

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА
ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

Ҳотам Тўраев

МАТЕМАТИК МАНТИҚ ВА ДИСКРЕТ МАТЕМАТИКА

*Ўзбекистон Республикаси Олий ва
ўрта махсус таълим вазирлиги олий ўқув юртларининг
талабалари учун ўқув қўлланма сифатида
тавсия этган*

ТОШКЕНТ «ЎҚИТУВЧИ» 2003

Китобда тўпламлар ҳақида асосий тушунчалар, муносабатлар, мулоҳазалар алгебраси, мулоҳазалар ҳисоби, предикатлар мантиқи, математик назариялар, алгоритмлар, математик мантиқнинг техникага татбиқи, математик мантиқ функцияларини минималлаштириш муаммоси, графлар назариясининг элементлари, тўрлар ва тўрдаги оқимлар баён қилинади.

Мазкур ўқув қўлланмаси олий ўқув юр்தларининг **5460100—математика, 5480100—амалий математика ва информатика, 5140100—математика ва информатика, 5521900—информатика ва информацион технологиялар** бакалаврлик йўналишлари ҳамда **5A460104, 5A480101** ва **5A480107** магистратура мутахассисликлари бўйича таълим олаётган талабаларга мўлжалланган.

Китобдан магистрантлар, аспирантлар ҳамда радиотехника, электротехника ва амалий математика соҳаларида ишлаётган муҳандис-математиклар ва мутахассислар ҳам фойдаланишлари мумкин.

Масъул муҳаррир: доцент **А.М.Мусаев**

Тақризчилар: ЎзМУ кафедраси мудири, ЎзР ФА
академиги, профессор **Н.Ю.Сатимов**,
ЎзМУ профессори **А.Пўлатов**,
ЎзМУ доценти **Р.Фуломов**,
СамДУ кафедраси мудири,
профессор **А.С.Солеев**,
СамДУ доценти **Ф.Э.Эргашев**

Т 1602020000—133 Катъий буюрт. — 2003
353(04)—2003

ISBN 5—645—04107—0

© «Ўқитувчи» нашриёти, Т., 2003.

СЎЗ БОШИ

Дискрет математика — математиканинг бир қисми бўлиб, милoddан аввалги IV асрда яратила бошланган. Дискрет математика математиканинг такомиллашган сонлар назарияси, алгебра, математик мантиқ қисмларидан ташқари, XX аср ўрталаридаги фан-техника тараққиёти туфайли жадат ривожланаётган функционал системалар назарияси, граф ва тўрлар назарияси, кодлаштириш назарияси, комбинатор анализ каби бўлимларни ҳам ўз ичига олади.

Дастлаб, фақат математик мантиқ, алгебра, математик анализ, математика асослари, эҳтимоллар назарияси, геометрия, топология, сонлар назарияси, моделлар назарияси каби математик фанларда татбиқ этиб келинган дискрет математика XX асрнинг 40- йилларидан бошлаб ҳисоблаш математикаси, кибернетика, ахборот назарияси, иқтисодиёт, психология, математик лингвистика, тиббиёт фанлари ва дискрет техникада ҳам кенг қўлланилмоқда. Дискрет математика электр схемаларни лойиҳалашда ва текширишда, автоматик ҳисоблаш машиналарини лойиҳалаш ва программалашда, дискрет автоматларни мантиқий лойиҳалашда, ЭҲМ элементлари ва қисмларини лойиҳалашда, ҳар хил техник системалар, қурилмалар ва автоматик машиналарни анализ ва синтез қилишда кенг миқёсда татбиқ этилади. Математик мантиқ фани электрон ҳисоблаш машиналарининг вужудга келишига ва уни мукаммаллаштиришга катта ҳисса қўшди.

Дискрет математика математик кибернетиканинг пойдевори бўлиши билан бирга, ҳозирги замон математик таълимининг муҳим бўғини ҳам ҳисобланади.

Китобнинг асоси сифатида муаллиф томонидан 1973 йилдан бери Самарқанд давлат университети амалий математика ва информатика факультети талабаларига узлуксиз ўқиётган маърузалар олинган. Унинг структураси ва мазмунига факультет базасида «Дискрет математика ва унинг татбиқлари» мавзусида ўтказилган Халқаро илмий анжуманлар, Москва давлат университетининг «Дискрет математика» кафедраси билан ўқув-услубий соҳалардаги ҳамкорлик ҳамда факультет талабаларига дискрет математика фанининг етук олимлари А. Дородницын, Ю. Журавлёв, М. Комилов, В. Кудрявцев, А. Зиков ва В. Қобулов томонидан ўқилган маърузаларнинг ҳам ижобий таъсири бор.

Китоб дискрет математиканинг ривожланиш тарихи (кириш) ва 9 бобдан иборат.

Қўлланманинг биринчи бобида **тўплamlар назариясининг элементлари**, муносабатлар, бинар муносабати, функциялар суперпозицияси, тартиблаш муносабати ва панжара ҳақида тушунчалар берилadi.

Иккинчи боб **мулоҳазалар алгебрасига** бағишланган бўлиб, унда мулоҳазалар ва улар устида мантиқий амаллар, формулалар, тенг кучли, айнан чин, айнан ёлғон ва бажарилувчи формулалар, тенг кучли формулаларга доир теоремалар, формулаларнинг нормал шакллари, мукамал дизъюнктив ва конъюнктив нормал шакллар, мулоҳазалар алгебраси функциялари, Буль алгебраси, мантиқ алгебрасидаги икки тарафлама қонун ва арифметик амаллар, Жегалкин кўпҳади, монотон функциялар, функционал ёпиқ синфлар ва Пост теоремаси каби масалалар кўриб чиқилади.

Китобнинг учинчи боби **мулоҳазалар ҳисобига** бағишланган бўлиб, унда мулоҳазалар ҳисоби формуласи тушунчаси, исботланувчи формула таърифи, мулоҳазалар ҳисобининг аксиомалар системаси (тизими), келтириб чиқариш қоидалари, келтириб чиқариш қоидасининг ҳосилалари бўлган бир вақтда ўрнига қўйиш, мураккаб ҳулоса, силлогизм, контрпозиция, икки карра инкорни тушириш қоидалари, формулалар мажмуасидан формулани келтириб чиқа-

риш қоидаси, келтириб чиқарилган формула (исботлаш) тушунчаси, дедукция ва умумлашган дедукция теоремалари, айрим мантиқ (асосларни ўрин алмаштириш, асосларни қўшиш, асосларни ажратиш) қонунларининг исботи, мулоҳазалар алгебраси ва мулоҳазалар ҳисоби ўртасидаги муносабатлар, мулоҳазалар ҳисобида ечилиш, зидсизлик, тўлиқлилик ва эркинлик муаммолари каби масалалар кўриб чиқилади.

Тўртинчи бобда **предикатлар мантиқи** баён этилган. Бу ерда предикат тушунчаси, предикатлар устида мантиқий амаллар, умумийлик ва мавжудлик кванторлари, предикатлар мантиқининг формуласи ва унинг қиймати, предикатлар мантиқининг тенг кучли формулалари, предикатлар мантиқи формуласининг нормал шакли, бажарилувчи ва умумқийматли формулалар, ечилиш муаммоси, хусусий ҳолларда формуланинг умумқийматлилигини топиш алгоритмлари, предикатлар мантиқининг математикага татбиқи, аксиоматик предикатлар ҳисоби ҳақида маълумотлар келтирилади.

Китобнинг бешинчи боби **математик назарияларга** бағишланган бўлиб, аксиоматик назария тушунчаси, биринчи тартибли тил, терм ва формулалар, мантиқий ва хос (махсус) аксиомалар, келтириб чиқариш қоидаси, алгебра, геометрия ва анализда мавжуд бўлган математик назариялар, назарияда исботлаш тушунчаси, тавтология хусусий ҳолларининг исботланувчанлиги, дедукция теоремаси, назария тилининг интерпретацияси (талқини), берилган интерпретацияда формулаларнинг чинлик қийматлари, назариянинг модели, интерпретациянинг изоморфизмлиги, назариянинг қатъийлиги, назариянинг зидсизлик, тўлиқлилик ва ечилиш муаммолари, предикатлар ҳисобининг зидсизлиги, натурал сонлар назарияси, Гёделнинг тўлиқсизлик ҳақидаги теоремаси сингари масалалар ёритилган.

Китобнинг олтинчи бобида **алгоритмлар назариясининг элементлари** атрофлича баён этилган. Бу ерда алгоритм тушунчаси ва унинг характерли хусусиятлари, ечилувчи ва

саналувчи тўпламлар, Пост теоремаси, алгоритм тушунчасини аниқлаш, ҳисобланувчи функциялар, қисмий рекурсив ва умумрекурсив функциялар, А. Чёрч ва С. Клини тезислари, Тьюринг машиналари, Тьюринг машинасида алгоритмни жорий қилиш, натурал сонларни қўшиш алгоритми, Евклид алгоритми, алгоритмлар назариясининг асосий гипотезаси, Марковнинг нормал алгоритмлари, Марков бўйича қисман ҳисобланувчи ва ҳисобланувчи функциялар, қисмий рекурсив (умумрекурсив) функция билан Марков бўйича қисмий ҳисобланувчи (ҳисобланувчи) функция ўртасидаги муносабат, нормаллаштириш принципи, алгоритмик ечилмовчи муаммолар, математик мантиқда келтириб чиқарувчанликни таниш муаммоси, ўз-ўзига татбиқ этувчанликни таниш муаммоси каби масалалар кўрилган.

Китобнинг еттинчи бобида **математик мантиқнинг техникага татбиқлари** келтирилган. Бу ерда реле-контактли схемалар, контактли схемалар ва уларнинг синтези, функционал элементлар ва улардан схемалар ясаш, кўп тактли схемалар, функционал элементлар системасининг тўлиқлиги, схемаларни минималлаштириш муаммоси, тескари боғланиши бўлмаган автоматлар, чекли автомат ҳақида умумий тушунчалар, Мили ва Мур автоматлари каби масалалар кўриб чиқилган. Мантиқ алгебраси функцияларини схемалар (автоматлар) орқали реализация этиш масаласига алоҳида аҳамият берилган.

Саккизинчи бобда **математик мантиқ функцияларини минималлаштириш муаммоси** баён этилган. Бу ерда дизъюнктив нормал шакл (ДНШ)ни соддалаштириш, энг қисқа ДНШ, қисқартирилган ДНШ, тупикли ДНШ, Квайн ДНШ ва минимал ДНШларни ясаш алгоритмлари келтирилган. Аналитик ва геометрик тарздаги алгоритмларнинг эквивалентлиги кўрсатилган.

Тўққизинчи бобда **графлар назариясининг элементлари** ёритилган. Бу ерда оддий графлар, графларнинг изоморфлиги, маршрутлар, занжирлар, цикллар, боғлиқлилик,

дарахтлар, хроматик сон ва хроматик синф, тўрлар ва тўрдаги оқимлар, Форд—Фалкерсон теоремаси каби масалалар қараб чиқилган.

Назарий масалаларни баён этишда мисоллардан кенг фойдаланилган, деярли ҳар бир параграфнинг охирида мустақил ишлаш учун машқлар, савол ва топшириқлар берилган.

Китобда ёритилган масалалар **«Математик мантиқ ва дискрет математика»** ва **«Математик мантиқ ва алгоритмлар назарияси»** фанларидан ташқари давлат таълим стандартларида кўрсатилган «Машиналар арифметикаси ва автоматлар назарияси», «Информатика асослари ва ҳисоблаш техникаси», «ЭХМ ва дастурлаш», «Операцияларни текшириш» каби фанларни ўқитишда ҳам муҳим аҳамият касб этади.

Китобни тайёрлашда америкалик С. Клини ва А. Чёрч, австриялик К. Гёдел, англиялик А. Тьюринг ва Э. Мендельсон ҳамда россиялик А.А. Марков, А.И. Мальцев, П.С. Новиков, С.В. Яблонский, О.Б. Лупанов, В.Б. Кудрявцев, В.А. Горбатов, С.Г. Гиндикин, А.А. Зиков, Л. Лихтарников ва Т. Сукачёва, ўзбекистонлик Р. Искандаров, Т. Ёқубов каби математиклар томонидан яратилган монография, дарслик, ўқув қўлланма ва илмий мақолалар ва самарқандлик М.Исроиловнинг мулоҳазалар алгебрасига бағишланган қўлёзмасидан фойдаланилди.

Олий ўқув юртлари математика факультетлари талабалари учун ўзбек тилида ёзилган дастлабки китоблар марҳум устозимиз Р.И. Искандаровнинг «Математик логика элементлари» (1970) номли дарслиги ва Т.Ёқубовнинг «Математик логика элементлари» (1983) ўқув қўлланмасидир. Бу китоблар математик мантиқ фанини ўқитишда, табиийки, ижобий рол ўйнади.

Ўқувчиларга тавсия этилаётган ушбу китоб «Математик мантиқ ва дискрет математика» ҳамда «Математик мантиқ ва алгоритмлар назарияси» фанлари бўйича Республикамиз давлат таълим стандартларида кўрсатилган ўқув дастурларига тўлиқ жавоб беради.

Китоб университет ва педагогика институтларида **5460100 – математика, 5480100 – амалий математика ва информатика, 5140100 – математика ва информатика, 5521900 – информатика ва информацион технологиялар** бакалаврлик йўналишлари ҳамда **5A460104, 5A480101 ва 5A480107** магистратура мутахассисликлари бўйича таълим олаётган талабаларга мўлжалланган. Китоб камчиликлардан холи бўлмаганлиги туфайли, муаллиф китоб ҳақидаги танқидий фикр ва мулоҳазаларни миннатдорчилик билан қабул қилади ва олдиндан ўз ташаккурини изҳор этади.

Китобнинг қўлёзмаси билан муфассал танишиб, унинг сифатини яхшилаш йўлида фойдали кўрсатма ва маслаҳатлар берган тақризчилар ЎзР ФА академиги Н. Сатимов, профессорлар А. Солеев, А. Пўлатов, доцентлар Р. Фуломов ва Ғ. Эргашевга, муҳаррирлик ишини бажарган доцент А. Мусаевга, матнини компьютерга киритган ва макетини тузиб нашр этишга тайёрлаган Х. Якубова, Э.Ўрунбоев ва Ф. Муродовга ўз миннатдорчилигимни билдираман.

Муаллиф.

КИРИШ

Мантиқ — муҳокама юритишнинг қонун-қоидалари, усуллари ва формалари (шакллари) ҳақидаги фан бўлиб, унинг асосчиси қадимги юнон мутафаккири **Аристотель** (милод. авв. 384—322) ҳисобланади. У биринчи бўлиб дедукция назариясини, яъни мантиқий хулоса чиқариш назариясини яратиб, мантиқий хулоса чиқаришнинг формал характерга эга эканлигини кўрсатди. Аристотелнинг мантиқий таълимоти формал мантиқнинг (логиканинг) асосини ташкил қилади. Формал мантиқ фикрлашнинг формалари ва қонунларини текширади. Шундай қилиб, Аристотель мантиқий фикрлашнинг асосий қонунларини очди.

Аристотель асос солган мантиқ кўп асрлар давомида турли мутафаккирлар, файласуфлар ва бутун фалсафий мактаблар томонидан тўлдирилди, ўзгартирилди ва такомиллаштирилди. Шу жумладан, **Абу Наср Форобий**, **Абу Али ибн Сино**, **Абу Райҳон Беруний**, **Муҳаммад ал-Хоразмий**, **Умар Хайём**, **Алишер Навоий**, **Мирзо Бедил** каби Шарқнинг буюк мутафаккирлари ҳам ўзларининг катта ҳиссаларини қўшдилар.

Мантиқнинг янгиланишида француз олими **Р. Декарт**нинг (1596—1650) ишлари муҳим роль ўйнади. Р.Декарт аналитик усулда фикрлашнинг асосий принципларини яратди.

Немис философи ва математиги **Г. Лейбниц** (1646—1716) биринчи бўлиб мантиқий фикрлашга ҳисоб характерини бериш зарур, деган ғоя билан чиқди. Бунинг учун, унинг фикрича, ҳамма илмий тушунчалар ва мулоҳазаларни асосий мантиқий элементларга келтириб, уларни маълум символлар билан белгилаш керак.

Г. Лейбниц ғоялари фақат XIX асрдагина ўз ривожини топди. Инглиз олимлари **Ж. Буль** (1815—1864), **Ч. Пирс** (1839—1914), **Б. Рассел** (1872—1970), **А. Уайтхед** (1861—1947), **У. Жевонс** (1835—1882), немис олимлари **Г. Фрёге**

(1848–1925), Д. Гильберт (1862–1943), Э. Шрёдер (1853–1910), шотланд математиги О. де Морган (1806–1871), рус олимлари П.С. Порецкий (1846–1907), В.И. Гливенко (1897–1940), И.И. Жегалкин (1869–1947) ва бошқалар мантиқ соҳасидаги ишлари билан символик ёки математик мантиқни (логикани) яратдилар.

Математик мантиқ асосчиларидан бири бўлган **Ж. Буль** (машҳур «Сўна» романининг муаллифи Лилиан Войничнинг отасидир) мустақил равишда грек, лотин, немис, француз ва итальян тилларини ҳамда математикани ўрганган. 1847 йилда ёзилган «Мантиқнинг математик таҳлили», «Мантиқий ҳисоб» ва 1854 йилда ёзган «Фикрлаш қонунларини тадқиқ этиш» китобларида мантиқни алгебраик формага келтирди ва математик мантиқнинг аксиомалар системасини яратди. Булнинг мантиқий ҳисоби **Буль алгебраси** деб юритилади.

Ж. Буль мантиқ ва математика операциялари ўртасидаги ўхшашликка асосланиб, мантиқий хулосаларга алгебраик символикани қўлади. У мантиқ операцияларини формаллаштириш (расмийлаштириш) учун қуйидаги символларни (белгиларни) киритди:

– предметларни белгилаш учун ($x, y, z, \dots$) кичик лотин ҳарфларини;

– предметлар сифатини белгилаш учун ($X, Y, Z, \dots$) бош лотин ҳарфларини;

– бирор мулоҳазага акслантирилган ҳамма предметлар синфи 1 ни;

– кўрилиши лозим бўлган предметлар йўқлигининг белгиси 0 ни;

– мулоҳазаларни мантиқий қўшишнинг «+» белгисини;

– мулоҳазаларни мантиқий айиришнинг «-» белгисини;

– мулоҳазалар тенглигининг «=» белгисини.

Символик буль алгебрасида мантиқий қўпайтириш амали, худди алгебраик қийматларни қўпайтиришдагидек,

$$xy = yx$$

коммутативлик хоссасига

ва

$$x(yz) = (xy)z$$

ассоциативлик хоссасига эга. Мантиқий қўшиш амали ҳам коммутативлик ва ассоциативлик хоссаларига эга:

$$\begin{aligned}x + y &= y + x, \\(x + y) + z &= x + (y + z).\end{aligned}$$

Буль алгебрасида йиғинди қўпайтмага нисбатан дистрибутивлик қонунига бўйсунди:

$$x(y + z) = xy + xz.$$

Ж. Буль алгебраик символикалар ёрдами билан ҳамма мантиқий операцияларни икки қийматли (1 ва 0) алгебра қонунларига бўйсунадиган формал (расмий) операцияларга келтиришни ўйлади. Буль функциялари ва унинг аргументлари фақат икки қиймат — «чин» ва «ёлғон» қийматлар қабул қилади.

Мантиқ алгебраси қоидалари орқали оддий мулоҳазалардан мураккаб мулоҳазаларни ҳосил қилиш мумкин.

Масалан:

$xу$ — бир вақтда x ва y хоссаларга эга бўлган предметлар класс;

$x(1 - y)$ — бу x хоссага эга ва y хоссага эга бўлмаган предметлар класс;

$(1 - x)y$ — бу y хоссага эга ва x хоссага эга бўлмаган предметлар класс;

$(1 - x)(1 - y)$ — бу x ва y хоссаларга эга бўлмаган предметлар класс.

Ҳозирги математик мантиқ фанини яратишда фундаментал роль ўйнаган Буль символик логикаси мукаммаллаштиришга муҳтож эди. Масалан, Жевонс фикрича, мантиқий айириш операцияси айрим ноқулайликларга олиб келади.

О. де Морган Буль ғояларини ривожлантириб, мантиқ ҳисобини эҳтимоллар назарияси теоремаларини асослашга татбиқ этди ва символик ҳисобни яратиш устида ишлади.

Ч. Пирс математикани анализ қилишда мантиқий муносабатларни қурол сифатида ишлатишни асослаб берди, у Г. Фрёге ишларидан хабарсиз ҳолда, мантиққа квантор тушунчасини киритди.

Г. Фрёге математика принципларини мантиқ принципларидан келтириб чиқариш устида ишлаб, мантиқ ҳисобини яратди.

Буль ва О. де Морган асарларида математик мантиқ ўзига хос алгебра — мантиқ алгебраси кўринишида шаклланди.

Кейинчалик, Буль методлари У. Жевонс, Э. Шрёдер ва П.С. Порецкий асарларида ўз ривожини топди.

Буль алгебрасини У. Жевонс ва Э. Шрёдер мукаммаллаштирди. У. Жевонс «Соф мантиқ» (1864), «Ўхшашларни алмаштириш» (1869) ва «Фан асоси» (1874) китобларида мантиқ соҳасида алмаштириш принципига асосланган ўзининг назариясини тавсия этди. 1877 йили Э.Шрёдер «Der operation-skreis des Logikkalkuls» китобида алгебраик мантиқ асосларини ёритди.

Математик мантиқ фанининг ривожланишида Порецкийнинг ҳам катта хизмати бор. У Буль, Жевонс ва Шрёдер ютуқларини умумлаштириб, «Мантиқий тенгламаларни ечиш усуллари ва математик мантиқнинг тескари усули ҳақида» (1884) китобида мантиқ алгебраси аппарати ривожини анча илгари сурди. Америкалик олим **А. Блейк** П.С.Порецкий методини Э.Шрёдер методидан устун қўяди.

П.С. Порецкий системасида қуйидаги белгилар қабул қилинган:

1) бир-бирига боғлиқ бўлмаган ва бир-бири билан ҳеч қандай муносабатда бўлмаган предметлар классини кичик лотин ҳарфлари — $a, b, c, \dots$ билан белгилаш;

2) синфларни инкор этиш учун кичик лотин ҳарфларидан кейин «эмас» сўзини қўшиш, яъни a эмас, b эмас ва ҳоказо каби белгилаш;

3) $a, b, c, \dots$ предметлар синфи хусусиятига эга бўлмаган предметлар синфини $a_1, b_1, c_1, \dots$ билан белгилаймиз;

4) икки ёки кўпроқ синфлар биргаликда бир нечта бирига боғлиқ бўлмаган хоссаларга эга бўлишини ab , bc ва ҳоказо кўпайтмалар билан белгилаш. Бу операция коммутативлик ва ассоциативлик хоссаларига эга:

$$ab = ba, (ab)c = a(bc);$$

5) мантикий қўшиш амалини «+» белгиси билан белгилаш. Бу операция ҳам коммутативлик ва ассоциативлик хоссаларига эга:

$$x + y = y + x, x + (y + z) = (x + y)z;$$

6) ҳеч қандай мазмунга эга бўлмаган сифат формасини 0 (мантикий 0) билан белгилаш;

7) мумкин бўлган синфларни ўз ичига олган сифат формасини 1 (мантикий 1) билан белгилаш; 0 ва 1 ушбу хоссаларга эга:

$$a + 0 = a; a \cdot 1 = a;$$

8) a синфнинг инкорини a_1 синф билан белгилаш;

9) қўшиш, кўпайтириш ва инкор амалларидан ташқари эквивалентлик амалини киритади ва уни «=» символ билан белгилайди. Бу амал учта қоидага бўйсунди: 1) агар $a = b$ тенглигига бир хил синфларни қўшсак, у ҳолда тенглик бузилмайди, яъни $a + c = b + c$ бўлади; 2) агар $a = b$ бўлса, у ҳолда $ad = bd$ бўлади; 3) агар $a = b$ бўлса, у ҳолда $a_1 = b_1$ бўлади, бу ерда $a_1 = a$ эмас, $b_1 = b$ эмас.

XIX асрнинг охирида математик назариялар шундай ривожландики, энди мантиқ масалалари математиканинг ўзида ҳам муҳим аҳамиятга эга бўлиб, мавжуд мантикий қуроллар математика талабларига жавоб беролмай қолди. Айрим математик муаммоларни ечишдаги қийинчиликлар уларнинг мантикий табиатига боғлиқлиги аниқланди. Шунинг учун ҳам математик мантиқ тор алгебраик доирадан чиқиб, жадал ривожлана бошлади. Бу йўналишда биринчи бўлиб Г. Фреге ва итальян математиги **Ж. Пеано** (1858–1932) тадқиқотлар олиб бордилар, улар математик мантиқни арифметика ва тўпламлар назариясини асослаш учун қўлладилар.

1903 йили Б. Расселнинг Лондонда нашр этилган «Математика принциплари» китобида мулоҳазалар ва синфлар ҳисоб назарияси ишлаб чиқилди. Б. Расселнинг А. Уайтхед билан ҳамкорликда ёзган 3 томлик «Математика принциплари» китоблари математик мантиқ фанининг ривожланишида катта роль ўйнади. Бу китобларда мулоҳаза, синф ва предикатлар ҳисоби деярли тўлиқ аксиомалаштирилди ва формалаштирилди. Улар ҳозирги вақтда ўрганилаётган математик мантиқ кўринишини яратдилар.

Д. Гильберт ва немис олими **В. Аккерман**нинг 1928 йилда чоп этилган «Назарий мантиқнинг асосий хусусиятлари» китоблари математик мантиқнинг янада ривожланишида муҳим аҳамият касб этди. Бу китобнинг муаллифлари мантиқий амалларда формалаштириш методини татбиқ этиб, катта ютуққа эришдилар.

Буль, Шрёдер ва Порецкийнинг мантиқ алгебраларига таяниб, И.И. Жегалкин логик қўшиш ва логик кўпайтириш амалларини қўидагича аниқлади:

$$1) 0 + 0 = 0; 0 + 1 = 1; 1 + 0 = 1; 1 + 1 = 0;$$

$$2) 0 \cdot 0 = 0; 0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0; 1 \cdot 1 = 1.$$

Логик қўшиш ва кўпайтириш амалларидан $a + a = 0$ ва $a \cdot a = a$ келиб чиқади.

Мантиқий операцияларнинг символик кўринишлари Жегалкин системасида қўидагича бўлади:

$$\bar{p} = p + 1; p = \bar{\bar{p}}; p \vee q = p + q + pq;$$

$$p \rightarrow q = 1 + p + pq; p \equiv q = 1 + p + q.$$

У символик мантиққа умумийлик ва мавжудлик квантори деган тушунчалар киритди ва предикатлар алгебрасини яратди.

XX асрнинг 50- йилларида кўп қийматли мантиқ соҳасида илмий изланишлар олиб борилди. Кўп қийматли мантиқда мулоҳазалар чекли (3 ва ундан кўп) ва чексиз чинлик қийматлари олади. Математик мантиқ бу бўлимининг асосчила-

ридан бири поляк олими **Я. Лукасевич** (1878–1954) ҳисобланади. У дастлаб уч қийматли (1920), 1954- йилда тўрт қийматли ва ниҳоят чексиз қийматли мантиқни яратди.

Кўп қийматли мантиқ проблемалари (муаммолари) билан **Е. Пост**, **С. Яськовский**, **Д. Вебб**, **А. Гейтинг**, **А.Н. Колмогоров**, **Д.А. Бочвар**, **В.И. Шестаков**, **Г. Рейхенбах**, **С.К. Клини**, **П. Детуш-Феврие** ва бошқа олимлар шуғулланганлар.

Конструктив математиканинг ривожланиши конструктив мантиқ масалаларини ечиш усуллариини ишлаб чиқиш вазифасини қўйди. Бу соҳада **А.А. Марков**, **Н.А. Шанин** ва шогирдларининг хизматлари каттадир.

Дискрет математиканинг катта бўлимларидан бири алгоритмлар назарияси ҳисобланади. Алгоритм сўзи IX асрда яшаган замонасининг буюк математики ватандошимиз **Муҳаммад ал-Хоразмий** исмининг лотинча *Algorithmi* формасидан келиб чиққан.

Алгоритмлар назарияси алгоритмларнинг умумий хусусиятларини ўргатувчи дискрет математиканинг бир бўлимидир.

XX асрнинг 20- йилларида биринчи бўлиб интуиционистлар вакиллари **Л. Брауэр** ва немис олими **Г. Вейлер** (1934) алгоритм тушунчасини ўрганишга киришганлар. Алгоритмлар назариясининг асосчиларидан бири бўлган америкалик олим **А. Чёрч** 1936 йилда ҳисобланувчи функция тушунчасига 1- аниқликни киритди ва қуйидаги тезисни илгари сурди: **натурал аргументларнинг барча қийматларида ҳамма жойда аниқланган ҳисобланувчи функциялар билан умумий рекурсив функциялар эквивалентдир (бир хилдир).** У ҳисобланувчи функция бўлмаган функцияни кўрсатди.

Алгоритмлар назариясининг кейинги ривожланишида америкалик олимлар **К. Гёдел**, **С.К. Клини** (1957), **Э.Л. Пост** (1943–1947), **Х. Роджерс** (1972), инглиз олими **А. Тьюринг** (1936–1937), рус олимлари **А.А. Марков** (1947–1954, 1958, 1967), **А.Н. Колмогоров** (1953, 1958, 1965), **Ю.Л. Ершов** (1969–1973), **А.И. Мальцев** (1965,) **Д.А. Трахтенброт** (1967,

Тўраев Ҳ.

Математик мантиқ ва дискрет математика:

Бакалаврлик йўналишлари бўйича таълим олаётган талабалар учун ўқув қўлланма/Маъсул муҳаррир: А.М.Мусаев. — Т.: «Ўқитувчи», 2003. — 416 б.

Сарл. олдиди: Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги.

ББК 22.12я73+22.176я73

ҲОТАМ ТЎРАЕВ

МАТЕМАТИК МАНТИҚ ВА ДИСКРЕТ МАТЕМАТИКА

Олий ўқув юртлари учун ўқув қўлланма

Тошкент «Ўқитувчи» 2003

Таҳририят мудир *М.Пўлатов*

Муҳаррир *Ў.Ҳусанов*

Бадий муҳаррир *М.Кудряшова*

Техник муҳаррир *Т.Грешникова*

Мусахҳиҳлар: *З.Содиқова, В.Тараненко*

Компьютерда саҳифаловчи *Ш.Раҳимқориев*

ИБ № 8265

Оригинал-макетдан босишга рухсат этилди 22.12.03. Бичими 60×84¹/₁₆.

Кегли 11, 10 шпонли. Таймс гарн. Офсет босма усулида босилди.

Босма т. 26,0. Шартли б.т. 24,18. Нашр т. 24,0. 1000 нусхада босилди.

Буюртма № 2035

«Ўқитувчи» нашриёти. Тошкент, 700129. Навоний кўчаси, 30.

Шартнома № 09—113—03.

Ўзбекистон Матбуот ва ахборот агентлигининг 1- босмахонасида босилди. Тошкент, Сағбон кўчаси, 1- берк кўча, 2- уй. 2003.