

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

---

**Казанский государственный  
энергетический университет**

**Б.П. СМОЛЯКОВ, Н.К. АНДРЕЕВ**

Утверждено

учебным управлением КГЭУ  
в качестве учебного пособия  
для студентов

**РАСЧЕТ И ИССЛЕДОВАНИЕ АКТИВНЫХ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ЦЕПЕЙ  
ИНФОРМАЦИОННОГО КАНАЛА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО  
ЭЛЕКТРОПРИВОДА  
УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ  
по курсу**

Исследование электроприводов

С 515

УДК 62.83+681.5(075.8)

Расчет и исследование активных корректирующих цепей информационного канала автоматизированного электропривода: Учеб. пособие / Смоляков В.П., Андреев Н.К. Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2002 г.

На базе теории автоматического управления и теории электрических изложены методы исследования и расчета активных корректирующих звеньев и фильтров, применяющихся в информационном канале автоматизированного электропривода.

Предназначено для студентов специальностей, изучающих курсы “Исследование электропривода” и “Проектирование электроприводов”. Может быть использовано при изучении курса “Элементы автоматики”.

---

Рецензент

Д-р физ.-мат. наук проф. КГУ В.В. Сидоров

Рекомендовано секцией РИС факультета электронной техники  
и автоматизации

Председатель секции В.Л. Матухин

© Казанский государственный энергетический университет, 2002 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Электрические фильтры находят широкое применение в радиотехнике, автоматике, в измерительной и вычислительной технике. С помощью фильтров решаются такие задачи, как частотное выделение и преобразование полезного сигнала, устранение помех и наводок в электрических цепях, анализ частотного спектра сигналов, коррекция и формирование амплитудно-частотных характеристик, а также обеспечение устойчивости в системах автоматического регулирования.

В данном пособии на основе теории автоматического управления и теории электрических цепей изложены методы исследования и расчета активных корректирующих звеньев и фильтров, используемых в информационном канале автоматизированного электропривода. При этом основное внимание было уделено электрическим фильтрам второго порядка, которые в стандартных курсах по автоматизированному электроприводу обычно не рассматриваются.

Вместе с тем мы не ставили перед собой задачи рассмотрения вопросов синтеза фильтров и критериев их устойчивости.

В первой главе даются основные принципы анализа систем автоматического регулирования (САР). Как известно, в любой САР можно выделить объект управления и систему управления, или информационный канал. В состав информационного канала входит информационно-измерительная система, сигналы с которой поступают на объект управления. Таким образом, САР можно рассматривать как совокупность связанных между собой типовых звеньев, динамические свойства которых хорошо описываются известными дифференциальными уравнениями.

В соответствии с таким представлением рассмотрены вопросы получения передаточных функций САР, динамические свойства которых описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Показано, что передаточная функция САР, состоящей из последовательно соединенных звеньев, определяется произведением передаточных функций этих звеньев. Рассмотрена динамика системы регулирования, находящаяся под воздействием управляющего сигнала  $g(t)$  и возмущения  $f(t)$ , а также динамика вынужденного движения системы при гармоническом воздействии. В конце главы рассмотрены экспериментальные методы определения амплитудно-частотных и переходных характеристик элементарных звеньев САР.

Во второй главе рассматриваются четыре типа фильтров: фильтр низких частот (ФНЧ), фильтр высоких частот (ФВЧ), полосовой (ПФ) и режекторный фильтры (РФ). Дан краткий обзор и сравнительная характеристика пассивных  $LC$ - и  $RC$ -, активных  $RC$ - и пьезоэлектрических фильтров. Далее рассматрива-

ется схема активного фильтра с одноконтурной отрицательной обратной связью, состоящая из двух пассивных элементов и операционного усилителя. Анализ такого фильтра показывает, что в зависимости от характеристик пассивных  $RC$ -цепей можно получать передаточные функции с практически любыми нулями и полюсами в заданной области комплексной плоскости, т.е. создавать различные активные  $RC$ -фильтры.

На примере конкретных схем активных ФНЧ, ФВЧ и ПФ с одноконтурной цепью обратной связи приведен подробный расчет их передаточных функций. Аналогичный расчет выполнен для активного  $RC$ -фильтра нижних частот с многоконтурной обратной связью.

В третьей главе приведены расчетные формулы для различных схем активных  $RC$ -фильтров на операционных усилителях, таких как активные фильтры с одноконтурной и многоконтурной цепями обратной связи, а также активный фильтр нижних частот с ограниченным усилением. Для каждой схемы приводится пример расчета фильтра с конкретными параметрами.

В последней главе дается описание работы осциллографов и измерителей амплитудно-частотных характеристик – приборов, необходимых для экспериментального исследования активных четырехполюсников.

---

## 1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СИСТЕМ

### АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ И ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ

#### 1.1. Общие положения

Исследование системы автоматического регулирования (САР) или ее элементов связано с изучением процессов, протекающих в самой системе и ее элементах. Характер и направление протекания процессов определяются физическими законами. В основу анализа может быть положена математическая формулировка физических законов, под действием которых происходят изменения в системе. Уравнения, описывающие процессы в элементах и системе, могут быть линейными дифференциальными уравнениями с постоянными или с переменными коэффициентами, нелинейными дифференциальными уравнениями, разностными уравнениями, алгебраическими и т.д. Любая система автоматического регулирования состоит из связанных между собой элементов. Поэтому дифференциальное уравнение системы можно получить, составляя уравнения отдельных элементов.

Для совершенно различных по принципу действия и конструктивному оформлению устройств можно получить одинаковые дифференциальные уравнения, которые будут свидетельствовать об одинаковых динамических свойствах этих устройств. Дифференциальные уравнения по их виду можно разделить на некоторое количество элементарных типовых уравнений. Соответственно этому можно представить себе систему регулирования, состоящую из некоторого числа типовых звеньев, динамические свойства которых описываются элементарными типовыми уравнениями. Рассмотрим систему автоматического управления (САУ), динамические процессы в которой описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами

$$a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x = b_m \frac{d^m g}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} g}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dg}{dt} + b_0 g, \quad (1.1)$$

где  $x(t)$  - выходная регулируемая величина,  $g(t)$  - входное воздействие.

Применяя преобразование Лапласа к уравнению (1.1), можно получить передаточную функцию системы

$$W(s) = \frac{X(s)}{G(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}. \quad (1.2)$$

Если полиномы

$$D(\lambda) = a_n \lambda^n + a_{n-1} \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \lambda + a_0, \quad (1.3)$$

$$M(\gamma) = b_m \gamma^m + b_{m-1} \gamma^{m-1} + \dots + b_1 \gamma + b_0, \quad (1.4)$$

входящие в выражение (1.2), имеют корни  $\lambda_i(1, 2, \dots, n)$  и  $\gamma_k(1, 2, \dots, m)$ , его можно преобразовать:

$$W(s) = \frac{X(s)}{G(s)} = \frac{b_m (s - \gamma_1)(s - \gamma_2) \dots (s - \gamma_m)}{a_n (s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \dots (s - \lambda_n)}. \quad (1.5)$$

Пусть среди корней характеристического многочлена (1.3) имеется  $\nu$  нулевых,  $\mu$  действительных и  $r$  комплексно-сопряженных корней. Многочлен (1.4) имеет  $q$  действительных и  $l$  комплексно-сопряженных корней. Пусть вещественные части ненулевых корней отрицательны:  $\lambda_i = -1/T_i$ ,  $\gamma_k = -1/\tau_k$ . Тогда  $s - \lambda_i = (T_i s + 1)/T_i$  или  $s - \gamma_k = (\tau_k s + 1)/\tau_k$ . Каждую пару комплексно-сопряженных корней

$$\lambda_i = -\frac{\zeta_i}{T_i} + j \frac{\sqrt{1 - \zeta_i^2}}{T_i} \text{ и } \lambda_i^* = -\frac{\zeta_i}{T_i} - j \frac{\sqrt{1 - \zeta_i^2}}{T_i};$$

$$\gamma_k = -\frac{\zeta_k}{\tau_k} + j \frac{\sqrt{1 - \zeta_k^2}}{\tau_k} \text{ и } \gamma_k^* = -\frac{\zeta_k}{\tau_k} - j \frac{\sqrt{1 - \zeta_k^2}}{\tau_k}$$

можно преобразовать:

$$(s - \lambda_i)(s - \lambda_i^*) = (T_i^2 s^2 + 2\zeta_i T_i s + 1)/T_i^2;$$

$$(s - \gamma_k)(s - \gamma_k^*) = (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)/\tau_k^2.$$

Обозначая коэффициент усиления через  $K = b_0/a_0$ , передаточную функцию (1.5) запишем следующим образом:

$$\frac{X(s)}{G(s)} = K \frac{\prod_{k=1}^q (\tau_k s + 1) \prod_{k=1}^l (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{s^\nu \prod_{i=1}^\mu (T_i s + 1) \prod_{i=1}^r (T_i^2 s^2 + 2\zeta_i T_i s + 1)}. \quad (1.6)$$

## 1.2. Типовые элементарные звенья САР

Выражение (1.6) показывает, что в общем случае такая САР может быть представлена последовательным соединением типовых элементарных звеньев. Следовательно, ее передаточная функция  $W(s)$  состоит из произведения передаточных функций типовых элементарных звеньев:

$$W(s) = \prod_i W_i(s).$$

Сомножитель  $1/(T_i s + 1)$  соответствует *апериодическому (инерционному)* звену, для которого дифференциальное уравнение обычно записывают в виде:

$$T \frac{dx}{dt} + x = Kg, \quad (1.7)$$

где переменная  $x(t)$  характеризует выходной сигнал звена, а входным воздействием является функция  $g(t)$ . В уравнении (1.7)  $T$  - постоянная времени,  $K$  - коэффициент усиления, или передаточный коэффициент, звена.

*Дифференциальное звено первого порядка* имеет уравнение

$$x = K \left( \tau \frac{dg}{dt} + g \right), \quad (1.8)$$

которое показывает, что выходная величина звена  $x(t)$  зависит не только от характера изменения входного сигнала  $g(t)$ , но и от его производной  $dg/dt$ . Степень влияния скорости изменения входного сигнала на выходную величину характеризуется некоторым постоянным коэффициентом  $\tau$ , имеющим размерность времени.

Сомножитель  $1/(T_i^2 s^2 + 2\zeta_i T_i s + 1)$  определяет *колебательное звено*, в котором динамические процессы описываются дифференциальным уравнением

$$T^2 \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\zeta T \frac{dx}{dt} + x = Kg, \quad (1.9)$$

где  $T$  - постоянная времени звена,  $\zeta$  - коэффициент относительного затухания,  $K$  - коэффициент передачи.

Сомножитель вида  $(\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)$  дает дифференциальное уравнение дифференцирующего звена второго порядка

$$x = K(\tau^2 \frac{d^2 g}{dt^2} + 2\zeta\tau \frac{dg}{dt} + g). \quad (1.10)$$

Как видно из уравнения (1.10), выходная величина  $x(t)$  зависит от входного сигнала  $g(t)$ , его первой и второй производных. Так же как и в дифференцирующем звене первого порядка, постоянный коэффициент  $\tau$  имеет размерность времени. Безразмерный коэффициент  $\zeta$  для дифференцирующего звена второго порядка всегда находится в пределах  $0 < \zeta < 1$ .

Сомножитель  $1/s$  показывает, что выходная величина определяется интегралом от входного воздействия и поэтому уравнение, отвечающее этому сомножителю, имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = Kg. \quad (1.11)$$

Звено, описываемое уравнением (1.11), называется интегрирующим.

Последний сомножитель в выражении (1.6) в виде постоянной величины  $K$  определяет *усилительное звено*, которое соответствует уравнению

$$x = Kg. \quad (1.12)$$

### 1.3. Свободное и вынужденное движение системы

Система регулирования, находящаяся под воздействием управляющего сигнала  $g(t)$  и возмущения  $f(t)$ , описывается дифференциальным уравнением вида (1.1), в котором теперь в величину  $g(t)$  необходимо включить также и возмущение  $f(t)$ . Решение линейного дифференциального уравнения, определяю-

щее закон изменения регулируемой величины  $x(t)$  во времени при заданном воздействии и известных начальных условиях, состоит из решения  $x_{\text{св}}(t)$  однородного дифференциального уравнения и частного решения  $x_{\text{вын}}(t)$  заданного неоднородного уравнения:

$$x(t) = x_{\text{св}}(t) + x_{\text{вын}}(t). \quad (1.13)$$

Решение однородного уравнения определяет свободное движение  $x_{\text{св}}(t)$  системы. Частное решение  $x_{\text{вын}}(t)$  уравнения (1.13) описывает вынужденное движение под действием возмущения и управляющего сигнала.

#### 1.4. Вынужденное движение системы при гармоническом воздействии на входе

Пусть уравнение динамики системы имеет вид

$$D(s)x(t) = M(s)g(t), \quad (1.14)$$

где  $D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$ ;  $x(t)$  - регулируемая величина;  $M(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0$ ;  $g(t)$  - управляющее воздействие. Предположим, что входное воздействие является гармонической функцией с частотой  $\omega$ , начальной фазой, равной нулю, и амплитудой  $G$ , т.е.

$$g(t) = G \sin \omega t. \quad (1.15)$$

Подставим выражение (1.15) в выражение (1.14) и применим преобразование Лапласа к полученному уравнению. Считая, что в общем случае могут иметь место ненулевые начальные условия, найдем изображение

$$X(s) = \frac{G\omega}{s^2 + \omega^2} \frac{M(s)}{D(s)} + \frac{M_{\text{н.у}}(s)}{D(s)}. \quad (1.16)$$

Здесь  $G\omega/(s^2 + \omega^2) = L[G \sin \omega t]$ ;  $M(s)$  и  $D(s)$  - многочлены, содержащие в качестве независимой величины комплексную переменную  $s$ ;  $M_{\text{н.у}}(s)$  - многочлен, учитывающий ненулевые начальные условия.

Предположим, что  $D(s)$  не имеет нулей в правой полуплоскости и мнимых корней, равных  $\pm j\omega$ . Тогда, осуществляя разложение правой части уравнения (1.16) на простые дроби и объединяя дроби, определяемые полюсами сигнала (1.15), путем обратного преобразования Лапласа можно найти установившееся вынужденное движение в системе при гармоническом воздействии на входе:

$$x_{\text{ВЫН}}(t) = \frac{G}{2j} \left[ \frac{M(j\omega)}{D(j\omega)} e^{j\omega t} - \frac{M(-j\omega)}{D(-j\omega)} e^{-j\omega t} \right]. \quad (1.17)$$

Так как

$$W(j\omega) = \frac{M(j\omega)}{D(j\omega)} = |W(j\omega)| e^{j\psi(\omega)}, \quad (1.18)$$

то соотношение (1.17) преобразуется к виду

$$x_{\text{ВЫН}}(t) = G |W(j\omega)| \sin[\omega t + \psi(\omega)]. \quad (1.19)$$

Выражение (1.19), определяющее вынужденное движение системы при гармоническом входном сигнале, показывает, что в установившемся режиме на выходе системы будут гармонические колебания с той же частотой  $\omega$ , что и на входе, но с другой амплитудой, равной  $G|W(j\omega)|$ , а фаза колебаний на выходе будет сдвинута на величину  $\psi(\omega)$ . Следовательно, формула (1.18) определяет амплитудную и фазовую частотные характеристики системы.

Таким образом, задача изучения характеристик любой линейной САР может быть сведена к изучению характеристик типовых звеньев.

## 1.5. Способы изучения характеристик звеньев САР

Есть два альтернативных способа изучения характеристик элементарных звеньев САР. Один из них состоит в изучении переходных характеристик после воздействия входного сигнала в виде единичного скачка напряжения или тока.

Равноценным ему является способ измерения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) системы  $W(j\omega)$ . В этом способе частота синусоидального

сигнала на входе системы меняется в общем случае от нуля до такого значения, когда выходной сигнал становится пренебрежимо малым.

При экспериментальных исследованиях звеньев САР первым способом на вход подается прямоугольный импульс напряжения, а переходная характеристика (зависимость выходного напряжения от времени) наблюдается на электронном осциллографе. Что касается второго способа, то АЧХ можно построить по точкам путем подачи на вход исследуемого четырехполюсника синусоидального напряжения разных частот и постоянной амплитуды, замеряя при этом выходное напряжение для каждой частоты. Для построения АЧХ разработаны специальные приборы – измерители АЧХ. Принцип работы и описание функциональных схем измерителей АЧХ и электронных осциллографов приводятся в данном пособии.

Кроме названных методов, амплитудные и фазовые характеристики четырехполюсников, используемых как звенья САР, могут исследоваться аналитически, путем анализа их передаточных функций, а также методом численного моделирования на компьютере.

При разработке САР наибольший интерес представляют четырёхполюсники, обладающие частотно-избирательными, т.е. фильтрующими свойствами – электрические фильтры. Типы и методы расчета электрических фильтров будут подробно рассмотрены в следующих главах.

---

## 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

### 2.1. Классификация электрических фильтров

Электрическими фильтрами называются устройства, пропускающие токи определенных частот и ослабляющие токи всех других частот. Электрические фильтры широко применяются в измерительной и вычислительной технике, в системах телеметрии и автоматического регулирования, используются для устранения помех и наводок в электрических цепях и для коррекции амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) четырехполюсников.

Фильтры классифицируются на четыре основных типа:

**1. Фильтр нижних частот (ФНЧ).** Полоса пропускания ФНЧ простирается от нулевой частоты до частоты среза  $f_{гр}$ , а полоса затухания от  $f_{гр}$  до бесконечности.

**2. Фильтр верхних частот (ФВЧ).** Полоса затухания простирается от нулевой частоты до частоты среза  $f_{гр}$ , а полоса пропускания от  $f_{гр}$  до бесконечности.

**3. Полосовой фильтр.** Полоса пропускания простирается от низшей частоты среза  $f_1$  до высшей частоты среза  $f_2$ , а полоса затухания от нуля до  $f_1$  и от  $f_2$  до бесконечности.

**4. Режекторный фильтр.** Полоса пропускания простирается от нулевой частоты до низшей частоты среза  $f_1$  и от высшей частоты среза  $f_2$  до бесконечности, а полоса затухания от  $f_1$  до  $f_2$ .

Фильтр считается идеальным, если в полосе пропускания отсутствует ослабление сигналов и фазочастотная характеристика линейна, а вне полосы пропускания сигналы на выходе фильтра отсутствуют. Для создания электрических фильтров используются как  $LC$ -, так и  $RC$ -цепи.

$LC$ -фильтры обладают рядом достоинств, таких как высокая стабильность, низкий уровень собственных шумов, а также возможность создания фильтров с различными частотными характеристиками. Однако наряду с достоинствами,  $LC$ -фильтры имеют ряд существенных недостатков: малая помехоустойчивость к электромагнитным полям, нелинейность, связанная с насыщением материала сердечника, а также большие масса и габариты при переходе к низким частотам. Создание малогабаритных высокочастотных катушек индуктивности весьма затруднительно, так как добротность катушки быстро снижается с уменьшением ее линейных размеров.

Кроме  $LC$ -фильтров в электронной аппаратуре широко применяются пьезоэлектрические фильтры. В этих фильтрах для селектирования сигналов

нужной частоты используется явление механического резонанса, возникающего в пьезоэлектрическом кристалле при резонансной частоте приложенного напряжения. Такие фильтры отличаются большой добротностью  $\sim 10^4$ , высокой стабильностью АЧХ и малыми размерами. Частотный диапазон применения пьезоэлектрических фильтров составляет от сотен герц до десятков мегагерц. Как функциональные элементы пьезоэлектрические фильтры, в основном, используются в качестве полосовых и режекторных фильтров.

Благодаря развитию полупроводниковой техники и микроэлектроники широкое применение получили активные *RC*-фильтры – сочетание пассивных частотнозависимых *RC*-цепей и активного элемента – чаще всего операционного усилителя. Активные *RC*-фильтры позволяют получать самые различные АЧХ и по сравнению с другими типами фильтров имеют небольшие габариты и малый вес. Особенно это преимущество заметно при переходе к инфранизким и низким частотам, где при реализации *LC*-фильтров катушки индуктивности получают неприемлемых размеров. Уступая по величине добротности пьезоэлектрическим и в ряде случаев *LC*-фильтрам, активные *RC*-фильтры отличаются простотой получения всех типов АЧХ и легкостью перестройки на различные частоты, тогда как в пьезоэлектрических фильтрах резонансная частота определяется геометрическими размерами пьезоэлектрических кристаллов. Большим достоинством активных *RC*-фильтров является возможность объединения в одном устройстве двух функций – фильтрации сигнала и его усиления.

Активные *RC*-фильтры разделяются на два основных класса: линейные и квазилинейные. В линейных фильтрах активные элементы используются в линейном режиме. Принцип работы квазилинейных фильтров основан на использовании нелинейных характеристик активных элементов. К числу квазилинейных фильтров относятся квадратурные, синхронные и цифровые, а также фильтры с фазовой автоподстройкой частоты (ФАПЧ).

Основной особенностью синхронных и квадратурных фильтров является преобразование спектра входных сигналов и возможность получения добротностей  $\sim 10^6$ . Однако в радиоэлектронной аппаратуре наиболее часто требуемая добротность фильтров не превышает 50. Фильтры с такой добротностью легко создаются на основе линейных активных *RC*-цепей. Основные достоинства линейных цепей – это простота реализации, малый уровень входного шума и большой (до 120 дБ) динамический диапазон. Основные недостатки линейных цепей заключаются в трудности получения высоких добротностей и большой стабильности АЧХ. Это обусловлено их склонностью к самовозбуждению при больших коэффициентах усиления операционного усилителя, а также зависимостью параметров активного

$RC$ -фильтра от стабильности характеристик, входящих в схему фильтра пассивных элементов.

## 2.2. Расчет активных электрических фильтров на операционных усилителях

Передаточная функция  $CAF$  (1.2) представляет собой отношение изображения входного воздействия к изображению выходного воздействия. Об этом отношении можно говорить иначе – как о действии фильтра между величинами  $g$  и  $x$ : функция  $x$  получается фильтрацией функции  $g$ . Тогда  $W(s)$  передаточная функция фильтра.

Основная схема, которая рассматривается в данной главе, состоит из двух пассивных четырехполюсников  $A$ ,  $B$  и операционного усилителя (рис.2.1).

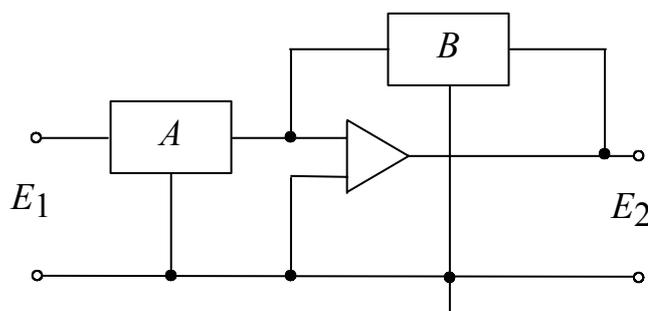


Рис. 2.1

Четырехполюсник  $A$  включен между входом схемы и входом операционного усилителя. Четырехполюсник  $B$ , используемый в качестве цепи обратной связи, включается между инвертирующим входом и выходом операционного усилителя. Операционный усилитель (ОУ) при таком включении инвертирует сигнал, поскольку синфазный вход 2 заземлен. Схему, приведенную на рис. 2.1, будем называть схемой с одноконтурной отрицательной обратной связью с бесконечным усилением, так как используемый в ней операционный усилитель имеет очень большой коэффициент усиления, а цепь обратной связи подключается к одной точке на входе.

Для описания свойств пассивных цепей воспользуемся  $y$ -параметрами, или матрицами проводимостей. Тогда соотношения между токами, напряжениями и проводимостями для четырехполюсника  $A$  (рис. 2.2, а) приобретают вид:

$$\begin{aligned} I_{1a} &= y_{11a}E_{1a} + y_{12a}E_{2a}, \\ I_{2a} &= y_{12a}E_{1a} + y_{22a}E_{2a}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

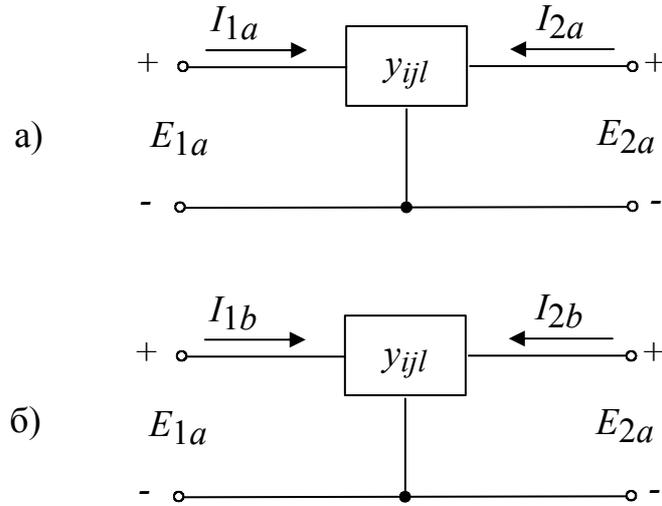


Рис. 2.2

Аналогично для напряжений и токов четырехполюсника  $B$  (рис. 2.2, б) можно написать

$$\begin{aligned} I_{1b} &= y_{11b}E_{1b} + y_{12b}E_{2b}, \\ I_{2b} &= y_{12b}E_{1b} + y_{22b}E_{2b}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Рассмотрим четырехполюсник  $A$  на входе ОУ. Напряжение между входами ОУ считается равным нулю. Следовательно,  $E_{2a} = 0$ . Поэтому из второго уравнения системы (2.1) получаем  $I_{2a} = y_{12a}E_{1a}$ . Так как  $E_{1a} = E_1$ , то

$$I_{2a} = y_{12a}E_1. \quad (2.3)$$

Аналогично входное напряжение ОУ является входным для цепи  $B$ . Тогда  $E_{1b} = 0$  и  $E_{2b} = E_2$ . Таким образом,

$$I_{1b} = y_{12b}E_2. \quad (2.4)$$

Ток на входе ОУ считается пренебрежимо малым. Следовательно,  $I_{1b} = -I_{2a}$ . Учитывая это, из уравнений (2.3) и (2.4) получаем

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-y_{12a}}{y_{12b}}. \quad (2.5)$$

Это соотношение, записанное через Лаплас-изображения входящих в них функций, представляет собой передаточную функцию цепи с одноконтурной отрицательной обратной связью и бесконечным усилением. Заметим, что в выражение для передаточной функции активного фильтра не входят параметры ОУ. Это позволяет рассчитывать передаточную функцию активного фильтра, пользуясь только параметрами пассивных четырехполюсников  $A$  и  $B$ .

Исследуем более детально передаточную функцию, описываемую уравнением (2.5). Если четырехполюсники  $A$  и  $B$  – пассивные  $RC$ -цепи, то их полюсы лежат в левой полуплоскости комплексной плоскости  $s$ . Если обе пассивные цепи имеют одинаковые полюсы, то знаменатели функций  $y_{12a}$  и  $y_{12b}$  сократятся, и их полюсы не будут влиять на передаточную функцию всей цепи. В этом случае полюсы передаточной функции будут определяться нулями проходной проводимости  $y_{12b}$ . Поскольку нули проходной проводимости пассивной  $RC$ -цепи могут лежать в любой точке комплексной плоскости, можно реализовать цепь с передаточной функцией, имеющей комплексно-сопряженные полюсы. Для обеспечения устойчивости цепи ее полюсы должны лежать в левой части комплексной плоскости. Аналогично, нули передаточной функции, описываемой уравнением (2.5), будут определяться нулями проходной проводимости  $y_{12a}$ , и мы можем получать любые требуемые действительные и комплексно-сопряженные нули передаточной функции всей цепи. Таким образом, активная  $RC$ -цепь с одноконтурной отрицательной обратной связью и бесконечным усилением дает возможность получить передаточную функцию с практически любыми нулями и полюсами.

### 2.3. Передаточные функции активных $RC$ -фильтров

Войти в круг вопросов фильтрации сигналов поможет рассмотрение передаточной функции (1.6)

$$\frac{X(s)}{G(s)} = K \frac{\prod_{k=1}^q (\tau_k s + 1) \prod_{k=1}^l (\tau_k^2 s^2 + 2\zeta_k \tau_k s + 1)}{s^\nu \prod_{i=1}^\mu (T_i s + 1) \prod_{i=1}^r (T_i^2 s^2 + 2\zeta_i T_i s + 1)}.$$

Важным элементом передаточной функции является функция колебательного звена  $1/(T_i^2 s^2 + 2\zeta_i T_i s + 1)$ , описываемого дифференциальным уравнением второго порядка

$$T^2 \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\zeta T \frac{dx}{dt} + x = Kg.$$

Это звено обладает амплитудно-частотной характеристикой с максимумом в определенной области частот. Как правило, такой фильтр предназначается для полосной фильтрации. По виду амплитудно-частотных и фазово-частотных характеристик, соответствующих передаточным функциям второго порядка их можно разделить на четыре основные функции: 1) фильтр нижних частот (ФНЧ); 2) фильтр верхних частот (ФВЧ); 3) полосовой фильтр (ПФ) и 4) заграждающий фильтр (ЗФ).

Рассмотрим их стандартные передаточные функции и частотные характеристики.

1) Фильтр нижних частот обладает передаточной функцией

$$T(s) = \frac{K\omega_p^2}{s^2 + 2\sigma_p s + \omega_p^2}. \quad (2.6)$$

Выражения для частотных характеристик фильтра получаются, если в выражении для передаточной функции заменить оператор  $s$  на  $j\omega$  и найти модуль и фазу полученного комплексного числа:

$$W(j\omega) = \frac{-K\omega_p^2}{(j\omega)^2 + 2\sigma_p(j\omega) + \omega_p^2} = \frac{-K\omega_p^2}{\omega_p^2 - \omega^2 + 2\sigma_p(j\omega)}.$$

Далее в полученном выражении надо избавиться от мнимости в знаменателе, умножив числитель и знаменатель на число, сопряженное знаменателю:

$$W(j\omega) = \frac{-K\omega_p^2[\omega_p^2 - \omega^2 - 2\sigma_p(j\omega)]}{[\omega_p^2 - \omega^2 + 2\sigma_p(j\omega)][\omega_p^2 - \omega^2 - 2\sigma_p(j\omega)]} =$$

$$= \frac{-K\omega_p^2[\omega_p^2 - \omega^2 - 2\sigma_p(j\omega)]}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4\sigma_p^2\omega^2}.$$

Затем в нем выделяют действительную и мнимую части:

$$W(j\omega) = \frac{-K\omega_p^2(\omega_p^2 - \omega^2)}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4\sigma_p^2\omega^2} + j \frac{K\omega_p^2 2\sigma_p\omega}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4\sigma_p^2\omega^2}.$$

Вычислив сумму квадратов действительной и мнимой частей и извлекая корень квадратный, находят модуль комплексного числа, который представляет амплитудно-частотную характеристику:

$$|W(j\omega)| = \frac{K\omega_p^2}{\sqrt{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4\sigma_p^2\omega^2}}.$$

Частное от деления мнимой части на действительную даст аргумент или фазу частотной характеристики. Таким образом

$$\varphi = \pi - \operatorname{arctg} \frac{2\sigma_p\omega}{\omega_p^2 - \omega^2}.$$

2) Фильтр верхних частот (ФВЧ) обладает передаточной функцией

$$T(s) = \frac{Ks^2}{(s^2 + 2\sigma_p s + \omega_p^2)}. \quad (2.7)$$

Аналогично

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{K(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + 2\sigma_p(j\omega) + \omega_p^2} = \\ &= \frac{K(j\omega)^2[\omega_p^2 - \omega^2 - 2\sigma_p(j\omega)]}{[\omega_p^2 - \omega^2 + 2\sigma_p(j\omega)][\omega_p^2 - \omega^2 - 2\sigma_p(j\omega)]} = \\ &= \frac{K(j\omega)^2[\omega_p^2 - \omega^2 - 2\sigma_p(j\omega)]}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4(\sigma_p\omega)^2} = \\ &= \frac{K(\omega)^3 2\sigma_p}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4(\sigma_p\omega)^2} + j \frac{K(j\omega)^2(\omega_p^2 - \omega^2)}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4(\sigma_p\omega)^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |W(j\omega)| &= \frac{K\omega^2}{\sqrt{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4\sigma_p^2\omega^2}}. \\ \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{2\sigma_p\omega}. \end{aligned}$$

3) Полосовой фильтр (ПФ) обладает передаточной функцией

$$T(s) = \frac{K2\sigma_p s}{s^2 + 2\sigma_p s + \omega_p^2}. \quad (2.8)$$

Аналогично получаем

$$W(j\omega) = \frac{K2\sigma_p(j\omega)}{(j\omega)^2 + 2\sigma_p(j\omega) + \omega_p^2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{K2\sigma_p(j\omega)[\omega_p^2 - \omega^2 - 2\sigma_p(j\omega)]}{[\omega_p^2 - \omega^2 + 2\sigma_p(j\omega)][\omega_p^2 - \omega^2 - 2\sigma_p(j\omega)]} = \\
&= \frac{K2\sigma_p(j\omega)[\omega_p^2 - \omega^2 - 2\sigma_p(j\omega)]}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4(\sigma_p\omega)^2} = \\
&= \frac{K4(\sigma_p\omega)^2}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4(\sigma_p\omega)^2} + j \frac{K2(\sigma_p\omega)(\omega_p^2 - \omega^2)}{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4(\sigma_p\omega)^2}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|W(j\omega)| &= \frac{K2\sigma_p\omega}{\sqrt{(\omega_p^2 - \omega^2)^2 + 4(\sigma_p\omega)^2}}. \\
\varphi &= \operatorname{arctg} \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{2\sigma_p\omega}.
\end{aligned}$$

4) Заграждающий фильтр (ЗФ) обладает передаточной функцией

$$T(s) = \frac{K(s^2 + 2\sigma_z s + \omega_z^2)}{s^2 + 2\sigma_p s + \omega_p^2}, \quad \sigma_z < \sigma_p. \quad (2.9)$$

Частотные характеристики заграждающего фильтра предоставляем возможность получить читателю.

## 2.4. Некоторые методы расчета передаточных функций фильтров

Ниже будут показаны различные методы расчета передаточных функций фильтров. Для этого вначале рассмотрим некоторые сведения из теории цепей.

В 2.2 для описания свойств пассивных цепей были использованы у-параметры, или матрицы проводимостей. Соотношения между токами, напряжениями и проводимостями имели вид:

$$I_{1a} = y_{11a}U_{1a} + y_{12a}U_{2a};$$

$$I_{2a} = y_{12a}U_{1a} + y_{22}U_{2a}. \quad (2.10)$$

Передаточная функция активной цепи с одноконтурной отрицательной обратной связью и бесконечным усилением может быть представлена в виде

$$W(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{-y_{12a}(s)}{y_{12b}(s)}. \quad (2.11)$$

Система (2.10) по сути своей представляет другую формулировку первого закона Кирхгофа, согласно которому сумма всех токов, протекающих через узел, равна нулю. Стрелки тока, направленные к узлу, считаются положительными, а стрелки тока, направленные от узла, - отрицательными. Смысл выражения (2.11) состоит в том, что передаточные функции фильтра можно вычислять как отношение выходного напряжения фильтра ко входному или же как отношение проходной проводимости четырехполюсника  $A$  к проходной проводимости четырехполюсника  $B$ , взятое с противоположным знаком. Рассмотрим на конкретных примерах, как, пользуясь методами узловых токов проходных проводимостей, рассчитывать передаточные функции фильтров.

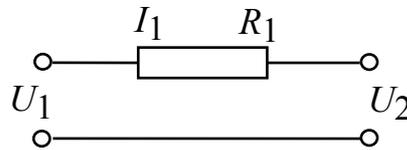


Рис. 2.3

—

Рассмотрим четырехполюсник с одним последовательным сопротивлением (рис. 2.3). Для него  $U_2 = U_1 - I_1 Z_1$ , а  $I_2 = I_1$ . Перепишем эти уравнения через проводимости

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U_1}{Z_1} - \frac{U_2}{Z_1}; \\ I_2 &= \frac{U_1}{Z_1} - \frac{U_2}{Z_1}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

В матричных обозначениях

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{Z_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Следовательно,  $y_{12} = -\frac{1}{Z_1}$ .

Рассмотрим Г-образный четырехполюсник (рис. 2.4).

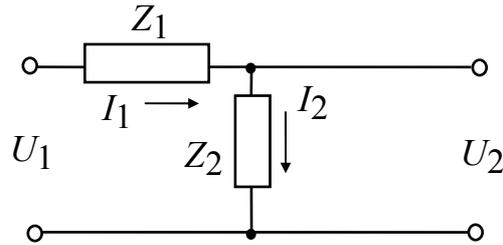


Рис. 2.4

Передаточная функция этого звена известна:

$$W(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{Z_1(s)}{Z_1(s) + Z_2(s)}.$$

Запишем выражения для токов:

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_2} - \frac{U_2}{Z_2};$$

$$I_2 = \frac{U_1 - U_2}{Z_2} - \frac{U_2}{Z_1} = \frac{U_1}{Z_2} - U_2 \left( \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_1} \right).$$

В матричном выражении это равенство можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_2} & -\frac{1}{Z_2} \\ \frac{1}{Z_2} & -\frac{1}{Z_2} - \frac{1}{Z_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Наконец рассмотрим параметры Т-образного звена (рис.2.5).

Вначале найдем напряжение  $U_a$ . Применяя правило суммы токов к этому узлу, находим

$$I_1 + I_3 = I_2;$$

$$\frac{U_1 - U_a}{Z_1} + \frac{U_2 - U_a}{Z_3} = \frac{U_a}{Z_2}$$

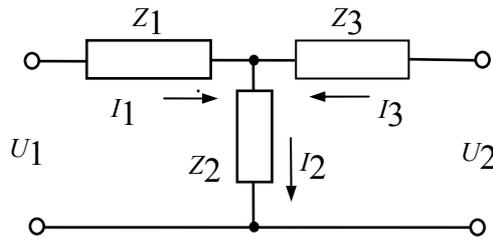


Рис. 2.5

$$U_a = \frac{U_1 Z_2 Z_3 + U_2 Z_1 Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}.$$

Отсюда

$$I_1 = \frac{U_1}{Z_1} - \frac{U_a}{Z_1} = \frac{U_1(Z_2 + Z_3) - U_2 Z_2}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3},$$

$$I_2 = \frac{U_2}{Z_3} - \frac{U_a}{Z_3} = \frac{U_1 Z_2 - U_2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}.$$

В матричном выражении

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \\ &= \frac{1}{(Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3)} \begin{bmatrix} Z_2 + Z_3 & -Z_2 \\ Z_2 & -(Z_1 + Z_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

## 2.5. Примеры расчета передаточных функций активных фильтров

1. Рассчитаем передаточную функцию ФНЧ с одноконтурной обратной связью, изображенного на рис. 2.6.

Звено  $A$  на входе фильтра - Т-образный четырехполюсник с  $Z_1 = Z_3 = R_a$  и  $Z_2 = \frac{1}{sC_a}$ . Согласно выражению (2.15)

$$y_{12a} = \frac{-\frac{1}{sC_a}}{\frac{2R_a}{sC_a} + R_a^2} = -\frac{1}{2R_a + sC_a R_a^2}.$$

Звено  $B$  в цепи обратной связи представляет собой параллельное соединение четырехполюсника с одним последовательным сопротивлением (рис. 2.3) в виде конденсатора  $C_{1b}$  и Т-образного четырехполюсника (рис. 2.5) с  $Z_1 = R_{1b}$ ,

$Z_3 = R_{2b}$  и  $Z_2 = \frac{1}{sC_{2b}}$ . При параллельном соединении четырехполюсников

матрицы проводимостей, так же как и передаточные функции, складываются. С учетом этого

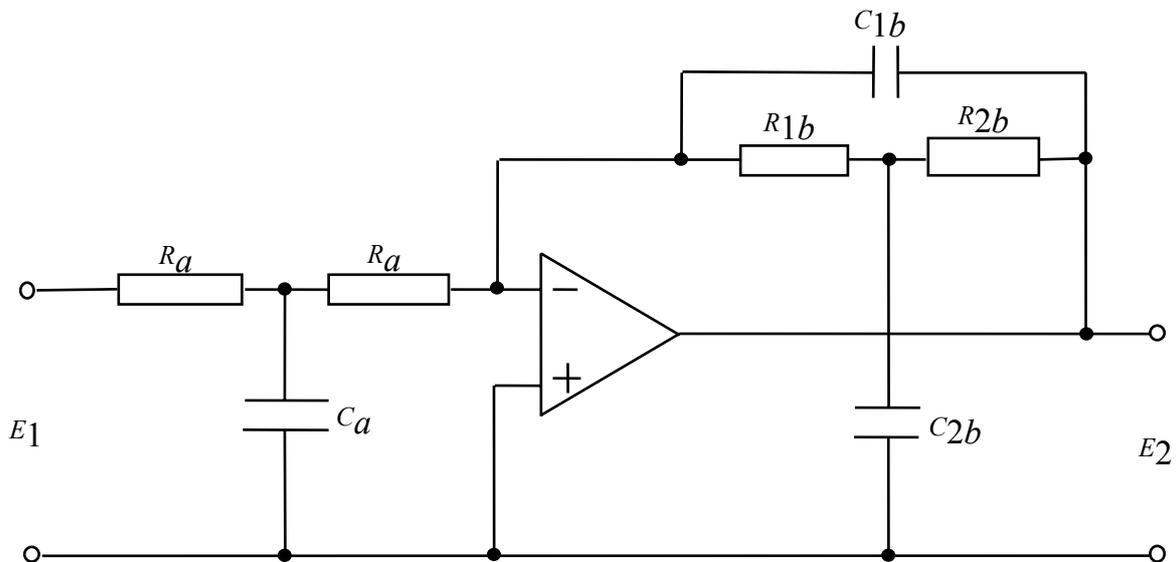


Рис. 2.6

$$y_{12b} = -sC_{1b} - \frac{1}{\frac{R_{1b}}{sC_{2b}} + R_{1b}R_{2b} + \frac{R_{2b}}{sC_{2b}}} =$$

$$= -\frac{(R_{1b} + R_{2b})sC_{1b} + s^2C_{1b}C_{2b}R_{1b}R_{2b} + 1}{(R_{1b} + R_{2b}) + sC_{2b}R_{1b}R_{2b}}.$$

Тогда передаточная функция ФНЧ с одноконтурной обратной связью равна

$$W(s) = -\frac{y_{12a}}{y_{12b}} = -\frac{1}{2R_a + sR_a^2C_a} \cdot \frac{(R_{1b} + R_{2b}) + sC_{2b}R_{1b}R_{2b}}{(R_{1b} + R_{2b})sC_{1b} + s^2C_{1b}C_{2b}R_{1b}R_{2b} + 1} =$$

$$= -\frac{R_{1b} + R_{2b}}{2R_aC_{1b}C_{2b}R_{1b}R_{2b}} \frac{1}{s^2 + s\frac{(R_{1b} + R_{2b})}{C_{2b}R_{1b}R_{2b}} + \frac{1}{C_{1b}C_{2b}R_{1b}R_{2b}}}. \quad (2.16)$$

В этом выражении в суммах, стоящих в числителе и знаменателе, опущены слагаемые, содержащие значения емкостей, ввиду их малости по сравнению с величинами сопротивлений.

2. Рассчитаем передаточную функцию ФВЧ с одноконтурной обратной связью, изображенного на рис. 2.7. Звено  $A$  на входе фильтра – Т-образный четырехполюсник с  $Z_1 = Z_3 = \frac{1}{sC_a}$  и  $Z_2 = R_a$ . Согласно выражению (2.15)

$$y_{12a} = \frac{-R_a}{\frac{2R_a}{sC_a} + \frac{1}{s^2C_a^2}} = -\frac{s^2C_a^2R_a}{2sC_aR_a + 1}.$$

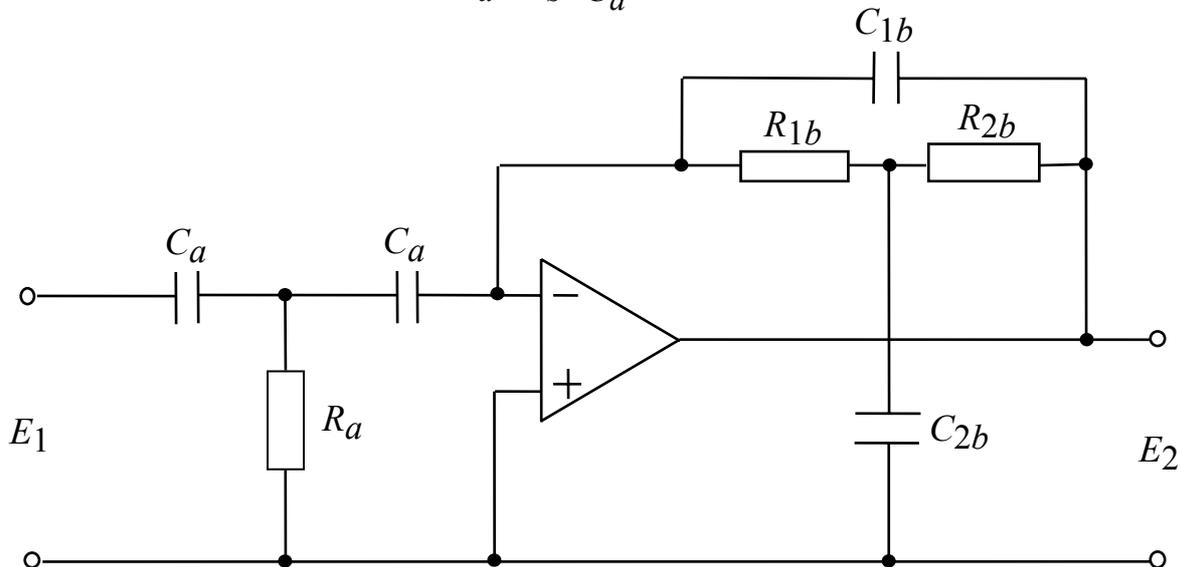


Рис. 2.7

Звено  $B$  в цепи обратной связи представляет собой параллельное соединение четырехполюсника с одним последовательным сопротивлением (рис. 2.3) в виде конденсатора  $C_{1b}$  и Т-образного четырехполюсника (рис. 2.5) с  $Z_1 = R_{1b}$ ,  $Z_3 = R_{2b}$  и  $Z_2 = \frac{1}{sC_{2b}}$ . Для четырехполюсника  $B$  проходная проводимость уже подсчитана нами в предыдущем примере. Тогда передаточная функция фильтра

$$\begin{aligned}
 W(s) &= -\frac{y_{12a}}{y_{12b}} = -\frac{R_a s^2 C_a^2}{2sR_a C_a + 1} \cdot \frac{(R_{1b} + R_{2b}) + sC_{2b}R_{1b}R_{2b}}{(R_{1b} + R_{2b})sC_{1b} + s^2 C_{1b}C_{2b}R_{1b}R_{2b} + 1} = \\
 &= -\frac{s^2 R_a C_a^2 (R_{1b} + R_{2b})}{C_{1b}C_{2b}R_{1b}R_{2b}} \cdot \frac{1}{s^2 + s \frac{(R_{1b} + R_{2b})}{C_{2b}R_{1b}R_{2b}} + \frac{1}{C_{1b}C_{2b}R_{1b}R_{2b}}}. \quad (2.17)
 \end{aligned}$$

В этом выражении, как и в предыдущем примере, в суммах, стоящих в числителе и знаменателе, опущены слагаемые, содержащие значения емкостей, ввиду их малости по сравнению с величинами сопротивлений.

3. Рассчитаем передаточную функцию избирательного активного  $RC$ -фильтра с одноконтурной обратной связью, изображенного на рис. 2.8.

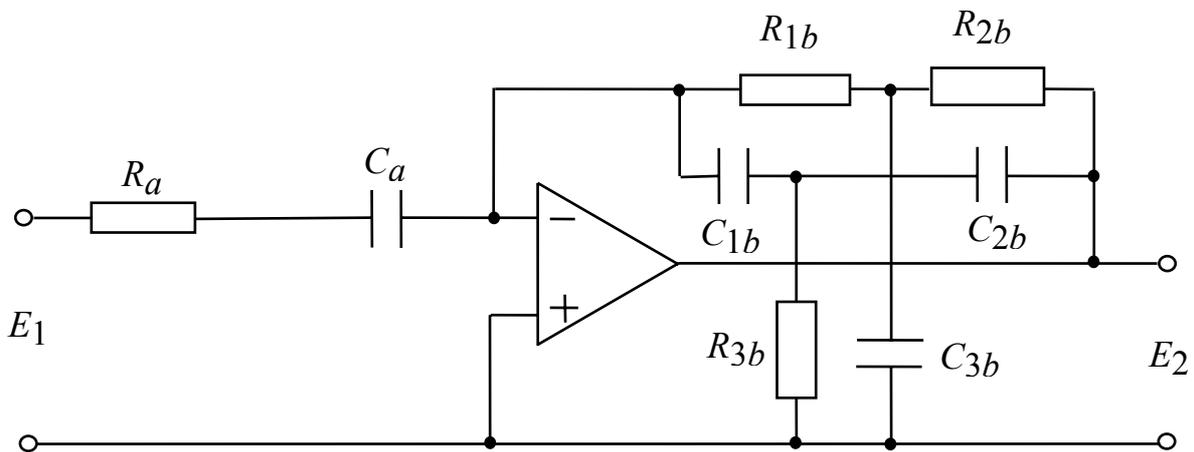


Рис. 2.8

Звено  $A$  на входе фильтра – четырехполюсник с последовательным сопротивлением (рис.2.3) с  $Z_{1a} = \frac{1}{sC_a} + R_a$ . Согласно выражению (2.13)

$$y_{12a} = -\frac{1}{Z_{1a}} = -\frac{sC_a}{sR_a C_a + 1}.$$

Звено  $B$  в цепи обратной связи представляет собой двойной Т-мост. Его параметры мы рассчитаем как параллельное соединение двух Т-образных четырехполюсников, матрицы проводимостей которых были получены ранее.

$$\begin{aligned} \text{Здесь } y'_{12b} &= -\frac{\frac{1}{sC_{3b}}}{\frac{R_{1b}}{sC_{3b}} + R_{1b}R_{2b} + \frac{R_{2b}}{sC_{3b}}} = -\frac{1}{(R_{1b} + R_{2b}) + sC_{3b}R_{1b}R_{2b}}; \\ y''_{12b} &= \frac{-R_{3b}}{\frac{R_{3b}}{sC_{1b}} + \frac{1}{s^2C_{1b}C_{2b}} + \frac{R_{3b}}{sC_{2b}}} = -\frac{s^2C_{1b}C_{2b}R_{3b}}{sC_{2b}R_{3b} + sC_{1b}R_{3b} + 1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{12b} &= y'_{12b} + y''_{12b} = \\ &= -\frac{1}{(R_{1b} + R_{2b}) + sC_{3b}R_{1b}R_{2b}} - \frac{s^2C_{1b}C_{2b}R_{3b}}{sC_{2b}R_{3b} + sC_{1b}R_{3b} + 1}; \end{aligned}$$

$$W(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{-y_{12a}(s)}{y_{12b}(s)}. \quad (2.18)$$

4. Рассмотрим пример расчета активного  $RC$ -фильтра с многоконтурной обратной связью (рис. 2.9).

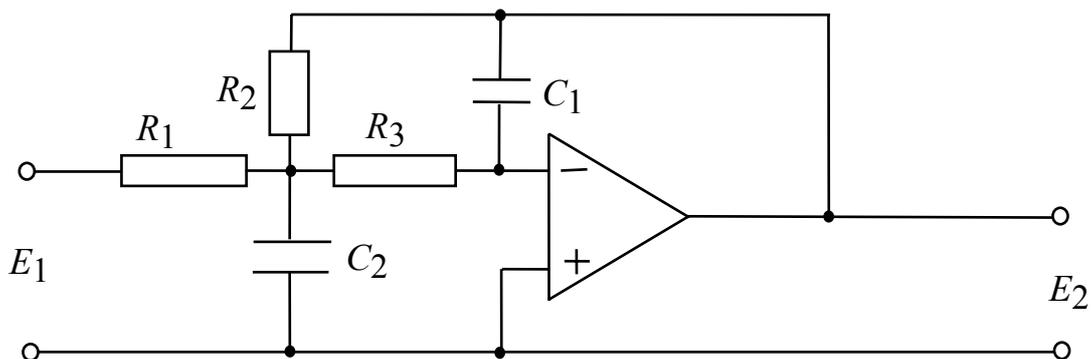


Рис. 2.9

Для этого надо рассчитать передаточную функцию пассивного звена, изображенного на рис. 2.10. По правилу узловых токов в узлах 1, 2 и  $a$  получаем соответственно

$$I_{R1} = I_{R2} + I_{C2} + I_{R3}, \quad 0 = I_{C1} + I_{R3}, \quad 0 = I_{C1} + I_{R2}.$$

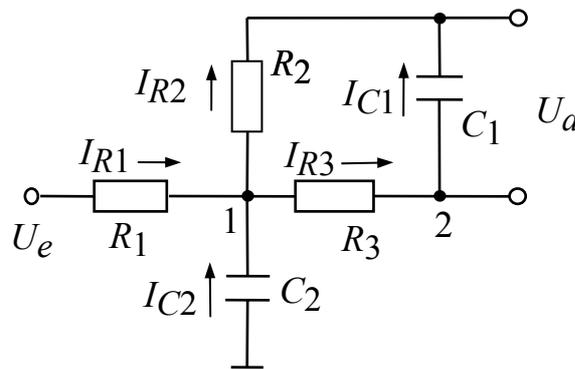


Рис. 2.10

Перепишем эти три уравнения через потенциалы:

$$1) \frac{U_e - U_1}{R_1} = U_1 s C_2 + \frac{U_a - U_1}{R_2} + \frac{U_2 - U_1}{R_3},$$

$$2) \frac{U_2 - U_1}{R_3} = U_a s C_1.$$

Учтем теперь, что напряжение  $U_2 = 0$ , т.е. напряжению земли. Тогда с учетом второго выражения

$$W(p) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = - \frac{R_2}{R_1 \left[ 1 + sC_1 \left( R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) + s^2 C_1 C_2 R_2 R_3 \right]}. \quad (2.19)$$

Рассмотрим пример расчета конкретного фильтра. Передаточную функцию фильтра нижних частот второго порядка (2.16) перепишем в виде:

$$T(s) = \frac{K\omega_p^2}{s^2 + 2\sigma_p s + \omega_p^2} = \frac{K}{\frac{s^2}{\omega_p^2} + \frac{2\sigma_p s}{\omega_p^2} + 1} = \frac{K}{b_1 s^2 + a_1 s + 1}. \quad (2.20)$$

Приравняв коэффициенты передаточной функции (2.17) коэффициентам выражения, стоящего в правой части выражения (2.20), получим

$$K = -\frac{R_2}{R_1}, \quad a_1 = \omega_p C_1 \left( R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right), \quad b_1 = \omega_p^2 C_1 C_2 R_2 R_3. \quad (2.21)$$

Как видно, расчетные формулы справедливы для произвольных положительных значений  $a_1, b_1$ . Коэффициент передачи постоянной составляющей сигнала  $K$  оказывается отрицательным. Поэтому прошедший через фильтр низкочастотный сигнал будет инвертирован.

Чтобы реальная схема фильтра имела желаемую амплитудно-частотную характеристику, входящие в нее элементы могут быть подобраны с не очень высокой точностью. Допуск номинальных значений конденсаторов составляет 10 % и более, в то время как номиналы сопротивлений задаются с однопроцентным допуском. В связи с этим удобнее при расчете схемы задавать значения емкостей конденсаторов и вычислять необходимые значения сопротивлений. Поэтому решим уравнения (2.21) относительно сопротивлений:

$$R_2 = \frac{a_1 C_2 - \sqrt{a_1^2 C_2^2 - 4C_1 C_2 b_1 (1 - K)}}{4\pi f_p C_1 C_2},$$

$$R_1 = -\frac{R_2}{K},$$

$$R_3 = \frac{b_1}{4\pi^2 f_p^2 C_1 C_2 R_2}.$$

Для того, чтобы значение сопротивления  $R_2$  было действительным, должно выполняться условие

$$\frac{C_1}{C_2} \geq \frac{4b_1}{a_1^2}.$$

Причем отношение величин, стоящее в неравенстве слева, не должно быть много больше отношения величин, стоящего справа.

## 2.6 Пример расчета корректирующего звена по ЛАЧХ системы

На рис. 2.11 приведены графики ЛАЧХ и ЛФЧХ, построенные согласно принятым в теории автоматического управления методам [1] в соответствии с требованиями к скорости и ускорению угла поворота вала и к точности проектируемого электропривода. Особенностью проектируемой системы является наличие подвижной платформы, на которой размещается электропривод.

На рис. 2.11 линиями 1 и 2 изображены границы допустимой области, ниже которых не должна заходить ЛАЧХ проектируемой системы и за пределами которой обеспечиваются заданные статическая (линия 1) и динамическая точность (линия 2) системы в условиях качающегося основания. Выше частоты  $\Omega' = 5 \text{ с}^{-1}$  запретная область описывается линией 3. Таким образом, на частотах ниже  $0,628 \text{ с}^{-1}$  запретная зона определяется требованиями к статике, при  $0,628 < \omega < \Omega'$  - угловой скоростью движения основания, а при  $\omega > \Omega'$  - угловым ускорением движения основания проектируемой системы. На основании других технических требований к проектируемой системе, на подробном рассмотрении которых мы здесь не останавливаемся, получено следующее расчетное выражение для передаточной функции

$$W(p) = - \frac{2,48 \cdot 10^4}{p(0,62p + 1)(10^{-3}p + 1)}. \quad (2.22)$$

Построенные по полученной передаточной функции ЛАЧХ и ЛФЧХ приведены на рис. 2.11 линиями 4 и 5, соответственно.

Из представленных графиков следует, что нескорректированная система, описанная передаточной функцией  $W(p)$ , является неустойчивой. Вид сформированной желаемой ЛАЧХ представлен на том же рисунке линией 6, а соответствующая ей ЛФЧХ - линией 7. Частота среза желаемой ЛАЧХ  $\omega_c = 125$ . Запас по фазе на частоте среза  $\varphi_1 = 48^\circ$ . Вид ЛАЧХ корректирующего устройства, полученный графическим вычитанием из ординат точек линии 6 ординат точек линии 4, показан линией 8. При этом сопрягающие постоянные времени ЛАЧХ (линия 8) соответственно равны:  $T_1 = 0,33$  с;  $T_2 = 0,04$  с;  $T_3 = 0,028$  с;  $T_4 = 0,002$  с, а передаточная функция корректирующего устройства будет иметь вид

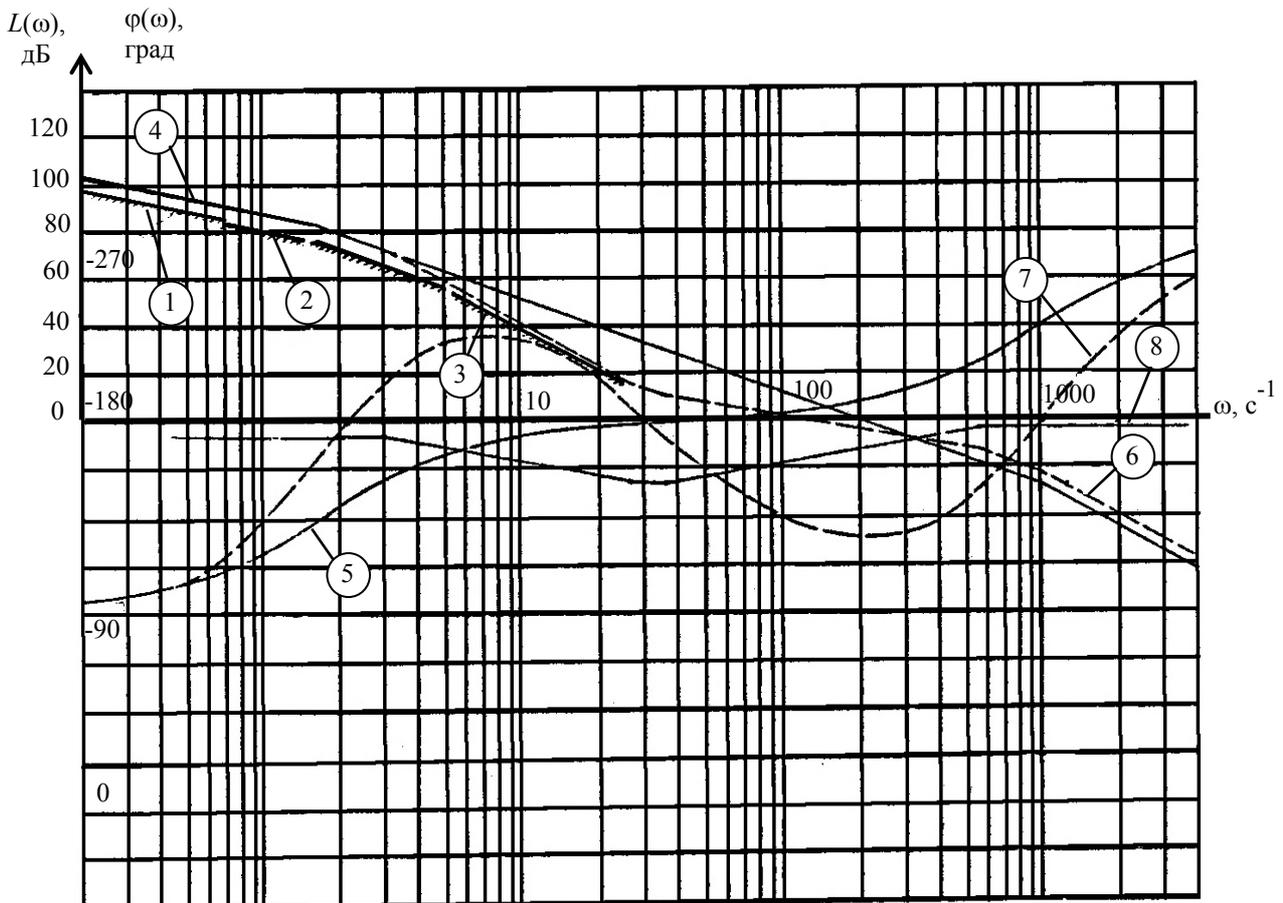


Рис. 2.11

$$W_{\text{кy}} = \frac{(0,04p + 1)(0,028p + 1)}{(0,33p + 1)(0,002p + 1)}. \quad (2.23)$$

На рис.2.12 приведена электрическая схема активного корректирующего устройства, позволяющая получить требуемую передаточную функцию.

Для нахождения номиналов элементов электрической схемы корректирующего устройства можно воспользоваться аналитическими выкладками. Найдем вспомогательные коэффициенты

$$e = T_1 + \frac{T_2 T_3}{T_1} - T_2 - T_3 = 0,26 \text{ с},$$

$$n = \frac{4e(T_2 - T_4)(T_3 - T_4)}{(T_2 - T_3)^2} = 7,27 \text{ с}.$$

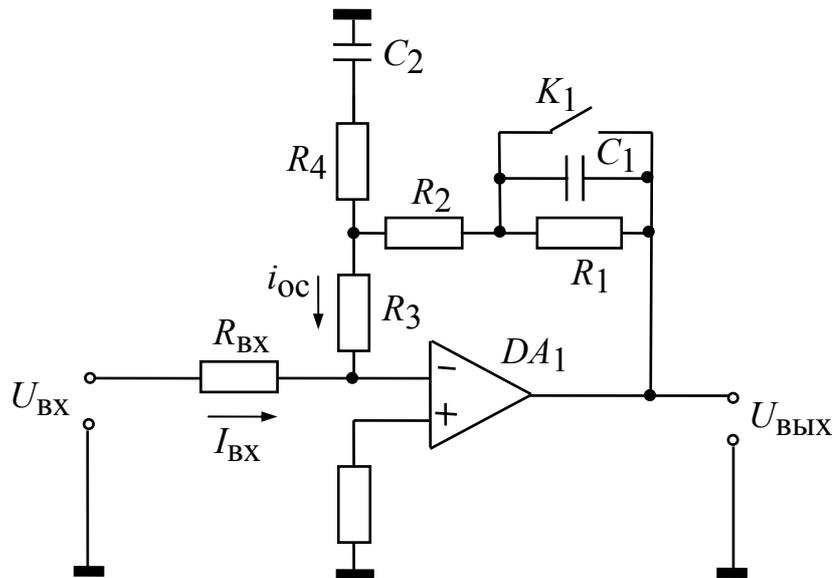


Рис. 2.12

Зададимся величиной  $\tau = R_1 C_2 > n$ ,  $\tau = 10$ ,  $n / \tau = 0,727$ . При расчете значений элементов электрической схемы величины резисторов будем искать в мегаомах, а емкостей - в микрофарадах. Задаваясь величиной емкости  $C_2 = 10 \text{ мкФ}$ , найдем величину резистора  $R_1$

$$R_1 = \frac{\tau_2}{C_2} = 1 \text{ МОм.}$$

Определим

$$R_4 = \frac{T_4}{C_2} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ МОм,}$$

$$C_1 = \frac{T_1}{R_1} = \frac{0,33}{1} = 0,33 \text{ мкФ.}$$

Найдем два решения  $R_{31}$  и  $R_{32}$  для резистора  $R_3$ :

$$R_{31,32} = \frac{(T_2 + T_3 - 2T_4)\tau \pm (T_2 - T_3)\tau \sqrt{1 - \frac{n}{\tau}}}{2(\tau + e)C_2}; \quad (2.24)$$

$$R_{31} = 3,42 \cdot 10^{-3} \text{ МОм, } R_{32} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ МОм.}$$

Величину номинала резистора  $R_2$  найдем по формуле

$$R_{21,22} = -\frac{1}{e} [(T_1 - T_4 - e)R_1 - (\tau + e)R_{31,32}]; \quad (2.25)$$

$$R_{21} = 105,6 \cdot 10^{-3} \text{ МОм, } R_{22} = 129,4 \cdot 10^{-3} \text{ МОм.}$$

Номиналы элементов электрической схемы активного корректирующего устройства, приведенные к стандартным значениям, будут равны

$$R_1 = 1,0 \text{ МОм, } R_2 = 130 \cdot 10^{-3} \text{ МОм, } R_3 = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ МОм,}$$

$$R_{22} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ МОм, } C_1 = 0,33 \text{ мкФ, } C_2 = 10 \text{ мкФ.}$$

На основании выбранных номиналов элементов схемы найдем уточненные значения постоянных времени, что одновременно может служить проверкой правильности проведенных вычислений. Для этого решим квадратное уравнение

$$\frac{A}{C}p^2 + \frac{B}{C}p + 1 = 0,$$

где  $A = R_1 C_1 C_2 (R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4) = 124,6 \cdot 10^{-5} \text{ МОм}^3 \cdot \text{мкФ}^2$ ;

$$\begin{aligned} B &= R_1 C_1 (R_2 + R_3) + R_1 C_2 (R_3 + R_4) + R_2 C_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 C_2 = \\ &= 76,56 \cdot 10^{-3} \text{ МОм}^2 \cdot \text{мкФ}; \end{aligned}$$

$$C = R_1 + R_2 + R_3 = 1,13 \text{ МОм};$$

$$\frac{A}{C} = T_2 T_3 ; \quad \frac{B}{C} = T_2 + T_3.$$

Подставляя значения коэффициентов, найдем корни уравнения

$$11 \cdot 10^{-4} p^2 + 6,75 \cdot 10^{-2} p + 1 = 0;$$

$$p_1 = -\frac{1}{T_2} = 36 \frac{1}{C}; \quad p_2 = -\frac{1}{T_3} = 25 \frac{1}{C};$$

$$\begin{aligned} T_1 &= R_1 C_1 = 0,33 \text{ с}; \quad T_2 = 0,028 \text{ с}; \quad T_3 = 0,04 \\ \text{с}; \quad T_4 &= R_4 C_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ с} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}. \end{aligned}$$

Если при проведении проверки правильности выбранных номиналов элементов электрической схемы корректирующего контура дискриминант квадратного уравнения окажется отрицательным, то необходимо принять во внимание вторые значения номиналов резисторов  $R_{21,22}$ ,  $R_{31,32}$ , отбросив первоначально взятые значения.

Величина коэффициента усиления корректирующего устройства определяется выражением

$$K_{\text{ку}} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_{\text{вх}}}.$$

Выбирая величину  $R_{\text{вх}} = 1,1 \text{ МОм}$ , получим значение  $K_{\text{ку}} \approx 1$ .

В качестве усилителя постоянного тока можно выбрать, например, хорошо зарекомендовавшие себя операционные усилители серии К140.

Следует заметить, что система не может обеспечить нормальную работу при больших начальных угловых отклонениях ее платформы. Поэтому необходимо так изменить передаточную функцию корректирующего устройства, чтобы система стала абсолютно устойчивой. Проще всего это можно изменить, закоротив в цепи обратной связи емкость  $C_1$  и резистор  $R_1$  ключом  $K_1$  на первоначальное время системы. В этом случае передаточная функция корректирующего устройства будет равна

$$W_{\text{ку}}(p) = \frac{K(\tau_1 p + 1)}{T_4 p + 1},$$

$$\text{где } K = \frac{R_2 + R_3}{R_{\text{вх}}}; \quad \tau_1 = \left( \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4 \right) C_2; \quad T_4 = R_4 C_2.$$


---

### 3. РАСЧЕТ ПРАКТИЧЕСКИХ СХЕМ АКТИВНЫХ RC-ФИЛЬТРОВ НА ОПЕРАЦИОННЫХ УСИЛИТЕЛЯХ

#### 3.1. ФНЧ с одноконтурной цепью обратной связи

В основу таких фильтров положена схема (рис. 3.1), состоящая из двух пассивных четырехполюсников А и В и операционного усилителя.

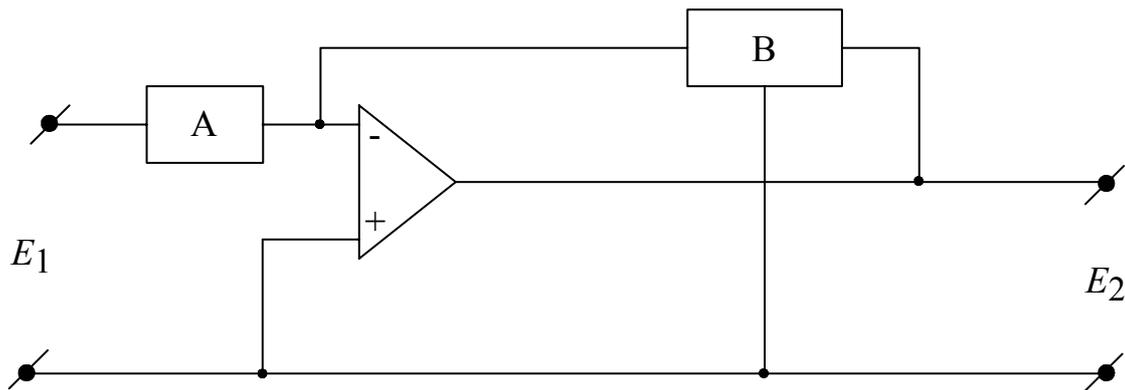


Рис. 3.1

На вход четырехполюсника А подается фильтруемый сигнал. Выход четырехполюсника А соединен с инвертирующим входом операционного усилителя (ОУ). Четырехполюсник В включается в цепь отрицательной обратной связи ОУ. В качестве четырехполюсников А и В могут использоваться различные типы фильтров, состоящие из пассивных RC-цепей.

На рис. 3.2 приведена схема ФНЧ с одноконтурной цепью обратной связи.

Передаточная функция фильтра:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-H\omega_0^2}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2},$$

где  $H$  – коэффициент усиления фильтра в полосе пропускания,  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – граничная частота фильтра,  $s$  – комплексная переменная. Элементы фильтра вычисляются по формулам:

$$C_a = \frac{4Hk}{2\pi f_0 \alpha^2}, \quad C_{1b} = \frac{k}{2\pi f_0}, \quad C_{2b} = \frac{b^2 k}{2\pi f_0 (\alpha b - 1)},$$

$$R_a = \frac{\alpha}{2Hk}, \quad R_{1b} = \frac{1}{bk}, \quad R_{2b} = \left(\alpha - \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{k}.$$

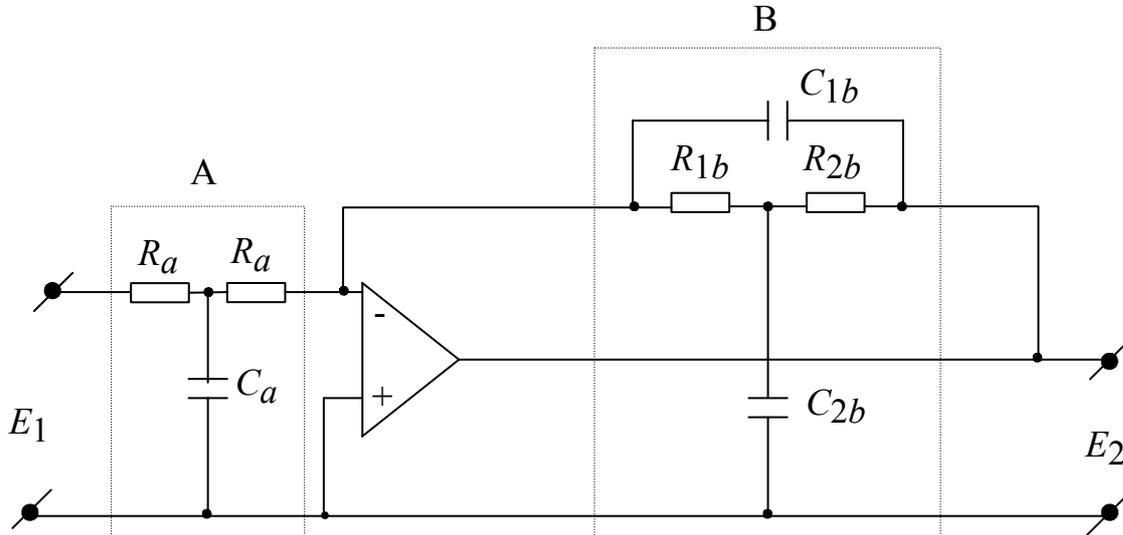


Рис. 3.2.

Для получения максимально гладкой АЧХ выбираем  $\alpha = \sqrt{2}$ ,  $b = 2,5 - \alpha$ . Рис. 3.3 дает качественное представление об АЧХ активного ФНЧ с разомкнутой (зависимость 1) и замкнутой (зависимость 2) цепью обратной связи.

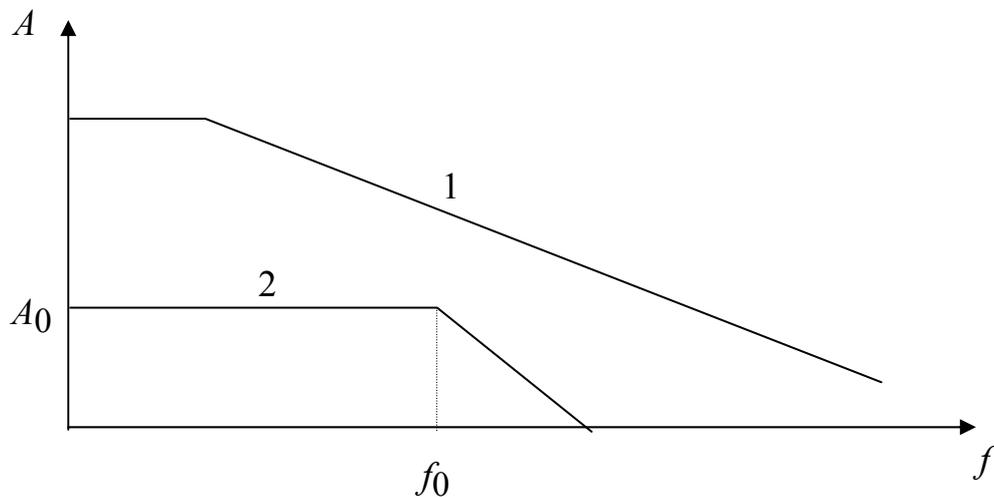


Рис. 3.3

**Пример.** Нужно создать активный  $RC$ -фильтр нижних частот:  $f_0 = 200$  Гц,  $H = A_0 = 100$  (40 дБ),  $\alpha = \sqrt{2}$ ,  $k = 10^{-5}$ .

Результаты вычислений:  $C_a = 1,59$  мкФ,  $R_a = 707$  Ом,  $R_{1b} = 92,1$  кОм,  $R_{2b} = 49,3$  кОм,  $C_{1b} = 7,96$  нФ,  $C_{2b} = 17,5$  нФ.

### 3.2. ФВЧ с одноконтурной цепью обратной связи

Схема такого фильтра приведена на рис.3.4.

Передаточная функция фильтра:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-Hs^2}{s^2 + \alpha\omega_0s + \omega_0^2}.$$

Как и в предыдущем случае, выбираем  $\alpha = \sqrt{2}$ ,  $b = 2,5 - \alpha$ . Вычисление элементов  $RC$ -цепей производим по формулам:

$$C_{1a} = C_{2a} = \frac{Hk}{2\pi f_0}, \quad C_{1b} = \frac{k}{2\pi f_0}, \quad C_{2b} = \frac{b^2k}{2\pi f_0(\alpha b - 1)},$$

$$R_a = \frac{1}{4H\alpha k}, \quad R_{1b} = \frac{1}{bk}, \quad R_{2b} = \left(\alpha - \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{1}{k}.$$

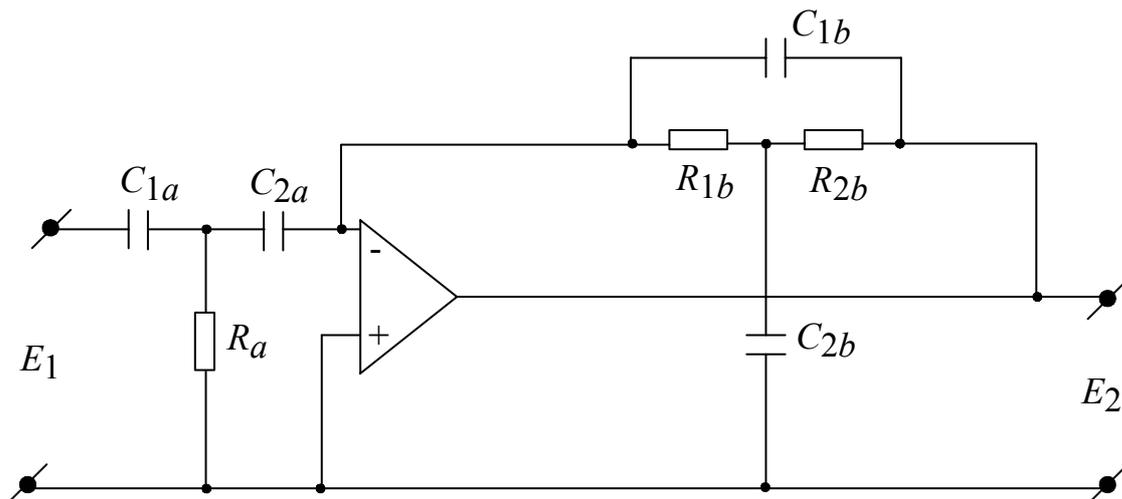


Рис. 3.4

### 3.3. Селективный фильтр нижних частот с одноконтурной цепью обратной связи

На рис. 3.5 приведена схема селективного активного  $RC$ -фильтра с одноконтурной цепью обратной связи.

В этой схеме в цепь обратной связи включен режекторный фильтр – двойной  $T$ -мост, затухание которого на частоте  $\omega_0$  максимально. Следовательно, коэффициент передачи по цепи обратной связи на частоте  $\omega_0$  становится равным нулю, а усиление операционного усилителя максимальным.

При увеличении или уменьшении частоты  $\omega$  относительно  $\omega_0$  возникает отрицательная обратная связь, которая при  $\omega \rightarrow 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$  и при тщательном согласовании входных и выходных сопротивлений операционного усилителя и двойного  $T$ -моста приближается к 100 %, и коэффициент передачи ОУ резко снижается.

Передаточная функция такого активного фильтра:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-H\omega_0 s}{s^2 + \alpha \omega_0 s + \omega_0^2},$$

где  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $A_0 = \frac{H}{\alpha}$ ,  $\alpha = \frac{1}{Q}$ ,  $Q$  – добротность.

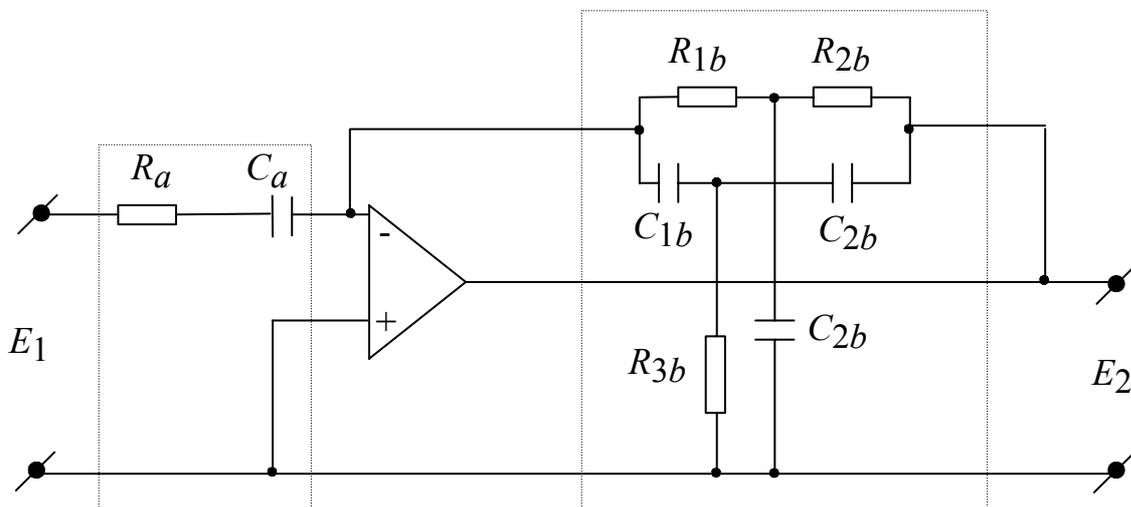


Рис.3.5

Элементы фильтра вычисляются по формулам:

$$C_a = \frac{Hk}{2\pi f_0}, R_a = \frac{1}{Hk}, C_{1b} = \frac{bk}{2\pi f_0}, C_{2b} = \frac{bk}{2\pi f_0(b-1)}, C_{3b} = \frac{b^2k}{(b-1)(1+\alpha)2\pi f_0},$$

$$R_{1b} = \frac{1}{bk}, R_{2b} = \frac{b-1}{bk}, R_{3b} = \frac{(b-1)(1+\alpha)}{b^2k}, b = \frac{(2,5-\alpha)(1+\alpha)}{2+\alpha}.$$

На рис. 3.6 приведены АЧХ фильтра на ОУ с разомкнутой (1) и замкнутой (2) цепью обратной связи.

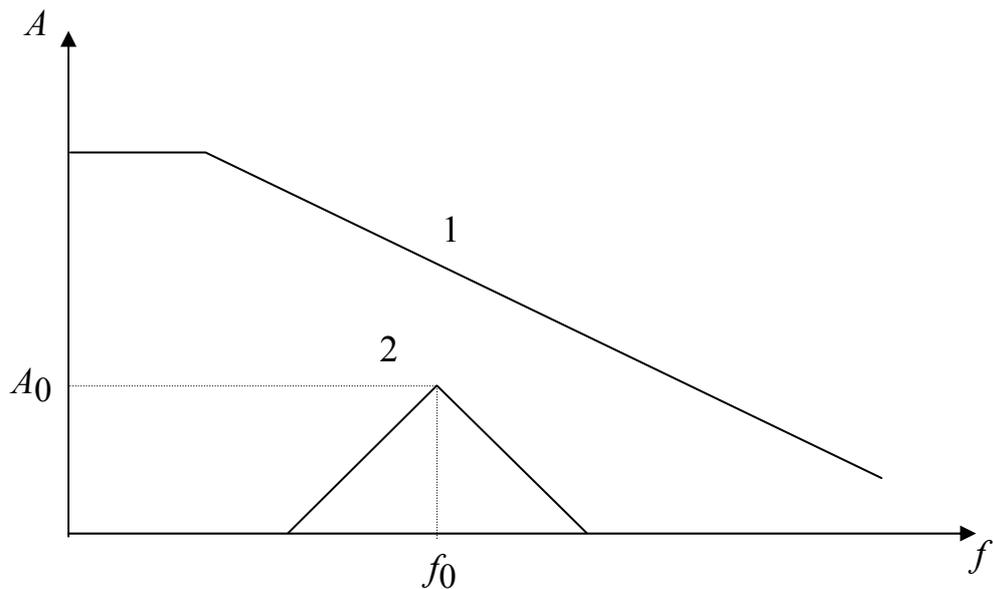


Рис. 3.6

### 3.4. Активный ФНЧ с многоконтурной обратной связью

Схема активного ФНЧ на операционном усилителе приведена на рис. 3.7.

Передаточная функция фильтра:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-1/R_1 R_2}{s^2 C_1 C_2 + s C_2 (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3) + 1/R_2 R_3}$$

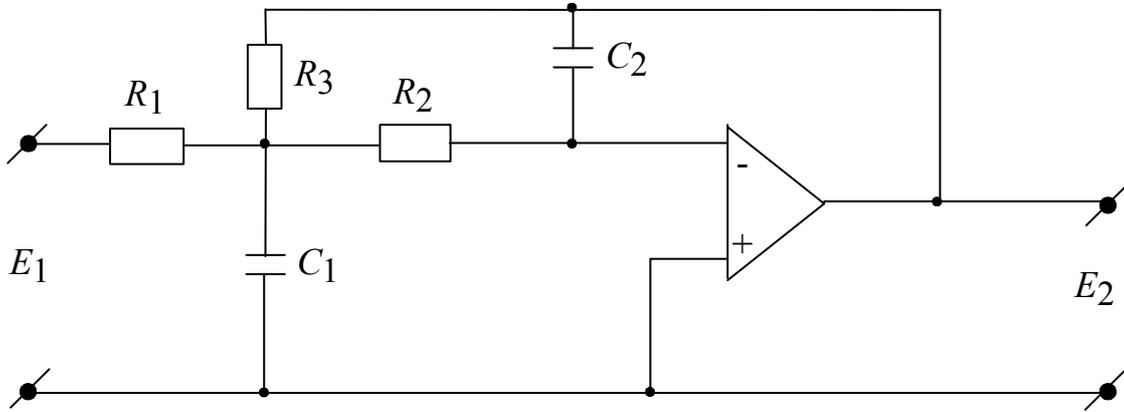


Рис. 3.7

Выбираем  $C_2 = \frac{k}{2\pi f_0}$  и определяем  $k$ ,  $H = A_0$ ,  $\alpha = \sqrt{2}$  для получения

максимально гладкой характеристики.

Определяем:

$$C_2 = \frac{k}{2\pi f_0}, C_1 = \frac{k(H+1)}{2\pi f_0 \alpha^2}, R_1 = \frac{\alpha}{2Hk}, R_2 = \frac{\alpha}{2(H+1)k}, R_3 = \frac{\alpha}{2k} = HR_1.$$

АЧХ операционного усилителя с разомкнутой (1) и замкнутой петлей обратной связи (2) приведена на рис. 3.8.

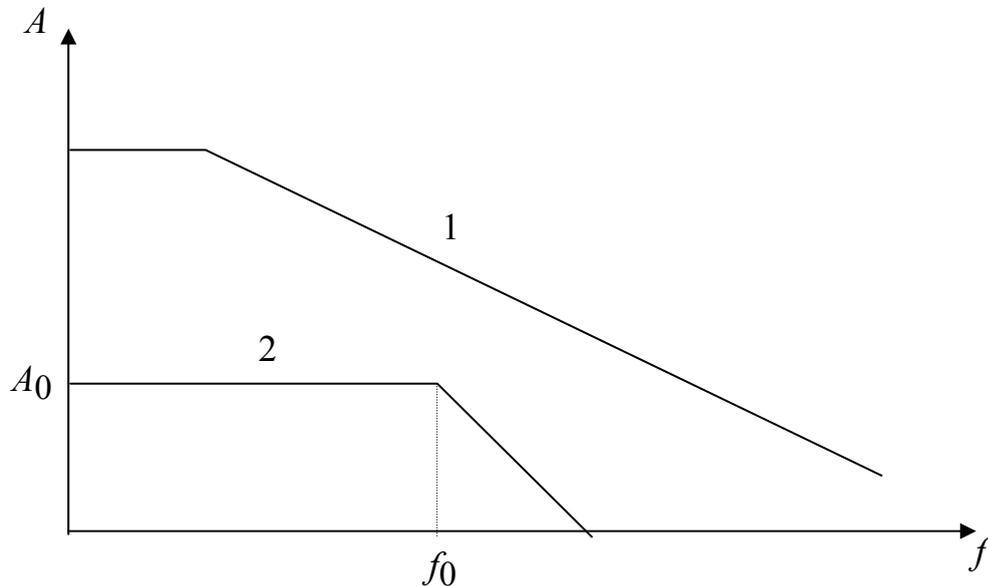


Рис. 3.8

### 3.5. ФВЧ с многоконтурной обратной связью

Схема такого фильтра на операционном усилителе приведена на рис. 3.9. Имеем:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-Hs^2}{s^2 + \alpha\omega_0s + \omega_0^2},$$

где  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ;  $A_0 = H$ .

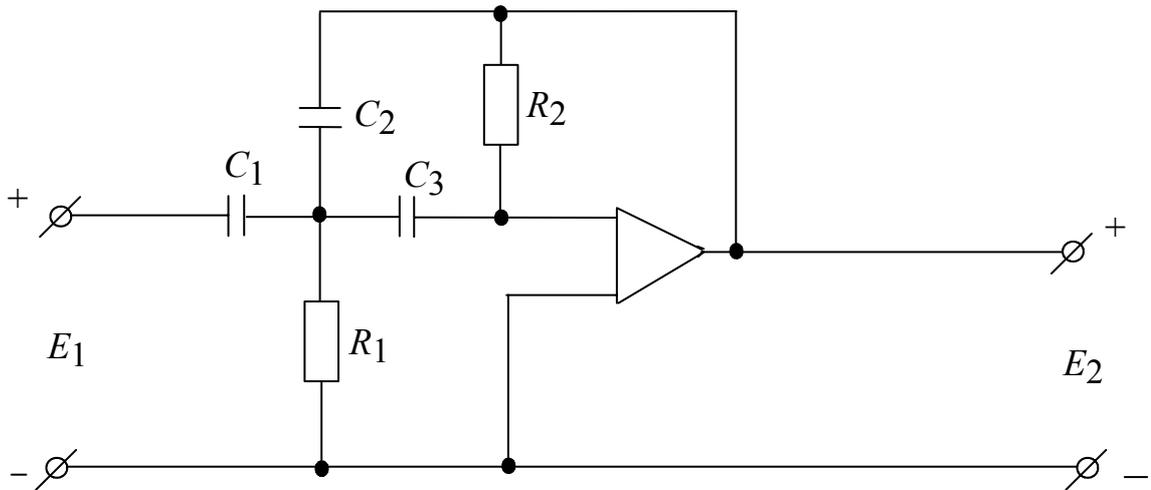


Рис. 3.9

Передаточная функция:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{s^2 C_1 C_3}{s^2 C_3 C_4 + s(C_1 + C_3 + C_2)/R_2 + 1/R_1 R_2},$$

выбираем  $C = \frac{k}{2\pi f_0}$  (определяем  $k$ ),  $H = |A_0|$   $\alpha = \sqrt{2}$  (для получения максимально гладкой характеристики, наклон 40 дБ).

Вычисляем:

$$C_1 = C_3 = \frac{k}{2\pi f_0} = C; \quad C_2 = C/H; \quad R_1 = \frac{\alpha}{k(2+1/h)}; \quad R_2 = \frac{H(2+1/H)}{\alpha k}.$$

На рис. 3.10 приведены АЧХ операционного усилителя с разомкнутой (1) и замкнутой (2) цепью обратной связи.

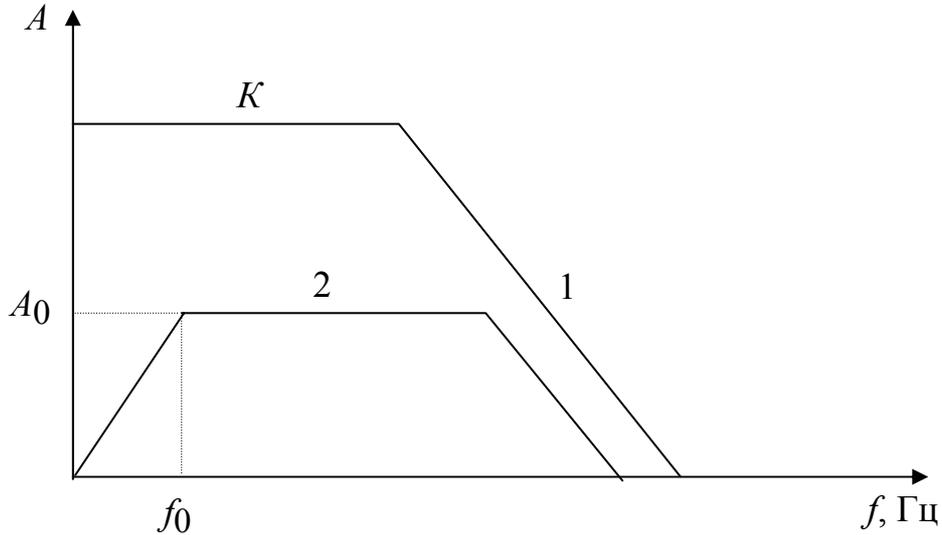


Рис. 3.10

**Пример.** Требуется получить:  $f_0 = 0,1$  Гц,  $A_0 = 1$  (0 дБ),  $\alpha = \sqrt{2}$ .

Выбираем  $C = 10$  мкФ. Результаты вычислений:

$$k = 6,28 \cdot 10^{-6}, \quad C_1 = C_3 = 10 \text{ мкФ}, \quad C_2 = 10 \text{ мкФ}, \quad R_1 = 75,2 \text{ кОм}, \quad R_2 = 338 \text{ кОм}.$$

Реальная АЧХ ФВЧ приведена на рис. 3.11.

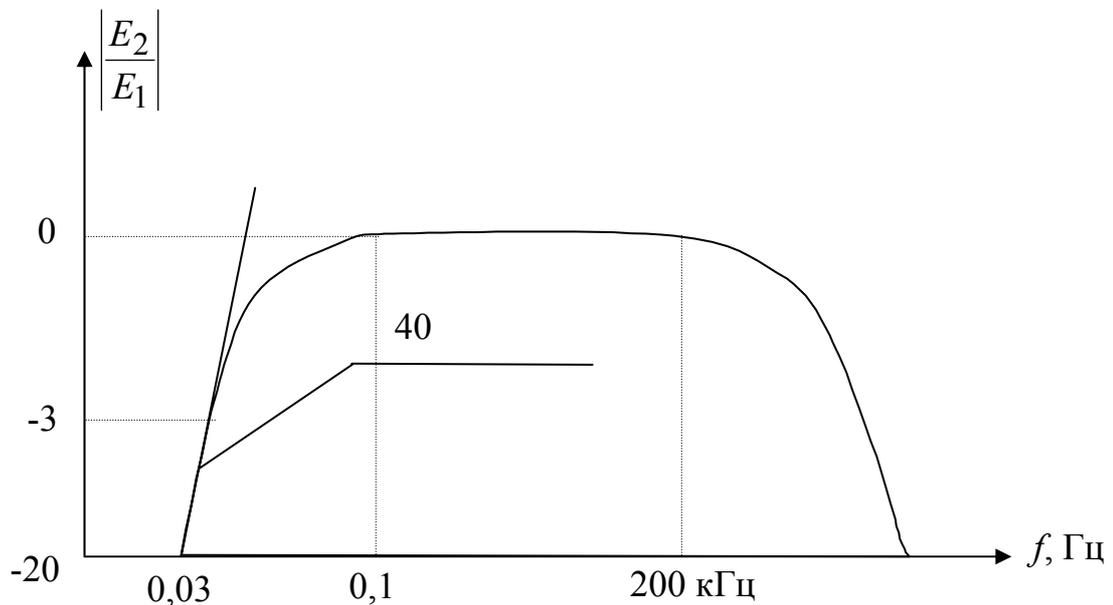


Рис. 3.11

### 3.6. Селективный фильтр с многоконтурной обратной связью

Схема такого фильтра приведена на рис. 3.12.

Имеем:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-H\omega_0 s}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2},$$

где  $A_0 = H/\alpha$ ,  $Q = 1/\alpha$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ .

Передаточная функция:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-sC_2 / R_1}{s^2 C_1 C_2 + 1/R_3 (C_1 + C_2) + (R_1 + R_2) / R_1 R_2 R_3}.$$

Выбираем  $C = \frac{k}{2\pi f_0}$  (определяем  $k$ ),  $\alpha = 1/Q$ ;  $H = |A_0|/Q$ .

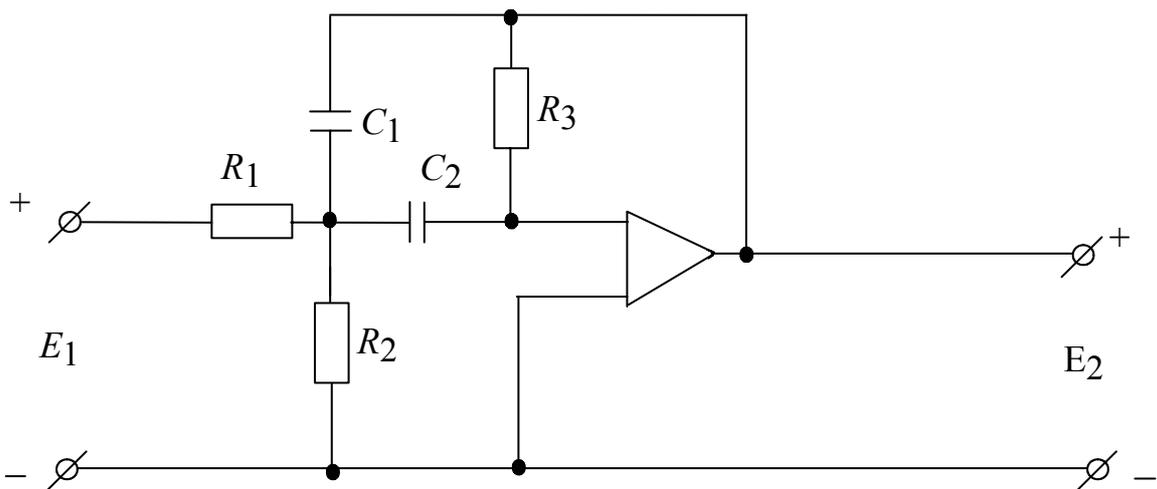


Рис. 3.12

Вычисляем:

$$C_1 = C_2 = \frac{k}{2\pi f_0}; R_1 = 1/Hk; R_2 = \frac{1}{(2Q - H)k}; R_3 = 2Q/k.$$

АЧХ операционного усилителя с разомкнутой (1) и замкнутой (2) цепью обратной связи приведены на рис. 3.13.

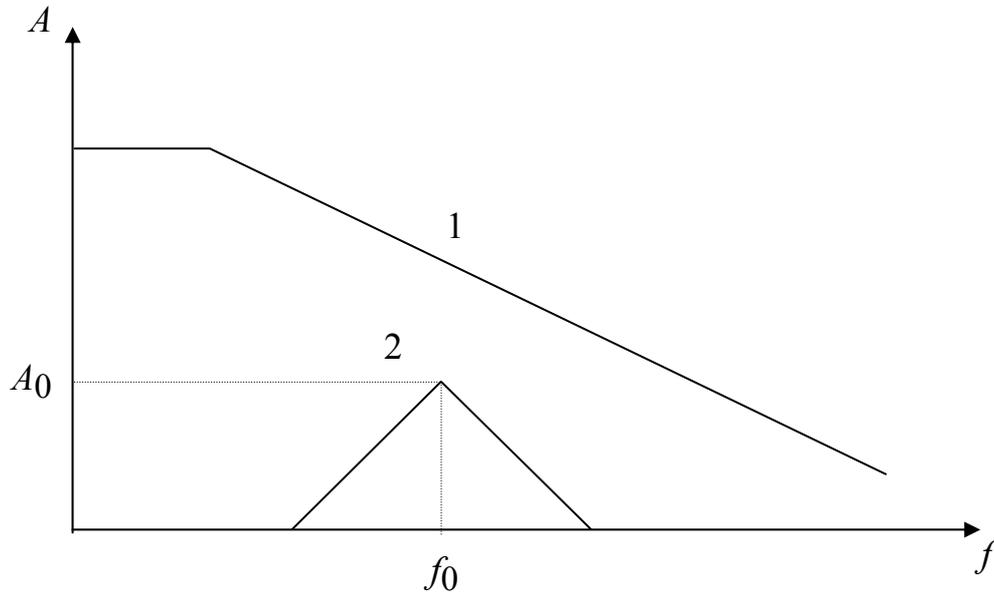


Рис. 3.13.

**Пример.** Требуется получить:  $f_0 = 1,6$  Гц,  $Q = 10$ ,  $A_0 = 10$  (20) дБ.  
Выбираем  $C = 10$  мкФ. Результаты вычислений:

$$r = 10^{-4}, C_3 = C_4 = 10 \text{ мкФ}, H = 1, R_1 = 10 \text{ кОм}, R_2 = 527 \text{ Ом}, R_5 = 200 \text{ кОм}.$$

Рассчитанная АЧХ селективного фильтра приведена на рис. 3.14.

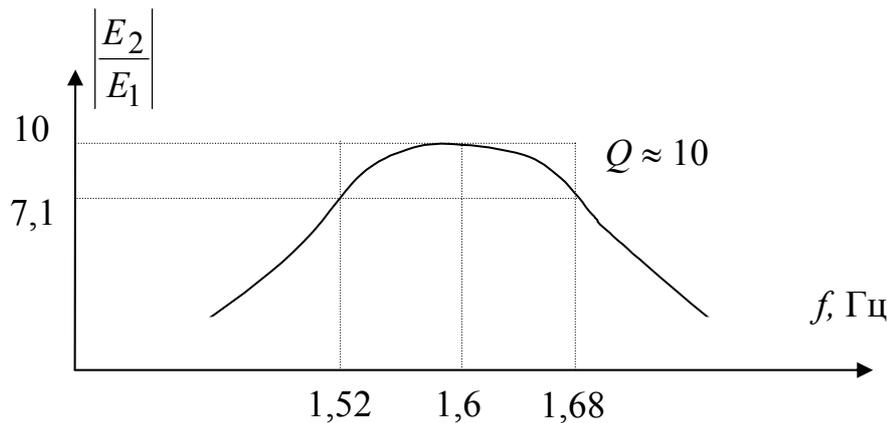


Рис. 3.14

### 3.7. ФНЧ с усилителем ограниченного усиления

Схема такого фильтра приведена на рис. 3.15.

Имеем:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{-H\omega_0^2}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2},$$

где  $A_0 = H = K$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ .

Передаточная функция:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{K / R_1 R_2}{s^2 C_1 C_2 + S[C_2 / R_1 + C_2 / R_2 + C_1 / R_2 (1 - K)] + 1 / R_1 R_2}.$$

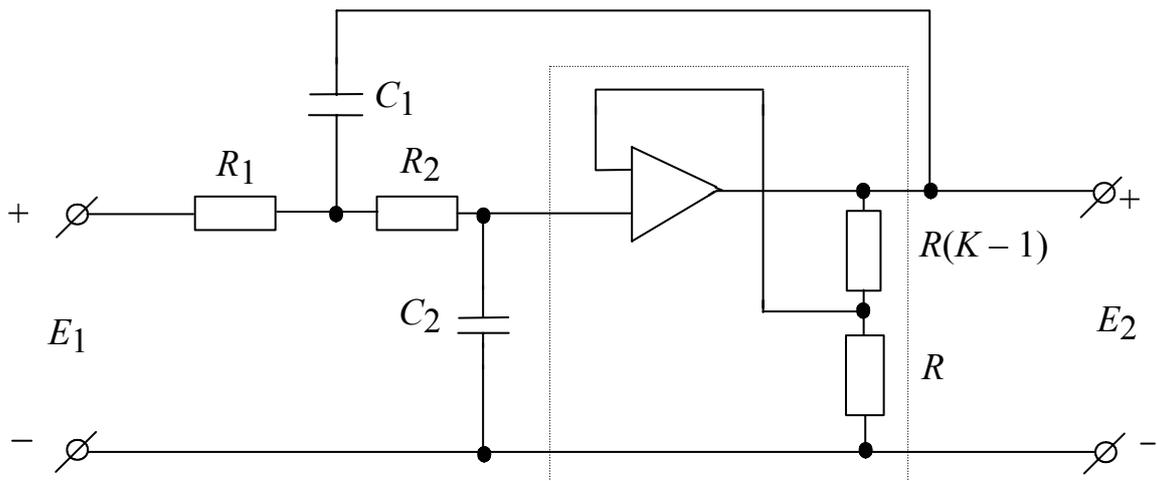


Рис. 3.15

Выбираем  $C_1 = \frac{k}{2\pi f_0}$  (определяем  $k$ ).  $K = A_0$ ,  $\alpha = \sqrt{2}$  (для максимально гладкой характеристики).

Вычисляем:

$$m = \alpha^2 / 4 + (K - 1), \quad C_2 = mC_1 = \frac{mk}{2\pi f_0}, \quad R_1 = 2 / \alpha k, \quad R_2 = \alpha / 2mk.$$

АЧХ операционного усилителя с разомкнутой (1) и замкнутой (2) цепью обратной связи приведены на рис. 3.16.

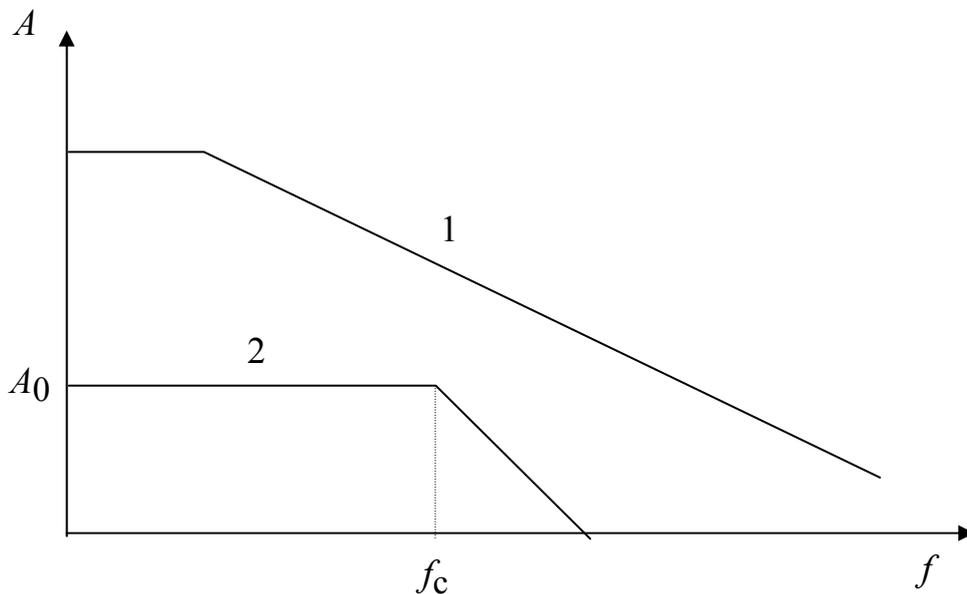


Рис. 3.16

Примечание.  $R$  и  $R(K-1)$  выбираются таким образом, чтобы  $R + R(K-1) = 100$  кОм, или используется переменное сопротивление 100 кОм.

**Пример.** Требуется получить:  $f_0 = 30$  Гц,  $\alpha = \sqrt{2}$ ,  $C_1 = 0,1$  мкФ,  $A_0 = 10$  (20) дБ.

Результаты вычислений:

$m = 9,5; r = 1,89 \cdot 10^{-5}, C_2 = 0,95 \text{ мкФ}, R_1 = 75 \text{ кОм}, R_2 = 3,94 \text{ кОм}, K = 10.$

На рис. 3.17 приведена АЧХ рассчитанного фильтра.

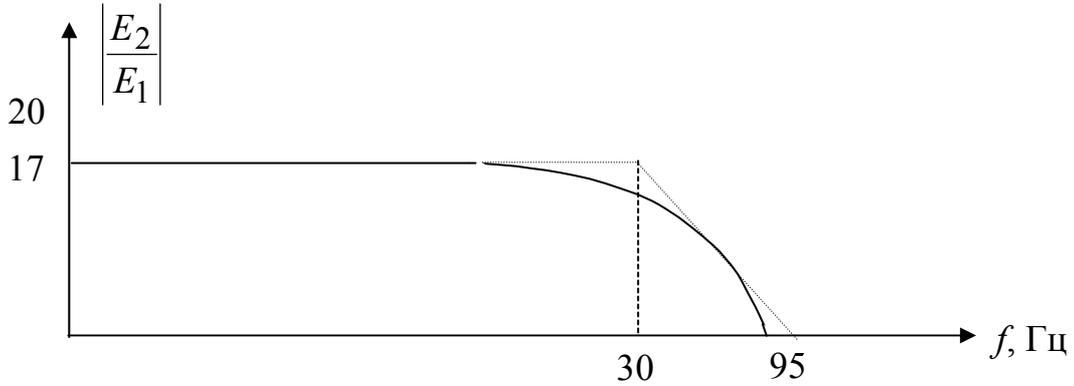


Рис. 3.17

### 3.8. ФВЧ с услителем ограниченного усиления

Схема фильтра приведена на рис. 3.18.

Имеем:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{Ks^2 C_1 C_2}{s^2 C_1 C_2 + s[C_2 / R_2 + C_1 / R_2 + (1 - K)C_2 / R_1] + 1 / R_1 R_2}$$

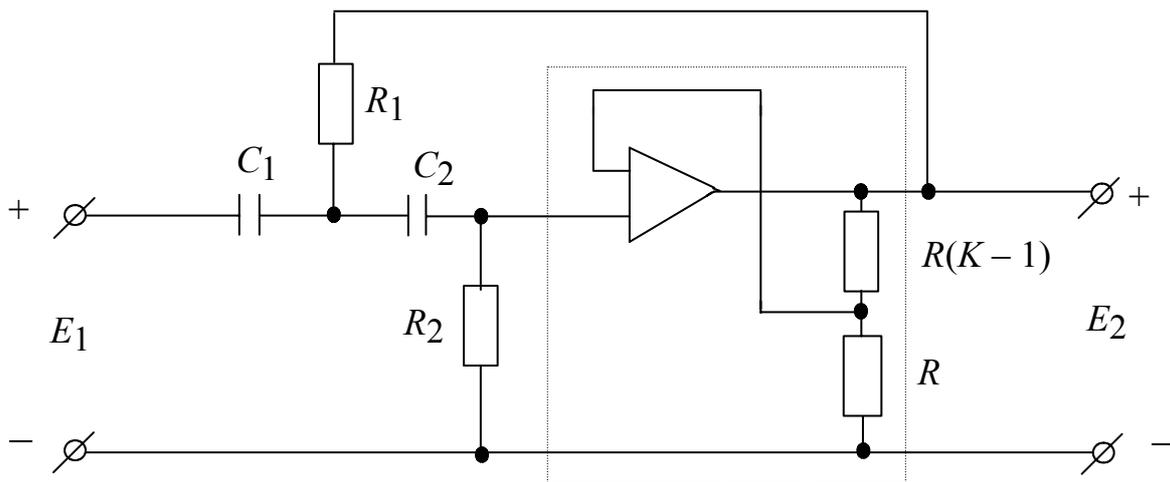


Рис. 3.18.

Выбираем  $\alpha = \sqrt{2}$  (для получения максимально гладкой характеристики),  
 $C_1 = \frac{k}{2\pi f_0}$  (определяем  $k$ ),  $C_2 = C_1$ .

Вычисляем:

$$R_1 = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 8(K-1)}}{4k}, R_2 = \frac{4}{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 8(K-1)}} \cdot \frac{1}{k}.$$

На рис. 3.19 приведены АЧХ операционного усилителя с разомкнутой (1) и замкнутой (2) цепью обратной связи.

**Пример.** Требуется получить:  $f_0 = 300$  Гц,  $\alpha = \sqrt{2}$ ,  $A_0 = 100$  (40) дБ,  $C_1 = C_2 = 0,1$  мкФ.

Результаты вычислений:

$$k = 1,884 \cdot 10^{-4}, R_1 = 39,3 \text{ кОм}, R_2 = 717 \text{ Ом}, k = 100.$$

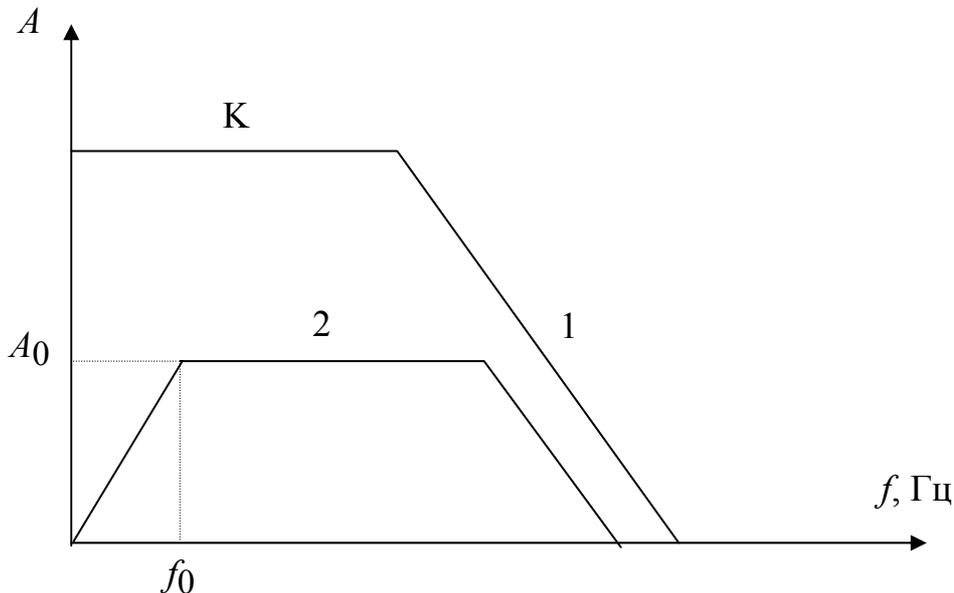


Рис. 3.19

Рассчитанная АЧХ ФВЧ приведена на рис. 3.20; выброс на АЧХ обусловлен фазовыми сдвигами в усилителе.

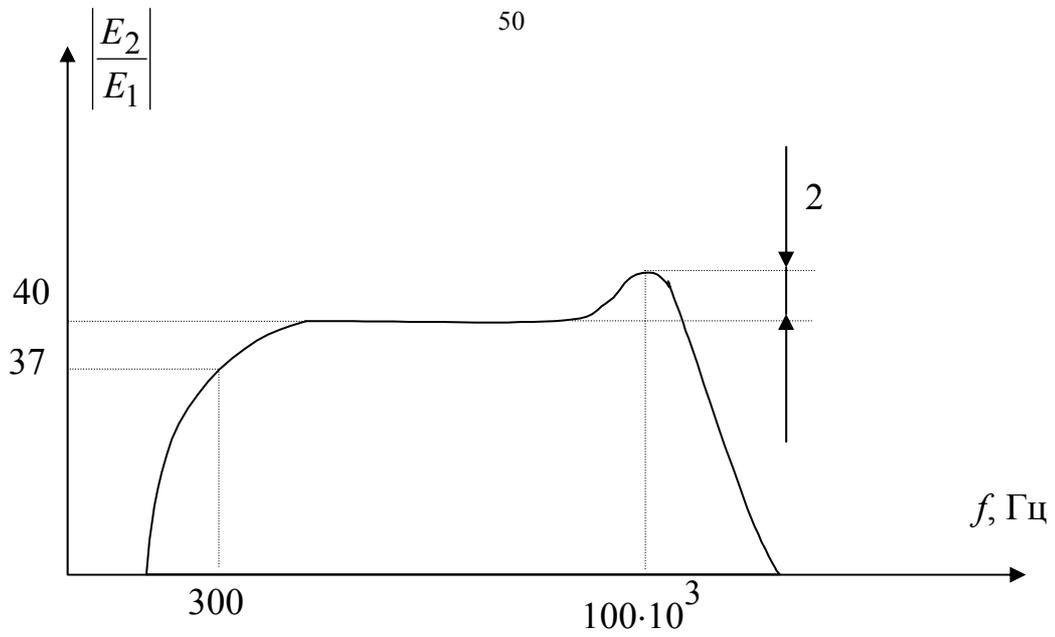


Рис. 3.20

### 3.9. Селективный фильтр с услителем ограниченного усиления

Схема селективного фильтра приведена на рис. 3.21.

Имеем:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{H\omega_0 s}{s^2 + \alpha\omega_0 s + \omega_0^2},$$

где  $A = H/\alpha$ ,  $H = K$ ,  $Q = 1/\alpha$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ .

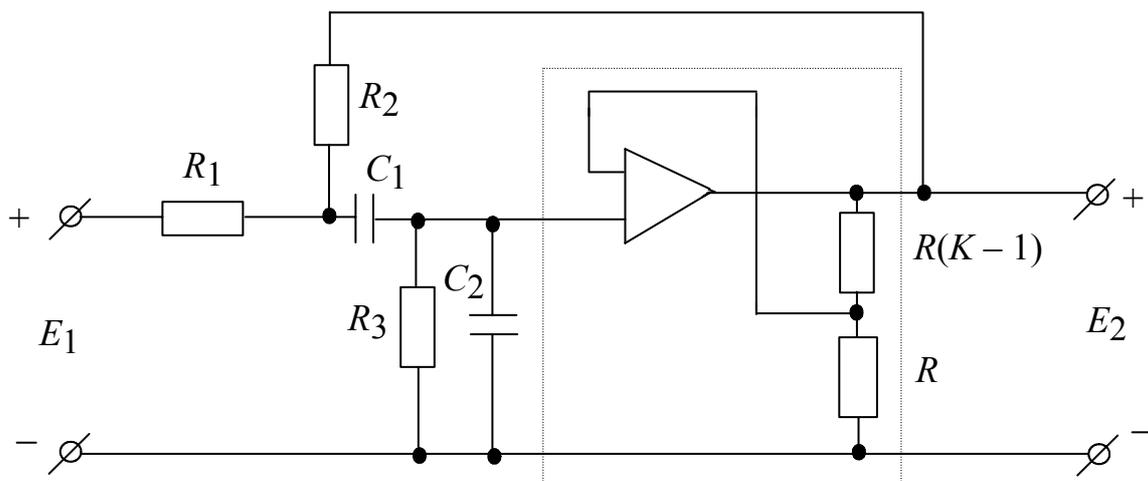


Рис. 3.21

Передаточная функция:

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{Ks \frac{C_1}{C_2}}{s^2 C_1 C_2 + \left[ C_1 / R_3 + \frac{C_1 + C_2}{R_1} + \frac{C_2}{R_2} + \frac{C_1}{R_2} (1 - K) \right] + \frac{1}{R_3} \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right)}$$

Выбираем  $C_1 = k/2\pi f_0$ ,  $R_1 = 2/k$ ,  $R_2 = 2/3k = R_1/3$ ,  $R_3 = 4/k = 2R_1$ ,  $K = (6,5/Q)/3$ .

$R$  и  $R(K-1)$  выбирают так, чтобы  $R + (R - 1) = 100$  кОм.

АЧХ селективного фильтра с разомкнутой (1) и замкнутой (2) цепью обратной связи приведены на рис. 3.22.

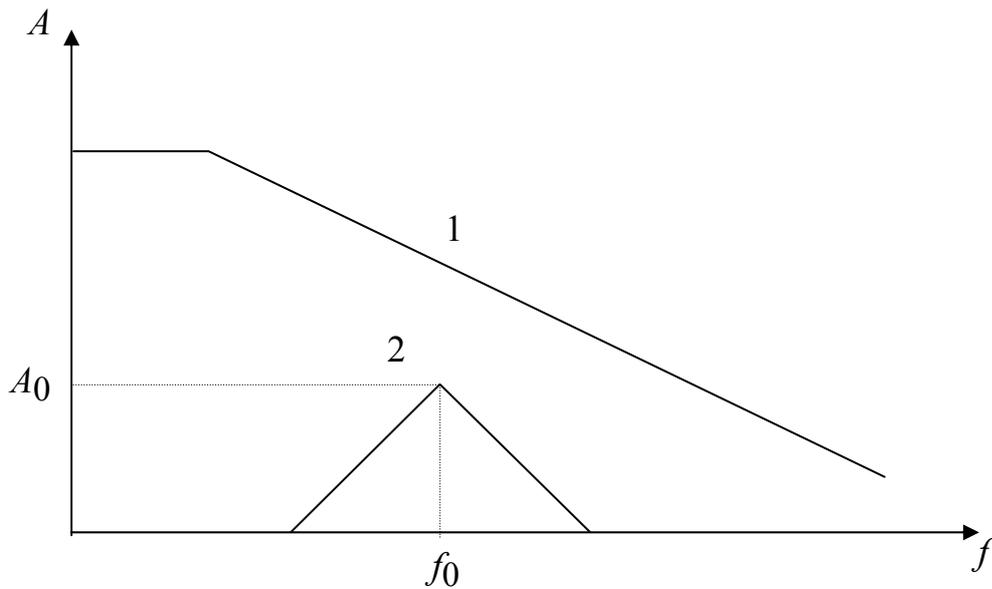


Рис. 3.22

**Пример.** Требуется получить:  $f_0 = 300$  Гц,  $Q = 10$ ,  $C_1 = 20$  нФ.

Результаты вычислений:  $K = 2,133$ ,  $A_0 = 21,33$  (26,6) дБ,  $C_1 = 20$  нФ,  $C_2 = 10$  нФ,  $k = 37,8 \cdot 10^{-6}$ ,  $R_1 = 53$  кОм,  $R_2 = 17,7$  кОм,  $R_3 = 106$  кОм.

Рассчитанная АЧХ селективного фильтра приведена на рис. 3.23.

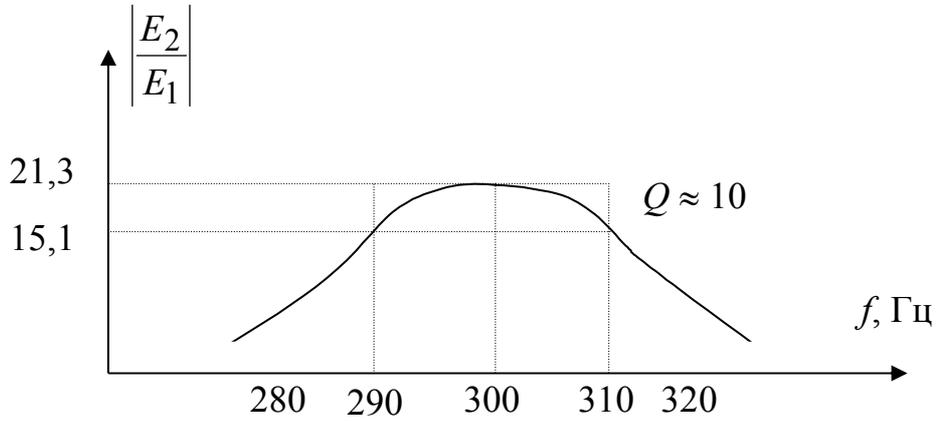


Рис. 3.23

## 4. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

### 4.1. Измерители амплитудно-частотных характеристик

Важнейшей характеристикой четырехполюсника является коэффициент передачи. Зависимость модуля коэффициента передачи от частоты  $K(\omega)$  называется амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ); зависимость разности фаз между выходными и входными сигналами от частоты  $\varphi(\omega)$  – фазочастотной характеристикой, а производная по частоте  $\varphi'_{\omega}(\omega)$  – частотной характеристикой группового времени задержки. Наибольшее распространение при исследовании четырехполюсников получили панорамные измерители АЧХ. Измеритель АЧХ – это прибор с осциллографическим индикатором, предназначенный для визуального наблюдения и исследования АЧХ четырехполюсников.

Функциональная схема измерителя АЧХ приведена на рис. 4.1. На вход исследуемого четырехполюсника подается постоянное по амплитуде напряжение с генератора качающейся (свирируемой) частоты (ГКЧ), представляющего генератор с частотной модуляцией (ЧМ). Частотная модуляция осуществляется путем подачи на генератор линейно-изменяющегося напряжения. Поэтому ГКЧ вырабатывает напряжение, частота которого меняется со временем по линейному закону. Средняя частота ГКЧ устанавливается равной средней частоте полосы пропускания исследуемого четырехполюсника. Чтобы исключить влияния изменения амплитуды ГКЧ при изменении частоты на форму АЧХ, выходное напряжение ГКЧ на всех частотах автоматически поддерживается постоянным системой автоматического регулирования амплитуды (АРА).

Получаемый на выходе четырехполюсника сигнал подается на детектор, который выделяет огибающую ЧМ сигнала, прошедшего через четырехполюсник. Эта огибающая и является АЧХ. После усиления усилителем вертикального отклонения сигнал подается на вертикально отклоняющие пластины электронно-лучевой трубки (ЭЛТ) и на экране наблюдается АЧХ четырехполюсника. На время обратного хода луча ГКЧ запирается, и на ЭЛТ прочерчивается нулевая линия.

Для неискаженного воспроизведения АЧХ детектор и усилитель должны быть широкополосными и иметь линейные амплитудные характеристики.

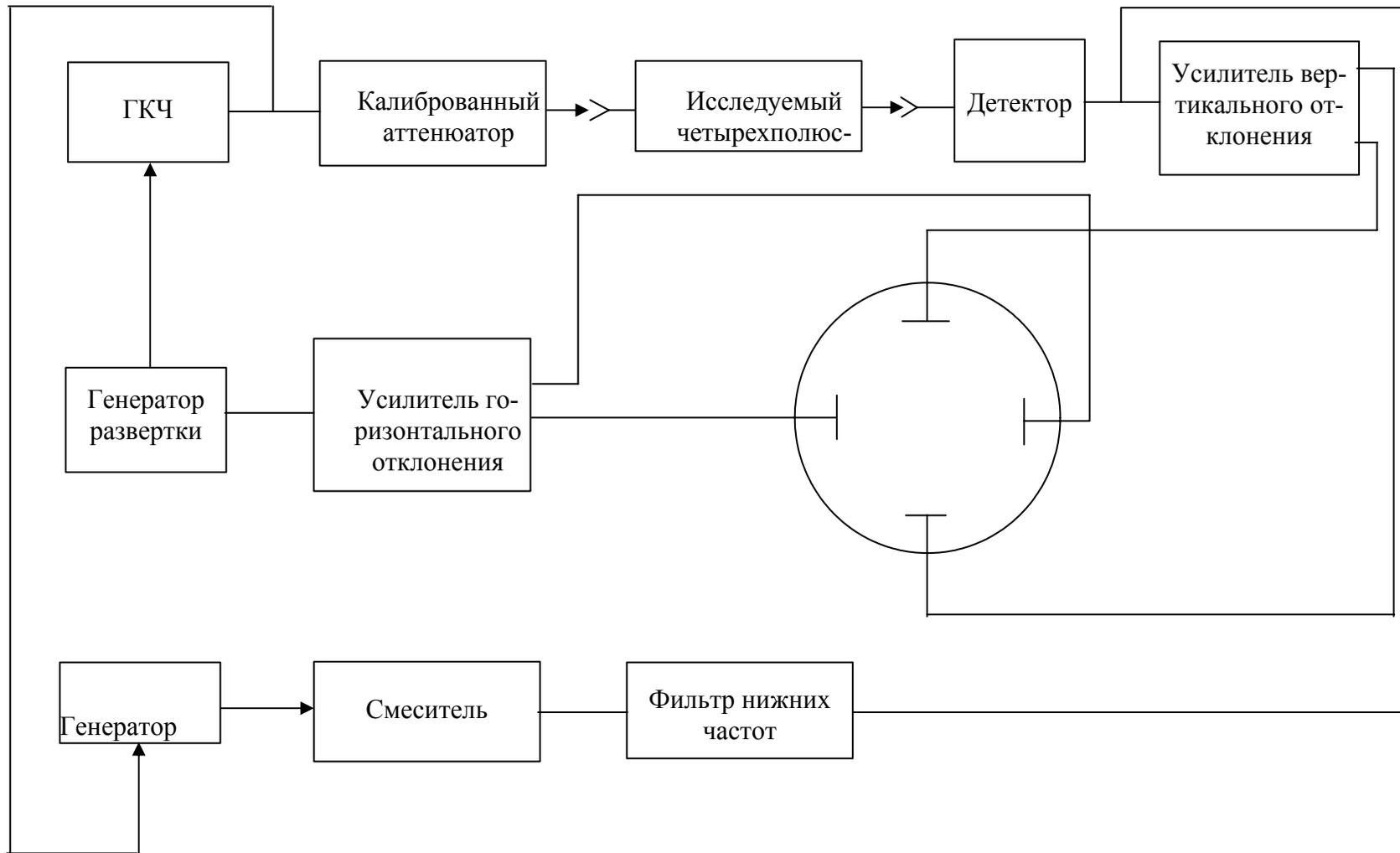


Рис.4.1

Регулировка уровня напряжения ГКЧ на выходе четырехполюсника осуществляется аттенуатором. Калибровка наблюдаемой АЧХ по оси частот производится с помощью частотных меток, вырабатываемых маркерным устройством. Это устройство состоит из кварцевого генератора, смесителя и фильтра нижних частот.

Принцип получения частотных меток заключается в следующем. На один вход смесителя подается напряжение с кварцевого генератора, основная частота которого равна  $f_1$ . Кварцевый генератор ставится в такой режим, при котором его выходное напряжение имеет широкий спектр частот, т.е. содержит много высших гармоник. Следовательно, на вход смесителя поступает сигнал с широким спектром, частоты соседних составляющих которого отличаются друг от друга на  $f_1$ . На второй вход смесителя подается напряжение с ГКЧ, частота которого меняется по линейному закону.

В моменты времени, когда частота ГКЧ совпадает с частотой какой-либо гармоники кварцевого генератора, возникают нулевые биения. Сигнал нулевых биений (низкая разностная частота между сигналом ГКЧ и гармоникой кварцевого генератора  $\omega_{\text{ГКЧ}} - n\omega_r$ ) с выхода смесителя поступает на фильтр нижних частот и после усиления усилителем вертикального отклонения - на вертикально отклоняющие пластины ЭЛТ. Поэтому при качании частоты от одного крайнего значения до другого на экране ЭЛТ возникают частотные метки с интервалом  $f_1$  (рис. 4.2). Кроме этой серии меток в измерителях АЧХ часто создают дополнительные метки, следующие через интервал  $5f_1$  или  $10f_1$ , полученные путем умножения частоты  $f_1$ . Амплитуда напряжения с выхода умножителя выбирается несколько больше, чем напряжение основной частоты  $f_1$ . Поэтому на экране ЭЛТ метки, кратные пятой или десятой гармонике, оказываются больше по амплитуде, чем метки кратные  $f_1$ . Метки большего размаха облегчают ориентацию в порядковых номерах частотных меток.

Чтобы получить градуировочную характеристику по оси амплитуд используют различные калибраторы. Один из вариантов такого калибратора состоит из опорного генератора и калиброванного аттенуатора. Опорный генератор запускается генератором развертки и вырабатывает синусоидальное напряжение в течение времени обратного хода луча. Амплитуду этого напряжения можно регулировать с помощью калиброванного аттенуатора, снабженного отсчетным устройством. Напряжение с выхода аттенуатора поступает на детектор через блок суммирования. Второй вход блока соединен с выходом исследуемого четырехполюсника.

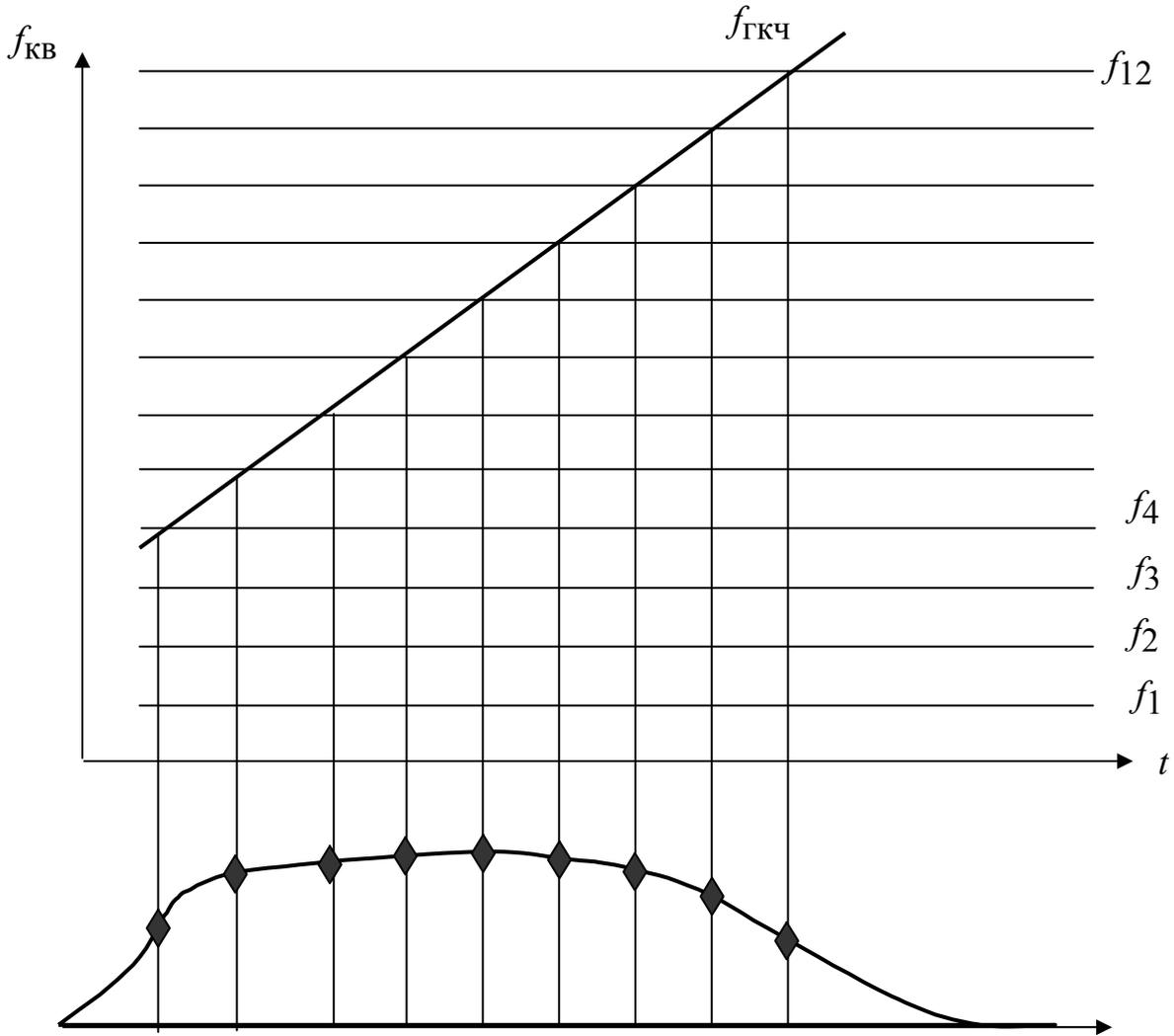


Рис. 4.2

После усиления протектированный сигнал поступает на вертикальные пластины ЭЛТ. Так как на блок суммирования подаются напряжения, снимаемые с выходов четырехполюсника и аттенюатора, то на экране ЭЛТ наблюдается совместное изображение АЧХ и горизонтальной линии – калибровочной прямой. Сопоставляя, АЧХ с этой прямой можно оценивать неравномерность АЧХ.

Как было отмечено ранее, частота ГКЧ должна меняться со временем по линейному закону, т.е.

$$f_{ГКЧ}(t) = a + bU_p,$$

где  $a$  и  $b$  - постоянные коэффициенты,  $U_p$  – напряжение, управляющее частотой ГКЧ.

Отклонение зависимости  $f_{\text{ГКЧ}}(U_p)$  от линейной приводит к искажению АЧХ, наблюдаемой на экране прибора. Существует несколько способов линейризации зависимости  $f_{\text{ГКЧ}}(U_p)$ .

**Первый способ.** Напряжение с выхода ГКЧ (рис. 4.3) подают на один вход смесителя. На второй вход смесителя подают то же напряжение, прошедшее через линию задержки со временем задержки  $t_3$ , т.е.  $f_{\text{ГКЧ}}(t - t_3)$ . Напряжение с выхода смесителя подается на фильтр нижних частот (ФНЧ), выделяющий разностную частоту

$$F(t) = f_{\text{ГКЧ}}(t) - f_{\text{ГКЧ}}(t - t_3).$$

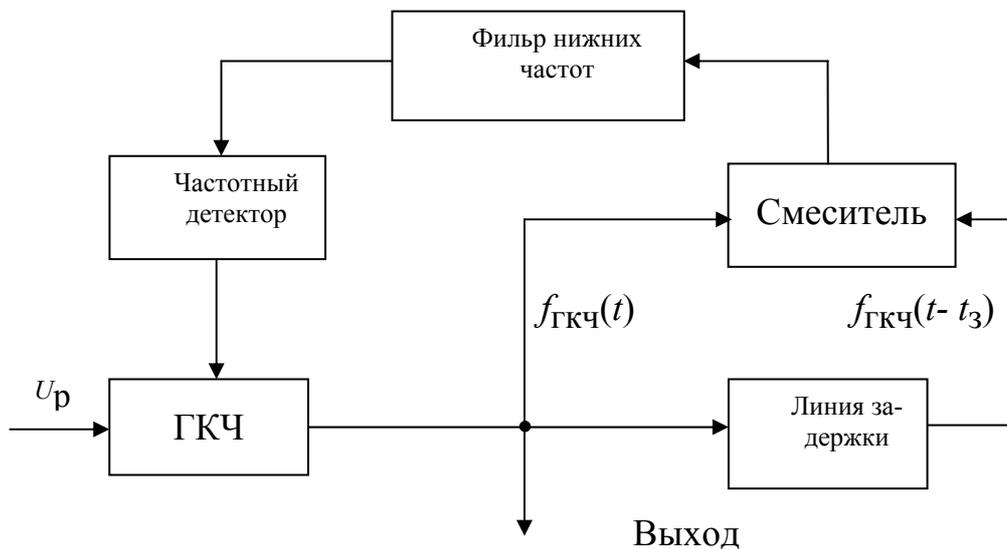


Рис. 4.3

Эта разностная частота будет иметь постоянное значение только в том случае, если частота ГКЧ будет меняться со временем по линейному закону. Далее разностная частота поступает на частотный детектор. Напряжение с выхода частотного детектора подается на частотно-зависимый элемент ГКЧ (например, варикап) и используется для коррекции частоты ГКЧ при отклонении зависимости  $f_{\text{ГКЧ}}(t)$  от линейной.

**Второй способ.** пилообразное напряжение с генератора развертки подают на диодный функциональный преобразователь, напряжение с выхода которого поступает на элемент, управляющий частотой ГКЧ. Закон изменения на-

пряжения, формируемого диодным функциональным преобразователем, подбирают таким, чтобы  $f_{\text{ГКЧ}}(t)$  менялась по линейному закону.

При измерении АЧХ четырехполюсников, кроме требования линейного изменения  $f_{\text{ГКЧ}}(t)$ , амплитуда выходного напряжения ГКЧ при изменении его частоты должна оставаться постоянной. Несоблюдение этого условия приводит к искажению формы АЧХ и к ошибкам при определении коэффициента передачи исследуемого устройства. В измерителях АЧХ постоянство амплитуды выходного напряжения достигается путем введения автоматической регулировки амплитуды (АРА). Функциональная схема стабилизации ГКЧ приведена на рис. 4.4.

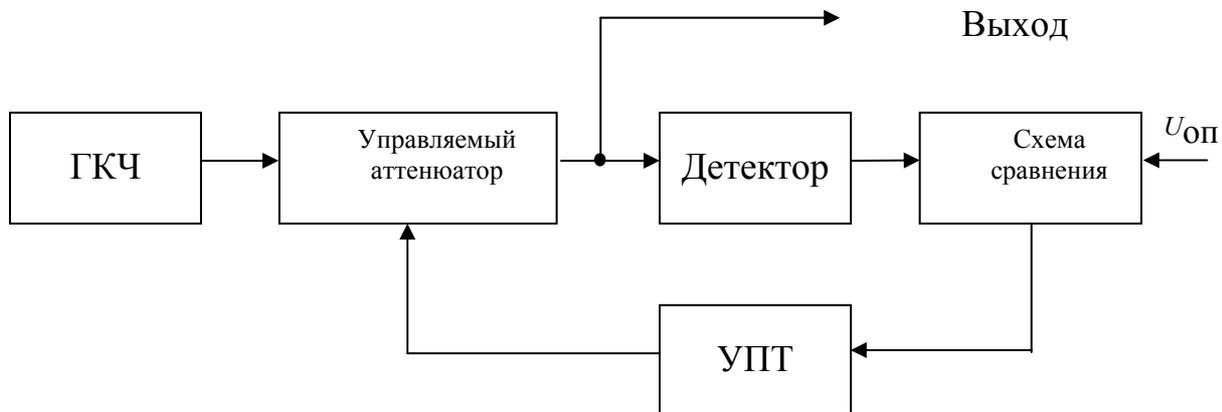


Рис. 4.4

Напряжение с выхода ГКЧ после детектирования подается на один из входов схемы сравнения. На другой вход поступает опорное напряжение  $U_{\text{оп}}$ . При изменении амплитуды выходного напряжения ГКЧ на выходе схемы сравнения возникает сигнал ошибки, который после усиления усилителем постоянного тока (УПТ) поступает на управляемый аттенюатор, включенный на выходе ГКЧ.

Для устранения динамических погрешностей в измерителях АЧХ необходимо, чтобы скорость изменения частоты ГКЧ выбиралась в зависимости от постоянной времени исследуемого устройства. Динамические погрешности возникают в том случае, когда время пребывания частоты ГКЧ в полосе пропускания исследуемого устройства соизмеримо или меньше постоянной времени исследуемой цепи. В результате возникающих при этом переходных процессов происходят искажения формы АЧХ, проявляющиеся в уменьшении максимума резонансной кривой, смещении АЧХ по оси частот и уширении полосы пропускания. Эти эффекты увеличиваются при возрастании скорости изменения частоты ГКЧ. Параметр, характеризующий величину динамических искажений, определяется из формулы:

$$\mu = \frac{V_{\text{ГКЧ}}}{\Delta f^2},$$

где  $V_{\text{ГКЧ}} = \frac{df_{\text{ГКЧ}}}{dt}$  - скорость изменения частоты ГКЧ,  $\Delta f$  – полоса пропускания исследуемого устройства.

Наиболее распространены два способа измерения АЧХ, позволяющие свести величину  $\mu$ , а следовательно, и динамические искажения, к минимуму. Первый способ состоит в том, что при наблюдении АЧХ на экране уменьшают частоту развертки либо полосу качания ГКЧ до тех пор, пока не прекратится увеличение максимума АЧХ и смещение по оси частот. Во втором способе используют напряжение треугольной формы для развертки и качания частоты. В этом случае частота ГКЧ будет вначале возрастать, а затем с той же скоростью уменьшаться, и на экране будут наблюдаться две зеркально расположенные АЧХ, смещенные друг относительно друга по оси частот. Изменяя частоту развертки или уменьшая полосу качания, добиваются совпадения двух АЧХ.

## 4.2. Электронные осциллографы

Электронно-лучевой осциллограф – это универсальный измерительный прибор, предназначенный для исследования формы электрических сигналов путем визуального наблюдения, а также для измерения амплитуд, временных и фазовых соотношений.

В большинстве случаев для отображения информации в электронном осциллографе используется электронно-лучевая трубка (ЭЛТ).

Поясним принцип отображения формы исследуемого напряжения на экране осциллографа.

Исследуемое напряжение является функцией времени, описываемой в прямоугольной системе координат графиком  $U = f(t)$ . Две пары пластин ЭЛТ – вертикально отклоняющие ( $Y$ ) и горизонтально отклоняющие ( $X$ ) отклоняют электронный луч в двух взаимно перпендикулярных направлениях, которые можно рассматривать как координатные оси  $X$  и  $Y$ . Поэтому для получения на экране зависимости  $U = f(t)$  необходимо, чтобы луч отклонялся по оси  $X$  пропорционально времени, а по оси  $Y$  пропорционально исследуемому напряжению. Пусть напряжение, приложенное к пластинам  $Y$ , равно нулю, а на пластины  $X$  подано напряжение пилообразной формы. Тогда светящаяся точка от электронного луча на экране ЭЛТ будет перемещаться в течение времени  $t_{\text{пр}}$  (прямой ход луча), а затем за время  $t_{\text{обр}}$  (обратный ход луча,  $t_{\text{обр}} \ll t_{\text{пр}}$ ) возвратится в первоначальное положение. Линейное во времени отклонение

луча в горизонтальном направлении называется разверткой. Если кроме напряжения развертки на пластинах  $X$  подать на пластины  $Y$  периодическое напряжение с периодом  $T_c$ , то при равенстве  $t_p = nT_c$ , где  $n$  – целое число ( $n = 1, 2, \dots$ ), а  $t_p = (t_{пр} + t_{обр})$  – период развертки, при  $n = 1$  на экране появится неподвижное изображение одного периода исследуемого напряжения. При  $n > 1$  на экране будет наблюдаться  $n$  периодов исследуемого сигнала. Выполнение условия  $t_p = nT_c$  достигается введением синхронизации периода развертки с периодом повторения исследуемого напряжения. Траектория электронного луча, отражающего форму зависимости исследуемого напряжения от времени, называют осциллограммой. По осциллограмме могут быть измерены амплитудные и временные параметры сигнала.

В зависимости от назначения и электрических характеристик осциллографы разделяются на универсальные, скоростные, стробоскопические, запоминающие и специальные.

Универсальные осциллографы (С1). Позволяют исследовать электрические сигналы в широком диапазоне частот, амплитуд, длительностей. Полоса пропускания таких осциллографов достигает 350 МГц, диапазон амплитуд исследуемых сигналов от единиц милливольт до сотен вольт. Длительность исследуемых импульсов от единиц наносекунд до нескольких секунд. Изображение сигнала на экране воспроизводится практически одновременно с действием сигнала на входе. Поэтому такие осциллографы называют осциллографами реального времени.

Скоростные осциллографы (С7). Предназначены для исследования в реальном масштабе времени СВЧ колебаний, однократных и редко повторяющихся, и периодических импульсных сигналов длительностью от долей до единиц наносекунд путем визуального наблюдения и с регистрацией на фото пленку. В таких осциллографах применяется ЭЛТ с бегущей волной с полосой пропускания от 0 до 5 ГГц.

Стробоскопические осциллографы (С7). Позволяют исследовать сигнал пикосекундной длительности путем фиксации в электронной памяти последовательных значений амплитуд входного сигнала в различные моменты времени. Накопленная последовательность амплитудных значений сигнала считывается из памяти и воспроизводится на экране ЭЛТ. Такие осциллографы обладают большой чувствительностью и позволяют исследовать сигналы с полосой частот до 10 ГГц.

Основной недостаток стробоскопического метода в том, что он применим только для исследования повторяющихся процессов.

Запоминающие осциллографы (С8). Обладают способностью сохранять и воспроизводить изображение на экране после его исчезновения на входе

осциллографа благодаря применению специальных ЭЛТ. Такие осциллографы в основном предназначены для исследования медленно изменяющихся и однократных сигналов. Диапазон измеряемых интервалов достигает десятков секунд.

Цифровые осциллографы – с цифровой обработкой сигнала и использованием цифровых методов измерения параметров сигнала. В цифровых осциллографах исследуемый сигнал и напряжение развертки квантуются по уровню и дискретизируются по времени. Для обработки сигнала применяется встроенная ЭВМ. Затем производится цифроаналоговое преобразование сигналов и отображение информации в аналоговой форме. Такие осциллографы часто называют вычислительными.

Наибольшее распространение в повседневной практике получили универсальные осциллографы. Функциональная схема такого осциллографа приведена на рис. 4.5.

Схема состоит из канала вертикального отклонения луча (канал  $Y$ ), канала горизонтального отклонения (канал  $X$ ) и канала управления яркостью луча (канал  $Z$ ). В схему также входит источник калиброванного напряжения и ЭЛТ со схемами фокусировки, управления и питания.

#### 4.2.1. Канал вертикального отклонения

На входной блок поступает исследуемый сигнал, поэтому входная цепь должна обеспечивать согласование параметров входной цепи усилителя по вертикали с параметрами источника исследуемого сигнала.

Входное устройство имеет делитель напряжения для расширения пределов измерения со ступенчато изменяющимися коэффициентами деления. Линия задержки обеспечивает поступление сигнала на пластины  $Y$  с задержкой  $\sim 0,1$  мкс относительно начала развертки. Благодаря этому можно наблюдать фронт исследуемого импульсного сигнала при внутренней синхронизации.

Основными нормируемыми характеристиками канала вертикального отклонения осциллографа являются:

1. Чувствительность – отношение величины отклонения  $H$  луча ЭЛТ к значению поданного на вход осциллографа напряжения  $U$ :  $\varepsilon = H/U$ . Чувствительность также можно определить по формуле:  $\varepsilon = Kh_v/1000$ , где  $\varepsilon$  – чувствительность канала, мм/В;  $K$  – коэффициент передачи канала,  $h_v$  – чувствительность ЭЛТ к вертикальному отклонению луча, мм/В.

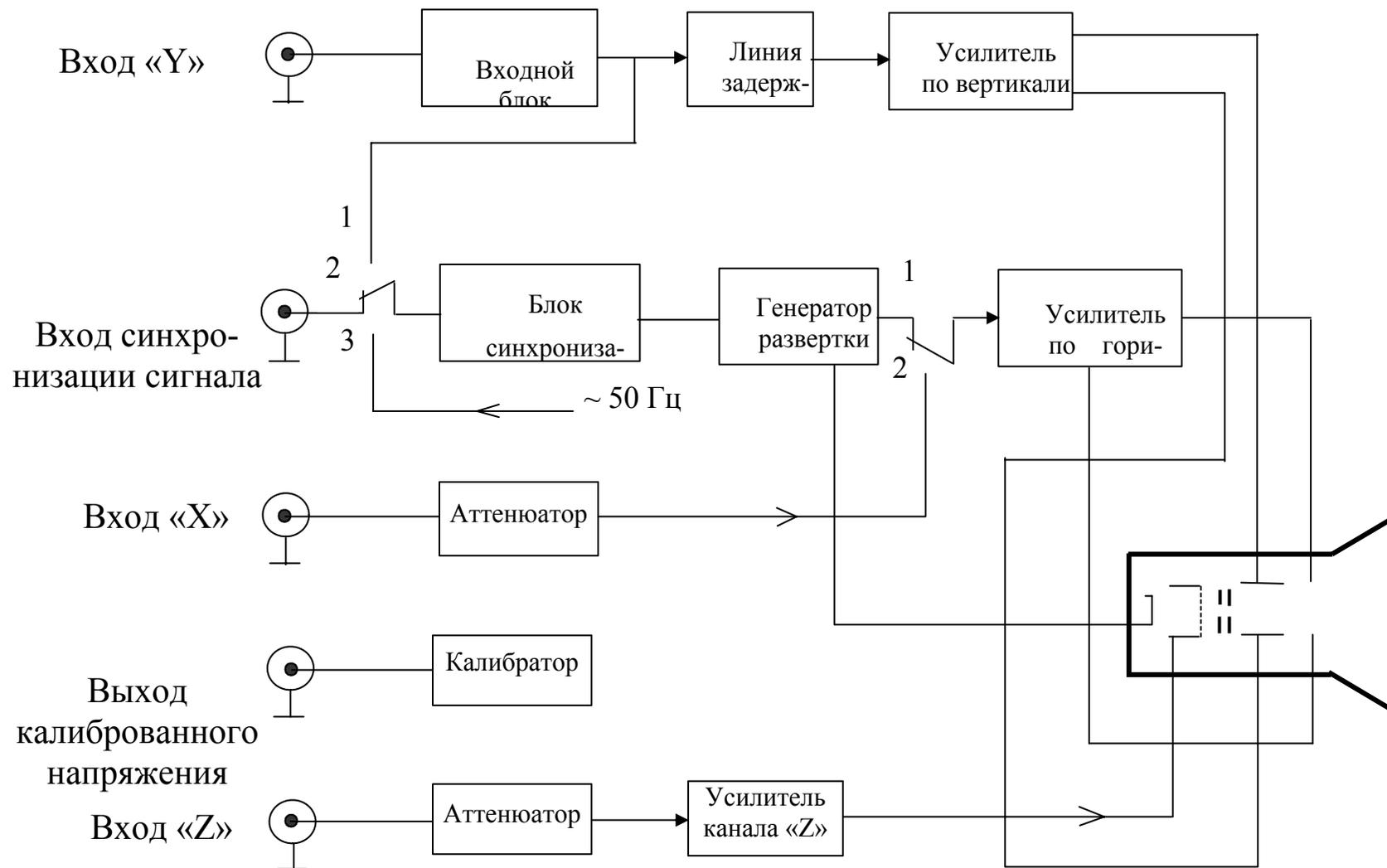


Рис. 4.5

В технических описаниях осциллографов обычно приводят величину  $1/\varepsilon$ , называемую коэффициентом отклонения и измеряемую в вольтах на сантиметр или в вольтах на деление масштабной сетки.

2. Полоса пропускания. Из спектрального анализа известно, что при прохождении сигнала через линейную цепь спектр выходного сигнала  $S_{\text{вых}}(\omega)$  равен произведению спектра входного сигнала  $S_{\text{вх}}(\omega)$  на комплексную частную характеристику цепи  $K(j\omega)$ :  $S_{\text{вых}}(\omega) = K(j\omega)S_{\text{вх}}(\omega)$ .

Для передачи сигнала без искажения необходимо, чтобы модуль комплексной частотной характеристики сохранял неизменное значение для всех составляющих спектра передаваемого сигнала, а аргумент являлся линейной функцией частоты. Это означает требования к равномерности амплитудно-частотной характеристики и линейности фазочастотной характеристики цепи. Между этими двумя характеристиками существует связь, согласно которой в полосе частот, где амплитудно-частотная характеристика цепи равномерна, ее фазочастотная характеристика близка к линейной. Поэтому при оценке свойств канала вертикального отклонения главное внимание обращают на полосу пропускания канала, полагая, что фазочастотная характеристика в этой полосе частот линейна. Если полоса пропускания канала не достаточно широка, то различные составляющие спектра проходят с разными коэффициентами передачи, что приводит к искажению сигнала.

Полосу пропускания  $\Delta F$  канала вертикального отклонения принимают равной полосе частот, в которой значение коэффициента передачи уменьшается не более чем на 3 дБ относительно его номинального значения на средних частотах.

Неискаженное воспроизведение формы импульсных сигналов на экране ЭЛТ зависит от переходной характеристики канала вертикального отклонения. Переходная характеристика  $g(t)$  определяет выходной сигнал  $U_{\text{вых}}(t)$  на вертикально отклоняющих пластинах ЭЛТ при входном сигнале  $U_{\text{вх}}(t)$ , имеющем вид единичной функции:  $g(t) = U_{\text{вых}}(t)$  при  $U_{\text{вх}}(t) = 1(t)$ ,

$$\text{где } 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0, \\ 1 & \text{при } t \geq 0. \end{cases}$$

Крутизна переднего фронта входного сигнала, описываемого единичной функцией, бесконечно мала и для его неискаженной передачи потребовался бы четырехполосник с бесконечно широкой полосой пропускания. Полоса пропускания реального канала вертикального отклонения имеет конечную величину. Поэтому при прохождении через канал прямоугольного импульса

происходит уменьшение крутизны его переднего фронта. Интервал времени, в течение которого амплитуда выходного сигнала возрастает от 0,1 до 0,9 установившегося значения, называют временем нарастания переходной характеристики и обозначают  $t_n$ .

Полоса пропускания и время нарастания переходной характеристики – величины связанные:  $t_n \sim 0,35/\Delta F$ .

Чтобы передать исследуемый импульс без заметных искажений переднего фронта  $\tau_\phi$ , необходимо соблюдение условий:  $t_n < \tau_\phi$  или  $\Delta F > 0,35/\tau_\phi$ .

Как следует из приведенной функциональной схемы, канал  $X$  состоит из генератора развертки, усилителя по горизонтали и блока синхронизации.

Генератор развертки формирует напряжение, вызывающее отклонение луча по горизонтали пропорционально времени. Параметры напряжения развертки должны соответствовать времени нарастания переходной характеристики канала  $Y$ . Генератор развертки имеет три режима работы: автоколебательный, ждущий и однократный.

#### 4.2.2. Канал горизонтального отклонения.

1. Автоколебательный режим (режим линейной периодической развертки) применяется при наблюдении синусоидальных и импульсных сигналов. Сигналы синхронизации (внешний или внутренний), поступающие на генератор, обеспечивают кратность частоты развертки и частоты исследуемого сигнала.

2. Ждущий режим генератора развертки применяется при исследовании импульсных сигналов с большой скважностью. В этом режиме генератор развертки до прихода запускающего импульса находится в запертом (ждущем) состоянии. При поступлении импульса запуска начинается рабочий ход развертки. По окончании рабочего хода генератор вновь переходит в ждущий режим. Яркость изображения импульса на экране ЭЛТ пропорциональна частоте следования исследуемых импульсов.

3. Режим однократной развертки предназначен для фотографирования одиночных сигналов или для их запоминания. Генератор развертки находится в ждущем режиме. Нажатием кнопки «пуск» генератор запускается. После рабочего хода развертка автоматически блокируется и не запускается до очередного нажатия кнопки «пуск».

К основным характеристикам развертывающего напряжения (рис. 4.6) относятся: период  $T = t_{\text{пр}} + t_{\text{обр}}$  или частота  $F = 1/T$ ,  $t_{\text{обр}}$  – длительность обратного хода.

Обычно выполняется условие  $t_{\text{обр}} \ll t_{\text{пр}}$ , поэтому  $T \approx t_{\text{пр}}$ . Чтобы во время обратного хода луч не засвечивал экран, его гасят на время  $t_{\text{обр}}$  путем запираания электронного прожектора ЭЛТ.

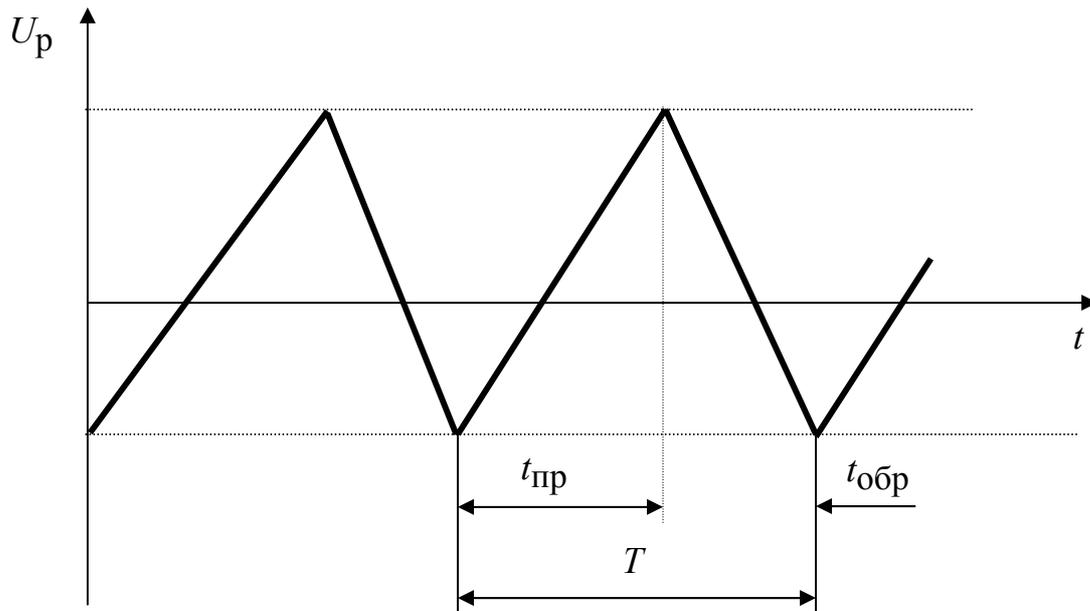


Рис. 4.6

Амплитуда – определяет максимальное отклонение луча по горизонтали за период.

Степень линейности. При нелинейном напряжении развертки осциллограмма дает искаженное представление о форме исследуемого сигнала.

Нелинейность развертывающего напряжения оценивается коэффициентом нелинейности  $\gamma$ , выражаемым в процентах и характеризующим степень изменения развертывающего напряжения в начале и конце прямого хода луча:

$$\gamma = 100 [(dU_p/dt)_{t=0} - (dU_p/dt)_{t=t_{\text{пр}}}] / (dU_p/dt)_{t=0}.$$

Синхронность с напряжением исследуемого сигнала. Изображение на экране ЭЛТ будет восприниматься как неподвижное, если луч при каждом прямом ходе прочерчивает одну и ту же кривую, начинающуюся с одной и той же фазы. Для выполнения этого условия нужно, чтобы период

развертывающего напряжения  $T$  (или период повторения  $T_{\text{п}}$ , рис.4.7) был равен или кратен периоду исследуемого сигнала  $T_{\text{и}}$ . При  $T = T_{\text{и}}$  на экране ЭЛТ будет наблюдаться один период исследуемого сигнала, а при  $T = nT_{\text{и}} - n$  периодов.

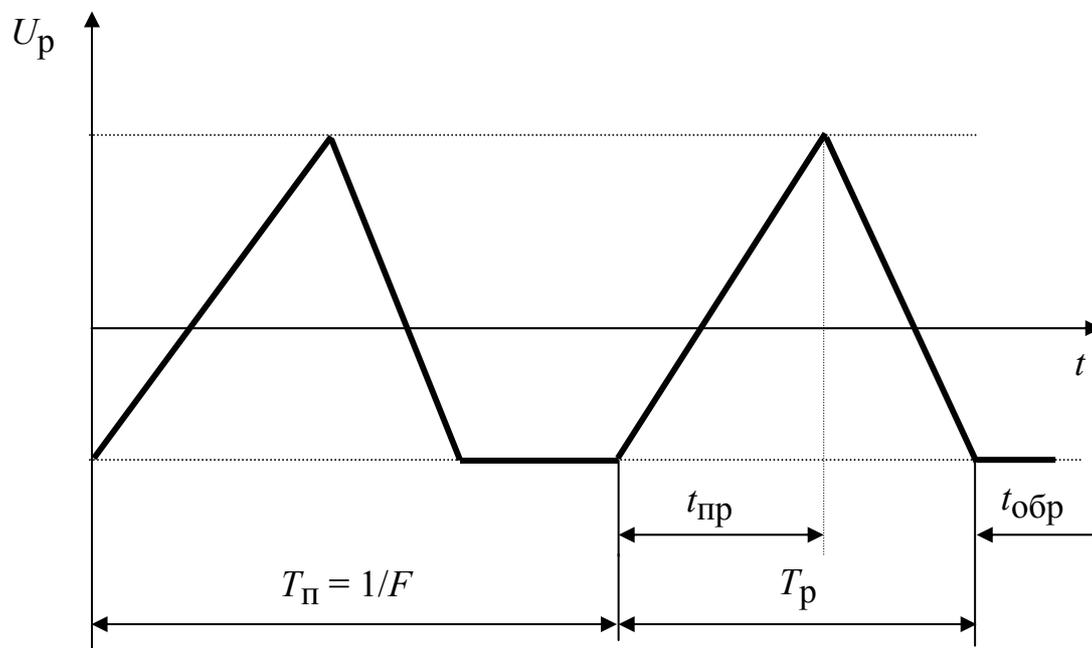


Рис. 4.7

### 4.2.3. Осциллографические измерения

#### Измерение напряжений

Как известно, сигнал синусоидальной формы характеризуется амплитудным  $U_m$ , действующим  $U_d$  и пиковым  $U_{\text{п}}$  значениями напряжений. Обычные вольтметры, как правило, измеряют действующее значение напряжения:

$$U_d = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \text{ или } U_d = \frac{U_{\text{п}}}{2\sqrt{2}}.$$

Приведенные значения верны только для сигналов синусоидальной формы. Поэтому при осциллографировании электрических сигналов самой различной формы их удобно характеризовать пиковыми значениями напряжений.

Для этого канал вертикального отклонения осциллографа калибруется при помощи встроенных в осциллограф калибраторов. В качестве калибраторов используются источники постоянного напряжения положительной и отрицательной полярности и генератор прямоугольных импульсов со скважностью  $q = 2$ .

### Измерение длительности

Длительность исследуемых сигналов определяется с помощью калиброванной по времени развертки либо по временным меткам. Их получают путем подачи напряжения с генератора стабильной частоты на модулирующий электрод ЭЛТ. Метки наблюдаются на экране ЭЛТ в виде темных и светлых полос. Расстояние между серединами двух ярких или двух темных полос равно периоду колебаний генератора. Длительность исследуемого сигнала определяется путем умножения числа меток, укладывающихся на измеряемой части сигнала, на цену метки.

### Измерение частоты по фигурам Лиссажу

Измеряемая частота  $f_x$  сравнивается с частотой  $f_r$  эталонного генератора. Для этого колебания частоты  $f_r$  подаются на одну пару пластин (например, на пластины "X"). На пластины "Y" подается измеряемая частота  $f_x$ . Частоту эталонного генератора плавно перестраивают.

При равенстве частот  $f_r = f_x$  на экране осциллографа появится окружность, эллипс или прямая линия. Появление той или иной фигуры при  $f_r = f_x$  определяется фазовым сдвигом  $\Delta\varphi$  между  $f_r$  и  $f_x$  и соотношением амплитуд этих колебаний. При  $f_r = f_x$  и  $\Delta\varphi = \pi/4$  будет наблюдаться эллипс, а при  $\Delta\varphi = 0$  или  $\Delta\varphi = \pi$  – наклонная прямая линия. При  $\Delta\varphi = \pi/2$  и равенстве амплитуд  $f_r$  и  $f_x$  – окружность.

Если точное равенство частот  $f_r$  и  $f_x$  не соблюдается, то наблюдаемая на экране ЭЛТ фигура будет непрерывно изменяться, принимая форму эллипса с переменной длиной осей или прямой линии.

### Измерение фазового сдвига

Фаза определяет значение гармонического (синусоидального) колебания в рассматриваемый момент времени.

Фазой напряжения  $U = U_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$  является  $\omega t + \varphi$ , где  $\varphi$  - начальная фаза. Разность фаз  $\Delta\varphi$  двух гармонических колебаний с разными частотами

$$U_1 = U_{m1} \cdot \sin(\omega_1 t + \varphi_1),$$

$$U_2 = U_{m2} \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$$

определяется величиной  $\Delta\varphi = (\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2$  и является линейной функцией времени. На практике наиболее часто измеряется разность фаз двух гармонических колебаний одинаковых частот. В этом случае  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ . Модуль этой величины называется фазовым сдвигом. Если колебания не гармонические, то измеряют временной сдвиг между ними. Для этого используют прибор – измеритель временных интервалов, либо электронно-счетный частотомер, работающий в режиме измерения интервалов времени.

Для измерения фазового сдвига можно использовать двухлучевой электронный осциллограф, либо однолучевой с электронным коммутатором на входе канала вертикального отклонения. Это дает возможность наблюдать на экране ЭЛТ два гармонических колебания  $U_1$  и  $U_2$  (рис. 4.8).

По осциллограммам измеряют отрезки  $ab$  и  $ac$  и определяют фазовый сдвиг:

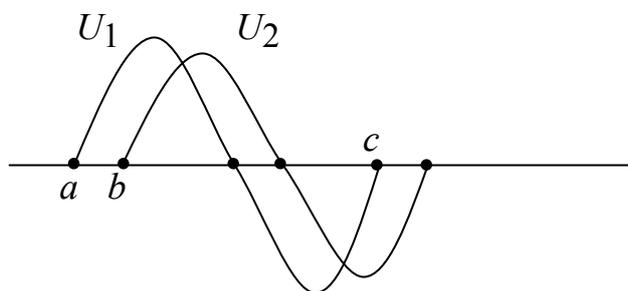


Рис. 4.8

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot ab}{ac}.$$

При определении фазового сдвига таким образом во избежание ошибок необходимо учитывать возможную неидентичность фазовых характеристик каналов вертикального отклонения двухлучевого осциллографа.

#### Измерение фазового сдвига методом эллипса

Пусть имеются два гармонических колебания:

$$U_1 = U_{m1} \cdot \sin(\omega t + \varphi),$$

$$U_2 = U_{m2} \cdot \sin \omega t.$$

Напряжение  $U_1$  подается на вход канала “Y”, а напряжение  $U_2$  - на вход канала “X”. Генератор развертки отключается, и на экране ЭЛТ будет наблюдаться эллипс (рис. 4.9).

Усиление каналов X и Y нужно отрегулировать так, чтобы  $x = y$ , тогда измеряемый фазовый сдвиг будет определяться величинами A и B.

$$\operatorname{tg} \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{A}{B},$$

где A и B малая и большая оси эллипса.

$$\Delta\varphi = 2 \cdot \operatorname{Arctg} \frac{A}{B}.$$

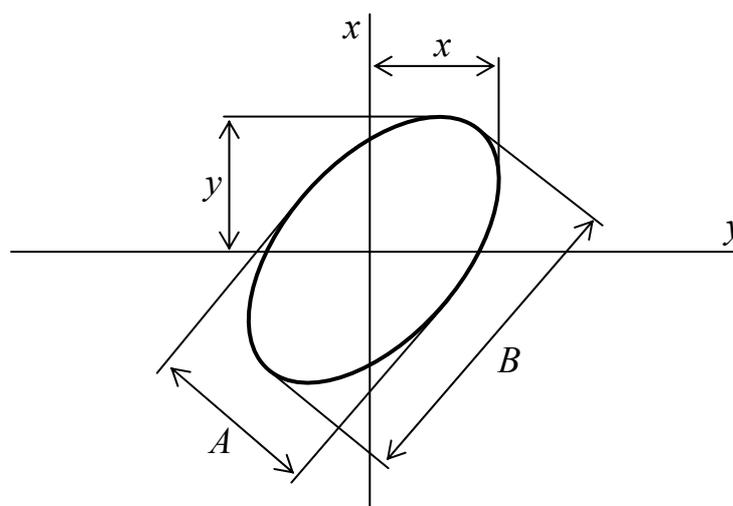


Рис. 4.9

Как и в предыдущем случае при изменении  $\Delta\varphi$  возможны ошибки за счет неодинаковых фазовых характеристик усилителей вертикального и горизонтального отклонения. Поэтому перед измерениями следует компенсировать фазовый сдвиг между каналами X и Y. Для этого одно из исследуемых напряжений, например  $U_1$ , подают непосредственно на вход одного из каналов, например, канала X, а напряжение  $U_2$  подают на канал Y через регулируемый фазовращатель. Регулировкой фазовращателя добиваются появления на экране ЭЛТ наклонной прямой линии. После этого, не меняя

регулировок фазовращателя, проводят измерения фазового сдвига  $\Delta\varphi$  между напряжениями  $U_1$  и  $U_2$ .

### Измерение фазового сдвига методом полуокружности

Этот метод позволяет измерить фазовый сдвиг в пределах  $\pm\pi$  с определением знака.

На рис. 4.10 приведена измерительная схема.

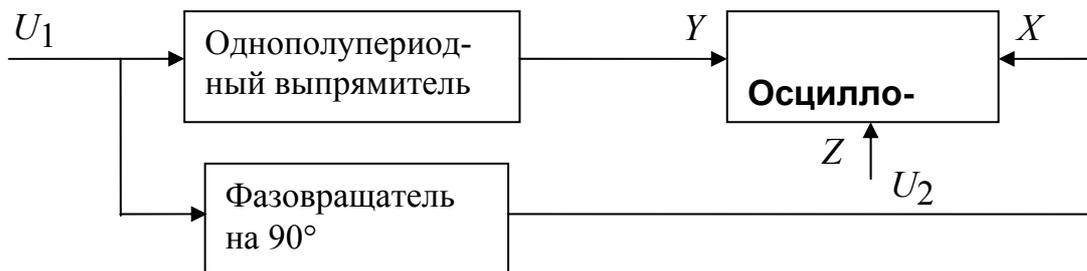


Рис. 4.10

Напряжение  $U_1$  подается на вход “Y” осциллографа после однополупериодного выпрямления. То же напряжение  $U_1$  подается на вход канала X через 90-градусный фазовращатель. Регулировкой усиления каналов X и Y добиваются одинакового отклонения луча по вертикали и горизонтали. Напряжение  $U_2$  подают на вход Z. Это напряжение модулирует яркость луча. При отсутствии модуляции яркости ( $U_2 = 0$ ) на экране ЭЛТ будет наблюдаться полуокружность (рис. 4.11, а).

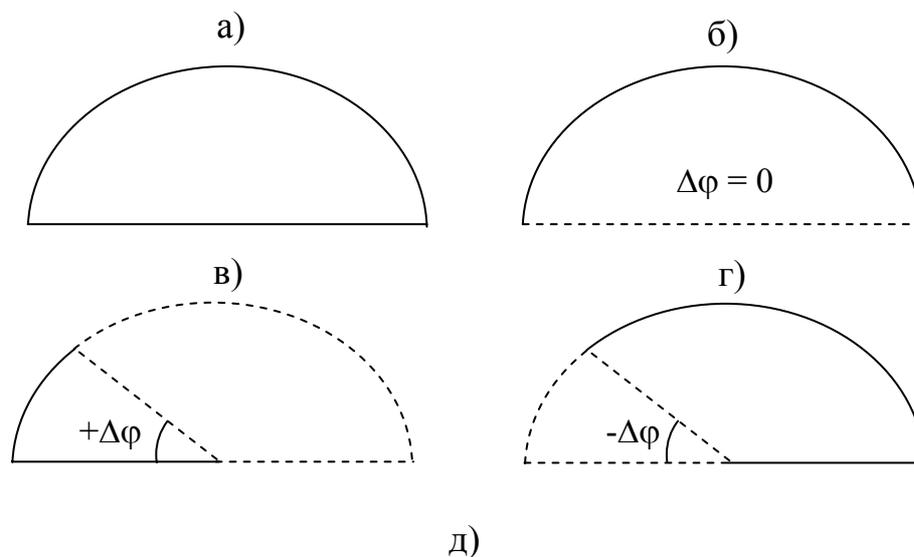


Рис. 4.11

При модуляции яркости напряжением  $U_2$  и сдвиге фаз  $\Delta\varphi = 0$  между напряжениями  $U_1$  и  $U_2$  на экране ЭЛТ будет видна дуга полуокружности (рис. 4.11, б). При положительном фазовом сдвиге видна левая часть полуокружности (рис. 4.11, в), а при отрицательном  $\Delta\varphi$  – правая часть (рис. 4.11, г). При  $\Delta\varphi = \pm 180^\circ$  видна прямая линия (рис. 4.11, д). Затемненная часть изображения показана пунктирной линией.

#### Измерение фазового сдвига компенсационным методом

В этом методе фазовый сдвиг, вносимый регулируемым фазовращателем, выставляется равным измеряемому фазовому сдвигу между напряжениями  $U_1$  и  $U_2$ . Измерительная схема приведена на рис. 4.12.

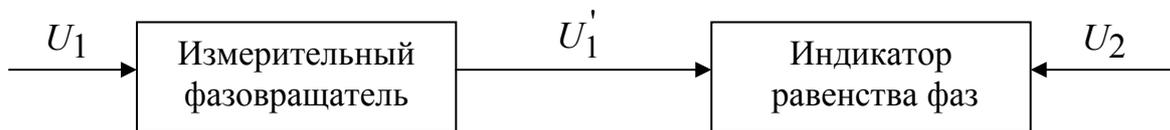


Рис. 4.12

Фазовый сдвиг, вносимый измерительным фазовращателем, плавно изменяют до тех пор, пока индикатор равенства фаз не зафиксирует нулевой сдвиг фаз между напряжениями  $U_1'$  и  $U_2$ . Искомый фазовый сдвиг между напряжениями  $U_1$  и  $U_2$  отсчитывают по шкале измерительного фазовращателя. В качестве индикатора равенства фаз используют осциллограф. Перед измерениями, как и в предыдущих случаях, следует скомпенсировать различие в фазовых сдвигах, вносимых каналами  $X$  и  $Y$ .

### 4.3. Электронные цифровые частотомеры

Принцип действия таких частотомеров основан на подсчете числа периодов неизвестной частоты за известный высокоточный промежуток

времени, называемый временем измерения. При времени измерения, равном 1 секунде, количество подсчитанных периодов будет равно измеряемой частоте в герцах. На цифровом табло прибора автоматически регистрируется результат измерения с указанием порядка и размерности. При другом времени измерения (0,001; 0,01; 0,1; 10 с) для получения отсчета автоматически переносится запятая и индицируется соответствующая размерность. Различное время измерения получается путем последовательного деления частоты опорного генератора.

Электронный частотомер может работать в следующих режимах:

- 1) измерение частоты;
- 2) измерение периода;
- 3) измерения отношения частот;
- 4) измерения временных интервалов и длительности импульсов;
- 5) самоконтроль.

При измерении периода или временных интервалов время измерения равно измеряемому периоду или длительности измеряемого временного интервала. Подсчитываемые за это время колебания получаются путем декадного деления или умножения кварцевого генератора. При измерении отношения частот время измерения равно периоду низшей из сравниваемых частот, и в течение этого времени подсчитывается количество периодов высшей частоты.

На рис. 4.13 приведена функциональная схема электронного частотомера в режиме измерения частоты. Измеряемая частота  $f_x$  через входное формирующее устройство поступает на один из входов селектора. Генератор меток времени и блок автоматики формируют стробирующий импульс, длительность которого равна времени измерения.

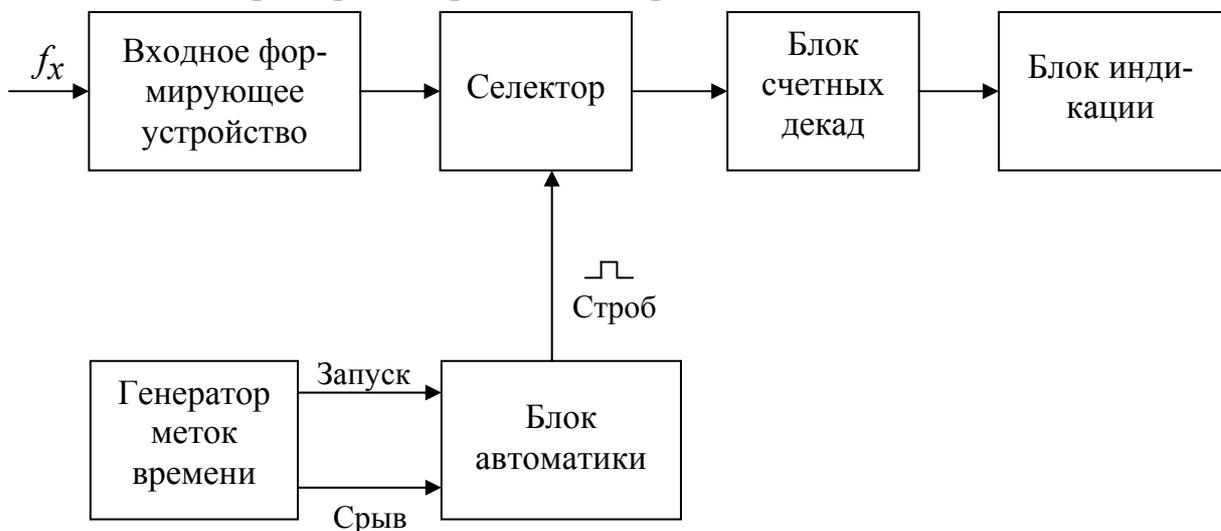


Рис. 4.13

Число периодов частоты  $f_x$ , прошедших селектор, подсчитывается счетными декадами и высвечивается на цифровых индикаторах.

На рис. 4.14 приведена функциональная схема частотомера для измерения периода.

Входной сигнал с периодом  $T_x$  через формирующее устройство поступает на делитель частоты и далее на блок автоматики, который формирует стробирующий импульс.

Длительность стробирующего импульса равна измеряемому периоду  $T_x$ . В течение времени  $T_x$  на блок счетных декад поступают метки времени.

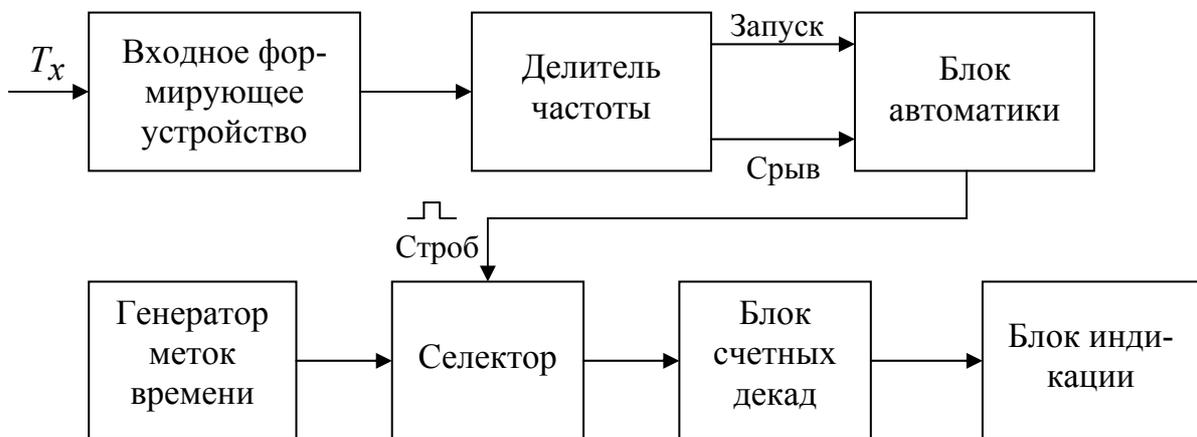


Рис. 4.14

Функциональная схема частотомера для измерения отношения частот приведена на рис. 4.15.

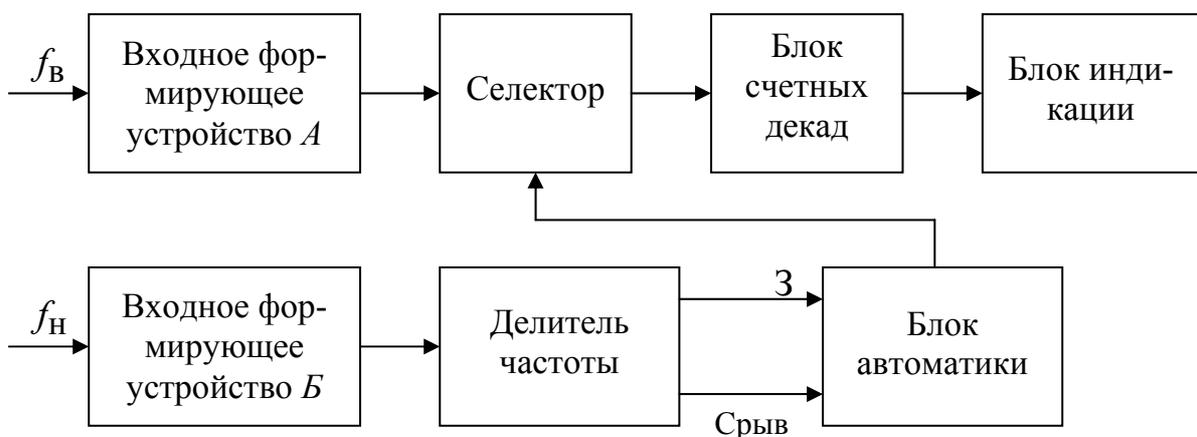


Рис. 4.15

Высшая из сравниваемых частот  $f_v$  через формирующее устройство  $A$  подается на вход селектора. Низшая частота  $f_n$  через формирующее устройство  $B$  и делитель частоты задает время запуска и срыва блока автоматики. Блок автоматики вырабатывает стробирующий импульс, длительность которого определяется периодом следования  $f_n$ . Селектор пропускает столько периодов  $f_v$ , сколько их проходит в течение периода следования  $f_n$ , т.е.  $f_n/f_v$ .

Функциональная схема работы частотомера при измерении интервалов времени и длительности импульсов приведена на рис. 4.16.

Импульсы, интервал времени между которыми нужно измерить, подаются на входные формирующие устройства  $A$  и  $B$ .

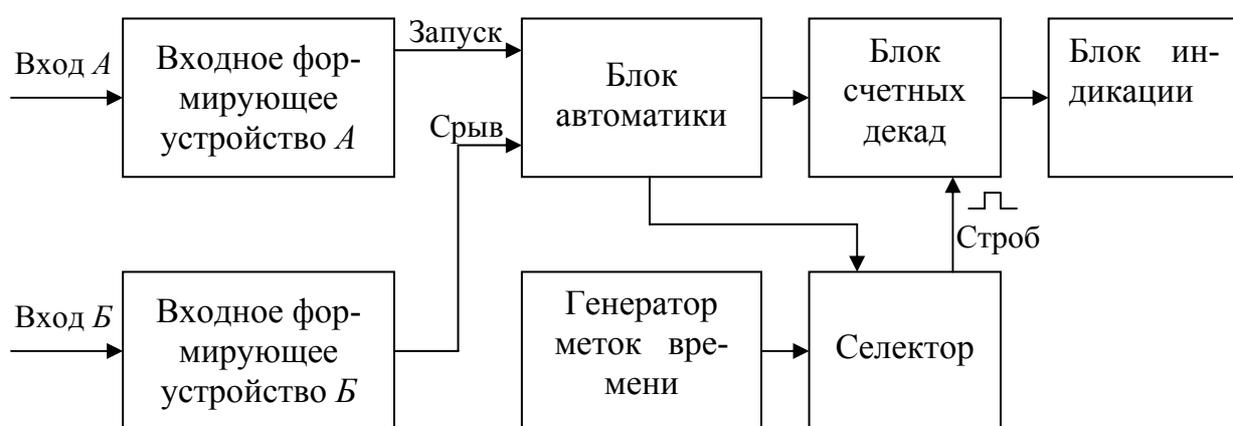


Рис. 4.16

Схема блока автоматики вырабатывает стробирующий импульс, длительность которого равна измеряемому интервалу времени. Через селектор на счетные декады в течение измеряемого интервала проходят метки времени. Число меток времени, период следования которых задается кварцевым генератором, подсчитывается счетными декадами.

При измерении длительности импульса входы  $A$  и  $B$  соединяются между собой и на них подается измеряемый импульс.

Запуск автоматики производится передним фронтом импульса, а срыв – задним фронтом. Самоконтроль частотомера производится в соответствии с функциональной схемой, приведенной на рис. 4.17.

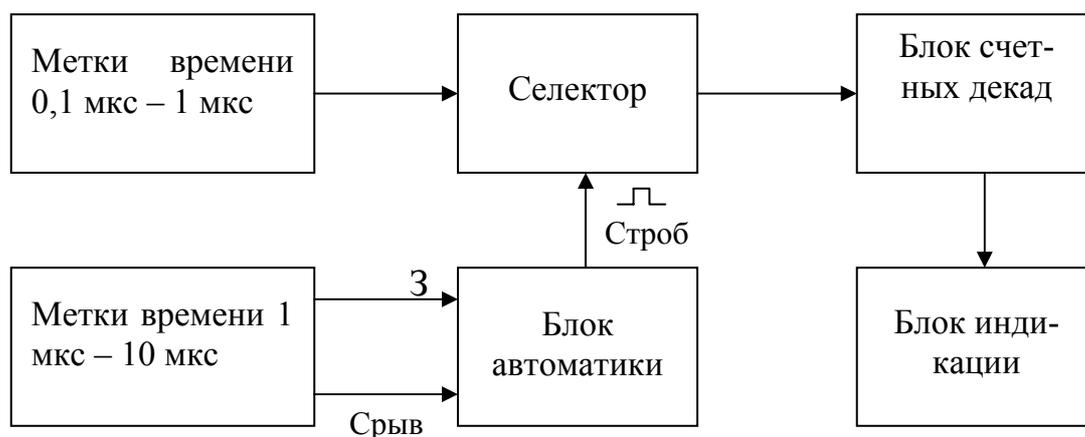


Рис. 4.17

Блок автоматики, управляемый низкочастотными метками времени (1 мкс – 10 мкс), формирует стробирующий импульс, определяющий время измерения. Блок счетных декад подсчитывает количество высокочастотных меток (0,1 мкс – 1 мкс), прошедших через селектор в течение длительности стробирующего импульса.

#### 4.4. Цифровые вольтметры

Кроме вышеперечисленных приборов при отладке активных корректирующих цепей и фильтров широко применяются цифровые вольтметры.

По сравнению со стрелочными приборами цифровые вольтметры отличаются большей точностью измерения, быстродействием и отсутствием субъективности отсчета, поскольку величина измеряемого напряжения выдается в цифровой форме. Метрологические характеристики цифровых вольтметров в основном определяются способом преобразования измеряемого постоянного напряжения в цифровую форму. Поэтому цифровые вольтметры принято классифицировать по типу используемого в них аналого-цифрового преобразователя (АЦП). На рис. 4.18 приведена функциональная схема цифрового вольтметра с АЦП амплитудно-временного преобразования.

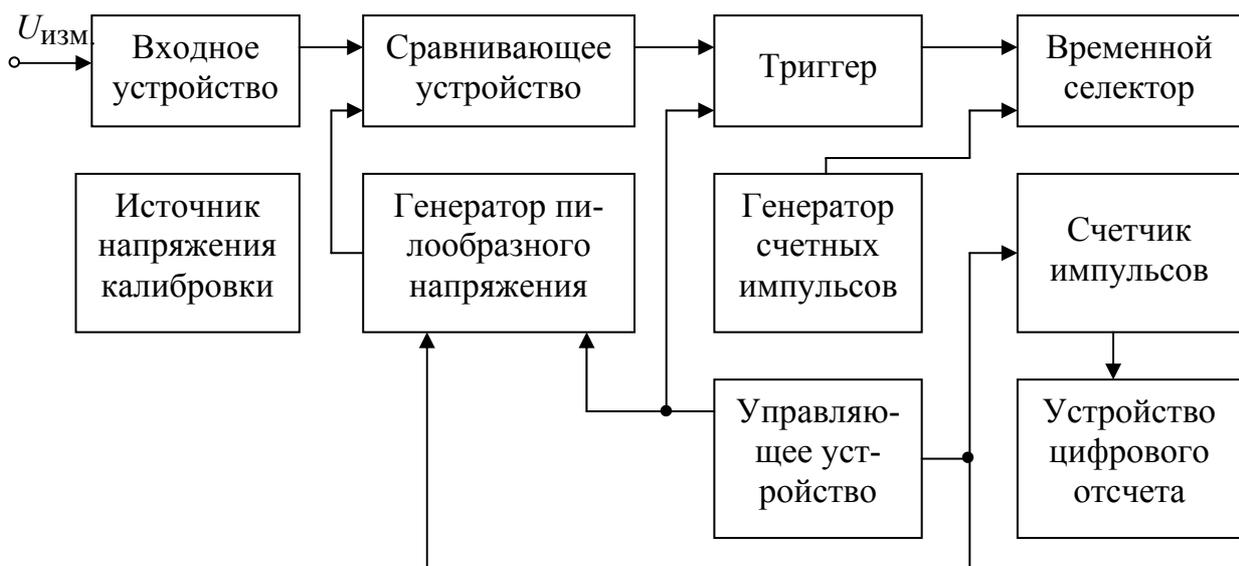


Рис. 4.18

Измеряемое напряжение  $U_{\text{изм}}$  преобразуется во временной интервал, длительность которого пропорциональна  $U_{\text{изм}}$ . Далее временной интервал заполняется импульсами с известной частотой повторения. Подсчет числа импульсов позволяет определить длительность временного интервала, а следовательно, и величину пропорционального ему измеряемого напряжения. Измерение напряжения производится циклами, которые задаются управляющим устройством. Измерения могут проводиться в однократном или периодическом режиме. На рис. 4.19 показаны эпюры напряжений, поясняющие работу цифрового вольтметра с АЦП амлитудно-временного преобразования.

В начале цикла измерения тактовый импульс с выхода управляющего устройства сбрасывает на нуль показания счетчика импульсов и приводит к начальному значению величину пилообразного напряжения, оставшуюся после предыдущего цикла измерения. Одновременно тот же импульс (рис. 4.19, а) проходит через устройство задержки, запускает генератор пилообразного напряжения (рис. 4.19, б) и переводит триггер в состояние “1”. Положительный перепад напряжения с триггера подается на один из входов временного селектора. На второй вход поступают импульсы с генератора (рис. 4.19, д), частота которого стабилизирована кварцевым резонатором. Селектор начинает пропускать импульсы с генератора одновременно с запуском генератора пилообразного напряжения. На входы сравнивающего устройства в момент их равенства сравнивающее устройство выдает импульс (рис. 4.19, в), перебрасывающий триггер в состояние “0”. Таким образом, с момента запуска генератора пилообразного напряжения и до момента его равенства  $U_{\text{изм}}$ , на выходе триггера формируется прямоугольный импульс, длительность которого пропорциональна  $U_{\text{изм}}$ . Следовательно, число импульсов  $n$  прошедших через селектор за время и сосчитанные счетчиком, также пропорционально. Из рис. 4.19, б следует, что

$$U_{\text{изм}} = \Delta U \cdot \text{tg } \beta,$$

но  $\text{tg } \beta = v$ , где  $v$  - скорость нарастания пилообразного напряжения.

Тогда

$$U_{\text{изм}} = n \frac{v}{f_c},$$

где  $f_c$  – частота следования счетных импульсов (рис. 4.19, д). Отношение  $v/f_c$  для каждого вольтметра данного типа является постоянной величиной.

Точность амплитудно-временного преобразования определяется стабильностью и частотой  $f_c$ , порогом чувствительности сравнивающего устройства, длительностью переходных процессов во временном селекторе и линейностью пилообразного напряжения. Погрешность преобразования из-за нелинейности пилообразного напряжения (рис 4.20) равна

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta U}{\text{tg}\beta} = \frac{\Delta U}{\nu}$$

Относительная погрешность таких цифровых вольтметров составляет  $\pm 0,05\%$ . Существенным недостатком вольтметров с амплитудно-временным преобразованием является низкая помехозащищенность. При наложении на  $U_{\text{изм}}$  напряжения помехи  $U_{\text{п}}$  длительность временного интервала  $\Delta t$  будет меняться, что приведет к возникновению погрешности.

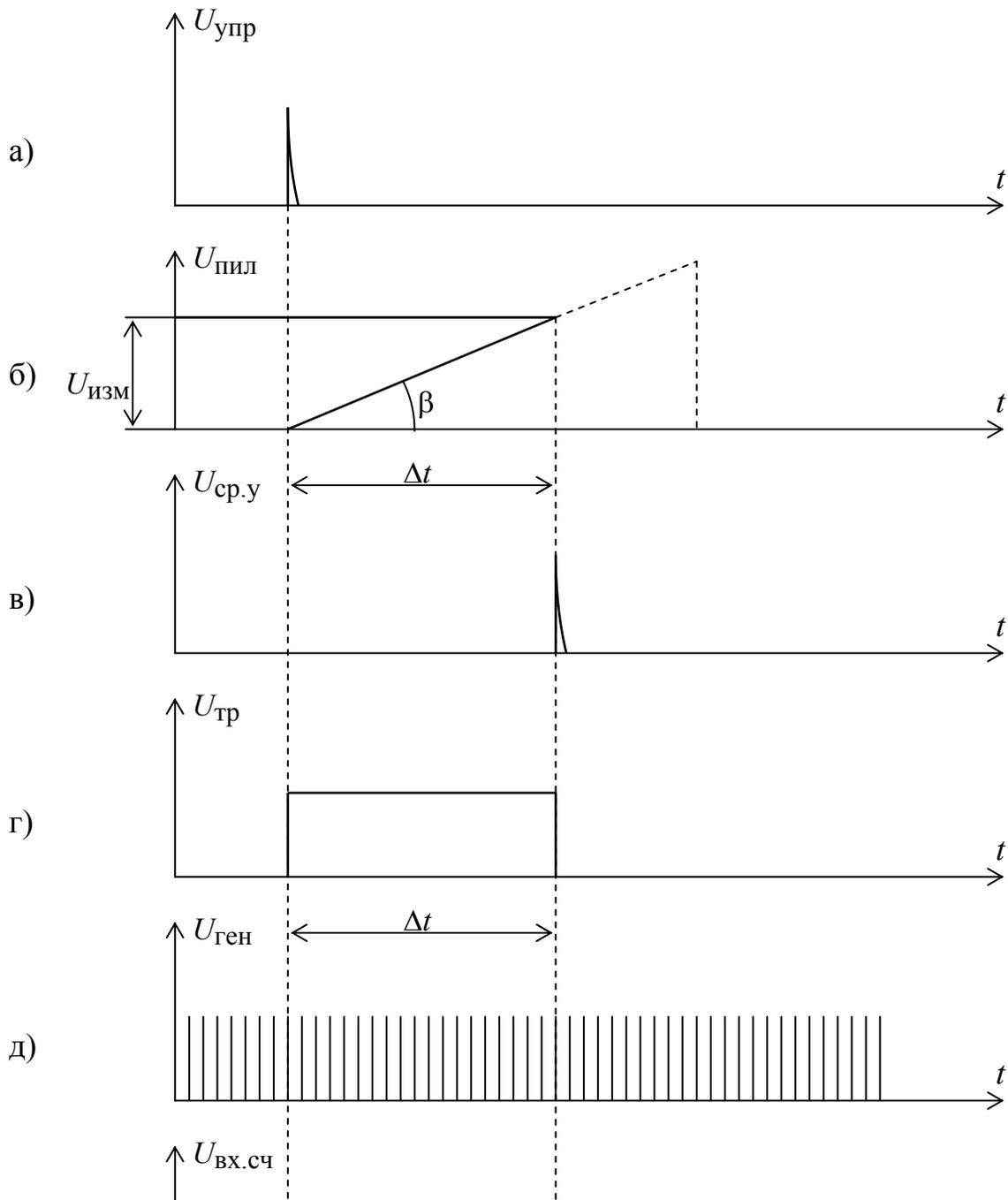


Рис. 4.19

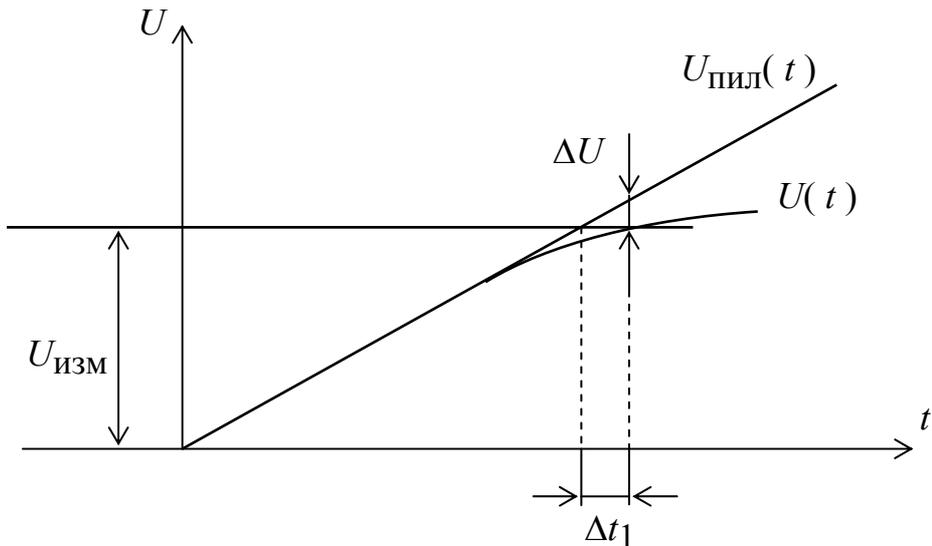


Рис. 4.20

Для повышения помехоустойчивости в цифровых вольтметрах применяют интегрирующие АЦП, в которых измеряемое напряжение предварительно преобразуется в соответствии с соотношением

$$U_{\text{ИЗМ}} = \frac{1}{RC} \int_0^{t_{\text{и}}} U_{\text{ИЗМ}}(t) \cdot dt,$$

где  $RC$  — постоянная интегрирования;  $t_{\text{и}}$  — интервал интегрирования. Эффективность подавления помех возрастает при выборе  $t_{\text{и}}$  равным или в целое число раз больше периода напряжения помехи. Недостатком цифровых вольтметров с интегрирующим АЦП является малое быстродействие, так как основным источником помех являются наводки от питающей сети с частотой 50 Гц, что определяет выбор относительно большого времени интегрирования  $t_{\text{и}}$ .

Большой точностью обладают цифровые вольтметры с АЦП поразрядного кодирования. Принцип действия вольтметров с таким АЦП

заключается в последовательном сравнении измеряемого напряжения с рядом эталонных напряжений, значения которых возрастают по определенному закону, например по закону последовательного расположения разрядов в двоичной системе счисления. Упрощенная функциональная схема цифрового вольтметра с поразрядным кодированием приведена на рис. 4.21.

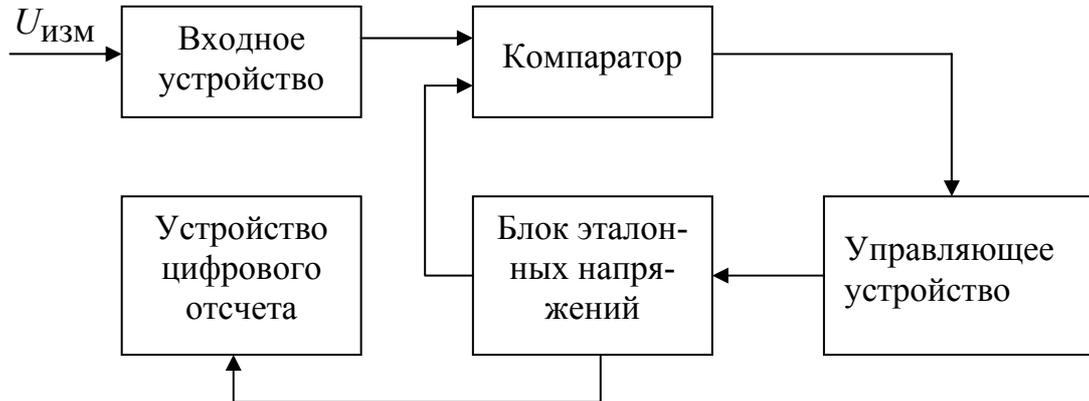


Рис. 4.21

Измеряемое напряжение через входное устройство подается на один из входов компаратора. На другой вход поступают эталонные напряжения  $U_{эт}$ . Пусть в нашем случае дискретные значения эталонных напряжений соответствуют разрядам двоичной системы счисления. Подключение эталонных напряжений к компаратору производится тактовыми импульсами управляющего устройства, причем подключения начинаются со старшего разряда. В компараторе измеряемое напряжение сравнивается с эталонным или суммой эталонных напряжений. Если  $U_{эт} < U_{изм}$ , то управляющее устройство выдает тактовый импульс, дающий команду на подключение к предыдущему значению эталонного напряжения следующего напряжения низшего разряда. Если и после этого  $U_{эт} < U_{изм}$ , то на компаратор поступает очередное значение  $U_{эт}$ . Когда после следующего тактового импульса суммарное значение эталонных напряжений на входе компаратора становится больше  $U_{изм}$ , управляющее устройство под действием выходного сигнала компаратора отключает эталонное напряжение, соответствующее этому тактовому импульсу, то есть данный разряд пропускается. Следующий тактовый импульс подключает к сумме напряжений на входе компаратора напряжение, идущее за пропущенным разрядом. Процесс заканчивается при достижении равенства измеряемого напряжения с суммарным значением эталонных напряжений. В данном примере это суммарное напряжение соответствует  $U_{изм}$  в двоичном коде. Далее используется дешифратор, преобразующий двоичный код в

десятичный. Точность такого вольтметра определяется количеством разрядов цифрового кода (числом дискретных значений эталонных напряжений), стабильностью  $U_{\text{эт}}$  и пороговой чувствительностью компаратора.

## Литература

1. Масленников В.В., Сироткин А.П. Избирательные  $RC$ -усилители. М.: Энергия, 1980.
2. Активные  $RC$ -фильтры на операционных усилителях. Библиотека по автоматике, вып.531. М.: Энергия, 1974.
3. Маклюков М.И. Инженерный синтез активных  $RC$  фильтров на низких и инфранизких частотах. М.: Энергия, 1971.
4. Основы теории цепей. Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. М.: Энергоатомиздат, 1989.
5. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 1988.
6. Лосев А.К. Теория линейных электрических цепей. М.: Высшая школа, 1987.
7. Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы. Части 1 и 2. М.: Мир, 1988.
8. Кауфман М., Сидман А. Практическое руководство по расчетам схем в электронике. Справочник, части 1 и 2. М.: Энергоатомиздат, 1991.
9. Мирский Г.Я. Электронные измерения. М.: Радио и связь, 1986.
10. Ильинский Н.Ф., Козаченко В.Ф. Общий курс электропривода. М.: Энергоатомиздат, 1992.
11. Воронов А.А., Титов В.К., Новогранов Б.Н. Основы теории автоматического регулирования и управления. М.: Высшая школа, 1977.
12. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. М.: Наука, 1956.
13. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника. М.: Мир, 1982.
14. Винокуров В.И., Каплин С.И., Петелин И.Г. Электрорадиоизмерения. М.: Высшая школа, 1986.
15. Найденов А.И., Новопольский В.А. Электронно-лучевые осциллографы. М.: Энергоатомиздат, 1983.
16. Новопольский В.А. Как работать с осциллографом. М.: Энергия, 1978.
17. Частотомер электронно-счетный. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. М., 1980.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ . . . . .	3
1. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ И ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ . . . . .	5
1.1. Общие положения . . . . .	5
1.2 Типовые элементарные звенья САР . . . . .	7
1.3. Свободное и вынужденное движение системы . . . . .	9
1.4. Вынужденное движение системы при гармоническом воздействии на входе . . . . .	9
1.5. Способы изучения характеристик звеньев САР . . . . .	11
2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ . . . . .	12
2.1. Классификация электрических фильтров . . . . .	12
2.2. Расчет активных электрических фильтров на операционных усилителях. . . . .	14
2.3. Передаточные функции активных <i>RC</i> -фильтров . . . . .	16
2.4. Некоторые методы расчета передаточных функций фильтров . . . . .	20
2.5. Примеры расчета передаточных функций активных фильтров . . . . .	23
2.6. Пример расчета корректирующего звена по ЛАЧХ системы . . . . .	30
3. РАСЧЁТ ПРАКТИЧЕСКИХ СХЕМ АКТИВНЫХ <i>RC</i> -ФИЛЬТРОВ НА ОПЕРАЦИОННЫХ УСИЛИТЕЛЯХ . . . . .	36
3.1. ФНЧ с одноконтурной цепью обратной связи . . . . .	36
3.2. ФВЧ с одноконтурной цепью обратной связи . . . . .	38
3.3. Селективный фильтр нижних частот с одноконтурной цепью обратной связи . . . . .	39
3.4. Активный ФНЧ с многоконтурной обратной связью . . . . .	40
3.5. ФВЧ с многоконтурной обратной связью . . . . .	42
3.6. Селективный фильтр с многоконтурной обратной связью . . . . .	44
3.7. ФНЧ с усилителем ограниченного усиления. . . . .	46
3.8. ФВЧ с усилителем ограниченного усиления . . . . .	48
3.9. Селективный фильтр с усилителем ограниченного усиления. . . . .	50
4. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЧЕТЫРЁХПОЛЮСНИКОВ . . . . .	53
4.1 Измерители амплитудно-частотных характеристик . . . . .	53
4.3. Электронные осциллографы . . . . .	57
4.4. Электронные цифровые частотомеры . . . . .	69
4.5. Цифровые вольтметры . . . . .	73
Литература . . . . .	79

Борис Петрович Смоляков  
Николай Кузьмич Андреев

РАСЧЕТ И ИССЛЕДОВАНИЕ АКТИВНЫХ КОРРЕКТИРУЮЩИХ ЦЕПЕЙ  
ИНФОРМАЦИОННОГО КАНАЛА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО  
ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Учебное пособие по курсу  
“Исследование электроприводов”  
(Кафедра электропривода и автоматизации промышленных и технологических  
комплексов КГЭУ)

Редактор издательского отдела Н.А. Артамонова

---

Изд. лиц. ИД №03480 от 08.12.00

Темплан издания КГЭУ 2002 г.

Подписано к печати

Формат 60x84/16

Гарнитура “Times”

Вид печати РОМ

Бумага “Business”

Физ.печ.л. 5.25

Усл.печ.л. 4.88

Уч.-изд.л. 4.2

Тираж 2000

Заказ

---

Издательский отдел КГЭУ

420066, Казань, Красносельская, 51

---

Типография КГЭУ  
420066, Казань, Красносельская, 51