30^\circ$ bilan tasvirlangan. Bunda $i = \operatorname{tg} 30^\circ$ va $l \approx 2$ bo'ladi. 26.12-shaklda $a(a')$ to'g'ri chiziqning CD kesmasi $S_5V'_{11}$ proektsiyasi bilan berilgan. Uning l intervali va i qiyaligi aniqlansin. Bunda $S'_5V'_{11}$ kesma uzunligini chizmaning masshtabi bo'yicha o'lchab qo'yma uzunligi $L = 12\text{ m}$ aniqlanadi. So'ngra ko'tarilish $l = 11 - 5 = 6\text{ m}$ va interval $i = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,67$ topiladi. U holda qiyalik $i = \frac{1}{1.5} = \frac{2}{3} = 0,67$ bo'ladi.



26.10-shakl



26.11-shakl.



26.12-shakl

26.7-§. Ikki to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyatlari

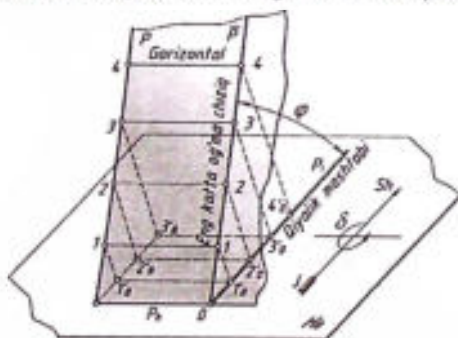
Sonlar bilan belgilangan proektsiyalashda ham ortogonal proektsiyalashdagidek, fazoda ikki to'g'ri chiziq o'zaro parallel, kesishuvchi va uchrashmas vaziyatlarda bo'ladi.

H_0 proektsiyalar tekisligi va umumiy vaziyatdagi P tekislik berilgan bo'lsin (26.20-shakl). P va H_0 tekisliklarning kesishish chizig'i $P \cap H_0 = P_H$ tekislikning H_0 tekislikdagi izi bo'ladi.

P tekislikni o'zaro bir birlikka farq qiluvchi gorizontall tekisliklar bilan kesamiz. Bu tekisliklar P tekislikni o'zaro parallel 11, 22, 33, ... gorizontallar bo'yicha kesadi. P tekislikda yotib P_H to'g'ri chiziqqa yoki 11, 22, 33, ... gorizontallarga perpendikulyar bo'lgan $\bar{P}$ to'g'ri chiziq P tekislikning eng katta og'ma chizig'i deyiladi. Uning H_0 tekislikdagi proektsiyasi P_i bo'ladi. P_i to'g'ri chiziq P tekislikning qiyalik masshtabi deb Yuritiladi. 1,2,3 ... nuqtalarning proektsiyalari 10,20,30, ... bo'lib, ulardan o'tuvchi 1₀1'₀, 2₀2'₀, 3₀3'₀ ... gorizontallar to'g'ri chiziqqa parallel bo'ladi yoki tekislikning qiyalik masshtabi P_i chiziqqa perpendikulyar bo'ladi.

Qo'shni gorizontallar proektsiyalari orasidagi masofa tekislikning intervali bo'ladi. Chizmadagi ko'rinishicha tekislikning intervali uning eng katta og'ma to'g'ri chizig'ining intervaliga tengdir.

Tekislikning intervali uning qiyaligining teskari qiymatiga teng. Eng katta og'ma to'g'ri chiziq P bilan qiyalik masshtabi P_i orasidagi φ burchak tekislikning og'ish burchagi deb Yuritiladi. Bu burchak P tekislikning H_0 proektsiyalar tekisligi bilan tashkil qilgan burchagi φ bo'ladi. Meridian yo'nalishi bilan tekislik izi P_H yoki tekislik gorizontallari bilan hosil qilgan burchakni tekislikning yoyilish burchagi deb Yuritiladi va δ bilan belgilanadi. Yoyilish burchagi tekislikning gorizontall chiziqlarining azimuti deb ham Yuritiladi. Yoyilish burchagi o'suvchi sonlarga qarab turgan kuzatuvchiga nisbatan chapdan o'ngga yo'nalgan bo'ladi.



26.20-shakl



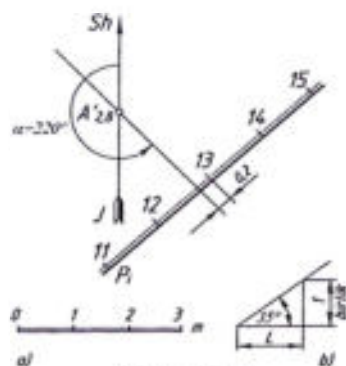
26.21-shakl.

Sonlar bilan belgilangan proektsiyalashda tekisliklarni qiyalik masshtabi orqali berish qulayroqdir (26.21-shakl). Tekislikning bundan berilishi uning vaziyatini yaqqol xarakterlaydi va tekislik gorizontallarini chizish uchun ham qulaydir. Tekislikning qiyalik masshtabi boshqa chiziqlardan farq qilish uchun qo'sh chiziqlar yordamida, chiziqlarning birini yo'g'onroq, ikkinchisini ingichka-

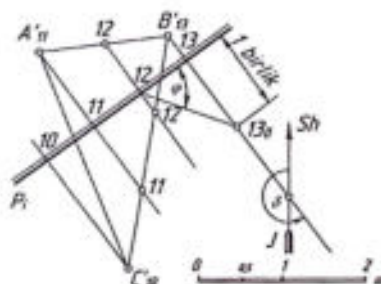
roq qilib chiziladi. 26.22-shaklda $A'_{12,8}$ nuqtadan og'ish burchagi $\varphi = 35^\circ$ va yoyilish burchagi $\delta = 220^\circ$ bo'lgan tekislikni o'tkazish tasvirlangan.

Buning uchun $A'_{12,8}$ nuqtadan Sh—J meridian yo'nalishini o'tkazamiz. So'ngra bu chiziqqa nisbatan $\delta = 220^\circ$ burchak ostida izlanayotgan tekislikning 12,8 son bilan belgilangan gorizontaal chizig'ini o'tkazamiz. Bu gorizontaalga perpendikulyar bo'lgan P_i chiziq tekislikning qiyalik masshtabi bo'ladi.

P tekislikning intervalini aniqlash esa 26.22-shakl, b da ko'rsatilgan 26.23-shaklda $A'_{11}, B'_{13}, C'_{10}$ nuqtalar bilan berilgan P tekislikning og'ish va yoyilish burchaklari topilgan. Bunda berilgan nuqtalarni tutashtirib, $A'_{11}B'_{13}C'_{10}$ uchburchak hosil qilinadi. Uning tomonlarini interpolyatsiyalab, bir xil son belgili nuqtalarni tutashtirib, uchburchakning gorizontaal chiziqlari o'tkaziladi. Gorizontaal chiziqlarga nisbatan Sh—J meridianni o'tkazilib, yoyilish burchagi δ aniqlanadi. P tekislikni H_0 proektsiyalar, tekisligiga og'ish burchagi φ ni aniqlash uchun tekislikning P_i qiyalik masshtabini o'tkazamiz. Uning intervali 10 — 11, 11 — 12 bo'ladi. Ix-tiyoriy 13 sonli gorizontaalga chiziqdan boshlab 1 birlik qo'yiladi. Hosil bo'lgan 130 nuqta bilan yondosh gorizontaalning bilan kesishish nuqtasi (12-nuqta) tutashtiriladi. Hosil bo'lgan φ burchak P va H_0 tekisliklar orasidagi burchak bo'ladi.



26.22-shakl



26.23-shakl.

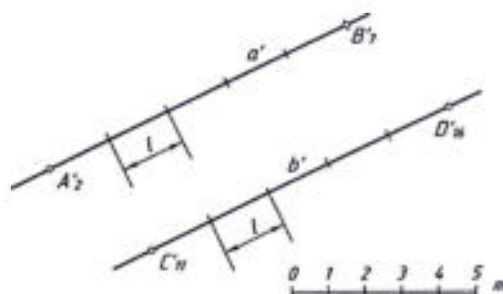
26.24-shaklda $A'_2B'_8C'_5$ uchburchak tekisligi tasvirlangan. Buning H_0 proektsiyalar tekisligiga og'ish burchagi φ ni yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi.

26.7.1. Parallel to'g'ri chiziqlar

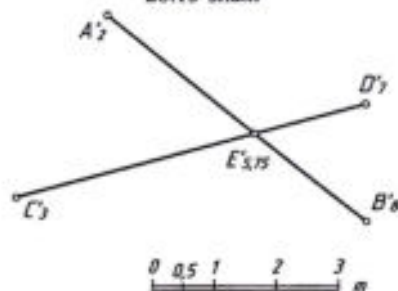
Bunday to'g'ri chiziqlarning sonlar bilan belgilangan proektsiyalari ham parallel, qiyaliklari va intervallari mos ravishda teng bo'ladi. To'g'ri chiziqlar ustidagi nuqtalarning sonli belgilari bir tomonga o'sib boradi (26.13-shakl).

26.7.2. Kesishuvchi to'g'ri chiziqlar

Bunday to'g'ri chiziqlarning H_0 proektsiyalari tekisligidagi proektsiyalari kesishadi. Kesishish nuqtasining sonli belgisi har ikki to'g'ri chiziq uchun bir xil bo'ladi (26.14-shakl).



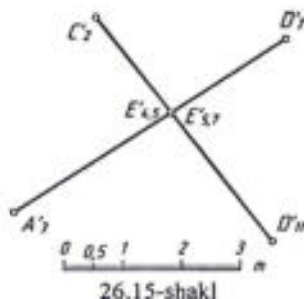
26.13-shakl



26.14-shakl

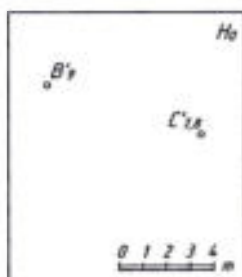
26.7.3. Uchrashmas to'g'ri chiziqlar

Uchrashmas to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari H_0 tekisligida parallel yoki kesishuvchi vaziyatda tasvirlanadi. Birinchi holda to'g'ri chiziqlardagi nuqtalarning sonli belgilari har xil yo'nalishda o'sadi. Ikkinchi holda to'g'ri chiziq proektsiyalari kesishish nuqtasining ikki xil sonli belgilari bo'ladi (26.15-shakl).

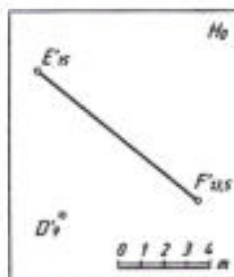


26.8-§. Tekisliklarnng proektsiyalari

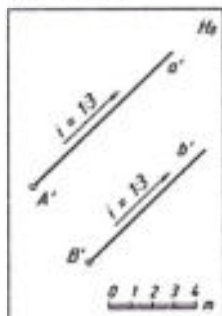
Sonlar bilan belgilangan proektsiyalashda tekisliklar ortogonal proektsiyalarda berilgani kabi H_0 proektsiyalar tekisligidagi bir to'g'ri chiziqli yotmaydigan uch nuqtanng proektsiyalari orqali (26.16-shakl) bir to'g'ri chiziqli yotmaydigan bir nuqtaning proektsiyalari orqali (26.17-shakl); parallel to'g'ri chiziqlarnng proektsiyalari orqali (26.18-shakl), ikki kesishuvchi to'g'ri chiziqlarnng proektsiyalari orqali (26.19-shakl) beriladi.



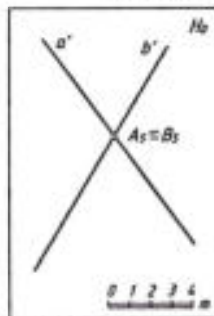
26.16-shakl



26.17-shakl



26.18-shakl



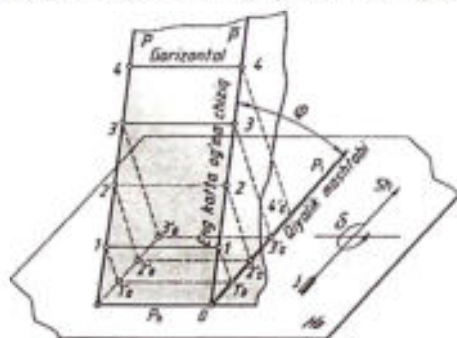
26.19-shakl

H_0 proektsiyalar tekisligi va umumiy vaziyatdagi P tekislik berilgan bo'lsin (26.20-shakl). P va H_0 tekisliklarning kesishish chizig'i $P \cap H_0 = P_H$ tekislikning H_0 tekislikdagi izi bo'ladi.

P tekislikni o'zaro bir birlikka farq qiluvchi gorizontallik bilan kesamiz. Bu tekisliklar P tekislikni o'zaro parallel 11, 22, 33, ... gorizontallar bo'yicha kesadi. P tekislikda yotib P_H to'g'ri chiziqqa yoki 11, 22, 33, ... gorizontallarga perpendikulyar bo'lgan $\bar{P}$ to'g'ri chiziq P tekislikning *eng katta og'ma chizig'i* deyiladi. Uning H_0 tekislikdagi proektsiyasi P_i bo'ladi. P_i to'g'ri chiziq P tekislikning *qiyalik masshtabi* deb Yuritiladi. 1,2,3 ... nuqtalarning proektsiyalari 10,20,30, ... bo'lib, ulardan o'tuvchi $1_01'_0, 2_02'_0, 3_03'_0$... gorizontallar to'g'ri chiziqqa parallel bo'ladi yoki tekislikning qiyalik masshtabi P_i chiziqqa perpendikulyar bo'ladi.

Qo'shni gorizontallar proektsiyalari orasidagi masofa tekislikning intervali bo'ladi. Chizmadai ko'rinishicha tekislikning intervali uning eng katta og'ma to'g'ri chizig'ining intervaliga tengdir.

Tekislikning intervali uning qiyaligining teskari qiymatiga teng. Eng katta og'ma to'g'ri chiziq P bilan qiyalik masshtabi P_i orasidagi φ burchak *tekislikning og'ish burchagi* deb Yuritiladi. Bu burchak P tekislikning H_0 proektsiyalar tekisligi bilan tashkil qilgan burchagi φ bo'ladi. Meridian yo'nalishi bilan tekislik izi P_H yoki tekislik gorizontallari bilan hosil qilgan burchakni tekislikning *yoyilish burchagi* deb Yuritiladi va δ bilan belgilanadi. Yoyilish burchagi *tekislikning gorizont chiziqlarining azimuti* deb ham Yuritiladi. Yoyilish burchagi o'suvchi sonlarga qarab turgan kuzatuvchiga nisbatan chapdan o'ngga yo'nalgan bo'ladi.



26.20-shakl



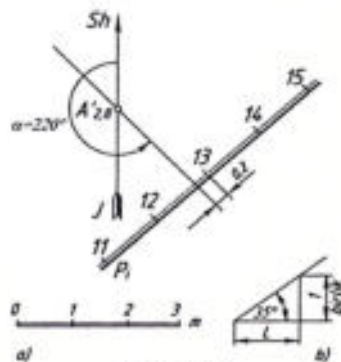
26.21-shakl.

Sonlar bilan belgilangan proektsiyalashda tekisliklarni *qiyalik masshtabi* orqali berish qulayroqdir (26.21-shakl). Tekislikning bundan berilishi uning vaziyatini yaqqol xarakterlaydi va tekislik gorizontallarini chizish uchun ham qulaydir. Tekislikning qiyalik masshtabi boshqa chiziqlardan farq qilish uchun qo'sh chiziqlar yordamida, chiziqlarning birini yo'g'onroq, ikkinchisini ingichka-

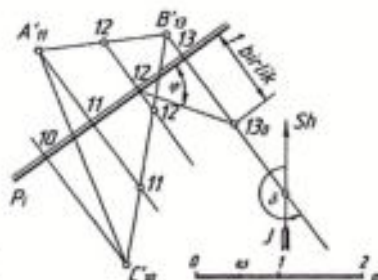
roq qilib chiziladi. 26.22-shaklda $A'_{12,8}$ nuqtadan og'ish burchagi $\varphi = 35^\circ$ va yoyilish burchagi $\delta = 220^\circ$ bo'lgan tekislikni o'tkazish tasvirlangan.

Buning uchun $A'_{12,8}$ nuqtadan Sh—J meridian yo'nalishini o'tkazamiz. So'ngra bu chiziqqa nisbatan $\delta = 220^\circ$ burchak ostida izlanayotgan tekislikning 12,8 son bilan belgilangan gorizontaal chizig'ini o'tkazamiz. Bu gorizontalgaga perpendikulyar bo'lgan P_1 chiziq tekislikning qiyalik masshtabi bo'ladi.

P tekislikning intervalini aniqlash esa 26.22-shakl,b da ko'rsatilgan 26.23-shaklda $A'_{11}, B'_{13}, C'_{10}$ nuqtalar bilan berilgan P tekislikning og'ish va yoyilish burchaklari topilgan. Bunda berilgan nuqtalarni tutashtirib, $A'_{11}B'_{13}C'_{10}$ uchburchak hosil qilinadi. Uning tomonlarini interpolatsiyalab, bir xil son belgisi nuqtalarni tutashtirib, uchburchakning gorizontaal chiziqlari o'tkaziladi. Gorizontaal chiziqlarga nisbatan Sh—J meridianni o'tkazilib, yoyilish burchagi δ aniqlanadi. P tekislikni H_0 proektsiyalar, tekisligiga og'ish burchagi φ ni aniqlash uchun tekislikning P_1 qiyalik masshtabini o'tkazamiz. Uning intervali 10 — 11, 11 — 12 bo'ladi. Ixtiyoriy 13 sonli gorizontalgaga chiziqdan boshlab 1 birlik qo'yiladi. Hosil bo'lgan 130 nuqta bilan yondosh gorizontaalning bilan kesishish nuqtasi (12-nuqta) tutashtiriladi. Hosil bo'lgan φ burchak P va H_0 tekisliklar orasidagi burchak bo'ladi.



26.22-shakl

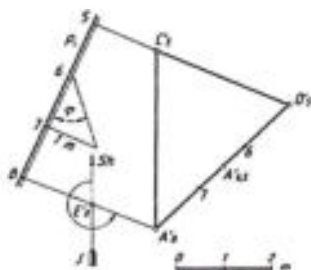


26.23-shakl.

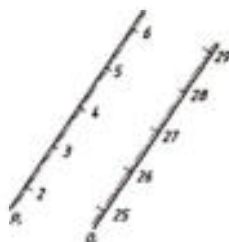
26.24-shaklda $A'_2B'_8C'_5$ uchburchak tekisligi tasvirlangan. Buning H_0 proektsiyalar tekisligiga og'ish burchagi φ ni yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi.

26.9.1. Parallel tekisliklar

Parallel tekisliklarning H_0 proektsiyalar tekisligidagi izlari o'zaro parallel va shuning uchun ularning qiyalik masshtablari va gorizontal chiziqlari ham o'zaro parallel bo'ladi. Bunday tekisliklarning intervallari teng bo'lib, sonli belgilari bir tomonga o'sib yoki kamayib boradi (26.26-shakl).



26.25-shakl



26.26-shakl.

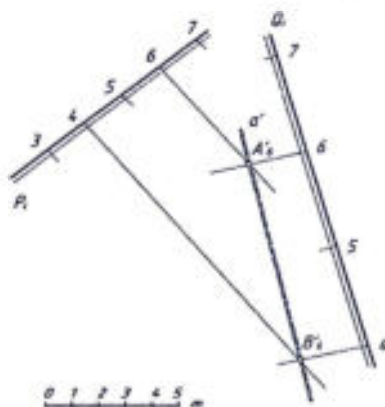
26.9.2. Kesishuvchi tekisliklar

Qiyalik masshtablari parallel bo'lmagan tekisliklar fazoda kesishuvchi bo'ladi. Sonlar bilan belgilangan proektsiyalarda tekisliklarning kesishish chiziqlarini yasash yordamchi kesuvchi tekisliklar o'tkazish usuliga asoslanadi.

Umumiy vaziyatdagi ikki $P(P_i)$ va $Q(Q_i)$ tekisliklarning kesishish chizig'ini yasash algoritmini ko'ramiz (26.27-shakl). H_0 proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan p sonli belgili $|n = 6|$ H_n yordamchi tekislik o'tkaziladi. H_n tekislik bilan P va Q tekisliklar p sonli belgili gorizontalalar bo'yicha kesishadi. Bu gorizontalalarning o'zaro kesishish nuqtasi A'_n (misolda A'_6) bo'lib, u P va Q tekisliklarning umumiy nuqtasidir. Shuningdek H_m ikkinchi yordamchi tekislik o'tkaziladi va ikkinchi umumiy nuqta B'_m (misolda B'_4) topiladi. Topilgan A'_6 va B'_4 umumiy nuqtalar o'zaro tutashtirilganda P va Q tekisliklarning kesishish chizig'i a' hosil bo'ladi.

Ikkinchi yordamchi tekislik o'miga H_0 tekislik olinsa ham bo'ladi. Bunda P va Q tekisliklarning o'miga nol belgili gorizontal chiziqlarning yoki ularning H_0 proektsiyalar tekisligidagi izlarining kesishish nuqtasini umumiy nuqta deb olsa bo'ladi. Ba'zi hollarda, ikki tekislikning kesishish chizig'ini yasashda H_m va H_n kabi yordamchi tekisliklar qo'llanmasdan, ularning bir xil son belgili gorizontal chiziqlaridan xam foydalansa bo'ladi. Shunday qilib, ikki tekislikning kesishish chizig'ini yasash algoritmi quyidagicha bo'ladi.

1. Har ikkala tekislikda bir juft bir xil son belgili gorizontalalar chiqarilib, ularning kesishish nuqtalari topiladi.

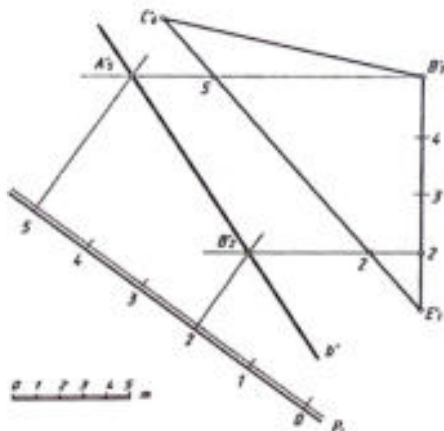


26.27-shakl.

2. Shu tarzda boshqa ikkinchi juft bir xil son belgisi gorizontallar chiqarilib, ularning kesishish nuqtasi belgilanadi.

3. Topilgan nuqtalar o'zaro tutashtirilsa, ikki tekislikning kesishish chizig'i hosil bo'ladi.

26.28-shaklda P_1 qiyalik masshtabi va $C'_6D'_5E'_1$ uchburchak proektsiyasi bilan berilgan tekisliklarning kesishish chizig'i b' ni yasash ko'rsatilgan. Bunda avval $C'_6D'_5E'_1$ uchburchak tekisligining $D'_5E'_1$ tomonini darajalab uning gorizontallari chiziladi. Qolgan yasashlar 26.27-shakidagi algoritmi bilan bajariladi.



26.28-shakl.

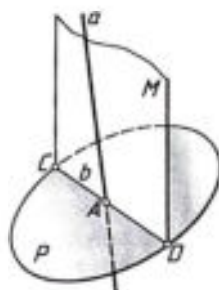
26.10-§. To'g'ri chiziq bilan tekisliklarning kesishishi

Berilgan a to'g'ri chiziq bilan P tekislikning kesishish nuqtasini yasash uchun:

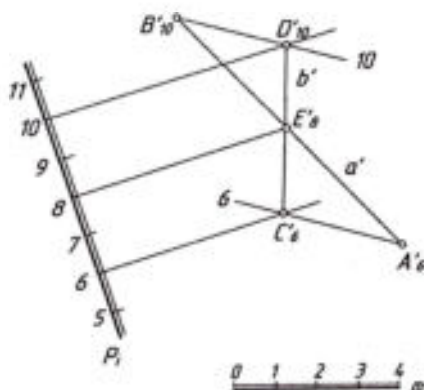
1) berilgan a to'g'ri chiziq orqali M yordamchi tekislik o'tkaziladi (26.29-shakl);

2) yordamchi M tekislik bilan berilgan P tekislikning kesishish chizig'i $b = M \cap P$ yasaladi;

3) b chiziq bilan berilgan a to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi $A = b \cap a$ aniqlanadi. Shu A nuqta izlangan nuqta bo'ladi.



26.29-shakl.



26.30-shakl.

26.30-shaklda P tekislik P_1 qiyalik masshtabi va a to'g'ri chiziq AB kesmasining proektsiyasi $A'_6B'_{10}$ bilan berilgan. P bilan a to'g'ri chiziqlarning

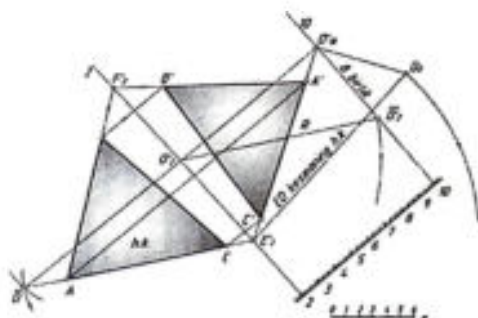
kesishish nuqtasini yasash uchun A'_6 va B'_{10} nuqtalardan ixtiyoriy ikki 6 va 10 sonli gorizontall chiziqlar chiqariladi. Bu gorizontallar ixtiyoriy yordamchi M tekislikning gorizontallaridir. P tekislikning ham 6 va 10 sonli gorizontallari o'tkaziladi, bir xil son belgili gorizontallar kesishib, C'_6 va B'_{10} nuqtalarni hosil qiladi. C'_6 va B'_{10} nuqtalarni tutashtiruvchi b' to'g'ri chiziq bilan berilgan a' to'g'ri chiziq E'_8 nuqtada kesishadi. Bu nuqta P tekislik bilan a to'g'ri chiziqning kesishgan nuqtasi bo'ladi.

26.11-§. Tekis figuralarning haqiqiy kattaliklarini yasash

Sonlar bilan belgilangan proektsiyalash usuli bilan ham tekis figuralarning haqiqiy kattaliklarini osongina aniqlash mumkin. Buning uchun berilgan tekis figurani gorizontall chiziqlarning biri atrofida aylantirib, uni gorizontall vaziyatga keltiriladi. 26.31-shaklda qiyalik masshtabi bilan berilgan ABC uchburchak tasvirlangan. Uchburchakning haqiqiy kattaligini aniqlash uchun, uni masalan, 2 gorizontali atrofida aylantiramiz. Avvalo $C'A'$ tomon davomidagi va 10 gorizontalda yotuvchi D'_{10} nuqtani aylantirishni ko'raylik. Buning uchun D'_{10} nuqta aylanish radiusining haqiqiy uzunligi $O'_2D'_{10}$ ni aniqlaymiz. So'ngra O'_2 aylanish markazi va $O'_2D'_{10}$ radius bilan $D'_{10}O'_2$ chiziq davomida D nuqtaning vaziyati aniqlanadi.

$A'C'$ tomonning aylanish o'qi (2 gorizontall) bilan kesishgan nuqtasi E'_2 ni D nuqtaga tutashtiriladi. Bu chiziq ustida A' va C' nuqtalardan aylanish o'qiga chiqarilgan perpendikulyar yordamida A va C nuqtalar yasaladi. B nuqtani yasash chizmadan tusho'narlidir. Hosil bo'lgan ABC figura proektsiyasi bilan berilgan $A'B'C'$ uchburchakning haqiqiy kattaligi bo'ladi.

26.31-shakldagi D nuqtaning vaziyatini $E'_2D'_{10}$ kesmaning haqiqiy uzunligini aniqlash bilan ham yasash ko'rsatilgan. 26.32-shaklda tekis figuralarning haqiqiy kattaliklarini yasashning yana bir usuli ko'rsatilgan. Bunda proektsiyasi $A'_6B'_4C'_1D'_3$ va qiyalik masshtabi P bilan berilgan tekis figurani H_0 tekisligiga og'ish burchagi φ ni hosil qiluvchi a to'g'ri chiziq yasaladi. Bu to'g'ri chiziqda har bir nuqta aylanish radiusining haqiqiy uzunligi aniqlanadi. O' nuqtani markaz qilib olib, aylanish radiusining haqiqiy uzunligidagi radius bilan har bir nuqta P_i ning H_0 tekisligidagi jipslashgan vaziyatiga keltiriladi. A, B, C, D nuqtalar vaziyatlarini hosil qiluvchi qolgan yasashlar 26.32-shakldan tushunarlidir.

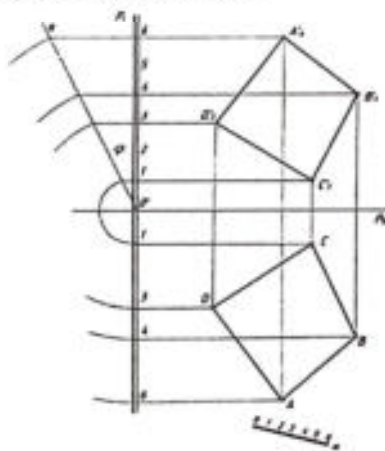


26.31-shakl.

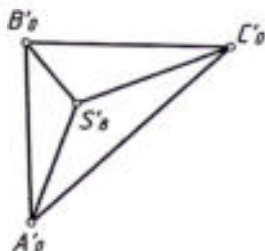
26.12-§. Sirtlarning proektsiyalari

Sonlar bilan belgilangan proektsiyalarda jismlar va sirtlarning H_0 proektsiyalar tekisligidagi proektsiyalari ularning xarakterli nuqtalari yoki chiziqlarining sonli belgilari bilan beriladi. Qirrali sirtlar uchlarining son belgili proektsiyalari bilan, egri chiziqli sirtlar karkaslarining son belgilari beriladi.

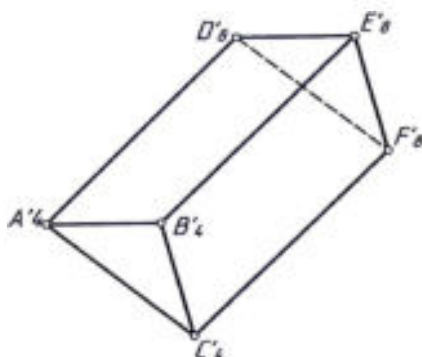
26.33-shaklda asosi H_0 proektsiyalar tekisligida yotgan va balandligi 8 m bo'lgan to'g'ri piramida, 26.34-shaklda asoslaridan biri H_0 proektsiyalar tekisligidan 4 m va ikkinchisi 8 m uzoqlikda turuvchi uchburchakli to'g'ri prizmaning proektsiyasi, 26.35-shaklda uchi H_0 proektsiyalar tekisligidan 8 m uzoqlikda bo'lgan og'ma konusning proektsiyasi uning $H_2, H_4, H_6, \dots$ tekisliklarda yotuvchi gorizontallari orqali, 26.36-shaklda og'ma tsilindr sirtining $H_0, H_1, H_2, \dots$ tekisliklardagi gorizontallari yordamida ko'rsatilgan.



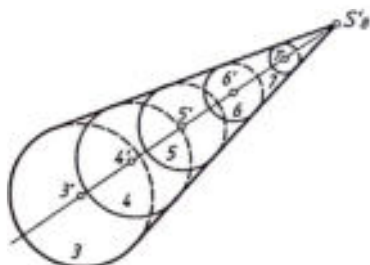
26.32-shakl.



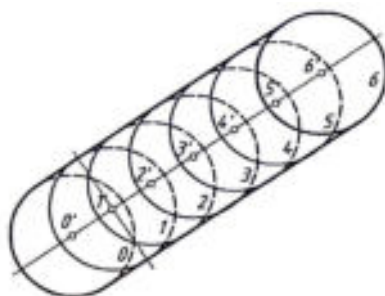
26.33-shakl



26.34-shakl



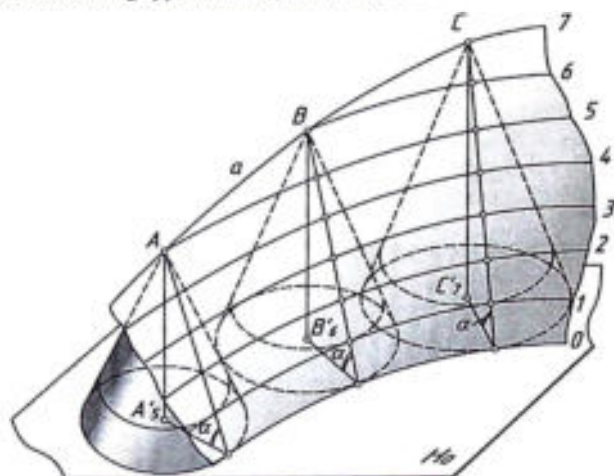
26.35-shakl.



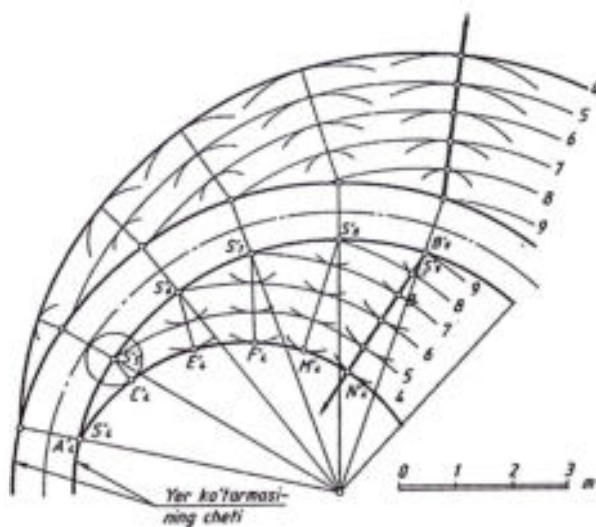
26.36-shakl.

Ba'zi bir sirtlarni tasvirlashda ularning gorizontallari yasash alohida o'rin tutadi. Masalan, uchlari biror fazoviy egri chiziq bo'yicha harakatlanuvchi to'g'ri doiraviy konuslar to'plamining o'ramidan hosil bo'lgan sirtni ko'ramiz. Bu sirt bir xil qiyalikdagi sirt deb Yuritiladi. 26.37-shaklda α fazoviy egri chiziq bo'yicha harakatlanuvchi to'g'ri doiraviy konuslar o'ramidan chiziqli yoyiluvchi sirt hosil bo'ladi. Bu sirt to'g'ri chiziqli yasovchilarining har biri H_0 proektsiyalar tekisligi bilan bir xil α burchakka qiyalashgan bo'ladi. 26.38-shaklda bir xil qiyalikdagi sirtning H_0 proektsiyalar tekisligidagi tasviri keltirilgan. Bunda sirtning har bir gorizontali yasovchi konuslarning bir xil son belgili gorizontallari to'plamlarining o'ramidir. $S'_4, S'_5, S'_6, \dots$ uchli yasovchi konuslarning 4 son belgili gorizontallari to'plamining o'rami, bir xil qiyalikdagi sirtning 4 gori-

zontalini hosil qiladi. Bir xil qiyalikdagi sirtlar avtomobil va temir yo'l ko'tarmasining qiyaliklarini yasashda qo'llaniladi.



26.37-shakl.



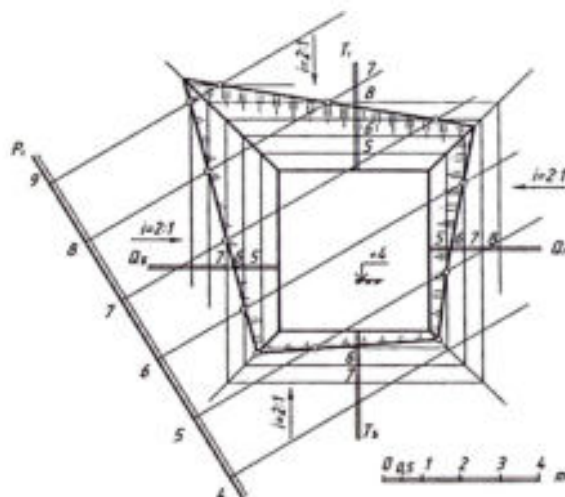
26.38-shakl.

26.13-§. Sirtlarning tekislik bilan kesishishi

Sonlar bilan belgilangan proektsiyalashda tekislik bilan sirtlarni kesishishi boshqa proektsiyalash usullaridagi kabi yordamchi kesuvchi tekisliklardan foydalanib topiladi. Berilgan biror F sirt va P tekislikni H_0 proektsiya tekisligiga parallel bo'lgan tekisliklar bilan kesiladi. Natijada, hosil bo'lgan bir xil son belgisi sirt va tekislik gorizontallarining kesishish nuqtalari izlanayotgan kesishish chizig'ining nuqtalari bo'ladi. Kesishuvchi F sirt va P tekislik o'zlarining gorizontallari bilan berilgan bo'lsa (berilmagan holda ularni o'tkazigi mumkin), ularning bir xil son belgisi gorizontallarining kesishuvidagi nuqtalarni topish orqali ularning kesishish chizig'i vasaladi.

26.39—shaklda ostki asosining son belgisi 4 m va yon yoqlarining qiyaligi $l = 2:1$ bo'lgan kesik piramida ko'rinishidagi inshoot kotlovanining qiyalik mashtabi P_l orqali berilgan P tekislik bilan kesishishi ko'rsatilgan. Kotlovan yon tomonlari T_l , Q_l , va T_{II} , Q_{II} tekisliklarining qiyalik mashtablarini, uning asosini chegaralovchi tomonlari Q_{II} perpendikulyar qilib o'tkazamiz. Bularning intervali

$l = \frac{1}{1} = \frac{1}{2} = 0,5$ m ni aniqlaymiz. Chiziqli masshtabda $l = 0,5$ m miqdorni P_i , Q_i qiyalik masshtablariga qo'yiladi. Hosil bo'lgan 5, 6, 7... nuqtalardan kotlov qiyalik tekisligining gorizontallari o'tkaziladi. P tekislik va kotlovning bir xil son belgisi gorizontallarining kesishish nuqtalarini tutashtirib, ularning kesishish chizig'i yasalanadi. Kotlov nishab tekisliklarining qiyaligi hamma nishablar uchun bir xil, ya'ni $l = 2:1$ bo'lgani uchun ularning kesishish chiziqlari to'rtburchakning burchaklarini bissektirasi bo'ladi.

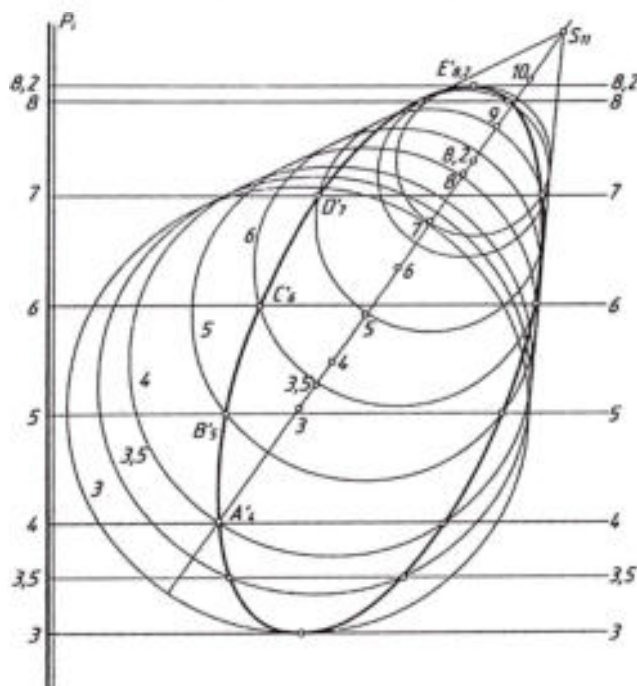


26.39-shakl.

26.40—shaklda H_0 proektsiyalar tekisligiga nisbatan uchi 11 m va asosi 3 m balandlikda bo'lgan og'ma doiraviy konus hamda P_1 qiyalik masshtabi bilan berilgan P tekislikning m' kesishish chizig'ini yasash tasvirlangan. Izlanayotgan m' chiziqni yasash uchun P tekislikning gorizontallari chiqariladi. Konus o'qini darajalab uning 4, 5, 6,... gorizontallari o'tkaziladi. Konus va tekislikning bir xil son belgili gorizontallarining kesishish nuqtalari A'_4, B'_5, C'_6 aniqlanadi. Bu nuqtalarni ravon tutashtirib, tekislik bilan konusning kesishish chizig'i m' — ellips hosil qilinadi. Ellipsning Yuqorigi chegara nuqtasi $E'_{8,2}$ ni yasashda, qo'shimcha 8,2 son belgili bir juft gorizontallar qatnashgan.

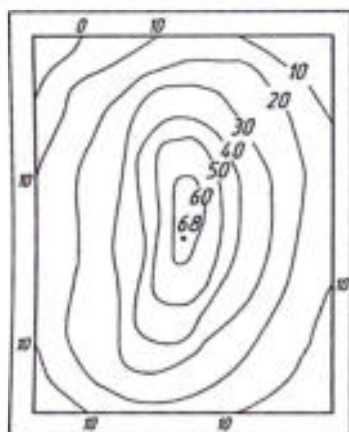
26.14-§. Topografik sirtlarni tasvirlash

Sonlar bilan belgilangan proektsiyalarda egri chiziqli sirtlar o'zlarining asosiy karkaslari bo'lgan gorizontallari bilan beriladi. Egri chiziqli sirtlarning bunday berilishi grafik jihatdan va chizmani o'qish uchun qulaydir. Yer sirti yoki topografik sirt biror matematik qonunga asoslanmagan sirt. Shuning uchun topografik sirtlar qonunsiz sirtlar gruppasiga kiradi.

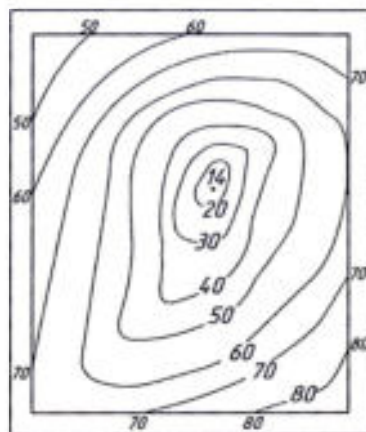


26.40—shakl.

Chizmada ular gorizonttal chiziqlar yordamida tasvirlanadi. Bu gorizonttal chiziqlar — topografik sirtni bir-biriga parallel bo'lgan va oralaridagi masofa bir metrga farq qiladigan gorizonttal tekisliklar bilan kesganda hosil bo'lgan egri chiziqlardir. Chizmada gorizonttal chiziqlar son belgilari teng bo'lgan nuqtalarning proektsiyalarini tutashtiruvchi egri chiziq bo'ladi. Topografik sirtlarni gorizonttallar orqali tasvirlashning boshqa usullari ham mavjud. Ammo topografik sirtlarni gorizonttallar orqali tasvirlash chizmalarni o'qishni osonlashtiradi, turli xildagi injenerlik ishlarini bajarishda qulayroqdir. Gorizonttal chiziqlarning smli belgilariga qarab, chizmalarni o'qish mumkin. Masalan, 26.41—shaklda tepalik va 26.42—shaklda chuqurlik tasvirlangan.



26.41—shakl.



26.42—shakl.

26.15-§. Topografik sirtida nuqtalar va chiziqlar tanlash

26.26.1. Topografik sirt ustidagi nuqtaning balandligini (koordinatasini) aniqlash

Gorizontallari 13, 14, 15,... bilan berilgan topografik sirt, ustida biror A nuqtaning proektsiyasi A' berilgan bo'lsin (26.43—shakl), Berilgan A nuqta 14 va 15 gorizonttallar orasida joylashgandir. Bu nuqtaning balandligini aniqlash uchun quyidagi ketma ketlikda grafik ishlar bajariladi:

1. A' nuqta orqali topografik sirtning 14 va 15 gorizontallarini B'_{15} va C'_{14} nuqtalarida kesuvchi ixtiyoriy to'g'ri chiziq o'tkaziladi.

2. Hosil bo'lgan $B'_{15}C'_{14}$ kesmaning haqiqiy uzunligi $B_0C'_4$ aniqlanadi. Buning uchun 26.4-§ da ko'rsatilganidek, B_{15} nuqtadan $B'_{15}C'_{14}$ kesmaga per-

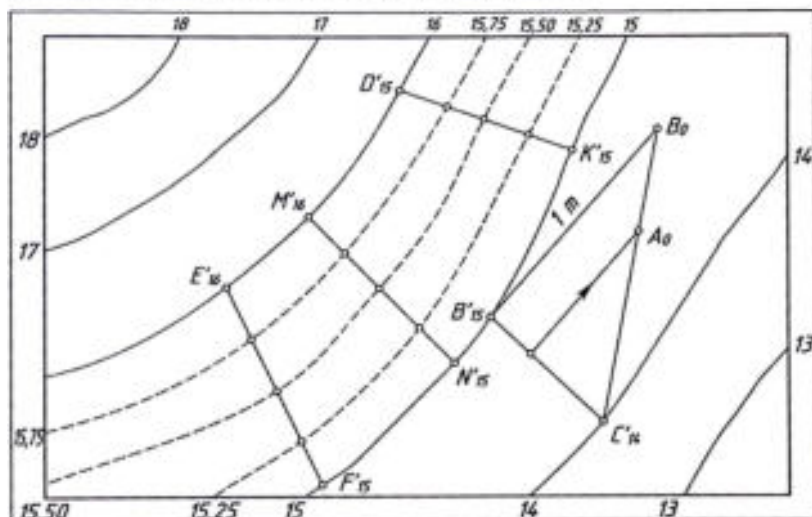
pendikulyar chiqarilib bu perpendikulyarga 1 m (qabul qilingan masshtab bo'yicha) o'lchab qo'yiladi. Hosil bo'lgan B_0 nuqta bilan C'_{14} nuqta tutashtirilgandagi $B_0C'_{14}$ kesma BC kesmaning haqiqiy uzunligi bo'ladi.

3. A'_0 nuqtadan $B'_{15}C'_{14}$ kesmaga perpendikulyar chiqarib, $B_0C'_{14}$ ustida A_0 nuqta hosil qilinadi.

4. A'_0A_0 kesmaning haqiqiy kattaligi (qabul qilingan masshtabga asosan) A nuqtaning balandligi (koordinatasi) bo'ladi.

26.26.2. Topografik sirtning qushimcha gorizontallarini yasash

Injenerlik praktikasida ba'zi bir metrik va pozitsion masalalarni echishda topografik sirtlar ustida qo'shimcha gorizontallar yasashga to'g'ri keladi. Masalan, 26.43-shaklda berilgan sirtning 15:16 gorizontallari orasida uning 15,25; 15,50; 15,75; ... gorizontallarini yasash talab qilinsin. Buning uchun:



26.43-shakl.

1) sirtning 15 va 16 gorizontallarini kesuvchi bir necha ixtiyoriy to'g'ri chiziqlar o'tkaziladi;

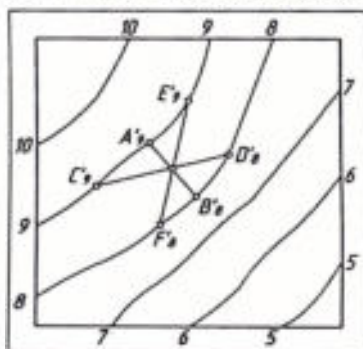
2) xosil bo'lgan $D'_{16}K'_{15}M'_{16}N'_{15}E'_{16}F'_{15}$ kesmalarning har biri, masalan, to'rttadan teng bo'laklarga bo'linadi;

3) hosil bo'lgan nuqtalarning bir xil koordinatalari birlashtirilsa, topografik sirtning 15,25; 15,50; 15,75;... gorizontallari hosil bo'ladi.

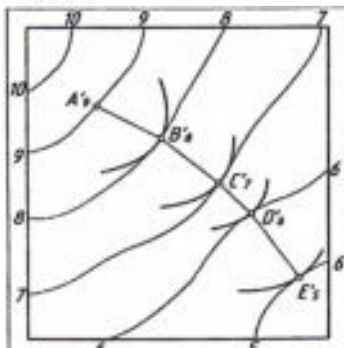
26.16-§. Topografik sirtning xarakterli chiziqlari

26.16.1. Topografik sirtning qiyalik (nishablik) chizig'i

Topografik sirtning gorizontallari orasidagi masofa uzunligi sirtning intervali yoki qo'ymasi bo'ladi. Bu masofa bilan sirtning ma'lum bir joydagi qiyaligini aniqlash mumkin. 26.44-shaklda ko'rsatilgan K' nuqta orqali topografik sirtning qo'shni gorizontallari orasida cheksiz ko'p chiziq kesmalarini o'tkazish mumkin. Bu kesmalarning har biri H_0 proektsiyalar tekisligiga nisbatan turlicha qiyalikda bo'ladi. Yondosh torizontallar orasidagi eng qisqa masofa $A'_9B'_3$ kesma bo'lib, H_0 proektsiyalar tekisligiga eng katta qiyalikda bo'ladi. Shuning uchun bu chiziqni sirtning eng katta og'ma yoki qiyalik (nishab) chizig'i qisqacha EKOCh deb Yuritiladi. Bu chiziqni tushish chizig'i yoki suvning oqish chizig'i ham deb Yuritiladi. EKOCh ning proektsiyasi topografik sirtning gorizontalliga o'tkazilgan urinmaga perpendikulyar bo'ladi. EKOCh ni yasash 26.45-shaklda ko'rsatilgan. Bunda 9 gorizontallning A'_9 nuqtasidan yondosh 8 gorizontalliga urinma yoy o'tkazilib, urinish nuqtasi B'_8 nuqta aniqlangan. So'ngra B'_8 nuqtani markaz qilib olib, qo'shni 7 gorizontalgacha urinma yoy o'tkazilgan hamda C'_7 nuqta aniqlangan va hokazo. A'_9, B'_8, C'_7 nuqtalarni tutashtiruvchi siniq chiziq topografik sirt uchun EKOCh bo'ladi. EKOCh larni bu usulda yasashni sirkul usuli deb Yuritiladi. Bunda urinma yoylar radiuslari o'zgaruvchan bo'ladi.



26.44-shakl.



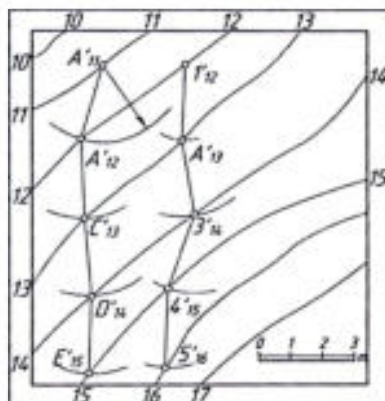
26.45-shakl.

26.16.2. Topografik sirtning berilgan qiyalikdagi chizig'ini yasash

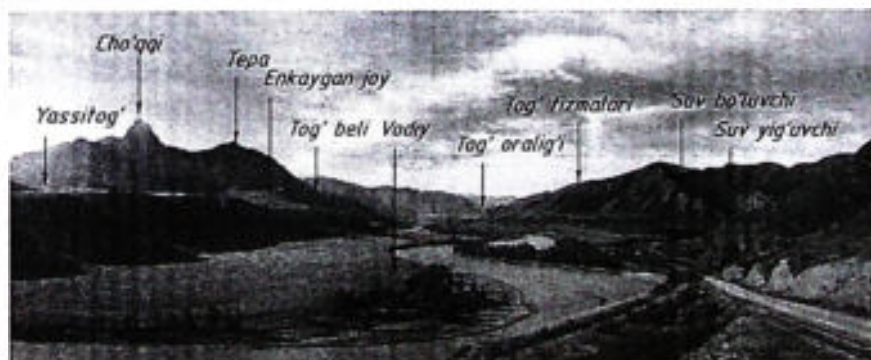
Topografik sirtlarda, turli xil kanallar, yo'llar kabi inshootlar qurish mumkin. Buning uchun inshootlar asosining qiyaligi beriladi. Shu qiyalikda asosan qurilish ishlari bajariladi. Inshoot elementlari bo'lgan geometrik figuralarning berilgan i qiyaligiga asosan uning l intervali aniqlanadi. Yondosh gorizontallar orasidagi kesmalar bir xil uzunlikda (intervalda) bo'ladi.

Topografik sirtning nuqtasidan o'tuvchi va qiyaligi $i = 1:2,5$ bo'lgan

chiziqni yasaymiz. Topografik sirtida berilgan qiyalikdagi chiziqni yasash uchun sirtning ixtiyoriy, masalan, gorizontalidan A'_{11} nuqta tanlanadi (26.46-shakl). Chiziqning intervali $l = 2,5$ m aniqlanib, A'_{11} nuqtadan boshlab yondosh gorizontalda tsirkul yordamida $l = R = 2,5$ m bilan belgi hosil qilinadi. Hosil bo'lgan B'_{12} nuqtadan yana $2,5$ interval bilan belgi hosil qilinib C'_{13} nuqta yasaladi. Shu tarzda qolgan nuqtalar ham yasaladi. Hosil bo'lgan va tomonlari teng bo'lgan $A'_{11}B'_{12}C'_{13} \dots$ siniq chiziq topografik sirtning berilgan qiyalikdagi chizig'i bo'ladi. Bunday chiziqdan sirtida bir nechtasini yasash mumkin. Masalan, $1'_{22}2'_{33}5'_{44}$ siniq chiziqning qiyaligi ham $1:2,5$ dir. Shulardan injenerlik masalalarini hal qilish uchun birgina yo'nalishni tanlash lozim.



26.46-shakl.



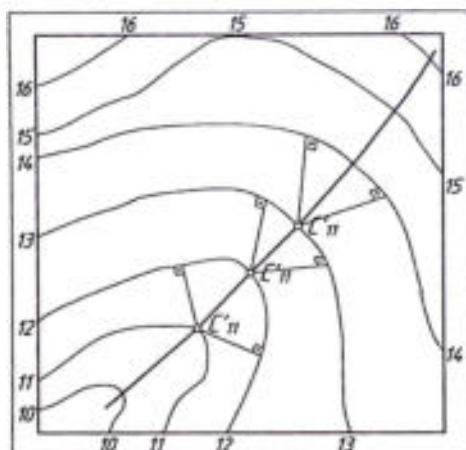
26.47-shakl.

26.16.3. Topografik sirtning suv bo'luvchi va suv yig'uvchi chiziqlari

Topografik sirtida yotuvchi va qor-yomg'ir suvlarini, chegara chiziq singari, har tomonga oqizib yuboruvchi egri chiziq sirtning suv bo'luvchi chizig'i deb yuritiladi (26.47-shakl). Bu chiziqni suv to'planuvchi ikki sirtning chegarasi deb qarash ham mumkin.

Topografik sirtning suv bo'luvchi chizig'i shunday chiziqki, uning har bir nuqtasidan sirtning ikkita eng katta og'ma chizig'ini o'tkazish mumkin. Masalan, 12 gorizontaldagi A'_{12} nuqtadan (26.48-shakl) ikkita EKOCh o'tadi. Topografik sirtning gorizontal chiziqlariga chiqarilgan perpendikulyarlarning kesishuvidan hosil bo'lgan geometrik o'rin sirtning suv bo'luvchi chizig'i deyiladi (26.48-shakl).

Topografik sirtning ikki suv yig'uvchi sirtlari orasidagi chiziq uning suv yig'uvchi chizig'i bo'ladi (26.47-shakl).



26.48-shakl.

Suv yig'uvchi chiziqning har bir nuqtasidan sirtning ikkita EKOCh o'tadi.

Suv yig'uvchi va suv bo'luvchi chiziqlar sirtidagi suv tushuvchi sirtlarning pastki va Yuqorigi chegaralaridir.

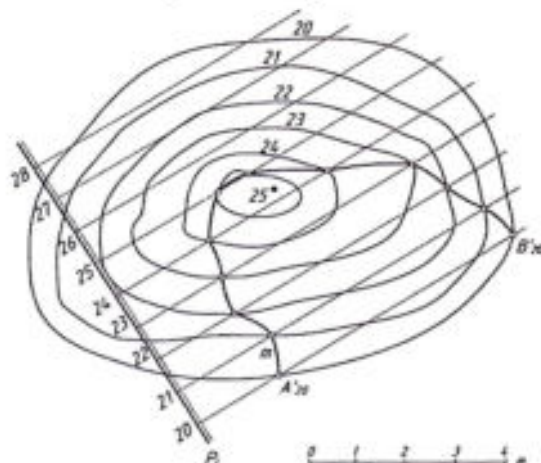
26.17-§. Topografik sirtlar bilan tekisliklarning kesishishi

Topografik sirt bilan biror tekislikning kesishuv chizig'ini yasashda ularning bir xil son belgili gorizontallaridan foydalaniladi. Bunday gorizontallar H_0 proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan birgitsa tekislikda yotadi. Bir xil son belgili gorizontallar kesishish nuqtalarining geometrik o'rni topografik sirt bilan berilgan tekislikning kesishish chizig'i bo'ladi.

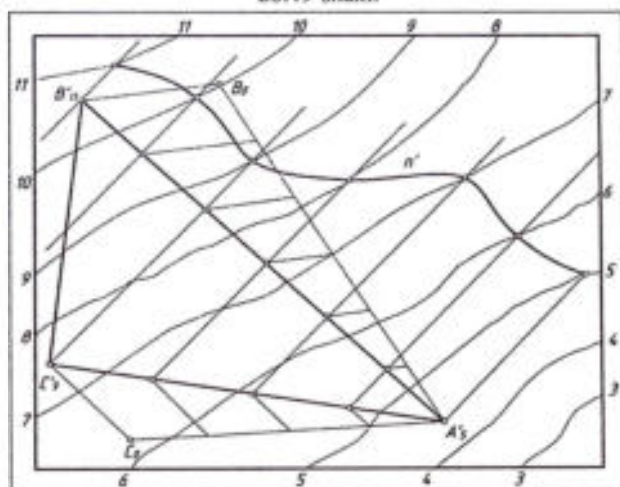
26.49-shaklda P_1 masshtab qiyaligi bilan berilgan P tekislikning topografik

sirt bilan kesishish chizig'i m' yasalgan.

26.50- shaklda $A'_5 B'_{11} C'_9$ uchburchak orqali berilgan tekislikning topo-
grafik sirt bilan kesishish chizig'i n' tasvirlangan.



26.49-shakl.

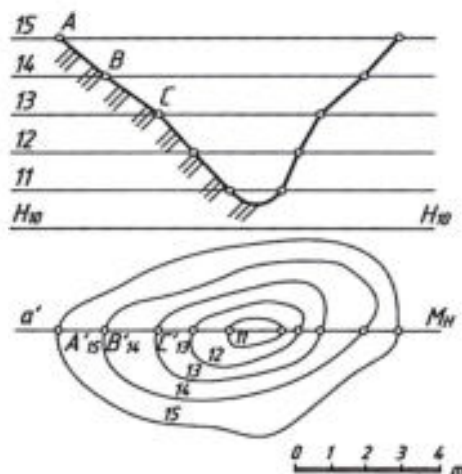


26.50-shakl.

26.18-§. Topografik sirtning profili

Ta'rif. Topografik sirtlarning vertikal kesimi uning profili deb yuritiladi.

Bu injenerlik qurilish ishlarida keng ishlatiladi. Topografik sirtning gorizonttal proektsiyalovchi (vertikal) tekislik bilan kesishishdan hosil bo'lgan kesimi H_0 proektsiyalar tekisligi bilan ustma-ust jipslashtiriladi. Agar kesuvchi tekislik topografik sirtga tanlangan yo'nalishga perpendikulyar bo'lsa, ko'ndalang profil perpendikulyar bo'lmasa, buylama profil deb Yuritiladi. Masalan, kesuvchi tekislik dambaning o'qiga perpendikulyar bo'lganda, kesim dambaning profili deyiladi. Ko'ndalang profililar vositasida jadvallar yordamida hisoblash mumkin bo'lmagan yer ko'tarmalarining hajmlari hisoblanadi.



26.51-shakl.

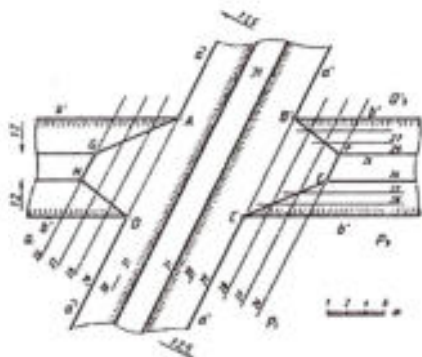
26.51- shaklda berilgan topografik sirtning $a(a')$ chiziq bo'yicha kesilgan profili yasalgan. a' to'g'ri chiziq orqali H_0 proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar qilib, M_N tekislik o'tkazilgan. M_N tekislik topografik sirt gorizontallarini A'_{15} , B'_{14} , C'_{13} nuqtalarda kesadi. Bu nuqtalardan a' to'g'ri chiziqqa nisbatan perpendikulyarlar chiqariladi. Perpendikulyarlarning har biriga H_0 chiziqdan boshlab mos ravishda tanlangan masshtab bo'yicha qiymatlar qo'yiladi. Ammo yasashni osonlashtirish uchun H_{10} chiziq tanlab, undan boshlab 1 m, 2 m, 3 m,... o'lchab qo'yiladi. Hosil bo'lgan A, B, C,... nuqtalar tutashtirilganda berilgan topografik sirtning a chiziq bo'yicha profili hosil bo'ladi.

26.20-§. Sonlar bilan belgilangan proektsiyalar yordamida ba'zi injenerlik masalalarini echish

Er sirtida quriladigan ko'pgina inshootlarning chizmalarini tayyorlashda topografik sirtning xususiyatlari hisobga olinadi. Bunda dambalar, kanallar, temir yo'l ko'tarmalari, avtomobil yo'llari, qurilish maydonchalari va hokazolarni qurishda yer qazish ishlarini bajarish chegaralari aniqlanadi. Shuning uchun quyida sonlar bilan belgilangan iroektsiyalar usuli yordamida bajariladigan ko'p sonli injenerlik masalalaridan ba'zi birlarini keltiramiz.

26.20.1. Inshoot yon-bag'ir tekisliklarini o'zaro kesishishi

26.55-shaklda ikki uchrashmas o'qli gorizontall yo'l yon-bag'ir tekisliklarining kesishishi tasvirlangan. Bu yo'llardan birining son belgisi 31 m, ikkinchis-iniki 26 m yo'llar atrofidagi maydon tekis gorizontall sonli belgisi 29 m bo'lsin. Chuqurlik va ko'tarma yon-bag'ir tekisliklarining qiyaligi 1:1,5 va 1:2 bo'lsin. 31 m son belgili yo'l, 29 tekis yerga nisbatan Yuqorida, ya'ni 2 m ko'tarmada, 26 m son belgili yo'l undan pastda 3 m chuqurlikda joylashadi. Yo'llarning chetki chiziqlarini ularning yon-bag'ir tekisliklarining 31 va 26 — gorizontallari sifatida qabul qilib, P_1 , Q_1 va P_{11} , Q_{11} qiyalik masshtablari o'tkaziladi. P va Q tekisliklarning $l = \frac{1}{1} = \frac{1}{1:2} = 2$ m intervali aniqlanadi. P_{11} va Q_{11} tekisliklarning gorizontallari orasidagi masofa $l = \frac{1}{1:1,5} = 1,5$ m topiladi. 2 m va 1,5 m masofalarda (chiziqli masshtab bo'yicha) har ikkala yo'lning gorizontall chiziqlari o'tkaziladi. Avvalo 29 gorizontallarning kesishuvidagi A, B, C va D nuqtalar topiladi. So'ngra 26 gorizontallarning kesishuvidagi E, F, G va H nuqtalar aniqlanadi. Natijada BF, EC, AG va HD kesmalar ko'tarma yo'l yonbag'rining pastdagi (26 son belgili) yo'l yon-bag'irlari bilan kesishgan chiziqlari va 31 m son belgili yo'lning tekis yer bilan kesishgan $a', \bar{a}'$ chiziqlari hamda 26 m son belgili yo'lning tekis yer bilan kesishuvidan b' va $\bar{b}'$ chiziqlar hosil bo'ladi.



26.55-shakl.

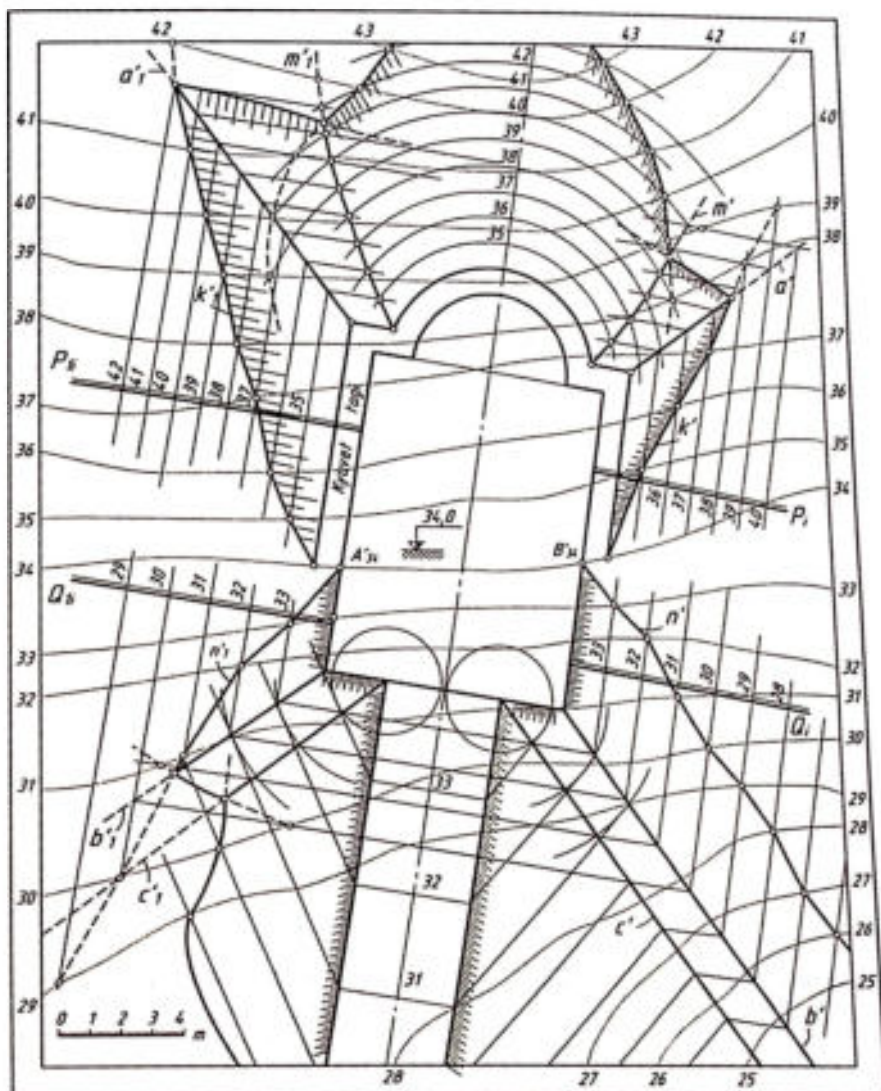
masshtabi chiziqlari chiziladi. Bu chiziqlarga mos ravishda chiziqli masshtab bo'yicha 1 m va 1,5 m intervallari qo'yilib P_i, P_{1i} da 35, 36, 37, ... va Q_i, Q_{1i} da 33, 32, 31, ... yon-bag'irlarning gorizontallari o'tkaziladi. Maydonchaning janubiy chetki chegara chizig'idan chiziqli masshtab bo'yicha apparel o'qiga 3 m qiymatni qo'yib, uning 33, 32, 31, ... gorizontallari yasaladi.

Apparel yon-bag'irlarining 33, 32, 31, ... gorizontallari 26.38-shakldagidek, qiyaligi bir xil bo'lgan yoyiladigan chiziqli sirtning gorizontallari singari yasaladi. Bunda yordamchi konuslarning gorizontallariga apparelning shu son belgili gorizontallarining chetki xarakterli nuqtalaridan urinmalar o'tkazib, apparel yon-bag'irlarining gorizontallari o'tkaziladi.

Qor-yomg'ir suvlari chiqariladigan ariqchalar yasash uchun, maydonchaning tuproq qaziladigan joyidan eni $l_k=1$ m ga teng bo'lgan chuqur qazib joylashtiriladi. Topografik sirt va maydoncha yon-bag'irlarining bir xil son belgili gorizontallarining o'zaro kesishish nuqtalarining geometrik o'mi qurilish maydonchasidagi yer qazish ishlarining chegarasini belgilaydi.

n' va n'_1 egri chiziqlar Q_i va Q_{1i} tekisliklarning maydoncha joylashgan sirt bilan kesishish chiziqlari K' va K'_1 egri chiziqlar yer sirti bilan P_i va P_{1i} tekisliklarning kesishish chiziqlaridir. Maydonchaning shimol tomonida yarim aylana tasvirlangan, u doiraviy og'ma kesik konusning ustki asosi bo'lib, uning kontsentrik 35, 36, 37, ... gorizontallari (karkaslari) orasidagi masofa ham 1 m bo'ladi. m' va m'_1 egri chiziqlar og'ma konusning chap va o'ng tomonlaridagi maydoncha yon-bag'ir tekisliklarining kesishish chiziqlari bo'ladi.

Qo'shni yon-bag'ir tekisliklarning o'zaro kesishuvdagi a', a'_1 va b', b'_1 chiziqlar maydonchaning to'g'ri burchaklarini bissektisarlari singari va c' va c'_1 to'g'ri chiziqlar yondosh qiyalik tekisliklarning bir xil son belgili gorizontallarining kesishish nuqtasidan topiladi.

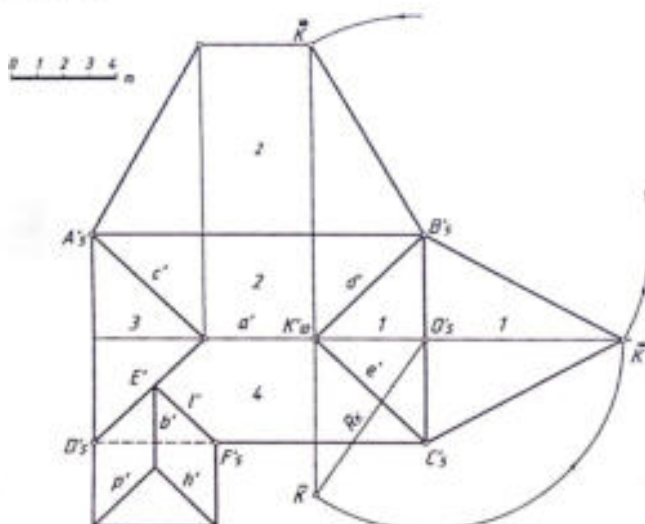


26.57-shakl.

26.20.5. Uy tomining planini chizish

Karnizlarning son belgilari bir xil bo'lgan va nishablari gorizont tekislik bilan bir xil burchak tashkil qilgan tomining planini chizamiz (26.59-shakl). $A'_5B'_5, B'_5C'_5, \dots$ karnizlar tom nishablarining gorizontallari bo'ladi. Ularning

hammasi son belgisi 5 bo'lgan H_5 gorizont tekislikda joylashgan. Yondosh nishablarning o'zaro kesishish chiziqlari c', d', e', f' lar gorizontallarining kesishuvidan hosil bo'lgan burchagining bissektrisasi bo'ladi. Masalan, 1 va 2 nishablarning kesishish chizig'i B' nuqtadan o'tkazilgan d' bissektrisa bo'ladi, 2 va 3 nishablarning kesishish chizig'i $A'5$ nuqtadagi to'g'ri burchakning C' bissektrisasi. Xuddi shu singari, qolgan nishablarning kesishish chiziqlari ham aniqlanadi. 26.59-shaklda tomoning o'rkachlari planning o'rta chiziqlari a' va b' bo'ladi. 26.59-shaklda 1 va 2 nishablarning haqiqiy kattaligini yasash ko'rsatilgan. Buning uchun K'_{10} nuqtaning aylanish radiusi $O'_5K'_{10}$ kesmaning haqiqiy uzunligi topilgan va K'_{10} nuqtani H_5 tekislikka jipslashtirish uchun K nuqtani aylantirib, K holatiga keltirilgan. So'ngra K nuqta bilan B'_5 va C'_5 nuqtalar tutashirilgan. 2 nishabning haqiqiy qattaligini yasashda $B'_5K'_{10}$ kesma 1 va 2 nishablarning kesishish chizig'i ekanligidan foydalanamiz. B'_5 nuqtani markaz qilib olib, B'_5K radius bilan $K'_{10}K$ kesmaning teskari davomida K nuqta hosil qilamiz. Qolgan yasashlar chizmadan tushunarlidir.

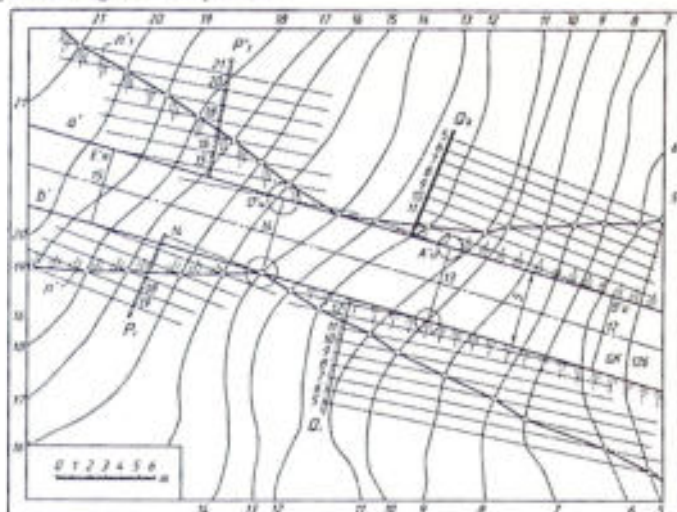


26.59-shakl

26.20.6. Temir yo'l ko'tarmasini qurishdagi yer qazish ishlarining chegarasini aniqlash

26.60-shakldagi topografik sirtida temir yo'l ko'tarmasi o'qining vaziyati, ko'tarma ustining qiyaligi $i = 1:10$ va kengligi 5 m berilgan. Tuproq to'kilgan joy (ko'tarma) qiyaligi $i_T = 5:4$. Tuproq qaziladigan joy (chuqurtlik) qiyaligi $i_K = 1:1$ berilgan. 126 piketdagi nuqtalarning son belgilari 12 m. Yer qazish ishla-

rini bajarish chegarasi aniqlansin.



26.60-shakl.

1. Ko'tarma o'qiga parallel qilib, chiziqli masshtab bo'yicha orasi 5 m bo'lgan a' va b' parallel chiziqlar chiqariladi.

2. Temir yo'l ko'tarmasining intervali $I_T = \frac{1}{1:10} = 10$ m aniqlanib, ko'tarmaning chetki a' chizig'ida B'_{12} nuqtadan boshlab $A'_{13}, D'_{14}, E'_{15}$ nuqtalari hosil qilinadi.

3. To'proq to'kiladigan joy intervali $I_K = \frac{1}{5:4} = 0,8$ m aniqlanib, Q_i va Q_{11} tekisliklarning gorizontallari yasiladi. Q_i va Q_{11} tekisliklar bilan topografik sirtning bir xil son belgili gorizontallarining kesishuvidan m' va m'_1 chiziqlar yasiladi.

4. Tuproq qaziladigan joy intervali $I_K = \frac{1}{1:1} = 1$ m aniqlanib, P_t va P_n tekisliklarning gorizontallari yasiladi. So'ngra bu tekisliklar bilan topografik sirtning kesishuvidan hosil bo'lgan n' va n'_1 chiziqlar yasiladi.

Shunday qilib, Yuqorida parametrlari keltirilgan temir yo'l ko'tarmasini qurishdagi yer qazish ishlarini bajarish chegarasi $m_1 m'_1$ va $n_1 n'_1$ chiziqlar bo'ladi.

Nazorat savollari

1. Proektsiyalarning sonlar bilan berilishining mohiyati nimadan iborat?
2. Topografik sirtning gorizontallari nimani anglatadi?

Perspektiva fanining qisqacha tarixiy taraqqiyot yo'li

Sharq miniatyura asarlarida perspektivaga amal qilinmagan. Ularda yaqindagi narsalar qog'ozning pastrog'ida, uzoqdagi narsalar esa yuqori qismida, lekin bir xil kattalikda tasvirlangan.

Yevropaning XIII asrdagi olimlaridan Bekon, Vitelo va Pekamlar optika bilan bevosita shug'ullanganlar. Rodjer Bekon (1214–1292) ko'zoynaklar nazariyasini ishlab chiqdi. Polyak me'mori Vitelo (1225–1280) optikaga oid o'nta kitobini "Perspektiva" deb atadi.

Perspektivaning shakllanishi uchun eramizdan bir necha yil avval yashagan ba'zi qomusiy olimlar o'zlarining fikrlari bilan xizmat qilgan. Bularga Eksila (eramizdan 525–456 yil avval), Anaksagora (eramizdan 500 yil avval), Demokrit (eramizdan 460–370 yil avval), Eliodor Larnesskiy (eramizdan 400 yil avval) va boshqalarni misol tariqasida keltirib o'tishimiz mumkin.

Eliodor Larnesskiy kuzatish perspektivasi bo'yicha dastlabki ma'lumotlarni ko'rsatib bergan. Evklid esa kuzatish perspektivasi qonunlari, turli sirtlardan tashkil topgan ko'zgulardan qaytuvchi nurlar nazariyasini yaratgan va ularni umumlashtirib, 'Optika' deb ataluvchi kitobini yozgan.

Italiyalik olim, rassom va haykaltarosh Leon Battista Alberti (1404–1472)ning 'Rassomlik haqida' va 'Me'morchilik haqida' kabi kitoblari perspektivaga oid yaratilgan ilk salmoqli adabiyot sifatida yuqori bahoga munosibdir.

Yana bir italiyalik rassom Pero della Franchesko (1416–1496) ham 'Rassomlikda qo'llaniladigan perspektiva haqida' nomli kitob yozib qoldirgan.

Uyg'onish davrining yorqin namoyondasi hisoblanmish Leonardo da Vinci (1452–1519) perspektivaga oid shakllangan barcha ma'lumotlarni o'zlashtirgan holda o'zining ham noyob, o'ta yangi g'oyalari bilan uni rivojlantirdi. U chiziqli va havoii perspektivalarga oid dastlabki qonuniyatlarni ko'rsatib berdi hamda kuzatuvchiga nisbatan obyekt qirralarining uzoqlashishi ularni xiralashib ko'rinishiga sabab bo'lishini aniqladi. Bu buyuk siymo o'z asarlarining birida 'Perspektiva tasviriy san'atning rulidir' deb yozgan edi.

Italiyaning yana bir olimi Gvido Ubaldi del Monte (1545–1607) 'Perspektivadan oltita kitob' nomli asarini 1600-yilda yozgan. Gvido Ubaldi o'z asarlarida silindr, konus, sfera sirtlarida tasvirlar yasash qoidalarini ko'rsatib berdi. Shuningdek, tekis shakllarning perspektivasini qurish va shu perspektiv tasvirga ko'ra shakllarning haqiqiy kattaliklarini aniqlash kabi masalalarni ham hal qilgan.

Yana bir italiyalik me'mor va rassom, dekorator Andrea del Patso Ubaldining (1642–1709) ishini davom ettirdi va turli-tuman ilmiy g'oyalari bilan uni boyitdi. U silindr sirtli shiftga shakl ishlagan bo'lib, uni kuzatuvchi maxsus belgilangan bitta joydagi nuqtadan kuzatishi maqsadga muvofiq bo'ladi. Ana shu nuqtadan kuzatgandagina sirt ichidagi manzara o'ta jozibali ko'rinadi. Boshqa nuqtalardan kuzatilganda esa asardan olinadigan zavq kuchi kamayadi. Demak,

Andrea Patso turli sirtlarda perspektiv tasvir yasash bilan shug'ullangan va kuzatish nuqtasi o'rini maqsadga muvofiq tanlashni ko'rsatib bergan. Uning "Nafis san'atchilar va me'morchilik perspektivasi" asari 1693 yil Rimda nashr qilingan bo'lib, unda perspektivaning barcha turlariga oid yakuniy xulosalar berilgan. Asarda chiziqlardan kamroq foydalanish orqali ham tuzilishi murakkab bo'lgan obyektlarning perspektivasini qurish qoidalari tavsiya sifatida ko'rsatib o'tilgan.

Bunday mazmundagi faoliyat bilan Paolo Uchchelo di Dino (1397–1475), Petro Perujino (1446–1523), Albrect Dyurer (1471–1528), Vinola (157–1578) va Yan Fridman Friz (XV–XVI asrda) lar shug'ullanganlar hamda o'z asarlarida o'ziga xos g'oyalarni qoldirganlar.

Buyuk nemis olimi, matematik, o'ymakor va rassom Albrect Dyurer (1471–1528) o'zining 1523 yilda nashr qilingan "Sirkul va qoidalar bilan o'rganish uchun ko'rsatmalar" risolasida tekislikda perspektiv tasvirlarni yasash uchun obyektning ortogonal proyeksiyasidan foydalanish usulini ishlab chiqqan. Dyurer radial (nurlar izi) usuliga asos solgan va birinchi bo'lib perspektiva apparatidagi ko'rish nuqtasining qo'zg'almas ekanligini isbotlagan.

Uyg'onish davrining buyuk siymolaridan Bramante (1444–1514), Mikelandjelo Buanarroti (1475–1561), Rafael Santi (1483–1520)lar chiziqli, panoramali, qubbali perspektivalar bilan shug'ullanganlar va uni rivojlantirganlar.

Fransiyalik matematik va me'mor Jirar Dezargning (1593–1662) "Narsalami perspektivada tasvirlashning umumiy usuli" asari 1636 yilda nashr qilingan bo'lib, unda perspektiv tasvirni koordinatalar usulida bajarish to'g'risidagi ma'lumot o'rin olgan. Olimning 1638 yilda chop etilgan "Konusning tekislik bilan uchrashgan paytida sodir bo'luvchi hodisalarga oid yondashishlarning qoralamasi" nomli kitobi anchagina mashhurlikka ega. Dezarg kashf etgan yangi qoidalari uni proyektiv geometriya asoschisi ekanligini ham ko'rsatib beradi.

Chiziqli perspektivada soylar yasash nazariyasini to'la yoritgan va perspektiv tasvir yasashda qo'llaniladigan mexanik asbob *perspektografni* yaratgan shaxs golland matematigi Gravezandt hisoblanadi.

Fransuz matematigi va injeneri Gaspar Monj (1746–1818) chizma geometriya faniga asos solib, uni ilmiy jihatdan fan darajasiga ko'tara oldi. Monjning noyob asari hisoblanmish "Geometrie descriptive" asari 1798 yilda nashr etildi va u hozirgi kungacha o'z qiymatini yo'qotmagan.

Gaspar Monjning bu kitobida faqat ortogonal proyeksiyalar jami 49ta shaklda bayon qilingan bo'lib, koordinatalar va uchinchi profil proyeksiyalar tekisligi haqida fikr yuritilmagan edi. Kitobning ikkinchi qismida soylar nazariyasi va perspektiva G.Monj va M.Brisson tomonidan hamkorlikda yozilgan edi³.

Chizma geometriya tez sur'atda rivojlanib, perspektivaning yangi bo'limlari aerofotoperspektiva, kinoperspektiva, stereoperspektiva va boshqalar shakllandi. Angliyalik fizik olim Charlz Uitson *stereoskop* deb nomlangan moslamani 1838

³ Horunov R. Chizma geometriya kursi. –T.: "O'qituvchi", 4-nashri, 1997.

yili yaratdi.

XVII—XVIII asrlardagi rus rassomlari perspektiva nazariyasini yaxshi o'zlashtirib, undan samarali foydalandilar. Rassomlar Akademiyasining birinchi rus professori A.P. Losenko (1737—1773) o'z o'quvchilaridan odam anatomiyasi va perspektivani bilishni talab qilgan.

Taniqli rus rassomi A.G. Venetsianov (1780—1847) ilmiy bilimsiz va perspektiva qonuniyatlarisiz rassom arzigulik biror asar yarata olmasligini ta'kidlagan.

Rus pedagog-rassomi N.N.Ge (1831—1894) perspektivani shakldan ajratish mumkin emasligini, uni har bir rassom bilishi shartligi, shaklni avval chizib, keyin uni perspektiva qoidasi bilan to'g'rilash kabi teskari ish qilmaslik kerakligi va perspektiva rassomlar ishida yo'ldi ulduz bo'lishini yozib qoldirgan.

XIX asrda Rossiyaning texnika oliy o'quv yurtlariga "Chizma geometriya" mustaqil fan sifatida kiritildi va perspektiva rassomlikka oid o'quv yurtlarida maxsus fan sifatida o'qitila boshlandi.

Chizma geometriya bo'yicha birinchi rus professori va bu fanning Rossiya'dagi asoschisi Y.A.Sevast'yanovning (1796—1849) "Chizma geometriya asoslari" nomli darsligi 1821 yilda nashrdan chiqarildi. Shuningdek, u chiziqli perspektiva, ortogonal va aksometrik proyeksiyalarda soyalar nazariyasiga oid ishlar bilan ham shug'ullangan va kitoblar yozgan.

Chizma geometriya bo'yicha klassik o'quv adabiyotlari yaratishda geometriya olimlari V.I.Kurdyumov (1853—1904) va N.I.Makarovlar (1821—1904) katta xizmat qilishgan. V.I.Kurdyumov aksometrik proyeksiyalar nazariyasini yaratgan va uni "Parallel perspektiva" deb atagan.

Professor N.A. Rinin (1887—1943) o'zining "Tasvirlash usullari" (1916), "Perspektiva" (1918), "Chiziqli perspektiva elementlari" (1933), "Kinoperspektiva" (1939) nomli kitoblarida perspektivaning barcha bo'limlarini to'la yoritib berdi. Uning "Perspektiva" kitobi hozirgi kungacha rassomlar uchun eng qadrlil adabiyot hisoblanadi.

Shuningdek, ko'pgina olimlar ham yozgan asarlari bilan perspektiva fani rivojiga o'z ulushlarini qo'shganlar. Masalan, D.I. Kargin (1880—1949), A.I. Dobryakov (1895—1947), professor N.N. Chernetsov "Perspektiva" (1927), N.I. Chechelov "Perspektiva" (1933), I.P. Mashkov "Tekislikda chiziqli perspektiva" (1935), M.V. Fedorov "Shakl va perspektiva" (1960), A.G.Klimuxin "Perspektiva va soyalar" (1967), A.P. Barishnikov "Perspektiva" (1955), V.E. Peterson "Perspektiva" (1970), G.A. Vladimirskiy "Perspektiva" (1952), S.A. Solov'ov "Perspektiva" (1981) va boshqalarni misol tariqasida keltirish mumkin.

IX—XI asrlarda yashagan O'rta Osiyoning buyuk allomalari, qomusiy olimlari Muhammad al-Xorazmiy (783—850), Abu Nasr Farobiy (873—950), Ahmad Farg'oniy (IX asrda yashagan), Abu Rayhon Beruniy (973—1048), Abu Ali ibn Sino (980—1037) va boshqalarning "Geometriya" va "Astronomiya" asarlarida ayrim tasvirlash usullari keltirilgan. Bular haqida chuqur izlanishlar olib borib, keyinchalik kitobxonlarga tavsila etilishi mumkin.

Amir Temur (1336–1405) va temuriylar davrida hamda undan oldin O'rtasiyo hududi va Hindistonda muhtasham binolar, masjid va madrasalar qad ko'tardi. Ilm-ma'rifat, me'morchilik, hunarmandchilik bilan bir qatorda grafika, naqqoshlik ham keskin rivojlandi. Bu davr "Uyg'onish davri" deb yuritilib, barpo etilgan binolar albatta, aniq chizmalar asosida qurilgan. Bajarilgan chizmalar esa maxsus chizmachilik asboblari yordamida bajarilganligi haqida ko'pgina ma'lumotlar bor. Bular va shu davrdagi tasvirlash usullari haqida to'liqroq ma'lumotlar yig'ib, ularni bir tizimga solish mumkin.

O'zbekistonda chizma geometriya fani o'tgan asrning 30-yillaridan boshlab o'qitila boshlandi. Hozirgi kungacha mahalliy va milliy olimlar yetishib chiqdi. Ko'plab ilmiy tadqiqot ishlari qilindi, o'quv adabiyotlari yaratildi.

O'zbekistonda "Chizma geometriya" fani pedagoglaridan birinchi bo'lib Rahim Xorunov (1911–1992) Chizma geometriyadan "Parallel proyeksiyalashda yaqqol tasvirlar yasashning ba'zi bir masalalari" mavzusida 1953 yili Leningradda nomzodlik dissertatsiyasini himoya qiladi va Toshkent Temir yo'llar transporti institutida kafedra mudiri (1953–1983) bo'lib ishlab, keyinchalik ilmiy maktab – aspirantura tashkil qildi va bir necha fan nomzodlarini tayyorladi.

R.Xorunov tomonidan 1961 yilda o'zbek tilida "Chizma geometriya kursi"dan kichik hajmdagi darslik chop etildi. Bu darslikning yaratilishi bilan chizma geometriya fani atamashunoslik tizimining o'zbek tilidagi varianti majmuasi hosil qilindi. 1964 yilda darslikning ikkinchi nashri chop etildi. Bunda muallif chizma geometriya fani namunaviy dasturida belgilangan barcha boblarini kiritib, kitobni Oliy texnika o'quv yurtlarining qurilish va arxitektura mutaxassislari uchun mo'ljallab tayyorladi. Fan atamalari, darslik va adabiy tili uslubiy tomondan yanada takomillashtirildi.

1961, 1966, 1971 yillarda R.Xorunov rahbarligida "Chizma geometriya va muhandislik grafikasining nazariy va amaliy masalalari" bo'yicha Toshkentda Butunjahon konferensiyalari o'tkazilib, unda sobiq ittifoqning barcha Respublikalaridan olimlar o'z mavzulari bilan qatnashdilar. Konferensiya materiallari ilmiy to'plamlar ko'rinishida chop etilib, fanni Respublikada rivojlanishiga salmoqli hissa qo'shildi. 1966 yilda R.Xorunovga professorlik unvoni berildi, shuningdek, davlat tilida darslik va o'quv qo'llanmalar yaratgani va yuqori malakali ilmiy pedagogik xodimlar va ko'p sonli injenerlar tayyorlagani uchun 1981 yil O'zbekiston Respublikasida xizmat ko'rsatgan fan arbobi unvoni bilan taqdirlandi.

Yusuf Qirg'izboyev (1912–1995) Toshkent to'qimachilik va yengil sanoat institutida 1951–1978 yillarda kafedra mudiri bo'lib faol ishladi. 1958 yili birinchi marta uning o'zbek tilida mexanika ixtisosliklari uchun "Chizma geometriya" darsligi chop etildi. Darslikdagi ayrim chizmalarning berilishi o'zining uslubiy tomonlariga ko'ra boshqa adabiyotlardan farq qiladi. Y. Qirg'izboyevning kitobida tasvirlash usullaridagi o'zbek tilida birinchi marta ishlatiladigan atamalar tizimi yaratildi. U Nizomiy nomidagi Toshkent Davlat pedagogika universitetidagi "Chizma geometriya, chizmachilik va uni o'qitish metodikasi" kafedrasining

asoschisi sifatida esga olinadi. Shu kafedrani pedagog kadrlar bilan ta'minlashda arzigulik shogirdlar tayyorlagan. O'zbek tilida chizma geometriya fanidan birinchi o'quv adabiyotlari yaratgani uchun 1961 yilda Y.Qirg'izboyevga dotsentlik unvoni berilgan.

1963-yildan boshlab Respublikamiz pedagoglaridan Sh.K.Murodov birinchi bo'lib Kiyevdagi professor S.M.Kolotov ilmiy maktabiga aspranturaga o'qishga kirishi tufayli Ukraina olimlari bilan ilmiy bog'lanishlar paydo bo'ldi. Kiyev ilmiy maktabining hozirgi rahbari Ukrainada xizmat ko'rsatgan fan arbobi, texnika fanlari doktori, professor V.E.Mixaylenkoning 1968 yilda Buxoro va Samarqand Oliy o'quv yurtlariga kelib ma'ruzalar o'qishi va undan keyingi yillarda Toshkent, Samarqand, Buxoro, Urganch, Qo'qon, Chimkent va Jambul shaharlari-ga bir necha bor kelishi va har kelganida ilmiy seminarlar o'tkazib, izlanuvchi va aspirantlar tanlanishi O'zbekiston va qo'shni respublikalarda fanni rivojlanishiga asosiy sabablardan biri bo'ldi. Natijada Respublikamizda mavjud 25 fan nomzodlaridan 23 tasi shu ilmiy maktabda dissertatsiya himoya qilganlar va ulardan 3 tasi professor va bittasi fan doktori bo'ldilar⁶.

Perspektiva bo'yicha birinchi bo'lib dotsent Ikromjon Rahmonov 1973 va 1993 (ikkinchi to'ldirilgan nashri) yillarda "Perspektiva" nomli o'quv qo'llanmani, 1984-yili "Chizma geometriya kursi" darsligini yaratdi.

Professor Shmidt Karimovich Murodov boshchiligidagi bir guruh olimlar tomonidan yozilgan "Chizma geometriya kursi" nomli 1988 yili, 2006 va 2008 (rangli) yillari esa "Chizma geometriya" darsliklari nashr etildi. Ushbu darslik O'zbekistonda chizma geometriya bo'yicha yozilgan eng salmoqli o'quv adabiyoti sifatida tan olinadi.

Rus tilida chop etilgan ko'plab adabiyotlarni o'zbek tiliga mohirona tarzda o'g'irgan va o'zi ham bir necha kitoblar yozgan olim dotsent Erkin Sobitov hisoblanadi.

Dotsent Po'lat Odilov "Perspektivada pozitsiyon va metrik masalalar yechish" (1999), "Perspektiva" (2000) nomli metodik qo'llanmalarni yaratdi. Shuningdek, u "Chizma geometriya kursi" (1988) darsligining "Perspektiva"ga oid bo'limini yozgan.

Toshkent Davlat pedagogika universiteti professori, texnika fanlari nomzodi Raxmatilla Qudratovich Ismatullayevning "Chizma geometriya" o'quv qo'llanmasi 2003- yili nashrdan chiqdi.

Dotsent A.Ashirboyevning "Chizmachilik" (2008) o'quv qo'llanmasi va "Muhandislik grafikasini o'qitish metodikasi" (2012) darsligi chop etildi.

Dotsent A.Valiyevning "Perspektiva" (2009) o'quv qo'llanmasi, "Perspektiva" (2012) darsligi, "Markaziy proyeksiyalashda pozitsion va metrik masalalar

⁶ Murodov Sh.K., Tojiyev R.J., Xolmirzaev A.A. «В Е Михайленко выдающийся ученый и человек с большой буквы». Фергана, 1997.

yechish" (2006), "Perspektiva" (2006) metodik qo'llanmasi chop etildi.

Yana o'zbekistonlik olimlardan D.Qo'chqorova, Sh.Abdurahmonov, N.Yodgorov, S.Saydaliyev, M.Xalimov va boshqalar bu sohadagi ilmiy faoliyatlarini davom ettirib kelmoqdalar.

Chizma geometriyadagi atamalar va tushunchalar bo'yicha yig'ma lug'at

A

Aylanish radiusi	aylanish markazidan harakatlanuvchi nuqtagacha bo'lgan masofa.
Aylanish sirtlari	biror tekis yoki fazoviy egri chiziqni qo'zg'almas o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt
Aylanish o'qi	narsani biror proektsiyalar tekisligiga qulay holga keltirishda uni aylantirish uchun tanlangan to'g'ri chiziq.
Aylanma sirtlar	biror tekis yoki fazoviy egri qo'zg'almas o'q atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirt
Aylanma sirtlarning o'zaro kesishishi	umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanma sirtlar aylanmalar bo'yicha kesishadi.
Aylantirish markazi	aylanish o'qi bilan aylantirish tekisligining kesishuv nuqtasi.
Aylantirish tekisligi	biror shaklning nuqtasi orqaliqali o'tuvchi va aylanish o'qiga perpendikulyar tekislik.
Aylantirish usuli	proektsiyalar tekisliklarini o'zgartirmay, berilgan shaklni biror o'q atrofida aylantirib, projektsiyalar tekisliklarga nisbatan qulay holatga keltirish.
Algebraik sirt	algebraik tenglamalar bilan ifodalangan sirt
Algebraik sirt kesmasi	ixtiyoriy to'g'ri chiziq dan o'tib sirtga urinuvchi tekisliklar soni bilan aniqlanadi
Algebraik sirt tartibi	sirtni to'g'ri chiziq bilan kesishishidan hosil bo'lgan nuqtalar soni bilan aniqlanadi
Algebraik egri chiziq	tenglamasi algebraik funktsiya orqali ifodalangan egri chiziq
Algoritm	masalani echish rajesi.
Arximed jismlari	yarim muntazam ko'pyoqlik bo'lib, uning yoqlari turli shakllardan muntazam ko'pburchaklardan iborat qavariq ko'pyoqlik sirt

B

Bissektor tekisligi	H va V tekisliklar orasidagi bissektor tekislik. bissektor tekisligi I, III choraklar va II, IV choraklarni teng ikkiga bo'ladi.
---------------------	--

G

Giperbolik kesim	konusni ikkita yasovchisi bilan kesishishidan hosil bo'lgan shakl
Gorizontal proektsiyalar tekisligi	shaklning gorizontal proektsiyalar yotgan gorizontal tekislik (N).
Gorizontal proektsiyalovchi tekislik	gorizontal (N) proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislik.
Gorizontal proektsiyalovchi to'g'ri chiziq	gorizontal (N) proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq.
Gorizontal tekislik	gorizontal (N) proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan tekislik.
Gorizontal to'g'ri chiziq	gorizontal (N) proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq.

D

Dodekaedr	yon yoqlari o'n ikkita muntazam uchburchaklardan iborat bo'lgan qavariq ko'pyoqlik sirt
-----------	---

Yo

Yordamchi proektsiyalash	asosiy proektsiyalash yo'nalishiga qo'shimcha ravio'da bajariladigan proektsiyalash.
Jipslashtirish usuli	aylantirish usulining xususiy hol bo'lib, bunda aylantirish o'qi sifatida tekislikning biror izi qabul qilinadi va uning atrofida aylantirib tekislik shu proektsiyalar tekisligiga jipslashtiriladi.
Ikkinchi tartibli aylanish sirtlar	ikkinchi tartibli egri chiziqlarning o'z o'qlaridan biri atrofida aylanishidan hosil bo'lgan sirtlar
Ikkinchi tartibli sirtlar	
Ikosoeedr	yon yoqlari yigirmata muntazam uchburchaklardan iborat bo'lgan qavariq ko'pyoqlik sirt

K

Karkas sirtlar	sirtlarni shu sirtga tegishli nuqtalar yoki chiziqlar to'plami bilan berilishi
Kinematik sirt	yasovchisining knematik harakatlanishi natijasida hosil bo'lgan sirt
Kirish va chiqish nuqtalari	tekisliklarni sirt bilan kesishish nuqtalari
Konkurent nuqtalar	bir proektsiyalovchi nurda yotgan nuqtalar

Konus kesimidagi	konus sirtini biror tekislik bilan kesishishidan kesim yuza
Kontsentrik sferalar usuli	ikkinchi tartibli aylanma sirtlarning o'zaro kesishuv chizig'ini yasashda qo'llaniladigan usul
Koordinata o'qlari	proektsiyalar tekisliklarining kesishgan chiziqlari.
Kub	yoqlari oltita kvadratlardan iborat bo'lgan qavariq ko'pyoqlik sirt
Ko'pyoqlik	tomonlari tekis uchburchak yoki ko'pburchaklar bilan chegaralangan qirrali sirt
Ko'pyoqliq	bir necha tekisliklarni kesishuvidan hosil bo'lgan shakl

Q

Qirrali sirt kesim yuzasi	qirrali sirt bilan tekislik kesishishidan hosil bo'lgan shakl
Qonuniy sirt	hosil bo'lishi jarayoni biror qonunga asoslangan sirt
Qonuniy egri chiziq	muayyan biror qonunga bo'ysunuvchi nuqtalar to'plami
Qonunsiz sirt	hosil bo'lishi jarayoni biror qonunga asoslanmagan sirt
Qonunsiz egri chiziq	o'z harakati bilan biror qonunga bo'ysunuvchi nuqtalar to'plami

M

Markaziy projektsiya	bir nuqtadan projektsiyalash markazi orqali tekislikda hosil bo'lgan projektsiya.
Monj teoremasi	

O

Oktant	fazoning sakkizdan bir qismi
Oktaedr	asosi kvadrat va yon yoqlari sakkizta muntazam uchburchaklardan iborat bo'lgan qavariq ko'pyoqlik sirt
Ortogonal projektsiyalar-ni almashtirish	masala echishda grafik amallarni soddalashtirish uchun qo'llaniladigan chizmani qayta tuzish usullari.
Ortogonal projektsiyalash	to'g'ri burchakli projektsiyalash.

P

Parabolik kesim	konusni barcha yasovchisiga parallel tekislik
-----------------	---

	kesishishidan hosil bo'lgan shakl
Parametr	narsaning holati va shaklini aniqlashda qatnashadigan ko'rsatkichlar
Parametriashtirish	nasalar to'plamining holati va shakl parametrlarini aniqlash.
Piramida	uchburchak yoki ko'pburchak yon yoqlari umumiy uchga ega bo'lgan uchburchaklardan iborat bo'lgan qirrali sirt
Platon jismlari	o'zaro teng bir xil muntazam ko'pburchaklardan iborat yonlarga, o'zaro teng ikki yoqli uchburchaklarga va o'zaro teng qirralarga ega bo'lgan (tetraedr, kub, oktaedr, dodekaedr, ikosoedr) qavariq ko'pyoqlik sirtlar
Pozitsion masala	shakllarni o'zaro tegishlilikini, ya'ni o'zaro umumiy elementlarni aniqlaydigan masala
Prizma	asoslari o'zaro parallel bo'lib, uchburchak yoki ko'pburchaklardan yon yoqlari to'rtburchaklardan iborat qirrali sirt
Prizmatoid	asoslari parallel tekisliklarda yotgan ikkita ko'pburchakdan yon yoqlari esa ikkala asos uchlari-dan iborat uchburchaklar va trapetsiyalardan iborat bo'lgan qavariq ko'pyoqlik sirt
Proektsiya	narsani proektsiyalovchi nurlarning proektsiyalar tekisligi bilan kesishuvidan hosil bo'lgan tasvir.
Proektsiyalar tekisligi	proektsiyalar yotgan tekislik
Proektsiyalar tekislikla-rini almashtirish	narsaning holatini o'zgartirmaydi, balki unga nisbatan proektsiyalar tekisliklarining holatini o'zgartirish.
Proektsiyalash	bu jarayon bo'lib, unda proektsiyalanuvchi ob'ekt nuqtalari orqali nurlar o'tkazib ularning proektsiyalar tekisligi bilan kesishuv nuqtalari aniqlanadi.
Proektsiyalash markazi	proektsiyalovchi nurlar chiqadigan xos yoki xosmas nuqta
Proektsiyalash nuri	proektsiyalanuvchi nuqta bilan proektsiyalash markazini bog'lovchi to'g'ri chiziq.
Profil proektsiyalovchi tekislik	profil (W) proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislik.
Profil proektsiyalovchi to'g'ri chiziq	profil (W) proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq.

Profil tekislik	profil (W) proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan tekislik.
Profil to'g'ri chiziq	profil (W) proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq.

S

Sirt	biror chiziq yoki sirtning fazoda uzluksiz harakatlanishi natijasida geometrik shakl
Sirt yo'naltiruvchisi	sirt yasovchisining harakatlanishini belgilovchi
Sirt kesim yuzasi	biror sirt bilan tekislikning kesishishidan hosil bo'lgan shakl
Sirt yasovchisi	o'z harakati bilan hosil qiluvchi chiziq yoki sirt
Sirtlarning o'zaro kesishishi chizig'i	ikki kesishuvchi sirtlar uchun umumiy bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rni

T

Tekis parallel ko'chirilgan sirtlar	sirt yasovchisi o'z harakati davomida o'z-o'ziga parallel bo'lib qoladi
Tekis parallel ko'chirish usuli	aylantirish usulining xususiy holi bo'lib, unda aylanish o'qi ko'rsatilmaydi.
Tekis egri chiziq	hamma nuqtalari bitta tekislikda yotgan egri chiziq
Tekislikka perpendikulyar to'g'ri chiziq	tekislikdagi o'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziqqa perpendikulyar to'g'ri chiziq.
Tekisliklar dastasi	bir to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekisliklar to'plami
Tekislikning gorizontali	tekislikda yotgan va N ga parallel to'g'ri chiziq.
Tekislikning izlari	tekislikning proektsiyalar tekisliklari bilan kesishgan chiziqlari.
Tekislikning profili	tekislikda yotgan va W ga parallel to'g'ri chiziq.
Tekislikning frontali	tekislikda yotgan va V ga parallel to'g'ri chiziq.
Tekislikning eng katta og'ish chizig'i	tekislikka tegishli bo'lib, uning gorizontallari va frontallariga yoki profillariga perpendikulyar to'g'ri chiziq.
Tetraedr	yoqlari to'rtta muntazam uchburchaklardan iborat bo'lgan piramida
Transtsendent sirt	transtsendent tenglamalar bilan ifodalangan sirt
Transtsendent egri chiziq	transtsendent tenglama bilan ifodalangan egri chiziq
To'g'ri burchakli	kesmaning proektsiyalari bo'yicha uning haqiqiy uz-

uchburchak usuli	unligini va proektsiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarni aniqlashda qo'llaniladigan usul. Uchburchakning bir kateti sifatida kesmaning proektsiyasi, ikkinchi kateti sifatida esa kesma uchlarining shu tekislikdan uzoqliklar ayirmasi olinadi.
To'g'ri burchakning proektsiyalanish xususiyati	to'g'ri burchakning bir tomoni tekislikka parallel bo'lib, ikkinchi tomoni unga perpendikulyar bo'lmasa, uning proektsiyasi ham to'g'ri burchak bo'ladi.
To'g'ri chiziqlarning izlari	to'g'ri chiziqlarning proektsiyalar tekisliklari bilan kesishgan nuqtalari.
To'g'ri chiziqlarning tekislikka paralleligi	tekislikda yotgan biror to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan to'g'ri chiziq.
U	
Umumiy vaziyatdagi tekislik	proektsiyalar tekisliklarining birortasiga ham parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan tekislik.
Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq.	proektsiyalar tekisliklarining birortasiga ham parallel yoki perpendikulyar bo'lmagan to'g'ri chiziq.
O'	
O'zaro parallel tekisliklar	bir tekislikda yotgan va o'zaro kesishgan ikki chiziq ikkinchi tekislikda yotgan va o'zaro kesishuvchi ikki to'g'ri chiziqqa mos ravishda parallel bo'lgan tekisliklar.
O'zaro perpendikulyar tekislik	bir tekislikda yotgan to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan tekislik yoki tekislik perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziqdan o'tuvchi tekislik.
F	
Fazoviy egri chiziq	hamma nuqtalari bitta tekislikda yotmagan egri chiziq
Frontal proektsiyalovchi tekislik	frontal (V) proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan tekislik.
Frontal proektsiyalovchi to'g'ri chiziq	frontal (V) proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq.
Frontal tekislik	frontal (V) proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan tekislik.
Frontal to'g'ri chiziq	frontal (V) proektsiyalar tekisligiga parallel bo'lgan to'g'ri chiziq.
X	

Xosmas nuqta	to'g'ri chiziqlarning cheksiz uzoqlashgan nuqtasi.
Xosmas tekislik	uch o'lchamli fazoning cheksiz uzoqlashgan nuqtalar to'plami.
Xosmas to'g'ri chiziq	tekislikning cheksiz uzoqlashgan chizig'i.
Xususiy vaziyatdagi tekislik	proektsiyalar tekisliklarining biriga parallel yoki perpendikulyar bo'lgan tekislik.
Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq	proektsiyalar tekisliklarining biriga parallel yoki perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq.
Ch	
Chorak	fazoning to'rtidan bir qismi.
E	
Egri chiziq	fazoda yoki tekislikda ma'lum yo'nalishda uzluksiz xarakatlanuvchi biror nuqtaning qoldirgan izi
Egri chiziq klassi	fazoviy egri chiziqlarda tekislik bilan egri chiziqni kesishish nuqtalar soni bilan aniqlanadi
Egri chiziq normali	egri chiziqlarning urinish nuqtasidan urinmaga o'tkazilgan perpendikulyar
Egri chiziq tartibi	tekis egri chiziqlarda to'g'ri chiziq bilan egri chiziqni kesishish nuqtalar soni bilan aniqlanadi
Egri chiziq urinmasi	egri chiziq bilan umumiy nuqtaga ega bo'lgan to'g'ri chiziq
Eksentrik sferalar usuli	murakkab aylanma sirtlarning kesishuv chizig'ini aniqlashda qo'llaniladigan usul
Elliptik kesim	konusni barcha yasovchilarini kesib, uning o'qiga perpendikulyar bo'lmagan tekislik kesishishidan hosil bo'lgan shakl
Epyur	frantsuz so'zi bo'lib, chizma degan ma'noni bildiradi.

1. Murodov Sh.K., Hakimov L.Q., Xolmurzayev A.A. "Chizma geometriya". Toshkent, 'Iqtisodiyot moliya'. 2008.
2. Shah M.B. Rana B.C. Engineering Drawing. India by Sai Print-O-Pac Pvt.Ltd, India, 2007, 2009.
3. Алижонов О.И., Холмурзаев А.А. Мухандислик графикаси. Фаргона, Техника нашриёти, 2005, -216 б.
4. Бубенников А.В. Начертательная геометрия. - М., Высшая школа, 1985.-288 с.
5. Валиев А. Перспектива. – Ташкент. «Ворис-нашриёт». 2012, - 320 б.
6. Гордон В.Ю. и др. Начертательная геометрия. Под ред. Крылова Н.Н. М., Высшая школа, 2000. 224-ст. усл. Печ. л. 18,45.
7. Исмаилов Р.Қ. Чизма геометрия. Тошкент, 2003, -111 б.
8. Локтев О.В. Задачник по начертательной геометрии. М., Высшая школа, 1999, 102 ст. усл. печ. л. 8,78.
9. Михайленко В.Е., Пономарев А.М. Инженерная графика. Учебник. Киев. Вища школа, 1990. -303 с.
10. Муродов Ш. Хакимов Л., Одилов П., Шомуродов А.У., Жумаев М. Чизма геометрия курси. - Тошкент: Ўқитувчи, 1988. -363 с.
11. Пеклич В.А., Павленко С.Н. Задачи по начертательной геометрии «Высшая школа», М. 1999. 136 ст. усл. печ. л. 12,02.
12. Островский А.И. Черчение и начертательная геометрия. М.: 2005.
13. Собитов Э. Чизма геометрия киска курси. Олий техника ўқув юртларида сирдан ўқийдиган талабалар учун ўқув қўлланма. Т.: Ўқитувчи, 1992. -136 б.
14. Фролов С.А. Начертательная геометрия. -М.: Машиностроение, 1983.- 240 б.
15. Хорунов Р. Чизма геометрия курси. -Тошкент: Ўқитувчи, 1995.- 230 б.
16. Чекумарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М., Высшая школа, Учебник. 1999. 470-ст. усл. печ. л. 29,5.
17. Қирғизбоев Ю. Чизма геометрия.- Тошкент: Ўқитувчи, 1972. -359 б.

MUNDARIJA

SO'Z BOSHI.....	3
Qabul qilingan shartli belgilar	5
Qabul qilingan simvollar.....	6
KIRISH	7
1-§. Chizma geometriya fanining maqsadi va vazifalari	7
2-§. Asosiy geometrik tushunchalar va shakllar	8
3-§. Geometrik shakllarda o'zaro bir qiymatli moslik.....	10
4-§. Chizma geometriyaning pozitsion, metrik va konstruktiv masalalari	10
I BO'LIM. ORTOGONAL PROEKTSIYALAR	
I bob. TASVIRLASH USULLARI	12
1.1-§. Umumiy ma'lumotlar	12
1.2-§. Markaziy proektsiyalash usuli	12
1.2.1. Markaziy proektsiyalashning xossalari	13
1.3-§. Parallel proektsiyalash usuli	14
1.3.1. Parallel proektsiyalashning xossalari	15
1.4-§. To'g'ri burchakli proektsiyalash.....	17
II bob. GEOMETRIK SHAKLLARNING TO'G'RI BURCHAKLI PROEKSIYALARI.....	20
2.1-§. Nuqtaning ikki o'zaro perpendikulyar tekisliklardagi proektsiyalari.....	20
2.2-§. Nuqtaning uchta tekislikdagi proektsiyalari	25
2.3-§. Nuqtaning to'g'ri burchakli koordinatalari va proektsiyalari orasidagi bog'lanish.....	32
III bob. TO'G'RI CHIZIQNING ORTOGONAL PROEKSIYALARI.....	36
3.1-§. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqning ortogonal proektsiyalari	36
3.2-§. Xususiy vaziyatdagi to'g'ri chiziqlarning proektsiyalari	37
3.2.1. Proektsiyalar tekisligiga parallel to'g'ri chiziqlar.....	37
3.3-§. To'g'ri chiziq kesmasini berilgan nisbatda bo'lish.....	41
3.4-§. To'g'ri chiziqning izlari.....	42
3.5-§. Umumiy vaziyatdagi to'g'ri chiziq kesmasining haqiqiy uzunligini va proektsiyalar tekisliklari bilan hosil qilgan burchaklarini aniqlash	44
3.6-§. Ikki to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyatlari.....	46
3.6.1. Parallel to'g'ri chiziqlar	46
3.6.2. Kesishuvchi to'g'ri chiziqlar.....	47
3.6.3. Ayqash to'g'ri chiziqlar	48
3.7-§. To'g'ri burchakning proektsiyalanish xususiyatlari	49
3.8-§. Chizmalarda ko'rinishlikni aniqlash.....	49
IV bob. TEKISLIK VA UNING ORTOGONAL PROEKSIYALARI	52
4.1-§. Tekislikning berilishi	52
4.2-§. Tekislikning izlarini yasash	53
4.3-§. Tekisliklarning proektsiyalar tekisliklariga nisbatan vaziyatlari	55

4.3.1. Proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar tekisliklar.....	55
4.3.2. Proektsiyalar tekisligiga parallel tekisliklar.....	58
4.4-§. Tekislik va to'g'ri chiziqning o'zaro vaziyatlari	59
4.5-§. Tekislikning bosh chiziqlari.....	61
4.6-§. To'g'ri chiziq va tekisliklarning o'zaro parallelligi.....	65
4.7-§. Tekisliklarning o'zaro parallelligi.....	66
4.8-§. Tekisliklarning o'zaro kesishuvi.....	69
4.9-§. To'g'ri chiziqning tekislik bilan kesishishi.....	73
4.10-§. To'g'ri chiziqning tekislikka perpendikulyarligi	76
4.11-§. Tekisliklarning o'zaro perpendikulyarligi	83
4.12-§. To'g'ri chiziq va tekislik orasidagi burchak aniqlash.....	85
4.13-§. Ikki tekislik orasidagi burchak	87
4.14 §. Yordamchi proektsiyalash usuli. Usulning maqsadi va mohiyati	88
4.14.2. Markaziy yordamchi proektsiyalash	91
4.14.3. Qiyshiq burchakli yordamchi proektsiyalash.....	93
4.14.4. To'g'ri burchakli yordamchi proektsiyalash	95
V bob. ORTOGONAL PROEKSIYALARNI QAYTA TUZISH	
USULLARI.....	100
5.1-§. Umumiy ma'lumotlar	100
5.2-§. Tekis-parallel harakatlantirish usuli.....	101
5.3-§. Aylantirish usuli.....	106
5.3.1. Geometrik shakllarni proektsiyalar tekisligiga perpendikulyar o'q atrofida aylantirish. Nuqtani aylantirish.....	106
5.3.2. Geometrik shaklni proektsiyalar tekisligiga parallel o'q atrofida aylantirish.....	110
5.3.3. Geometrik shaklni proektsiyalar tekisliklariga tegishli o'q atrofida aylantirish yoki tekislikning izi atrofida aylantirish.....	114
5.4-§. Proektsiyalar tekisliklarini almashtirish usuli.....	117
5.4.1. Proektsiyalar tekisliklarining bittasini almashtirish.....	114
5.4.2. Proektsiyalar tekisliklarini ketma-ket ikki marta almashtirish	118
VI bob. KO'PYOQLIKLAR.....	126
6.1-§. Umumiy ma'lumotlar	126
6.2-§. Ko'pyoqliklarning tekislik bilan kesishishi.....	129
6.2.1. Kesim tomonlarini yasash usuli	129
6.2.2. Kesim uchlarini yasash usuli	132
6.3-§. Ko'pyoqlikning to'g'ri chiziq bilan kesishishi.....	135
6.4-§. Ko'pyoqliklarning o'zaro kesishishi	138
VII-bob. EGRI CHIZIQLAR.....	141
7.1-§. Umumiy ma'lumotlar	141
7.2-§. Tekis egri chiziqlar. Ularga urinma va normal o'tkazish.....	142
7.2.1. Egri chiziqqa undan tashqari olingan nuqta orqali urinma o'tkazish	143
7.2.2. Berilgan yo'nalishga parallel urinma o'tkazish	143

7.2.3. Egri chiziq ustida yotgan nuqta orqali unga urinma o'tkazish	143
7.2.4. Egri chiziqdan tashqarida olingan nuqtadan unga normal o'tkazish	144
7.3-§. Tekis egri chiziqlarning egriligi	144
7.4-§. Evolyuta va evolventa	145
7.5-§. Tekis egri chiziq nuqtalarining klassifikatsiyasi	145
7.6-§. Ikkinchi tartibli egri chiziqlar	147
7.7-§. Fazoviy egri chiziqlar. Ularga urinma va normallar o'tkazish	148
7.8-§. Fazoviy egri chiziqlarning tabiiy koordinatalarda berilishi	149
7.9- §. Fazoviy egri chiziqlarning uzunligini uning to'g'ri burchakli proeksiyalariga asosan aniqlash	151
7.10-§. Vint chiziqlari	152
7.10.1. Silindrik vint chiziqlar	152
7.10.2. Konus vint chizig'i	154
VIII bob. SIRT LAR N I N G H O S I L B O ' L I S H I V A U L A R N I N G T E K I S	
CHIZMADA BERILISHI	155
8.1-§. Umumiy ma'lumotlar	155
8.2-§. Sirtlarning berilish usullari	156
8.2.1. Sirtlarning analitik usulda berilishi	156
8.2.2. Sirtlarning kinematik usulda berilishi	158
8.2.3. Sirtlarning karkas usulida berilishi	159
8.3-§. Aylanish sirtlari	160
8.3.1. Ikkinchi tartibli aylanish sirtlari	162
8.3.2. To'g'ri chiziqlarning aylanishidan hosil bo'lgan ikkinchi tartibli aylanish sirtlari	165
8.3.3. Tor sirti	166
8.4-§. Ikkinchi tartibli umumiy sirtlar	167
8.5-§. Chiziqli sirtlar	168
8.6-§. Yoyilmaydigan chiziqli sirtlar	174
8.7-§. Yoyiladigan chiziqli sirtlar	180
8.7.1. Qaytish qirrali yoyiladigan chiziqli sirtlar. Torlar	182
8.7.2. Vint sirtlar	182
8.8-§. Siklik sirtlar	186
IX bob. SIRT LAR N I N G T E K I S L I K V A T O ' G ' R I C H I Z I Q B I L A N	
KESISHISHI	188
9.1-§. Umumiy ma'lumotlar	188
9.2-§. Sirtlarning proektsiyalovchi tekisliklar bilan kesishishi	188
9.3-§. Konus kesimlari	192
9.4-§. Sirtlarni to'g'ri chiziq bilan kesishishi	195
9.5-§. Sirtlarning umumiy vaziyatdagi tekisliklar bilan kesishishi	200
9.6-§. Sirtlarning to'g'ri chiziq va tekislik bilan kesishuvini yasashda ba'zi qo'shimcha usullar	205
X bob. SIRT LAR N I N G Y O Y I L M A L A R I N I Y A S A S H	208

10.1-§. Umumiy ma'lumotlar	208
10.2-§. Ko'pyoqliklar yoyilmalari	209
10.3-§. Silindrik sirtlarning yoyilmalarini yasash	212
10.4-§. Konus sirtlarning yoyilmalarini yasash	215
10.5-§. Qaytish qirrali sirtlarning yoyilmalarini yasash	218
10.6-§. Yoyilmaydigan sirtlarning taqribiy yoyilmalarini yasash	219
XI bob. SIRTGA URINMA TEKISLIKLAR	225
11.1-§. Umumiy ma'lumotlar	225
11.2-§. Urinma tekislikning chizmada berilishi	226
11.3-§. Sirtning ixtiyoriy nuqtasi orqali urinma tekislik o'tkazish	227
11.4-§. Sirt tashqarisidagi nuqta orqali urinma o'tkazish	229
11.5-§. Berilgan to'g'ri chiziqli orqali urinma tekislik o'tkazish	230
11.6-§. Berilgan to'g'ri chiziqqa parallel bo'lgan urinma tekislik o'tkazish	231
11.7-§. Berilgan tekislikka parallel bo'lgan urinma tekislik o'tkazish	232
11.8-§. Sirt proektsiyalarining ocherklarini yasash	233
XII bob. SIRT LAR N I N G O ' Z A R O K E S I S H I S H I	235
12.1-§. Umumiy ma'lumotlar	235
12.2-§. Sirtlar kesishish chizig'ini yasashning umumiy algoritmi	235
12.3-§. Umumiy o'qqa ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi	237
12.4-§. O'qlari umumiy nuqtaga ega bo'lgan aylanish sirtlarining o'zaro kesishuvi. Yordamchi sferalar usuli	238
12.4.1. Kentsentrik sferalar usuli	238
12.4.2. Eksentsentrik sferalar usuli	241
12.5-§. Sirtlarning o'zaro kesishish chizig'ini yasash. Kesuvchi tekisliklar dastasi usuli	243
12.5.1. Tekisliklar dastasi	243
12.5.2. Chiziqli sirtlarning o'zaro vaziyatini ularning kesishish chiziqlarini yasamasdan aniqlash	244
12.5.3. Sirtlarning kesishish chiziqlarini yordamchi kesuvchi tekisliklar dastasi usuli bilan yasashning umumiy algoritmi	245
12.5.4. Konus bilan konusning o'zaro kesishish chizig'ini yasash	246
12.6-§. O'qlari bir tekislikda yotmaydigan aylanish sirtlarining o'zaro kesishishi. Parallel kesuvchi tekisliklar usuli	254
12.7-§. Ikkinchi tartibli sirtlarning o'zaro kesishishidagi maxsus hollari	258
12.7.1. Monj teoremasi va uning xususiy xollari	259
12.7.2. Umumiy simmetriya tekisligiga ega bo'lgan ikkinchi tartibli sirtlarning kesishuvi	261
12.8-§. Ikkinchi tartibli sirtlarning o'zaro kesishishiga oid teoremlar	262
XIII bob. AKSONOMETRIK PROEKSIYALAR	268
13.1-§. Umumiy ma'lumotlar	268
13.2-§. Aksonometrik o'qlar va ular bo'yicha o'zgarish koeffitsientlari	269
13.3-§. Aksonometriyaning asosiy teoremasi	270

13.4-§. O'zgarish koeffitsientlari va proektsiyalash burchagi orasidagi o'zaro bog'lanish.....	271
13.5-§. To'g'ri burchakli aksonometriyada izlar uchburchagi va aksonometriya o'qlari.....	274
13.6-§. Aylananing aksonometriyasi.....	275
13.7-§. To'g'ri burchakli standart aksonometriyalar.....	278
13.8-§. Qiyshiq burchakli standart aksonometriyalar.....	281
13.9-§. Aylanish sirtlarining ocherklarini aksonometriyada yasash.....	283
13.10-§. Aksonometriyada pozitsion masalalarni echish.....	285
XIV bob. PROEKTSIYALARDA SOYALAR YASASH.....	290
14.1-§. Asosiy tushunchalar.....	290
14.2-§. Ortogonal proyeksiyalarda soyalar yasash.....	292
14.2.1. Nuqtaning soyasi.....	293
14.2.2. To'g'ri chiziqlarning soyalari.....	294
14.2.2. Tekis shakllardan tushayotgan soyalarni yasash.....	296
14.3-§. To'g'ri geometrik sirtlarning o'z soyalarini yasash.....	299
14.3.1. Doiraviy konusning soyasini yasash.....	299
14.3.2. Doiraviy silindrning soyasini yasash.....	300
14.3.3. Sfera va ellipsoid soyalarini yasash.....	302
14.4-§. Geometrik jismlarning o'z soyasi va tushgan soyalarini yasash.....	304
14.5-§. Ba'zi arxitektura, qurilish elementlaridan tushgan soyalarni yasash.....	309
14.6-§. Javon va tokchalarda soyalar yasash.....	316
14.7-§. Aksonometrik proektsiyalarda soyalar yasash.....	322
II BO'LIM. PERSPEKTIVA	
XV bob. PERSPEKTIVAGA KIRISH.....	330
15.1-§. Perspektivaga kirish va uning turlari.....	330
15.2-§. Perspektivaning geometrik apparati.....	333
XV bob. ODDIY GEOMETRIK SHAKLLARNING PERSPEKTIVASI.....	338
15.1-§. Nuqtaning perspektivasi.....	338
15.2-§. To'g'ri chiziqlarning perspektivasi.....	340
15.3-§. Tekislikning perspektivasi.....	348
XVI bob. PERSPEKTIV MASSHTABLAR.....	353
16.1-§. Perspektiv masshtablar to'g'risidagi asosiy tushunchalar.....	353
16.2-§. Chuqurlik masshtabi.....	354
16.3-§. Kenglik masshtabi.....	356
16.4-§. Balandlik masshtabi.....	357
16.5-§. Perspektiv masshtablardan (shakllardan) amaliy foydalanish.....	357
XVII bob. PERSPEKTIVADA POZITSION VA METRIK MASALALAR YECHISH.....	360
17.1-§. Pozitsion (vaziyatli) masalalar.....	360
17.2-§. Metrik (oichashli) masalalar.....	369

XVIII bob. GEOMETRIK SHAKL VA JISMLARNING PERSPEKTIVALARI.....	380
18.1-§. Tekis shakllarning perspektivasi.....	380
18.2-§. Geometrik jismlarning perspektivasi.....	389
XIX bob. PERSPEKTIV TASVIR YASASH USULLARI.....	395
19.1-§. Umumiy tushunchalar.....	395
19.2-§. Arxitektorlar usuli.....	397
19.3-§. Plani tushirilgan va yon devor usuli.....	398
19.4-§. Radial-nurlar izi usuli.....	401
19.5-§. To'rlar usuli.....	405
19.6-§. Koordinatalar usuli.....	408
XX bob. INTER'YER PERSPEKTIVASI.....	410
20.1-§. Umumiy ma'lumotlar.....	410
20.2-§. Inter'yerning frontal perspektivasi.....	411
20.3-§. Inter'yerning burchakli perspektivasi.....	414
XXI bob. MARKAZIY PROYEKSIYALASH USULLARIDA SOYALAR TASVIRI.....	419
21.1-§. Perspektivada soyalar yasash.....	419
XXII bob. AKS TASVIR PERSPEKTIVASINI YASASH.....	437
22.1-§. Umumiy tushunchalar.....	437
22.2-§. Suvda aks tasvir yasash.....	437
22.3-§. Ko'zguda akslar tasvirini yasash.....	439
XXIII bob. PERSPEKTIV TASVIRLARNI REKONSTRUKTSIYA QILISH.....	445
23.1-§. Umumiy va kichik kartina usuli.....	445
23.2-§. Perspektiv tasvirlarni rekonstruksiya qilishga oid amaliy ishlar.....	445
XXIV bob. KARTINANING PERSPEKTIV TAHLILI (ANALIZI).....	450
24.1-§. Umumiy tushunchalar.....	420
24.2-§. Rassomlar kartinalarining tahlili.....	450
XXV bob. KUZATISH PERSPEKTIVASI.....	461
25.1-§. Kuzatish perspektivasini shakl chizishdagi o'rni.....	461
25.2-§. Interyer shaklini chizish.....	470
25.3-§. Parallelepipedning shaklini chizishda perspektiva qoidalaridan amaliy foydalanish.....	472
III BO'LIM. TOPOGRAFIK CHIZMACHILIK	
XXVI bob. SONLAR BILAN BELGILANGAN PROEKTSIYALAR.....	480
26.1-§. Umumiy ma'lumotlar.....	480
26.2-§. Nuqtalarning proektsiyalari.....	480
26.3-§. To'g'ri chiziqlarning proektsiyalari.....	482
26.4-§. To'g'ri chiziq kesmasining uzunligini va H ₀ proektsiyalar tekisligi bilan hosil qilgan burchagini aniqlash. To'g'ri chiziqning izi.....	483
26.5-§. To'g'ri chiziqlarni interpolatsiyalash.....	484

26.6-§. To'g'ri chiziqlarning intervali va qiyaligi.....	485
26.7-§. Ikki to'g'ri chiziqlarning o'zaro vaziyatlari.....	487
26.7.1. Parallel to'g'ri chiziqlar.....	488
26.7.2. Kesishuvchi to'g'ri chiziqlar.....	488
26.7.3. Uchrashmas to'g'ri chiziqlar.....	488
26.8-§. Tekisliklarning proektsiyalari.....	489
26.9-§. Ikki tekislikning o'zaro vaziyatlari.....	492
26.9.1. Parallel tekisliklar.....	493
26.9.2. Kesishuvchi tekisliklar.....	493
26.10-§. To'g'ri chiziq bilan tekisliklarning kesishishi.....	495
26.11-§. Tekis figuralarning haqiqiy kattaliklarini yasash.....	496
26.12-§. Sirtlarning proektsiyalari.....	497
26.13-§. Sirtlarning tekislik bilan kesishishi.....	500
26.14-§. Topografik sirtlarni tasvirlash.....	501
26.15-§. Topografik sirtida nuqtalar va chiziqlar tanlash.....	502
26.26.1. Topografik sirt ustidagi nuqtaning balandligini (koordinatasini) aniqlash.....	502
26.26.2. Topografik sirtning qushimcha gorizontallarini yasash.....	503
26.16-§. Topografik sirtning xarakterli chiziqlari.....	504
26.16.1. Topografik sirtning qiyalik (nishablik) chizig'i.....	504
26.16.2. Topografik sirtning berilgan qiyalikdagi chizig'ini yasash.....	504
26.16.3. Topografik sirtning suv bo'luvchi va suv yig'uvchi chiziqlari.....	506
26.17-§. Topografik sirtlar bilan tekisliklarning kesishishi.....	506
26.18-§. Topografik sirtning profili.....	508
26.20-§. Sonlar bilan belgilangan proektsiyalar yordamida ba'zi injenerlik nasalalarini echish.....	509
26.20.1. Inshoot yon-bag'ir tekisliklarini o'zaro kesishishi.....	509
26.20.2. Yer sirti bilan gorizont qurilish maydonchasi yon-bag'irlarining o'zaro kesishishi.....	510
26.20.3. Qurilish maydonchasidagi yer qazish ishlarini bajarish chegarasini aniqlash.....	510
26.20.5. Uy tomining planini chizish.....	513
26.20.6. Temir yo'l ko'tarmasini qurishdagi yer qazish ishlarining chegarasini aniqlash.....	514
ILOVA.....	516
Perspektiva fanining qisqacha tarixiy taraqqiyot yo'li.....	516
Chizma geometriyadagi atamalar va tushunchalar bo'yicha yig'ma lug'at.....	522
Adabiyotlar.....	529

Shmidt Karimovich Murodov,
Abdirasul Abdulaxatovich Xolmurzayev,
A'zamjon Nabijonovich Valiyev

CHIZMA GEOMETRIYA KURSI

Muharrir: X. Tahirov
Texnik muharrir: S. Meliquziyeva
Musahhih: M. Yunusova
Sahifalovchi: A. Muhammad

Nashr. lits № 1940. 29.01.2022.
Bosishga ruxsat etildi 23.09.2022.
Bichimi 60x84 1/16. Ofset qog'ozi. "Times New Roman"
garniturasi. Hisob-nashr tabog'i. 10.
Adadi 100 dona. Buyurtma № 10.

«HISTORY AND PAGE» MCHJ bosmaxonasida chop etildi.
Manzil: Toshkent v., Chirchiq sh., Saodat ko'chasi, 17/1.