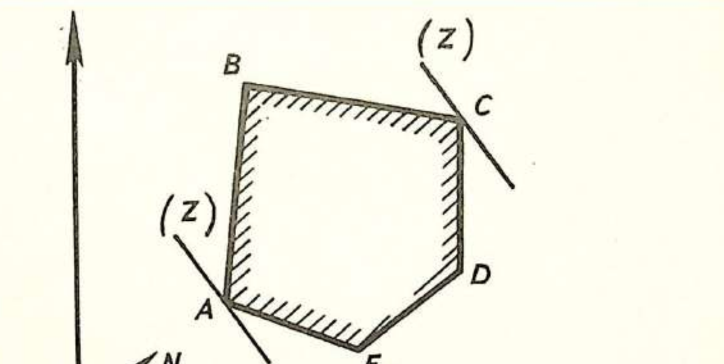
Т.Шодиев, А.Қўчқоров, У.Мизрапов

ИШЛАБ ЧИҚАРИШНИ РЕЖАЛАШТИРИШДА МАТЕМАТИК УСУЛЛАР



ОЛИЙ ЎҚУВ ЮРТЛАРИ УЧУН

Тақризчи — ф. м. ф. н., доцент А. Ғофуров

Муҳаррир — Р. Тоирова

ISBN 5-640-01966-2

Ш $\frac{1601000000-114}{М351\ (04)\ 95}$ 95

КИРИШ

Ҳозир Ўзбекистон Республикаси бозор иқтисодиётига ўтиш йўлида илк қадамларини қўймоқда. Бозор шароитида иқтисодиётни бошқарувчи мутахассислар ишбилармон ва тадбиркор бўлмоғи, келажакни ҳисобга олган ҳолда иқтисодий самара берадиган қарорлар қабул қилмоғи зарур. Бунинг учун университетлар ва бошқа олий ўқув юртларида ўқитиш услубини тубдан яхшилаш, бўлажак мутахассисларда иқтисодий математик усуллар ва замонавий компьютерлардан фойдаланиш тажрибасини шакллантириш зарур. Айниқса қишлоқ хўжалиги соҳасидаги раҳбар ходимлар, шу жумладан, иқтисодчи мутахассисларни тайёрлашда, талабаларда аниқ тафаккур ва тадбиркорликни шакллантириш учун иқтисодий-математик усуллар ва компьютерлардан фойдаланиш тажрибасини мужассамлаштириш, аграр соҳани бозор иқтисодиётига йўналтиришда муҳим аҳамиятга эга.

Математик усуллар инсон фаолиятининг турли соҳаларида, айниқса халқ хўжалиги корхоналарида ва унинг тармоқларида режалаштириш ва бошқаришнинг самарадорлигини оширишда кенг қўлланилмоқда. Замонавий саноат корхоналарида ишлаб чиқаришни мақбул қарор бўйича режалаштириш ва бошқариш учун жуда кўп маълумотлар керак бўладики, уларни қайта ишлаш ва тегишли қарор қабул қилишни замонавий ҳисоблаш машиналарининг ёрдамисиз тасаввур этиш қийин.

Ишлаб чиқаришнинг бирор соҳаси бўйича тегишли қарор қабул қилиш бир қанча босқичлардан иборатдир.

Биринчи босқичда қаралаётган объектга нисбатан мақсаднинг қай тартибда қўйилишига кўра зарур бўлган воқеа ва ҳодисалар аниқланади. Улар орасидаги қонуниятлар ҳар томонлама таҳлил этилади.

Иккинчи босқичда қўйилган масаланинг математик модели тузилади. Масаланинг математик модели деганда, ечилаётган масаланинг ҳамма шартларини математик белгилар, тенглама ва тенгсизликлар орқали ифодалаш тушунилади. Масалани ечишда эса мақсадни ифодаловчи функциянинг табиати аниқланади. Мақсад функцияси кўпинча кўрилаётган масаланинг мақбуллик мезони кўринишида бўлиши мумкин.

Учинчи босқичда мақсад функциясига таъсир этувчи ўзгарувчи миқдорлар аниқланиб, улар орасидаги ўзаро муносабат, таъсирлар ва асосий қонуниятлар аниқланади ва ниҳоят, тўртинчи босқичда олинган натижалар таҳлил қилиниб, кўрилаётган аниқ объектга нисбатан тегишли режа қабул қилинади.

Юқорида кўриб ўтилган босқичларни амалга ошириш, экстремал масаланинг математик моделини тузиш, ҳисоблаш ишларини электрон-ҳисоблаш машиналари (ЭҲМ) орқали амалга ошириш кабилар билан моделлаштириш фани шуғулланади. Ечилаётган масаланинг ҳажмига кўра ҳисоблаш ишларини амалга оширишда маълумотларни йиғиш ва қайта ишлашга тўғри келади, бу эса ЭҲМ дан фойдаланишда мавжуд бўлган ёки маълум алгоритмга кўра машина программаларини тузишга олиб келади.

Республикамиз қишлоқ хўжалиги иқтисодиётини математик усуллар ёрдамида ривожлантиришда кўпгина ёш мутахассис олимлар: А. Абдураззоқов, О. Абдуллаев, А. Абдурахимов, С. Ортиқова, Б. Беркинов, Н. Зиёдуллаев, М. Зиёхўжаев, Қ. Сафоева, Н. Ибрагимов, А. Ғофуров ва бошқалар ўзларининг салмоқли ҳиссаларини қўшмоқдалар.

Ушбу қўлланмага математик программалаш, қишлоқ хўжалигини эҳтимоллар назарияси асосида прогнозлаш, иқтисодий алоқаларни мувофиқлаштириш, хўжалик корхоналарида техникадан унумли фойдаланиш каби соҳалар киритилди. Шунингдек, иқтисодий математик усулларнинг қишлоқ хўжалигида қўлланиш тартибини шу соҳада олинган турли мисол ва масалалар ёрдамида тушунтиришга ҳаракат қилинди.

I боб

МАТЕМАТИК ПРОГРАММАЛАШ АСОСЛАРИ

I. ЧИЗИҚЛИ ПРОГРАММАЛАШ

Бу математик программалашнинг муҳим бир бўлими бўлиб, кўп ўзгарувчиларга нисбатан чизиқли функцияларнинг максимум ёки минимум қийматларини топиш билан шуғулланади. Бунда чизиқли функциянинг чизиқли чекланишлари берилган ҳолда, максимум ёки минимум қийматини (ечимларини) топиш усуллари ўрганилади. Чизиқли программалашда номаълум ўзгарувчилар биринчи даражада бўлади, чизиқли тенгламалар (тенгсизликлар) системаси эса ягона ёки чексиз кўп ечимларга эга бўлиши мумкин. Баъзан тенгламалар (тенгсизликлар) системаси берилган мақсад функциясида умуман ечимга эга бўлмаслиги ҳам мумкин.

Чизиқли программалаш масаласининг қўйилиши ва юк ташишнинг мақбул режасини тузиш масаласи билан рус иқтисодчиси А. Н. Толстой (1930) шуғулланди. 1931 йили венгер математиги Б. Эгервари чизиқли программалаш масаласининг қўйилишига қараб уни математик шаклда ечиш усулини яратди, бу усулни «танлаш муаммоси» деб атади. Чизиқли программалашни қишлоқ хўжалигида қўллаш усулини йирик рус олими Л. В. Кантарович (1939) кашф этган. Кейинчалик Л. В. Кантарович, В. С. Немчинов, В. В. Новожилов, А. Л. Лурбе, А. Брудно, А. Г. Аганбегян, Д. Б. Юдин ва Е. Т. Гольштейннинг илмий ишларида турли иқтисодий масалаларни ечишда чизиқли ва ночизиқли программалашнинг математик назарияси ва уларни татбиқ қилиш усуллари ривожлантирилди. Чизиқли программалаш усулларига чет эллик, айниқса, америкалик олимларнинг ҳам талайгина ишлари бағишланди.

Чизиқли программалаш масалаларини ечишнинг асосий усули симплекс усули 1949 йилда Ж. Данциг томонидан яратилди.

Ҳозирги пайтда чизиқли программалаш усуллари асосан аниқ иқтисодий масалаларни ЭҲМда ечиш учун қулайроқ алгоритмлар тузишга қаратилган. Чизиқли программалашнинг ривожланиши билан бир вақтда ночизиқли программалаш масалаларига ҳам катта эътибор берилмоқда. Бу масалаларда мақсад функцияси чизиқли ёки ночизиқли ёки иккаласи ҳам ночизиқли кўринишда бўлади.

1951 йилда Кун ва Таккер ўз илмий ишлари орқали ночизиқли масалаларни ечиш учун мақбул вариантнинг етарли ва қониқарли шартларини ярат́дилар. Бу ночизиқли программалаш бўйича олиб борилган кейинги ишлар учун туртки бўлди. Масалан, 1955 йилдан бошлаб квадратик программалаш бўйича кўпгина ишлар нашр этилди.

Кўпгина чизиқли ва ночизиқли программалаш масалаларида иқтисодий жараён вақтга ва бошқа бир қанча омилларга боглиқ бўлиши мумкин. Бундай масалаларни ечишда (улар кўп погонали дейилади) жараённинг босқичлар бўйича боришини эътиборга олиш керак. Масалан: йиллар бўйича ресурслар тақсимоти. Бундай масалаларни ечиш усули динамик программалашнинг асосини ташкил этади.

Шундай қилиб, динамик программалаш кўп босқичли масалаларнинг мақбул ечимини қидиришда математик назария сифатида қаралади. Динамик программалаш мустақил фан сифатида асримизнинг эллигинчи йилларида ташкил топди. Унинг ривожига америкалик олим Р. Беллман катта ҳисса қўшди.

Динамик программалаш кейинчалик чет эл олимлари Дрейфус, Робертс, Ланге, Қарр, Хоув ва бошқаларнинг ишларида ривожлантирилди. Ҳозирги вақтда у, асосан ҳар хил погонали масалаларни ечишга татбиқ қилиш билан ривожланаётир.

Уч номаълумли тенгламалар системасининг ечимлари соҳаси. Икки номаълумли тенгламалар системасини ечиш ҳақида адабиётларда батафсил тўхталиб ўтилган. Энди уч номаълумли тенгламалар системасининг ечимларини топишнинг айрим томонларини кўриб ўтайлик.

Ушбу

$$\left\{\begin{array}{l} a_1x + b_1y + c_1z + d_1 \geqslant 0, \\ a_2x + b_2y + c_2z + d_2 \geqslant 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_mx + b_my + c_mz + d_m \geqslant 0 \end{array}\right. \qquad (1)$$

тенгсизликлар системаси берилган бўлсин. Кўриниб турибдики, бу системада тенгламалар сони m та, номаълумлар сони учта (x, y, z). Агар (1) да озод ҳад (d_1, d_2, ... d_m)лар нолга тенг бўлса, бу системанинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z \geqslant 0, \\ a_2x + b_2y + c_2z \geqslant 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_mx + b_my + c_mz \geqslant 0 \end{cases} \tag{2}$$

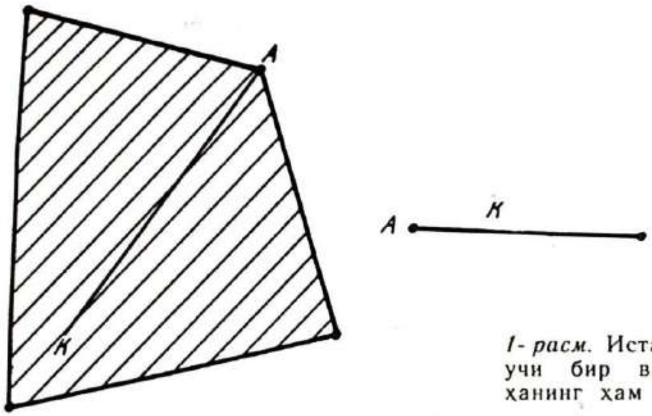
Бу тенгсизликлар системасини тенгламалар системасига айлантириб ёзсак, янги система ҳосил бўлади:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2z = 0, \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_mx + b_my + c_mz = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Маълумки, (x, y, z) номаълумларнинг бирон-бир қиймати тенгламалар (тенгсизликлар) системасини қаноатлантирса, номаълумларнинг бундай қиймати шу система учун ечимлар соҳасини ташкил этади. (1) системанинг ечимлари соҳаси K билан, (2) ники K_0 билан, (3) системаники эса K_1 билан белгиланган дейлик. Бу ерда шуни айтиш мумкин: юқорида қайд этилган тенгламалар системасининг ечимлари соҳаси K фазода бирор қавариқ кўп ёқли соҳа ёки қавариқ кўп ёқли конусда жойлашган деб тушуниш мумкин. K кўп ёқли соҳада қуйидаги ҳоллар бўлиши мумкин.

1-ҳол. Тенгсизликлар системаси нормал бўлган ҳол. Бунда K соҳа кесишувчи тўғри чизиқларни ўз ичига олмайди, демак, камида битта учга эга бўлиши мумкин.

Ҳақиқатан ҳам, агар K текисликда ётса, у ҳолда K текисликдаги қавариқ кўп бурчакли соҳа бўлиб, у тўғри чизиқларни ўз ичига олмайди ва шу сабабли учга эга бўлиши шарт. Агар K соҳа текисликда ётмайди десак, унда унинг чегарасини қараймиз. Бу чегара ясси ёқлардан иборат бўлиб, бу ёқларнинг ҳар бири тўғри чизиқларни ўз ичига олмайдиган қавариқ кўп бурчак соҳа сифатида учларга эга бўлиши лозим. Лекин исталган ёқнинг учи бир вақтда K соҳанинг ҳам учи бўлади (1-расм). K соҳанинг ҳар бир A нуқтасида



1- расм. Исталган ёқнинг учи бир вақтда Қ-соҳанинг ҳам учи бўлади.

камида учта чегаравий текислик учрашади ва булар ягона умумий нуқта бўлади. Агар бундай бўлмаганда эди, А нуқта орқали ўтадиган барча чегаравий текисликлар устма-уст тушар эди ёки умумий тўғри чизиққа эга бўлар эди. У ҳолда А орқали ўтувчи ва умумий чегаравий текисликда ёки умумий чегаравий тўғри чизиқда ётувчи кичик кесма Қ га тегишли бўлар эди, бу эса учнинг аниқланишига зиддир.

Демак, тенгламалар системасининг ечимларини аниқлашда баъзи ўзгаришларни киритишга тўғри келади. Чунончи тўғри система деб

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0, \\ . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ a_mx + b_my + c_mz + d_m = 0 \end{cases} \qquad (4)$$

кўринишдаги тенгламалар системасига айтилади.

Энди иккита тенгламадан иборат қисм системани эмас, балки уч тенгламадан иборат қисм системанинг (x, y, z) ечимини системанинг ягона ечими деб фараз қиламиз. Тўғри қисм системани бундай тушунишда учларни излаш усули илгаригидек қолади, аммо Қ соҳанинг барча учларини топиш учун (4) системанинг барча тўғри қисм системаларининг ечимларини топиш ва уларнинг орасидан дастлабки (1) системани қаноатлантирганларини ажратиб олиш лозим.

1- м и с о л. Ушбу тенгсизликлар системаси ёрдамида аниқланган Қ соҳанинг учларини топинг:

$$\begin{cases} 2x + y + z - 1 \geqslant 0, \\ x + 2y + z - 1 \geqslant 0, \\ x + y + 2z - 1 \geqslant 0, \\ x + y + z - 1 \geqslant 0. \end{cases} \tag{5}$$

Мазкур ҳолда бир жинсли тенгламалар системаси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + 2y + z = 0, \\ x + y + 2z = 0, \\ x + y + z = 0. \end{cases} \tag{5'}$$

Бу системанинг ягона ечими (0, 0, 0) эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. Демак, (5) система нормалдир.

Қ соҳанинг учларини топиш учун (5) системанинг учта тенгламасидан иборат барча мумкин бўлган қисм системаларини кўриб чиқамиз:

$$\begin{cases} 2x + y + z - 1 = 0, \\ x + 2y + z - 1 = 0, \\ x + y + 2z - 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y + z - 1 = 0, \\ x + 2y + z - 1 = 0, \\ x + y + z - 1 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z - 1 = 0, \\ x + y + 2z - 1 = 0, \\ x + y + z \quad 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2y + z - 1 = 0, \\ x + y + 2z - 1 = 0, \\ x + y + z - 1 = 0. \end{cases}$$

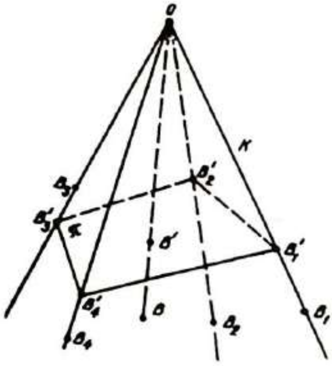
Бу тенгламалар системаларининг ечимлари $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$, (0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0) кўринишда бўлиб, булардан биринчиси (5) системани қаноатлантирмайди, қолган учтаси эса қаноатлантиради. Демак, Қ соҳанинг учлари: A_1 (0, 0, 1), A_2 (0, 1, 0), A_3 (1, 0, 0) нуқталар бўлар экан.

2- ҳол. Нормал бир жинсли тенгсизликлар системаси. Бу ҳолда (2) тенгсизликларнинг ҳар бири ярим фазони ифодалайди, бу ярим фазонинг чегаравий текислиги координаталар бошидан ўтади.

Мазкур ҳолда чегаравий текисликларнинг кесишмаси ягона нуқта бўлиб, у координаталар бошидир. Яъни K_0 (2) системанинг ечимлари соҳаси қаварик кўп ёқли конусдир (2- расм).

Қаварик кўп ёқли конуслар типларига кўра K_0 соҳа пирамида, бурчак, нур ёки битта нуқта (координаталар боши) бўлиши мумкин. Сўнгги ҳолни ҳозирча қарамаймиз.

Юқоридаги учта ҳолда К соҳанинг учлари $K_0=(B_1, B_2, \dots B_q)$ кўринишда бўлади. Бу ерда $B_1, B_2, \dots B_q$ конуснинг ҳар бир n та қиррасида танлаб олинган m та нуқта. Бундай нуқталарни қуйидаги мулоҳазаларга асосланиб топиш мумкин. Уларнинг ҳар бири а) K_0 га тегишли, яъни (2) системани қаноатлантиради ва б) икки турли ёқларнинг кесишиш чизигига тегишли, яъни (3) системадаги икки нопропорционал тенгламани қаноатлантиради.



2- расм. К- тўплам 2- системанинг ечимлари соҳаси ягона учли қаварик кўп ёқли конусдир.

Агар а) ва б) шартларни қаноатланатирадиган ягона 0 (0, 0, 0) нуқта топилса, у ҳолда K_0 соҳа координаталар боши билан устма-уст тушади.

2- м и с о л. Ушбу

$$\begin{cases} 2x+\ y+\ z\geqslant 0, \\ x+2y+\ z\geqslant 0, \\ x+\ y+2z\geqslant 0, \\ x+\ y+\ z\geqslant 0 \end{cases} \qquad (16)$$

тенгламалар системасининг K_0 ечимлар тўпламини, сўнгра системанинг ечимлар тўплами К ни топайлик.

Шуни қайд этиш керакки, (6) система бир жинсли бўлиб, нормал тенгсизликлар системасини ташкил этади.

Бу ҳолда икки нопропорционал тенгламадан иборат системани олтита турли усул билан тузиш мумкин:

$$\begin{cases} x+2y\quad z=0, \\ x+\ y+2z=0; \end{cases} \quad \begin{cases} x+2y+z=0, \\ x+\ y+z=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+\ y+z=0, \\ x+2y+z=0; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+y+z=0, \\ x+y+z=0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0, \\ x + y + z = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + 2z = 0, \\ x + y + \ \ z = 0. \end{cases}$$

Бу олти системанинг ҳар бири учун иккита нолмас ечимни танлаймиз: (x, y, z) ва $(-x, -y, -z)$. Биринчи система учун $(3, -1, -1)$ ва $(-3, 1, 1)$ ни олиш мумкин. (6) тенгсизликларни бу ечимлардан фақат биринчиси қаноатлантиради. Бу ерда B_1 $(3, -1, -1)$ нуқтани ҳосил қилинади. Қолган бешта система учун ҳам юқоридагига ўхшаб $B_2(-1, 3, -1)$ ва B_3 $(-1, -1, 3)$ нуқталарни ҳосил қилиш мумкин.

Шундай қилиб, K_0 соҳа $t_1B_1 + t_2B_2 + t_3B = (3t_1 - t_2 - t_3; \ -t_1 + 3t_2 - t_3; \ -t_1 - t_2 + 3t_3)$ кўринишда бўлиши мумкин, бу ерда t_1, t_2, t_3 — ихтиёрий манфий бўлмаган сонлар.

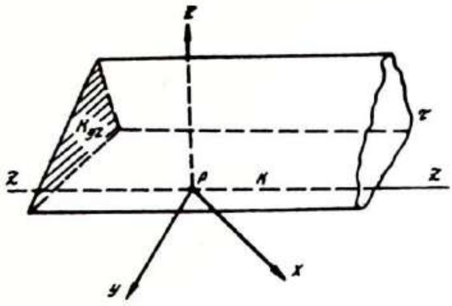
Демак, (6) тенгламалар системасининг K ечимлари соҳаси $(A_1, A_2, A_3)+K_0$ кўринишда қуйидаги нуқталардан иборат бўлади:

$$s_1A_1 + s_2A_3 + s_3A_3 + t_1B_1 + t_2B_2 + t_3B_3 = s_1(1, 0, 0)+s_2(0, 1, 0)+s_3(0, 0, 1)+t_1(3, -1, -1)+t_2(-1, 3, -1)+t_3(-1, -1, 3)=(s_1+3t_1+ t_2-t_3; s_2-t_1+3t_2-t_3; s_3-t_1-t_2+3t_3).$$

бу ерда s_1, s_2, s_3 лар йиғиндиси 1 га тенг бўлган манфий бўлмаган сонлар.

3- ҳол. Тенгсизликлар системаси нормал бўлмаган ҳол. Бу ерда (3) бир жинсли тенгламалар системасининг ечимлар соҳаси координаталар бошидан фарқли нуқталарни ҳам ўз ичига олади. Z — текисликларнинг кесишмасидан иборат бўлгани учун икки ҳол бўлиши мумкин:

1. Z — тўғри чизиқ. Бу ҳолда K соҳа ўзининг P нуқтаси билан бирга $P+Z$ тўғри чизиқни ҳам ўз ичига олади. Z га параллел бўлмаган бирор τ текисликни қарайлик. Агар биз τ текисликнинг қайси нуқталари K соҳага тегишли эканлигини билсак (бу нуқталар тўпламини K_τ билан белгилаймиз (у ҳолда K соҳанинг ўзини ҳам топа оламиз, K соҳа $K=E_\tau + Z$ дир. Аммо Z тўғри чизиқ ҳар қандай бўлганда ҳам, унга параллел бўлмаган τ текислик сифатида XOY, XOZ ёки YOZ координат текисликларидан бирини доимо танлаб олиш мумкин. Масалан, Z тўғри чизиқ YOZ текисликка параллел бўлмасин. Бу те-



3-расм. K-тўплам — бу текисликнинг K-га кирган қисмидир.

кисликни τ деб олсак, K_τ тўпламни энди K_z билан белгилаймиз. Бу YOZ текисликнинг K га кирган қисмидир (3-расм). Бу тўпламни топиш учун (1) системада $x=0$ деб олиш лозим. Натижада

$$\begin{cases} d_1y+c_1z+d_1\geqslant 0; \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ d_my+c_mz+d_m\geqslant 0. \end{cases}$$

тенгсизликлар системасини ҳосил қиламиз, буни юқорида баён қилинган усул билан ечиш мумкин.

Бунда K_{yz} тўпламни олиб, $K=K_{yz}+Z$ тенгликни (агар тўғри чизиқ YOZ текисликка параллел бўлмаса) ёза оламиз, бу эса соҳанинг тўлиқ тасвирини беради.

Эслатма. Агар K_{yz} бўш тўплам бўлса, у ҳолда K ҳам бўш тўплам бўлади. Бу эса (1) система биргаликда эмаслигини англатади.

3-мисол. Ушбу системанинг K ечимлар соҳасини топинг:

$$\begin{cases} -2x+\ \ y+\ \ z-1\geqslant 0, \\ -3x-\ \ y+4z-1\geqslant 0, \\ -x\ -2y+3z\geqslant 0, \end{cases} \tag{8}$$

(8) га мос бўлган бир жинсли тенгламалар системасини қараймиз:

$$\begin{cases} -2x+\ \ y+\ \ z=0, \\ -3x-\ \ y+4z=0, \\ -x\ -2y+3z=0. \end{cases} \tag{9}$$

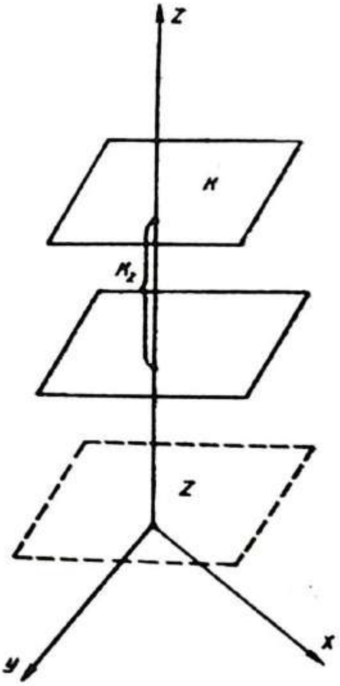
Кўриниб турибдики, бу ерда учинчи тенглама биринчи икки тенгламанинг айирмаси натижасидир, демак, система биринчи икки тенгламага мос келади. Унинг ечимлари тўплами ушбу $-2x+y+z=0$ ва $-3x-y+4z=0$ текисликлар кесишадиган Z тўғри чизиқдир.

z тўғри чизиқда координаталар бошидан фарқли бирор В нуқтани танлаб оламиз. Бунинг учун (9) системанинг биринчи икки тенгламасини қаноатлантирадиган бирор (бир вақтда нолга тенг эмас) учта x, y, z сонларни топиш керак. Масалан, учта (1, 1, 1) сонни олайлик. Бу ҳолда z — OB тўгри чизиқдан иборат бўлиб B нуқтанинг координаталари (1, 1, 1) га тенг бўлади.

Агар (9) системада $x = 0$ бўлса, y ва z га нисбатан икки номаълумли нормал

$$\begin{cases} y + z - 1 \geqslant 0, \\ -y + 4z - 1 \geqslant 0, \\ -2y + 3z \geqslant 0. \end{cases} \quad (10)$$

системани ҳосил қиламиз. Бу системанинг K_{yz} ечимлар соҳасини юқорида баён қилинган усул билан топиш мумкин. Керакли ҳисоблашларни бажариб, K_{yz} тўплам битта $A\left(\frac{3}{5}; \frac{2}{5}\right)$ (YOZ текисликдаги) нуқтадан иборатлигини аниқлаймиз. Демак, изланаётган K соҳа қуйидаги



4- расм. К- соҳа Z тўгри чизиққа параллел тўгри чизиқдир.

$$A + tB = \left(0; \frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right) + t(1, 1, 1) = \left(t; \frac{3}{5} + t; \frac{2}{5} + t\right)$$

кўринишдаги нуқталардан иборатдир. K соҳа z тўгри чизиққа параллел тўгри чизиқдир (4- расм).

Агар Z текислик бўлса, у ҳолда кесувчи τ тўплам сифатида бу текисликка параллел бўлмаган бирор тўгри чизиқли ёки координата ўқларидан бирини олиш мумкин. Масалан, Z ўқ Z (текислик)га параллел бўлмасин. K_z тўпламни Z ўқнинг K_z га кирган қисмини топиш учун (1) системада $x = 0$ ва $y = 0$ деб олиб,

$$\begin{cases} c_1 z + d_1 \geqslant 0, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ C_m z + d_m \geqslant 0. \end{cases} \quad (11)$$

тенгсизликлар системасини ҳосил қиламиз. Юқоридагидан кўриниб турибдики, K тўплам топилганидан сўнг (Z текислик Z ўққа параллел эмас деган шартда) системанинг ечимларини

$$K = K_z + Z \tag{12}$$

каби ёзиш мумкин. Бу эса K нинг тўла тасвирини беради.

Эслатма. Агар K_z бўш тўплам бўлса, у ҳолда K ҳам бўш тўпламдир. Шу сабабли (1) система биргаликда бўлмайди.

4-мисол.

$$\begin{cases} x - y + z + 1 \geqslant 0, \\ -x + y - z + 2 \geqslant 0. \end{cases} \tag{13}$$

системанинг ечимлар соҳаси K ни топинг. Бу системага мос бир жинсли тенгламалар системаси

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -x + y - z = 0. \end{cases} \tag{14}$$

кўринишда бўлади. Бунда иккинчи тенглама бир нечта тенгламанинг натижасидир, шу сабабли (14) системанинг ечимлари соҳаси $x - y + z = 0$ тенглама билан аниқланади ва $y(z)$ — текисликдан иборат бўлади. Бу текисликнинг ягона нуқтани кесиб ўтишини кўриш осон, демак, $y(Z)$ ўққа параллел эмас, K_z тўпламни топамиз.

(13) системада $x = 0$, $y = 0$ десак,

$$\begin{cases} z + 1 \geqslant 0, \\ z + 2 \geqslant 0. \end{cases}$$

янги система ҳосил бўлади, бундан

$$-1 < z < 2 \tag{15}$$

эканлиги келиб чиқади. Шундай қилиб, K тўплам

$$(0, 0, z) + (x, y - x + y) = (x, y, z - x + y)$$

кўринишдаги нуқталардан ташкил топган $K_z + Z$ тўпламдир, бу ерда x ва y ихтиёрий сонлар, z эса (15) тенгсизликларни қаноатлантирадиган сон.

Бу параграфни уч ўлчовли фазо учун хос бўлган икки хулоса билан якунлаймиз. Бунинг учун «текислик» сўзини «фазо» сўзига алмаштириб олиш лозим.

1. Фазодаги исталган (бўш бўлмаган) қавариқ кўп ёқли соҳани $(A_1\ A_2\ \dots\ A_p) + (B_1,\ B_2\ \dots\ B_q)$ кўринишдаги йиғинди билан ифодалаш мумкин.

2. Фазода $(A_1, A_2 \dots A_p) + (B_1, B_2 \dots, B_q)$ кўринишдаги ҳар қандай йиғинди ё бутун фазонинг ўзи ёки ундаги бирор қавариқ кўп ёқли соҳадир.

Истаганча номаълумлар сонига эга бўлган чизиқли тенгсизликлар системаси. Аввалги қисмда асосан уч номаълумли тенгсизликлар системаларини ечиш усуллари кўриб ўтилган эди. Энди тенгсизликлар системасида номаълумлар сони $n > 3$ бўлганда, системанинг ечимини қандай бўлишини қисқача қараб чиқамиз.

n, номаълумли чизиқли тенгсизликлар системасини геометрик талқин қилиш, уларни ечиш учун n ўлчовли фазо деб аталадиган тушунчага мурожаат этишга тўғри келади. Бунда биз энг аввало унинг муҳим тушунчалари таърифларини келтирамиз. n — ўлчовли фазонинг фазо нуқтаси таърифига кўра n та тартибланган сонлар кетма-кетлиги

$$x_1, x_2 \dots\dots x_n$$

билан берилади, бу сонлар фазо нуқтаси координаталари деб аталади. Бу гап аналитик геометриядаги асосий факт: текисликдаги нуқта сонлар жуфти орқали, фазода эса сонлар учлиги орқали аниқланади, деган фикрга асосланди. Бундан буён координаталари x_1, $x_2 \dots$, x_n дан иборат M нуқтани $M = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ёки тўғридан-тўғри $M(x_1, x_2, \dots, x_n)$ кўринишда ёзамиз. M (0, 0, 0 ... 0) нуқтани координаталар боши деб қаралади.

Энди n ўлчовли фазода кесма тушунчасини қараймиз.

Фазода M_1M_2 кесма $S_1M_1 + S_2M_2$

кўринишдаги барча нуқталар тўплами сифатида тавсифланиши мумкин, бу ерда S_1 ва S_2 йиғиндиси 1 га тенг бўлган ҳар қандай номанфий сонлар, Уч ўлчовли фазодан n ўлчовли фазога ўтишда бу характеристика 0 кесманинг таърифи учун қабул қилинади. Айтайлик, $M'(x'_1, x'_2, \dots x'_n)$ ва $M''(x''_1, x''_2, \dots, x''_n)$ лар нуқта n ўлчовли фазонинг иккита ихтиёрий нуқтаси бўлсин. У ҳолда $M'\,M''$ кесма деб

$$s'M' + s''M'' = (s'x'_1 + s''x''_2; s'x'_2 + s''x''_2 + \dots + \\ + s'x'_n + s'' \cdot x''_n)$$

кўринишдаги барча нуқталар тўпламига айтилади, бу ерда s', s'' нинг йиғиндиси 1 га тенг бўлган истаган иккита манфий сон. $s' = 1$; $s'' = 0$ да M' нуқта, $s' = 0$;

$s'' = 1$ да эса M'' нукта ҳосил бўлади. Бу M', M'' нуқталар кесманинг учларидир. Қолган нуқталар $s' > 0$; $s'' > 0$ да ҳосил бўлиб, уларни кесманинг ички нуқталари дейилади.

n ўлчовли фазога доир тушунчалардан бири гипертекислик тушунчасидир. Бу уч ўлчовли фазода текислик тушунчасининг умумлашмаси бўлиб, «гипер» қўшимчаси бу ерда аниқ маънога эга. Гап шундаки, n ўлчовли фазода турли типдаги «текисликлар», чунончи бир ўлчовли «текисликлар» (улар «тўгри чизиқлар» деб аталади). икки ўлчовли «текисликлар» ва ҳоказо, $(n-1)$ ўлчовли текисликлар мавжуд бўлиши мумкин. $(n-1)$ ўлчовли текисликларни «гипертекисликлар» деб аталади.

Таъриф. n ўлчовли фазода гипертекислик деб, координаталари

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b = 0 \qquad (2)$$

биринчи даражали тенгламани қаноатлантирадиган $M(x_1x_2, \dots X_n)$ нуқталар тўпламига айтилади, бу ерда $a_1a_2, \dots a_n$ (номаълумлар олдидаги коэффициентлар) сонлардан камида баттаси нолдан фарқли. $n = 3$ бўлганда (2) тенглама $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + b_3 = 0$ кўринишни олади, бу эса оддий фазодаги текислик тенгламасидир. Бу ерда координаталар одатдагича X, Y, Z билан эмас, балки x_1, x_2, x_3 билан белгиланган.

n ўлчовли фазо (2) гипертекисликка нисбатан икки қисмга, яъни

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b \geqslant 0 \qquad (3)$$

тенгсизлик бажариладиган соҳага ва

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b \leqslant 0 \qquad (4)$$

тенгсизлик бажариладиган соҳага ажралади. Бу соҳалар ярим фазолар деб аталади. Ҳар бир гипертекислик бутун фазони иккита ярим фазога ажратади, гипертекисликнинг ўзи эса бу ярим фазолар учун умумий қисм бўлади.

Қаварик жисм тушунчаси ҳам ўлчовли ҳол учун умумлаштирилади. Агар n ўлчовли фазодаги нуқталар тўплами ўзининг иккита M' ва M'' нуқталари билан биргаликда бутун $(M'\ M'')$ кесмани ҳам ўз ичига олса, у *қавариқ тўплам* деб аталади.

Исталган ярим фазо қавариқ тўплам эканлигини исботлаш қийин эмас. Ҳақиқатан ҳам, M' $(x_1', x_2' \dots x_n')$ ва M'' $(x_1'', x_2'' \dots x_n'')$ нуқталар (3) ярим фазога тегишли бўлсин. M', M'' кесманинг исталган M нуқтаси ҳам бу ярим фазога тегишли бўлишини исботлаймиз. Маълумки, M нуқтанинг координаталари (1) кўринишда, ёки

$$\begin{cases} x_1 = sx_1' + (1-s)x_1'', \\ x_2 = sx_2 + (1-s)x_2'', \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ x_n = sx_n' + (1-s)x_n''. \end{cases} \qquad (0 \leqslant s \leqslant 1)$$

кўринишда ифодаланади. Бу ифодаларни (3) нинг чап томонига қўйиб топамиз:

$$a_1[sx_1' + (1-s)x_1''] + a_2[sx_2' + (1-s)x_2''] + \dots +$$
$$+ a_n[sx_n' + (1-s)x_n''] + b = s(a_1x_1' + a_2x_2' + \dots + a_nx_n') +$$
$$+ (1-s)(a_1x_1'' + a_2x_2 + \dots + a_nx_n'') + sb + (1-s)b\,.$$

(бунда биз b сонини $sb + (1-s)b$ йиғинди билан алмаштирдик), бу эса

$$s(a_1x_1' + \dots + a_nx_n + b) + (1-s)(a_1x_1'' + \dots + a_nx_n'' + b)\,.$$

га тенг. Ўрта қавслар ичидаги йиғиндининг ҳар бири манфий эмас, чунки M' ва M'' нуқталарнинг иккаласи ҳам (3) ярим фазога тегишли. Демак бу ифоданинг ўзи ҳам манфий эмас (чунки $s \geqslant 0$ ва $(1-s) \geqslant 0$. Шу билан M нуқтанинг (3) ярим фазога тегишли эканлиги,яъни бу ярим фазо қавариқ эканлиги исботланди.

Энди n номаълумли чизиқли тенгсизликлар системасининг геометрик маъносини кўриб ўтайлик. Ушбу система берилган бўлсин:

$$\begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + a \geqslant 0, \\ b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n + b \geqslant 0, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n + c \geqslant 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Бу тенгсизликларнинг ҳар бири бирор ярим фазони аниқлайди, барча тенгсизликлар эса биргаликда n

ўлчовли фазода чекли сондаги ярим фазоларнинг кесишмаси бўлган бирор K соҳани аниқлайди. K соҳа қаварикдир, чунки уни ҳосил қилувчи ярим фазолардан исталгани қаварикдир.

Уч ўлчовли ҳолдагига ўхшаш n ўлчовли фазода чекли сондаги ярим фазоларнинг кесишмаси бўлган соҳани қаварик кўп ёқли соҳа, бу кесишма чегараланган тўплам бўлган ҳолда эса оддий қилиб қаварик кўпёқ деб атаймиз. Бу ерда «чегараланган тўплам» сўзини бундай маънода тушуниш лозим: қаралаётган соҳанинг барча нукталарининг координаталари мутлақ қиймати бўйича бирор C — ўзгармас сондан катта эмас, яъни берилган соҳанинг барча нуқталари учун $|X_1| \leqslant C$ ..., $|X_n| \leqslant C$ ифода ўринли. Бунда C исталганча кичик мусбат сон.

Шундай қилиб, n ўлчовли фазонинг координаталари (5) системанй қаноатлантирадиган нуқталари тўплами мазкур системанинг тенгсизликларига жавоб берадиган барча ярим фазоларнинг кесишиши натижасида ҳосил бўладиган K қаварик кўп ёқли соҳадир.

K соҳа уч номаълумли система бўлган ҳолда K соҳа қандай усуллар билан аниқланган бўлса, шу усуллар n та номаълум бўлган ҳолга тегишли ўзгаришлар билан кўчирилади. Шу билан бирга номаълумлар сони учтадан катта бўлганда бу усуллар кам самаралидир, улардан фойдаланиш эса кўп ҳисоблашларни талаб этади.

Шуни таъкидлаб ўтиш зарурки, уч ўлчовли фазода қаварик кўп ёқли тўпламларнинг тузилиши ҳақидаги умумий теоремалар n ўлчовли фазода ҳам ўз кучини сақлайди, лекин бунда уларнинг исботлари анча мураккабдир.

Ботиқ тўпламлар. Масалан, бирор текислик (x_1 0 x_2) да A_1, A_2 кесмани аниқловчи иккита нуқта $A_1(x_1^{(1)}, x_2^1, x_2^{(2)})$ ва $A_2(x_1^{(2)}, x_2^{(2)})$ берилган бўлсин. Берилган кесманинг ихтиёрий икки нуқтаси $A(x_1, x_2)$ нинг координаталарини кесма охирининг координаталари орқали топамиз:

$$A_1A = (x_1 - x_1^{(1)}; x_2 - x_2^{(1)}) \text{ ва } A_1A_2 = (x_1^{(2)} - x_1^{(1)}; x_2^{(2)} - x_2^{(1)})$$

векторлар параллел ва бир томонга йўналган, шунинг учун

$$A_1A = t(A_1A_2) \text{ бу ерда } 0 \leqslant t \leqslant 1 \text{ ёки}$$
$$x_1 - x_1' = t(x_1^2 - x_2^1; x_2 - x_2^1 = t(x_2^2 - x_2^1)$$

бундан $x_1 = (1 - t)x_1^1 + x_1^2; x_2 = (1 - t)x_2^1 \cdot t + tx_2^2$.

Агар $(1 - t_1) = \lambda_1$; $t = \lambda_2$ деб олсак,

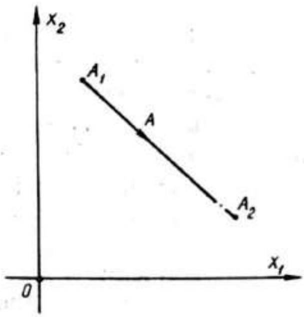
$$x_1 = \lambda_1 \cdot x_1^1 + \lambda_2 \cdot x_1^2 .$$
$$x_2 = \lambda_1 \cdot x_2' + \lambda_2 \cdot x_2' . \qquad (1)$$
$$\lambda_1 \geqslant 0; \lambda_2 \geqslant 0, \ \lambda_1 + \lambda_2 = 1 .$$

(1) да A нуқтанинг координаталари A_1 ва A_2 нуқталарнинг координаталарини мос равишда λ_1 ва λ_2 сонларга кўпайтмасининг қўшилишидан ҳосил бўлади:

$$A = \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2: \qquad (2)$$

$$\lambda_1 \geqslant 0; \ \lambda_2 \geqslant 0; \ \lambda_1 + \lambda_2 = 1 \qquad (3)$$

(2) ва (3) шартларни бажарадиган A нуқта ва A_1 ва A_2 нуқтанинг ботиқ чизиқли комбинацияси дейилади (5-расм). Агар $\lambda_1 = 1$ ва $\lambda_2 = 0$ бўлса, A нуқта кесманинг A_2 учи билан устма-уст тушади. $\lambda_1 = 0$; $\lambda_2 = 1$ бўлса, A нуқта кесманинг A_2 учи билан устма-уст тушади. Агар $0 < t < 1$ бўлса, A нуқта A_1A_2 кесманинг шартли нуқталари деб аталади.



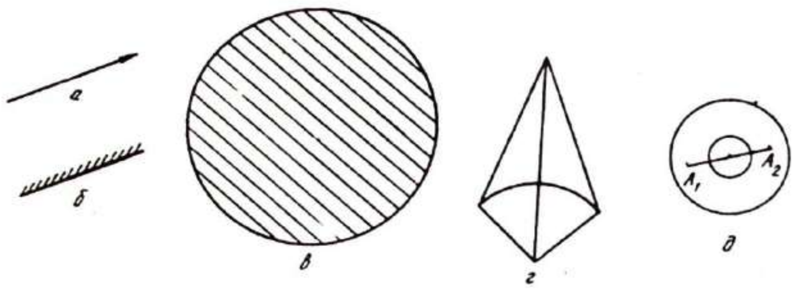
5-расм. A нуқта A ва A нуқталарнинг ботиқ чизиқли комбинацияси дейилади.

Энди A нуқтанинг координаталари n та нуқта A_1, A_2... A_n координаталаридан иборат бўлсин. Агар

$$A = \lambda_1 A_1 + \lambda_2 A_2 + \dots + \lambda_n A_n \cdot$$

$$\lambda_i \geqslant 0; (i, j = \overline{1,n}): \text{ёки } \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

шарт бажарилса, A нуқта нуқталарнинг ботиқ чизиқли комбинацияси ҳисобланади. Нуқталар тўпла-



6- расм.

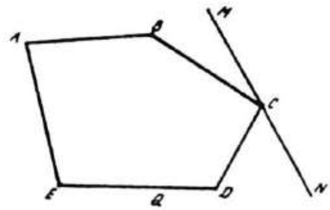
ми исталган A нуқта билан бирга уларнинг ихтиёрий ботиқ чизиқли комбинациясига ҳам эга бўлса, бундай тўплам ботиқ тўплам деб аталади. Ботиқ тўпламларга тўгри чизиқ кесмаси, тўгри чизиқ, ярим текислик, доира, ярим фазолар мисол бўла олади.

6- расмдаги *а, б, в, г* тўпламлар ботиқ, *d* тўплам эса ботиқ эмас, чунки $A_1\ A_2$ кесма тўлалигича бу тўпламга тегишли эмас.

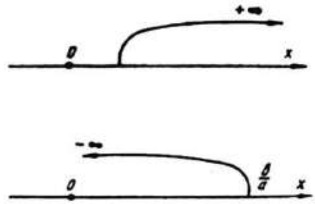
Тўпламнинг бурчак нуқталари деб тўпламнинг икки ихтиёрий нуқтасининг ботиқ комбинацияси бўлмаган нуқталарига айтилади. Масалан, доиранинг бурчак нуқталари унинг ички нуқталаридан иборат. Учбурчакнинг бурчак нуқталари унинг учидир. Шундай қилиб, ботиқ тўплам бурчак нуқталарининг сони чекли ва чексиз бўлади. Тўгри чизиқ, текислик, ярим текислик, фазо ва ярим фазо бурчак нуқталарига эга эмас. Ботиқ кўпбурчак деб, текисликдаги чегараланган ботиқ ёпиқ чегарали тўпламга айтилади. Бу тўплам бурчак нуқталарининг чекли сонига эга. Кўпбурчакнинг бурчак нуқталарига унинг учлари дейилади. Икки учни туташтирувчи ва кўпбурчакнинг чегарасини ҳосил қилувчи кесмалар унинг томонлари дейилади.

Ботиқ учбурчакнинг *таянч чизиги* деб тўгри чизиқдан бир томонда ётган кўпбурчак билан ҳеч бўлмаса битта умумий нуқтага эга бўлган тўгри чизиққа айтилади. 7- расмдаги MN ва FQ тўгри чизиқлар АВСДЕ кўпбурчакнинг таянч тўгри чизиқларидир.

Чизиқли тенгсизликлар ва уларнинг геометрик маъноси. Иккита миқдор ёки икки алгебраик ифода бир-бири билан $>$ (катта) ёки $<$ (кичик) белги билан богланиши натижасида тенгсизликлар ҳосил бўлади.



7-расм. M ва F тўғри чизиқлар АВСДЕ кўпбурчакнинг тўғри чизиқларидир.



8-расм. Тўплам сон ўқида чап ёки ўнгдан чегараланган нурни ифодалайди.

Тенгсизликлар қатъий ($>$; $<$) ёки ноқатъий ($\geqslant$; $\leqslant$) бўлиши мумкин. Бир ёки кўп ўзгарувчили биринчи даражали тенгсизликларга чизиқли тенгсизликлар дейилади.

Ноқатъий бир ўзгарувчили чизиқли тенгсизликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$ax + b \geqslant 0. \qquad (1)$$

Бу тенгсизликни ечиш учун ишорасини ўзгартириб ўнг тарафга ўтказамиз: $ax \geqslant -b$ ва (1) дан номаълум микдор x ни топамиз:

$$x \geqslant -\frac{b}{a}. \qquad (2)$$

бунда $a \neq 0$ (1) тенгсизликнинг ечими X нинг (2) тенгсизликни қаноатлантирувчи қийматлари тўплами бўлади.

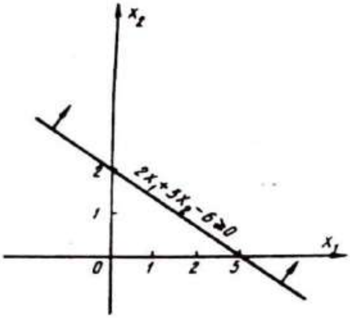
Бу тўплам сонлар ўқида чап ёки ўнгдан чегараланган нурни ифодалайди (8- расм).

Агар номаълумларнинг бир хил қийматлари тенгсизларни бир вақтда қаноатлантирса, бундай тенгсизликлар тенг кучли (эквивалент) тенгсизликлар дейилади. Бу ерда (1) ва (2) тенгсизликлар тенг кучлидир.

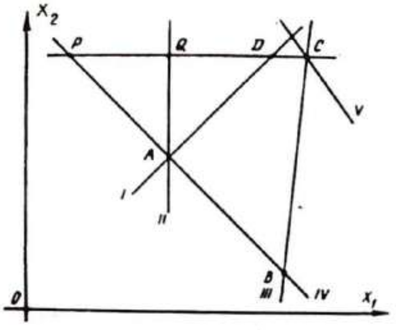
Икки номаълумли чизиқли тенгсизликларни бундай ёзиш мумкин:

$$a_1x_1 + a_2x_2 = c \geqslant 0.$$

Чизиқли тенгсизликларнинг геометрик тасвири уларга мос келувчи ярим фазо бўлади. Тенгламани тенгсизликка алмаштиргандаги тўғри чизиқ ҳосил қилган



9- расм. Ярим текисликка тегишли исталган нуқта координаторли тенгсизликни қаноатлантиради.



10- расм. Икки номаълумли тенгсизликлар системасининг ечими кўпбурчакдир.

ярим текислик кўпинча икки номаълумли тенгсизликнинг ечимлари соҳасини ифодалайди. Шу ярим текисликка тегишли истаган нуқта координаталари тенгсизликни қаноатлантиради, яъни шу исталган нуқтани тенгсизлик ечими деб қараш мумкин. Бундай нуқталарнинг тўплами эса ечимлар тўпламини ҳосил қилади. Масалан, $2x_1+3x_2-6\geqslant 0$ тенгсизлик ечими учун (9- расм) да кўрсатилган нуқталарнинг координаталарини оламиз. Агар шу нуқталар тенгсизликни қаноатлантирса, ечимлар тўплами шу ярим текисликда ётади, агар қаноатлантирмаса қарама-қарши ярим текисликда ётади. Шундай қилиб, икки ўзгарувчили тенгсизликлар худди бир ўзгарувчили тенгсизликка ўхшаб геометрик жиҳатдан нурни эмас, фазода уч номаълумли тенгсизликни тасвирловчи тўғри чизиқ кўринишини олади ва бу тенгсизлик $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3-c\geqslant 0$ кўринишида ифодаланади. Тенгсизликни тенгламага алмаштириб, фазони иккига бўлувчи тенгсизликни ҳосил қиламиз. Ҳар бир ярим текисликнинг истаган нуқтаси координаталари иккала тенгсизликни қаноатлантиради. Битта ярим фазода $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3-c\geqslant 0$ ёки $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3-c\leqslant 0.$ тенгсизликлар ўринли бўлиб, керакли ярим фазо танлаб олинади. Шундай қилиб, бу тенгсизликнинг ечими $a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3-c=0$ тенглик ҳосил қилган ярим фазоларнинг бири. Шу ярим фазодаги истаган нуқта координаталари тенгсизликнинг ечими бўлади.

Энди чизиқли тенгсизликлар системасини қараймиз. Биргаликда қаралган бир неча тенгсизликларни чизиқли тенгсизликлар системаси деб юритилади. Ҳамма тенгсизликларни қаноатлантирадиган ечимга *системанинг ечими* дейилади.

Бундай система берилган бўлсин:

$$
\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= c_1 \geqslant 0, \quad (\mathrm{I})\\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= c_2 \geqslant 0, \quad (\mathrm{II})\\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 &= c_3 \geqslant 0, \quad (\mathrm{III})\\
a_{41}x_1 + a_{42}x_2 &= c_4 \geqslant 0, \quad (\mathrm{IV})\\
a_{51}x_1 + a_{52}x_2 &= c_5 \geqslant 0. \quad (\mathrm{V})
\end{aligned}
$$

Ҳар бир тенгсизликнинг ечимлари тўплами бўлган ярим текислик 10- расмда кўрсатилган.

Икки номаълумли тенгсизликлар системасининг ечими кўпбурчакдан иборат эканлиги расмда кўриниб турибди. Системанинг ечими чегараланмаган кўпбурчакдан иборат система бўлиши мумкин.

Кўпбурчакни қуйидаги тенгсизликлар орқали кўриб чиқайлик:

$$
\begin{aligned}
&x_1 + x_2 - 1 \geqslant 0 && (\mathrm{I})\\
&2x_1 + 2x_2 + 1 \geqslant 0, && (\mathrm{II})\\
&x_2 \geqslant 0 && (\mathrm{III})
\end{aligned}
$$

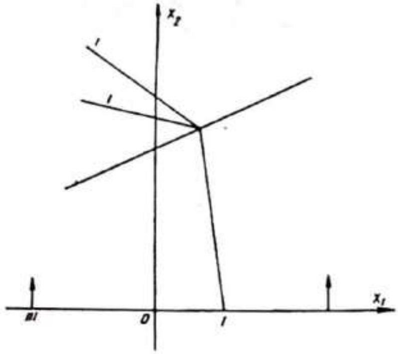
Энди бошқа системани қараймиз:

$$
\begin{aligned}
&2x_1 + x_2 - 4 \leqslant 0, && (\mathrm{I})\\
&2x_1 - 3x_2 + 6 \leqslant 0, && (\mathrm{II})\\
&x_1 - 2 \leqslant 0. && (\mathrm{III})
\end{aligned}
$$

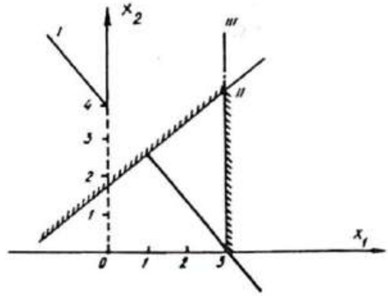
Бу системанинг ечимлар тўпламидан 3 та ярим текисликка тегишли бўлган 1 та ҳам нуқта топа олмаймиз. Демак, бу система биргаликдаги ечимга эга эмас (11- расм).

Агар уч номаълумли тенгсизликлар системасини олсак, унда ҳар бир тенгсизлик ўз ечимлар тўпламига эга бўлади. Системанинг ечими ечимлар тўпламининг кесишмасидан иборат бўлади (12- расм). Бу кесишма кўп қиррали фазовий фигура бўлиши мумкин. Бу ерда чегараланмаган турли фигуралар ҳосил бўлиши мумкин ёки система ўзаро мос келмаслиги мумкин.

Ушбу n ўзгарувчили m та тенгсизликлар системасининг ечими мос ярим фазолар кесишмасидан иборат бўлади:



11- расм. Система биргаликда ечимга эга эмас



12- расм. Системанинг ечими ечимлар тўпламининг кесишмасидан иборатдир.

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2 \;....\; a_{1n}x_n-c_1\geqslant 0, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2 \;....\; a_{2n}x_n-c_2\geqslant 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m_1}x_1+a_{m_2}x_2+\ldots+a_{mn}x_n-c_m\geqslant 0. \end{cases} \qquad (1)$$

бу ечимлар тўплами ҳар бир тенгсизлик ҳосил қилган гипертекислик билан чегараланади:

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1n}x_n-c_1=0, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2n}x_n-c_2=0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\ldots+a_{mn}x_n-c_m=0 \end{cases} \qquad (2)$$

Ҳар бир n та гипертекислик кесишмаси нуқтани беради. (2) системада ҳосил бўлган m тенгламанинг исталган қисми системалар сони чегараланган ва улар C_n^m ўрин алмаштиришлардан иборат бўлади. Бундан ташқари гипертекисликлар кесишмасига тегишли бўлган ҳамма нуқталар ярим фазолар кесишмасига тегишли бўлмаслиги мумкин. Бу тўпламга тегишли гипертекисликларнинг кесишишидан ҳосил бўлган нуқта шу текисликлар учун энг четки нуқта бўлади ва бу нуқталар сони чегараланган бўлади. Шунда юқоридаги қурилган тўплам E^n кўп қиррали фигура бўлади. Бунинг нуқталари фигуранинг қирралари бўлади. Евклиднинг n ўлчовли фазосида бу тенгсизликлар системасининг ечими қандайдир ♀ кўп қиррали фигурадан иборат бўлади. Бу фигуранинг қиррали гипертекисликларнинг бир қисми бўлади. $(n-1)$ тенгламали система кўп қиррали фигуранинг E^n та қиррасини ҳосил қилади. Ҳақиқатан ҳам, тўғри чизиқнинг параметрик тенгламалари қуйидагича бўлади:

$$\begin{cases} x_1 = a_1 + b_1 t, \\ a_2 = a_2 + b_2 t, \\ \dots\dots\dots\dots \\ x_n = a_n + b_n t \end{cases}$$

Шу тенгламалардан параметр t ни топамиз:

$$t = \frac{x_1 - a_1}{b_1}; \quad t = \frac{x_2 - a_2}{b_2}; \quad \dots; \; t = \frac{x_n - a_n}{b_n}$$

Тенгламаларнинг ўнг томонларини бир-бирига тенглаштирсак,

$$\frac{x_1 - a_1}{b_1} = \frac{x_2 - a_2}{b_2} = \dots = \frac{x_n - a_n}{b_n}$$

тенглик ҳосил бўлади. Бу ерда $(n-1)$ та озод тенглама бор. Улар гипертекислик тенгламаларидир. Шу $(n-1)$ гипертекисликнинг кесишмаси кўп қиррали фигура қиррасини беради. Фигуранинг ҳар бир учида камида n та қирра бўлади, чунки кесишувчи гипертекисликларнинг $n-1$ қирралари сони n га тенг:

$$C_n^{n-1} = C_n^1 = n;$$

Бунда ярим фазо ёпиқ бўлгани учун у системага тегишли ♀ фигура берк бўлади. Шундай қилиб бу фигура чегараланган ва фигуранинг исталган нуқтаси системанинг ечими бўла олади. Бундан ташқари фигура чегараланмаган бўлиши мумкин. Баъзан системанинг ечими фақат нуқтадан иборат бўлади ёки система, умуман ечимга эга эмас. Кўпинча система тўғри бўлади, аммо баъзан (1) тенгсизлик бошқаларига мос келмаслиги мумкин. Унда масалани қайтадан текшириб чиқиш керак.

2. ЧИЗИҚЛИ ПРОГРАММАЛАШ МАСАЛАСИНИ ГРАФИК УСУЛДА ЕЧИШ.

Чизиқли программалаш масалаларини геометрик усул билан ечиш икки, баъзан уч ўлчовли фазовий усуллар асосида ҳал этилади. Уч ўлчовли фазовий масалаларнинг тасвирини ҳосил қилиш кўпинча жуда қийин бўлади.

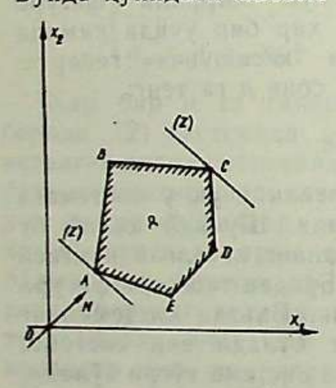
Икки ўзгарувчили чизиқли программалаш масаласи берилган: (1) нинг максимум (минимум) қийматларини (2) ва (3) шартда топиш керак:

$$Z=c_1x_1+c_2x_2\to max\,(min) \qquad (1)$$

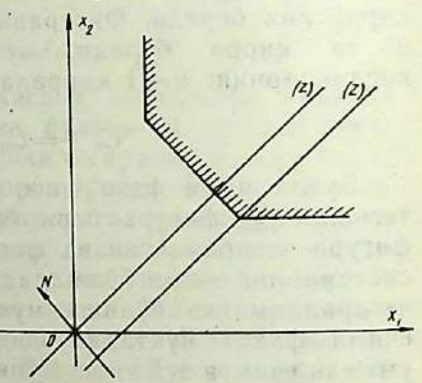
$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2\leqslant b_1,\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2\leqslant b_2,\\ \dots\dots\dots\dots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2\leqslant b_m. \end{cases} \qquad (2)$$

$$x_1\geqslant 0;\ x_2\geqslant 0. \qquad (3)$$

Агар (2) система (3) шартда тўғри ва ечимлари соҳаси тўртбурчак билан чегараланган бўлса, (2) ва (3) тенгсизликларнинг ҳар бири тўғри чизиқ билан чегараланган ярим текисликларни ифодалайди. (1) чизиқли функциянинг аниқ Z қийматида $c_1x_1+c_2x_2=$ $=$const тўғри чизиқ тенгламасидир. (2) нинг кўпбурчагини ва (1) нинг $Z=0$ даги тўғри чизигини тузамиз. Бунда қуйидаги масала намоён бўлади.



13- расм. Кўпбурчак икки асосга эга, бу асослар А ва С нуқталардан иборатдир.

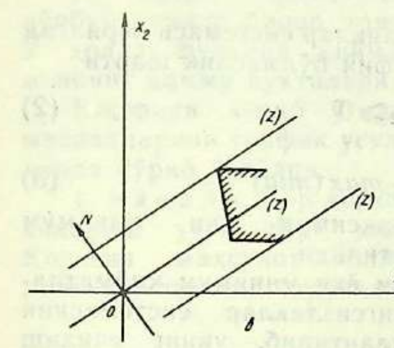


14- расм. Ечим кўпбурчакда чегараланмаган.

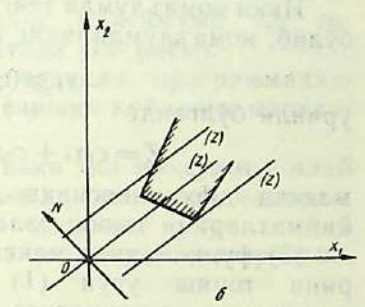
Кўпбурчакнинг шундай нуқтасини топиш керакки, бунда $c_1x_1+c_2x_2=$const унинг асоси бўлиши керак ва Z минимал бўлиб, Z нинг қиймати N нормал ва Z минимал бўлиб, Z нинг қиймати N нормал бўйича ўсади. Шунинг учун Z тўғри чизиқни ўзига параллел ҳолда $\overline{N}$ нормал вектор йўналиши бўйича кўчирамиз. 13- ва 14- р а с м д а кўпбурчак 2 та асосга эга бўлади, бу асослар А ва С нуқталардан иборат, А нуқтада функциянинг қиймати минимал бўлади, С нуқтада эса функция максимум қийматга эга бўлади.

Агар ечим кўпбурчакда чегараланмаган бўлса, икки ҳол мавжуд бўлиши мумкин.

1-ҳол. $c_1x_1+c_2x_2=$const тўғри чизиқ $\overline{N}$ нормал вектор бўйича кўпбурчакни кесиб ўтади ва унга нисбатан асос бўла олади. Бу ҳолда функциянинг ечими (юқорига ва пастга) чексиз кўп бўлади.



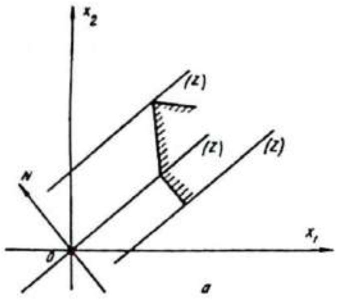
15- расм. Чизиқли функция юқоридан чегараланган, пастдан чегараланмаган.



16- расм. Чизиқли функция пастдан чегараланган, юқоридан чегараланмаган.

2-ҳол. Тўғри чизиқ ҳаракатлана бориб, ечимлар кўпбурчагига асос бўлиб қолади. У вақтда чизиқли функция ўзининг соҳасидаги вазиятига қараб юқоридан чегараланган, пастдан чегараланмаган (15- расм), пастдан чегараланмаган, юқоридан чегараланмаган (16- расм), ҳам юқоридан, ҳам пастдан чегараланган бўлади (17- расм).

График усул ёрдамида масалалар ечиш усулидан номаълумларнинг сони иккитадан кўп бўлмагандагина фойдаланиш мумкин. Бундай масалаларнинг қўйилиши қуйидагича:



17-расм. Чизиқли функция, ҳам пастдан, ҳам юқоридан чегараланган.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leqslant a_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leqslant a_2, \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \leqslant a_m. \end{cases} \quad (1)$$

Икки номаълумли тенгсизликлар системаси берилган бўлиб, номаълумларнинг манфий бўлмаслик шарти

$$x_1 \geqslant 0; \quad x_2 \geqslant 0 \quad (2)$$

ўринли бўлганда

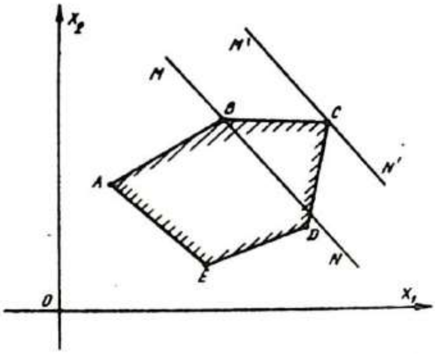
$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 \to max\,(min) \quad (3)$$

мақсад функциясининг максимум ёки минимум қийматларини топиш талаб этилади.

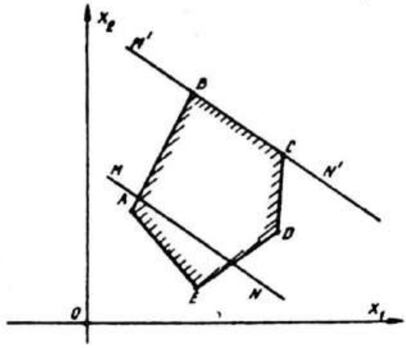
(3) функциянинг максимум ёки минимум қийматларини топиш учун (1) тенгсизликлар системасини тенгликлар системасига айлантириб, унинг ечилиш соҳасини, яъни ечилиш кўпбурчагини топамиз. Ана шу кўпбурчакнинг энг юқори ва энг пастки нуқталарида (3) функция ўзининг максимум ёки минимум қийматига эришади.

Айтайлик, чизиқли тенгсизликларнинг ечилиш соҳаси АВСДЕ (18-расм) кўпбурчакдан иборат бўлиб, (3) функциянинг йўналиш *MN* тўғри чизиқ йўналишидан иборат бўлсин. Z нинг ўсишига қараб MN тўғри чизиқни ўз-ўзига параллел кўчирамизки, бунда икки ҳол бўлиши мумкин.

1. Тўғри чизиқни параллел кўчирганимизда у кўпбурчакнинг энг юқори нуқтаси, яъни учидан ўтади ва функция шу нуқтада ўзининг максимум қийматига эришади.



18- расм. Функциянинг йўналиши MN тўгри чизиқ кўринишида.



19- расм. Функция қийматининг максимуми BC томоннинг ҳамма нуқталарида ётади.

2. Тўгри чизиқ параллел кўчирилганда у кўпбурчакнинг бирор томони устига тушиши мумкин. У ҳолда функция қийматининг максимуми шу томоннинг ҳамма нуқталарида ётади (19- расм).

Юқорида кўриб ўтилган чизиқли программалаш масалаларини график усулда ечишни қуйидаги масалаларда кўриб ўтайлик.

1- масала. Бир корхона икки хил маҳсулот ишлаб чиқариш учун тўрт хил хомашёдан фойдаланади. Корхона маҳсулот ишлаб чиқариш учун талаб қилинган хомашё бирликлари 1- жадвалда келтирилган.

1- жадавал

Хомашёдан тайёрланадиган буюмлар группаси	Маҳсулот ишлаб чиқариш учун зарур бўлган бирликлар		Ишлаб чиқариладиган буюмлар сони
	I маҳсулот	II маҳсулот	
A B C D	2 1 4 0	2 2 0 4	12 8 16 12
Ишлаб чиқарилган бир дона буюм ҳисобига олинадиган соф даромад (минг сўм ҳисобида)			

Талаб қилинган маҳсулотнинг ишлаб чиқарилишини шундай ташкил қилиш керакки, у корхонага энг кўп соф даромад келтирсин.

Берилган масалани чизиқли программалашнинг график усули бўйича ечиш учун биринчи хил маҳсулотни ишлаб чиқариш учун зарур хомашёни x_1, иккинчи хил маҳсулотни ишлаб чиқариш учун талаб қилинган хомашёни эса x_2 билан белгилаймиз. У вақтда 1- жадвал маълумотлари асосида қуйидаги чизиқли тенгсизликлар системасини тузамиз:

$$\begin{cases} 2x_2+2x_2\leqslant 12, \\ x_1+2x_2\leqslant 8, \\ 4x_1\leqslant 16, \\ 4x_2\leqslant 12, \end{cases} \tag{4}$$

Бу системадаги номаълумлар қийматларининг номанфий бўлмаслик шарти қуйидагича:

$$x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0. \tag{5}$$

Ишлаб чиқарилган биринчи хил маҳсулотнинг бир донасидан 2 минг сўм, иккинчи хил маҳсулотнинг бир донасидан 3 минг сўм соф даромад олинса, 1- жадвалнинг охирги қатор кўрсаткичи бўйича қуйидаги чизиқли функцияни тузамиз:

$$Z=2x_1+3x_2\rightarrow max \tag{6}$$

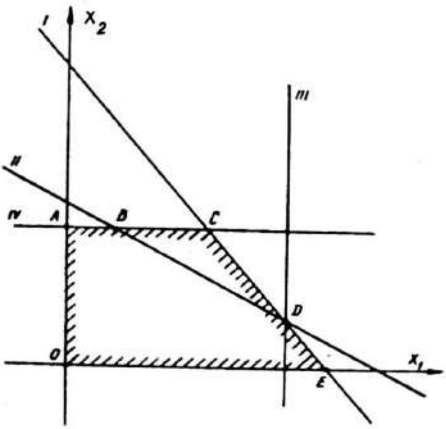
Тузилган (4), (5) ва (6) шартлар қўйилган масаланинг математик ифодасидир. (4) чизиқли тенгсизликлар системасидан номаълумларнинг шундай қийматларини топиш керакки, натижада (6) чизиқли функция максимум қийматига эга бўлсин.

Масаланинг график ечими 19- расмдаги АВСДЕ кўпбурчакда тасвирланиши керак. Бунинг учун чизиқли тенгсизликлар системасини тенгламалар системасига айлантириш талаб этилади, чунки тенгсизликлар системаси кўринишида унинг графигини чизиб бўлмайди. Шунинг учун тенгсизликлар системасини қуйидаги тенгламалар системасига келтирамиз:

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2=12, \\ x_1+2x_2=8, \\ 4x_1=16, \\ 4x_2=16, \end{cases} \qquad \begin{matrix} x_1=0, \\ x_2=0. \end{matrix} \tag{7}$$

Тўрт бурчакли координаталар системасида (7) нинг графигини чизамиз. Бунинг учун (7) системадаги ҳар бир тенгламани айрим-айрим олиб, уларнинг графигини x_1 0 x_2 текислигида ҳосил қиламиз. Тенгламалар системасининг графиги 20- расмда кўрсатилган.

Ҳосил бўлган бу фигурадан масаланинг мақбул ечимини излаймиз.



20- расм. Мақбул ечим ОАВСДЕ кўпбурчак нуқталаридан бирида бўлади.

Масаланинг мақбул ечими ОАВСДЕ кўпбурчак (20- расм) нуқталаридан бирида бўлиши керак.

Шунинг учун ОАВСДЕ кўпбурчакда учларнинг координаталарини топамиз. Графикдан кўринадики, О ва А нуқталарнинг координаталари 0(0;0); А(0; 3); ларга тенг бўлади. Энди С нуқтанинг координаталарини топамиз, бунинг учун (1) ва (4) тенгламалар системасини биргаликда ечамиз:

$$2x_1+2x_2=12,$$
$$4x_2=12,$$

Натижада:

$$x_1=\frac{\begin{bmatrix}12 & 2\\ 12 & 4\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}2 & 2\\ 0 & 4\end{bmatrix}}=\frac{48-24}{8-0}=\frac{24}{8}=3;\ x_1=3$$

$$x_2=\frac{\begin{bmatrix}12 & 12\\ 0 & 12\end{bmatrix}}{8}=\frac{24-0}{8}=\frac{24}{8}=3;\ x_2=3.$$

$$x_1=3;\ x_2=3.$$

Демак, кўпбурчакдаги С нуқтанинг координаталари: С(3; 3). Шунингдек, Д нуқтанинг координаталари $x_1=4$; $x_2=2$ бўлиб, Д(4;2) га, Е нуқтанинг координаталари эса $x_1=6$; $x_2=0$, Е(6;0) га ва F нуқтанинг координаталари F (8; 0) га тенг. Кўпбурчакда топилган нукталарнинг координаталари бўйича $Z=2x_1+3x_2$ функциянинг кийматини хисоблаймиз:

$$\begin{aligned} Z_O&=2\cdot 0+3\cdot 0=0, & Z_0&=0 \text{ минг сўм},\\ Z_A&=2\cdot 0+3\cdot 3=9, & Z_A&=9 \text{ минг сўм},\\ Z_C&=2\cdot 3+3\cdot 3=15, & Z_C&=15 \text{ минг сўм},\\ Z_D&=2\cdot 4+3\cdot 2=14, & Z_D&=14 \text{ минг сўм},\\ Z_E&=2\cdot 7+3\cdot 0=12, & Z_E&=12 \text{ минг сўм}. \end{aligned}$$

Функциянинг ҳамма кийматлари орасида энг каттаси 15 минг сўмга тенг бўлиб, бу киймат C (3;3) нуқтага тўғри келади. Демак, масаланинг мақбул ечими, яъни максимум қиймати номаълумларнинг $x_1=3$ ва $x_2=3$ қийматларига мос келади. Бу биринчи хил маҳсулотдан 3 дона, иккинчи хил маҳсулотдан ҳам 3 дона ишлаб чиқарилган корхона энг кўп, яъни 15 минг сўм соф даромад олишини кўрсатади.

2-масала. Инсон ўз соглиги ва иш қобилиятини йўқотмаслиги учун бир суткада 4 бирликдан кам бўлмаган B_1, 6 бирликдан кам бўлмаган B_2, 9 бирликдан кам бўлмаган B_3 ва 6 бирликдан кам бўлмаган B_4 озуқа моддалари бўлган таомни истеъмол қилиши керак.

2-жадвал

Ошхонада мавжуд бўлган таомлар

Биринчи хил таомнинг бир порцияси нархи 10 сўм, бу таомлар таркибида тўйимли моддалар қуйидаги миқдорларда мавжуд.		Иккинчи хил таомнинг бир порцияси нархи 20 сўм бўлиб, унинг таркибдаги моддалар қуйидаги миқдорларда мавжуд.	
B_1	2	B_1	1
B_2	0	B_2	3
B_3	1	B_3	3
B_4	3	B_4	2

Танланган таомлар жуда арзон бўлиши билан бирга инсоннинг иш қобилияти ва саломатлигини тўла сақлаб қолиши учун ошхонада мавжуд бўлган икки хил таомнинг (2-жадвал) қайси биридан қанча бирликда истеъмол қилиш кераклиги аниқланиши зарур.

Инсон овқатланишни шундай ташкил этиши керакки, унинг бир суткалик истеъмоли учун керак бўлган таомнинг нархи энг кам бўлсин, организм эса талаб қилинган ҳамма моддалар билан сутка давомида тўла таъминлансин. Бу масалани ечишга киришишдан олдин 2- жадвал маълумотларига асосланиб масала шартини ўзида тўла акс эттира оладиган 3- жадвални тузамиз.

3- жадвал

Инсон организми учун талаб қилинадиган тўйимли моддалар	Бир порция таомдаги мавжуд бўлган тўйимли моддалар миқдори		Инсоннинг бир суткада овқатланиш нормаси
B_1	2	1	4
B_2	0	3	6
B_3	1	3	9
B_4	3	2	6
Бир порция таомнинг нархи (сўм)	30	20	

Юқоридаги берилган шартларга асосан инсоннинг бир суткада истеъмол қилиши зарур бўлган моддаларни ўзида тўла сақлаган таомлардан қанча порция олиш кераклигини аниқлаш лозим. Бунинг учун инсон биринчи таомдан x_1 порция, иккинчи таомдан эса x_2 порция олиб истеъмол қилади деб фараз қилсак, у ҳолда 3- жадвал кўрсаткичлари бўйича

$$\begin{aligned} &2x_1 + x_2 \geqslant 4, \\ &3x_2 \geqslant 6, \\ &x_1 + 3x_2 \geqslant 9, \\ &3x_1 + 2x_2 \geqslant 6. \end{aligned} \qquad (1)$$

Тенгсизликлар системасини ва шу системадаги номаълумларнинг

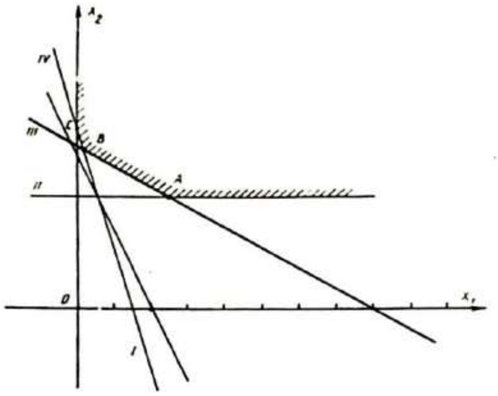
$$\begin{aligned} &x_1 \geqslant 0, \\ &x_2 \geqslant 0. \end{aligned} \qquad (2)$$

манфий бўлмаслик шарти асосида

$$Z = 30x_1 + 20x_2 \qquad (3)$$

мақсад функциясини тузамиз.

(1) тенгсизликлар системасидаги номаълумларнинг шундай қийматларини топиш керакки, натижада (3) функция энг кичик қийматига эришсин.



21- расм. Функциянинг қиймати А, В, С нуқталар учун аниқланади.

Бунинг учун тузилган тенгсизликлар системасини тенгликларга айлантириб юқоридаги масалага ўхшаш қуйидаги кўпбурчакни ҳосил қиламиз.

АВС кесма учларининг координаталари қуйидагича (21- расм)

$$A\,(3;2),\ B\,(\tfrac{3}{4};\tfrac{4}{5})\ C\,(0;4)$$

Шунинг учун Z функциянинг қийматини А, В ва С нуқталар учун аниқлаймиз.

$$Z_A = 30\cdot 3 + 20\cdot 2 = 130 \text{ сўм}$$
$$\dot{Z}_B = 30\cdot\frac{3}{4} + 20\cdot\frac{4}{5} = 74 \text{ сўм}$$
$$Z_C = 0 + 20\cdot 4 = 80 \text{ сўм}$$

Демак, биз излаган ечим 74 сўмга тенг. Шундай қилиб, инсон организми учун талаб қилинадиган моддаларни ўзида тўплаш учун бир суткада биринчи таомдан 0,6 порция, иккинчи таомдан 2,8 порция истеъмол қилиши зарур экан.

3. МАТРИЦА ҲАҚИДА ТУШУНЧА ВА УНИНГ ХОССАЛАРИ

Бундан кейинги ишимизда зарур бўладиган яна бир муҳим тушунча — матрица тушунчасини киритамиз.

Элементлари a_{mn} бўлган қуйидаги кўринишдаги m та қатор ва n та устунга эга бўлган

$$\begin{pmatrix} a_{11}, & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21}, & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots \\ a_{m1}, & a_{m2} \dots a_{mn} \end{pmatrix}$$

тўгри тўртбурчак шаклида жойлашган $m \cdot n$ сондан иборат системани $m \cdot n$ ўлчовли матрица дейилади, a_{ij} сонларни эса матрицанинг элементлари дейилади.

Матрицани қисқача $||a_{ij}||$; (a_{ij}) каби белгиланади, бунда $i=1,2,\dots,$ m қатор; $j=1,2\dots,$ n устун рақамлари. Агар $m=1$ бўлса, у вақтда матрица фақат битта $A=(a_{11},\ a_{12}\dots,\ a_{1n})$ қатордан, агар $n=1$ бўлса, матрица фақат битта

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1} \end{pmatrix}$$

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1} \end{pmatrix}$$

устундан иборат бўлади. Агар матрицанинг қаторлари сони билан устунлар сони бир-бирига тенг бўлса, бундай матрица квадрат матрица дейилади:

$$A_{nn}=\begin{pmatrix} a_{11}, a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21}, a_{22} \dots a_{2n} \\ a_{n1}, a_{n2} \dots a_{nn} \end{pmatrix}$$

Матрицанинг алоҳида олинган ҳар бир қаторини n ўлчовли вектор деб қараш мумкин:

$$\vec{a}_i=(a_{i1}, a_{i2}....a_{in})$$

Шундай қилиб, матрица шундай векторларнинг m тасидан ташкил топган бўлади:

$$\vec{a}_1, \vec{a}_2, ... \vec{a}_m$$

Шунга ўхшаш, матрицанинг ҳар бир устунини m ўлчовли $\vec{b}_i=(a_{1j}, a_{2j} ... p_{ij})$ вектор деб ва бутун матрица n та вектордан ташкил топган деб қараш мумкин. У вақтда матрицани бундай ёзсак бўлади:

$$A=(\vec{a}_1, \vec{a}_2, ... \vec{a}_n) \text{ ёки } B=(\vec{b}_1, \vec{b}_2, ... \vec{b}_n)$$

ва аксинча, ҳар бир матрицани m — ўлчовли векторли қатор матрица ёки устун матрица деб қараш мумкин.

Мисоллар:

1. $A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ матрица $3\cdot5$ ўлчовли бўлиб, 3 қатор ва 5 устундан иборат.

Бу матрицада жами $3\cdot5=15$ та элемент мавжуд.

А матрица $(3\cdot5)$ ўлчовли вектор қатордан ҳосил бўлган ёки $(5\cdot3)$ ўлчовли вектор устундан ташкил топган:

$$\begin{aligned}
&\vec{a}_1=(2, 4, 5, 0, 1)\\
&\vec{a}_2=(3, 2, 1, 6, 2)\\
&\vec{a}_3=(0, 1, 2, 1, 0)\\
&A=(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)\\
&\vec{b}_1=(2, 3, 0)\\
&\vec{b}_2=(4, 3, 1)\\
&\vec{b}_3=(5, 1, 2)\\
&\vec{b}_4=(0, 5, 1)\\
&\vec{b}_5=(1, 2, 0)\\
&b=(\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3, \vec{b}_4, \vec{b}_5)
\end{aligned}$$

1) Агар матрицанинг ҳамма элементлари 0 га тенг бўлса, у матрица ноль матрица дейилади ва қуйидагича белгиланади:

$$0=\begin{pmatrix} 0 & 0 \cdots 0 \\ 0 & 0 \cdots 0 \\ 0 & 0 \cdots 0 \end{pmatrix}$$

2) Квадрат матрицанинг диагоналидаги элементлари нолдан фарқли бўлиб, қолган барча элементлари нолга тенг бўлса, бундай матрицалар диагонал матрицалар дейилади, масалан:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

3) Диагонал матрицанинг ҳамма диагонал элементлари 1 га тенг бўлса ундай матрица бирлик матрица деб аталади ва Е ҳарфи билан белгиланади:

$$E=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \dots 0 \\ 0 & 1 & 0 \dots 0 \\ 0 & 0 & 1 \dots 0 \\ \dots\dots & & \\ 0 & 0 & 0 \dots 1 \end{pmatrix}$$

Бирлик матрицани $E=\sigma_{ij}$ кўринишда ёзиш мумкин. Бу ерда

$$\sigma_{ij}=\begin{cases} \text{агар } i=j \text{ бўлса, } 1, \\ \text{агар } i\neq j \text{ бўлса, } 0. \end{cases}$$

Бунда σ_{ij} — Кронеккер белгиси.

4) $A=||a_{ij}||$ матрицани бирор k сонига кўпайтириш учун унинг ҳамма элементларини мос равишда R га кўпайтириш керак. Масалан:

$$5\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 10 & 15 & 5 \\ 5 & 0 & 20 \end{pmatrix}$$

5) $A=||a_{ij}||$ ва $B=||b_{ij}||$ иккита бир хил ўлчовли матрицанинг йиғиндиси ва айирмаси яна ўша ўлчовли матрицани ҳосил қилади:

$$A\pm B=||a_{ij}\pm b_{ij}||$$

6) Агар бир матрицанинг устунлари сони иккинчи матрицанинг қаторлари сонига тенг бўлса, бундай икки матрицани ўзаро кўпайтириш мумкин. Масалан:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3 & 1\\ 2 & 1 & 0 & 3\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\\ 3 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$$

$$A\cdot B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3 & 1\\ 2 & 1 & 0 & 3\end{pmatrix} \qquad X=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 1\\ 3 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}2\cdot 1+1\ 2+1\ 3+2\ 3 & 23+1\ 1+2+2\ 4\\ 1\cdot 1+2\ 2+3\ 3+1\ 3 & 13+2\ 1+3\cdot 2+1\cdot 4\\ 2\cdot 1+1\ 2+0\ 3+3\ 3 & 23+1\ 2+0\cdot 2+3\cdot 4\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}13 & 17\\ 17 & 15\\ 13 & 19\end{pmatrix}$$

7) Берилган матрицадан, унинг сатрларини устунларига алмаштириш натижасида ҳосил бўлган матрицани *транспонирланган матрица* дейилади. Бунда i номерли сатр транспонирланган матрицада j рақамли устунга айланади. Агар $A=||a_{ij}||$ бўлса, унда $a_{ij}=a_{ji}$ умумий ҳолда, агар

$$A=\begin{pmatrix}a_{11}, & a_{12} \ldots\ldots a_{ij} \ldots a_{1n}\\ a_{21}, & a_{22} \ldots a_{ij} \ldots a_{2n}\\ a_{31}, & a_{32} \ldots a_{3j} \ldots a_{3n}\\ \ldots & \ldots\ldots\ldots\\ a_{m1}, & a_{m2} \ldots a_{mj} \ldots a_{mn}\end{pmatrix}$$

бўлса, у ҳолда

$$A^T=\begin{pmatrix}a_{11}, & a_{21} \ldots a_{i1} \ldots a_{m1}\\ a_{1j}, & a_{2j} \ldots a_{ij} \ldots a_{mj}\\ \ldots & \ldots\ldots\\ a_{1n}, & a_{2n} \ldots a_{in} \ldots a_{mn}\end{pmatrix}$$

Шундай қилиб, матрицани транспонирлаш сатрларни устунларга алмаштиришдан иборатдир. Хусусан, агар X матрица битта устун $X(x_1, x_2, \dots x_n)$ дан тузилган бўлса, транспонирланган матрица битта сатр $X(x_1, x_2, \dots x_n)$ дан тузилган бўлади.

Агар $A' = A$ бўлса, яъни транспонирланган матрица матрицанинг ўзига айнан тенг бўлса, бу матрицани *симметрик матрица* дейилади. Симметрик матрица квадрат шаклида бўлади, унинг элементлари учун қуйидаги тенглик ўринли: $a_{ij} = a_{ji}$

8) Агар $a_{ij} = -a_{ji}$ тенглик бажарилса ёки $A = -A^T$ бўлса, матрица *қийшиқ симметрик матрица* дейилади. Қийшиқ симметрик матрица квадрат шаклда бўлиб, ҳамма ij лар учун $a_{ij} = -a_{ji}$ тенглик бажарилиши керак.

Қийшиқ симметрик матрицанинг ҳамма диагонал элементлари нолга тенг.

а) **Матрицанинг ранги.**

$(m \cdot n)$ ўлчамли матрицадан унинг исталган сатрлари ва устунларини турли усуллар билан ўчириш натижасида квадрат матрица тузиш мумкин. Бундай йўл билан ҳосил қилинган матрицаларнинг детерминантлари шу *матрицанинг минорлари* деб аталади. Бу минорларнинг баъзилари нолдан фарқли бўлиши, баъзилари эса нолга тенг бўлиши мумкин. Минор квадрат матрицанинг детерминанти бўлгани учун мазкур квадрат матрицанинг тартибига мос тартибга эга бўлади. *Матрицанинг ранги* деб ушбу матрицанинг нолдан фарқли минорларининг энг юқори тартибига айтилади. Матрицанинг ранги r ҳарфи билан белгиланади. Агар матрицанинг r тартибли минорлари 0 дан фарқли бўлиб, бундан юқори тартибли минорлари (агар, бундайлар мавжуд бўлса) нолга тенг бўлса, матрица r — рангга эга бўлади. Агар матрицанинг барча элементлари нолга тенг бўлса, у ноль рангли матрица бўлади.

Қуйида келтирилган мисоллардан матрицаларнинг рангларини бевосита детерминант минорлари ёрдамида аниқлаймиз. Қуйидаги матрицалар берилган бўлса:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ -1 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} \qquad F=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Бу матрицаларнинг детерминантларининг сон қийматлари қуйидагича бўлади:

$$A=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=1000=10,\ B=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}=0$$

$$C=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}=0 \qquad F=\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}=0.$$

Агар матрицанинг детерминанти нолга тенг бўлса, бундай матрицани *айниган матрица* дейилади. Биз қараётган матрицаларнинг биринчисидан бошқаси айниган матрицадир. F матрицанинг ранги таърифга кўра нолга тенг, С матрицанинг барча 2-тартибли минорлари нолга тенг, матрицанинг ўзи эса ноль бўлмаган матрица. Демак унинг ранги бирга тенг эканини текшириб кўриш осон. В матрицанинг 2 тартибли минорларини тузиб чиқиб, унинг бу минорларидан бири, масалан,

$$\begin{vmatrix} b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}=2\neq 0.$$

нолдан фарқли эканлигини, 3-тартибли минори нолга тенг эканлигини топамиз. Демак, В матрицанинг ранги иккига тенг.

Биринчи матрицанинг ранги учга тенг. Матрица рангини топишда ҳисоблашлар одатда қуйи тартибли минорлардан бошланади. Агар барча 1-тартибли минорлар (яъни матрицанинг барча элементлари) нолга тенг бўлса, у ҳолда матрица ранги ноль матрицанинг ранги таърифига кўра нолга тенг.

Энди матрицанинг ҳамма элементлари ҳам нольга тенг эмас дейлик. Бу ҳолда унинг ранги бирдан кичик эмас, 2-тартибли минорлар орасидан нолга тенг бўлмаганини излаймиз. Агар матрица сатридаги икки жуфт элементлар ўзаро пропорционал бўлмаса, у ҳолда детерминант хоссаларига асосан матрицанинг ранги иккидан кичик бўлади. Агар бу ҳолда барча 3-тартибли минорлар нолга тенг бўлса, у ҳолда матрицанинг ранги иккига тенг бўлади. Агар нолга тенг бўлмаган 3-тартибли минор мавжуд бўлса, у ҳолда 4-тартибли минорларга ўтамиз ва ҳоказо. Шундай нолга тенг бўлмаган r тартибли минорлари топилиб, $(r+1)$ тартибли барча минорлар нолга тенг бўлса, у ҳолда матрицанинг ранги r га тенг. Бунда $m \cdot n$ ўлчамли матрица учун ҳисобланиши лозим бўлган $(r+1)$ тартибли минорлар сони қуйидаги қийматга тенг:

$$C_m^{r+1} \cdot C_n^{r+1}$$

Бу эса матрица рангини ҳисоблаш учун жуда кўп минорларни ҳисоблаш лозимлигини кўрсатади.

Тескари матрицалар. Жамоа хўжалигини режалаштиришда, баланс тенгламаларини тузишда тескари матрицадан фойдаланилади. Симплекс — усулининг тескари матрицали алгоритми, тескари матрицадан фойдаланиб топилади. Мавжуд тескари матрица бошқа соҳаларда ҳам кўп қўлланилади.

1. *Тескари матрица нима?* Бу саволга жавоб бериш учун n=тартибли А квадрат матрицани олайлик. Агар

$$AB = BA = E$$

муносабатларни қаноатлантирадиган n=тартибли В матрица мавжуд бўлса, у ҳолда В матрица А матрицага *тескари матрица* дейилади. Бу ерда Е бирлик матрица. А матрица учун унга тескари матрицани A^{-1} орқали белгилаймиз. Шундай қилиб, n-тартибли А квадрат матрица учун тескари матрица ва шу n — тартибли A^{-1} матрица бўлиб, у $AA^{-1}=A^{-1} \cdot A=E$ хоссага эга. Бу ерда $E-n$ — тартибли бирлик матрица AA^{-1} кўпайтмада, A^{-1} матрица А матрицага нисбатан ўнг томондан тескари матрица, A^{-1} А кўпайтмада эса А матрицага нисбатан чап томондан тескари матрица деб атаймиз.

2. Эслатиб ўтамизки, агар А квадрат матрицанинг детерминанти нолга тенг, яъни (А)=0 бўлса, у ҳолда уни хос бўлган матрица, агар унинг детерминанти нолдан фарқли, яъни (А)=0 бўлса, уни хос бўлмаган матрица деб аталади. Исталган хос бўлмаган матрица тескари

матрицага эга, шу билан бирга бу тескари матрица ягонадир.

Хос бўлмаган матрица тескари матрицага эга эмас, у хос бўлмаган матрицанинг бу матрица учун $(A)=0$ шундай тартибли исталган квадрат матрицага кўпайтмаси яна хос бўлмаган матрица бўлади.

Берилган матрица бирор бир матрица учун тескари матрица бўлиш-бўлмаслигини аниқлаш учун, бу матрицаларни кўпайтириб чиқиш ва бунда бирлик матрица ҳосил бўлиш-бўлмаслигини кўриш лозим.

Тескари матрицанинг асосий хоссалари: а) агар A хос бўлмаган матрица бўлса, у ҳолда у иккита тескари матрицага эга бўлиши мумкин эмас, яъни

$$AB=BA=E$$

муносабат ўринли бўладиган фақат битта B матрица мавжуд.

Буни исбот қилиш мақсадида A матрица учун иккита турли B ва C тескари матрицалар мавжуд деб фараз қиламиз. У ҳолда таърифга кўра $BA=AB=E$ ва $CA=AC=E$. Охирги тенгликни ўнг томондан B га кўпайтирамиз, у ҳолда $CAB=EB$, лекин $AB=E$, шунинг учун $CE=EB$, бундан $C=B$. Демак, берилган матрицага тескари фақат битта матрица мавжуд.

б) агар n-тартибли A ва B матрицалар учун $AB=E$ бўлса, у ҳолда A ва B хос бўлмаган матрицалардир, шунинг билан бирга $A^{-1}=B$, $B=A$ ва $BA=E$ бўлади.

Буни исботлаш учун детерминантларнинг хоссасига кўра $(A)\cdot(B)=1$ бўлишини эслатиб ўтамиз. Бу ерда A ва B матрицаларнинг иккаласи ҳам хос бўлмаган матрица эканлиги келиб чиқади. Шундай қилиб, A^{-1} тескари матрица мавжуд экан.

$AB=E$ ни чапдан A^{-1} га кўпайтириб, $B=A^{-1}$ ни ҳосил қиламиз, чунки $A^{-1}.\ A=E$.

Таърифга кўра, $AB=BA=E$, демак, $B\cdot A=E$. в) агар A ва B иккита хос бўлмаган $n=$тартибли матрица бўлса, у ҳолда квадрат матрицалар кўпайтмасининг тескари матрицаси кўпайтувчилар тескари матрицаларининг тескари тартибда олинган кўпайтмасига тенг, яъни:

$$(AB)^{-1}=B^{-1}.\ A^{-1}.$$

Ҳақиқатан, $ABB^{-1}.\ A^{-1}=AEA^{-1}=AA^{-1}=E$. Энди A ва B нинг хоссаларидан келтирилган хулоса келиб чиқади.

г) агар A хос бўлмаган матрица бўлса, у ҳолда A^{-1} матрицага тескари матрица берилган A матрицага тенг, яъни $A^{-1}=A$ бўлади. Бу бевосита $AB=BA=E$ таърифдан келиб чиқади, чунки B матрица A матрицага тескари матрица бўлса, у ҳолда A матрица ҳам B матрицага тескари матрицадир.

д) матрицани транспонирлашда ушбу муносабат ўринли:

$$(AB)^{T}=B^{T}\cdot A^{T}.$$

Ҳақиқатан, $(AB)^{T}$ матрицада сатр билан j устуннинг кесишиш жойида турган элемент $\sum_{i=1}^{m} a_{ji}\cdot b_{ii}$ сонига тенг. B^{T} ва A^{T} матрицаларда шу жойда турган элемент ҳам ана шу сонга тенг.

е) транспонирланган тескари матрица транспонирланган матрицанинг тескари матрицасига тенг, яъни:

$$(A^{-1})^{T}=(A^{T})^{-1}$$

Ҳақиқатан, $A^{-1}A=E$ асосий муносабатни транспонирлаб, (d) хоссага асосан қуйидагига эга бўламиз:

$$A^{T}(A^{-1})^{T}=(A^{-1}A)^{T}=E^{T}=E.$$

ёки

ж) тескари матрицанинг детерминанти берилган матрица детерминантининг тескари қийматига тенг.

$A^{-1}\cdot A=E$ бўлсин. Иккита квадрат матрица кўпайтмасининг детерминанти бу матрицаларнинг детерминантлари кўпайтмасига тенглигини, яъни $(A^{-1}A)+(A^{-1})\cdot(A)$ эканлигини ҳисобга олиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$(A^{-1})\cdot(A)=E=1.\ \text{Демак,}\ (A^{-1})=\frac{1}{(A)}$$

3. Агар A хос бўлмаган матрица ва $AB=O$ бўлса, у ҳолда $B=O$.

Буни исбот қилиш учун $AB=O$ тенгликни чапдан A^{-1} га кўпайтирамиз: $A^{-1}\cdot AB=A^{-1}=O$; $(A^{-1}A)B=O$; $B=O$.

4. Тескари матрицани топишнинг баъзи усулларини

кўрсатамиз. Тескари матрицани детерминантлар ёрдамида топиш:

а) аввал(A) детерминантни ҳисоблаймиз ва у нолга тенг бўлмаса, A матрица детерминанти элементларининг A_{ij} алгебраик тўлдирувчиларини топамиз;

б) A_{ij} элементларни транспонирлаш йўли билан келтирилган матрица A* ни тузамиз.

в) қуйидаги формула бўйича тескари матрицани топамиз:

$$A^{-1}=\frac{1}{A}\cdot A\% \qquad (1)$$

Мисол.

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

A матрица учун тескари матрица A^{-1} топилсин.

Аввал берилган матрицанинг детерминантини ҳисоблаймиз:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}=-28\neq 0$$

Агар бу детерминант нолга тенг бўлмаса, унинг алгебраик тўлдирувчиларини топамиз:

$$A_{11}=-\ 7, \qquad A_{21}=-7, \qquad A_{31}=-\ 7,$$
$$A_{12}=-\ 7, \qquad A_{22}=-5, \qquad A_{32}=-\ 1.$$
$$A_{13}=-14, \qquad A_{23}=+6 \qquad A_{33}=-10,$$

$$A=\frac{1}{28}\begin{pmatrix} 7 & 7 & -7 \\ 7 & -5 & 1 \\ 14 & 6 & -10 \end{pmatrix}$$
$$-$$

Текширамиз:

$$E=A\cdot A^{-1}=\frac{1}{28}\begin{pmatrix} 7 & 7 & -7 \\ 7 & -5 & 1 \\ -14 & 6 & 10 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. БУТУН СОНЛИ ПРОГРАММАЛАШ

Бутун сонли (дискрет) программалаш ҳам математик программалашнинг бир бўлими бўлиб, экстремал масалаларни ҳал этишда изланаётган номаълумларга қўшимча равишда бутун сонли ечимлар бўлсин, деган шартнинг киритилиши билан фарқланади.

Маълумки, халқ хўжалигининг турли соҳаларида ишлаб чиқаришни ташкил этиш кўпгина иқтисодий кўрсаткич ва объектларга богликдир. Масалан, етиштирилган пахтани 2,6 пахта тозалаш заводига пахтани ташиш учун 3,2 автомашина керак, деб айтилмайди. Бу кўрсаткичлар ҳам доим бутун сон шаклида ифодаланиши керак. Умумий ҳолда бутун сонли программалаш масаласининг математик модели қуйидагича бўлади. Қуйидаги (2) тенгсизликлар системасидаги (x_1, x_2 ..., x_n) номаълумларнинг шундай бутун сонли қийматини топиш керакки, натижада (1) мақсад функцияси ўзининг максимум (ёки минимум) қийматига эга бўлсин:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \to max(min) \qquad (1)$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{in}x_{xn} \leqslant a_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \leqslant a_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leqslant a_m \end{cases}$$

$x_i \geqslant O$ ва a_i — бутун сон бўлсин. (3)

Агар (2) системадаги номаълумларнинг a_{ij} — коэффициентлари ва a_i озод ҳадлар ичида каср сонлар мавжуд бўлса, биз уларни мавжуд амаллар ёрдамида бутун сонларга келтиришимиз керак,яъни тенгсизликлар системасининг коэффициенти бутун сонлар билан алмаштирилади. Энди (2) системани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$y_1 = a_{11}(-x_1) + a_{12}(-x_2) + \dots + a_{1n}(-x_n) + a_1 \geqslant O:$$
$$y_2 = a_{21}(-x_1) + a_{22}(-x_2) \dots a_{2n}(-x_n) + a_2 \geqslant O:$$

....

$$y_m = a_{m1}(-x_1) + a_{m2}(-x_2) + \dots + a_{mn}(-x_n) + a_m \geqslant O.$$

Бу ерда ҳамма номаълумларнинг коэффициентлари бутун сон, шу билан бирга y_i — ўзгарувчиларнинг коэффициенти ҳам бутун сон бўлади. Энди Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулини r марта қўллаб, масаланинг мақбул ечимига келамиз, яъни 4- жадвалга эга бўламиз.

4- жадвал

	$-y_1$	$-y_2 \dots$	$-y_r - x_{r+1} \dots$	$-x_n$	I
$x_1 =$	b_{11}	$b_{12} \dots$	$b_{1r} \dots b_{1,r+1} \dots$	b_{1n}	b_1
$x_2 =$	b_{21}	$b_{22} \dots$	$b_{2r} \dots b_{2,r+2} \dots$	b_{2n}	b_2
$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$x_r =$	b_{r1}	$b_{r2} \dots$	$b_{r,r} \dots b_{r,r+1} \dots$	b_{2n}	b_r
y_{r+1}	$b_{r+1,1}$	$b_{r+1,2} \dots$	$b_{r+1,r} \dots b_{r+1,r+1}$	$b_{r+1,n}$	b_{r+1}
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$y_m =$	b_{m1}	$b_{m2} \dots$	$b_{mr}, b_{m,r+1}$	$\dots b_m$	b_m
Z	q_1	$q_2 \dots$	$q_r \dots q_{r+1}$	$\dots q_m$	Q

Симплекс алмаштиришлар натижасида 4- жадвалдаги ҳамма озод ҳадлар ва Z — қаторидаги номаълумларнинг коэффициентлари мос равишда ($b_1 b_2, \dots b_m$; ва $q_1, q_2 \dots q_n$) мусбат бўлса, берилган масала мақбул ечимга эга бўлади.

Агар жадвалда ҳамма озод ҳадларнинг коэффициентлари бутун сонлар бўлса, масала ечилган, яъни унинг бутун сонли ечими топилган деб ҳисобланади, акс ҳолда эса қуйидагича давом этамиз.

Қулайлик учун тўртинчи жадвалнинг чап бош устунидаги ўзгарувчиларни $n_i (i = 1, 2, \dots m)$ юқоридаги ўзгарувчиларни эса $\xi_j (i = 1, 2, \dots n)$ лар билан белгиласак, 4- жадвални қуйидаги 5- жадвал кўринишида ёзамиз.

	ξ_1	$\dots$	ξ_j	$\dots$	ξ_n	I
$\eta_1 =$	b_{11}	$\dots$	b_{1j}	$\dots$	b_{1n}	b_1
$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\eta_i =$	b_{i1}	$\dots$	b_{ij}	$\dots$	b_{in}	b_i
$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\eta_m =$	b_{mi}	$\dots$	b_{mj}	$\dots$	b_{mn}	b_m
Z	q_1	$\dots$	q_j	$\dots$	q_n	Q

5- жадвалдаги озод ҳадлардан бири, яъни b_i каср сон бўлсин, у вақтда шу қатордаги (b_i) сонлар каср сон ёки бутун сон бўлиши мумкин. Шу сонларнинг бутун қисмини n — билан белгилайлик. У вақтда $b_i=1{,}7$ бўлса, $n_i=1$; агар $b_{i1}=1{,}4$ бўлса, $n_{i1}=-2$; агар $b_{i2}=3$ бўлса $n_{i2}=3$ ва ҳоказо. Улар сон ўқида қуйидагича кўрсатилади.

Шундай йўл билан 5- жадвалдаги сонларнинг бутун қисмини аниқлаймиз ва уни β билан белгилаб, бундай ёзамиз:

$$\begin{cases} \beta_{ij}=b_{ij}-n_{ij} \ \ (j=1,2,\dots n) \\ \beta_i=b_i-n_i \end{cases} \tag{4}$$

n_{i1}	b_{i1}	$-b_i$	n_1	b_i	$n_{i2}\cdot b_{i2}$
-2	-1	0	1	2	3

Агар b_{ij} коэффициент бутун бўлса, у вақтда $n_{ij}=b_{ij}$ ларнинг айирмаси β_{ij} нолга тенг бўлади. Агар b_{ij} каср сон бўлса, уларнинг айирмаси β_{ij} тўгри каср бўлади.

Кўриниб турибдики, β_{ij} мусбат тўгри каср сон ёки нолга тенг бўлади. Агар β_{ij} ни олиб қарасак, у нолга тенг бўлиши мумкин эмас, чунки b_i бутун сон эмас, шунинг учун

$$0<\beta_{ij}<1; \ 0<\beta_i<1 \tag{5}$$

шарт бажарилди

6- жадвал

	$-\xi_1$	....	ξ_i	.....	ξ_n	I
$\eta_1 =$	b_{11}	....	b_{1j}	....	b_{in}	b_1
.....	....	....	....	....	....	....
η_i	b_{i1}	....	b_{ij}	.....	b_{in}	b_i
....	....	....	....	....	.....	.....
η_m	b_{m1}	....	b_{mj}	....	b_{mn}	b_m
....	....	....	....	....	.....	.....
Si–	β_{i1}	....	β_{ij}	....	$-\beta_{in}$	$-\beta_i$
Z–	q_1	...	q_l	....	q_n	Q

β ҳади (5) шартга кўра (4) формула билан аниқланади ва унга мос келувчи b — соннинг каср қисми деб юритилади.

5- жадвалдан η_i ни ёзиб оламиз:

$$\eta_i = b_{i1}\cdot(-\xi_1) + \dots + b_{ij}(-\xi_\lambda) + \dots + b_{in}(-\xi_n) + b_i$$

(4) формуладан b_{ij} ва b_i ларнинг қийматини келтириб қўямиз:

$$\eta_i = (n_{i1} + \beta_{i1})(-\xi_1) + \dots + (n_{ij} + \beta_{ij})(-\xi_j) + \dots + (n_{in} + \beta_{in})(-\xi_n) + (n_i + \beta_i) = n_{i1}(-\xi_1) + \dots + n_{ij}(-\xi_i) + \dots + n_{in}(-\xi_n) + n_i + \beta_{i1}(-\xi_1) + \dots + b_{ij}(-\xi_j) + \dots + b_{in}(-\xi_n) + \beta_i$$

ёки

$$\eta = \sum_{j=1}^{n} n_{ij}(-\xi_j) + n_i + \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij}(-\xi_j) + \beta_i \qquad (6)$$

(6) тенгликни қуйидагича ёзиб оламиз:

$$-\sum_{j=1}^{n} \beta_{ij}(-\xi_j) - \beta_i = \sum_{j=1}^{n} n_{ij}(-\xi_j) + n_i - \eta_i$$

Бунинг бирор томонини S_i — билан белгилаймиз. У вақтда

$$S_i = -\sum_{j=1}^{n} \beta_{ij}(-\xi_i) - \beta_i = \sum_{j=1}^{n} n_{ij}(-\xi_j) + n_i - \eta_i \qquad (7)$$

бўлади. Шундай қилиб, (7) формуладан қўшимча шартни ёзамиз ва янги жадвални ҳосил қиламиз.

Қўшилган чегаравий қўшимча шарт ҳар қандай бутун манфий бўлмаган ξ_i ва η_i ларни қаноатлантиради ёки масаланинг бутун сонли ечимини топишга имкон яратади.

Алмаштиришлардан сўнг масалани ечиш жараёнида манфий озод ҳадлар пайдо бўлса, масаланинг таянч ечимини топиб, кейин ечимнинг ва масаланинг бутун сонли мақбул кесмасини топиш мумкин бўлади.

1-мисол. Қуйидаги берилган шартларда:

$$y_1=-x_2-3x_2+2x_3+4\geqslant 0$$
$$y_2=5x_1+x_3+12\geqslant 0,$$
$$y_3=-2x_1+x_2-3x_3+4\geqslant 0$$
$$x_j\geqslant 0/j=1,\ 2,\ 3).$$

$Z=2x_1+X_2-3x_2$ функциянинг бутун сонли мақбул ечими энг катта қиймати топилсин.

Масаланинг шартида берилган маълумотлардан ва Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулидан икки марта фойдаланиб, унинг мақбул ечимига эга бўламиз.

Масаланинг бу мақбул ечими $x_1=-\frac{16}{7};\ x_2=\frac{4}{7};$ $x_3=0$ бўлганда $Z_{max}=\frac{36}{7}$ дир. Бу ечим бутун сонли эмас, шунинг учун биз масаланинг бутун сонли ечимини излаймиз. Бунда фақат симплекс усулини қўллаб, масаланинг бутун сонли ечимини топиш мумкин. Бунинг учун мақбул ечим ичидаги ихтиёрий каср сонни танлаймиз. Бизнинг мисолда уларнинг ҳаммаси каср сонлар, шунинг учун биз улардан исталган бирини олишимиз мумкин.

Масалан, бу сон 1 — қаторда $\frac{4}{7}$ га тенг. $\beta_{ij}=b_{ij}-n_{ij};\ \ \beta_i=b_i-n_i\ \ (j=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$ формулалар ёрдамида танланган биринчи қатордаги β коэффициентнинг каср қисмини топамиз. Агар b_{ij} бутун сон бўлса, у вақтда $b_{ij}=n_{ij}$ бўлади.

Юқоридагилар эътиборга олинган ҳолда:

$$\beta_{11}=\frac{1}{7}-(-1)=\frac{6}{7};\ \ \beta_{12}=\frac{2}{7}-0=\frac{2}{7};$$
$$\beta_{13}=-1-(-1)=0;\ \ \beta_{14}=\frac{4}{7}-0=\frac{4}{7}.$$

Энди ёрдамчи шартларни ушбу формула ёрдамида топамиз:

$$S_i = -\beta_{i1}(-\xi_1) - \ldots - \beta_{ij}(-\xi_i) - \ldots - \beta_{in}(-\xi_n) - \beta_i$$

Бизнинг масаламизда биринчи ёрдамчи шарт:

$$S_1 = -\frac{6}{7}(-y_3) - \frac{2}{7}(-y_1) - 0(-x_3) - \frac{4}{7} \geqslant 0$$

Бу шартни мақбул ечимга эга бўлган жадвалга қўйиб навбатдаги 7- жадвалга эга бўламиз.

7- жадвал

	$-y_3$	$-y_1$	$-x_2$	I
$x_2=$	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{2}{7}$	-1	$-\frac{4}{7}$
$y_2=$	$-\frac{15}{7}$	$-\frac{5}{7}$	-6	$+\frac{4}{7}$
$x_1=$	$+\frac{3}{7}$	$+\frac{1}{7}$	1	$\frac{16}{7}$
$S_1=$	$-\frac{6}{7}$	$-\frac{2}{7}$	0	$+\frac{4}{7}$
$Z=$	$+\frac{5}{7}$	$+\frac{4}{7}$	4	$\frac{36}{7}$

Ҳосил бўлган жадвалдан масаланинг бутун сонли ечимини топиш мумкин эмас, чунки озод ҳадлар устунида манфий ишорали сон мавжуд.

Шунинг учун Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулини қўллаб, ҳал қилувчи элемент $-\frac{2}{7}$ га нисбатан масаланинг таянч ечимини излаймиз. Натижада қуйидаги 8- жадвалга эга бўламиз.

8- жадвал

	$-y_3$	$-S_1$	$-x_3$	I
$x_2=$	-1	1	-1	0
$y_2=$	0	$-\frac{5}{2}$	-6	2
$x_1=$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y_1=$	3	$-\frac{7}{2}$	0	2
$Z=$	-1	2	4	4

Ҳосил бўлган 8-жадвалдан масаланинг мақбул ечимини излаш мумкин, чунки охирги устундаги ҳамма сонлар мусбат ишоралидир.

Бу сонлар бутун сонли, лекин мақбул ечим эмас. Шунинг учун биз мақбул ечимни излаймиз. 8-жадвалда мавжуд амалларни қўллаб, ҳал қилувчи элемент 3 га тенг эканлигини топамиз, демак, навбатдаги ҳисоблаш ишларини давом эттирамиз, натижада 9-жадвалга эга бўламиз.

9-жадвал

	$-y_1$	$-S_1$	x_1	I
$x_2=$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{6}$	-1	$\frac{2}{3}$
$y_2=$	0	$-\frac{5}{2}$	-6	2
$x_1=$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y_3=$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{7}{6}$	0	$\frac{2}{3}$
$Z=$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	4	$\frac{14}{3}$

Ҳосил бўлган 9-жадвалдан масаланинг мақбул ечими топилади, лекин бу ечим ҳам бутун сонли эмас, шунинг учун бутун сонли ечимни излаймиз. Бунинг учун илгаригидек 9-жадвалдаги охирги устундан хоҳлаган касрли озод ҳадни оламиз. Айтайлик, бу сон учун $\frac{2}{3}$ ни олиб, иккинчи ёрдамчи шартни текширамиз. Бу ерда аввало шу қатор учун каср коэффициентни топишимиз керак.

Бу ерда:

$$\beta_{11}=+\frac{1}{3}-(0)=\frac{1}{3},$$

$$\beta_{12}=-\frac{1}{6}-(-1)=-\frac{1}{6}+1=\frac{5}{6}$$

$$\beta_{13}=-1-(-1)=0,$$

$$B_1=\frac{2}{3}-0=\frac{2}{3},$$

$$S_2=-\frac{1}{3}(y_1)-\frac{5}{6}(-s_1)-0(-x_3)-\frac{2}{3}\geqslant 0.$$

Буларни навбатдаги 10- жадвалга қўйиб, симплекс алмаштиришлар усули ёрдамида масаланинг бутун сонли ечимини излаймиз:

10- жадвал

	y_1	S_1	x_3	1
$x_2=$	1/3	—1/6	—1	2/3
$y_2=$	0	—5/2	—6	2
$x_1=$	0	1/2	1	2
$y_3=$	1/3	—7/6	0	2/3
$s_2=$	—1/3	—5/6	0	—2/3
Z	1/3	5/6	4	14/3

Бу жадвалда манфий сонли ҳад қатнашгани учун масаланинг таянч ечимини излаймиз.

Ҳал қилувчи $-\frac{1}{3}$ элементга нисбатан Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулини қўллаб, 11- жадвалга эга бўламиз:

11- жадвал

	S_2	S_1	$-x_3$	I
$x_2=$	1	—1	—1	0
$y_2=$	0	$-\frac{5}{2}$	—6	2
$x_1=$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y_3=$	1	—2	0	0
$y_1=$	—3	$\frac{5}{2}$	0	2
Z	I	0	4	4

11- жадвалда кўрсаткичлар мақбул бўлган бутун сонли ечимга эга бўлди. Яъни $x_1=2$; $x_2=0$; $x_3=0$ бўлганда, $Z_{max}=4$ га тенг бўлар экан.

Бутун сонли программалаш юқорида кўриб ўтилган ҳоллардан ташқари тармоқ ва корхоналарнинг календарь режасини тузишда ҳам кенг фойдаланилади.

Булардан ташқари, тармоқ ва корхоналарни мақбул жойлаштириш ва ихтисослаштириш масаласини ҳал этишда ҳам бутун сонли программалашни қўллаш ижобий натижалар бериши мумкин.

5. КАСР — ЧИЗИҚЛИ ПРОГРАММАЛАШ

Қаср — чизиқли программалаш ҳам математик программалашнинг бир соҳаси бўлиб, экстремал масалаларни ечишда қўлланилади ва унинг математик модели қуйидагича бўлади:

$$Z=\frac{\sum\limits_{j=1}^{n} p_j x_j}{\sum\limits_{i=1}^{n} \rho_j x_j}=\frac{z_1(x)}{z_2(x)} \qquad (1)$$

Функциянинг максимум (минимум) қийматлари

$$\begin{aligned} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1n}x_n &\leqslant b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2n}x_n &\leqslant b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\ldots+a_{mn}x_n &\leqslant b_m \end{aligned} \qquad (2)$$

$$x_j \geqslant 0 \ (j=1,\ 2,\ \ldots\ n) \qquad (3)$$

шартлар бажарилганда топилсин.

Бу ерда $z_2(x)\neq 0$. Агар (1) да $z_1(x)=z_2(x)=z(x)$ бўлса, каср — чизиқли программалаш масаласи чизиқли программалаш масаласидан фақатгина мақсад функциясининг бошқа кўриниши билангина фарқ қилар экан. Қаср-чизиқли программалаш, масалан, таннархни камайтириш, меҳнат унумдорлигини ошириш, қишлоқ хўжалигини режалаштириш, кам харажат қилиб кўпроқ маҳсулот етиштириш каби масалаларни ҳал этишда яхши самаралар беради. Масалан, хўжалик ёки корхона маҳсулот ишлаб чиқаришнинг шундай режасини топиши керакки, натижада маҳсулот етиштиришга кетган таннарх кам бўлсин, шу билан биргаликда белгиланган вақт ичида режалаштирилган маҳсулот ишлаб чиқарилсин. Масалан, бўрдоқичилик фермасида гўшт учун ҳар хил ҳайвонлар боқилади (масалан, қорамол чўчқа ва ҳоказо) j — турдаги молнинг бир бошидан ρ_i ц маҳсулот олинсин, фермада унинг баҳоси p_j бўлсин. Агар ҳайвонлар сонини x_j билан белгиласак, 1 ц гўшт етиштириш таннархи

$$Z=\frac{\sum_{j=1}^{n} p_j x_j}{\sum_{j=1}^{n} q_j x_j} \qquad (1)$$

формула билан аниқланади.

Бу ерда ҳайвон турларининг шундай сонини топиш керакки, натижада маҳсулот етиштиришга кетган таннарх энг кам бўлсин (2) ва (3) шартлар бажарилсин.

Махсус ҳолда таннархни аниқлашда чизиқли система номаълумларининг шундай қийматларини топиш керакки, натижада каср чизиқли функция энг кичик қийматга эга бўлсин.

Таннарх каср-чизиқли программалашда асосий иқтисодий кўрсаткич бўлмасдан, кўпгина ҳолларда маҳсулот ишлаб чиқариш харажати ва баҳоси ҳам асосий кўрсаткич бўлиши мумкин. Маҳсулот баҳосидан харажатни айирсак, соф даромад қолади. Хусусий ҳолда соф даромаднинг харажатга нисбати рентабеллик деб юритилади. Ишлаб чиқаришда бундай кўрсаткич энг юқори бўлиши керак.

Агар функцияда номаълумлар сони фақат иккита (x_1, x_2) бўлса, у вақтда каср-чизиқли программалаш масаласини график усули билан ечиш мумкин. Энди каср-чизиқли программалаш масаласининг симплекс усул ёрдамида ечилишини кўрамиз. Бунинг учун (1) ва (2) шартлар жадвалга жойлаштирилади.

12- жадвал

	$-x_1$	$-x_2$	. . . .	$-x_n$	I
y_1-	a_{11}	a_{12}	. . . . .	a_{1n}	a_1
y_2-	a_{21}	a_{22}	. . . . .	a_{2n}	a_2
.	. . .	. . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
.					
.	. . .	. . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
y_m-	a_{m1}		. . . . .	a_{mn}	a_m
z_1-	$-p_1$	$-p_2$	. . . .	$-p_n$	o
z_2-	$-q_1$	$-q_2$	. . . .	$-q_n$	o

Жадвалнинг охирги z_1 каторига функционалнинг суратидаги номаълумлар олдидаги коэффициентлар, z_2 каторига эса махраждаги номаълумлар олдидаги коэффициентлар ёзилади. Агар жадвалдаги озод ҳадларнинг бир ёки бир нечтаси манфий бўлса, модификацияланган Жордан усули ёрдамида унинг таянч ечимини излаймиз.

Ҳал килувчи элементни одатдаги усуллар ёрдамида топамиз. Айтайлик, катор ечимлардан кейин жадвалнинг кўриниши куйидагича бўлсин:

13- жадвал

	$-y_1$	....	$-x_{st}$	.....	$-x_n$	I
$x_1=$	b_{11}	...	b_{1s}	...	b_{1n}	b_1
.	...	...	...	...	...	...
$y_r=$	b_{r1}	...	b_{ts}	...	b_{rn}	b_r
.	...	...	...	...	...	...
$y_m=$	b_{m1}	...	b_{ms}	...	b_{mn}	b_m
$z_1=$	p_1^1	...	p_s^1	...	p_n^1	$p^{(e)}$
$z_2=$	q_1^1	...	q_s^1	...	q_n^1	$q^{(e)}$
d_j	d_1	...	d_s	...	d_n	$Ze-\frac{p^{(e)}}{q^{(e)}}$

Демак, 13- жадвалда ҳамма озод ҳадлар мусбат бўлади, яъни таянч плани топилган бўлсин. Энди масаланинг макбул режасини топишимиз керак.

Бунинг учун куйидаги коидалар бажарилади:

1. Ҳар бир устун учун.

$$d_j=\begin{vmatrix} p_j^1 & p^{(e)} \\ q_j^1 & q^{(e)} \end{vmatrix}=p_j^1\cdot q^{(e)}-q_j^1\cdot p_j^{(e)};$$

детерминантни ҳисоблаймиз. Ҳосил бўлган натижани жадвалдаги кўшимча каторга ёзамиз.

2. Агар масаланинг шарти энг катта кийматни

топишни талаб этса, бош устунни d_j қатордаги манфий сон мутлоқ қийматининг энг каттасидан бошлаймиз.

3. Бош қаторни эса озод ҳадлари мос равишда шу устунда турган сонларга бўлиб, энг кичигини топамиз (уларнинг иккаласи ҳам мусбат ёки иккаласи ҳам манфий бўлса).

4. z_1 ва z_2 қатордаги элементлар одатдаги қоида бўйича топилади, янги жадвалдаги d_j қатор тўлдирилмайди.

5. Қайтадан ҳар бир устун учун d_j детерминантни ҳисоблаймиз. Агар улар ичида ҳеч бўлмаганда битта манфий сон бўлса, шу бош устун бўйича қатор ечимларни бажарамиз.

6. Агар масаланинг шарти максимумни топишни талаб этса, у вақтда аниқловчи d_j қаторда манфий коэффициентли сон бўлмаслиги керак.

7. Агар масаланинг шарти минимумни топишни талаб этса, у вақтда ҳал қилувчи устун қилиб, детерминант d_j қатордаги мусбат сонлардан энг кичиги олинади. Мақбуллик критериясида эса аниқловчи d_j қатордаги ҳамма сонлар манфий бўлмаслиги керак.

1-мисол. Берилган

$$\begin{gathered} x_1+2b_2\leqslant 5, \\ x_1+x_2\leqslant 7, \\ 2x_1+x_2\leqslant 11, \\ x_1+2x_2\geqslant 7, \\ x_j\geqslant 0\ (j=1,\ 2). \end{gathered}$$

шартларда каср-чизиқли функция $Z=\frac{x_1+4x_2}{4x_1+x_2}$ нинг максимум қиймати топилсин. Юқоридаги тенгсизликлар системасини ва каср-чизиқли функцияни симплекс усул ёрдамида жадвалга соламиз. Аввало тенгсизликлар системасини бир хил тенгсизлик белгисига келтирамиз:

$$\begin{gathered} -x_1+2x_2\leqslant 5; \\ x_1+x_2\leqslant 7, \\ 2x_1+x_2\leqslant 11, \\ -x_1-2x_2\leqslant -7. \end{gathered}$$

Бу тенгсизликлар қўшимча номаълумларнинг қўшилиши натижасида тенгламаларга айлантирилиб, уларни 14- жадвал кўринишида ёзамиз.

14- жадвал

	$-x_1$	$-x_2$	I
$y_1 =$	-1	2	5
$y_2 =$	1	1	7
$y_3 =$	2	1	11
$y_4 =$	-1	-2	-7
$z_1 =$	-1	-4	0
$z_2 =$	-4	-1	0

14- жадвалдан масаланинг мақбул режасини топишимиз керак, лекин бу ерда, яъни озод ҳадлар устунида манфий ишорали (-7) сон мавжуд, шунинг учун аввал унинг таянч ечимини топиб, кейинчалик мақбул ечимга ўтамиз ва 15- жадвални ҳосил қиламиз.

15- жадвал

	$-x_1$	$-y_1$	I
$x_2 =$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$
$y_2 =$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{9}{2}$
$y_3 =$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{17}{2}$
$y_4 =$	-2	1	-2
$z_1 =$	-3	2	10
$z_2 =$	$\frac{9}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$

15- жадвалда яна манфий ишорали озод ҳад сақланиб қолди, шунинг учун таянч ечимини топиш жараёнини давом эттирамиз ва 16-жадвални ҳосил қиламиз.

16- жадвал

	y_4	$-y_1$	1
$y_4=$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	3
$y_3=$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	3
$y_1=$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{4}$	6
$y_1=$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1
$x_1=$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	13
$x_2=$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{7}{4}$	7
$d_1=$	$\frac{75}{4}$	$\frac{105}{4}$	$\frac{13}{7}$

16- жадвалда масаланинг таянч ечими топилди. Энди d_i қаторни ҳисоблаймиз. Демак, d_i каторадаги ҳамма номаълумлар олдидаги коэффициентлар мусбат, шунинг учун биз $x=1$; $x_2=3$ кийматларда

$$Z_{max}=\frac{13}{7} \text{ га эга бўлдик.}$$

6. ТЎРЛИ ПРОГРАММАЛАШ

Қишлоқ хўжалик корхоналари ва уларнинг бўлинмаларида бир вақтнинг ўзида бир неча технологик жараён бажарилади. Замонавий технология иш ва операцияларни бажариш муддатларида, ўзаро келишув ва чалкашликларни бартараф этишда аниқ боғланишни талаб қилади.

Қорхона раҳбарлари ва мутахассисларидан катта ҳажмдаги ишларни доимий координациялаб туришни талаб қилади. Ишнинг ўз вақтида бажарилмаслиги иш комплексларини бажариш муддатларини орқага тортиб, таннархни кўпайтирибгина қолмасдан, маҳсулот ишлаб чиқариш ҳажмининг пасайишига ҳам олиб келади. Шунинг учун оператив назорат қилишда замонавий математик усулларни қўллаш ишлаб чиқаришни юксалтиришнинг энг муҳим шартларидан ҳисобланади. Шундай усуллардан бири графалар назариясига асосланган турли режалаштиришдир.

Тўрли режалаштиришнинг моҳияти иш орасида ягона ишлаб чиқариш жараёнини вужудга келтирувчи ўзаро ташкилий ва технологик алоқаларни чизиқли акс эттиришдир.

Тўрли режалаштиришнинг вазифаси технологик ишлаб чиқариш занжирида мустаҳкам алоқада бўлувчи кўп сонли ишларнинг координацияларини яхшилаш йўли билан, оператив бошқаришни мақбуллаштиришдир. Бажариладиган иш таркиби, изчиллиги ва бир-бирига боғлиқлигини, бажариш муддатининг давомийлигини ҳисобга олган ҳолда аниқлаш, ишнинг бажариш муддатини қисқартириш ва таннархини камайтириш имконини беради.

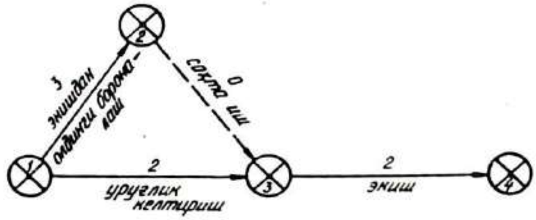
Тўрли режалаштириш тўрли моделлар тузишни тақозо қилади. Тўрли моделлар тузишда зарур асосий тушунча, терминлар ва баъзибир аналитик йўлларни аниқ мисоллар ёрдамида кўриб чиқамиз. Бунинг учун баҳорги мавсумий дала ишларининг иш режасидан фрагмент (бўлак)лар оламиз. Бу режа тўрли график кўринишида бўлиши мумкин. Бу графалардаги ҳар бир иш графа ёйи деб аталувчи стрелка (чизиқ)лар ёрдамида ифодаланади.

Ҳар бир ишнинг бошланиши, оҳири ва аниқланган давомийлиги бўлади. Ишнинг бошланиш ва тугалланиш даврлари ҳодиса деб аталади. Графикда ҳодисалар графа баландлигини билдирувчи доира шаклида ифодаланади. Юқори секторда ҳодисанинг номери кўрсатилади. Ҳамма иш комплексининг бошланишига мос баландлик биринчи номерда бўлади. Жами ишни якунловчи ҳодиса номери энг катта номер бўлади.

Алоҳида ишларни ифодаловчи стрелкалар бутун комплекс натижаларини шакллантирувчи томонга қатъий йўналган. Ишнинг (стрелка) кетма-кетлиги технологик жараёнга мос келади.

Тўрли график чиқариш жараёни маълумотларига кўра такрор ишлаб чиқарувчи ҳамма иш комплексини *тўрли модель* дейилади.

Тўрли моделни тузгунга қадар иш рўйхати ва унинг кетма-кетлигини аниқлаб олиш зарур: қайси ишдан кейин қайсиниси келади, қайси ишларни параллель бажариш мумкин ва ҳоказо. Навбатдаги иш аввалгиси тугагандан кейингина бошланиши мумкин. Масалан, учта ишнинг график боғланишини кўриб чиқамиз:



22- расм. Тўрли график кўриниши.

экишдан олдин бороналаш — 3 кун, уруглик келтириш — 1 кун, экиш — 2 кун (22- расм).

Графикда ишнинг бошланиши ва тугаши фактларининг ҳодисаси кўрсатилган. Улар давомий эмас. Агар мавжуд ишнинг бошланиш ҳодисасини i билан, тугашини j билан белгиласак, унда ушбу ишнинг кўринишини $i—j$, яъни ҳодисанинг бошланиши ва тугаши номерлари билан ифодалаш мумкин. Шундай қилиб, «уруглик келтириш» иши 1—3 ёй билан кўрсатилган.

Технологиядан кўринадики, «экишдан олдинги бороналаш» ҳамда «уруг келтириш» ишлари тугамай туриб, «экиш» ишини бошлаб бўлмайди. Лекин бу иккала ишни бир-бири билан богламаган ҳолда параллель бажариш мумкин. Графикда уруглик келтириш ва экиш ишларининг мантиқий боглиқлиги (1—3, 3—4), 2 — (бороналаш) ишини тугалламай туриб 3—4 (экиш) ишини бошлаб бўлмас экан, графикда бу ўзаро алоқа пунктир (нуқтали) стрелкаларда акс эттирилади ва сохта иш деб аталади (2—3). Сохта ишнинг давомийлиги бўлмайди. Демак, тўрли графикдаги «иш» термини турлича мазмунга эга бўлиши мумкин: а) маълум давомийликка эга бўлган моддий ва меҳнат ресурсларини талаб қилувчи жараён: б) технологияда кўзда тутилган, ишнинг давомийлигига мантиқий богланган, вақт ва ресурс харажатини талаб қилмовчи, навбатдаги ишнинг бошланиши олдинги ишнинг тугалланишига боглиқ эканлигини кўрсатувчи сохта иш; в) ресурс харажатини талаб қилмовчи, вақтни аниқлаш билан боғлиқ бўлган табиий жараённи кутиш (масалан, ҳосилнинг пишиб етилиши). Ҳар бир стрелканинг тепасига шу стрелка акс эттираётган ишнинг давомийлиги ёзилади. Технологик занжир жараёнида кетма-кет келадиган ишлар графикда ёйларнинг йўли деб аталувчи давомийликни ташкил қилади. Йўлнинг узунлиги уни ҳосил қиладиган ёйларнинг умумий суммаси билан аниқланади. 22- расмда 1—3, 3—4 ишлар йўлининг иш занжири бўйича узунлиги 4 кунни ташкил қилади, занжир бўйича 1—2, 2—3, 3—4 лар эса 5 кунга тенг. Кўпроқ давомийликка эга бўлган йўл критик йўл дейилади. Графикда критик йўл йўгон чизиқ билан ажратиб кўрсатилади. Қолган ҳамма йўллар одатда вақт имкониятига эга бўлади.

Тўрли моделларга кўплаб аналитик имкониятлар жамланган. Одатда, тўрли моделлар анализи вақт (имконият) критик бўлмаган йўллар билан қайта тақсимлаш ҳисобига критик йўллар моҳиятини қисқартириши имконини беради.

Тўрли моделларда оптимизациянинг қуйидаги мезон (критерий)ларидан фойдаланилади:

Мавжуд ресурс ва ишлар қийматини чегараланган даражасида иш бажариш муддатини минималлаштириш;

бажариладиган ишлар қийматини муддат ва маълум даражада мавжуд ресурслар билан чегараланган ҳолда минималлаштириш; бажариладиган иш муддати ва қиймати билан чегараланган ҳолда ресурсларга бўлган талабларни минималлаштириш.

Тўрли график тузишда аниқ шартларга амал қилиш зарур.

1. Ҳар бир иш ўзидан аввалги ва ўзидан кейинги давом этадиган ҳодисага эга. Демак, графанинг ҳар бир бэландлигига биттадан кам бўлмаган стрелка киради ва ундан нарига ўтади. Чунки ҳодисалар бир неча ўтмишдошга, яъни бошлангич ва давом этувчи ишга эга бўлиши мумкин. Бу қоидадан дастлабки ва якунловчи ҳодисаларгина мустасно: дастлабки ишга кирувчи ёйлар бўлмайди, якунловчидан эса бирорта ёй чиқмайди.

2. Биринчи ишни тугатмасдан иккинчисини бошлаб бўлмайди, масалан, галтаклаш экиш тугагандан кейин бошланади ва ҳоказо.

3. Бажариладиган ишга келиб тақалувчи ишларнинг ҳаммаси тугамай туриб, иш бажарилди, яъни «ҳодиса» юз берди деб ҳисоблаш мумкин эмас.

4. Иккита ҳодиса бир-бири билан фақат битта стрелка орқали богланади.

5. Агар аввалги иш охирига етказилмай туриб, кейинги иш бошланса сохта ҳодиса юзага келади.

Масалан, келтирилган ўгит пешма-пеш сепилаверади, уни тўлиқ келтириш кутиб ўтирилмайди. Бу ҳолда ўгит сепишнинг бошланишини сохта ҳодиса сифатида киритиш мумкин.

6. Тўрда тугунча, яъни занжирни ҳодисага қайта богловчи ёпиқ ёй бўлмаслиги керак.

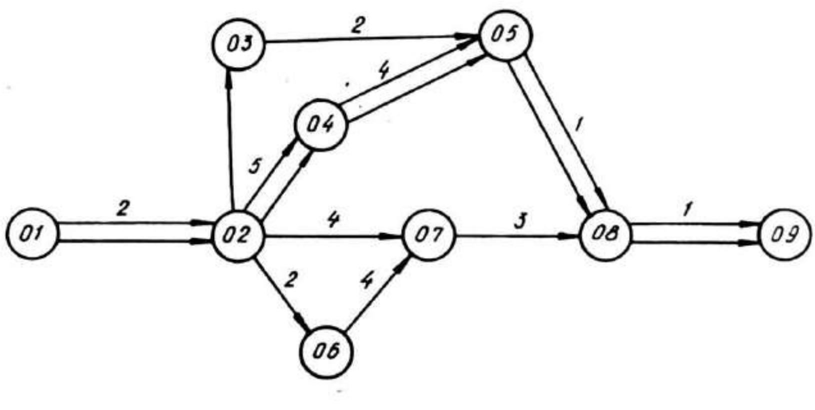
Агар тўрли график санаб ўтилган талабларга қониқарли жавоб берса, тўрли иқтисодий-математик усуллардан фойдаланган ҳолда уни анализ қилиш мумкин. Катта ҳажмдаги тўрли графикларни (150—200 тагача иш бўлса) анализ қилиш ва қайта ишлашда электрон-ҳисоблаш машиналаридан фойдаланилади.

Тўрли графикларнинг асосий характеристикасини қуйидаги соддалаштирилган шартли мисол ёрдамида кўриб чиқамиз (23- расм).

Тўрли графиклар анализига зарур бўлган бир неча белгилашларни келтирамиз:

i — ҳодисадан j — ҳодисага бир неча йўл билан ҳаракат қилиш мумкин. i — дан j — гача олинган ихтиёрий йўлнинг умумий узунлигини $L(i, j)$, бу йўлнинг максимал узунлигини d_{ij} билан белгилаймиз. d_{ij} — нинг катталиги тўрли графикнинг вақтинча асосий характеристикаси бўлиб ҳисобланади.

Дастлабки (01) ва якунловчи (m) ҳодисалар орасидаги максимал йўлда давом этган ҳамма иш критик йўл (Ткр) дейилади. Демак Ткр$=d(01, m)$. Графикда (23- расм) давом этган ҳамма ишни қуйидаги йўл билан аниқлаш мумкин:



23- расм. Критик йўллар акс эттирилган тўрли графикдан кўриниш.

1. 01—02—03—05—08—08=9 кун;
2. 01—02—04—05—08—09=13 кун;
3. 01—02—07—08—09=10 кун;
4. 01—02—06—08—09=12 кун.

Шундай қилиб, иккинчи йўлнинг давомийлиги узоқроқ бўлганлиги учун у критик йўл ҳисобланади. Ткр$=d(01,09)=13$ кун.

Критик йўл ва бошқа қатор қўйилган йўллар орасидаги давомийликларнинг фарқи вақт имконияти йўлини кўрсатади (R_e);

$$R_e = T_{kp} - L(ij)$$

Демак, биринчи, учинчи ва тўртинчи йўллар вақт имкониятига эга:

$$R_{e_{(1)}} = 13 - 9 = 4 \text{ кун};$$
$$R_{e_{(3)}} = 13 - 10 = 3 \text{ кун};$$
$$R_{e_{(4)}} = 13 - 12 = 1 \text{ кун};$$

Турли графиклар анализида йўлларнинг вақтинча характеристикасидан фойдаланиб, ҳодисалар комплексининг қатор характеристикаларини аниқлаш мумкин:

маълум ҳодиса бошланишининг эртанги ва кечиккан муддатлари ва ҳодисанинг вақт имконияти.

j — ҳодисанинг $t_{p(i)}$ эрта муддатда бошланиши $t_{p(i)}=d(01,\ j)$ сифатида, яъни дастлабки (01) ҳодисанинг маълум ҳодисагача босиб ўтган ҳамма йўллар йиғилишининг максимал узунлиги.

Масалан, 01 ҳодисадан 07 ҳодисага иккита йўл олиб келади:

01—02—07=6 кун;
01—02—06—07=8 кун.

Демак, 07 ҳодисанинг эрта тугаш муддати 8 кунни ташкил қилади, шунинг учун ҳодисанинг бошланишидан 07 гача бўлган йўлдаги ҳамма ишлар тугамагуча 07 ҳодиса юз бермайди.

i — ҳодисанинг кечиккан муддати $t_n(i)$ критик йўл ($T_{кр}$) билан маълум i — ҳодисадан якунловчи (m) ҳодисагача бўлган оралиқ йўлда ётган ҳамма ишларнинг максимал давомийлигига қараб аниқланади, яъни

$$t_n(i) = T_{kp} - d(i,\ m)$$

Ҳодиса (07)о бошланиши учун кечиккан муддат $t_{n(07)}=13-(07{,}09)=13-4=9$ кун. Демак, 07 муддатидан кечикиб бошланса, шунга мувофиқ, критик йўл ҳам узаяди.

Ҳодиса вақт имконияти (i) ушбу ҳодиса бошлангунча кечиккан ва эртанги муддат орасидаги фарқ билан аниқланади:

$$R_{(i)}=t_n(i)-t_p(i)$$

(07) ҳодиса учун

$R_{(07)}=t_{n(07)}-t_{p(07)}=9-8=1$ кунга эгамиз.

Критик йўлда ётувчи ҳодиса вақт имкониятига эга эмас. Масалан, (05) ҳодисанинг характеристикасини ҳисоблаб чиқамиз:

$$t_{p(05)}=d(01{,}05)=2+5+4=11 \text{ кун};$$
$$t_{n(05)}=T_{kp}-d(05{,}09)=13-(1+1)=11 \text{ кун};$$
$$R_{(05)}=t_{n(05)}-t_{p(05)}=11-11=0.$$

Критик йўл билан ҳеч қаерда учрашмайдиган йўл участкаларининг кучланиш коэффициентини $K_n(ij)=\dfrac{L(i,j)}{t_n(j)-t_p(i)}$ формуласи билан ҳисоблаш мумкин.

Бу ерда $L(i, j)$ — йўлнинг умумий узунлиги;
$t_n(j)$ — охирги ҳодиса йўлининг кечиккан муддати;
$t_p(j)$ — бошлангич ҳодиса йўлининг эртанги муддати.

Кўпинча турли графикнинг критик бўлмаган йўлининг алоҳида участкалари критик йўл билан ёндошади. Бундай пайтда, кучланиш коэффициентини қуйидаги формуладан фойдаланиб, критик йўлга ёндошмайдиган участка учун ҳисоблаш лозим:

$$K_n(i,j)=\frac{L(i,j)-l_{kp}}{T_{kp}-l_{kp}}$$

бу ерда $L(i, j)$ — йўлнинг умумий узунлиги;
l_{kp} — йўлнинг критик йўл билан ёндошадиган участкасининг узунлиги;
T_{kp} — критик йўлнинг узунлиги.

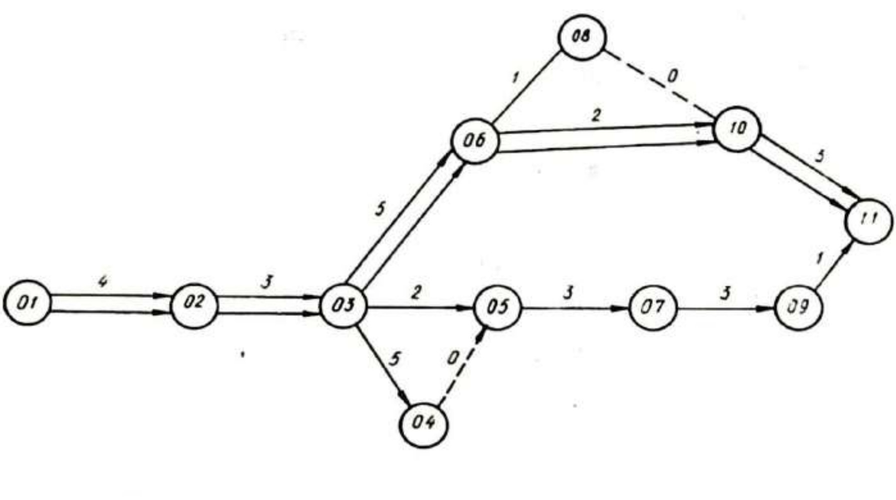
Критик бўлмаган, лекин алоҳида қисмлари критик йўлга ёндошган йўл учун учта кучланиш коэффициентини ҳисоблаш мисоли 17- жадвалда кўрсатилган.

17- жадвал

Критик бўлмаган йўлларнинг кучланиш коэффициентини ҳисоблаш

Критик бўлмаган йўллар	Йўлнинг умумий узунлиги $L(i, j)$	Шу жумладан, критик йўлга туташ йўллар узунлиги, $L_{кр}$	Критик йўлга туташмайдиган йўллар узунлиги $L(i)$, $l_{кр}$	Туташган участкани қўшиб ҳисоблаганда, критик йўл $T_{кр}-l_{кр}$	Йўлнинг кучланиш коэффициенти $K_n(i,j) = \frac{L(ij)-l_{кр}}{T_{кр}-l_{кр}}$
01—(02—03—05)—08—09	9	4	5	13—4=9	0,55
01—(02—07—08)—09	10	3	7	13—3=10	0,70
01—(02—06—07—08)—09	12	3	9	13—3=10	0,90

Қавс ичида критик йўл билан туташмайдиган йўл участкаси (i,j) кўрсатилган.



24- расм. Баҳорги дала ишларининг тўрли графиги.

Агар кучланиш коэффициентини 1 га яқин бўлса $K_n \geqslant 0,8$ бундай йўлни критик ости йўли деб аташ қабул қилинган. Йўлларнинг кучланишини вакт имкониятига эга бўлган йўллардан бир бўлак ажратиб олиб, камайтириш мумкин. Тўрли графикнинг анализи ресурсларини қайта тақсимлаб, шу билан бирга ҳамма мавжуд иш комплексини умумий бажарилиш муддатини қисқартириб, тўрли графикнинг вақтинчалик параметрлари оптималлик ютуқларини таъминлайди.

Тўрли моделнинг қурилишига доир мисолни кўриб чиқамиз. Методик мақсадда берилган баҳорги дала ишлари комплексидан энг оҳирги чекланган тўпламни келтирамиз (18- жадвал).

18- жадвал

Баҳорги дала ишларини ўтказиш режасидан кўриниш

Ишлар бўйича бошлангич ва охирги ҳодисаларнинг номери	Ишнинг номи	Ишнинг давомийлиги, кун
01—02	Ўғит чиқариш	4
02—03	Сули уруғини келтириш	3
03—04	Кузги экинларни озиқлантириш	3
03—05	Экиндан олдинги бороналаш	2
05—07	Сули экиш	6
07—09	Ғалтаклаш	3
03—06	Кузги шудгорни культивациялаш	4
06—08	Кузги шудгорни бороналаш	1
06—10	Уруғлик арпани келтириш	2
10—11	Арпа экиш	3
09—11	Ғалтаклаш	1

Тўрли графикни яхшилаш имкониятларини анализ қилиш учун ҳодисалар характеристикасини ҳисоблаб чиқамиз.

19- жадвал

Тўрли графикнинг вақтинчалик характеристикасини ҳисоблаш

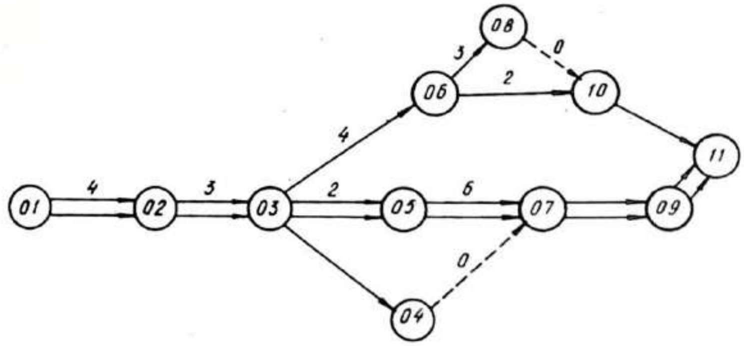
	Ҳодисалар										
	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
Тугаллашнинг эртанги муддати	0	4	7	10	9	11	15	12	18	13	19
Тугаллашнинг кечиккан муддати	0	4	7	15	9	14	15	16	18	16	19
Вақт имконияти	0	0	0	5	0	3	0	4	0	3	0

Критик йўлнинг давомийлиги 19 кун.

Тўрли графикни ишдаги ҳодисалар ўриндош, вақт имкониятига эга бўлган имкониятларни қайта тақсимлаш ҳисобига яхшилаш тавсия қилинади. 04, 06, 08 ҳодисалар энг катта вақт имкониятига эга. Шунга мувофиқ, бу имкониятлар 5,3 ва 4 кун.

Ҳодисанинг (06) давомийлиги 4 кун бўлган «Кузги шудгорни культивациялаш» иши ўтмишдош бўлади, шу вақтнинг ўзида ишнинг критик йўли сифатида (05, 07) «Сули экиш» 6 кун давом этади. Ресурсларни қайта тақсимлаб (агрегатларнинг иш унумдорлигини ҳисобга олган ҳолда) кузги шудгорни культивациялашни 1 кунга кўпайтиргани ҳолда сули экишни 6 кундан 5 кунга қисқартириш имконини беради. Бундан ташқари, (05, 07) ишларнинг давомийлигини 2 кунга қисқартириб, «Кузги экинни озиқлантириш» (03, 04) ишларини 2 кунга кўпайтириш мумкин. Шунда сули экишни 3 кунда ўтказиш, критик йўлни 01—02—03—06—10—11 га айлантириб, давомийлигини 17 кун қилиш мумкин. Шундай йўл билан ишлар комплексининг давомийлиги 2 кунга қисқаради.

Катта сонли ишлар билан боғлиқ мураккаб тўрли моделларни ҳисоблаш, замонавий электрон ҳисоблаш машиналарида олиб борилади (25- расм).



25- расм. Мукаммаллаштирилган тўрли график.

II боб

ЧИЗИҚЛИ ПРОГРАММАЛАШ МАСАЛАСИНИ ЕЧИШ УСУЛЛАРИ

1. ЧИЗИҚЛИ ПРОГРАММАЛАШНИНГ АСОСИЙ МАСАЛАСИ — СИМПЛЕКС УСУЛИ

Кейинги йилларда яратилган математик аппаратлар ёрдамида қишлоқ хўжалигини режалаштириш ва бошқариш билан боғлиқ бўлган иқтисодий масалаларни ечиш амалда кенг қўлланилмоқда. Бундай мураккаб масалаларни ҳал этишда амалий математиканинг муҳим қисмларидан бири — чизиқли программалаш усуллари асосий ўринни эгалламоқда.

Чизиқли программалаш масалаларини ечишда, асосан ҳал этилган симплекс усул — иккиламчи симплекс усул, модификацияланган симплекс усул, транспорт масалаларини ечиш усули ва чизиқли бўлмаган программалаш усуллари учун махсус алгоритмлар мавжуддир. Бу алгоритмлардан фойдаланишни ҳозирги замон электрон ҳисоблаш машиналарисиз тасаввур этиб бўлмайди, албатта. Бу масаланинг ечимига кўра бу алгоритмларни қўллаш ЭҲМ типларига боғлиқдир. Унча қийин бўлмаган масалаларни ва тескари матрицаларни симплекс усулининг тўғри алгоритми билан ечиш биринчи авлод ЭҲМ ёрдамида бажарилади. Мақбул режани ҳисоблашда модификацияланган мультипликатив алгоритмлар иккинчи авлод ЭҲМ ёрдамида ечилади. Учинчи авлод ЭҲМлар ёрдамида эса катта ўлчамдаги чизиқли программалаш масалаларини модификацияланган симплекс усули ёрдамида ечилади. Ҳозирги вақтда мазкур масалаларни ечишда махсус компьютерлар ёрдамида тез ва ихчам ҳал қилинмоқда. (Бу ерда минглаб чекланишлар ва бир нечта ўн минглаб ўзгарувчилар мавжуд бўлиши мумкин.) Чизиқли программалаш масалаларини ечишда энг кўп қўлланиладиган усул бу симплекс усулидир. Чизиқли программалаш масаласи математик шаклда қуйидаги кўринишда берилган бўлади:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\cdot x_j \leqslant a_i (i=1,2, \dots m_1) \qquad (1)$$

ёки

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\cdot x_j = a_i (i=m_1+1, m_1+2, \dots m_2) \qquad (2)$$

ёки

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\cdot x_j \geqslant a_i (i=m_2+1, m_2+2, \dots m) \qquad (3)$$

$$x_j \geqslant 0 (j=1, 2, \dots n) \qquad (4)$$

мақсад функцияси:

$$Z=\sum_{j=1}^{n} c_j\cdot x_j \to max(min)$$

(1), (2), (3) шартларни чекланганлик шартлари деб юритамиз. Агар чекланганлик шартлар тенгсизлик кўринишида бўлса, уларни ёрдамчи ўзгарувчиларни қўшиш билан тенгламаларга айлантириб, каноник кўринишда қуйидагича ёзамиз:

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1+a_{12}x_2+ \dots a_{1_n}x_n+x_{n+1}=a_1 \\ &a_{21}x_1+a_{22}x_2+ \dots +a_{2n}x_n+x_{n+2}=a_2, \qquad (1) \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &a_{m1}x_{11}+a_{m2}x_2+ \dots +a_{mn}x_n+x_{n+m}=a_m. \end{aligned}$$

$$X_j \geqslant 0 \qquad (j=1, 2, \dots h) \qquad (2$$

(1) ва (2) шартларда мақсад функцияси

$$Z=c_1x_1+c_2x_2+ \dots +c_n\cdot x_n \to max \qquad (3$$

нинг қиймати топилсин.

Агар Z нинг минимум қийматини топиш талаб этилса, мақсад функцияси қуйидагича ёзилади:

$$Z=-c_1x_1-c_2x_2- \dots c_nx_n \to min$$

ёки

$$Z_{max}=-Z_{min}$$

Агар чегаравий шартлардаги a_i — озод ҳадлар манфий бўлса, у ҳолда уларни ҳар доим (—1) га кўпайтириб, мусбат ҳолатга келтириш керак. Агар $x_i \geqslant 0$ шарти (1) шартни қаноатлантирса, уни масаланинг мумкин бўлган ечимлари деб юритилади, Z мақсад функциясининг минимум ва максимум қийматини топишда бу мумкин бўлган ечимлар, унинг айрим мақбул ечими деб юритилади.

Стандарт шаклдаги x_1, x_2, ... x_n ўзгарувчилар базис ўзгарувчилар, қўшимча киритилган x_{n+1}; $x_{n+2}, \dots x_{n+m}$ лар базис бўлмаган ўзгарувчилар деб юритилади.

Бу ерда базисмас ўзгарувчиларни нолга тенг деб, $x_1 = x_2 = b'_2, \dots; x_m = b'_m$ базис ечимларини топамиз. Ҳосил бўлган бу базис ечимлар биринчи базис ечимлари бўлади. Иккинчидан, топиш мумкин бўлган ечимларнинг ҳаммаси мусбат ишорага эга, яъни

$$b'_1 \geqslant 0; \ b'_2 \geqslant 0; \ \dots, \ b'_m \geqslant 0.$$

бўлиши керак. Бундан эса биринчи базис ечими учун: $Z = C_0$. Биринчи базис ечим мақсад функция қийматига мос келади.

Чизиқли программалаш масалаларини симплекс усули билан ечиш қатор кетма-кет жараёнларни бажариш ёрдамида амалга оширилади. Бу ерда бир базис ечимдан иккинчи базис ечимга ўтишда Z — нинг қиймати ўзгармасдан қолиши ёки камайиши мумкин. Бундай жараёнлар янги базисмас ечимлар эвазига такрорланиб боради ва маълум ҳисоблашлардан сўнг биз Z — мақсад функциясининг минимум ёки максимум қийматига эга бўламиз, бу ечим мақбул ечим деб юритилади.

2. БАЗИС ВА ЙЎЛ ҚЎЙИЛАДИГАН ЕЧИМЛАР

а. Чизиқли программалаш масалалари чизиқли тенгламалар системаларини тузишга олиб келади, шу билан бирга бундай тенгламалар сони одатда ўзгарувчилар сонига тенг бўлмайди. Бундай системалар учун ($m < n$ ёки $m > n$ бўлганда) чексиз кўп ечимлар мавжуд бўлади.

Ҳақиқатан, уч ўзгарувчили

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2, \qquad 2x_1 + x_2 - x_3 = 7$$

икки тенглама системаси учун $x_1 = 3$; $x_2 = 1 + t$; $x_3 = t$; $t \geqslant 0$; қийматлар t нинг исталган қийматида иккала тенгламани ҳам қаноатлантиради.

Энди n та ўзгарувчили m та чизиқли тенгламалар системасини қараймиз ($m < n$):

$$
\begin{cases}
a_n x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_n = a_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = a_2 \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = a_m.
\end{cases}
$$

(1) системанинг барча ўзгарувчиларини икки қисмга ажратамиз: асосий ўзгарувчилар, уларнинг сони n та чизиқли боғлиқмас тенгламалар сони m га тенг бўлиши керак, асосиймас (эркин) ўзгарувчилар, уларнинг сони $(n-m)$ га тенг бўлади. Бундай ажратишни индекслар (тартиб номерлари) билан боғлаймиз; у ҳолда бундай ажратишнинг турли комбинациялари сони n элементдан m тадан тузилган группалашлар сонига тенг:

$$
C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)}
$$

Масалан, биринчи m та $x_1, x_2 \dots x_m$ ўзгарувчини асосий ўзгарувчилар деб олайлик. $x_{m+1}, x_{m+2}, \dots, x_{m+n}$ асосиймас ўзгарувчиларни ўз ичига олган ҳадларни ўнг томонга ўтказамиз; у ҳолда (1) система ушбу кўринишни олади:

$$
\begin{gathered}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1m}x_m = a_1 - \\
- a_{1_{(m+1)}}x_{m+1} - \dots a_{1n}x_n;\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \\
\dots a_{2m}x_m = a_{/2_m}b_2 - a_{2\cdot m+1}\cdot X_{m+1} - \dots - \dots - a_{2n}x_n \qquad (2) \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}\,x_m = a_{/2_m}b_m \dot{-} \\
- a_{m+(m+1)}x_{m+1} - \dots - a_{mn}x_n
\end{gathered}
$$

Агар (2) системанинг $x_1,\ x_2,\ \dots\ x_m$ ўзгарувчилар олдидаги коэффициентлардан тузилган m — тартибли детерминант нолга тенг бўлмаса, $(D \neq 0)$, бу системани x_1, $x_2, \dots x_m$ га нисбатан ечиш мумкин.

Асосиймас (эркли) ўзгарувчиларга ихтиёрий сон қийматлар бериб Крамер формулалари ёки бошқа бир усул бўйича асосий (боғлиқ) $x_1,\ x_2,\ \dots,\ x_n$ ўзгарувчилар учун тегишли сон қийматларини ҳосил қиламиз. Шу билан берилган системанинг бирор $(x_1^0,\ x_2^0,\ \dots,\ x_n^0)$ ечими ҳосил қилинади ва эркли ўзгарувчилар қийматларининг ҳар бир тўпламига (1) системанинг аниқ битта ечими мос келади.

Эркли ўзгарувчилар қийматларининг турли йигиндиларининг чексиз кўп тўпламларини тузиш мумкин.

Демак, (1) система биргаликда бўлганда аниқмас бўлади ва чексиз кўп ечимларга эга бўлади. Программалашда бизни базис ечимлар деб аталадиган ечимлар қизиқтиради.

б. Ихтиёрий чизиқли тенгламалар системасининг базис ечими деб ($m<n$) асосиймас (эркли базисмас) ўзгарувчиларга ноль қийматлар берилганда ҳосил бўладиган ечимга айтилади.

Юқорида таъкидлаб ўтилганидек, (1) системанинг барча ечимлари сони чексиз кўп, базис ечимлари сони эса чегараланган.

Ўзгарувчиларни m та асосий (базис) ва $(n-m)$ та асосиймас (базисмас) ўзгарувчиларга ажратилгандан сўнг базис ўзгарувчилар олдидаги коэффициентлардан тузилган детерминант нолдан фарқли бўлган ҳолдагина аниқ битта базис ечим ҳосил бўлади.

Бундай детерминантлар орасида нолга тенг бўлган детерминантлар ҳам бўлиши мумкин, шу сабабли базис ечимлар сони n дан m тадан группалашлар сонидан, яъни C_n^m дан ортиқ бўлмайди.

Агар бир ёки бир нечта базис ўзгарувчиларнинг қийматлари нолга тенг бўлса, бундай ечим *айниган* базис ечим деб аталади.

Ушбу системанинг базис ечимларини топамиз:

$$x_1+2x_2+x_3=1 \qquad 2x_1+3x_2+5x_3=3$$

Бу системада $m=2$; $n=3$, шу сабабли ҳар бир комбинациясида иккита базис ўзгарувчи, битта базисмас ўзгарувчи бўлиши керак, базис ечимлар ҳаммаси бўлиб $C_3^2=3$ та бўлади.

Ўзгарувчиларнинг барча мумкин бўлган жуфтларини тузамиз: а) (x_1, x_2), б) (x_1, x_3) ва в) (x_2, x_3), шундан кейин уларнинг қайси бирини базис ўзгарувчилар сифатида олиш мумкинлигини аниқлаймиз. (x_1, x_2), (x_1, x_3) ва (x_2, x_3) ўзгарувчилар олдидаги коэффициентлардан тегишли детерминантларни тузиб, уларнинг биттаси ҳам нолга тенг эмаслигига ишонч ҳосил қиламиз. Демак, санаб ўтилган жуфтларнинг ҳаммасини базис ўзгарувчилар сифатида қабул қилиш мумкин.

Бу уч ҳолнинг ҳар бирида базисмас ўзгарувчиларнинг қийматини топамиз:

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{-3}{-1}=3; \; x_2=\frac{D_2}{D}=-\frac{1}{1}=-1;$$

бундан биринчи базис ечим (3; —1; 0) экани кўринади.

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{2}{3};\ x_3=\frac{D_3}{D}=\frac{1}{3};$$

бундан иккинчи базис ечими $(\frac{2}{3};\ 0;\ \frac{1}{3})$ экани кўринади.

$$x_2=\frac{D_2}{D}=\frac{2}{7};\ x_3=\frac{D_3}{D}=\frac{3}{7};$$

бундан учинчи базис ечим $(0;\frac{2}{7};\ \frac{3}{7})$ экани кўринади.

Шундай қилиб, учта базис ечими ҳосил қилинади, бунда уларнинг ҳаммаси айнимаган базис ечимлардир.

в. Агар базис ечимда базис ўзгарувчиларнинг қийматлари манфий бўлмаса, бундай ечим йўл қўйиладиган базис ечим деб аталади. Юқоридаги мисолда б) ва в) ҳолларда ечимлар йўл қўйиладиган базис ечимлардир.

3. ЖОРДАН ЧИҚАРИШ УСУЛЛАРИ

а) *Жорданнинг оддий чиқариш усули.*

Қуйидаги тенгламалар системаси берилган бўлсин:

$$y_1=a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ ...\ +a_{1s}x_s+\ ...\ a_{1n}x_n,$$
$$y_2=a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ ...\ a_{2s}x_s+...+a_{2n}x_n$$

. . . .

$$y_i=a_{i1}x_1+a_{i2}x_2+\ ...\ +a_{is}x_s+\ ...\ +a_{in}x_n \qquad (1)$$
$$y_m=a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+...+a_{ms}x_s+\ ...\ +a_{mn}x_n$$

Бу системадан ушбу жадвални тузамиз:

20- жадвал

	x_1	x_2	. . . .	x_s	. . . .	x_n
$y_1=$	a_{11}	a_{12}	. . . . .	a_{1s}	. . . .	a_{in}
$y_2=$	a_{21}	a_{22}	. . . .	a_{2s}	. . . .	a_{2n}
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . . .	. . . .	. . .
$y_i=$	a_{i1}	a_{i2}	. . . . .	a_{is}	. . . ..	a_{in}
$y_r=$	a_{r1}	a_{r2}	. . . . .	a_{rs}	. . . .	a_{rn}
. . . .	. . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . .	. . . .
$y_m=$	a_{mi}	a_{m2}	. . . . .	a_{ms}	. . . .	a_{mn}

Матрица системасининг коэффициентлари шу системанинг коэффициентлари каби ўқилади. (1) тенгламалар системасидан қуйидаги r — индексли тенгламани оламиз:

$$y_r = a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \dots + a_{rs}x_s + \dots + a_{rn}x_n$$

ва уни x_s га нисбатан ечамиз, бунда $a_{rs} \neq 0$ ни ҳал қилувчи коэффициент деб юритамиз.

$$X_s = \frac{1}{a_{rs}}(-a_{r1}x_1 - a_{r2}x_2 - \dots - a_{rn}x_n) \qquad (2)$$

x_s нинг топилган қийматини (1) тенгламалар системасига қўямиз. Бундай қулайлик учун y_r нинг ўрнига ўзгарувчи x_s олинган;

$$y_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{i,s+1} + a_{is}\Big[\frac{1}{a_{rs}}(-a_{r1}x_1 -$$

$$-a_{r2}x_2 - \dots - a_{r,s-1} + y_r - a_{r,s+1} - \dots - a_m \cdot x_n)\Big] +$$

$$+ a_{i,\ s+1} + \dots + a_{in} \cdot x_n$$

Қавсларни очиб, x_j қийматларини қўйиб чиққанимизда қуйидагига эга бўламиз:

$$y_i = \left(a_{i1} - \frac{a_{is} \cdot a_{r1}}{a_{rs}}\right) \cdot x_1 + \left(a_{i2} - \frac{a_{is} \cdot a_{r2}}{a_{rs}}\right) \cdot x_2 + \dots +$$

$$+ \left(a_{i,s-1} - \frac{a_{is} \cdot a_{r,s-1}}{a_{rs}}\right) \cdot x_{s-1} + \frac{a_{is}}{a_{rs}} y_r + \dots +$$

$$+ \left(a_{in} - \frac{a_{is} \cdot a_{rn}}{a_{rs}}\right) \cdot x_n \qquad (3)$$

(3) тенгламада номаълумларнинг коэффициентларини умумий ҳолда b_{ij} — билан белгиласак,

$$b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{is} \cdot a_{rj}}{a_{rs}} = \frac{a_{ij} \cdot a_{rs} - a_{is} \cdot a_{rj}}{a_{rs}} \qquad (4)$$

Бу ерда $i \neq r$ ва $j \neq s$ (2) ва (3) тенгламаларни (4) тенгликни назарда тутиб бирлаштирамиз ва қуйидаги системани ҳосил қиламиз:

$$y_1 = b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \dots + \frac{a_{1s}}{a_{rs}} y_r + \dots + b_{1n}x_n;$$

. . . .

$$y_i = b_{i1}x_1 + b_{i2}x_2 + \ldots + \frac{a_{is}}{a_{rs}} \cdot y_r + \ldots + b_{in}x_n,$$

. . . .

$$x_s = -\frac{a_{r1}}{a_{rs}}x_1 - \frac{a_{r2}}{a_{rs}}x_2 + \ldots + \frac{1}{a_{rs}} \cdot y_2 - \ldots - \frac{a_{rn}x_n}{a_{rs}};$$

. . . .

$$y_m = b_{m1}x_1 + b_{m2}x_2 + \ldots + \frac{a_{ms}}{a_{rs}} \cdot y_r + \ldots + b_{min} \cdot x_n$$

Бу системада қулайлик учун x_s нинг ўрнига y_r олинган. Демак, (5) системада (1) системага нисбатан x_s ва y_r ўзгарувчиларнинг ўринлари алмашган.

21- жадвалда (5) система учун 1 марта оддий Жордан чиқариш усулини қўллаш дейилади. 10- жадвалдан олинган x_s устун бош устун ва олинган y_r қатор бош қатор ва уларнинг кесишган нуқтасида турган a_{rs} сон ҳал қилувчи элемент деб юритилади.

(5) системанинг жадвал кўриниши қуйидагича бўлади:

21- жадвал

	x_1	x_2	...	y_r	...	x_n
$y_1=$	b_{11}	b_{12}	...	$\frac{A_{1s}}{A_{rs}}$	...	b_{1n}
$y_2=$	b_{21}	b_{22}	...	$\frac{A_{2s}}{A_{rs}}$	...	b_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
$y_i=$	b_{i1}	b_{i2}	...	$\frac{A_{is}}{A_{rs}}$	...	b_{in}
$x_s=$	$-\frac{A_{r1}}{A_{rs}}$	$-\frac{A_{r2}}{A_{rs}}$	...	$+\frac{1}{A_{rs}}$	...	$-\frac{A_{rn}}{A_{rs}}$
...	...	...	...	...	...	...
$y_m=$	b_{m1}	b_{m2}	...	$\frac{A_{ms}}{A_{rs}}$	...	b_{mn}

Шундай қилиб, 1-марта оддий Жордан чиқариш усулини қўллаш учун қуйидаги қоидаларга эътибор қилиш керак:

1. Ҳал қилувчи элемент ўзига тескари миқдорга алмаштирилади.

2. Бош устундаги қолган ҳамма элементлар ҳал қилувчи элементга бўлинади, аммо ишораси ўзгармасдан қолади.

3. Бош катордаги қолган ҳамма элементлар ҳал қилувчи элементга бўлинади ва ишораси қарама-қаршисига алмаштирилади.

4. Янги жадвалдаги қолган элементлар қуйидаги формула билан топилади:

$$b_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{is} \cdot a_{ij}}{a_{rs}} = \frac{a_{ij} \cdot a_{rs} - a_{is} \cdot a_{rj}}{a_{rs}}$$

(бунда $i \neq r,\ j \neq s$).

Мисол. Қуйидаги система берилган бўлсин.

$$\begin{aligned} y_1 &= -x_1 + 2x_2 - 3x_3, \\ y_2 &= 2x_1 - 3x_2 + x_3, \\ y_3 &= 5x_2 - x_3 \end{aligned} \qquad \text{(A)}$$

Бу системада y_1 ва x_2 га нисбатан Жорданнинг оддий чиқариш усулини бир марта қўлланг.

22- жадвал

	x_1	x_2	x_3
y_1	−1	2	−3
y_2	2	−3	1
y_3	0	5	−1

Бу ерда фақат y_1 (биринчи қатор) ва x_2 (иккинчи устунга) га нисбатан Жордан оддий чиқариш усулини бир марта қўллаймиз. Шунинг учун y_1 бош қатор, x_2 эса бош устун деб юритилади. Уларнинг кесишиш жойидаги 2 сонини ҳал қилувчи элемент деб юритамиз ва уни одатда тўртбурчак ичига оламиз. Натижада юқорида келтирилган тўртта қоидани назарда тутиб, янги жадвални ҳосил қиламиз. Шу билан бир вақтда (1), (2) ва (3) қоидалар асосида 23- жадвал тўлдириб борилади. 4-формулани қўллаш учун эса 23- жадвалнинг 2-қаторидаги биринчи элемент $\frac{7}{2}$ га тенг, яъни $A_{21}=\frac{2\cdot 2-(-3)\cdot 1}{2}=\frac{4+3}{2}=\frac{7}{2}$. Бошқалари ҳам худди шу йўл билан топилади. Демак, 29 -жадвал қуйидаги системаларга тенг кучли бўлади.

23- жадвал

	x_1	y_1	x_3
$x_2 =$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$
$y_2 =$	$\frac{7}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{7}{2}$
$y_3 =$	$-\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{13}{2}$

$$y_1=-\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{2}y_1+\frac{3}{2}x_3,$$

$$y_2=\frac{7}{2}x_1-\frac{3}{2}y_1-\frac{7}{2}x_3,$$

$$y_3=-\frac{5}{2}x_1+\frac{5}{2}y_1+\frac{13}{2}x_3.$$

Бундай алмаштиришларни системанинг хоҳлаган элементлари билан бажариш мумкин, аммо бунда x ўзгарувчининг коэффициенти нолга тенг бўлмаслиги керак.

б) *Жорданнинг модификацияланган чиқариш усули*

Бу ерда ҳам юқоридагидек (1) чизиқли тенгламалар системаси олинади:

$$y_1=a_{11}x_1+a_{12}x_2+\dots+a_{1s}x_s+\dots+a_{1n}x_n$$

$$y_2=a_{21}x_1+a_{22}x_2+\dots+a_{2s}x_s+\dots+a_{2n}x_n$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$y_r=a_{r1}x_1+a_{r2}x_2\dots a_{rs}x_s+\dots+a_{rn}x_n \qquad (1)$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$y_m=a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\dots+a_{ms}x_s+\dots+a_{mn}x_n$$

Бу системани бошқа шаклда ёзиб оламиз:

$$y_i=(a_{i1})\cdot(-x_1)+(-a_{i2})\cdot(-x_2)+\dots+(-a_{is})\cdot(-x_s)+\dots+(-a_{in})\cdot(-x_n) \qquad (2)$$

Қулайлик учун

$$-a_{ij}=a_{ij} \quad (i=1,2,\dots,m; \quad j=1,2,\dots,n) \qquad (3)$$

деб оламиз. Шунга кўра унда (1) ва (2) система ушбу кўринишга келади:

$$y_1=a_{11}(-x_1)+a_{12}(-x_2)+\dots+a_{1s}(-x_s)+\dots+a_{in}^{x}(-x_{11})$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$y_r=a_{r1}(-x_1)+a_{r2}(-x_2)+\dots+a_{rs}(-x_s)+\dots+a_{rn}(-x_n)$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$y_m=a_{m1}(-x_1)+a_{m2}(-x_2)+\dots+a_{ms}(-x_s)+\dots+a_{mn}(-x_n)$$

4-системадан қуйидаги 24-жадвални тузамиз, аммо системадаги номаълумлар олдидаги коэффициентлар минус (—) ишорали бўлгани учун юқори қатордаги номаълумлар олдига (—1) ни ёзамиз:

24- жадвал

	$-x_1$	$-x_2$	...	$-x_3$	...	$-x_n$
$y_1=$	a_{11}	a_{12}	...	a_{1s}	....	a_{1n}
	....	....	....	....	.....	....
$y_2=$	a_{21}	a_{22}	....	a_{2s}	.....	a_{2n}
	....	.....	....	.....	....	.....
$y_r=$	a_{r1}	a_{r2}	....	a_{rs}	....	a_{rn}
$y_m=$	a_{m1}	a_{m2}	....	a_{ms}	......	a_{mn}

Жорданнинг оддий чиқариш усулидаги мавжуд амалларни бажариб, қуйидагини ҳосил қиламиз. (бу ерда ишоралар алмаштирилади):

$$x_s=\frac{1}{a_{rs}}[a_{r1}+a_{r2}(-x_2)+\dots+(-y_r)+\dots+a_{rn}(-x_n)]$$

Топилган x_s нинг ҳамма қийматларини i индекси бўйича қолган барча тенгламаларга қўямиз:

$$y_i=a_{i1}(-x_1)+a_{i2}(-x_2)(-x_2)+\ldots+a_{is}\Big\{-\frac{1}{a_{rs}}[a_{r1}(-x_1)+$$

$$+a_{r2}(-x_2)+\ldots+1\cdot(-y_r)+\ldots a_{rn}(-x_n)]\Big\}+\ldots+$$

$$+a_{in}(-x_n)$$

Бундан, ўхшаш ҳадларни ихчамлаб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$y_i=(a_{i1}-\frac{a_{is}\cdot a_{rj}}{a_{rs}}(-x_1)+\left(a_{i2}-\frac{a_{is}\cdot a_{r2}}{a_{rs}}\right)(-x_2)+\ldots+$$

$$+\left(-\frac{a_{is}}{a_{rs}}\right)$$

$$(-y_r)+\ldots+\left(a_{a_{in}}-\frac{a_{is}\cdot a_{rn}}{a_{rs}}\right)\cdot(-x_n) \qquad (6)$$

Олдингидек,

$$b_{ij}=a_{ij}-\frac{a_{is}\cdot a_{rj}}{a_{rs}}=\frac{a_{ij}\cdot a_{rs}-a_{is}\cdot a_{rj}}{a_{rs}};\quad (i\neq r;\ j\neq s) \qquad (7)$$

деб олсак, у вақтда (5) ва (6) формулалардан фойдаланиб, системани қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$y_1=b_{11}(-x_1)+b_{12}(-x_2)+\ldots+(-\frac{a_{1s}}{a_{rs}})(-y_r)+$$

$$+\ldots+b_{1n}(-x_n),$$

$$y_i=b_{r1}(-x_1)+b_{i2}(-x_2)+\ldots+(-\frac{a_{is}}{a_{rs}})\times$$

$$\times(-y_r)+\ldots+b_{in}(-x_n),$$

$$x_s=b'_{s1}(-x_1)+b'_{s2}(-x_2)+\ldots+\frac{1}{a_{rs}}(-y_r)+\ldots+b'_{sn}(-x_n)$$

. . . .

$$y_n=b_m(-x_1)+b_{m2}(-x_2)+\ldots+\left(\frac{a_{ms}}{a_{rs}}\right)\times$$

$$\times(-y_r)+\ldots+b'_{mn}(-x_n)$$

(8) системага асосан ушбу 25-жадвални тузамиз:

25- жадвал

	$-x_1$	$-x_2$	.....	$-y_r$	.....	$-x_n$
y_1	b_{11}	b_{12}	....	$-\frac{a_{1s}}{a_{rs}}$	.....	b_{1n}
....	....	....	.....	....	.....	.....
y_i	b_{i1}	b_{i2}	.....	$\frac{a_{is}}{a_{rs}}$	....	b_{in}
....	....	.....	.....	.....	.....	.....
$x_s=$	$\frac{a_{r1}}{a_{rs}}$	$\frac{b_{r2}}{a_{rs}}$	.....	$\frac{1}{a_{rs}}$	.....	$\frac{a_{rn}}{a_{rs}}$
....	....	....	.....	.....	....	.....
$y_m=$	b_{m1}	b_{m2}	.....	$-\frac{a_{ms}}{a_{rs}}$	....	b_{mn}

Шундай қилиб, бир марта Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулини қўллаш учун қуйидаги қоидаларга риоя қилиш керак:

1. 1 ва 4 пунктлар ўзгаришсиз қолади.

2. Бош устундаги қолган ҳамма элементлар ҳал қилувчи элементга бўлинади, ишораси қарама-қаршисига алмаштирилади.

3. Бош қатордаги қолган ҳамма элементлар ҳал қилувчи элементга бўлинади, ишораси эса ўзгаришсиз қолади.

4. Тенгламалар системасини ечишда Жордан-Гаусс алмаштиришлари.

Ушбу

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_n = a_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = a_2, \\ \dots\dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = a_m \end{cases} \qquad (1)$$

Тенгламалар системаси берилган бўлсин:

Агар бу система фақат битта ечимга эга бўлса, у биргаликда, битта ҳам ечимга эга бўлмаса, бу система биргаликда эмас, дейилади.

Чизиқли тенгламалар системасини Жордан-Гаусс усули ёрдамида ечишнинг ҳар хил усуллари мавжуд.

1-усул. Олдин m номаълумли n та тенглама системаси берилган бўлсин:

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ \ldots\ +a_{1n}x_n=a_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ \ldots\ a_{2n}x_n=a_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\ \ldots\ +a_{nn}x_n=a_n \end{cases}$$

(1) тенгламалар системасини қуйидаги 26- жадвал кўринишида ёзиб оламиз. Бу жадвалнинг чап бош устунига озод ҳадлар, юқоридаги қаторга эса номаълумлар ёзилади.

26- жадвалдаги a_i ва a_{ij} лар маълум сонлардир.

26- жадвал

	x_1	x_2	....	x_n
a_1 –	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
a_2 –	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...
a_n –	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nn}

27- жадвал

	a_1	a_2	....	a_n
x_1 –	b_{11}	b_{12}	...	b_{in}
x_2 –	b_{21}	b_{22}	...	b_{2n}
...	...	...	...	...
x_n –	b_{n1}	b_{n2}	...	b_{nn}

26- жадвалда Жорданнинг оддий чиқариш қоидаларини мос равишда кетма-кет қўллаб, 27- жадвалга эга бўламиз. 27- жадвалда ҳам x лар чап бош устунга, уларнинг ўрнига эса озод ҳадлар ўтказилади. Агар системаларнинг ранги $r=n$ бўлса, уларни аниқланган системалар деб юритилади ва у ягона ечимга эга бўлади. Бу жадвалдан x ларнинг ечими қуйидагича ўқилади:

$$x_1=a_1\cdot b_{11}+a_2\cdot b_{12}+\ \ldots\ +a_n\cdot b_{1n},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_n=a_1b_{n1}+a_2\cdot b_{n2}+\ \ldots\ a_nb_{nn}$$

Мисол. Қуйидаги система берилган бўлсин:

$$\begin{aligned} 2x_1-x_2+x_3&=3\zeta \\ x_1+3x_2-2x_3&=1, \\ 0x_1+x_2+2x_3&=8 \end{aligned}$$

Бу системадан бошлангич жадвални тузамиз ва Жорданнинг оддий чиқариш усулини кетма-кет қўллаб, қуйидаги (28—29) жадвалларни келтириб чиқарамиз. Бу ерда ҳал қилувчи элементни танлашда нолдан фарқ қиладиган ҳар қандай сон олиниши мумкин. 28- жадвалдан (3 ва x_2) ларга нисбатан оддий Жордан чиқариш усулини қўллаб, 29-жадвални, 29-жадвалдан эса (1 ва x_1) ларга нисбатан оддий Жордан чиқаришни қўлланиб, 30- жадвални ҳосил қиламиз.

28- жадвал

	x_1	x_2	x_3
3-	2	—1	1
1-	1	3	—2
8-	0	1	2

29- жадвал

	x_1	x_2	3
x_3-	—2	1	1
1-	5	1	—2
8-	—4	3	2

30- жадвал

	x_1	1	3
x_3-	—7	1	2
x_2-	—5	1	2
8-	—19	3	8

30- жадвалдан эса (8 ва x_1) ларга нисбатан иш кўриб 31- жадвални тузамиз:

31- жадвал

	8	1	3
x_3	$\frac{7}{19}$	$-\frac{2}{19}$	$\frac{1}{19}$
x_2	$\frac{5}{19}$	$\frac{4}{19}$	$-\frac{2}{19}$
x_1	$-\frac{1}{19}$	$\frac{3}{19}$	$\frac{8}{19}$

31- жадвалдан номаълумларни тартиб билан жойлаштириб, уларнинг ягона қийматини топамиз:

$$x_1 = -\frac{1}{19}8 + \frac{+3}{19}\cdot 1 + \frac{+8}{19}\cdot 3 = 1\,,$$

$$x_2 = 8\frac{5}{19} + 1\cdot\frac{4}{19} - 3\cdot\frac{2}{19} = 2\,,$$

$$x_3 = 8\cdot\frac{7}{19} - 1\frac{2}{19} + 3\cdot\frac{1}{19} = 3\,.$$

Демак номаълумларнинг ягона қийматлари $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$ бўлади.

2-усул. Бу усулда системаларни ечиш учун (1) системани олиб, уни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n - a_1 &= 0\,, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n - a_2 &= 0\,, \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 \dots a_{nn}x_n - a_n &= 0\,. \end{aligned} \tag{3}$$

(3) системадан қуйидаги жадвални тузамиз, бу жадвалнинг чап бош устунига нолларни қўямиз ва озод ҳадлар учун махсус қўшимча устун қўшиб, уни қуйидагича ёзамиз

32- жадвал

	x_1	x_2	.....	x_n	1
0–	a_{11}	a_{12}	......	a_{1n}	a_1
0–	a_{21}	a_{22}	......	a_{2n}	a_2
......	.....	......	......	......	....
0–	a_{n1}	a_{n2}	......	a_{nn}	a_n

32- жадвал матрицасининг ранги $r = n$ бўлса, n — марта Жордан алмаштиришларини қўллаб, 33- жадвални ҳосил қиламиз. Бу ерда шунга эътибор бериш керакки, ҳар бир янги жадвалга кўчганда ноль устун ташлаб кетилади. Охирги жадвалда эса тўгридан-тўгри номаълумларнинг қийматларини ёзиб олиш мумкин. Чунки 33- жадвалда ёзиб олиш билан ҳеч қандай ўзгариш содир бўлмайди:

33- жадвал

	0	0	.....	0	1
$x_1=$	b_{11}	b_{12}	.....	b_{1n}	b_1
$x_2=$		b_{21}	.....	b_{2n}	b_2
....	.....	.....	.....	.....	......
$x_n=$	.....	.....	.....	b_{nn}	b_n

$x_i = 0 \cdot b_{11}, + 0 \cdot b_{12} + \dots + 0 \cdot b_{in} + b_i$ ва ҳақазо

Мисол. Юқоридаги мисолни олиб текширамиз. Бунинг учун системани қуйидагича ёзиб оламиз:

$$\begin{aligned} 0 &= 2x_1 - x_2 + x_3 - 3 \\ 0 &= x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 1, \\ 0 &= 0x_1 + x_2 + 2x_3 - 8. \end{aligned}$$

Бунда эса 34- Жордан жадвалини тузамиз ва юқорида айтилганларни кетма-кет қўллаб, янги жадвалларга эга бўламиз. Ҳар бир оддий Жордан чиқариш усулини қўллаганда албатта 0 устун ташлаб кетилиши лозим.

34- жадвал

	x_1	x_2	x_3	1
0=	2	—1	1	—3
0=	1	3	—2	—1
0=	0	1	2	—8

35- жадвал

	x_1	x_2	0	1
$x_3=$	—2	1	1	3
0=	5	1	—2	—7
0=	—4	3	2	—2

36- жадвал

	x_1	0	1
$x_3 =$	-7	1	10
$x_2 =$	-5	2	7
$0 =$	-19	3	19

37- жадвал

	0	1
$x_3 =$	$+\frac{7}{19}$	3
$x_2 =$	$\frac{5}{19}$	2
$x_1 =$	$-\frac{1}{19}$	1

37- жадвалдан номаълумларнинг кийматларини тўгридан-тўгри ёзиб оламиз:

$$x_1 = 1,\ x_2 = 2,\ x_3 = 3.$$

3- усул. Бу усул иккинчи усулдагидек баён қилинади. Бунда 38- жадвалдан фойдаланамиз:

38- жадвал

	x_1	x_2	....	x_n	1
$0 =$	a_{11}	a_{12}	.....	a_{1n}	$-a_1$
$0 =$	a_{21}	a_{22}	.....	a_{2n}	$-a_2$
:					
$0 =$	a_{n1}	a_{n2}	.....	a_{nn}	$-a_n$

38- жадвалдан, бир марта Жордан оддий чиқариш усулини қўллаб 39- жадвалга келамиз:

39- жадвал

	0	x_2	.....	x_n	1
$x_1 =$	b_{11}	b_{12}	.....	b_{1n}	b_1
$0 =$	b_{21}	b_{22}	.....	b_{2n}	b_2
:	.....	....	.....	.....	.....
$0 =$	b_{n1}	b_{n2}	.....	b_{nn}	b_n

39- жадвалда ноль устунни ташлаб, номаълум қатнашган қаторни ёзиб оламиз:

$$x_1 = 0,\ b_{11} + b_{12}.\ x_2 + \ldots + b_{1n} \cdot x_n + 1 \cdot b_1.$$

Худди шу йўл билан кетма-кет алмаштиришларни қўллаб (ҳар сафар ноль устун ташлаб кетилади), номаълум қатнашган қатор ёзиб олинади, натижада энг охирги номаълум $x_n = bn$ эканлигини кўрамиз. Номаълумнинг бу қийматини юқоридагиларга кетма-кет қўйиш йўли билан бошқа номаълумларнинг қийматлари топилади.

Мисол: Системани ечинг:

$$2_{x_1} - x_2 - x_3 = 3\,,$$
$$x_1 - 3_{x_2} - 2x_3 = 1\,,$$
$$0\,x_1 + x_2 + 2x_3 = 8\,.$$

Бу системага юқорида айтилганларни қўллаб, 40- жадвални тузамиз. 40- жадвалда (0 ва x_3) ларга нисбатан оддий Жордан чиқариш усулини қўллаб, 41- жадвални ҳосил қиламиз:

40- жадвал

	x_1	x_2	x_3	1
0=	2	−1	1	−3
0=	1	3	−2	−1
0=	0	1	1	−8

41- жадвал

	x_1	x_2	0	1
x_3=	−2	1	1	3
0=	5	1	−2	−7
0=	−4	3	2	−2

Ундан $x_3 = -2x_1 + x_2 + 3$ ни ёзамиз ва қолганларидан 42- жадвални тўлдирамиз. Юқоридагиларни қўллаб, 43- жадвалга келамиз:

42- жадвал

	x_1	x_2	1
0=	5	1	−7
0=	−4	3	−2

43- жадвал

	x_1	0	1
x_2	−5	1	7
0=	−19	3	19

Бундан эса $x_2 = -5x_1 + 7$ ни ёзиб оламиз ва кейинги 44- жадвални тузамиз.

Натижада 45- жадвалда $x_1 = 1$ бўлади. x_1 нинг бу қийматини юқоридаги $x_2 = -5x_1 + 7$ га қўйиб,

44- жадвал

	x_1	1
0	-19	19

45- жадвал

	0	1
x_1	$-\frac{1}{19}$	1

$x_2 = 2$ ни ва шу йўл билан $x_3 = -2x_1 + x_2 + 3$ га қўйиб $x_3 = 3$ ни топамиз.

5. СИМПЛЕКС УСУЛИНИНГ АЛГОРИТМИ

а) Масаланинг қўйилиши

Ушбу

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \tag{1}$$

мақсад функциясининг максимум киймати $(m > n)$

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leqslant a_i$$

ёки

$$y_i = -a_{i1}x_1 - a_{i2}x_2 - \dots - a_{in}x_n + a_i \geqslant 0. \tag{2}$$

бу ерда: $x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0,\ \dots\ x_n \geqslant 0$ (3)

шартларда топилсин. Бошқача қилиб айтганда (2) системадаги $x_i\ (i = \overline{1, n})$ номаълумларнинг шундай манфиймас кийматларини топиш керакки, натижада (1) мақсад функцияси ўзининг энг катта кийматига эга бўлсин. Симплекс усули тўғрисида айрим мулоҳазалар юқорида айтиб ўтилган, шунинг учун тўғридан-тўғри, масаланинг таянч ва мақбул ечимини топиш гоясини тушунтирамиз.

б) Масаланинг таянч ечимини топишда симплекс усули (2) система ва (1) мақсад функциясини қуйидаги жадвалга жойлаштирамиз:

46- жадвал

	$-x_1$	$-x_2$	....	x_n	1
$y_1=$	a11	a_{12}	....	a_{1n}	a_1
$y_2=$	a_{21}	a_{22}	....	a_{2n}	a_2
...	...	....	....	.....	.....
$y_m=$	a_{m1}	a_{m2}	....	a_{mn}	a_m
z	$-c_1$	$-c_2$	...	$-c_n$	0

Агар система матрицасининг ранги $r = n$ бўлса, у вақтда n — марта Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулини қўллаб қуйидаги жадвалга эга бўламиз, бунда $m > n$.

47- жадвал

	$-y_1$	$-y_2$	......	$-y_n$	1
$x_1 =$ $x_2 =$ $x_n =$	b_{11} b_{21} b_{n1}	b_{12} b_{22} b_{n2}	....	b_{1n} b_{2n} b_{nn}	b_1 b_2 b_n
$y_{n+1} =$ .... $y_m =$	$b_{n+1;\,1}$ .... b_{m1}	$b_{n+1;\,2}$ .... b_{m2}	....	$b_{n+1;\,n}$ .... b_{mn}	b_{n+1} .... b_m
z	q_1	q_2	.....	q_n	Q

Бу ерда ҳал қилувчи элемент сифатида нолдан ташқари исталган сонни олиш мумкин. 47- жадвалдан номаълум (x_1, x_2, ... x_n) ларнинг қийматларини ёзиб оламиз:

$$x_1 = -b_{11}y_1 - b_{12}y_2 - \dots - b_{1n}y_n + b_1;$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$x_n = -b_{n1}y_1 - b_{n2}y_2 - \dots - b_{nn}y_n + b_n.$$

47- жадвалнинг иккинчи қисмидан 48- жадвални ҳосил қиламиз:

48- жадвал

	$-y_1$	$-y_2$	......	$-y_n$	1
$y_{n+1} =$ .... $y_m =$	$b_{n+1;\,1}$ .... b_{m1}	$b_{n+1;\,2}$ .... b_{m2}	....	$b_{n+1;\,n}$ .... b_{mn}	b_{n+1} .... b_m
Z	q_1	q_2	.....	q_n	Q

Бу жадвалда. ($y_1 \geqslant 0, \ y_2 \geqslant 0, \dots, \ y_n \geqslant 0$) шартлар бажарилса,

$$z = -q_1y_1 - q_2y_2 - \dots - q_ny_n + Q \tag{1}$$

мақсад функциясининг максимум қиймати қуйидаги

$$y_i = -b_{i1}y_1 - b_{i2}y_2 - \dots - b_{in}y_n + b_i \geqslant 0.$$
$$(i = n+1, n+2, \dots, m) \tag{2'}$$

$$y_1 \geqslant 0; \ y_2 \geqslant 0; \dots; \ y_n \geqslant 0 \tag{3'}$$

шартларда топилишини кўриб ўтайлик. Бу ерда қуйидаги икки ҳолни текширамиз:

1) Ҳамма озод ҳадлар мусбат бўлсин.

Агар $b_{n+1} \geqslant 0$; $b_{n+2} \geqslant 0$; $b_{n1} \geqslant 0$, $y_1 = 0$; $y_2 = 0$; ... $y_n = 0$. $y_{n+1} = b_{n+1}$; $y_{n+2} = b_{n+2}$; ... $y_m = b_m$ бўлса, у вақтда мақсад функцияси $Z_{\max} = Q$ бўлади.

2) Озод ҳадлар устунидаги сонлардан биттаси ёки бир нечтаси манфий ишорали сон бўлса, у вақтда қўйилган масаланинг таянч ечимини қуйидагича излаймиз. Шу озод ҳадлар устунида манфий сонларнинг исталганини (b_i $i = 1, 2, \dots m$) оламиз. Агар шу манфий сон қатнашган (y_i $i = n+1, 1 \dots m$) қатордаги номаълумларнинг коэффициентлари (b_i, $i = n+1, 1 \dots m$) мусбат ишорали бўлса, у вақтда қўйилган масала ечимга эга бўлмайди. Акс ҳолда шу номаълумларнинг (b_i; $i = n+1; 1; n+1; 2 + \dots + m$) коэффициентларидан ҳеч бўлмаганда биттаси манфий ишорали бўлса, у вақтда шу манфий ишорали сонни вақтинча ҳал қилувчи элемент деб оламиз. Бу элемент турган устун бош устун бўлади.

Бош қаторни топиш учун озод ҳадлар устунидаги ҳамма сонларни бош устундаги мос келган сонларга (агар уларнинг ишоралари бир хил бўлса) бўламиз. Шу бўлинган сонларда энг кичиги қатнашган қатор бош қатор (агар бундай сонлар бир нечта бўлса), улардан исталган бири олинади, деб танлаймиз. Бош қатор ва бош устуннинг кесишган жойидаги сон ҳал қилувчи элемент деб олинади. Натижада Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулини қўллаб, янги жадвалларни тўлдирамиз. Бу жараён озод ҳадлар устунидаги сонларнинг ҳаммаси мусбат бўлгунча давом этади, акс ҳолда эса юқоридаги жараён такрорланаверади.

Мисол. Қуйидаги системанинг таянч ечими топилсин:

$$y_1 = -x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 1 \geqslant 0,$$
$$y_2 = -3x_1 - 4x_3 + 2 \geqslant 0,$$
$$y_3 = -3x_1 - x_2 + 4 \geqslant 0,$$
$$x_1 \geqslant 0;\ x_2 \geqslant 0;\ x_3 \geqslant 0.$$

Бу тенгламалар системасидан қуйидаги жадвални тузамиз:

49- жадвал

	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	1
$\to y_1 =$	1	-2	3	-1
$y_2 =$	3	0	4	2
$y_3 =$	3	1	0	4

49- жадвалда озод ҳадлар устунидаги сонлар $(-1, 2, 4)$ ичида манфий ишорали (-1) сони мавжуд. Шунинг учун ҳам берилган системанинг таянч ечимини топамиз. Демак, шу манфий сон турган қаторни қараймиз. Агарда шу қаторда манфий ишорали сон бўлса, у вақтда қўйилган мисол ечимга эга бўлади. Акс ҳолда у ечимга эга бўлмайди. Берилган мисолда бу сон (-2) дир. Шу (-2) турган устун бош устун бўлади ва уни стрелка билан белгилаб қўямиз. Энди бош қаторни топамиз. Бунинг учун озод ҳадлар устунидаги сонларни, бош устундаги мос келган сонларга бўламиз, яъни $\left(\frac{-1}{-2}; \frac{4}{1}\right)$ уларнинг ишораси бир хил бўлади. Ана шу нисбатлар ичидаги энг кичик сонни танлаймиз.

$\frac{1}{2} = 0{,}5;\ \frac{4}{1} = 4$ лардан биринчиси 0,5 дир. Демак, бу сон турган қатор бош қатор деб юритилади. Натижада бош устун (x_2) ва бош қатор (y_1) лар кесишган элемент (-2) ҳал қилувчи элемент деб юритилади ва у тўртбурчак ичига олинади. Шундан кейин Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулини қўллаб янги жадвални тузамиз.

50- жадвал

	$-x_1$	$-y_1$	$-x_3$	1
$x_2 =$	-1/2	-1/2	-3/2	+1/2
$y_2 =$	3	0	4	2
$y_3 =$	7/2	+1/2	3/2	7/2

50- жадвалдан кўрамизки, озод ҳадлар устунида манфий ишорали сон қолмади. Биз шу билан унинг таянч ечимини топамиз:

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{1}{2}; x_3 = 0 \text{ ва } y_1 = 0; y_2 = 2; y_3 = \frac{7}{2}.$$

Агар озод ҳадлар устунида манфий ишорали сон бўлганда эди, биз юқоридаги жараённи давом эттирган бўлар эдик. Аммо бу ерда бундай соннинг йўқлиги туфайли мисолнинг таянч ечими топилган деб ҳисоблаймиз ва масаланинг мақбул ечимини излаймиз.

в/ Масаланинг мақбул ечимини симплекс усулида топиш. Мақсад функцияси (1) нинг чегаравий ва манфий бўлмаслик шартлари (2, 3) мавжуд бўлиб, уларнинг таянч ечими юқоридагидек топилган деб, б) пунктдаги 48- жадвални қараймиз. Бу жадвалда масаланинг мақбул ечимини топиш учун қуйидаги икки ҳолат мавжуд бўлади:

I. Z — қаторидаги ҳамма номаълумларнинг коэффициентлари мусбат бўлсин. Айтайлик, Z қаторидаги $y_1, y_2, \ldots y_n$ номаълумларнинг коэффициентлари $q_1 \geqslant 0$; $q_2 \geqslant 0$; ... $q_n \geqslant 0$ ва номаълумларнинг қийматлари $y_1 = 0$; $y_2 = 0$ ...; $y_n = 0$; $y_{n+1} = b_{n+1}$; $y_{n+2} = b_{n+2}$ ... $y_m = b_m$ бўлса, қўйилган масаланинг мақбул ечимига эга бўламиз, яъни $Z_{\max} = 0$ бўлади.

II. Z — юқоридаги номаълумларнинг коэффициентларидан биттаси ёки бир нечтаси манфий бўлганда хал қилувчи элементни танлашда қуйидаги муносабатлар амалга ошиши мумкин. (Бу ерда масаланинг максимум қийматини топиш устида сўз юритилади).

1) Z қаторидаги номаълум ($y_1, y_2, \ldots, y_n$) ларнинг коэффициентлари $q_1, q_2, \ldots, q_n$ дан бирортаси манфий ишорали сон бўлса, шу манфий ишорали сон турган устун бош устун бўлади. Агар бундай манфий сонлар бир нечта бўлса, у вақтда бош устун учун манфий сонлар мутлақ қийматининг энг каттаси олинади. Бу сонлар ичида, улардан бир нечтаси бир-бирига тенг бўлса, у вақтда улардан хоҳлаган бири олиниб, бош устун учун танланади.

2) Бош қаторни танлаш озод ҳадлар устунидаги ҳамма сонларни (агар уларнинг ишораси бир хил бўлса) бош устундаги мос келган сонларга бўлиб, улардан энг кичиги танланади. Бундай кичик сонлар бир нечта бўлса, улардан хоҳлаган бирини олиб, бош қатор тарзида ёзилади.

3) Бош устун ва бош қаторнинг кесишган нуқтасидаги сон ҳал килувчи элемент бўлади.

4) Янги жадвалдаги ҳамма сонлар Жорданнинг модификацияланган чиқариш усули ёрдамида топилади.

5) Бу жараён қатордаги ҳамма номаълумларнинг коэффициентлари мусбат (+) бўлгунча давом этади.

Қуйидаги масалани симплекс усули ёрдамида ечамиз.

1- *масала.* Қуйидаги жадвалда келтирилган иқтисодий кўрсаткичлар бўйича мавжуд 800 га майдонга буғдой ва картошка экилишининг мақбул вариантини топингки, у хўжаликка максимум фойда келтирсин. Дастлабки маълумотлар 51- жадвалда берилган.

51- жадвал

Ишлаб чиқариш ресурслари	1 га майдонни экиш учун кетган ҳаражат		Ресурслар ҳажми
	буғдой	картошка	
1. Механизациялашган меҳнат (трактор — смена)	0,6	4,6	10 000
2. Қўл меҳнати / киши куни	2	22	50 000
3. Ҳосилдорлик (ц/га)	20	100	—
4. Соф даромад (1ц — сўм ҳисобида	4	3	—

Бу масалани ечишга киришишдан олдин, 1 ц ҳосил етиштириш учун кетган ҳаражатларни топишимиз керак. Бунинг учун ҳар бир гектар майдонни, ундан олинадиган ҳосилдорликка, худди шунингдек, трактор-смена ва киши — куни ресурсларини ҳам ҳосилдорликка бўлиб, ҳисоблаш натижаларини 52- жадвалда акс эттирамиз.

52- жадвал

Ишлаб чиқариш ресурслари	1 га майдонни экиш учун кетган харажат	1 ц ҳосил етиштириш учун сарфланадиган харажат	Ресурсләр ҳажми
	буғдой	картошка	
Экин майдони (га)	0,05	0,01	8 000
Механизациялашган меҳнат (трактор-смена)	0,03	0,046	10 000
Қўл меҳнати (киши-куни)	0,1	0,22	50 000
Соф даромад (1 ц — сўм ҳисобида)	4	3	—

52- жадвалдаги маълумотлар асосида масаланинг математик моделини тузамиз. Бунинг учун етиштирилиши керак бўлган буғдой миқдорини (ц) x_1 билан, картошка етиштиришни эса x_2 билан белгилаб ушбу системага эга бўламиз:

$$\begin{aligned} 0{,}05x_1 + 0{,}01x_2 &\leqslant 8000 \\ 0{,}03x_1 + 0{,}046x_2 &\leqslant 10\,000 \qquad (1) \\ 0{,}1x_1 + 0{,}22x_2 &\leqslant 50\,000 \\ Z = 4x_1 + 3x_2 &\to \max \qquad (2) \end{aligned}$$

Бунда (1) тенгсизликлар системаси ишлаб чиқариш ресурсларидан фойдаланишни, (2) эса мақсад функциясини ифодалайди.

Қулайлик учун (1) тенгсизликлар системасини мос равишда 100, 500, 50 сонларига кўпайтириб, бутун сонларга келтирамиз:

$$\begin{aligned} 5x_1 + x_2 &\leqslant 8\,00\,000 \\ 15x_2 + 23x_2 &\leqslant 5\,000\,000 \\ 5x_1 + 11x_2 &\leqslant 2\,500\,000 \qquad (3) \end{aligned}$$

Бу тенгсизликлар системасига қўшимча номаълумлар киритиб уни тенгламалар системасига айлантирамиз.

$$\begin{aligned} 5x_1 + x_2 + y_1 &= 800\,000 \\ 15x_1 + 23x_2 + y_2 &= 5\,000\,000 \\ 5x_1 + 11x_2 + y_3 &= 2\,500\,000 \qquad (4) \end{aligned}$$

Ҳосил бўлган бу тенгламалардаги y_1, y_2, y_3 ларни асосий номаълумлар деб, тенгламалар системасидан шу асосий номаълумларни топсак, (4) ушбу кўринишни олади:

$$\begin{aligned} y_1 &= 800\,000 - (5x_1 + x_2), \\ y_2 &= 5\,000\,000 - (15x_1 + 23x_2), \\ y_3 &= 2\,500\,000 - (5x_1 + 11x_2), \\ Z &= 0 - (-4x_1 - 3x_2). \end{aligned} \qquad (5)$$

Масалани ҳал қилиш учун тузилган тенгламалар системаси ва чизиқли функция кўрсаткичлари асосида бошлангич жадвални тўлдирамиз:

53- жадвал

Асосий номаълумлар	Озод ҳадлар	Асосий бўлмаган номаълумлар	
		$-x_1$	$-x_2$
$y1$	800 000	5	1
y_2	5 000 000	15	23
$y3$	2 500 000	5	11
Z	0	-4	-3

Бу жадвалдан навбатдаги жадвалга ўтиш учун бош устун ҳамда бош қатор ва ҳал қилувчи элементларни аниқлаймиз. Бунда энг аввало бош устунни топиш учун номаълумлар олдидаги манфий коэффициентлар мутлақ қийматининг энг каттасини аниқлаймиз:

$$|-4| = 4; \ |-3| = 3.$$

Бунда x_2 қатнашган устун бош устун бўлади, сўнгра бош қаторини шу устундаги сонларга озод ҳадларни бўлиб (уларнинг ҳам иккаласи ҳам мусбат ёки манфий бўлса), улар орасидаги энг кичигини танлаб оламиз:

$$\left(\frac{800000}{5}; \ \frac{5000000}{5}; \ \frac{2500000}{5}\right) = 160000; \ 1000000; \ 500000).$$

Бизнинг мисолда y_1 қатнашган қатор (160000) бош қатор бўлади. Бош устун ва бош қаторнинг кесишган жойидаги рақам, 5 эса ҳал қилувчи элемент бўлади.

Қолган ҳамма элементларни илгаригидек топамиз. Бажарилаётган жараённи Z қатордаги номаълумлар коэффициентлари мусбат бўлгунча давом эттирамиз.

54- жадвал

Асосий номаълумлар	Озод ҳадлар	Асосий бўлмаган номаълумлар	
		$-y_1$	$-x_2$
x_1	160 000	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$
$y2$	2 600 000	3	20
y_3	1 700 000	−1	10
Z	640 000	$\frac{4}{5}$	$-\frac{11}{5}$

Бу жадвал кўрсаткичлари мақбул ечимга эга бўлмайди. Чунки тўртинчи қатордаги номаълум x_2 олдидаги коэффициент манфий ишорага эга. Шунинг учун юқоридаги жараённи давом эттириб, 55- жадвални тузамиз:

55- жадвал

Асосий номаълумлар	Озод ҳадлар	Асосий бўлмаган номаълумлар	
		y_1	y_2
x_1	134 000	$\frac{17}{5}$	$-\frac{1}{100}$
x_2	130 000	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{20}$
x_3	8 000 000	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
Z	926 000	$\frac{24}{125}$	$\frac{11}{100}$

Бу жадвалда функция қаторидаги кўрсаткичларнинг ишоралари мусбат. Демак, изланган функциянинг қиймати максимум бўлиб, масала ечими максимум соф даромад 926000 сўмни ташқил этишини кўрсатади.

Бунинг учун бугдойдан $x_1 = 134000$ ц, картошкадан эса $x_2 = 130000$ ц етиштирилиши керак.

Юқоридаги хулосанинг тўгрилигига ишонч ҳосил қилиш учун номаълумларнинг қийматлари функцияни қаноатлантиришини текширамиз:

$$Z = 4x_1 + 3x_2 = 4 \cdot 134000 + 3 \cdot 130000 =$$
$$= 536000 + 390000 = 926000 \text{ сўм.}$$

Бундай кўрсаткичга эришиш учун қанча майдонга буғдой ва қанча майдонга картошка экиш кераклигини аниқлаш лозим. Бунинг учун етиштирилиши лозим бўлган картошка ва буғдой миқдорини ҳар бир гектардан олиниши мумкин бўлган ҳосилдорликка бўлиш керак:

1) буғдой учун $\frac{134000}{20} = 6700$ га ;

2) картошка учун $\frac{130000}{1000} + 1300$ га ;

Шундай қилиб, хўжаликда мавжуд 8000 га майдоннинг, 6700 гектарига буғдой, 1300 гектарига эса картошка экиш керак экан. Шу ҳолда бу экинлардан олинадиган соф даромад максимум қийматга эришади.

г) *Аралаш системаларни симплекс усулида ечиш.*

Қуйидаги тенгсизликлар ва тенгламалар системаси берилган бўлсин:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n \leqslant a_i.$$

$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$

$$a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kn}x_n = a_k.$$

$$(i = 1, r, \dots r;\ k = r + 1, r + 2, \dots m) \qquad (1)$$

Бундай ҳолларда тенгсизликлар системасини

$$y_i = -a_{i1} \cdot x_1 - a_{i2}x_2 - \dots - a_{in}x_n + a_i$$

кўринишда ёзамиз. Шу билан бирга $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ функция ҳам берилган бўлсин. Шуларга асосан қуйидаги жадвални тузамиз:

56- жадвал

	$-x_1$	$-x_2$	....	x_n	1
$y_1=$	a_{11}	a_{12}	....	a_{1n}	a_1
$y_r=$	a_{r1}	a_{r2}	....	a_{rn}	a_r
$0=$	$a_{r+1,1}$	$a_{r+1;2}$	....	$a_{r+1;n}$	a_{r+1}
$0=$	a_{m1}	a_{m2}	....	a_{mn}	a_m
Z	$-C_1$	$-C_2$	....	$-C_n$	0

Бу жадвал кўринишидаги масалаларни ечишда аввало уларнинг нолларга тенглаштирилган тенгламаларини Жордан-Гаусснинг 2-усулини эътиборга олиб, Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулининг қўлланишини масаланинг мақбул ечимига эришгунча давом эттириш керак.

д) *Чизиқли программалаш масаласининг минимум қийматини топишда симплекс усули.*

Масала ечимининг минимум қийматини топишда (1) мақсад функциясини — Z билан алмаштирамиз.

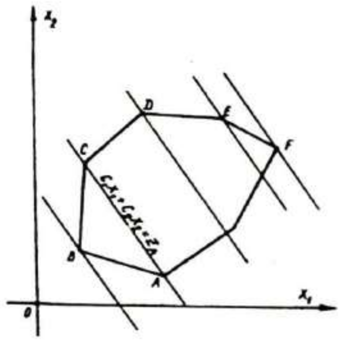
$$Z = -Z = -c_1x_1 - c_2x_2 - \ldots - c_nx_n$$

Уни бошқача айтиш ҳам мумкин: бир функциянинг максимуми иккинчи функциянинг минимумига тенг, яъни

$Z_{max} = Z_{min}$.

Масаланинг мақбул ечимини илгаригидек топаверамиз:

е) *Симплекс усулининг геометрик тасвири.* Хусусий ҳолда симплекс алмаштириш мақсад функциясининг камайиши ёки ўсишига қараб, кўпбурчакда ўзаро қўшни бурчак нуқталарининг ҳаракат тасвиридан иборат бўлади (26-расм).



26-расм. Симплекс усулининг график тасвири

Берилган тенгсизликлар кўпбурчакнинг бирор қиррасини ифодаласа ва мақсад функцияси $Z = c_1x_1 + c_2x_2$ нинг максимум қийматини топиш талаб этилса, улар ўзаро қўшни бурчак деб аталади ва унинг n-та ечими берилган кўпбурчакда тасвирланади (26-расм).

Айтайлик, чегаравий шартдаги системаларни шундай кетма-кет алмаштирайликки, унинг таянч нуқтаси топилсин ва у кўпбурчакнинг А нуқтасига тушсин. У вақтда тўғри чизиқ $c_1x_1 + c_2x_2 = \mathrm{const}$ кўпбурчакнинг А нуқтасидан ўтади ва функция $Z(A)$ қийматига эга бўлади.

Агар $Q_{oj}(Z_j - Q_j)$ вектор тўғри чизиқ $c_1x_1 + c_2x_2 = \mathrm{const}$ ни ифодалаб, у кўпбурчакдаги Q нуқтадан ўтса, Z функция $Z(Q)$ қийматига эга бўлади.

Натижада кетма-кет тўғри чизиқларни параллел ўтказиш натижасида чизиқли мақсад функцияси $Z(F)$ қийматига эга бўлади. Функциянинг бу $Z(F)$ қиймати берилган кўпбурчакда қўйилган масаланинг мақбул ечими ёки максимум қиймати деб аталади.

Шундай қилиб, қўйилган масаланинг мақбул (максимум қийматини топиш учун, кетма-кет симплекс алмаштиришлар усулидан фойдаланиб, бошлангич таянч ечимини аниқлаб, уни мақбул ечими топилгунча давом эттирамиз ёки тўғри чизиқ $c_1x_1 + c_2x_2 = \mathrm{const}$ йўналишда ҳаракатлантириб, бошлангич ечимидан мақбул) ечимигача эришамиз.

Чизиқли программалашнинг масалаларини ечишда, яъни уларнинг мақбул ечимини ва мақсад функциясининг экстремум қийматларини топишда Симплекс усули қўлланилади.

Бу усул универсал усул деб ҳисобланилади. Чунки у масала шартида берилган ҳар хил ўлчов бирликларини (т) км, киши-куни, станок-соат, трактор-смена, баҳо ва ҳоказоларни бир хил ўлчов бирлигига келтиришни талаб этмайди. Чунки бу бирликларни бир хил ўлчов бирлигига келтириш жуда мураккабдир. Шунинг учун ҳам у масалада қандай қўйилган бўлса, шундай ёзилади.

Кейинги вақтларда чизиқли программалашнинг асосий усуллари халқ хўжалиги ва қишлоқ хўжалигига оид кўпгина масалаларни ечишда, қишлоқ хўжалигини мақбул жойлаштириш ва ихтисослаштириш, чорвачилик комплексларида озуқа рационларини топиш, машина-трактор паркидан унумли фойдаланиш; минерал ўгитлардан самарали фойдаланиш ва бошқа соҳаларда қўлланилмоқда.

6. ЧИЗИҚЛИ ПРОГРАММАЛАШ МАСАЛАСИНИ ЕЧИШДА СУНЪИЙ БАЗИС УСУЛИ (М-УСУЛ)

Маълумки, чизиқли программалаш чекланишлари m-та тенгламалар системасидан иборат бўлиб, ундаги озод ҳадларнинг манфий бўлмаслик шартларида, у бирлик матрицага эга бўлиб, симплекс усули ёрдамида мақбул ечими топилар эди. Агарда чизиқли программалаш масалалари $AX \leqslant A_0$ кўринишида бўлиб, $A_0 \geqslant 0$ бўлса, у вақтда система чекланишлари ҳамма вақт ҳам бирлик матрица кўринишида бўлавермайди. Бундай ҳолларда масалаларни ечиш учун сунъий базис усули қўлланилади. Чизиқли программалашнинг умумий масаласини қарайлик:

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \tag{1}$$

мақсад функциянинг минимум қиймати қуйидаги

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... \quad a_{1n}x_n &= a_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n &= a_2. \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ &\cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n &= a_m. \end{aligned} \tag{2}$$

$$x_j \geqslant 0. \ (j = 1, 2, ... n) \tag{3}$$

шартлардан топилсин.

Бу ерда $a_i \geqslant 0$ $(i = 1, 2 ... m)$ ва (2) тенгламалар системаси матрицаси бирлик матрица эмас. Бирлик матрица ҳосил қилиш учун (2) системадаги ҳарбир тенгламага қўшимча номаълумлар киритамиз. Умумий ҳолда $x_{n+i} \geqslant 0$ ни қўшамиз ва бу ўзгарувчиларни сунъий ўзгарувчилар деб юритамиз. Умумий ҳолда уларни $x_{n+1}, + x_{n+2}; ... x_{n+m};$ деб белгилаймиз. Энди

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n + Mx_{n+1} + Mx_{n+2}, ..., Mx_{n+m} \tag{1}$$

кенгайтирилган мақсад функциясининг минимум қийматини қуйидаги

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n + x_{n+1} &+ a_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n + x_{n+2} &= a_2 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ &\cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n + x_{n+m} &= a_m. \end{aligned}$$

$$x_j \geqslant 0. \ (j = 1, 2, ... (n+m) \tag{3}$$

шартларда топамиз.

Бу ерда M исталганча катта мусбат сон. Агар масала ечимининг минимум қийматини топиш талаб этилса, у вақтда мусбат M сонини мақсад функциясига қўшамиз, аксинча, масаланинг шарти максимум қийматни топишни талаб этса, у вақтда манфий M сони қўшилади. Бирлик вектор A_{n+1}; A_{n+2} ... A_{n+m} лар мос сунъий ўзгарувчилар билан биргаликда сунъий базисни ташкил этади.

Қуйидаги масалани M-усули ёрдамида ечамиз.

Масала. Чўчқачилик фермасида ҳар бир чўчқа учун ҳафталик тузиладиган озуқа рациони A моддали озуқадан 6 бирлик, B моддали озуқадан 8 бирлик, С моддали озуқадан 12 бирлик қилиб тузиш талаб этилган бўлсин. Бу озуқа рационини тузиш учун фермадаги мавжуд бўлган бир неча хил озуқабоп моддалардан фойдаланилади. Мавжуд озуқабоп моддаларнинг ҳар биридан бир неча бирликдан олиниши 57- жадвалда кўрсатилган:

57- жадвал

Озуқа турлари	Озуқабоп моддалар			Мавжуд бўлган озуқа бирликлари
	I	II	III	
A	2	1	3	6
B	1	2	1,5	8
C	3	4	2	12

Агар I озуқабоп модданинг 1 кг нинг баҳоси 2 сўм, II озуқабоп модданинг 1 кг нинг баҳоси 3 сўм, ва III озуқабоп модданинг 1 кг нинг баҳоси 2 сўм 50 тийиндан бўлса, чўчқалар учун энг арзон рацион тузилсин.

Берилган шартлар бўйича озуқа турларини x_1, x_2, x_3 лар билан белгилаб, масалага доир тенгсизликлар системасини ва мақсад функциясини тузамиз:

$$\begin{gathered} 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geqslant 6, \\ x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 \geqslant 8, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \geqslant 12 \\ Z_{\min} = 2x_1 + 3x_2 + 2{,}5x_3 \\ x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0;\ x_3 \geqslant 0 \end{gathered}$$

(2) тенгсизликлар системасига қўшимча номаълумлар киритиб, қуйидаги тенгламалар системасига эга бўламиз:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_2 - x_4 &= 6, \\ x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 - x_5 &= 8, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_6 &= 12. \end{aligned} \tag{4}$$

Бу тенгламалар системасига киритилган x_4, x_5, x_6 номаълумларнинг олдидаги коэффициентлар манфий бўлиб, улар фақатгина тенгсизликларни тенгликка келтириш учун қўйилди. Шунинг учун булар мавжуд пландаги асосий номаълумлар ўрнини боса олмайди.

Шунга кўра, юқоридаги тенгламалар системасига сунъий ўзгарувчилар, яъни y_1, y_2 ва y_3 ларни киритамиз. У ҳолда (4) тенгламалар системасининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 + y_1 &= 6, \\ x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 - x_5 + y_2 &= 8, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_6 + y_3 &= 12. \end{aligned} \tag{5}$$

Ана шу тенгламалар системасига сунъий ўзгарувчилар киритилгани учун мақсад функциясига ҳам $(+M)$ сонини қўшамиз.

Масаланинг шарти бўйича минимум қийматни топиш талаб этилганлиги учун, M ни мусбат ишора билан, аксинча ҳолатда эса манфий ишора билан қўшилади. Масала шартига кўра мақсад функциясининг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$Z_{min} = 2x_1 + 3x_2 + 2{,}5x_3 + M(y_1 + y_2 + y_3) \tag{6}$$

Энди y_1, y_2, y_3 сунъий ўзгарувчиларни топиш керак. Бунинг учун (5) тенгламалар системасини y_1, y_2, y_3 ларга нисбатан ечиб, натижада ушбуга эга бўламиз:

$$\begin{aligned} y_1 &= 6 - (2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4), \\ y_2 &= 8 - c(x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 - x_5), \\ y_3 &= 12 - (3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_6), \\ y_1 + y_2 + y_3 &= 26 - (6x_1 + 7x_2 + 6{,}5x_3 - x_4 \end{aligned}$$

$- x_5 - x_6)$ Бу сунъий ўзгарувчиларнинг топилган йиғиндисини (6) га қўйсак, қуйидагича бўлади:

$$Z_{min} = 2x_1 + 3x_2 + 2{,}5x_3 + M(y_1 + y_2 + y_3) =$$
$$= 2x_1 + 3x_2 + 2{,}5x_3 +$$
$$+ M[26 - 6(6x_1 + 7x_2 + 6{,}5x_3 - x_4 - x_5 -$$
$$- x_6)] = 26M - [(6M - 2)x_1 + (7M - 3)x_2 +$$
$$+ (6{,}5M - 2{,}5)x_3 - Mx_4 - Mx_5 - Mx_6].$$

Топилган маълумотлар асосида 58- жадвални тузамиз.

58- жадвал

Асосий номаълумлар	Озод ҳадлар	Асосий бўлмаган номаълумлар					
		$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	$-x_4$	$-x_5$	$-x_6$
y_1	6	2	1	3	-1	0	0
y_2	8	1	2	1,5	0	-1	0
y_3	12	3	4	2	0	0	-1
Z=	26M	6M-2	7M-3	6,5M-2,5	-M	-M	-M

Масаланинг шарти бўйича минимум қийматни топиш талаб этилганлиги учун 58- жадвалдаги бош устунни топишда Z қаторидаги асосий бўлмаган номаълумлар коэффициентлари орасидан энг каттасини танлаймиз ва у турган устунни бош устун деб оламиз. Мисолда энг катта мусбат сон x_2 нинг коэффициенти $+(7M - 3)$ дир.

Бош қаторни топишда эса озод ҳадларни бош устундаги ўзларига мос келган сонларга бўлиб, шулар орасида энг кичигини танлаймиз. Агар масалани ечиш жараёнида бир неча марта бош устун ва қаторни топиш талаб этилса, юқоридаги жараённи шунча марта такрорлаймиз. Ҳар сафар янги жадвални тўлдиришда биз илгариги усуллардан фойдаланамиз ва бу жадвалларни Жорданнинг модификацияланган чиқариш усулини қўллаб мақбул ечими топилгунча шундай давом эттирамиз. Шу асосда 59- жадвал вужудга келади.

59- жадвал

Асосий номаъ-лумлар	Озод ҳадлар	Асосий бўлмаган номаълумлар					
		$-x_1$	$-y_3$	$-x_3$	$-x_4$	x_5	x_6
y_1	3	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$	-1	0	$\frac{1}{4}$
y_2	2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	-1	$\frac{1}{2}$
x_2	3	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{4}$
$Z-$	5M+9	$\frac{3M+1}{4}$	$\frac{-7M}{4}$	$\frac{-7M}{4}$	3M-1	-M	$\frac{3M}{4}+\frac{3}{4}$

59- жадвалдан 60- жадвалга ўтишда y_3 қатнашган устунни ташлаб кетиш ҳам мумкин, чунки (y_1, y_2, y_3) ларни сунъий ўзгарувчилар деб олган эдик, булар масала ечимига таъсир этмайди.

60- жадвал

Асосий номаъ-лумлар	Озод ҳадлар	Асосий бўлмаган номаълумлар				
		$-x_1$	$-y_1$	x_4	x_5	x_6
x_3	$\frac{6}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{2}{5}$	0	$\frac{1}{10}$
y_2	$\frac{7}{5}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$+\frac{1}{5}$	-1	$\frac{9}{20}$
x_2	$\frac{12}{5}$	$\frac{1}{42}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	0	$-\frac{3}{10}$
$Z-$	$\frac{7M}{5}+\frac{51}{5}$	$+\frac{3M}{4}+\frac{3}{4}$	$+\frac{6M}{5}+\frac{2}{5}$	$+\frac{8M}{5}-\frac{2}{5}$	$-M-\frac{9M}{20}$	$-\frac{13}{20}$

60- жадвалда симплекс алмаштиришни қўллаб, 61- жадвалга келамиз, бу жадвални бошқа давом эттириш мумкин эмас, чунки қаторидаги ҳамма номаълумларнинг коэффициентлари манфий ишоралидир.

61- жадвал

Асосий но-маълумлар	Озод ҳадлар	Асосий бўлмаган номаълумлар			
		$-x_1$	x_4	x_5	y_2
x_3	$\frac{8}{9}$	$\frac{2}{3}$	-	-	$+\frac{2}{10}$
x_6	$\frac{28}{9}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{9}$	$-\frac{20}{9}$	$\frac{20}{9}$
x_2	$\frac{10}{9}$	-	-	-	$\frac{2}{3}$
Z	$-\frac{110}{9}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{13}{9}$	$-M-\frac{13}{9}$

61- жадвалда изланган мақбул вариант топилди, бу жадвал кўрсаткичлари асосида қуйидагиларга эга бўламиз:

$$x_1 = 0;\ x_2 = \frac{10}{3} = 3{,}3 \text{ кг};\ x_3 = \frac{8}{9} = 0{,}9 \text{ кг}.$$

Номаълумларнинг бу қийматлари шуни кўрсатадики, II моддали озуқадан 3,3 кг, III моддали озуқадан эса 0,9 кг олиб рацион тузиш лозим. Бу ерда I моддали озуқа талабга жавоб бермаганлиги учун у рациондан чиқарилади.

Топилган маълумотлар мақсад функциясининг минимум қийматга эришганлигини кўрсатади. Бу маълумотларнинг тўғрилигини аниқлаш учун номаълумларнинг қийматларини Z мақсад функциясига қўйиб кўрамиз:

$$Z = 2x_1 + 3x_2 + 2{,}5x_3 = 2 \cdot 0 + 3 \cdot \frac{10}{3} + 2{,}5\,\frac{8}{9} =$$
$$= 0 + 10 + \frac{20}{9} = \frac{90 + 20}{9} = \frac{110}{9} = 12 \text{ сўм } 20 \text{ тийин}.$$

*Z — қаторидаги номаълумларнинг коэффициентлари манфий ишорали бўлганлиги сабабли, жадвалдаги айрим сонларни топишга ҳаракат этилмади.

Ҳар бир чўчқа учун 12 сўм 20 тийинлик озуқа рационидан фойдаланиш лозим. Демак, масаланинг мақбул ечими $Z_{\min} = 12$ сўм 20 тийин.

Бозор иқтисодиётига ўтиш шароитида бу келтирилган кўрсаткичлар йилдан-йилга ўзгариб бормоқда, аммо кўрсаткичлар қандай бўлишидан қатъи назар, у ёки бу кўринишда қўйилган масалаларни ечиш ғояси (методикаси) ўзгармасдан қолаберади.

III боб

ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИК КОРХОНАЛАРИНИ ПРОГНОЗЛАШ МОДЕЛЛАРИ

1. ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИНИ ИҚТИСОДИЙ ПРОГНОЗ ҚИЛИШНИНГ МОҲИЯТИ ВА УНИНГ АҲАМИЯТИ

Кейинги вақтларда илмий адабиёт ва дарсликларда «прогноз» ва «прогнозлаш» тушунчаларидан кенг фойдаланилмоқда.

Прогнозлаштириш деганда прогноз қўйиш (олдиндан айтиб бериш) жараёни тушунилади. Бир сўз билан айтганда прогнозлаш воқеалик ёки объектни ривожлантириш истиқболини белгилаб берадиган махсус илмий тадқиқотни билдиради.

Прогнозлар ва прогнозлаш билан олдиндан айтиб бериш ва олдиндан кўра билиш тушунчалари бевосита боғлиқдир.

Олдиндан айтиб бериш — келгусидаги муаммони ҳал қилишнинг мумкин бўлган ёки келажакдаги ҳолатини баён қилишдир. Бошқача қилиб айтганда олдиндан айтиб бериш келгусида бўладиган маълум жараён ёки объектнинг ҳолати ҳақида ишончли фикрни билдиради.

Олдиндан кўра билиш — объект, жараён ёки воқеаликни ривожлантиришнинг қонуниятларига асосланган ҳақиқатни олдиндан акс эттиришдир. Бу нарса объект, жараён ёки воқеаликнинг келгусидаги ҳолати ҳақида маълум хулоса чиқариш имконини беради.

Шундай қилиб, режалаштириш, прогнозлаш, олдиндан айтиб бериш, олдиндан кўра билиш келажакни баҳолашнинг ишончлилик даражасига қараб бирбиридан фарқ қилади. Прогнозлаш нима бўлиши мумкинлигини кўрсатиб беради; олдиндан кўра билиш «албатта бўлади», режалаштириш — «бўлиши керак», деган маънони билдиради.

Ҳозир прогнозлашга бағишланган илмий адабиётда иқтисодий ва социал прогнозлар, илмий-техника тараққиёти прогнозлари, демографик прогнозлар ва ҳоказолар ажратиб кўрсатилади.

Хўжалик иқтисодини режалаштириш системасида прогнознинг роли ва моҳияти нимадан иборат, нима учун узоқ муддатли, кўп йиллик ва қисқа муддатли режалар билан бирга прогнозлар ҳам ишлаб чиқилади?

Таниқли иқтисодчи А. В. Бачуриннинг фикрича, прогнозлаштиришга бўлган талаб бир қанча сабаблар туфайли содир бўлади.

Ишлаб чиқарувчи кучларни ривожлантиришда фаннинг роли кучайиб бормоқда. Ҳозирги вақтда фан ишлаб чиқаришни ривожлантиришнинг ҳал қилувчи омилига айланди, яъни узоқ муддатли ҳамда қисқа муддатли режаларни ишлаб чиқишда келгусида бўладиган илмий кашфиётлар ва уларнинг оқибатларини ҳисобга олиш талаб қилинади. Халқ хўжалигини ривожлантириш режаларини фақат илмий-техника тараққиёт ютуқларини ҳисобга олган ҳолдагина тузиш ва унинг пропорциясини (мутаносиблигини) аниқлаш лозим.

Республиканинг қудратли моддий техника базасини ташкил этиш ва уни бошқариш учун турли хил режаларнинг роли ва аҳамиятини ошириш талаб қилинади. Режалаштириш пайтида фақат ишлаб чиқаришни ривожлантириш даражасини ҳисобга олишгина эмас, балки унинг келгусидаги ўзгаришини ҳам ҳисобга олган ҳолда ишлаб чиқариш, техника ва фан тараққиётидаги мумкин бўлган ўзгаришларни билиш керак.

Республикамиз хўжалигини режалаштириш ва бошқариш вазифаси ҳам мураккаблашиб кетди. Вазифаларнинг бундай мураккаблашиб кетишига ижтимоий ишлаб чиқариш кўламининг ўсиши, фермер хўжаликлари ва кооперациялаштиришнинг ривожланиши, тармоқ ва хўжаликлар-аро территориал режалаштиришни бирмунча тўғри қўшиб олиб бориш сабаб бўлди, бу нарса режалаштириш ва бошқариш системасини такомиллаштириш бўйича катта ишлар олиб боришни талаб қилди.

Режалаштириш ва бошқаришни такомиллаштиришга доир тадбирлар комплексининг йўналишларидан бири узоқ муддатли режаларни ва илмий прогнозларни ишлаб чиқиш ва уларни амалда қўллашдан иборатдир.

Бунинг учун иктисодий имкониятларнинг илмий прогнозини ишлаб чиқиш, турли хил вариантлар ва уларнинг натижаларини таҳлил қилиш ва баҳолаш талаб қилинади. Бундан ташқари, халқ хўжалик режаларини, узоқ муддатли ва йиллик режаларни ўзаро боғлаб бориш системасини такомиллаштириш кўзда тутилмоқда.

Режаларнинг ўзаро алоқадор бўлган системаларини ишлаб чиқиш ва улардан амалда фойдаланиш асосий иқтисодий ечимларни топиш имконини беради. Бу ечимлар вужудга келган иқтисодий потенциални ва илмий-техника тараққиёти натижаларини баҳолаш йўли билан топилади. Хўжалик режаларининг ўзаро алоқадор бўлган системалари орасида узоқ муддатли режалар муҳим ўрин эгаллайди. Бу режалар доирасида иқтисодий тараққиёт стратегияси белгилаб берилади ҳамда йириклаштирилган позициялар бўйича давлат хўжалиги тармоқларига келажак учун тафсилотли топшириқлар белгиланади.

Шундай қилиб, узоқ муддатли режанинг муҳим вазифаларидан бири, кўп йиллик режаларнинг мақсад ва вазифаларини асослаб беришдир. Шу билан бирга узоқ муддатли режа кейинги режаларнинг топшириқларини ҳамда иқтисодий сиёсат афзалликларини ва уни давом эттиришни таъминлайди.

Кўп йиллик режаларнинг ўзаро алоқадор системалари туфайли йирик қурилиш лойиҳалари ва социал тадбирларни ўтказиш шароитлари ва имкониятлари яратилади.

Узоқ муддатли режани ишлаб чиқишда муайян мақсадга қаратилган топшириқлар ҳамда айрим исталган кўрсаткичлар норматив тарзида, яъни маълум намуна тарзида берилиши мумкин. Режа кўрсаткичлари системаси ёрдамида бу параметр ёки топшириқларнинг йўллари ва воситалари белгиланади. Бинобарин, узоқ муддатли режада муайян мақсадлар қўйишда ҳам, уларга эришиш йўлларини белгилашда ҳам катта имкониятлар мавжуд бўлади.

Узоқ муддатли режани тузишда режали давр доирасининг кучайишига қараб номаълумлик омили кучайиб боради. Номаълумлик омили ёки эҳтимоллик омили кўпроқ узоқ муддатли режага хосдир. Агар ҳозирги вақтда режа 15 йил муддатга мўлжалланадиган бўлса, бирор бир кўрсаткичнинг аниқ рақамини белгилаш жуда қийин. Бундай рақамларни маълум оралиқда) масалан, бир йилдан беш йилгача ва ҳоказо) белгилаш мумкин.

Бундай ҳолат узоқ муддатли режани асослаш пайтида режа тузишдан олдинги аналитик ҳисоб-китоблар ва прогнозли кузатувларнинг роли ва аҳамиятини кучайтиришни зарур қилиб қўяди.

Шундай қилиб, узоқ муддатли режани асослаш мақсадида асосли режа ечимларини қабул қилиш учун зарур шарт-шароит яратишдан иборат бўлган маълум ишларни бажариш лозим.

Бу йўналишда бажариладиган ишлар комплексида илмий прогнозлар муҳим ўрин эгаллайди. Ижтимоий тараққиётни бошқариш системасида илмий прогнозлар иқтисодий тараққиёт йўлларини олдиндан кўриш вазифасини бажаради. Прогнозлар шароитлар ва танланган мақсадларга қараб объктни ривожлантириш йўналишларини аниқлаш имконини беради.

Прогнозлаш аввало, режаларнинг илмий асосланганлигини ошириш учун тараққиёт мақсадларидан бирига эришишига қаратилган аниқ режа ёки комплекс программани текширишнинг асоси тарзида қаралади. Ишнинг бу босқичи режа ечимларининг, шунингдек, иқтисодий тадбирлар системасини ўтказиш муддатларининг изчиллигини танлаш ва асослаш имконини беради.

Прогнозлашни режалаштиришининг альтернатив тарздаги ёрдамчи воситаси деб ҳисоблайдиган айрим авторлар унга режалаштиришнинг вазифаларига мос келадиган баланс усулини қарама-қарши қўядилар.

Дарҳақиқат, баланс — бу иқтисодий ҳисоб-китоблар усули бўлиб, иқтисодий-статистик, аналитик ва режали ишларнинг турли босқичларида қўлланилиши мумкин. Прогноз эса режали иш босқичи бўлиб, уни амалга оширишда турли хил усуллардан, шу жумладан, баланс тузилишидан фойдаланиш мумкин. Прогноз — бу методологияда бутун мантиқи ва спецификаси билан мақсадли тематик тадқиқот бўлиб, ҳам сифат, ҳам миқдор таҳлилларини ўз ичига олади ҳамда унда, режали ишлаб чиқаришнинг пировард натижаларидан қатъи назар, мустақил илмий аҳамият касб этади.

Прогнозлаш моҳият эътибори билан узлуксиз жараёндир. Биринчидан, бу жараён хўжалик режаларининг бажарилиши, фан ва техниканинг ривожланиши жараёнида вужудга келадиган янги илмий маълумотлар ва янги воқеаларни ҳисобга олган ҳолда прогнозларни такомиллаштириш ва аниқлашнинг зарурлигида ифодаланади. Иккинчидан, прогнозлашнинг узлуксизлиги корхона томонидан фақат режали ечимларни ва аниқ режа кўрсаткичлари системасини ишлаб чиқишнинг зарурлигидагина эмас, балки олдиндан кўриладиган хўжалик тадбирлари режасини бажаришнинг келгусида баҳолашнинг зарурлигида ҳам ифодаланади. Шу билан бирга, прогнозлаш режалаштиришнинг амалий эҳтиёжлари билан ҳисоблашади, шунинг учун ҳам прогнозлашнинг пировард натижалари ва материалларини келгусида белгиланадиган даврийлаштиришга мослаш керак.

Ижтимоий тараққиётни олдиндан кўра билишнинг асоси илмий назария бўлиб, у инсоният жамияти тараққиёти жараёнида ижтимоий шакллар ўзгаришининг қонуниятлари ва босқичларини материалистик асосда тушунтириб беради. Ижтимоий-иқтисодий жараёнлар ва воқеалар ҳаракатининг йўллари ва йўналишларини олдиндан кўра билиш ва асосли равишда айтиб бериш учун прогнозланадиган объектнинг ҳаракатини характерлаб берадиган қонунларни чуқур ўрганиш талаб қилинади. Бундан иқтисодий қонунлар қанчалик яхши ўрганилса, иқтисодий прогнозлар шунчалик асосли ва тўғри бўлади, деган тушунча келиб чиқади.

Шундай қилиб, илмий прогнозлашнинг энг муҳим шарти прогнозланадиган объектларни бошқарадиган қонунларни чуқур ва ҳар томонлама ўрганишдан иборатдир. Масалан, давлат хўжалигини ривожлантириш прогнозларини ишлаб чиқишда асосий иқтисодий қонунни, фермер ва жамоа хўжалигини ривожлантириш меҳнат унумдорлигини режали-пропорционал ривожлантириш ва унинг ҳаракат йўналишини аниқлаш талаб қилинади.

Холисона прогнозли тадқиқот ҳаётий материал асосида инсоннинг мақсадли фаолияти иқтисодий жараёнларнинг объектив характерига, объектив, ҳақиқатнинг сабабий қонунларига зид бўлмаслиги ҳақидаги умумий қоидани қўшимча равишда исботлаб беради.

Прогнозли тадқиқотларни ташкил этишнинг аналитик босқичи ҳисобланади, прогнозлаш методологиясида эса келажакнинг ҳозирги ва ўтган давр билан генетик алоқасини очиб бериш учун хизмат қилади.

Прогнозлаш келажакни шакллантирадиган ҳозирги даврдаги омилларни аниқлашга ҳамда тараққиёт омилларига фаол таъсир кўрсатадиган тавсияларни ишлаб чиқишга қаратилгандир.

Режали иш олиб боришда прогнозлаш фаол ва нофаол кашфиётларни бирга қўшиб билиб бориш нуқтаи назаридан иккита бир хил вазифани ҳал қилади: у келгуси даврда ҳисоблашиш лозим бўлган жараёнларни аниқлайди ва уларга фаол таъсир кўрсатадиган тадбирларни асослаш имконини беради.

Прогнозлаш, бир томондан, бугунги куннинг мавжуд жараёнларига, иқтисод, фан, техника, социал алоқалар ва муносабатларнинг келгусида ривожлантирилишига таянган ҳолда келажакни олдиндан кўра билишга, иккинчи томондан эса, олдиндан кўра билиш мумкин бўлган келажакни ҳисобга олган ҳолда бугунги фаолият асосларини ишлаб чиқишга қаратилган бўлади.

Шундай қилиб, прогнозлашнинг функциялари фақат келажакни олдиндан кўра билишдангина эмас, балки келгуси ривожланишни ҳисобга олган ҳолда қарорларни асослаш учун муҳим дақиқаларни аниқлашдан ҳам иборатдир.

Давлат ва жамоа хўжалигини режалаштиришда прогнозлар жуда муҳим роль ўйнайди. Режалаштириш келгусида нима бўлишини олдиндан кўра билиш демакдир (бу ерда ва бундан кейин «режалаштириш» деганда умуман халқ хўжалигини ва унинг айрим тармоқларини режалаштиришнинг бутун системаси тушунилади).

Давлат хўжалиги аналитик прогнозли тадқиқотнинг жуда мураккаб объектидир. Шу сабабли прогнозлаш системаси муқаррар равишда бирмунча мураккаб, бир-бири билан мустаҳкам ўзаро алоқадор бўлган ҳолда унинг айрим йўналишлари билан характерланадиган бўлиши керак.

Давлат хўжалигини ривожлантиришни прогнозлашда объектнинг ҳаракат йўналишини ва келгусидаги, ҳолатини характерлаб берадиган асосий интилишлар олдиндан айтиб берилади. Прогнозлашга доир иш жараёнининг ўзи шундан иборатки, прогнозни ишлаб чиқадиган шахс объектнинг ҳолати ҳақидаги ахборотни қайта ишлаб чиқади. Бундай ишлаб чиқариш маълум усуллар ёрдамида амалга оширилади.

Объектнинг ҳолати ҳақидаги ахборот муҳим кўрсаткичларининг ўзгариш (ўсиш ёки пасайиш) қонуниятларини, унинг ҳозирги вақтда амал қилишининг аниқ шароитларини кўрсатиб беради. Бу ахборотни тегишли равишда қайта ишлаш (кўпинча ЭҲМ да қайта ишлаш) йўли билан прогнозчи объект ёки воқелик ҳаракатининг йўналишлари тўғрисидаги вариантларга эга бўлади.

Илмий прогнозлардан олдин хўжалик режаларини тайёрлаш лозим. Шундай қилиб, прогнозлар режали ишнинг зарур элементларидан бири ҳисобланиб, режа ечимларини ишлаб чиқиш ва қабул қилишда албатта бўладиган босқич сифатида майдонга чиқади.

Бу босқичдан олдин режа топшириқлари ишлаб чиқилади ва у давлат режасининг илмий асоси, пойдевори бўлиб хизмат қилади. Бундай вазиятга амал қилинса, прогнозлаш кўплаб мумкин бўлган вариантлардан тараққиётнинг муайян йўналишини танлаш имконини беради. Бу йўналиш планнинг сўзсиз бажарилиши лозим бўлган топшириқ ва кўрсаткичлар системасини ифодалайди. Шу билан бирга прогнозлашда фақат қисқа режанинг бажарилиш даражасигина эмас, балки режа ечимларини қабул қилиш оқибатлари ҳам белгилаб берилишини инкор этиб бўлмайди.

Прогнозлаш ижтимоий ишлаб чиқаришни ривожлантиришнинг мумкин бўлган йўналиш ва натижаларини тадқиқ қилиш ва баҳолашдан иборатдир:

— келгуси давр учун қарорлар қабул қилишнинг чегарасини ёки мумкин бўлган ва мумкин бўлмаган ишлар орасидаги чегарани белгилаб беради;

— келгуси даврдаги тараққиёт интилишларини очиб беради ёки эҳтимол тутилган ва эҳтимол тутилмаган тараққиёт орасидаги алоқани, шунингдек, келгуси давр тараққиётининг турли хил альтернатив вариантлари эҳтимоллик даражасини белгилаб беради;

— келгуси даврдаги тараққиётнинг исталган альтернативаларига олиб келадиган вариантли йўли ва воситаларини кўрсатиб беради;

— альтернативни сақлаш тасодифий эмас, балки онгли равишда қўйилган мақсадга мувофиқ танланиши учун муҳим муаммоларни кўрсатиб беради;

— келгуси давр тараққиёти альтернативини исталган ва исталмаган мақбул вариантларга тақсимлайди ҳамда аграр прогнозлашнинг мақсадли функцияси олдиндан ўрганилган ва ташкил этилган бўлса, у муайян мақсадли функция бўйича тараққиётнинг мақбул вариантларини белгилаб беради.

Киши фаолияти ҳақида айтилган гаплар икки қисмдан иборат бўлиши керак. Биринчи қисмда аниқ амал қилаётган ва тан олинган хулқ ва эскиликни қайтаришга интилиш ҳақида гап боради; иккинчи қисмда, фақат потенциаламал қиладиган, яъни келгусида ҳаммаси бирга ёки қисман бўладиган хулқ , реакция, тадбирлар тўғрисида гап боради. Холис фаолият ҳақидаги фикрлар улар ҳар иккала қисмдан иборат бўлган тақдирдагина тўлиқ деб ҳисобланади.

Шуни таъкидлаш керакки, фаол ва нофаол прогнозлар орасида мустаҳкам алоқа мавжуд. Агар уларнинг мантиқий тузилиши-таҳлил қилинса, фаол прогнозни олдиндан айтиш асосига қўшимча равишда кишининг фаол фаолияти ҳам киради.

Фаол прогнозлар шубҳасиз социал-иқтисодий прогнозлаштиришда устун туради. Шунга қарамай, нофаол прогнозларни ортиқча деб ҳисоблаш мумкин эмас. Улар айниқса, узоқ давр учун асосий аҳамиятга эга, чунки келгусидаги тараққиётнинг у ёки бу вариантини асосли равишда танлаш учун хизмат қиладиган илмий материални жамғариш, муайян-тарихий шароитларда социал-иқтисодий ҳодисаларни хўжалик асосида ривожлантиришнинг холисона сабаб-оқибатларини тадқиқ қилиш прогнозлашнинг асосий функциялари ҳисобланади. Улар вужудга келган вазиятни баҳолаш ва келгусидаги тафовутларни аниқлаш, янги иқтисодий вазиятларни, ҳал қилиниши талаб қилинадиган янги муаммоларни олдиндан кўра билиш, келгусида иқтисодни ривожлантиришнинг мумкин бўлган альтернатив вариантларини аниқлаш, иқтисодни фан ва техникани янада ривожлантиришга, у ёки бу имкониятни асосли равишда танлаш учун янги материални жамғариш, мақбул ривожланиш режасини қабул қилиш кабилар киради.

Прогнозлаш иккита вазифани ҳал қилади. Биринчидан, текширилаётган нарсанинг келгусидаги ҳолатини кўрсатади. Бунда келажак ҳозирги вақтда бўлиб турадиган реал жараёнлар аниқланади. Масалан, давлат хўжалигини 2000 йилгача бўлган даврга мўлжаллаб ривожлантиришни прогнозлашда унинг бугунги кунги тараққиёт даражасини, шунингдек, фан ва техника ютуқларини ҳисобга олиш зарур. Иккинчидан, илмий прогноз маълумотларини ҳисобга олган ҳолда ҳозирги вақтда амалга оширилиши лозим бўлган чора тадбирларни белгилаб беради.

Прогноз келажак нуқтаи назаридан тараққиётнинг бугунги ҳолатини баҳолаш имконини беради. Ҳозир ва келгусида бўлиши исталган ҳолатни ҳисобга олган ҳолда муайян тадбирлар мўлжалланадики, уларни амалга ошириш келгусида эришиладиган ютуқларни таъминлайди. Бу чора-тадбирлар режали топшириқлар ва кўрсаткичлар шаклида ифодаланади.

Режа топшириқлари ва кўрсаткичлари шаклидаги режали ечимлар қўйилган мақсадларга эришишга қаратилгандир. Масалан, агар режада бирор тармоқни ривожлантириш ҳақида ечим қабул қилинган бўлса, айрим пудратчи ижрочиларга муайян вазифалар белгиланади. Бу топшириқларнинг бажарилиши мақсадга эришиш, яъни тармоқни ривожлантириш имконини беради.

Прогноз тармоқни ривожлантиришнинг бир неча вариантларини белгилайди ва уларни асослаб беради. У ёки бу гипотезадан фойдаланиш йўли билан иқтисодий сиёсатнинг турли хил вариантларини, ресурслардан фойдаланиш, интенсив (серунум) ва экстенсив (қолоқ) омилларни бирга қўшиб олиб бориш кабиларни кўриб чиқиш мумкин бўлади.

Бинобарин, прогнозлар тор маънода — иқтисодий ечимларни қабул қилиш жараёнидир. У аввало чекланган ресурсларни режали равишда тақсимлаш ҳамда белгиланган режа топшириқларини амалга ошириш учун маълум шароитларни яратишдан иборатдир.

Прогнозлаш режали ечимлар қабул қилишнинг илмий шарт-шароитларини шакллантириш ва асослаш имконини беради. Режа ва прогноз бу хўжалик режаларини тузишнинг иккита ўзаро алоқадор бўлган босқичи, даражасидир.

Шундан келиб чиқиб, режа ва прогнознинг бир-биридан фарқ қиладиган айрим хусусиятларини ажратиб кўрсатиш мумкин. Улар шундан иборатки, агар режали кўрсаткичлар системаси, режа ечимларини қабул қилиш талаблари ва шароитларига мос келиши керак бўлса, прогнозлаштиришда бу талаблар бажарилмаслиги ҳам мумкин, яъни прогнозлаштиришда кўрсаткичлар системаси аввало, прогноз қилинадиган холисона жараёнларни билиш талабларига мос келиши керак. Бошқача қилиб айтганда, прогнозланадиган кўрсаткичлардан режали кўрсаткичларга ўтишни таъминлаш талаб қилинса-да, лекин режа ва прогноз кўрсаткичлари сони бир-бирига мос келмаслиги керак. Тажрибада прогнозланадиган кўрсаткичлар сони режали кўрсаткичлар сонига қараганда кўп бўлиб, бу ҳолат жараён ва ҳодисаларни тўлароқ очиб бериш (билиш) имконини беради.

Ниҳоят, охирги хусусияти шундан иборатки, режани ишлаб чиқиш жараёнида бир нечта вариантлар бўлади, у тасдиқлангандан кейин режанинг сўзсиз бажарилиши лозим бўлган ягона варианти қолади, холос. Прогноз эса ҳар қандай ҳолатда, ҳатто ҳозирги босқичда ҳам, у тугаллангандан кейин вариант ҳисобланади, яъни прогнознинг бир неча вариантлари бўлади.

2. ПРОГНОЗ ҚИЛИШ УЧУН ҚЎЛЛАНИЛАДИГАН МОДЕЛЛАР

Республикамиз хўжаликларини механизациялаш, химиялаштириш, мелиорациялаш, хўжаликлараро ихтисослашувни ва деҳқончилик — саноат интеграциясини чуқурлаштириш асосида фермер ва жамоа хўжалиги ишлаб чиқаришининг иқтисодий самарадорлигини кучайтириш вазифалари режа ечимларини мақбуллаштиришни талаб этади. Қишлоқ хўжалигининг самарадорлигини узлуксиз оширган ҳолда унинг мутаносиб ва барқарор ўсиш суръатларини таъминлаш жамоа хўжалигини ривожлантиришни мукаммаллаштириш шарти ҳисобланади. Шунинг учун режа ечимларининг оптималлигига иқтисодий ўсиш омиллари ва манбаларини, ишлаб чиқаришни жадаллаштиришни кучайтириш шартларини системали таҳлил этиш, шунингдек режалаштириш ва бошқариш жараёнига комплекс режалаштириш системасини жорий этиш орқали эришилади. Давлат хўжалиги ва унинг айрим кўрсаткичларини ривожлантириш режаларини асослаш учун катта таҳлилий иш амалга оширилади, унда ривожланишнинг асосий томонлари ва қонуниятларининг ҳозирги аҳволи ўрганилади, келажакка мўлжалланган «стратегия» белгиланади.

Келажакка мўлжалланган жараёнларнинг ривожланишини олдиндан кўра билиш прогноз қилиш вазифасини ташкил этади. Шунинг учун прогноз қилиш жорий ёки узоқ муддатга мўлжалланган режаларни ишлаб чиқишнинг муҳим илмий-таҳлил ва режалаштиришнинг муҳим босқичи ҳисобланади. Прогноз қилиш келгусидаги иқтисодий жараёнларнинг тамойиллари қонуниятларини олдиндан кўра билишнинг илмий усулидир. Илмий прогноз қилиш вазифаси даилектик зиддиятларнинг вужудга келиши ва давом этишини, уларнинг ҳосил бўлиш сабаблари, уларни ҳал этишнинг иқтисодий оқибатлари ва имкониятларини кўра билишдан иборат.

Иқтисодий жараёнларни прогноз қилиш усулларини ишлаб чиқишнинг зарурлиги режалаштириш системасини такомиллаштириш ва яхшилаш вазифасидан келиб чиқади.

Прогнозлаш ишлаб чиқаришни режалаштириш ва бошқариш системасининг муҳим жиҳатларидан бири сифатида унда мустақил роль ўйнайди.

Илмий прогноз режалаштиришнинг ўрнини босмаган ҳолда иқтисодий вазифаларнинг оқилона ечимларини гоят аниқ топишга кўмаклашади. Режа ва прогноз режаларни ишлаб чиқишнинг иккита бир-бирини ўзаро тўлдирадиган даври, босқичидан иборат.

Прогноз режа эмас. Прогноз кўп вариантли тусда бўлади, режа эса ҳар доим бир хилдир. Режа турли вариантларни таққослаш орқали иқтисодий самараларни танлаш ва таҳлил этишни, таққослашни кўзда тутади. Давлат хўжалигининг кенгайтирилган режаси ишлаб чиқаришини, унинг суръатлари ва мутаносибликларини прогнозлаш системасида унинг асосий кўрсаткичларини: экинларнинг ҳосилдорлигини, чорва молларининг маҳсулдорлигини, меҳнат унумдорлигини, фойдалигини ва ҳоказоларни олдиндан кўра билиш муҳим аҳамиятга эга бўлади.

Давлат хўжалигини прогнозлашни ишлаб чиқиш тажрибасини умумлаштириш асосида сугориладиган деҳқончилик шароитларига нисбатан прогнозлашнинг тегишли концепцияси ва қоидаларини ифодалаб беришга уриниб кўрамиз. Прогнозлаш илмий асосланган режали ечимларни қабул қилиш асосидир, шунинг учун прогнозлаш режалаштиришнинг илмий даражасини ва илмий-ахборот негизини асослашнинг усулларидан бири бўлиб ўрта ва узоқ муддатли режаларнинг концепциясини асослаш, система таҳлили ва оқилона режа ечимларини қабул қилиш воситаси бўлиб хизмат қилади. Режалаштиришда амалда илмий асосланган прогнозлардан фойдаланиш жамоа хўжалигини ривожлантириш истиқболларини ишлаб чиқишга дастурий-мақсадли ёндашувни иқтисодий ривожлантиришнинг энг самарали йўлларини белгилашни рўёбга чиқаради. Прогнозлаш иқтисодий ўсишнинг нохуш тамойилларини аниқлаш ва унинг олдини олишга ҳамда ижобий ҳодисаларни ривожлантиришни рағбатлантиришга ёрдам беради.

Давлат хўжалик ишлаб чиқаришини прогнозлашнинг асосий вазифалари қуйидагилардан иборат:

— аграр-иқтисодий ва ижтимоий-иқтисодий жараёнларни сифат ва миқдор жиҳатдан таҳлил этиш, уларни ривожлантиришнинг асосий тамойилларини аниқлаш;

— иқтисодий ўсишнинг дастлабки кўплаб муқобил вариантларини ишлаб чиқиш;

— жамоа хўжалигини ривожлантиришнинг муқобил вариантларини асослаш, бу вариантларни хўжаликнинг бошқа тармоқлари билан боғлаш.

Прогнозлаш жамоа хўжалигини ривожлантиришнинг асосий тамойилларини, режа ечимларининг мумкин бўлган вариантларини ва ишлаб чиқаришни ривожлантиришга фаол таъсир кўрсатиш чораларини белгилаб бериши керак. Давлат хўжалигини ривожлантиришни узоқ муддатли прогнозлаш энг муҳим йирик параметрлар: таққослама нархлардаги ялпи маҳсулот, ялпи маҳсулотнинг тармоқ ва ижтимоий тузилиши, моддий харажатлар ва уларнинг тузилиши, асосли харажатлар ва уларнинг тузилиши; энергетика қувватлари, қишлоқ хўжалик экинлари майдонлари, қишлоқ хўжалик ишлаб чиқариши иқтисодий самарадорлиги (фонд сарфи, меҳнат унумдорлиги, материал сарфи ва ҳоказо), маҳсулот энг муҳим турларининг сермеҳнатлилигига қараб амалга оширилади.

Ривожланишни ўртача шошилинч прогноз қилишда қишлоқ хўжалик маҳсулотлари кутилаётган даражаси ва тузилиши, ялпи маҳсулот етиштириш суръатлари ва мутаносиб ер ресурсларини ўзгартириш ва кўпайтириш, механизациялаш, химиялаштириш, мелиорациялаш даражасини ошириш йўллари, хўжаликларни ихтисослаштириш ва мутаносиблаш, шу асосда қишлоқ хўжалик экинлари ҳосилдорлигини ва чорвачиликдаги молларнинг маҳсулдорлигини ошириш имкониятларини илмий асослаш; меҳнат ресурсларини, капитал маблағлар ва асосий фондлар ишлаб чиқариш потенциали ўсишини тақсимлаш ва улардан фойдаланиш; ишлаб чиқариш самарадорлигига хўжалик механизми таъсирини кучайтириш асосида қишлоқ хўжалик ишлаб чиқаришини бошқаришни такомиллаштириш масалалари ва ҳоказолар муҳим аҳамият касб этади.

Қишлоқ хўжалигини ривожлантиришни прогнозлашнинг асосий вазифалари қуйидагилардан иборат:

— республика қишлоқ хўжалик маҳсулотларининг тегишли турларига бўлган эҳтиёжини ва тармоқ ишлаб чиқариш потенциалини, шунингдек, эҳтиёжларнинг қондирилиш даражасини аниқлаш;

— қишлоқ хўжалик ишлаб чиқаришида структура силжишларини аниқлаш;

— қишлоқ хўжалигида такрор ишлаб чиқариш жўшқинлигини, унинг ривожланишини саноат ва жамохўжалигининг бошқа тармоқлари билан боғлиқ ҳолда аниқлаш;

— иқтисодий ўсишнинг жадаллашиши ва барқарор суръатларини, ресурслардан фойдаланишнинг энг яхши комбинацияларини таъминлаш ва қишлоқ хўжалиги ишлаб чиқарувчи кучларини такомиллаштириш.

Қишлоқ хўжалигини ривожлантиришни прогнозлашда қишлоқ хўжалик ишлаб чиқариши даражаси ва тузилишини, ер ресурслари миқдори ва сифатини, чорва моллари маҳсулдорлиги ва маҳсулот сифатини яхшилашни ва ҳоказоларни илмий асослашга катта эътибор берилади.

Қишлоқ хўжалик ишлаб чиқаришини прогнозлаш бошқа объектлардан фарқли равишда бир қанча ўзига хос хусусиятларга эга. Тармоқни ривожлантириш мақсадларининг ижтимоий-иқтисодий туси даставвал республиканинг табиий-иқлим зоналари ва минтақаларига жойлашган қишлоқ хўжалик ерларининг иқтисодий унумдорлигига боғлиқ. Қишлоқ хўжалик маҳсулотларига эҳтиёж ҳамма ерда мавжуд, лекин истеъмол даражаси ва тузилиши маҳаллий хусусиятларга эга. Маҳаллий хусусиятлар минтақа аҳолиси ва зичлиги, унинг нуфус тузилиши ва қишлоқ хўжалик хом ашёсини қайта ишловчи саноат корхоналари ривожланиши даражаси билан боғлиқ.

Ишлаб чиқаришнинг асосий воситаси — ер ҳам маҳаллий хусусиятларга (унумдорликка нисбатан) эга.

Табиий-иқлим ечимларни тартибга солиб бўлмаганлиги туфайли қишлоқ хўжалигини прогнозлаш анча қийин бўлиб, бу унинг параметрларини аниқлашда қийинчиликлар келтириб чиқаради. Бу прогнозлаш учун қишлоқ хўжалигидаги ишлаб чиқаришнинг ўзаро боғлиқлиги эҳтимоллик тусдалигини ҳисобга олувчи анча мураккаб ва илмий асосланган усул ва моделларни ишлаб чиқиш заруратини келтириб чиқаради. Бошқа томондан, ишлаб чиқариш ресурсларининг муайян даражада бир-бирини алмаштира олиши, уларнинг нисбатан кам вариантлилиги мустаҳкам ва холис иқтисодий прогнозларни амалга ошириш имконини беради.

Қишлоқ хўжалигини ривожлантиришни прогнозлашда қуйидаги йўналишларни ажратиб кўрсатиш мумкин: илмий-техникавий, иқтисодий, ижтимоий-иқтисодий, меҳнат ресурсларини прогнозлаш. Бу прогнозлар ўзаро боғлиқ ва мантиқий яхлитликдан иборат. Прогнозлаш уфқи нуқтаи назаридан бу йўналишларнинг нисбий ўрни бир хил эмас. Одатда узоқ муддатли прогнозларни ишлаб чиқишда нуфус ва илмий-техника прогнозлар асос қилиб олинади, иқтисодийлари эса ундан келиб чиқади. Ўрта муддатли прогнозларни ишлаб чиқишда иқтисодий прогнозлар етакчи ўрин тутади, чунки иқтисодий ўсиш кўпроқ даражада таркиб топган ишлаб чиқариш шароитларига, омилларнинг комбинациялари ва самарадорлигига боғлиқ бўлиб, кутилаётган фан-техника ўзгаришларига камроқ даражада боғлиқ бўлади.

Қишлоқ хўжалигини прогнозлаш, моделларини батафсил тавсифлаш тармоқ фаолияти ва прогнозлаш турларининг барча жиҳатларини қамраб олади. Бизнингча, ўрта муддатли даврга мўлжалланган иқтисодий прогнозлашга татбиқан моделларни мақбуллаштирилган ва эконометрик моделларга бўлиш мақсадга мувофиқдир. Назарий асосларни таҳлил қилиш ва суғориладиган зона қишлоқ хўжалигини прогнозлаш тажрибасини умумлаштириш биринчи группага чизиқли-динамик моделларни (Б), қишлоқ хўжалигини ривожлантириш ва жойлаштиришнинг йириклаштирилган моделини (А) ва ўсимлик ва чорвачилик маҳсулотларини етиштиришни мақбуллаштиришнинг маҳаллий моделини қўшиш имконини беради.

Иккинчи группа тармоқни ва маҳаллий жараёнларни ривожлантиришнинг эконометрик моделларини қамраб олади. Ўз навбатида тармоқни ривожлантиришнинг эконометрик моделлари системаси иқтисодий ўсиш моделларига ўсимликшунослик ва чорвачилик тармоқлари моделларига таснифланади. Маҳаллий жараёнлар моделлари қишлоқ хўжалигининг аграр-иқтисодий ва ижтимоий-иқтисодий жараёнлари моделларидан иборат. Аграр-иқтисодий жараёнлар моделлари кичик группаси ишлаб чиқаришни жадаллаштириш моделларини, микроишлаб чиқариш вазифалари ва экинлар структураси моделларини, ижтимоий-иқтисодий жараёнлар кичик группаси эса индустрлаштириш ва агросаноат интеграцияси жонли ва умумий ижтимоий меҳнат унумдорлиги, меҳнатга ҳақ тўлаш ва пул даромадларини тақсимлаш ва ҳоказо моделларини ўз ичига олади.

3. ПРОГНОЗЛАШНИНГ ЭКОНОМЕТРИК МОДЕЛЛАРИ

Аграр-иқтисодий тадқиқотларда, жумладан, қишлоқ хўжалигини ривожлантиришнинг ялпи маҳсулот суръатлари ва структураси, сифати, расмий ва миқдорий баҳслашда ва айрим бошқа параметрларида эконометрик моделларни қўллашнинг моҳияти ва аҳамияти қуйидагилардан иборат. Шуни таъкидлашимиз керакки, оммавий аграр-иқтисодий жараёнларда катта рақамлар қонунининг амал қилиши ва яхши натижа берувчи кўрсаткичларни тузишнинг эҳтимоллиги иқтисодий моделларни қўллаш учун кенг имкониятлар очади, улар бир қанча регрессион тенгламалардан иборат. Формализация ва макроиқтисодий прогнозларда бундай моделларни рўёбга чиқариш масалалари кўпгина асарларда батафсил ёритилган. Бироқ эконометрик моделлар аграр-иқтисодий тадқиқотларда жуда кам қўлланилади, буни эконометрика тушунчасининг моҳияти билан изоҳлаш мумкин.

Эконометрик моделлар деганда иқтисодий жараёнлар параметрларнинг стохастиклигини ҳисобга оладиган ва иерархиянинг турли даражаларидаги иқтисодий кўрсаткичлар орасидаги ўзаро алоқа ва мутаносибликларни миқдорий баён этувчи регрессион ва балансли тенгламалар системаси тушунилади. Уларни қўллашнинг объектив зарурати ва амалий имконияти қишлоқ хўжалигига хос бўлган иқтисодий системанинг индетерминистлиги тақозо этади.

Математик воситалар нуқтаи назаридан эконометрик модель — бу ўзига хос тенгламалар системаси бўлиб, уларнинг ҳар бири унинг даражасига таъсир кўрсатадиган олдиндан белгиланган ўзгарувчан миқдорлар маълум бўлгани ҳолда эндоген ўзгарувчини топиш учун хизмат қилади.

Эконометрик моделлар мажмуи макроиқтисодий моделлар сифатида мамлакатимизда халқ хўжалиги ривожланишини таҳлил этиш, синтез қилиш ва прогнозлаш учун кенг қўлланилади. Моделлар ишлаб чиқариш босқичлари ва параметрларини системали тасаввур этиш, ўзаро боглаш ва математик ўхшатиш имконини беради ва шу билан тармоқ прогнозларида улардан фойдаланиш имконини очиб беради. Эконометрик моделлар ёрдамида қишлоқ хўжалиги халқ хўжалигининг жадал ривожланаётган системасининг таркибий қисми сифатида намоён бўлади.

Эконометрик моделларнинг асосий афзалликлари қуйидагилардан иборат: 1) сифат расмийлигининг тўлалиги ва системалилиги ва иқтисодий система параметрларини миқдорий баҳолаш; 2) олинган прогноз маълумотларининг мантиқий мослиги; 3) аграр-иқтисодий жараёнларни таҳлил, синтез ва прогноз қилиш учун энг яхши муқобил вариантларнинг эконометрик усулларидан фойдаланиш; 4) эконометрик тенгламаларда боглиқ ўзгарувчи битта тенглама юзасидан ҳисоб-китоб қилинади, бошқа тенгламаларда эса ундан бошқа ўзгарувчиларга таъсир кўрсатадиган мустақил миқдор сифатида фойдаланиш мумкин; 5) эконометрик нисбатлар тузилишининг муайян даражадаги эркинлиги; 6) у ёки бу параметр ёки параметрларга афзаллик берилмайди, системанинг миқдор қиймати комплекс тузилиши тенгламаларни ечиш орқали топилади; 7) эконометрик модель тенгламасига вақтинча кечикадиган ўзгарувчи киритилса ёки вақт моделда мустақил омил ролини бажарса, у динамик бўлади.

Шундай қилиб эконометрик моделлар бошқарувнинг ҳар қандай даражасида иқтисодий ўсишнинг турли йўлларини тўлароқ баён этиш, омиллар миқдорини кенгайтириш, кўрсаткичларнинг ўзаро алоқасини шохлаб кетган блок занжири тарзида тасаввур этиш ва шу билан дастлабки маълумотларга ноаниқлик ва хато омилларини киритиш орқали моделни расмийлаштиришни яхшилаш имконини беради. Шунинг учун тўгри ихтисослаштирилган эконометрик модель хўжалик механизмининг қишлоқ хўжалик ишлаб чиқариши самарадорлигига таъсирини акс эттирадиган ўзгарувчиларнинг катта микдорини моделга бевосита жорий этиш ҳисобига фаол иқтисодий прогноз усулларини тўлароқ қўллаш имконини беради. Моделларнинг бундай синфи хатолар тузилишини таҳлил қилиш ва прогноз вариантларини қайта кўриб чиқишдан олинган самара ҳисобига прогнознинг аниқлигини оширади.

Эконометрик моделлар тармоқлараро баланснинг бошқа моделларидан шу билан фарқ қиладики, иккинчи хил моделларнинг параметрлари таркиб топган тармоқлараро алоқаларни ўрганиш асосида ҳисоблаб чиқилади. Эконометрик моделларда параметрлар муайян даражадаги аниқлик билан ҳисоблашдаги стандарт хатоларни кўрсатиб, регрессион тенгламалар мавжуд бўлган ҳолларда ҳисоблаб чиқилади, олдиндан белгиланган ўзгарувчан қийматларни ўзгартириш чоғида иқтисодий жараёнларни ўхшатиш, фойдаланилаётган ресурслардан оқилона комбинацияларни белгилаш мумкин.

Реал иқтисодий жараённи билиш алоҳида регрессион тенгламалардан иборат эконометрик моделлар қуришни назарда тутади, уларнинг параметрлари статистик маълумотлар асосида ҳисоблаб чиқилади. Эконометрик моделлар кўпгина вақт қаторларидан фойдаланди, уларнинг синхрон ривожланиши иқтисодий жараёнлар туси ва тамойилини очиб беради. Бунинг устига тамойил муайян йўналишда рўй бераётган суст ўзгаришга мос келади.

Чизиқли эконометрик моделларни қуриш иқтисодий прогнозлашдаги энг муҳим босқичлардан биридир. Улар муайян эҳтимоллик даражасида аграр-иқтисодий жараёнларнинг мураккаб иқтисодий ўзаро боғлиқлигини тасаввур этиш, уларни статистик жиҳатдан ўхшатиш имконини беради. Қишлоқ хўжалик тараққиёти даражасини таҳлил этиш, режалаштириш ва истиқболга прогнозлашда фойдаланиладиган кўрсаткичлар муайян системаси ёрдамида тасаввур этилади. Бундай боғлиқликнинг умумий тури назарий фараз қилиш ва ишлаб чиқариш мантиқини ўрганиш асосида белгиланади.

Чизиқли эконометрик моделларни қуриш иқтисодий прогнозлашлаги муҳим босқичлардан бири ҳисобланади. Улар муайян даражада аниқлик билан аграр-иқтисодий жараёнларнинг мураккаб иқтисодий ўзаро алоқаларини тасаввур этиш ва статистик ўхшатиш имконини беради. Қишлоқ хўжалик тараққиётининг даражаси таҳлил этиш ва истиқболни мўлжаллаб планлаштириш ва прогнозлаш учун фойдаланиладиган кўрсаткичлар системаси ёрдамида тасаввур этилади. Бунда боғлиқликнинг умумий кўриниши назарий гипотеза ва ишлаб чиқариш мантиқини ўрганиш асосида белгиланади.

Эконометрик моделлар тўғри талқин қилинганида қишлоқ хўжалиги тараққиётини комплекс таҳлил этиш ва прогнозлаш учун яхши восита ҳисобланади. Бунинг устига регрессия тенгламаларининг қайишқоқлиги эндоген ўзгарувчиларнинг турли комбинацияларини экспериментал тарзда текшириш ва улардан дастлабки прогноз қиймати доирасидан четга чиқмайдиган ҳамда натижаларнинг энг яхши иқтисодий талқинини берадиганини танлаш имконини беради. Кутилаётган экзоген ўзгарувчи қийматларни ўзгартиришнинг мумкинлиги прогнознинг асосий вариантидан ташқари бошқа кўпгина вариантларини ҳам ҳисоблаб чиқиш имконини беради, бу эса тармоқ микроиқтисодий кўрсаткичларининг асосий нисбатларини белгилаш, шунингдек, мутаносиб режаларни ҳисоблаб чиқиш учун шароит яратади. Шунинг учун эконометрик моделлардан фойдаланиш фақат қишлоқ хўжалигини ривожлантириш прогнозлари ва режаларини ишлаб чиқишдагина эмас, шу билан бирга унинг қандай бажарилаётганини назорат қилиш жараёнида ҳам фойдалидир.

Айрим ҳолларда аграр-иқтисодий тадқиқотларда ва режалаштириш тажрибасида иқтисодий моделларни қўллаш анча мураккаб бўлади. Бу, даставвал моделнинг ўзига хослиги, ахборот таъминоти ва бу моделларни турли даражаларда мувофиқлаштириш билан боғлиқдир. Демак иқтисодий моделлар соҳасидаги бундан кейинги тараққиёт моделларнинг ўзига хослигини такомиллаштириш, уларда олдиндан белгилаб қўйилган (экзоген) ўзгарувчи миқдорини қисқартириш моделга муқобиллаштириш элементларини киритиш, таркибий қисмларга ажратиладиган системадаги кичик миқдорли моделлар доирасида тармоқланувчи ечимли субмоделларни тузиш, эконометрик моделлар бўйича прогнозлаш усулларининг турли фаразларини текшириш ва ҳоказо масалаларни ишлаб чиқиш ҳамда ҳал этишни ўз ичига олади.

Эконометрик моделлар иқтисодий назариянинг назарий қоидаларига асосланса, иқтисодий кўрсаткичларнинг кўп томонлама ўзаро алоқаларини ҳисобга олса, прогнозлаш ва режа ечимларининг кўп вариантлилигини таъминласа, шунингдек амалда қўлланиши осон бўлса, қишлоқ хўжалигини режалаштириш ва бошқариш учун фойдали ахборот беради. Бу талабларга риоя этиш иқтисодий моделни қуриш ва ундан фойдаланиш жараёнида таъминланади.

Эконометрик типдаги усулларни тузиш услуби ўз ичига бешта босқични олади.

1. Моделни тавсифлаш ёки таърифлаш. Чуқур сифат, мантиқ ва миқдорий-математик таҳлил асосида аграр-иқтисодий жараённинг энг муҳим томонлари, хусусиятлари ва қонуниятлари тадқиқ этилади, қишлоқ хўжалигида ишлаб чиқариш жараёнини содда ва қисқа тарзда баён қилиб бериши, системанинг айрим даражаларини тақдим этиши мумкин бўлган синтетик кўрсаткичлар доираси аниқланади. Иқтисодий кўрсаткичлар билан уларнинг амал қилиш механизмининг ўзаро боғлиқлиги даражаси белгиланади, омил — далиллар ва натижали (функционал) кўрсаткичлар танланади, богланган ва богланмаган ўзгарувчиларнинг алоқа шакли, уларни математик формаллаштириш масалаларига аниқлик киритилади. Ишлаб чиқариш функциясида ишлаб чиқариш ресурсларининг мувофиқлиги ва агрегацияланиши масалалари ҳал қилинади. Босқич бўлажак иқтисодий-математик моделни расман баён этиш билан тугалланади.

2. Регрессия тенгламасини ҳисоблаш учун зарур аҳборотни тўплаш ва тайёрлаш. Эконометрик моделларни ахборот билан таъминлаш масаласи бугунги кундаги энг масъулиятли масалалардан биридир. Одатда иқтисодий жараёнларнинг эволюциясини акс эттирадиган, лекин динамикада қишлоқ хўжалик маҳсулотларининг турли нархи ёки минтақа, район, жумҳурият ареали ўзгариши муносабати билан ҳар доим ҳам таққослаб бўлавермайдиган вақтинча динамик қаторлардан фойдаланишга тўгри келади. Маконда ва замонда танлаш ташкилий қийинчиликлар билан боглиқ бўлиб, кўп вақт талаб қилади. Демак, эконометрик моделларни эмпирик натижалар билан таъминлаш вақтинча маълумотларига моҳирона ва ижодий ёндашувни, тадқиқот давомида вужудга келадиган айрим масалаларни муросали ҳал этишни талаб қилади.

3. Эконометрик тенгламалар параметрларини баҳолаш ишонч интерваллари ва фаразларни текшириш. Эконометрик тенгламалар параметрлари агар регрессия тенгламаси чизиқли (ёки унга келтирилган) бўлса, энг кичик квадратлар (ёки энг кичик квадратларнинг икки қадамли) усули билан ёхуд ҳақиқий максимум усули билан баҳоланади. Эҳтимоллик тузилиши системаси параметрларини баҳолаш усулини танлаш асосан моделнинг ихтисослашувига боғлиқ. Шуни таъкидлаш керакки, энг кичик квадратлар усулига асосланган структура ифодалари коэффициентлари умуман турғун бўлмаган қийматни беради. Бироқ бу усул диагонал рекурсив система ҳолати учун барқарор қиймат беради.

Ҳисобларни ўтказиш технологияси нуқтаи назаридан чизиқли типдаги комплекс эконометрик тенгламалар параметрларини баҳолашнинг икки усули мавжуд:

— айрим тенгламалар параметрларини қадамлаб ҳисоблаш ва олий тартибга тааллуқли тенгламани энг қуйи тартибда топилган ўзгарувчи қийматларнинг ўрнига қўйиш. Айрим ҳолларга аввал қуйи тартибдаги тенгламаларнинг ўрнига қўйиш билан эндоген ўзгарувчига нисбатан анча қуйи тартибдаги тенгламалар системаси ҳосил қилинади ва шундан кейин у ечилади.

— ўриндош регрессион тенгламалар системасини ечиш орқали барча эндоген ўзгарувчилар учун бир вақтда коэффициентларни топиш; бу ҳолда мультипликаторлар матрицаси деб аталган нарса ҳисобланади ва унинг барқарорлиги текширилади.

Айрим тенгламалардаги параметрлар рекурсив системанинг учбурчакли структураси асосида баҳоланади, олдиндан белгилаб қўйилган ўзгарувчиларни ўрнига қўйиш боғлиқ ва боғлиқ бўлмаган ўзгарувчиларнинг миқдорини беради.

Амалий ҳисобларда юқорида баён этилган усулларнинг биридан фойдаланиш бир қанча далолатларга боғлиқ ва унинг учун муқобилини танлаш моделнинг миқдорий ва сифат ихтисослашувини ҳисобга олиб аниқ ҳал этилади. Эконометрик моделлар системаси параметрлари баҳолагандан кейин регрессиянинг танланган йўлини текширишга киришилади. Бунда дисперсия анализ қилинади, параметрларнинг ишончли интерваллари (стьюдентнинг мезони) ҳисобланади, детерминация коэффициентининг моҳияти, шунингдек, қолдиқлар автокорелляциясининг йўқлиги фарази (d_{ω}— Дарбин-Устсон) текширилади, бу босқич xy ишлаб чиқариш юзасидаги прогноз соҳасини белгилаш билан ниҳоясига етади. Ҳозирги пайтда бу параметрларни ҳисоблаш услуби ва фаразларни текшириш иқтисодий адабиётларда баён қилинган ва у батафсил ёритишни талаб этмайди.

4. Эконометрик моделнинг прогноз хусусиятларини баҳолаш. Моделга қараб тажриба ҳисоб-китоблари туркуми ўтказилмоқда, ҳар бир кўрсаткич учун алоҳида тенгламаларни қўллашдан уларни тенгламалар системасидан аниқлашга ўтишнинг таъсири тадқиқ қилинмоқда. Тадқиқ этилаётган давр қонуниятларини акс эттириш сифатини текшириш учун иқтисодий кўрсаткичлар ретроспектив ҳисоб-китоб; анализ ва синтез, шунингдек уларнинг, истиқболини мўлжаллаб прогноз ҳисоб-китоблари қилинади, жорий ва истиқбол режаларининг илмий-аналитик ахбороти ҳисобланади. Айни пайтда иқтисодий система мутаносиблигини таъминлаш ва бошқариш вертикали кўрсаткичларини мувофиқлаштириш мақсадида прогнознинг кўпгина вариантлари кўриб чиқилади.

Моделнинг прогноз хусусиятларини баҳолаш учун кўпинча мезон сифатида ўзгарувчининг ретроспектив, прогноз ва амалий қийматлари ўртасидаги корреляция коэффициентидан фойдаланилади. Лекин прогноз қилинган ва кузатилган қийматлар ўртасидаги корреляциянинг юқори коэффиценти, ҳар доим ҳам яхши синалганлиги ҳақида далолат беравермайди, шунинг учун Тейл прогнози аниқлигининг муқобил ўлчови сифатида U коэффициенти таклиф этилади:

$$U=\frac{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(F_t^{*}-F_t)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}E_t^{*2}}+\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}F_t^2}} \qquad (1)$$

бу ерда $F_t\%$ — t йилдаги прогноз баҳоси; F_t — t йилдаги амалдаги қиймат.

U Тейл коэффициенти 1⊥ дан О гача қийматга эга бўлади, прогноз аниқлиги қанчалик юқори бўлса, U шунчалик нолга яқин бўлади. U Тейл коэффициенти фақат прогнозларнинг аниқлигини ўлчайди, прогнозлашдаги хатоларнинг йўналиши ҳақида батафсил ахборот бермайди. Шунинг учун тегишли кузатилган қийматлар $|F_t|$ ўрнига $|F^*_t|$ прогноз қийматини қўйиш фойдали бўлади. Прогноз ва амалий қиймат ўртасидаги фарқ $|F^*_t - F_t|$ прогнозлашнинг хатосини кўрсатади. $F^* - F_t = O$ бўлса, прогноз аъло, $|F^*_t - F_t > O$ бўлганда ортиқча баҳо бериш, $|F_t^* - F_t| < O$ бўлганда етарли баҳо бермаслик бўлади.

5. Якунловчи босқичда модель амалга оширилади ва истиқболли режалаштириш методологияси ва услубини такомиллаштиришда аниқ эконометрик моделларни қўллаш юзасидан тавсияномалар ишлаб чиқилади.

4. ЭКОНОМЕТРИК МОДЕЛНИНГ БАРҚАРОРЛИГИНИ ТЕКШИРИШ

Эконометрик моделлар синфи қишлоқ хўжалигининг ижтимоий-иқтисодий тобелигини анча тўлароқ ифодалайди, айниятлар ва ягона тарзда белгиланган регрессив тенгламалардан иборат бўлади, шунинг учун улар дастлабки шаклда структура тенгламалари деб номланади. Тенгламалар тузилишининг ўнг томони олдиндан белгиланган ўзгарувчилардан иборат бўлади, уларни эса лагали эндоген ўзгарувчан системалар ва бир қанча экзоген ўзгарувчилар ташкил этади. Ҳар бир тенгламада изланаётган битта эндоген ўзгарувчи бўлади. Улар қўшимча равишда айрим моделлар параметрлари баҳоланмайдиган, яъни акриор негизда баҳоланадиган айниятлар ёки тенгламаларни ўз ичига олиши мумкин.

Эконометрик тенгламаларнинг тузилиши системаси ва уларнинг параметрлари иқтисодий анализда катта қизиқиш уйғотади ва иқтисодий фаолияти моҳиятига кириш имконини беради, планли ечимларни қабул қилишнинг муҳим воситаси бўлиб хизмат қилади.

Эконометрик тузилиш системасини умумлаштирилиши ва содда матрица шаклида бўлиши мумкин:

$$Bx_t - CZ_t = \eta_t \tag{2}$$

бу ерда x_t — эндоген ўзгарувчиларнинг вектори; Z_t — экзоген ўзгарувчиларнинг вектори; η_t хатоларнинг вектори.

Системанинг (2) ҳар бир тенгламаси иқтисодий кўрсаткичлардан бирининг ўзгариши қонуниятларини ифодалайди. Эконометрик моделнинг вазифаси экзоген ўзгарувчилар қиймати $|Z_t|$ ва айрим тасодифий хатолар (η_t) негизида қандай қилиб эндоген ўзгарувчилар қийматини қай тарзда белгилашдан иборатдир.

Агар В матрицаси бузилмаган бўлса, структура моделидан келтирилган моделга ўтиш мумкин, унда ҳар бир эндоген ўзгарувчи экзоген ўзгарувчилар ва айрим тасодифий фарқларнинг функцияси ҳисобланади. Шунинг учун

$$X_t = A \cdot Z_t + \varepsilon_t;$$

бу ерда

$$A = -B^{-1}C; \ \varepsilon_t = B^{-1} \cdot \eta_t$$

Эконометрик моделнинг келтирилган шаклидан бевосита прогнозлаш учун фойдаланиши мумкин, чунки вазифа олдиндан берилган ўзгарувчиларнинг мўлжалланган қийматига мос келадиган эндоген ўзгарувчилар қийматини топишдан иборатдир.

Тузилиш параметрлари билан келтирилган параметрлар ўртасидаги бир хилдаги мувофиқликнинг мавжудлиги айнан тенглаш муаммоси билан боғлиқдир. Тенглама парамерларини энг кичик квадратлар усули билан баҳолашда унинг аҳамияти айниқса каттадир.

Эконометрик моделлар ўта айнан тенглаштирилган, тўла бўлмаган айнан тенглаштирилган ва аниқ айнан тенглаштирилган бўлади. Биринчи моделлар келтирилган шакл коэффициентлари асосида битта тузилиш параметрининг иккинчи моделлар келтирилган шакл коэффициентлари структура параметрларини белгилаш имконини бермайдиган ҳолларда мавжуд бўлади; аниқ(айнан) тенглаштирилган моделда структура тенгламаларининг тенгламалари ягона тарзда келтирилган шахс коэффициентлари негизида белгиланади.

Республика қишлоқ хўжалигининг 1980—1990 йиллардаги статистика маълумотларини ЕС — 1020 ЭҲМ да стандарт программа асосида ишлаш негизида олинган структура эконометрик моделининг коэффициентларини кўриб чиқамиз. Тақдим этилган эконометрик модель рекурсив ва динамик бўлиб, 12 та эндоген ва лагали ўзгарувчини ва 7 та эндоген ўзгарувчини ўз ичига олган. Ўзгарувчиларнинг ифодаланиши ва ҳар бир тенгламанинг иқтисодий моҳияти тўртинчи бобда берилган. Ўзбекистон қишлоқ хўжалиги динамик рекурсив модели структураси — (Сельхоз — I) ни ўрганар эканмиз, уни барқарорликка текшириб кўрамиз, демак, ўрта муддатли прогнозлашга яроқли ёки яроқсиз эканлигини белгилаймиз. Бу мақсад йўлида моделни матрица шаклида тасаввур этамиз:

$$AP_t + BP_{t-1} + Cx_t = U_t \tag{3}$$

Бунда P_t — эндоген ўзгарувчилар вектори; P_{t-1} — лагали эндоген ўзгарувчилар вектори;

$$\mathrm{P}_t = \begin{matrix} \Delta \mathrm{K}_t \\ \mathrm{K}_t \\ \mathrm{A}_t \\ \mathrm{I}_t \\ \mathrm{t}_t^{\mathrm{BK}} \\ \Delta \mathrm{N}_t \\ \mathrm{H}_t \\ \mathrm{N}_t \\ \mathrm{L}_t \\ \mathrm{P}_t \\ \mathrm{V}_t \\ \mathrm{M}_t \end{matrix} \qquad \mathrm{P}_{t-1} = \begin{matrix} \Delta \mathrm{K}_{t-1} \\ \mathrm{K}_{t-1} \\ \mathrm{A}_{t-1} \\ \mathrm{L}_{t-1}^{ex} \\ \mathrm{I}_{t-1}^{\mathrm{BX}} \\ \Delta \mathrm{H}_{t-1} \\ N_{t-1} \\ L_{t-1} \\ P_{t-1} \\ V_{t-1} \\ M_{t-1} \end{matrix}$$

x_t — эндоген ўзгарувчилар вектори;

$$\begin{matrix} \dot{\mathrm{i}}_{t-1}^{cx} \\ \dot{\mathrm{i}}_{t-2}^{cx} \\ \mathrm{S}_t \\ \mathrm{P}_t \\ \mathrm{T} \\ \mathrm{Q}_t \\ \mathrm{I}_t \end{matrix}$$

Эндоген ўзгарувчилар билан боғлиқ A матрицаси:

$$A=\begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
a_{21} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & a_{32} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & a_{43} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & a_{54} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{87} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{108} & 1 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{11,7} & 1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{12,7} & 1
\end{vmatrix}$$

Қоэффициентлари лагали эндоген ўзгарувчилар билан боғлиқ B матрицаси:

$$B=\begin{vmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & b_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{1010} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{12,12}
\end{vmatrix}$$

Коэффициентлари экзоген ўзгарувчилар билан боғлиқ С матрицаси;

$$
C=\left|\begin{array}{cccccccc}
c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & O_{11745} & c_{17} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{27} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{37} \\
0 & 0 & c_{43} & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{47} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{57} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{67} \\
0 & 0 & 0 & c_{74} & 0 & 0 & 0 & c_{77} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{87} \\
0 & 0 & 0 & c_{95} & 0 & 0 & 0 & c_{97} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{106} & 0 & c_{107} \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{115} & 0 & 0 & c_{117} \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{125} & 0 & 0 & c_{127}
\end{array}\right|
$$

Тузилган реал система структурасидан кўриниб турибдики, эндоген ўзгарувчилар билан боғлиқ А коэффициентлар матрицаси триангуляция қилинган, лагали эндоген ўзгарувчилар системаси билан боғлиқ В параметрлари матрицаси нолли эмас. Демак, кўриб чиқилаётган система динамик рекурсив ҳисобланади. Динамик рекурсив система параметрларини энг кичик квадратлар усули билан баҳолаш энг кўп ҳақиқатнамо усулидагидек тенг ўзгармас баҳолардан иборат бўлади. Бундан ташқари диагноал рекурсив системага нисбатан шундай дейиш мумкин, кўриб чиқилаётган система худди ана шундай системадир.

$U=E[U_t U_t^1]$ — тасодифий ташкил этувчи ковариацион матрица — диагонал матрица бўлиб, барча тузилиши ифодаларининг тасодифий параметрлари корреляцияланмаган бўлади ва ковариацион матрица диагонал устида 0 дан иборатдир.

Системаларни айнан тенглаштириш аниқ бўлгандагина мумкин бўладиган эндоген ўзгарувчи жорий қийматларни ечиб бўлгандан кейин (2.2) эндоген ўзгарувчилар олдиндан белгиланган ўзгарувчилар қиймати орқали аниқ ифодаланган деб тасаввур этилади. Шу тариқа тенгламалар келтирилган системасига ўтиш рўй беради. Нормал тақсимлашга йўл қўйилганида система параметрларини энг кичик квадратлар усули *(3)* билан баҳолаш энг кўп ҳақиқатнамо усули билан топилган баҳо билан бир хилдир. Келтирилган шакл параметрларини баҳолаш энг кичик квадратлар усули билан амалга оширилади, ўзгармаган ва асосланган, табиий мазмунига кўра олдиндан белгиланган хусусий ҳосилавий эндоген ўзгарувчиларга тенг бўлади. Бошқача айтганда, бу баҳолар мультипликаторлар деб номланади.

Келтирилган шаклдаги комплекс иқтисодий модель олдиндан белгиланган ўзгарувчилар қийматини ўзгартириш орқали ривожланаёган иқтисодий системанинг турли ҳолатини тадқиқ этиш имкониятини беради, шу нуқтаи назардан ундан имитация модели сифатида фойдаланиш мумкин.

Тенгламаларнинг тузилиши системасидан келтирилган системасига ўтиш ва мультипликаторларни ҳисоблаш услубини кўриб чиқамиз. Бунда прогнозлаш муддатига боглиқ тарзда қисқа муддатли ва узоқ муддатли мультипликаторларни ҳисоблаб чиқамиз. Диамик рекурсив система (3) нинг қисқа муддатлимультипликаторини ҳосил қилиш учун аввал қайд этилган системанинг ўзгартирилган шаклини кўриб чиқамиз:

$$d_t = D_1 p_{t-1} + D_2 x_t + U_t$$

бу ерда

$$D_1 = A_t^{-1} B;\ D_2 = -A_t^{-1} C \text{ ва } U_t = A_t^{-1} \cdot U_t \tag{4}$$

x_t аргументи бўйича P_t (4) хусусий ҳосилани олиб D матрицаси коэффициентларининг ўзгартирилган шаклини, яъни

$$\frac{\partial P_t}{\partial x_t} = D_2 = [d_{2ij}] \tag{5}$$

ни ҳосил қиламиз.

Келтирилган D матрицада d_{2ij} элементлари x_t векторидаги x_{jt} экзоген ўзгарувчиси j аргументи бўйича p_t векторида p_{it} эндоген ўзгарувчининг ҳосиласи ҳисобланади. Таърифга кўра қисқа муддатли мультипликатор берилган вақт моментида j экзоген ўзгарувчилар ўзгартирилишининг худди шу вақтдаги i — эндоген ўзгарувчиларга таъсири демакдир, шунинг учун D_e матрицаси коэффициентларининг келтирилган шакли динамик рекурсив система матрицасининг қисқа муддатли мультипликаторига мутлақо аниқ мос келади (3).

Узоқ муддатли мультипликаторларни ҳисоблаш техникасини кўриб чиқиш учун динамик система (5), эндоген ўзгарувчилар (p_0) нинг бошлангич қиймати ва (x_t бу ерда $t=1, 2 \ldots \kappa$) системаси экзоген ўзгарувчиларининг вақт бўйича ўзгариши берилган дейлик. Бунда (p_t, бу ерда $t=1, 2, \ldots \kappa$) эндоген ўзгарувчиларнинг вақт бўйича ўзгаришини қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$p_1=D_1p_0+D_2x_1,$$

$$p_2=D_1{}^2p+D_2x_2+D_1D_2x_1,$$

$$p_2=D_1{}^kp_0+D_2x_k+D_1D_2x_{k-1}+\ \ldots+D_1{}^{\kappa//}D_2x_1 \qquad (6)$$

Бироқ узоқ муддатли мультипликаторларни ҳисоблаш қайд этилган динамик системанинг барқарорлиги билан боглиқдир, бу эса навбатдаги параграфда кўриб чиқилади. Динамик системанинг барқарорлигини исботлагандан кейин экзоген ўзгарувчиларнинг узоқ муддатли даврдаги системага таъсирини таҳлил этиш мумкин. Шу билан бирга узоқ муддатли мультипликатор агар экзоген ўзгарувчи бир бирликка кўпайиб, вақтнинг шундан кейинги даврида шу даражада қолса, узоқ муддатли даврда бундай ўзгаришнинг системага таъсири қандай бўлади, деган саволга жавоб беради. Экзоген ўзгарувчилар доимий бир хил даражада сақланиб турадиган, яъни

$$x=x_2=x_3=\ldots x_\kappa x^* \qquad (7)$$

бўлган ҳолатни кўриб чиқамиз.

Бунда ифода (6) нисбатга айланади

$$p_\kappa=D_1{}^\kappa p_0+(i+D_1+D_2{}^2+\ldots+D_1{}^{\kappa//})D_2x^*. \qquad (8)$$

кўриниб турибдики, бундан кейинги барча йиллар учун экзоген ўзгарувчи бирлигини динамик система эндоген ўзгарувчисига ўзгартиришдаги барқарорлик самарасини x^* аргументига асосан p_κ хусусий ҳосиласини олиб жўнгина ҳисоблаб чиқиш мумкин:

$$\frac{\partial p_{\kappa}}{\partial x_{\kappa}^{\kappa}}=(i+D_1+D_1^2+D_1^3+\dots+D_1^{\kappa-1})D_2 \tag{9}$$

бу ерда κ—1, 2, ... , n

Барқарор динамик системада икки давр орасидаги мультипликаторлар мутлақ фарқи миқдори вақт узайиши билан камайиб боради.

Биринчи йил мультипликаторлари амалда қисқа муддатли давр билан бир хилдир. Буни K нинг ўрнига 1 сонини қўйиб, яъни $\kappa=1$ қилиб, қуйидаги тенгламага эга бўламиз:

$$\frac{\partial p_{\kappa}}{\partial x^{*}}\,_{\kappa=1}=D_2 \tag{10}$$

Демак, матрицанинг қисқа муддатли мультипликатори 1 — давр мультипликатори κ — давр мультипликатори махсус ҳолати ҳисобланади.

$I+D_1+D_1{}^2+\dots+D_1{}^{\kappa-1}$ миқдори $(i-D_1)^{-1}(i-D_1{}^{\kappa})$

сифатида берилиши мумкин бўлганлиги учун, (8) ифодани қуйидаги шаклда кўчириш мумкин:

$$p_{\kappa}=D_1{}^{\kappa}p_0+(i-D_1)^{-1}\cdot(i-D_1{}^{\kappa})D_2x^{*} \tag{11}$$

Барқарор динамик системада $D_1{}^{*}$ матрицаси κ — ортиб бориши билан ноль матрицасига айланади. Шундай қилиб, агар экзоген ўзгарувчининг, агар ноаниқ вектори бир хил x^{*} даражасида барқарор бўлса, узоқ муддатли даврда эндоген ўзгарувчи вектори муқим мувозанат ҳолатига айланади:

$$\lim_{\kappa\to\infty} p_{\kappa}=(i-D)^{-1}\cdot D_2x^{*} \tag{12}$$

Шу сабабли барқарор динамик система учун матрицанинг узоқ муддатли мультипликатори $(i-D_1)^{-1}D_2$ қийматига боглиқ бўлади.

Матрица элементлари (2.2) экзоген ўзгарувчиларнинг барқарор ўзгаришига эндоген ўзгарувчиларнинг пировард ёки узоқ муддатли тойиш чорасидир. Статик системада $D_1=O$ матрицаси ва ифода (12) билан берилган матрицанинг узоқ муддатли мультипликатори қисқа муддатли мультипликатори матрицасига айнан ўхшаш D_2 матрицасига айланади.

Қишлоқ хўжалиги ишлаб чиқаришини иқтисодий таҳлил этиш, режалаштириш ва прогнозлашда келтирилган иқтисодий тенгламалар системаси натижасидан фойдаланиш оқилона иқтисодий ечимлар қабул қилиш имконини беради. Мазкур соҳада қисқа ва узоқ муддатли мультипликаторларнинг қийматларини таққослаш, уларнинг ўзаро боғлиқлигини ўрганиш эътиборга лойиқдир.

Эконометрик тадқиқотлар доирасида динамик системалар коэффициентлари барқарорлигини текшириш муҳим аҳамиятга эга. Агар D_1 катталашиши билан $D_1^к$ матрицаси ноль матрицасига айланса (4) бу турдаги динамик система барқарор ҳисобланади. Агар D_1 матрицасининг ҳамма илдизлари чекланган бўлса, ана шундай бўлади. Шунинг учун бу динамик системанинг барқарорлиги D_1 матрицасининг энг кўп миқдордаги илдизи қиймати билан белгиланади.

Агар $к$ катталашиши билан $D^*{}_1$ матрицаси ноль матрицасига айланса динамик-система (12) барқарорлашади:

$$p_t = D_1 p_t + D_2 x_t.$$

бу ерда p_t—системанинг t—даврдаги эндоген ўзгарувчилари вектори; p_{t-1}—системанинг $(t-1)$ даврдаги лагали эндоген ўзгарувчилари вектори; x_t—системанинг даврдаги экзоген ўзгарувчилар вектори; D_1 ва D_2 — коэффициентлар матрицалари $D_1^к$ матрицанинг илдизлари берилган айланада жойлашган бўлса, у нолга айланиши мумкин. Динамик системанинг (4) стабиллиги D_1 матрицаси энг кўп даражадаги илдизи миқдори билан белгиланади, у детерминанти $(D-\omega_i)=O$, бирлик матрица бўлган ω скаляр ифодадан топилади. $(D-\omega_i)=o$ детерминанти n-даражадаги $F_0(\omega)$ кўпҳа́д билан ифодаланиши мумкин:

$$F_0(\omega) = d_n + d_{1n}\bar{\omega}^{n-1} + \dots + d_1\omega + d_0 = O \qquad (14)$$

бу ерда $d_n \geqslant O; -D_1$ — матрицасининг ранги; илдизлар (14) D_1 — матрицасининг изланган коэффициентлари.

Илдизларни (2. 58) ҳисоблаш машинаси ёрдамисиз топиш, айниқса n — катта сон бўлса, кўп вақт талаб қилади. Жюри томонидан шундай усул таклиф этилганки, бу усулга мувофиқ берилган айлана чегарасида илдизларнинг ўзини аниқламай туриб системанинг барча илдизларини топиш мумкин. Исботланган теоремага асосан берилган чегаралардаги қийматга эга бўлган илдизларни (14) топиш учун зарур ва етарли бўлган шартлар қуйидаги нисбатлар билан белгиланади:

$$F_0(\omega=1)>O$$

$$F_0(\omega=-1)<O \text{ агар} n \text{ — тоқ сон бўлса;} \qquad (16)$$

$$F_0(\omega=-1)>O \text{ агар } n \text{ — жуфт сон бўлса;}$$

$$[S_i]<1 \text{ учун } i=0,\ 1,\ 2\ \ldots,\ n \qquad (17)$$

Шартлар (16) ва (17) ω — ўрнига 1 ёки — 1 (14) ни қўйиб текширилиши мумкин. Агар улар талабга жавоб бермаса, (14) берилган қийматлар айланасидан ташқарида бўлган ҳеч бўлмаганда битта илдизга эга эканлигини аниқлаш мумкин, бунинг натижасида (14) билан боғлиқ динамик система барқарор эмас деб эътироф этилади. Бунда (17) шартини текширишнинг зарурати йўқ. У (15) ва (16) талаблари қондирилгандагина текширилади.

(17) да s_1 қиймати қуйидагича олиниши мумкин (14) полиноми берилган бўлсин ва биз унга қаратилган F_0^{-1} — ω — полиномини топамиз, яъни

$$F_0^{-1}(\omega)=\omega^n F_0\left(\frac{1}{\omega}\right)=\omega^n\left[d_n\left(\frac{1}{\omega}\right)^n+d_{n-1}\left(\frac{1}{\omega}\right)^{n-1}+\ldots+\right.$$

$$\left.+d_1\left(\frac{1}{\omega}\right)+d_0\right]=d_0\omega^n+d_1\omega^{n-1}+\ldots+d_{n-1}\omega+d_1 \qquad (18)$$

(14) билан (18) ни таққослаганда уларда тескари коэффициентлардаги фарқ кўриниб турибди.

(18) ни (14) га бўлиб, s_0 нинг тўла қисмини ва $F_1^{-1}(\omega)$ нинг қолдиғини оламиз. Шундай қилиб,

$$\frac{F_0^{-1}(\omega)}{F_0(\omega)}=s_0+\frac{F_i^{-1}(\omega)}{F_i(\omega)}. \qquad (19)$$

$F_1^{-1}(\omega)$ қолдиғи $n-1$ даражадаги кўпҳад бўлиши мумкин, бунда s_0 нинг қолдиқ қисми $\frac{d_0}{d_n}$ бўлади. s_i нинг шундан кейинги бошқа қисмлари ($i=1,\ 2,\ \ldots\ n-2$ учун) қуйидаги боғланишдан олиниши мумкин:

$$\frac{F_i^{-1}(\omega)}{F_0(\omega)}=s_1+\frac{F_{i+1}^{-1}(\omega)}{F_i(\omega)}(i=1,2,\ldots n) \qquad (20)$$

Ўзбекистон қишлоқ хўжалиги даражаси ва динамикасини акс эттирувчи динамик система барқарорлигини текшириш учун характеристика полиномини кўриб чиқамиз:

$$
F_0(w)=\begin{vmatrix}
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 9980-\omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 73010-w & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & \\
0 & 0 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 & 0 & 232040-w
\end{vmatrix}
$$

Демак,

$$F_0(\omega)=\omega^3-1{,}9611\omega^2+1{,}130518\omega-0{,}16921=0. \qquad (21)$$

(21) нисбатида ω ўрнига 1 ва -1 ни қўйиб, $F_0(\omega)=0{,}002074\geqslant 0$ ни ҳосил қиламиз;

$$F_0(\omega=-1)=-4{,}2608<0 \text{ (п-з, яъни тоқ сон).}$$

Шундай қилиб, динамик система барқарорлигининг дастлабки икки шартига риоя этилаяпти.

Шартни (17) текширишга киришамиз.

Бунинг учун шундай деб ёзамиз:

$$\frac{F_0^{(-1)}(\omega)}{F_0(\omega)}=\frac{-0{,}169\omega^3+1{,}1305\omega^2-1{,}96\omega+1}{\omega^3-1{,}96\omega^2+1{,}1365\omega-0{,}169}=$$

$$=-0{,}169+\frac{0{,}799\omega^2-1{,}769\omega+0{,}971}{\omega^3-1{,}991\omega^2+1{,}1365\omega-0{,}169};$$

$$\frac{F_1^{-1}(\omega)}{F_1(\omega)}=\frac{0{,}799\omega^2-1{,}769\omega+0{,}971}{0{,}9710\omega^2-1{,}769\omega+0{,}799}=0{,}823+$$
$$+\frac{-0{,}3136\omega+0{,}3130}{0{,}9710\omega^2-1{,}7690\omega+0{,}7990}.$$

n-3 бўлгани учун s_0 билан s_1 нинг мутлақ қийматини текширамиз. Бизнинг мисолимизда s_0 нинг мутлақ қиймати 0,169 га, s_1 нинг мутлақ қиймати эса 0,823 га тенг. Бу икки илдиз ҳам бирдан кичик, шунинг учун (17) шарти ҳам қаноатлантирилади. Шундай қилиб, Ўзбекистон қишлоқ хўжалигининг ривожланишини баён этаётган динамик рекурсив система барқарор ҳисобланади. Унинг параметрларини энг кичик квадратлар усули билан баҳолаш ҳақиқатнамо максимуми усули билан ҳисоблаб чиқариш мумкин бўлган параметрларга тенгдир. 1980—1990 йиллардаги динамик қаторларни ишлаш асосида қабул қилинган қишлоқ хўжалик ишлаб чиқаришининг комплекс эконометрик модели прогнозлаш учун яроқлидир. Системанинг қисқа муддатли ва узоқ муддатли мультипликаторларини ҳисоблаш мақсадга мувофиқдир.

5. МАҚБУЛ ИҚТИСОДИЙ МОДЕЛЛАР АСОСИДА ПРОГНОЗЛАШ

Ишлаб чиқариш функцияси фақатгина иқтисодий системаларни мақбул планлаштиришдагина қўлланилиб қолмасдан, балки унинг келгусидаги ҳолатини ҳам прогнозлаштириш учун хизмат қилиши мумкин.

Ишлаб чиқариш функциясини прогнозлаштириш учун қўлланилишига сабаб шуки, текширилаётган системанинг олдинги ва ҳозирги вақтдаги боғланишлари, қонуниятлари келгусида ҳам маълум маънода сақланиб қолади. Шунинг учун мавжуд зиддиятлардан фойдаланиб, ишлаб чиқаришнинг келгуси даврдаги ҳолатини аниқлаш мумкин.

Маълумки, прогнозлаштириш — бу аниқ планлаштириш деган гап эмас. Прогнозлаштириш текширилаётган системанинг маълум даврдаги ҳолатининг бирон-бир вариантдаги кўриниши холос. Прогнозга аниқликлар, тузатишлар ва айрим ўзгаришлар киритилгандан кейингина у режа ҳолатига келиши мумкин.

Прогнозлаштиришнинг иқтисодий объектларга кўра бир қанча усуллари мавжуд. Масалан, эксперт баҳолаш усули математик моделлаштириш ва ҳоказо.

Амалий ҳисоблашлар шуни кўрсатмоқдаки, мураккаб математик моделларга қараганда, оддий моделлар юқори аниқликдаги натижаларни бермоқда. Шунга кўра прогнозлаштириш учун имкони борича содда ва осон ҳисобланадиган моделлардан фойдаланиш мақсадга мувофиқдир.

Энди прогнозлаштиришнинг оддий моделларидан бири бўлган вақтли функция (функциянинг аргументи сифатида фақатгина вақт қатнашсин) ни кўриб ўтайлик. Бу фукнцияда динамик қатор сифатида маълум бир муқобиллик мезонига кўра прогнозлаштирилаётган кўрсаткичнинг аввалги қонуниятларини кўрсатувчи эгри чизиқ қабул қилинди. Умумий ҳолда вақт бўйича олинган функцияни

$$y_t = f(t)$$

кўринишида ифодалаш мумкин.

Бу функция бир неча хил алгебраик кўринишда бўлиши мумкин. Масалан, даражали $y = a_0 a$ ёки $y = a_0 + a_1^t$ чизиқли $y = a_0 + a_1 t_1$ параболик $y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ экспонента шаклида $y = e^{a0} + a_1^t$ ва ҳоказо.

Параметр (a_1) лар «энг кичик квадратлар» усули орқали топилади: Масалан, чизиқли кўринишдаги функциянинг параметрларини топиш учун

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

тенгламалар системасининг ечимлари топилади. Агар

$$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots + a_n t^n$$

бўлса, функциянинг параметрлари ушбу тенгламалар системаси орқали топилади:

$$\sum y = a_0 n + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 + \ldots + a_n \sum t^n.$$
$$\sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 + \ldots + a_n \sum t^{2n},$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\sum yt^n = a_0 \sum t^n + a_1 \sum t^{n+1} + \ldots + a_n \sum t^{2n}.$$

Айрим ҳолларда прогнозлаштириш моделлари бир қанча факторлар орқали ифодаланиши мумкин, яъни

$$y_t = f(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n t)$$

бу ерда x_1, x_2, ... x_n — ишлаб чиқариш функциясига таъсир этувчи факторлар (ресурслар), t — ҳисобга олинмаган факторлар тамойиллиги (масалан, технологик жараёнлар, илмий-технологик жараёнлар, илмий-техника тараққиёти ва ҳоказолар).

Энди асосий пахта базаси бўлган республикада пахта етиштиришнинг ҳажми яқин келажакда қандай бўлишини қуйидаги дастлабки маълумотлардан фойдаланиб кўриб чиқайлик.

62- жадвал

Йиллар	Етиштирилган пахта, минг. *т* у	Шартли йиллар (*t*)	*y, t*	t^2
1983	4,930	1	4,930	1
1984	5,292	2	10,584	4
1985	5,382	3	16,146	9
1986	4,989	4	19,956	16
1987	4,858	5	24,290	25
1988	5,365	6	32,190	36
1989	5,292	7	37,041	49
1990	5,058	8	40,464	64
	Σ−41,166	Σ−36	Σ×184,252 185,601	Σ−204

Бу жадвалнинг (2) устунидан кўриниб турибдики, етиштирилган пахта миқдори (y) йиллар бўйича (t) қарийб чизиқли боғланган. Шунинг учун функцияни $y=a_0+a_1t$ кўринишидан топсак бўлади. Энди a_0 ва a_1 ларни топиш учун «энг кичик квадратлар» усулини қўллаб, иккита чизиқли тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

Бу ҳолда тенгламалар

$$41{,}166=8a_0+36a_1$$

$$185{,}601=36a_0=204a_1$$

кўринишига эга бўлади. Тенгламалар системасини ечиб $a_0=4{,}277$ ва $a_1=0{,}146$ ни топамиз. Демак, чизиқли шаклининг кўриниши

$$y = 4,277 + 0,146t$$

каби бўлади.

Бу ерда 4,277 сони етиштирилган пахта ҳосилининг дастлабки ҳолатини кўрсатади, 0,146 эса йиллик пахта ўсиш суръати коэффициентидир.

Энди қурилган моделнинг аппроксимация хатолигини топамиз (63- жадвал).

63- жадвал

Йиллар	$V\varphi$	V_{pair}	$V\varphi\text{-}p$	$\frac{Vj-Vp}{Vj}$
1983	4,930	4,423	0,507	0,102
1984	5,292	4,569	-0,723	0,012
1985	5,382	4,715	-0,667	0,001
1986	4,989	4,861	-0,128	0,003
1987	4,858	5,007	0,323	0,006
1988	5,365	5,153	-0,212	0,0039
1989	5,292	5,199	-0,093	0,017
1990	5,058	5,445	0,387	0,076

Бу хатолик:

$$E_t = \frac{1}{n}\sum\frac{(y\varphi - y_p)}{y\varphi}\cdot 100 = \frac{1}{8}\cdot 16,2 = 2,01$$

Демак, қурилган чизиқли моделнинг аппроксимация хатолиги 2,01% экан.

Энди корреляция коэффициентини ҳисобласак:

$$r = \frac{8\ 185,601 - 36\ 41,166}{8\ 204 - 1296\ 8\ 198,093 - 1576,338} = 0,936$$

ҳосил бўлади. Кўриниб турибдики, корреляция коэффициенти 1 га жуда яқин, демак, вақт орқали натижа кўрсаткичи мустаҳкам алоқада экан.

Энди қурилган чизиқли моделга асосан пахта етиштириш ҳажмининг яқин келажакдаги динамикасини кўриб чиқайлик.

$$y_t = 4,277 + 0,146t$$

регрессия тенгламасига $t=9$ ни қўйиб ҳисобласак $y_9=5{,}591$ ҳосил бўлади, яъни 1978 йилда етиштирилган жами пахта ҳосили топилади.

Худди шунингдек, t нинг кейинги қийматларини мос равишда регрессия тенгламасига қўйиб, унинг кейинги қийматларини топамиз. Натижа кўрсаткичларининг прогнозлаштириш даврига нисбатан аниқланиш чегараларини топиб, 64- жадвални ҳосил қиламиз.

64- жадвал

Йиллар	Пахта етиштириш ҳажми прогнози, млн. т.	Аниқланиш чегараси	
		юқори	қуйи
1987	4,858	5,603	5,479
1988	5,365	5,852	5,622
1989	5,292	6,001	5,765
1990	5,058	6,150	5,908

Бу жадвалдан кўриниб турибдики, 1990 йилда республика бўйича жами 5 млн тоннадан юқори пахта етиштирилар экан. Агар бу рақамни директив кўрсатма билан солиштирсак, олинган прогнознинг катта аниқликка эканлиги равшан бўлади.

Шуни унутмаслик керакки, прогнозлаштириш вақт бўйича ҳисобланаётганда натижа кўрсаткичи вақтга нисбатан монотон (текис ўсувчи ёки текис камаювчи) бўлиши керак. Акс ҳолда, олинган натижа кўрсаткичнинг келгусидаги ҳолатини кўрсата олмайди.

Функция монотон бўлмаганда вақтли функциянинг бошқа кўринишларидан фойдаланилади, сўнгра прогноз маълумотлари топилади.

Иқтисодий кўрсаткичларни прогнозлаштириш учун фақатгина вақтли функциядан фойдаланибгина қолмасдан, балки бошқа кўринишдаги моделларни ҳам қўллаш мумкин. Айтайлик, ишлаб чиқариш функцияси бир қанча омилларга боғлиқ бўлиб, унинг математик модели масалан чизиқли кўринишда

$$y=a_0+a_1x_1+a_2x_2+\ldots+a_nx_n$$

ифодаланган бўлсин. Натижа кўрсаткичининг бирор даврга кўра прогноз маълумотларини топиш талаб этилсин.

Бу масалани ҳал этиш учун энг аввало ҳар бир ишлаб чиқариш омиллари иқтисодий ва математик таҳлил этилади. Бошқача қилиб айтганда омилларнинг вақт бўйича

$$x_i f(t)$$

функцияси тузиб чиқилади ва юқоридаги жараён такрорланади.

Агар натижа кўрсаткичига таъсир этувчи омиллар, масалан, вақт бўйича чизиқли функцияни ташкил этиб, умумий ҳолда:

$$x_t = b_i + c_i t$$

бўлса, x_i нинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$y = a_0 + a_1(b_1 + c_1 t) + a_2(b_2 + c_2 t) + \ldots + a_n(b_n + c_n t) =$$
$$= (a_0 b_1 + a_2 b_2 + \ldots + a_n b_n) + (a_1 c_1 + a_2 c_2 + \ldots + a_n c_n) \cdot$$
$$\cdot t \cdot y = d + lt$$

бу ерда

$$d = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i b_i; \; l = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot c_i$$

Агар чизиқли функциядаги t вақтни прогнозлаштириш даври билан алмаштирсак, у ҳолда прогнозлаштириш даври учун y^*_{ct} нинг кўриниши қуйидагича бўлади:

$$y^*_{ct} = a_0 + (b^1_1 + c^1_1 l) \cdot x_{1t} + (b^1_2 + c^1_2 l) x_{2t} +$$
$$+ (b^1_2 + c^1_2 l) x_{2t} + \ldots + (b^1_n + c^1_n l) \cdot x_{nt}:$$

бу ерда $t = 1, 2, \ldots, n$; $l = n+1, n+2, \ldots,$ к;

x_{it} — омилларнинг мос равишда прогноз қийматларини сўнгги ифодага қўйсак, мос равишда натижа кўрсаткичининг прогноз натижалари келиб чиқади.

6. ЭКСПОНЕНЦИАЛ УСУЛ ЁРДАМИДА ПРОГНОЗЛАШ

Маълумки, функция фақатгина вақтга боғлиқ бўлса, уни $y_t = f(t) + E_t$ кўринишида ифодалаш мумкин. Бу ерда E_t функцияга таъсир этувчи тасодифий миқдор. Олдинги параграфда кўриб ўтилган вақтли қатор параметрлари маълум бир оралиқда ўзгармагани учун уни прогнозлаштиришда қўллашнинг мумкин эканлиги айтиб ўтилган эди. Айрим ҳолларда бу параметрлар ўзгариши мумкин ёки прогнозлаштириш интервали узайтирилганда прогнознинг хатолиги катталашиб кетиши мумкин.

Бу қийинчиликни енгиш учун Р. Г. Браун томонидан яратилган экспоненциал усулдан фойдаланамиз. Бу усулнинг моҳияти шундан иборатки, вақт бўйича олинган қатор экспоненциал қонуниятга бўйсуниб, прогноз қилинади.

Иқтисодий жараёнларда бундай хусусиятнинг мавжудлиги учун прогнозлаштиришда бу усулдан фойдаланиш жуда ўринлидир. Энди бу усулни прогнозлаштиришда қўллашни кўриб ўтайлик.

Фараз қилайлик:

$$y = a_0 + a_1 t$$

кўринишдаги чизиқли функция берилган бўлсин. Бу ердаги a_0 ва a_1 параметрларни топиш учун ўртача экспоненциал $S_t^{(1)}(y)$ ва $S_t^2(y)$ миқдорларни топамиз:

$$S_t^1(y) = a_0 + \frac{1-a}{a} \cdot a_1; \; S_t^2(y) = a_0 + \frac{2(1-a)}{a} \cdot a_1;$$

Агар бу системани a_0 ва a_1 га нисбатан ечсак, қуйидагиларни ҳосил қиламиз: $\hat{a}_0 = 2S^1{}_t(y) - S^2{}_t(y)\zeta$

$$\hat{a}_0 = \frac{1}{1-a}\left[S_t^1(y) - S_t^2(y)\right]$$

Чизиқли кўринишдаги моделнинг прогнози

$$y^*{}_{t+l} = \hat{a} + \hat{l}_{a1}.$$

формула орқали топилади. Прогноз хатолиги эса

$$\tau y^*{}_{t+1} \approx {}^{\tau}E_t$$

$$\sqrt{\frac{a}{(2-a)^3}\left[1 + 4(1-a) + 5(1-a^2) + 2a(4-3a)l + 2a^3 l^2\right]}$$

бу ердаги ${}^{\tau}E_t$ ўртача квадрат католик. Агар

$$y = a_0 + a_1 t + a_2 t^2.$$

кўринишида бўлса, юқоридаги ўртача экспоненциал миқдорлар қуйидагича бўлади:

$$s_t^1(y)=a_0-\frac{1-a}{a}a_1+\frac{(1-a)(2-a)}{2a^2}a_2;$$

$$s_t^2(y)=a_0-\frac{2(1-a)}{a}a_1+\frac{(1-a)(3-a)}{a^2}a_2;$$

$$s_t^3(y)=a_0-(\frac{3(1-a)}{a}a_1+\frac{3(1-a)(4-3a)}{2a^2}a_2.$$

прогноз параметрлари эса

$$\hat{a}_0=3[s_t^1(y)-s^2_t(y)]-s^3_t(y);$$

$$\hat{a}_1=\frac{a}{2(1-a)^2}[(6-5a)S_t^1(y)-2(5-4a)s_t^2(y)+(4-3a)s_t^3(y)]$$

$$\hat{a}_2=\frac{a^2}{(1-a)^2}[s_t^1(y)-2s_t^2(y)+s_t^3(y)]$$

Чизиқсиз кўринишдаги моделнинг прогнози

$$y^*_{l+1}=\hat{a}_o+\hat{a}_1l+\frac{1}{2}\hat{a}_2l^2;$$

формула орқали ҳисобланади. Унинг ҳатолиги эса

$$\sigma y^*_{l+1}\approx{}^{\tau}E_t\sqrt{2a+3a^2l^2};$$

каби ҳисобланади. Бу ердаги t — анализ қилинаётган вақт даври, l — прогнозлаштириш даври, a — экспонента параметри.

Ўртача экспоненциал микдорларни ҳисоблаш учун дастлабки $s^n{}_0(y)$ лар берилган бўлиши керак. Чизиқли модель учун дастлабки шартлар қуйидагича аниқланади.

$$s_0^1(y)=a_0-(\frac{1-a}{a}a_1;\ s_0^2(y)=a_0+\frac{2(1-a)}{a}a_1;$$

квадрат модель учун эса:

$$s_0^1(y)=a_0-\frac{1-a}{a}a_1+\frac{(1-a)(2-a)}{2a^2}a_2;$$

$$s_0^2(y)=a_0\frac{2(1-a)}{a}a_1+\frac{(1-a)(3-a)}{a^2}\cdot a_2;$$

$$s_0^3(y)=a_0\frac{3(1-a)}{a}a_1+\frac{3(1-a)(4-3a)}{2a^2}\cdot a_2.$$

Экспоненциал усул ёрдамида прогнозлаштириш учун параметр a нинг мақбул қийматини аниқлаш жуда муҳимдир. Чунки a нинг ҳар хил қийматларида прогноз ҳар хил бўлиши мумкин. Умуман олганда $o<a<1$ бўлади. Агар параметр 1 га яқин бўлса, прогнозлаштириш учун кейинги ҳолатлар ҳисобга олинади, агар a — бўлса, прогнозда илгариги ҳолат назарда тутилади. Ҳозирча a-нинг аниқ қийматини ҳисоблайдиган усул йўқ. Лекин айрим ҳолларда a ни

$$a=\frac{2}{m+1}$$

формула орқали ҳисоблаш мумкин. Бунда m — экспонента оралигидаги кузатувлар сони.

Энди экспоненциал усулни Республикамизнинг Фаргона водийси иқтисодий районлари пахта тозалаш корхоналарида қўллаб, хомашёни қайта ишлаш ҳажмини прогнозлаштиришда кўриб ўтайлик.

Хомашё ҳажмини кўрсатувчи модель парабола шаклида бўлиб, қуйидаги кўринишда ёртилади:

$$y_t=1038{,}483+326\,606_t+0{,}096_t^2$$

Параметр q-ни ҳисоблаш учун экспонента интервали сифатида 8 йил қабул қилинди. Чунки 1983 йилга келиб бу иқтисодий райондаги пахта тозалаш корхоналарини қўриш ва техника билан қуроллантириш асосан тугатилди. Шунинг учун (уни юқоридаги) формула билан ҳисоблангандa $a=0{,}143$ бўлади.

Олдин бошлангич шартлар $s^1{}_0(y)=824{,}983;$

$$s^2{}_0(y)=615{,}606;\ s^3{}_0(y)=410{,}616$$

аниқланади. Сўнгра 1990 йил учун $s^1{}_0(y)_1 s^2{}_t(y)_1 s^3{}_t(y)$ лар аниқланиб, $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$, $\hat{a}_2$ параметрлар топилади.

$$s^k{}_t(y)=as_t{}^{(\kappa/1)}(y)+(1-a)s_t{}^{\kappa}(y)$$

Рекуррент формула орқали келгуси йиллар учун янги $s^1{}_t(y)_1 s^2{}_t(y),\ldots,$ лар аниқланиб $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$ ва $\hat{a}_2$ лар топилади. Мўлжалланган пахта етиштиришнинг прогнози учун

$$s^1{}_t(y)=1287{,}145;\ s^2{}_t(y)=1063{,}495;\ s^3{}_t(y)=850{,}670$$

экспоненциал ўртачалар қабул қилинди.

Прогноз моделининг коэффициентлари эса мос равишда

$$\hat{a}_0 = 1621{,}62;\ \hat{a}_1 = 36{,}41,\ \hat{a}_2 = 0{,}238$$

Бу параметрларга асосан прогнозлаштириш даври учун пахта етиштиришнинг математик модели иккинчи тартибли парабола шаклида бўлиб, қуйидаги кўринишни олар экан:

$$y_{t+1}^{*} = 1621{,}62 + 36{,}41l + \frac{1}{2}\cdot 0{,}238l^2$$

Юқоридаги формула (300) га прогнозлаштиришнинг дастлабки даври $l=($ни қўйиб ҳисобласак, 1987 йил учун пахта етиштириш прогнози келиб чиқади. Прогнозлаштириш даврига мос равишда кейинги қийматларни қўйиб (300) ҳисобласак, 1987—1990 йиллар учун прогноз маълумотларини оламиз.

Олинган прогноз шуни кўрсатадики, 1990 йилда иқтисодий район бўйича пахта етиштириш 1983 йилга нисбатан 29,2 % га кўпаяр экан. Бу олинган прогноз маълумотлари кўрсатилган иқтисодий районда келгусида пахтачиликни планлаштириш учун дастлабки маълумот бўлиб хизмат қилиши мумкин.

Шундай қилиб, корреляцион моделлар ва ишлаб чиқариш функцияси иқтисодий жараёнларни мақбул режалаштиришда ҳамда прогнозлаштиришда асосий математик аппарат бўлиб хизмат қилар экан.

IV боб

ЧИЗИҚЛИ ПРОГРАММАЛАШНИНГ ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИ ВА УНИНГ ТАҲЛИЛИ

1. ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИ

Хўжаликлараро ишлаб чиқаришнинг ўсиши, меҳнатни тўгри ташкил қилиш ва жамоат ишлаб чиқаришини самарали бошқаришда режалаштириш асосий омиллардан бири бўлиб ҳисобланади. Қишлоқ хўжалигини самарали ташкил этиш мураккаб ва кўп қиррали бўлиб, ер майдонлари, машина-трактор парки, ишчи кучи, мавжуд буюмлар ва ҳар хил материаллардан фойдаланишнинг мақбул вариантини топишни талаб этади.

Қишлоқ хўжалик ходимлари олдидаги энг мураккаб муаммолардан бири ишчи кучидан унумли фойдаланишдир. Бу эса биринчи навбатда қишлоқ хўжалигида машина-трактор парки структурасидан унумли фойдаланишни талаб этади.

Хўжаликда мавжуд бўлган машина-трактор паркидан фойдаланиш масаласини қараб чиқайлик. Бунда ҳар бир трактор агрегати билан бажарилган меҳнат сарфи бошқа трактор агрегати билан бажарилган меҳнат сарфи билан бир хил бўлиб туюлади. Аслида эса бундай эмас. Айтайлик, ишлаб чиқаришда бешта кетма-кет жараённи икки хил усул билан бажариш талаб этилсин. У вақтда қандайдир чекланганлик шартларини эътиборга олмаганда, $2^5=32$ вариантли ишни бажаришга тўгри келади. Агар бу жараён 10 та бўлса, у вақтда мумкин бўлган вариантлар сони $2^{10}=1024$ ни ташкил этади ва ҳоказо. Мақсад шундан иборатки, машина-трактор паркидан фойдаланишни шундай ташкил қилиш керакки, натижада барча бажариладиган ишлар учун сарфланадиган харажат жуда кам бўлсин. Бу эса ўз навбатида юқори малакали мутахассисдан ҳар хил маркадаги тракторлардан бир даврда ишларни ўз вақтида кўрсатилган ҳажмда бажаришни самарали ташкил қилишда анча қийинчилик тугдиради. Шунинг учун ҳам машина-трактор паркидан унумли фойдаланишни ташкил қилишда бир-бирига боғлиқ бўлган мураккаб системаларни ҳал қилиш талаб этилади. Биз бу ерда машина-трактор парки билан боғлиқ энг содда масалани ечишни, математик шаклда ёзиш услуби орқали текшириб чиқамиз.

2. ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИНИНГ ҚЎЙИЛИШИ ВА УНИНГ МАТЕМАТИК МОДЕЛИ

Транспорт масаласи ҳар хил ҳолларда қўйилиши мумкин. Айтайлик, m-та $(A_1, A_2,...A_m)$ жўнатиш жойида мос равишда $(a_1, a_2,...a_n)$ миқдордаги бир хил юклар мавжуд бўлсин. Шу юкларни n-та, $(B_1, B_2,...B_n)$ та қабул қилиш жойларига мос равишда $(b_1, b_2,...b_n)$ миқдорда тақсимлаш зарур. Агар бир i жойдан j — жойга жўнатилаётган юкларнинг миқдорини x_{ij} ва шу ташилаётган юкларга сарфланган харажатлар қимматини c_{ij} билан белгиласак, у вақтда:

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \qquad (1)$$

функциянинг максимум ёки минимум қийматларига қуйидаги шартларда эришилсин:

$$\begin{aligned} 1.\ & x_{11}+x_{12}+\ \dots\ x_{1n}=a_1, \\ & x_{21}+x_{22}+\ \dots\ +x_{2n}=a_2 \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ & x_{m1}+x_{m2}+\dots+x_{mn}=a_m. \end{aligned}$$

Бу ерда жўнатиш жойларидаги тақсимланаётган юқлар, умумий юк заҳиралари $(a_1, a_2,...a_m)$ га тенг бўлиши керак.

$$\begin{aligned} 2.\ & x_{11}+x_{21}+\dots+x_{m1}=b_1, \\ & x_{12}+x_{22}+\dots+x_{m2}=b_2 \\ & \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ & x_{1n}+x_{2n}+\dots+x_{mn}=b_n. \end{aligned}$$

Шу тақсимланаётган юклар талаб қилинадиган $b_1, b_2,...,b_n$ юк миқдорларига тенг бўлиши керак.

2. $x_{ij}\geqslant 0$ $(i=1,2,...\ m;\ j=1,2,\ ...\ n)$ номаълумларнинг манфий бўлмаслик шарти.

Бу келтирилган ҳамма маълумотларни қуйидаги жадвал кўринишида ёзамиз (65- жадвал).

Бу жадвал бундай тўлдирилади: чап бош устунига жўнатиш жойлари (A_1, A_2,...A_m) юқоридаги қаторига қабул қилиш жойлари B_1, B_2,...B_n), охирги устунга умумий юк захиралари (a_1, a_2,...a_m), пастки қаторга юкка бўлган талаблар (b_1, b_2,... b_n) ёзилади. Жадвал ичидаги катакчаларга эса жўнатилаётган юк миқдорлари билан уларни ўтказишга кетган ҳаражатларни, яъни тарифлар ёзилади. Жадвалдаги катакчаларнинг ҳар бирининг юқориги ўнг бурчагига тариф (c_{ij}) лар, пастки чап бурчагига эса ўтказилаётган юк микдор (x_{ij}) лари ёзилади.

65- жадвал

Жўнатиш жойлари	Қабул қилиш жойлари				Юк захираси
	B_1	B_2	. . .	B_n	
A_1	C_{11} x_{11}	C_{12} x_{12}	. . . .	C_m x_m	a_1
A2	C_{21} x_{21}	C_{22} x_{21}	. . . .	C_{2n} x_{2n}	a_2
. . . . .	.	. . . . . .	. . . . .	. . . . . .	. . . .
A_m	C_{m1} x_{m1}	C_{m2} x_{m2}	. . . .	C_{mn} x_{mn}	a_m
Юкка бўлган талаб	b_1	b_2	. . . .	b_n	

Агар умумий юк захиралари

$$ {}^1a+a_2+...+a_m=\sum_{i=1}^{m} a_i $$

қабул қилиш нуқталаридаги юк захираларига тенг бўлса:

$$ b_1+b_2+...+b_n=\sum_{j=1}^{n} b_j \text{ агарда } \sum_{i=1}^{m} a_i=\sum_{j=1}^{n} b_j \text{ бўлса} $$

у вақтда бундай кўринишдаги масала ёпиқ транспорт масаласи дейилади. Акс ҳолда қуйидаги ҳолатлар юз беради:

$$1.\ \sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j \quad 2.\ \sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Бу кўринишдаги масалаларга очиқ транспорт масаласи дейилади.

3. ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИНИ ЕЧИШДА ПОТЕНЦИАЛ ВА ТАҚСИМЛАШ УСУЛЛАРИНИ ҚЎЛЛАШ, ЕЧИМНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

Потенциал усули. Транспорт масаласи 65- жадвал шаклида берилган бўлиб, у ёпиқ транспорт масаласи, яъни $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$ бўлсин.

Масала шартида келтирилган ҳамма маълумотлар 65- жадвалда ифода этилгандек тўлдирилади. Бу жадвалдаги катакчаларнинг пастки чап бурчакларига юк миқдорлари x_{ij} ни ёзамиз. Юқоридаги ўнг бурчакларига юкларни ўтказишга кетган ҳаракат баҳолари c_{ij} ни ёзамиз. Юк тақсимлашни масаланинг берилган шартларига қараб (агар у минимум қийматни талаб этса) энг кичик тарифдан, ёки энг катта тарифдан (агар у максимум қийматни топишни талаб этса) бошлаймиз.

Қаерда юк тақсимланган бўлса, шу катакчаларни *тўлдирилган* ёки *юк тақсимланган катакчалар* дейилади. Бу юк тақсимланган катакчалар учун масаланинг бошлангич режаси, яъни аниклик режаси топилади. Бунинг учун $v_j - u_i = c_{ij}$ шарти бажарилиши керак. Тўлдирилмаган ёки тақсимланган катакларга *бўш катакчалар* дейилади. Бу катакчалардан масаланинг мақбул ечими, яъни кетма-кет такрорланувчи (циклик) режаси топилади.

Агарда $v_j - u_i \leqslant c_{ij}$ бўлса, масаланинг минимум қиймати ёки $v_j - u_i \geqslant c_{ij}$ бўлса, (масаланинг максимум қийматини топишдаги шартлари бажарилиши зарур. Бу шартлар бажарилгандан кейингина масаланинг мақбул ечими топилган деймиз. Акс ҳолда юқорида келтирилган жараённи такрорлашга тўгри келади. Бу ерда v_j ва u_i лар жўнатиш пунктларидан қабул қилиш пунктларигача бўлган эркин ўзгарувчилар (потенциаллар) деб юритилади. Қўшимча киритиладиган белгилашларни масала ечиш жараёнида баён этамиз. Энди потенциал усулни қўллаб масаланинг аниқ ечимини топайлик.

1-масала. Ҳар хил ҳосилдорликка эга бўлган майдонларга галла экиш керак. Бунда экин экиладиган майдонларни шундай тақсимланиш керакки, натижада максимум галла ҳосили олишга эришилсин. Ҳар бир гектар майдондан олинадиган ҳосил 66-жадвалда келтирилган.

66-жадвал

Экин турлари	Ҳар бир майдонда 1 гектаридан олинадиган ҳосил (ц. ҳисобида)				Экиладиган майдонлар (гектар ҳисобида)
	1	2	3	4	
Маккажўхори (дон учун)	50	40	20	15	1000
Буғдой	20	12	11	7	6000
Арпа	22	15	10	9	1200

Қўйилган масалани ечиш учун 66-жадвал кўрсаткичларини 65-жадвал кўриниши шаклида ифодалаб 67-жадвални ҳосил қиламиз. 67-жадвалда қўшимча устун ва қаторлар қўшилди, уларга $v_j u_i$ потенциалларни жойлаштирамиз, чунки бу потенциаллар масала ечилишининг асосини ташкил этади. Масала ечилишининг бошлангич режасини топишни 67-жадвалдан излаймиз, бу эса масала шартининг берилишига қараб олиб борилади. Бунинг учун аввало қўйилган масаланинг математик моделини тузамиз, бу ерда c_{ij} ва x_{ij} ларнинг жойлаштирилиши 65-жадвалда кўрсатилгани учун кейинги жадвалларда такрорламадик,

66-жадвал кўрсаткичлари асосида масаланинг математик моделини тузамиз.

67- жадвал

	v_j	v_1–50	v_2–31	v_3–30	v_4–26	
u_i	Экин турлари	Ҳар бир олинадиган ҳосил (ц. ҳисобида)				Экиладиган майдонлар (гектар ҳисобида)
u_1–0	Маккажўхори (дони учун)	-50	+40	20	15	1000
u_2–19	Буғдой	1000 20	-12 1800	11 3500	+7 700	6000
u_3–16	Арпа	22	15 1200	10	9	1200
u_4–22	Тариқ	28 1000	10	6	4 800	1800
	Майдонлар (гектар ҳисобида)	2000	3000	3500	1500	10000

$$
\begin{aligned}
x_{11}+x_{12}+x_{13}+x_{14}+1000,\\
x_{21}+x_{22}+x_{23}+x_{24}=6000,\\
x_{31}+x_{32}+x_{33}+x_{34}=1200,\\
x_{41}+x_{42}+x_{43}+x_{44}=1600,\\
x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=2000,\\
x_{12}+x_{23}+x_{33}+x_{43}=3500,\\
x_{14}+x_{24}+x_{34}+x_{44}=1500.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

Юқоридаги номаълумларнинг манфий бўлмаслик шартлари

$$x_{ij}>0 \;\; i=1,2,3,4; \;\; j=1,2,3,4 \qquad (2)$$

бўлганда

$$
\begin{aligned}
Z=50x_{11}+40x_{12}+20x_{13}+15x_{14}+20x_{12}+12x_{22}+11x_{23}+\\
+7x_{24}+22x_{31}+15x_{32}+10x_{33}+9x_{34}+28x_{41}+\\
+10x_{42}+6x_{43}+4x_{44}
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

мақсад функциясининг максимум қиймати топилсин.

Бу масалани потенциал усули ёрдамида ечиш учун 67- жадвалда майдонлар бўйича экиладиган экин майдонларини энг катта ҳосилдорлик бўйича тақсимлаб чиқамиз. Бунинг учун потенциал усули қоидаларига амал қилиш керак.

Масала шартида энг катта тариф, бу 50 (центнер) дир. Шунинг учун шу ҳосилдорликдан бошлаб масаланинг бошлангич (таянч) режасини тузамиз. Тузилган таянч режани энг юқори тариф кўрсаткичлар бўйича тақсимлаб чиқамиз. Ҳисоблаш натижалари бўйича мақсад функцияси қиймати қуйидагигa тенг бўлади:

$$Z = 1000\ 50 + 1800 + 12 + 350\ 11 + 700 + 1200\ 5 + 100\ 28 +$$
$$+ 800\ \ 4 + 50000 + 21000 + 21000 + 38000 + 4900 + 600 +$$
$$+ 28000 + 3200 = 164200\ (\text{ц})$$

$Z_{\max} = 164200/\text{ц}$ ни ташкил этди.

Масаланинг мақбул ечимини топишда тўлдирилган катаклар сони илгари кўриб ўтилган $(m+n-1)$ шарт бажарилиши керак масала кўрсаткичлари бўйича эса $m+n-1=4+4-1=7$, яъни тўлдирилган катаклар сони 7 та бўлиши керак. Кўриб ўтганимиздек, бу шарт бажарилмаса, зарур бўлган катакларга сунъий равишда ноль юк микдорини қўшиб масала шартини бажариш учун тенглаштирамиз. Бу эса потенциаллар қийматини топишга имконият яратади. Жадвал бўйича топилган функциянинг ($Z_{\max}=164200$ центнер) экинлар бўйича олинган ҳосил кўрсаткичи ҳақиқатан ҳам максимум ҳосиллар эканлигига ишонч ҳосил қилиш учун топилган ечимни текширамиз. Бунинг учун эркин ўзгарувчилари ҳисобланган потенциал бирлик u_i ва v_j ларни қуйидаги икки хол бўйича бажарилишини текшириш лозим.

1. $v_j - u_i = c_{ij}$ (тўлдирилган катаклар учун);

2. $v_j - u_i \geqslant c_{ij}$ (тўлдирилмаган катаклар учун).

Биринчи шартнинг бажарилиши потенциал микдорларни аниқлашда фойдаланилади. Бу шартнинг бажарилишини текшириш учун u_i га 0; 1; 10; 100 ва ҳоказо қийматлардан бирини қўямиз. Бундай бирликларни танлаш 1962 йилда Прагада бўлиб ўтган Бутун жаҳон халқаро конференциясида қабул қилинган.

Шунга асосланиб қолган потенциалларни топишимиз мумкин. Потенциалларни тўлдирилган катаклар учун топамиз, тўлдирилмаган катаклар учун эса иккинчи шартнинг бажарилишини текширамиз.

Мақбул ечимни топиш учун масаланинг шартига кўра мавжуд потенциалларни ҳисоблаб кўрамиз. Бунинг учун u_1 га ноль (0) қийматни қўйиб, $u_1=(0)$ деб қабул қиламиз. Қолган қийматларни эса шунга асосланиб қуйидагича топамиз.

Горизонтал қаторлардаги тўлдирилган катакчадаги нархга ноль қўйиб, уни жадвалнинг юқори қисмига ёзамиз. Ҳосил бўлган потенциал миқдоридан тўлдирилган вертикал катакчалардаги турган ҳосилдорликни айириб, жадвалнинг чап томонига ёзамиз. Тўлдирилган катакларда иккинчи шартнинг бажарилишини қуйидагича текширамиз:

$$v_2-u_1=32-0=32<40,$$
$$v_3-u_1=30-0=30>20,$$
$$v_4-u_1=26-0=26>15,$$
$$v_1-u_1=50-19=31>20,$$
$$v_1-u_3=50-16=34>22,$$
$$v_3-u_3=30-16=14>10,$$
$$v_4-u_3=26-16=10>9,$$
$$v_2-u_4=31-22=9<10,$$
$$v_3-u_4=30-22=8>6,$$

Бу потенциалларни $v_j-u_i=c_{ij}$ формула ёрдамида топамиз: $u_1-u_1=50$, бу ерда $v_1-0=50$. Худди шунингдек, $v_1-u_4=28$ ёки $50-u_4=28$ дан u_4 ни топамиз.

$$u_4=50-28-22. \; u_4=22.$$

Худди шу йўл билан қолган потенциалларни ҳам топамиз:

$$v_4=26; \; u_2=19; \; v_2=31; \; v_3=30; \; u_3=16.$$

Потенциаллар жадвалдаги катакчаларнинг $A_{1,2}$ ва $A_{2,4}$ ларида бузилади. Шунинг учун режани яна ҳам яхшилаш вариантини тузишга киришамиз, бу иш эса юқоридаги усул ёрдамида бажарилади.

68- жадвал кўрсаткичлари бўйича мақсад функцияси қиймати қуйидагича бўлади:

68- жадвал

Экин турлари	Ҳар бир участкадан олинадиган ҳосил (ц. ҳисобида				Экиладиган майдонлар (га ҳисобида)
	1	2	3	4	
Маккажўхори (дони учун)	50 200	40 800	20	15	1000
Буғдой	20	12 1000	11 3500	7 1500	6000
Арпа	22	15 1200	10	8	1200
Тариқ	28 1800	10	6	4	1800
Участкалар майдони (га ҳисобида)	2000	3000	3500	1500	10000

$$Z_{max}=200\cdot 50+800\cdot 40\cdot 1500\cdot 7+1200\cdot 15+1800\cdot 28=$$
$$=10000+3200+12000+385000+105000+1800+50400$$
$$+171400 \text{ ц. } Z_{max}=171400 \text{ ц.}$$

Бу масаланинг мақбул ечимига эришгунча бир неча жадвални тўлдиришга тўғри келади, лекин потенциал усулда ҳар бир жадвални тўлдириш бир-биридан унча фарқ қилмаганлиги учун улар ташлаб кетилди ва охирги 68- жадвалда масаланинг мақбул ечими бўлади.

Бундан шундай хулосага келамиз:

1. Маккажўхори экиш учун 1- участкадан 200 га, 2- участкадан 800 га;

2. Бугдой учун 2- участкадан 1000 га, 3- участкадан 3500 га, 4- участкадан 1500 га;

3. Арпа учун 2- участкадан 1200 га;

4. Тариқ учун 1- участкадан 1800 га майдон ажратилган.

Шунинг учун масаланинг мақбул ечими $Z_{max}=171200$ ц га тўғри келар экан.

Транспорт масаласини тақсимлаш усули. Тақсимлаш усули ёрдамида масалалар ечилганда қуйидаги қоидаларга амал қилиш зарур:

1. Масала шартидаги умумий юк захираларини қабул қилувчи пунктларда, юкни микдорларига

нисбатан «Шимоли-Шарқ» («Северо-Восток») бурчак усули бўйича тақсимланади ва мақсад функция Z_{max} нинг қиймати ҳисобланади.

2. Шу функциянинг минимум қийматига, яъни мақбул ечимни топиш учун жадвалнинг ўнг ва чап томонларига қўшимча устун ва қатор катакчалари қўшилади. Бу катакчаларга ҳал қилувчи қўшилувчилар катакчаси дейилади. Бу катакчаларга шундай қўшилувчиларни топиш керакки, бунда ҳамма тўлдирилган катакчалардаги тарифлар нолга айланиши керак. Агар ҳамма тўлдирилган катакчалардаги тарифлар мусбат ишорали бўлса, масаланинг мақбул ечимига эга бўлинади.

3. Ҳал қилувчи қўшилувчилар ёрдамида тўлдирилмаган катакчалардаги тарифларнинг бирортаси ёки бир нечтаси манфий ишорали бўлса, у вақтда масаланинг мақбул ечими ёпиқ контурлар орқали топилади. Бу жараён ҳамма бўш катакчалардаги тарифлар мусбат ишорали бўлгунча давом этади.

Бу усулнинг тўлиқ алгоритмини қуйидаги масалани ечиш жараёнида баён этамиз.

1-масала. Тўртта A_1, A_2, A_3, A_4 ёнилғи базаларида (40, 20, 30 , 10) тоннадан ёнилғи мавжуд бўлиб, уларни талаб қилинган хўжаликларга 30, 40, 30 тоннадан етказиб бериш керак. Бунда ёнилғиларни базалардан хўжаликларга етказиб беришда қилинадиган транспорт ҳаражатлари энг кам бўлсин. Ёнилғини ташиш ҳаражатлари 69- жадвалда келтирилган.

69- жадвал

Жўнатиш пунктлари	Қабул қилиш жойлари			Умумий ёнилғи заҳираси
	B_1	B_2	B_3	
A_1	3	4	5	40
A_2	7	2	3	20
A_3	6	1	4	30
A_4	5	2	3	10
Ёнилғига бўлган талаб	30	40	30	100

Ёнилгини ташиш учун кетган харажатни c_{ij} билан, ташилиши керак бўлган ёнилги миқдорини эса x_{ij} билан белгилаймиз. Транспорт масаласини тақсимлаш усули билан ечганда жадвалнинг юқориги чап бурчагига тариф (c_{ij}) лар, пасти ўнг бурчагига эса ташилаётган юк миқдор (xij) лари ёзилади.

Масаланинг математик модели жадвал маълумотлари асосида қуйидагича тузилади:

$$\begin{gathered}
x_{11}+x_{12}+x_{13}=40, \\
x_{21}+x_{22}+x_{23}=20, \\
x_{31}+x_{32}+x_{33}=30, \\
x_{41}+\;{}_{42}+x_{43}=20, \\
x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}=30, \\
x_{21}+x_{22}+x_{32}+x_{42}=40, \\
x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}=30.
\end{gathered}$$

Бу тенгламалар системасининг ечимини топиш натижасида чизиқли функция

$$\begin{gathered}
Z=3x_{11}+4x_{12}+5x_{13}+7x_{21}+2x_{22}+3x_{23}+ \\
+6x_{31}+x_{32}+4x_{33}+5x_{41}+ \\
+2x_{42}+3x_{43}\rightarrow(\min)
\end{gathered}$$

қийматга эга бўлсин.

Масалани ечишда жадвални «шимоли-шарқ» бурчак усули бўйича юқоридан қуйи бурчакка қараб юкларни тақсимлаб чиқамиз ва масаланинг бошланғич режасини тузамиз, натижада қуйидаги жадвалга эга бўламиз.

70- жадвал

Жўнатиш жойлари	Қабул қилиш пунктлари			Умумий ёнилги захираси
	B_1	B_2	B_3	
A_1	3 30	4 10	5	40
A_2		2 20	3	20
A_3	6	1 10	4 20	30
A_4	5	2	3 10	10
Ёнилғига бўлган талаб	30	40	30	100

73- жадвал

Жўнатиш жойлари	Қабул қилиш жойлари			Ёнилғи захираси	Ҳал қилувчи қўшилувчи
	B_1	B2	B3		
A_1	0 30	0	—2 10	40	0
A_2	6	0 20	—2	20	—2
A_3	6	0 20	0 10	30	—2
A_4	6	2	0 10	30	—2
Ёнилғига бўлган талаб	30	40	30	100	
Ҳал қилувчи қўшилувчи	0	—2	—2		

Бундай алмаштиришларни масаланинг мақбул ечимига эга бўлгунча давом эттирамиз. Келгуси жадвалларни тўлдиришда юқорида кўриб ўтилган қоидаларга амал қилинади.

Бу кўрсаткичлар бўйича функция қиймати $Z_{min}=270$ сўм бўлади

$(Z_{min}=303+5\cdot10+2\cdot20+120+104+3\cdot10=90+50+$

$+40+20+40+30=270$ минг сўм).

Бироқ 73- жадвалда тўлдирилган катакчаларда манфий кўрсаткичли масофалар бор. Шунинг учун 74- жадвални тузамиз.

74- жадвал

Жўнатиш пунктлари	Қабул қилиш пунктлари			Ёнилғи заҳираси
	B_1	B_2	B_3	
A_1	0 30	2	0 10	40
A_2	4	+0 20	-2	20
A_3	4	-0 20	+0 10	30
A_4	4	2	0 10	10
Ёнилғига бўлган талаб	30	40	30	100

Кейинги жадваллар юқоридаги қоидаларга асосланиб тўлдирилади.

75- жадвал

Жўнатиш жойлари	Қабул қилиш жойлари			Ёнилғи заҳираси	Ҳал қилувчи қўшилувчи
	B_1	B_2	B_3		
A_1	0 30	2	0 10	40	-2
A_2	4	0 10	—2 10	20	0
A_3	4	0 30	0	30	0
A_4	4	2	0 10	10	—2
Ёнилғига бўлган талаб	30	40	30	100	
Ҳал қилувчи қўшилувчи	+2	0	+2		

76- жадвал

Жўнатиш жойлари	Қабул қилиш жойлари			Ёнилғи захираси
	B_1	B_2	B_3	
A_1	0 30	0	0 10	40
A_2	6	0 10	0 10	20
A_3	6	0 10	2	20
A_4	4	0	0 10	10
Ёнилғига бўлган талаб	30	40	30	100

76- жадвал кўрсаткичларида функция қиймати $Z_{min}=250$ сўмга тенг

$(Z_{min} = 3\cdot30+5\cdot10+2\cdot10+3\cdot10+3\cdot10+3\cdot10=90+$
$+5L+20+30+30=30=250$ минг сўм).

76- жадвалдаги ҳамма тўлдирилмаган катакчалардаги масофалар мусбат ишорали бўлади. Шунинг учун масала ечимини ниҳоясига етган деб ҳисоблаймиз. Функция қиймати эса $Z_{min}=250$ минг сўмга тенг бўлади. Шу йўл билан базалардаги ёнилғиларни участкалар бўйича ташишни ташкил этсак, бошланғич режага нисбатан $Z_{min}=290-250=40$ минг сўм иқтисод қилишга муваффақ бўламиз ва тақсимланган юкларнинг миқдори $x_{11}=10$ т; $x_{32}=30$ т; $x_{23}=10$ т; $x_{32}=30$ т; $x_{43}=10$ т миқдорида жўнатилар экан.

4. ТРАНСПОРТ МАСАЛАСИНИНГ ОЧИҚ МОДЕЛИ

Олдинги параграфларда транспорт масалаларининг ёпиқ моделига мансуб бўлган масалаларни кўрган эдик. Бунда ишлаб чиқариш билан унга бўлган талаб мос келган эди. Энди ишлаб чиқариш билан талаб мос келмаган ҳолни кўриб ўтайлик. Бунда икки ҳол бўлиши мумкин.

1-ҳол. Юк жўнатиш пунктларининг умумий юк заҳиралари (a_i) қабул қилиш пунктларининг умумий талабларидан (b_j) кўп бўлсин.

Бу ифодани математик кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j \qquad (1)$$

Агар (1) тенгсизликни тенгликка айлантириш учун унинг ўнг томонига уларнинг фарқини $\left(\sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j\right)$, масалан b_{n+1} ни қўшсак,

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j + b_{n+1} \qquad (2)$$

тенглик ҳосил бўлади. Бу ерда b_{n+1} сунъий юк қабул қилувчи жой дейилади.

Кўриниб турибдики, натижада транспорт масаласининг очиқ модели ёпиқ моделга келтирилади. Бунда мақсад функциясининг минимум қиймати ва ўзгарувчиларнинг манфий бўлмаслик шартлари ҳам назарда тутилмоқда.

Ушбу ҳолда очиқ транспорт масаласининг матрицавий кўриниши 77-жадвалда кўрсатилган.

77-жадвал

Жўнатиш жойлари	Қабул қилиш жойлари					Юк заҳираси
	B_1	B_2	.....	B_n	B_{n+1}	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	.....	c_{1n} x_{1n}	0 $x_{1,n+1}$	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	.....	c_{2n} x_{2n}	0 $x_{2,n+1}$	a_2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	.....	c_{mn} x_{mn}	0 $x_{m,n+1}$	a_m
Юкка бўлган талаб	b_1	b_2	.....	b_n	b_{n+1}	

2- ҳол. Жўнатиш жойларидаги умумий юк миқдори (a_i) қабул қилиш жойларининг умумий талабидан (b_j) кичик, яъни

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j \qquad (1)$$

бўлсин. Кўриниб турибдики, бу кўринишдаги тенгсизликни тенгликка айлантириш учун унинг ўнг томонига йиғиндилар айирмаси $\sum a_i - \sum b_j = a_{m+1}$ ни қўшамиз, натижада:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i + a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j. \qquad (2)$$

тенглик ҳосил бўлади. Шундай қилиб, яна очиқ кўринишдаги транспорт масаласини ёпиқ ҳолдаги кўринишга келтирдик. Бу ерда ҳам янги a_{m+1} «сунъий юк жўнатиш жойи» дейилиб, бунда жўнатиш жойидан қабул қилувчи жойларга юк жўнатишда сарфланадиган харажатлар $c_{(m+1)j}=0$ деб қабул қилинади.

Иккинчи ҳолдаги транспорт масаласининг матрицавий кўриниши 77- жадвалда берилган.

Юқорида кўриб ўтилган икки ҳолдан шу нарса маълум бўлдики, транспорт масаласининг ҳар икки кўринишидаги очиқ модель аввало ёпиқ кўринишдаги моделга олиб келингандан кейингина уни ҳал этиш мумкин бўлар экан.

1- масала. Тўртта (A_1, A_2, A_3, A_4) автомобиль хўжалиги ҳар куни 1600 та ЗИЛ — 155 маркали автомобилни юк жўнатадиган бешта (B_1, B_2, B_3, B_4, B_5) станцияга вақтинча фойдаланувчи (P_1) ташкилотга жўнатиши керак. Автохўжаликлар асосий ва вақтинча фойдаланадиган ташкилотлар талабига биноан босиб ўтилган масофани тонна километрлар бўйича ҳисоблайди.

Автомобилларни шундай тақсимлаш керакки, натижада юк жўнатувчиларни автомашиналарга бўлган талаби қондирилсин. Масаланинг шарти қуйидаги 78- жадвалда берилган.

Бу масала транспорт масаласининг очиқ типига мансуб бўлиб, уни потенциал усули ёрдамида ечиш билан чегараланамиз.

Бу ерда автомашиналар сони талаб қилинаётган

78- жадвал

Автохўжалик-лар	Автохўжаликлар билан юк ортувчилар орасидаги масофалар (км).					Мавжуд автомаши-налар
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	
A_1	2	4	1	3	5	200
A_2	7	3	9	4	1	600
A_3	10	15	14	8	4	500
A_4	9	13	12	11	7	300
Автомашиналарга бўлган талаб	300	500	400	200	180	1600 1580

автомашиналарга нисбатан кўп, шунинг учун биз машиналарга бўлган талабни умумий машиналар сони билан тенглаштириб, уни ёпиқ моделга киритиб оламиз.

Бу масаланинг дастлабки ечими (юкнинг тақсимланиши) 79- жадвалда кўрсатилган.

79- жадвал

Автохўжа-ликлар	Автомашиналар билан юк ортувчилар орасидаги масофа (км ҳисобида)						
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	P_1	
A_1	2	4	1 200	3	5	0	200
A_2	7	3 420	9	4	1 180	0	600
A_3	+10 6	15 80	+14 200	8 200	4	 20	500
A_4	9 300	13	12	11	7	0	300
Автомобилга бўлган талаб	300	500	400	200	180	20	1600

$$Z_{\min}=200\cdot 1+420\cdot 3+180\cdot 115+200\cdot 14\cdot 200\cdot 8+$$
$$+300\cdot 9=9860 \text{ т/км}.$$

Биз потенциал усул ёрдамида бу қиймат унинг мақбул ечими эканлигини текширамиз.

(A_2, B_5), A_4, B_3, A_4, B_5 катакчаларда потенциаллар $v_j-u_i\leqslant c_{ij}$ шарти бажарилмади. Шунинг учун шу катакчалардаги энг узун масофа (км) орқали юк тақсимлашни давом эттирамиз; бир неча ҳисоблаш (итерация) дан кейин мақбул ечимга эга бўлган натижа 80- жадвалда келтирилган.

Охирги жадвалга асосан машиналарни шундай тақсимласак, у потенциал усулнинг қонуниятларини қаноатлантиради ва биз мақбул ечимга эга бўламиз:

$$Z_{\min}=200\cdot1+500\cdot3+100\cdot1-200\cdot10+200\cdot8+80\cdot4+100\cdot9+200\cdot12=200+1500+100+2000+1600++320+900+2400=9020 \text{ т/км.}$$

Демак, $Z_{\min}=9020$ т/км.

80- жадвал

Автохўжаликлар	Автохўжаликлардаги юк ортувчилар орасидаги масофа (км ҳисобида)						
	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	P_1	
A_1	2	4	1 200	3	5	0	200
A_2	7	3 500	9	4	1 100	0	600
A_3	10 200	15	14	8 200	4 80	0 20	500
A_4	9 300	13	12 200		7	0	300
Автомобилга бўлган талаб	300	500	400	200	180	20	

Демак, берилган масаланинг шартларига биноан энг кам йўл 9020 т/км ни ташкил этар экан.

5. ТАҚРИБИЙ ҲИСОБЛАШ АППРОКСИМАЦИЯ УСУЛИ ВА УНИНГ ТАҲЛИЛИ

Транспорт масаласини юқорида қайд этилган ечиш усулларидан ташқари тақрибий ҳисоблаш мумкин. Энди бу тақрибий ҳисоблаш усулларидан фойдаланиш алгоритми (масалан, ечиш кетма-кетлиги)ни кўриб чиқамиз.

1-босқич. Қўйилган масаланинг шартларига қараб ҳар бир i — қатор ва j — устунлар бўйича c_{ij} нинг иккита қиймати, яъни c_{ij}^1 ва c_{ij}^2 текширилади. Масаланинг шарти максимум қийматни топишни талаб этса, c_{ij}^1 учун ҳар бир қатор ва устунлардаги сонларнинг энг каттаси олинади.

c_{ij}^2 учун эса шу қатор ва устундаги энг катта сонга яқин бўлган сон олинади.

Масаланинг шарти минимум қийматни топишни талаб этса, у вақтда c_{ij}^1 учун ҳар бир қатор ва ҳар бир устундаги сонларнинг энг кичиги олинади. c_{ij}^2 учун эса шу қатор ва устундаги энг кичик сонга яқин бўлган сонлар олинади.

2-босқич. c_{ij} лардан биронта энг қулай сон топилади. Агар масаланинг шарти максимум қийматни топишни талаб этса, у вақтда $c_{ij}^1 - c_{ij}^2 = \mu_i(\mu_j)$, агарда масаланинг шарти минимум қийматни топишни талаб этса,

$$c_{ij}^2 - c_{ij}^1 = \mu_i(\mu_j)$$

топилади.

3-босқич. Шу топилган $\mu_i(\mu_j)$ ичидан масаланинг максимум ва минимум қийматлари учун бир хил бўлган энг катта сон олинади. Бу сон K_μ билан белгиланади.

4-босқич. Шу топилган K_μ ичидан сонни юк миқдори x_{ij} ларга ва тариф c_{ij} ларга нисбатан ҳар бир қатор ва ҳар бир устун учун текширилади.

Қаторлар учун $a_i - \sum_{j=1}^{n} x_{ij}$

Устунлар учун $b_j - \sum_{i=1}^{m} x_{ij}$ шартлар бажарилиши керак. Шу тўртта операциядан кейин масаланинг бошлангич режаси топилади. Бу ерда

1. $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i (i = 1,2,...m)$

2. $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j (j = 1,2,...n)$

шартлар бажарилиши керак.

Мисол. Қуйидагилар берилган:

$$b_j = 40;\ 30;\ 50;\ 20;$$

$$a_i = 30;\ 30;\ 45;\ 35$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & 2 \\ 2 & 6 & 8 & 7 \\ 3 & 6 & 6 & 4 \\ 5 & 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Бу ерда $Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij} \to \min$ ни топиш талаб этилади. Бунинг учун берилган маълумотларни 81- жадвал кўринишида ёзамиз ва қайд этилган 4 та босқичнинг бажарилишини текширамиз

81- жадвал

Тартиб номери	1	2	3	4	B_j	M_i
1	3	5	4	2	30	1
2	2	6	8	7	30	4
3	3	6	6	4	45	1
4	5	4	5	4	35	0
A_j	40	30	50	20	140	
M_j	1	1	1	2		

Ҳар бир i қатор ва j устундан c_{ij} нинг икки қиймати қаралиб, c_{ij}^1 ва c_{ij}^2 топилади.

а) 1- босқич. Агар $Z_{\min}$ ни топиш талаб этилган бўлса, c_{ij}^1 учун устун ва қатордаги энг кичик сонга яқин бўлса сон, c_{ij}о учун эса шу устун ва қатордаги энг кичик сонга яқин бўлган сон олинади. Буни қуйидагича изоҳлаймиз:

1-қаторлар учун

қатор	c_{ij}^1	c_{ij}^2
1	2	3
2	2	6
3	4	4
4	4	4

2- устунлар учун

устун-лар	c_{ij}^1	c_{ij}^2
1	2	3
2	4	5
3	4	5
4	2	4

2-босқич. Топилган c_{ij}^1, c_{ij}^2 ларнинг айирмаси устунлар ва қаторлар учун айрим-айрим топилиб, уни жадвалнинг ўнг ва пастки томонларига жойлаштирамиз: $c_{ij}^2 - c_{ij}^1 = \mu_i(\mu_j)$

1) қаторлар учун
$3-2=1$,
$6-2=4$,
$4-3=1$,
$4-4=0$,

2) устунлар учун
$3-2=1$,
$5-4=1$,
$5-4=1$,
$4-2=2$,

3-босқич. Топилган $\mu_i^1 =$ ва μ_j^2 нинг қийматлари орасидаги энг катта K_μ ни топамиз, яъни:

$$K_\mu = \max[1;\ 4;\ 1;\ 0;\ 1;\ 1;\ 1;\ 2] = 4;\ K_\mu = 4$$

4-босқич. K_μ нинг қиймати қайси қатор ва устунга тўгри келган бўлса, биз x_{ij} нинг миқдорини шу қатор ва устун бўйича тарқатамиз.

81-жадвалда у 2-қатор ва 1-устунга тўгри келади, шунинг учун уни талаб этилгандек тақсимлаймиз: яъни 2-қаторда 30 т юк мавжуд, аммо устунда 40 т миқдорида юк олиши керак бўлганлиги учун, 2-қатор 1-устуннинг кесишган жойидаги катакчанинг чап бурчагига кам юк миқдори — 30 т қўйилади ва ҳоказо. 82-жадвалдаги қолган катаклар ҳам шу йўл бўйича тўлдирилади.

82-жадвал

Тартиб номери	1	2	3	4	B_j	M_i
1	3	5	4	20 2	30	1
2	30 2	—	—	—	30	
3	3	6	6	4	45	1
4	5	4	5	4	35	0
A_i	40	30	50	20	140	
M_j	0	1	1	2		

Бу 4 та босқични қўйилган масала мақбул ечимга эга бўлгунча давом эттиришга тўғри келади. Агар жадвалда қатор ёки устун бўйича қўйилган талаблар бажарилса, шу устун ёки қатордаги қолган тарифлар ўчирилиб кетади.

б) 1-босқич.

Қаторлар учун

c^1_{ij}	c^2_{ij}
2	3
3	4
4	4

1-босқич.

Устунлар учун

c^1_{ij}	c^2_{ij}
2	3
4	5
4	5

2-босқич.

$\mu_i(\mu_j)$ ларни топамиз

Қаторлар учун

$3-2=1,$
$4-3=1,$
$4-4=0,$

Устунлар учун

$3-2=1,$
$5-4=1,$
$4-2=2,$
$5-4=1,$

3-босқич.

K_μ ни топамиз.

$$[1;\ 1;\ 0;\ 1;\ 1;\ 1;\ 2]=2\quad K_\mu=2$$

4-босқич.

K_μ нинг қиймати энг охирги устунга тўғри келаяпти, шунинг учун x_{ij} нинг қийматини энг охирги устундаги энг кичик тариф бўйича тарқатамиз.

в) 1-босқич.

Қаторлар учун

c^1_{ij}	c^2_{ij}
2	3
3	6
4	5

Устунлар учун

c^1_{ij}	c^2_{ij}
2	3
4	5
4	5

2- б о с қ и ч.

$\mu_i(\mu_j)$ ни топиш керак

Қаторлар учун	Устунлар учун
$3-2=1$	$3-2=1,$
$6-3=3,$	$5-4=1,$
$5-4=1,$	$5-4=1,$

3- б о с қ и ч.

K_μ ни топамиз:

$$[1;\ 3;\ 1;\ 1;\ 1]=3\quad K_\mu=3$$

Юқоридаги ҳисоблашлар асосида қуйидаги 83- жадвалга эга бўламиз.

83- жадвал

Тартиб номери	1	2	3	4	B_j	M_i
1	3	5	4	2 20	30	1
2	— 30	—	—	—	30	—
3	3 10	6	6	—	45	3
4	5	4	5	—	35	1
A_i	40	30	50	20		
M_j	0	1	1	—		

Шундай қилиб юқоридаги босқичларни бошқаришни 81- жадвалдаги юклар тўлиқ тақсимланиб бўлгунча давом эттирамиз ва келгуси жадвалларнинг тўлдирилишини ҳисоблаймиз.

г) 1- б о с қ и ч.

Қаторлар учун

c_{ij}^1	c_{ij}^2
2	4
3	6
4	5

Устунлар учун

c_{ij}^1	c_{ij}^2
4	5
4	5

2- босқич.

$\mu_i(\mu_j)$ ни топиш керак.

Қаторлар учун

$4-2=2$
$6-3=3,$
$5-4=1,$

Устунлар учун

$5-4=1,$
$5-4=1,$

3- босқич.

K_μ ни топиш учун

$[2;\ 3;\ 1;\ 1;\ 1]=3\ K_\mu=3$

Бу кўрсаткичларни 83- жадвал асосида ҳисоблаб 84- жадвалга эга бўламиз.

84- жадвал

Тартиб номери	1	2	3	4	Захирадаги юклар
1			4 10	2 20	30
2	2 30	—	—	—	30
3	3 10		6 35		45
4	—	4 30	5 5		35
Юкка бўлган талаб	40	30	50	20	140

$$Z_{\min}=10\cdot4+20\cdot2+30\cdot2+10\cdot3+35\cdot6+30\cdot4+5\mu5=$$

$$=40+40+60+30+210+120+25=525.$$

Охирги жадвалдан кўриниб турибдики, зарур бўлган юк миқдорлари умуман тақсимланиб бўлинди. Масала ечими ниҳоясига етди. Демак, $Z_{\min}=525$.

V боб

ХЎЖАЛИК КОРХОНАЛАРИДА ТЕХНИКАДАН САМАРАЛИ ФОЙДАЛАНИШНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

1. МАСАЛАНИНГ ҚЎЙИЛИШИ

Мустақил республикамиз қишлоқ хўжалиги йилдан-йилга жадал суръатлар билан ривожланмоқда. Ҳозирги вақтда жамоа ва фермер хўжаликларида турли хил маркадаги тракторлар, комбайн ва бошқа қишлоқ хўжалик машиналари мавжуд. Қишлоқ хўжалигида техниканинг бундай тез суръатлар билан ўсиб бориши, ишлаб чиқариш жараёнларини механизациялаштиришни кенгайтиришни талаб қилмоқда. Мана шундай шароитда мавжуд қишлоқ хўжалик техникаларидан унумли фойдаланиш ва уларнинг сонини энг мақсадга мувофиқлари билан тўлдириш муҳим масалалардан бири бўлиб қолмоқда.

Масала шундан иборатки, хўжаликда мавжуд машина-трактор паркининг шундай турини аниқлаш кераки, натижада кам харажат билан, белгиланган ишнинг ҳажми маълум агротехник муддатларда бажарилсин.

Машина-трактор паркининг мақбул турини аниқлаш ва ундан фойдаланиш масаласини чизиқли программалаштириш усуллари билан ечиш мумкин. Жуда кўп ҳолларда чизиқли программалаштиришнинг тақсимлаш ва потенциал усуллари қишлоқ хўжалик техникасидан фойдаланиш масалаларида кенг қўлланилади. Бундай масалалар умуман транспорт масаласи деб юритилади. Транспорт масаласининг умумий математик кўриниши қуйидагича:

$$Z=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}, x_{ij} \to \min(\max) \qquad (1)$$

чизиқли функциянинг максимум ёки минимум қиймати қуйидаги шартларда топилсин:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}=a_i \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij}=b_j \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i= \sum_{j=1}^{n} b_j \qquad (3)$$

Бу ерда m — иш турлари сони; n — трактор турлари сони, c_{ij} — 1 га майдонда i турдаги ишни j турдаги тракторлар билан бажариш учун кетган харажат баҳоси;

x_{ij} — 1 га майдонда i турдаги ишни j турдаги тракторлар билан бажарилиш микдори,

a_i — i турдаги ишнинг умумий ҳажми,

b_j — j турдаги тракторнинг умумий иш нормаси.

Чизиқли программалаштиришнинг тақсимлаш усули ёрдамида ечиладиган масалалар, симплекс усули ёрдамида ечиладиган масалаларнинг хусусий холи бўлиб ҳисобланади. Транспортга доир масалаларни тақсимлаш усули ёрдамида ечиш йўлларини кўриб чиқамиз.

2. ТАҚСИМЛАШ УСУЛИ БИЛАН МАСАЛАЛАР ЕЧИШ ВА УЛАРНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

Тақсимлаш усулининг алгоритми потенциал усулининг алгоритмидан фақат ҳисоблаш жараёнининг ўзгариши билан фарқ қилади. Тақсимлаш усулининг алгоритми қуйидагича:

а) берилган маълумотлар «шимоли-шарқ» бурчак усули бўйича (юқори бурчакдан қуйи бурчакка қараб) жадвалда тақсимланади ва унинг мақбул ечими (тўлдирилган катакчалар бўйича) ҳисобланади.

б) олинган ечим ҳал қилувчи қўшилувчилар ёрдамида текширилади, яъни бу қўшилувчилар ёрдамида тўлдирилган катакчалардаги ҳамма қийматлар нолга айланиши керак. Агар бундай ўзгартиришдан кейин ҳамма катакчалардаги баҳолар манфий ишорали бўлмаса), у мақбул ечимга эга бўлади, акс ҳолда масалани ечишнинг қуйидаги босқичини бажариш керак;

в) масала ечишнинг бу босқичи қуйидагича бўлади; ҳосил қилинган жадвалда учта ноль катакча ва тўртинчиси мусбат катакча бўйича тўртбурчакк ажратамиз. Агар бундай тўртбурчаклар бир нечта бўлса, уларнинг манфий баландликдаги сонининг мутлақ қиймати жиҳатидан энг каттасидан бошлаймиз. Ҳосил бўлган тўртбурчакдан манфий катакчалардаги энг кам юкнинг микдорини олиб, мусбат катакчалардаги юк миқдорлари устига қўшамиз ва манфий катакчалардаги юк миқдорларидан олиб ташлаймиз. (Агар масаланинг шарти максимум қийматини топишни талаб этса, юқоридаги ҳолатнинг акси бўлади). Натижада режанинг янгича тақсимланишига эга бўламиз. Бундай алмаштиришни режа мақбул ечимига эга бўлгунча давом эттирамиз.

1- масала. Айтайлик, хўжаликда қуйидаги тракторлар мавжуд: ДТ-54 36 дона, «Белорусь» 30 дона, ДТ-20 эса 12 дона.

Бундан ташқари, хўжаликда 12000 гектар майдонга иш бажариш талаб этилсин. Яъни 8000 гектарини икки марта культивация қилиш ва 4000 гектар жойдаги пичанни ўриш керак бўлсин. Дарҳақиқат, бир турдаги трактор бирор ишни кам харажат қилиб бажарса, иккинчи турдаги трактор эса кўпроқ харажат қилган ҳолда бажаради. Бундан кўринадики, тракторларни иш турларига қараб тақсимлаш ҳамма ишларга кетган умумий харажатни минимумга келтиришга имкон беради. Бунинг учун тракторларни иш турларига қараб шундай тақсимлаш кераkки, ҳар бир трактор билан маълум ишни бажариш учун кетган харажатлар энг кам (минимум) бўлсин. Буни исботлаш учун кичикроқ бир мисол билан танишиб чиқамиз. Тўғри ДТ- 54 билан 6000 га, «Беларусь» билан эса 6000 га ишни бажариш мумкин. Бир гектар ишни бажаришда (шартли ҳайдаладиган гектар) унинг таннархи қуйидагича (сўм ва тийинлар ҳисобида) бўлсин:

1) культивация ДТ- 54 ва 4 сўм 50 тийин, «Беларусь» да 4 сўм 10 тийин, ДТ- 20 да 5 сўм 40 тийин.

2) пичан ўриш ДТ- 54 да 3 сўм 50 тийин, «Беларусь» да 3 сўм 00 тийин, ДТ- 20 да 4 сўм 30 тийин.

3) Ер ҳайдаш ДТ- 54 да 2 сўм 70 тийин, «Беларусь» да 2 сўм 80 тийин.

4) қатор ораларига ишлов бериш «Беларусь»да 4 сўм, ДТ- 20 да 4 сўм 40 тийин;

5) бароналаш ДТ- 54 да 3 сўм 10 тийин, ДТ- 20 да 5 сўм 00 тийин.

Албатта, хўжаликда мавжуд тракторларни иш турларига қараб тақсимлашда ишнинг бажарилиш вақти ва бошқа кўпгина омилларни ҳисобга олиш шарт. Ҳар доим бажарилаётган ишларга кетган харажатнинг энг кам бўлишига ва ресурслардан унумли фойдаланишга эришиш лозим. Юқорида айтганимиздек, бундай масала чизикли программалаштиришнинг тақсимлаш усули ёрдамида ҳал этилади.

Шундай қилиб, хўжаликда 36 дона ДТ-54, 30 дона «Беларусь» ва 12 дона ДТ-20 мавжуд. Мавжуд тракторлар ёрдамида қуйидаги ҳажмдаги ишлар бажарилади:

1. Культивация (икки марта) — 4400 га.
2. Ер ҳайдаш — 12000 га.
3. Қатор ораларига ишлов бериш — 1000 га.
4. Пичан ўриш — 4600 га.
5. Бороналаш — 3200 га.

Бир гектар юмшоқ ерни ҳайдаш учун тракторларнинг маркасига қараб, уларнинг мавсум нормасини белгилаймиз. Айтайлик, ҳамма иш мавжуд тракторлар ёрдамида бажарилган.

Мавсумий норма (ёзги давр):

ДТ-54 тракторлари учун 400 га·36=14400 га,

«Беларусь» тракторлари учун 300 га·30=9000 га,

ДТ-20 тракторлари учун 150 га·12=1800 га.

Жами — 25 200 га.

Ҳозир тракторларнинг мақбул сонини ҳисоблашда барча зарурий маълумотларга эгамиз. Тақсимлаш ҳисоби махсус жадваллар ёрдамида бажарилади. Масала шартини жадвалга ёзамиз (85-жадвал).

85-жадвал

Иш турлари	Бир гектар юмшоқ ер ҳайдашнинг таннархи			Ишнинг умумий ҳажми (юмшоқ ер ҳайд.)
	ДТ-54	«Белорусь»	ДТ-20	
Культивация	4—50	4—10	5—40	4400
Ер ҳайдаш	7—70	2—80	—	12000
Қатор ораларига ишлов бериш	—	4—00	4—20	1000
Дичан ўриш	3—50	3—00	4—30	4600
Бароналаш	3—40	3—10	5—00	3200
Мавсумда жами (юмшоқ ер ҳайдаш)	14400	9000	1800	25200

Биз жадвалдаги ҳар бир катакчани икки бўлакка бўламиз, катакчанинг юқори қисмига ишнинг таннархини, пастки қисмига ишнинг ҳажмини ёзамиз.

Бунда ишнинг умумий ҳажми, ишнинг тури ва тракторлар маркасини ҳисобга олиб, масаланинг математик формуласини ифода қилиш учун қуйидаги белгиларни киритамиз: x_1 — ДТ-54, x_2 — «Беларусь» ва x_3 — ДТ-20 тракторлари ёрдамида бажариладиган ишлар ҳажми. Бажариладиган ишлар қатор ва устунлар бўйича қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$x_{11}+x_{12}+x_{143}=4400$$

$$x_{21}+x_{22}+x_{23}=12000$$

$$x_{31}+x_{32}+x_{33}=1000$$

$$x_{41}+x_{42}+x_{43}=4600$$

$$x_{51}+x_{52}+x_{53}+3200$$

$$x_{11}+x_{21}+x_{31}+x_{41}+x_{51}=14400$$

$$x_{12}+x_{22}+x_{32}+x_{42}+x_{52}=9000$$

$$x_{13}+x_{23}+x_{33}+x_{43}+x_{53}=1800$$

Бу тенгламалар системасининг шундай манфий бўлмаган ечимини топиш керакки, натижада

$$Z=4{,}5x_{11}+4{,}1x_{12}+5{,}4x_{13}+2{,}7x_{21}+2{,}8x_{22}+$$
$$+0X_{23}+x_{31}+4x_{32}+3{,}5x_{41}+3x_{42}+4{,}3x_{43}+$$
$$+3{,}4x_{51}+3{,}1x_{52}+5x_{63}$$

— чизиқли функция ўзининг энг кичик қийматига эришсин.

Демак, масалада «Z» нинг қийматини топиш керак. Бу масалани чизиқли программалаштиришнинг тақсимлаш усули ёрдамида ечганимизда, у юқорида қўйилган талабга жавоб бериши керак. Бунинг учун биз жадвалда кўрсатилган тракторларнинг маркаларига қараб ишни тақсимлашнинг бошлангич режасини «шимолий-шарқ» усулига амал қилган ҳолда 86- жадвални тузамиз:

86- жадвал

Иш турлари	ДТ—54	«Беларусь»	ДТ—20	Ишнинг ҳажми	Ҳал қилувчи қўшилувчилар
I	4,50 4400	4,10	5,40	4400	0
II	2,70 10000	2,80 2000	x x	12000	+1,8
III	x x	4,00 1000	4,40	1000	+0,6
IV	3,5	3,00 4600	4,30	4600	+1,6
V	3,40	3,10 1400	5,00 1800	3200	+1,5
Жами	14400	9000	1800	25200	
Ҳал қилувчи қўшилувчилар	-4,5	-4,6	-6,5		

Натижада бош диагонал бўйлаб трактор маркасига қараб ҳамма бажариладиган иш ҳажмини тақсимлаб чиқдик ва режанинг биринчи вариантини туздик. Бундан қуйидаги заруратлар келиб чиқади.

1. Мавжуд режанинг мақбул эканлигини аниқлаш.

2. Агар режа мақбул бўлмаса, уни яхшилаш. Мақбул режа эса ҳал қилувчи қўшилувчилар ёрдамида текширилади. Бу қўшилувчиларни биз шундай танлаб оламизки, қаерда қайси катакчаларга ишнинг ҳажми тақсимланган бўлса, шу катакчалардаги харажатлар нолга тенг бўлиши керак. Бизнинг мисолда устун ва қаторлар бўйича 4—50, 2—70, 2—80, 4—00, 3—00, 3—100, 5—00 ларни қараб чиқиш керак. Демак, шу катакчаларда кўрсатилган харажатлар нолга айланиши керак. Шундан кейин янги жадвал тузилади, ҳамма катакларда «нолинчи» бурчак бўйича тракторларнинг турига қараб иш ҳажми тақсимланади.

Кейинчалик эса ҳамма катакчалардаги ҳаражатларни устун ва қаторларга қўйилган ҳал қилувчи қўшилувчиларга қўшиб ёки айириб янги жадвалга эга бўламиз. Шунинг учун бу ерда мусбат ва манфий харажатлар ҳосил бўлади (87- жадвал).

87- жадвалдаги ҳисоблаш ишларига тўғри келадиган алмаштиришни IV бобда ҳам кўриб чиққан эдик, шунинг учун бу ерда ортиқча ҳисоблаш ишлари ташлаб кетилди.

87- жадвал

Иш турлари	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20	Ишнинг ҳажми
I	0 0,5	+	-1,1	4400
II	400 0 0 +10000	-2000	x x	12000
III	x x	0 1000	-1,5	1000
IV	0,6	0 4600	-0,6	4600
V	0,4	0 1400	0 1800	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

Бу жадвалда ҳамма тўлдирилган катакчалар нолга айлантирилди. Энди бизнинг олдимизда янги таннархни бошқа ҳамма кўрсаткичлар билан бирлаштириш, яъни мақбул режани топиш ёки уни яхшилаш вазифаси туради. 87- жадвалдан кўрамизки, таннарх 1- устуннинг 4-, ва 5- қаторларида мусбат: 60 тийин ва 40 тийин. Қолган ҳамма мактабларда (тўлдирилганлардан ташқари) таннарх манфий. Тўлдирилган катакларда таннарх нолга тенг.

Энди режани яхшилашга киришамиз, бунинг учун учта ёки бир нечта ноль харажат қатнашган катакчанинг бир бурчагига ишораси манфий бўлган харажат бўйича ёпиқ контур чизамиз. Бу ерда манфий катакчалар бир нечта бўлса, контурни манфий катакчадаги сонларнинг абсолют қиймат жиҳатидан энг катта бўлган таннархи бўйича тўлдирамиз. А режада берилганлар, яъни нолинчи катакдаги таннархи манфий катакчадаги таннархга ўтказиш ишлари қуйидагича бажарилади. Жадвалдаги бир неча катакчалар бирлаштирилиб, тўртбурчак чизилади. Ундаги танланган катакчалардан биттасининг бурчаги албатта манфий таннархли катакчада ётиши керак, катакчалардаги бошқа баландликлар режа бўйича тўлдирилади. Кейинчалик қатор ёки устундаги манфий таннархли катакчадан, тўртбурчакнинг томонлари режадаги рақам бўйича тўртбурчакнинг бир бурчагидан иккинчи бурчагига қараб ҳаракатлантирилади. Бу ерда шундай тартиб сақланади: тўлдирилган катакчаларда кам қатнашган тўртбурчакнинг баландлигидаги юкнинг миқдорини ўзгартирмасдан, мусбат катакчалардаги юк миқдоридан олиб ташлаймиз ва манфий катакчалардаги микдорлар устига қўшамиз.

Агар тўртбурчакдаги катакчаларни тартиб билан белгилаб, биринчи тўлдирилмаган катакчада манфий таннарх, қолган катакчалар эса тўлдирилган бўлиб, унинг таннархи ноль бўлиши зарур. Демак, юкни тўртбурчакдаги мусбат катакчада қатнашган энг кам юкни олиш йўли билан тақсимлаймиз. Натижада 88- жадвалга эга бўламиз.

88- жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Иш ҳажми	Ҳал қилувчилар
	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20		
I	0 2400	-0,5 2000	-1,1	4400	0
II	0 12000	0	x	12000	0
III	x x	0 1000	-1,5	1000	-0,5
IV	0,6	0 2800	-0,6 1800	4600	-0,5
V	0,4	0 3200	0	3200	-0,5
Жами	14400	9000	1800	25200	
Ҳал қилувчилар қўшилувчилар	0	+0,5	+1,1		

Унинг мақбул эканлигини эса 89- жадвалдан текширамиз. Учинчи вариантнинг мақбуллигини текшириш учун навбатдаги 89- жадвални тузамиз.

89- жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Ишнинг ҳажми
	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20	
I	0 2400	0 2000	—2,2	4400
II	0 12000	0,5	x x	12000
III	x x	0 1000	-3,1	1000
IV	0,1	0 2800	0 1800	4600
V	—0,1	0 3200	-1,6	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

Бу жадвалдан кўриниб турибдики, биринчи устун бешинчи қатордаги катакчада, учинчи устун эса 3 ва 5- қаторда манфий ишорали таннарх сақланган. Демак, режанинг учинчи варианти мақбул эмас. Шунинг учун юқоридагидек алмаштиришларни бажариб, режанинг тўртинчи вариантини ҳосил қиламиз ва унинг мақбул эканлигини текшириш учун навбатдаги 90- жадвални тузамиз.

90- жадвал

Ишнинг турлари	Тракторлар маркаси			Иш ҳажми	Ҳал қилувчи қўшилувчилар
	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20		
I	0 2400	0 2000	-2,2	4400	-3,1
II	0 12000	0,5	x x	12000	-3,1
III	x x	0 1000	-3,1	1000	0
IV	0,1	0 3800	0	800 4600	-3,1

V	0 —0,1 3200	—1,6	3200	—3,1
Жами	14400 9000	1800	252000	
Ҳал қилувчи қўшилувчилар	+3,1 +3,1	+3,2		

90- жадвалда биринчи устун бешинчи қатор, учинчи устун биринчи ва бешинчи қаторларида манфий таннарх сақланади. Шунинг учун бу топилган режа мақбул ечимга эга эмас. Режанинг мақбул ечимини ҳал қилувчи қўшилувчилар ёрдамида текширамиз.

90- жадвалдан мусбат катакчалардаги энг кам миқдорни олиб, манфий катакчаларга қўшамиз ва мусбат катакчалардан айирамиз. Натижада, тақсимлашнинг навбатдаги вариантига эга бўламиз.

91- жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Иш ҳажми
	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20	
I	0 2400	0 2000	2,2	4400
II	0 1200	0,5	x x	12000
III	x x	3,1	0 1000	1000
IV	0,1	0 3800	0 800	4600
V	—0,1	0 3200	—1,6	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

91- жадвалда — биринчи устундаги 5- қатор ва учинчи устундаги 5- қаторларда манфий таннарх сақланган. Шунинг учун биз ҳали мақбул ечимга эга бўлганимиз йўқ, буни ҳал қилувчи қўшилувчилар ёрдамида аниқлаймиз ва уни 92- жадвал кўринишида ёзамиз. Мазкур ҳисоблаш ишларини бажариб 93- жадвални тузамиз.

92- жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Иш ҳажми	Ҳал қилувчи қўшилувчилар
	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20		
I	0 2400	0 1200	2,2 800	4400	0
II	0 12000	0,5	x x	12000	0
III	x x	3,1	0 1000	1000	—2,2
IV	0,1	0 4600	—0,6	4600	0
V	—0,1	0 3200	—1,6	3200	0
Жами	14400	9000	1800	25200	
Ҳал қилувчи қўшилувчилар	0	0	+2,2		

93- жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Иш ҳажми
	ДТ-54	Беларусь	ДТ-20	
I	0 2400	0 1200	0 800	4400
II	0 12000	0,5	x x	12000
III	x x	0,9	0 1000	1000
IV	0,1	0 4600	2,2	4600
V	—0,1	0 3200	0,6	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

93- жадвалда мусбат катакчадаги энг кам миқдорни олиб, манфий катакчаларга қўшамиз ва мусбат катакчалардан айирамиз, натижада тақсимлашнинг навбатдаги вариантига эришамиз (94- жадвал)

94- жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Иш ҳажми	Ҳал қилувчи қўшилувчилар
	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20		
I	0	0 3600	0 800	4400	0
II	0 1200	0,5	x x	12000	—0,1
III	x x	0,9	9 1000	1000	0
IV	0,1	0 4600	2,2	4600	0
V	—0,1 2400	0 800	0,6	3200	0
Жами	14400	9000	1800	25200	
Ҳал қилувчи қўшилувчилар	—0,1	0	0		

94- жадвалда ҳал қилувчи қўшилувчилар ёрдамида ҳисоблаш ишларини бажариб ва ниҳоятда қўйилган транспорт масаласининг энг мақбул варианти бўлган охирги 95- жадвални ҳосил қиламиз.

95- жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Иш ҳажми
	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20	
I	0,1	0 3600	0 800	4400
II	0 12000	0,4	x x	12000
III	x x	0,9	9 1000	1000
IV	0,2	0 4600	2,2	4600
V	0 2400	0 800	0,6	3200
Жами	14400	9000	1800	25200

95- жадвалда ҳеч қайси катакчада иш таннархи манфий эмас.

Демак, тузилган режанинг охирги варианти мақбул, 95- жадвалдан кўриниб турибдики, ишни тракторларнинг маркасига қараб тақсимлаганда ДТ- 54 трактори 12000 га ни бороналайди, ДТ- 20 1000 га жойни культивация ва 80 га жойни икки марта культивация қилади, қолган ҳамма ишларни «Беларусь» трактори бажаради. Ишни тракторларнинг турларига қараб шундай тақсимлаганда қуйидагича харажат талаб этилади.

$$Z_{\min}=3600\cdot 4{,}1+800\cdot 5{,}4+12000\cdot 2{,}7+1000\cdot 4{,}4+4600$$

$\cdot 3{,}0+2400\times 3{,}4+800\cdot 3{,}1=80320$ сўм. Режанинг биринчи вариантида ишларни бажаришга қуйидагича харажат талаб қилинган эди.

$$Z=4400\cdot 4{,}5+10000\cdot 2{,}7\equiv 2000\cdot 2{,}8+1000\cdot 4{,}0+$$

$$+4600\cdot 3{,}0+1400\times 3{,}1+1800\cdot 5{,}0=83\ 540 \text{ сўм.}$$

Шундай қилиб, режанинг биринчи вариантини мақбули билан солиштирганимизда мақбул вариантда 3220 сўм иқтисод қилинганини кўрсатамиз.

3. АЙРИМ МАСАЛАЛАРНИ ЕЧИШДА ТАҚСИМЛАШ УСУЛИДАН ФОЙДАЛАНИШ

Тақсимлаш усулидан фақат функционалнинг минимум қийматини аниқлашда фойдаланибгина қолмасдан, балки унинг максимум қийматни топишда ҳам ишлатилади. Масалан, берилган майдонларга экин турларини ҳар бир участкада экин ҳосилдорлиги маълум бўлган ҳолда шундай тақсимлаш кераки, натижада у ялпи максимум маҳсулотни берсин ёки максимум соф даромад келтирсин. Мисол учун дон экинлари ёки ҳамма озуқабоп экинлар учун максимум маҳсулотни аниқлаш талаб этилсин.

Масалада функционалнинг максимумини аниқлаш ҳам худди минимумни аниқлаш сингари бажарилади. Фарқи шундаки, режанинг биринчи варианти тузилгандан кейин жадвал катагидаги мавжуд режани мусбат баҳога кўчириш йўли билан амалга оширилади. Масалан, озуқабоп экинларнинг ҳар хил ер участкалари бўйича ҳосилдорлиги берилган. Экинларни шундай жойлаштириш талаб этиладики, натижада максимум озуқага эга бўлайлик. Озуқабоп экинлар ҳосилдорлиги, экин турлари ва участка ҳажми қуйидаги 96- жадвалда берилган.

96- жадвал

Озуқабоп экинлар	Ер майдонидаги ҳосилдорлик				Жами экин майдони (га)
	1	2	3	4	
А. Маккажўхори	10	40	70	100	1400
Б. Хашаки нўхат	8	12	16	30	1300
В. Кузги жавдар (озуқа учун)	9	14	24	35	900
Г. Қанд лавлаги (озуқа учун)	10	24	36	50	150
Д. Полиз экинлари	3	5	15	25	250
Ер майдони ҳажми	700	800	1500	1000	4000

Бу ерда қўйилган масаланинг математик модели келтирилади, чунки бу кўринишдаги масалаларни математик моделлари олдинги бобларда атрофлича кўрсатилиб ўтилганлиги учун, бу ерда изоҳ берилмади. Масала жадвал ёрдамида ечилади. 97- жадвалда бош «шимоли-шарқ» усулини қўллаб, ер майдонлари бўйича озуқабоп экинлар экиладиган ер майдонига тақсимланишининг бошлангич планини тузамиз. 96- жадвалдаги маълумотлардан фойдаланиб, жами экин майдонларини озуқабоп экин майдонлари бўйича юқоридаги усул бўйича тақсимлаймиз ва 97- жадвалга эга бўламиз.

97- жадвал

Озуқабоп экинлар	1	2	3	4	Жами экин майдони	Ҳал қилувчи қўшилувчилар
А	10 700	40 700	70	100	1400	0
Б	8	12 100	16 1200	30	1300	+28
В	9	14	24 300	35 600	900	+20
Г	10	24	36	50 150	150	+5
Д	3	5	15	25 250	250	+30
Участкалар ҳажми	700	800	1500	1000	4000	
Ҳал қилувчи қўшилувчилар	—10	—40	—44	—55		

Биз 97- жадвалдан (Z) нинг максимум қийматини топамиз. Бу ерда

$Z = 700 \cdot 10 + 700 \cdot 40 + 100 \cdot 12 + 1200 \cdot 16 + 300 \cdot 24 + 600 \cdot 35 + 150 \cdot 50 + 250 \cdot 25 = 7000 + 2800 + 1200 + 19200 + 7200 + 21000 + 7500 + 6250 + 97350$ ц.

Агар жами экин майдонларини участкалар бўйича шундай тақсимласак $Z = 97350$ центнер ҳосил олишга эришар эканмиз.

Мақсад шу олинган ҳосилнинг ҳақиқатдан ҳам максимум ҳосил эканлигини кўрсатишдир. Бунинг учун 97- жадвалдан ҳал қилувчи қўшилувчилар танланади. Бунда улар шундай танланиши керакки, натижада тўлдирилган катакчаларда тарифлар нолга айлансин. Буни берилган мисолимиз ёрдамида кўриб чиқамиз.

А қатор ва 1 устунда турган $\begin{matrix}10 & \\ & 700\end{matrix}$ ни нолга айлантириш учун пастки томонга ҳал қилувчи қўшилувчи (—10) ва ўнг томонига эса 0 ни қўшиш керак, акс ҳолда ноль бўлмайди. Янги 98- жадвалда эса $\begin{matrix}0 & \\ & 700\end{matrix}$ турибди.

Қолган қаторлардаги сонлар ҳам шу йўл билан топилади. 97- жадвалнинг Б қатори 1 устунидаги 8 сони ўрнига 98- жадвалда 26 ҳосил бўлади, яъни 97- жадвалда бўш катакча турган сонга ҳал қилувчи қўшилувчилар қўшилиб, (—10+8+28—26) ҳосил қилинади ва ҳоказо. Натижада режанинг янги вариантини ҳосил қилдик (98- жадвал).

98- жадвал

Озуқабоп экинлар	1	2	3	4	Жами экин майдонлари
А	0 700	0— 700	26	45+ 600	1400
Б	26	0+ 100	0— 1200	3	1300
В	19	—6	0 300+	0 600	900
Г	5	—1	—3	0 150	150
Д	23	—5	1	0 250	250
Ер майдонлари ўлчами	700	800	1500	1000	4000

Биз бундай тақсимлашда мақбул режага эришмадик, чунки бўш катакчаларда мусбат қийматли сонлар сақланиб қолди. Ҳамма бўш катакчалардаги сонлар манфий бўлгандагина мақбул ечимга эришилади. Масаланинг мақбул ечимини топиш учун бўш катакчадаги энг катта ҳосилдорликдан бошлаб (қолган катакчалар тўлдирилган ёки баландлик ноль бўлиши керак) тўғри бурчак ясаймиз. Биз тўғри бурчакни қайси катакчадан бошлаган бўлсак, шу катакчага манфий ишорани, қолганларига эса мусбат, манфий ва ҳоказо ишораларни қўямиз. Манфий катакчадаги миқдорни олиб, уни ўзгартирмасдан мусбат катакчаларга қўшамиз ва манфий катакчалардаги миқдордан айириб ташлаймиз. Натижада тақсимлашнинг янги вариантига эга бўламиз. Бундай вариантни масаланинг мақбул ечимига, яъни максимум ҳосилдорликка эга бўлгунга қадар давом эттирамиз. 98- жадвалда энг катта ҳосилдорлик биринчи қаторнинг тўртинчи устунидаги 45 дир. Биз тўғри бурчакни шу ердан бошлаймиз. Навбатдаги ҳисоблаш ишларини бажариб 99- жадвалга эга бўламиз.

99- жадвал

Озуқабоп экинлар	1	2	3	4	Жами экин майдони	Ҳал қилувчи қўшилувчилар
А	0 700	0 100	26	45 600	1400	0
Б	26	0 700	0 600	3	1300	0
В	19	—6	0 900	0	900	0
Г	5	—1	—3	0 150	150	+45
Д	23	—5	1	0 250	250	+45
Ер майдони (жами)	700	800	1500	1000	4000	
Ҳал қилувчи қўшилувчилар	0	0	0	—45		

100- жадвал

Озуқабоп экинлар	1	2	3	4	Жами экин майдони
А	0 700	0 100	26	0 600	1400
Б	26	0 700	0 600	—42	1300
В	19	—6	0 900	—45	900
Г	50	34	42	0 150	150
Д	68	40	46	0 250	250
Участкалар ҳажми	700	800	1500	1000	4000

Биз 99- жадвалга ҳал қилувчи қўшилувчиларни қўшиб, масаланинг мақбул ечимини топишга киришамиз, яъни юқорида келтирилган амалларни яна такрорлаймиз ва навбатдаги жадвалга эга бўламиз.

Бу жадвалда мусбат ҳосил сақланиб қолди, энди тўғри тўртбурчак тузишга тўғри келади. 100- жадвалдаги ҳисоблаш ишлари ҳам юқоридагидек амалларни бажаришни талаб этганлиги учун тўғридан-тўғри охирги энг мақбул вариантни — 101- жадвални тавсия қилиш афзал кўрилди.

101- жадвал

Озуқабоп экинлар	1 гектар майдондан олинадиган ҳосил				Жами экин майдони
	1	2	3	4	
А	—48	—22	0 400	0 1000	1400
Б	0 500	0 800	—4	—20	1300
В	—3	—2	0 900	—19	900
Г	—14	—4	0 150	—16	150
Д	0 200	—2	0 50	—16	250
Участкаларга қараб талаб қилинадиган миқдор	700	800	1500	1000	4000

Бу жадвал (101-жадвал) дан кўриниб турибдики, тўлдирилган катакчаларнинг ҳеч бирида мусбат ишорали ҳосилдорлик қолмади, шунинг учун масаланинг ечимини давом эттириш мумкин эмас. Демак, биз масаланинг мақбул ечимига: яъни максимум ҳосилдорликка эга бўлдик. Бу ерда:

$$Z = 400 \cdot 70 + 1000 \cdot 100 + 8 \cdot 500 + 800 \cdot 12 + 900 \cdot 24 + \\ + 150 \cdot 36 + 260 \cdot 3 + 5015;$$

ёки $Z = 28000 + 100000 + 4000 + 96000 + 21600 + 5400 + + 600 + 750 = 169950$ ц.

Майдонларга озуқабоп экинларни фақат мақбул режа асосида тақсимлаганимизда, энг юқори ҳосилдорликка эришиш мумкин.

Мақбул режани унинг биринчи варианти билан солиштирсак, жами маҳсулотни 72700 ц га ошганини кўрамиз.

4. ПОТЕНЦИАЛ УСУЛИ ВА УНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ

Потенциал усулининг алгоритми, бошлангич режа ва мақбул ечимини изловчи умумий қадамдан иборат бўлиб, бошлангич қадам қуйидаги учта босқичга бўлинади:

1. А Масаланинг мумкин бўлган ациклик режаси тузилади.

2. Сонлар системасида, яъни ишлаб чиқариш пунктидан истеъмол пунктигача бўлган потенциал тузилади.

3. Истеъмол потенциаллар (u_j ва u_i) ларни киритиш йўли билан масала ечиш анализ қилинади. Агар потенциал мавжуд бўлса, топилган режа мақбул бўлади, акс ҳолда кетма-кет такрорланувчи (циклик) режа бўйича энг мақбул вариантни топишга киришамиз.

Такрорланувчи умумий қадам қуйидагича бажарилади. Биз қўйилган масалада мавжуд юкларни энг кичкина тарифга эга бўлган (баҳо, км) катакчалар бўйича тарқатамиз. (Агар масала шартида максимум қийматни топиш талаб этилса, энг катта тарифдан бошлаб ҳисоблаш ишлари бажарилади. Бошлангич режанинг мақбул эканлигини текшириш учун, жўнатиш ва истеъмол қилиш пунктларидаги потенциалларни ҳисоблаймиз.

Потенциалларни ҳисоблаш учун тўлдирилган катакчалар сонига $(m+n-1)$ орқали ҳисоблаймиз, бу ерда m — қаторлар сони, n — устунлар сони.

1. Тўлдирилган катакчалардан потенциаллар шу $v_j-u_i=c_{ij}$ формула ёрдамида топилади. Бу ерда c_{ij} — тариф (нарх, км ва ҳоказо) баҳоси, v_j — устун, u_i эса қатор потенциалларни билдиради.

2. Тўлдирилмаган катакчалар учун масаланинг мақбул ечими топилади, яъни $v_j-u_i\leqslant c_{ij}$ шартининг бажарилиши текширилади. (Масала шарти максимумни талаб этса, $v_j-u_i\leqslant c_{ij}$ бўлади). Агар 2- шарт бажарилса, масала мақбул ечимга эга бўлади, акс ҳолда мақбул ечимни қуйидагича излаймиз. Тўлдирилмаган катакчаларнинг бирида ёки бир нечтасида потенциал бузилса, шу катакчалардаги энг катта тариф бўйича ёпиқ занжир тузамиз, унинг тузилиши қуйидагича: занжирда бошланғич катакча ва бўш қолган катакчалар тўлдирилган бўлиши керак. Биз бошлангич катакчага (+), иккинчисига (—), учинчисига (+) ва ҳоказо алмашиниб келувчи ишораларни қўямиз. Ҳосил бўлган ёпиқ тўғри бурчакда манфий кўрсаткичлардаги энг кам тақсимланган юк миқдорни олиб, бу миқдорни ўзгартирмасдан мусбат катакчалардаги юк миқдорларидан олиб ташлаймиз. Натижада юк тақсимлашнинг янги вариантига эга бўламиз. Агар бу тақсимлашдан кейин иккинчи шарт бажарилса, унда мақбул ечимга эга бўламиз, акс ҳолда юқоридагиларни яна такрорлаш керак бўлади.

Тузилган масалаларни чизиқли программалаштиришнинг тақсимлаш усули ёрдамида ечиб, мақбул режага эришдик. Энди шу масалани потенциал усули ёрдамида ечамиз. Потенциал усул ёрдамида масалани ечишдан олдин шу усулга қисқача тушунча берамиз. Аввало, мавжуд маълумотлар 102- жадвал кўриниши ҳолатига келтирилади.

102- жадвалдаги катакчаларнинг ҳар бирининг юқори ўнг бурчагига тарифлар (баҳо, км, ҳосилдорлик, пастки чап бурчагига эса юкнинг миқдори — x_{ij} ёзилади. Агар катакчалардаги x_{ij} нинг қийматлари ёзилган бўлса, биз уни тўлдирилган катакчалар деб, аксинча ҳолатда эса тўлдирилмаган катакчалар деб

Жўнатиш пункти	Қабул қилиш пункти					Жўнатиш пунктидаги юк миқдори
	B_1	B_2	....	....	B_n	
A_1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	....	....	c_{1n} x_{1n}	a_1
A_2	c_{21} x_{21}	c_{27} x_{22}	....	....	c_{2n} x_{2n}	a_2
....	.....	....	....	.....	.....	.....
A_m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	....	.....	c_{mn} x_{mn}	a_m
Талаб қилинган юк миқдори	b_1	b_2	....	.....	b_n	

юритамиз. Тўлдирилган катакчалар бўйича олинган ёпиқ контур (занжир)ни цикл деб атаймиз. Агар циклда x_{ij} нинг қийматлари сақланмаса, уни ациклик режа деб юритамиз. Жўнатиш пунктларидан қабул қилиш пунктларигача эркин ўзгарувчи сонлар системаси потенциаллар деб юритилади. v_j билан устун потенциалларини, u_i билан сатр потенциалларини белгилаймиз. Ҳамма тўлдирилган катакчалар учун $v_j - u_i = c_{ij}$ шарти бажарилиши керак. Потенциал ёрдамида транспорт масалаларини ечиш бошланғич қадам ва такрорланувчи умумий қадамдан иборатдир. Бошланғич қадамда биринчи ациклик режа тузилади. Умумий қадам эса қуйидаги операциялар ёрдамида бажарилади:

1) мавжуд режадан потенциаллар система v_j, u_i лари тузилади;

2) бўш катакчалардан потенциаллар айирмаси $v_j - u_i$ лар топилади. Агар $v_j - u_i \geqslant c_{ij}$ шарти бажарилса, тузилган режа мақбул ечимга эга бўлади.

103- жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Юмшоқ ҳайдаладиган ернинг ҳажми
	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20	
Культивация	4—50	4—10	5—40	4400
Ер ҳайдаш	2—70	2—80	—	12000
Қатор ораларига ишлов бериш	—	4—00	4—40	1000
Пичан йиғиш	3—50	3—00	4—30	4600
Бароналаш	3—40	3—10	5—00	3200
Мавсумда ҳайдаладиган жами ер (га)	14400	9000	1800	25200

3) агар режа мақбул бўлмаса, у вақтда режа яхшилангунча давом эттирилади, бу ерда юк ташишга кетган харажат, олдинги баҳодан (харажатдан) ошмаслиги керак.

Ушбу кетма-кетликни юқорида берилган масалани ечиш учун қўллаймиз.

Жадвалдаги катакчаларнинг юқори ўнг бурчагига баҳолар, пастдаги чап бурчагига эса ишнинг миқдори ёзилади. Биз баҳони (тарифни) c_{ij} билан, иш миқдорини x_{ij} билан белгилаймиз. Масаланинг ечилишини давом эттириш учун юқоридаги қоидаларга амал қилган ҳолда энг юқори тариф бўйича ер майдонларини тақсимлаб 104- жадвални тўлдирамиз ва потенциал усули ёрдамида бошланғич режани тузамиз. Бошланғич режани тузишда ишнинг миқдорини энг кичик баҳо (тариф) бўйича тақсимлаймиз.

104- жадвал

Vj / Ui	Иш турлари	v1–4,5 v2–4,1 v3–5,1 Тракторлар маркаси ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20	Юмшоқ ҳайдаладиган ернинг миқдори
$u1$–о	Культивация	—4,5 2400	+41 200	5,4 1800	4400
$u2$–1,8	Ер ҳайдаш	2,7 1200	2,8	х	12000
$u3$–0,1	Қатор оралаб ишлов бериш	х	4—00 1000	4,4	1000
$u4$–1,1	Пичан йиғиш	3,5	3 4600	4,3	4600
$u5$–1,0	Бороналаш	3,4	3,1 3200	5	3200
	Мавсумда ҳайдаладиган жами ер (га)	14400	3000	1800	25200

104- жадвалда тўлдирилган маълумот кўрсаткичлари ёрдамида мақсад функцияси Z ни ҳисоблаймиз.

$$Z = 2400 \cdot 4{,}5 + 200 \cdot 14{,}1 \cdot 1800 \cdot 5{,}4 \cdot 12000 \cdot 2{,}7 + 1000 \cdot 4 +$$
$$+ 4600 \cdot 3 + 3200 \cdot 3{,}1 = 81460 \text{ сўм}.$$

Бу ерда тўлдирилган катакчалар учун $v_j - u_i = c_{ij}$ шарти бажарилиши керак, агар бажарилмаса, унда нолинчи тўлдирилган катакчани қўшамиз. Қўшиш йўли билан масала ечилиши давом эттирилади, чунки тўлдирилган катакчалар сони 7 та $(3+5-1)$. Бошланғич режада $Z = 81460$ сўм бўлган. Бизнинг мақсадимиз ана шу режа ҳақиқатан энг яхшими ёки уни ўзгартириш мумкин эканлигини аниқлашдан иборатдир. Бунинг учун 105- жадвалга эркин ўзгарувчи потенциал бирликларни v_j, u_i киритамиз. v_j ва u_i ларни қуйидагича топамиз: горизонтал қатордаги тўлдирилган катакчага қўйилган баҳога 0 қўшилиб, жадвалнинг юқорисига ёзилади, яъни v_j топилади, топилган v_j нинг қийматидан қолган тўлдирилган катакчалардаги баҳолар айирилиб, жадвалнинг олд томонига ёзилади, яъни топилади.

Тўлдирилган катакчалар учун $v_j - u_i c_{ij}$ шарти ва тўлдирилмаган катакчалар учун v_j, $u_i \leqslant c_{ij}$ шарти бажарилиши керак. Агар иккинчи шарт бажарилса, тузилган режа мақбул қийматга эга бўлади. Акс ҳолда потенциал бузилган жойдан (агар улар бир неча катакчада бузилса), яъни уларнинг энг кичигидан бошлаб, ёпиқ контур чизамиз. Биз қайси катакчадан контурни бошлаган бўлсак, шунга (плюс) ишорасини, қолганларига эса мос равишда — (минус), +(плюс) ва ҳоказо ишораларни кетма-кет қўйиб чиқамиз ва натижада фақат бошланган катакча тўлдирилмаган, қолган катакчалар эса тўлдирилган ёпиқ контур ҳосил бўлиши керак.

Ҳосил бўлган контурда манфий катакчалардаги энг кичик миқдорни олиб, уни ўзгартирмасдан мусбат катакчалардаги миқдорлардан айириб ташлаймиз. Натижада режанинг янги вариантига эга бўламиз. Режанинг яхшилаш варианти $v_j - u_i \leqslant c_{ij}$ шарти бажарилгунча давом эттирилади. Агар шу шарт бажарилса, масала ечиш тўхтатилади, чунки мақбул вариантга эга бўлинади, акс ҳолда юқоридаги шартларни бажаришга тўғри келади. Тўлдирилмаган катакчалар учун бу шарт 104- жадвалдан қуйидагича топилади.

$$v_2 - u_2 = 4{,}1 - 1{,}8 = 2{,}3 < 2{,}8$$
$$v_3 - u_3 = 5{,}4 - 0{,}1 = 4{,}3 < 4{,}4$$
$$v_1 - v_4 = 4{,}5 - 1{,}1 = 3{,}4 < 3{,}5$$
$$v_3 - u_4 = 5{,}4 - 1{,}1 = 4{,}3 = 4{,}3$$
$$v_1 - u_5 = 4{,}5 - 1{,}0 = 3{,}5 > 3{,}4$$
$$v_5 - u_5 = 5{,}4 - 1{,}0 = 4{,}4 < 5$$

Потенциал бизнинг мисолда v_1 билан u_5 ларнинг кесишган катакчасида бузилади. Демак, биз шу катакчадан бошлаб масала ечимининг мақбул вариантини ёпиқ контурлар чизиб, 105- жадвалга эга бўламиз.

105- жадвал кўрсаткичлари бўйича мақсад функцияни ҳисоблаймиз:

105- жадвал

Иш турлари	Тракторлар маркаси			Иш миқдори
	ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20	
А	+4,6 0	+4,1 2600	5,4 1800	4400
Б	2,7 1,7 12000	2,8	x	12000
В	—x 0,1	4 1000	+4,4	1000
Г	1,8 3,5	3 4600	4,3	4600
Д	—3,4 1,0 2400	3,1 800+	5	3200
Мавсумда ҳайдаладиган жами ер (га)	14400	9000	1800	25200

$$Z = 2600 \cdot 4,1 + 1800 \cdot 5,4 + 12000 \cdot 2,7 + 1000 \cdot 4 +$$
$$+ 24600 \cdot 3,4 + 800 \cdot 3,1 = 81\ 220$$ сўмга тенгдир.

Топилган режа вариантини потенциаллар ёрдамида яна текшириб кўрамиз ва қуйидаги 106- жадвалга эга бўламиз.

106- жадвал

Иш турлари	v_i / u_i	Тракторлар маркаси			Иш миқдори
		ДТ-54	«Беларусь»	ДТ-20	
		4,4	4,1	5,4	
А	0	4,5	4,1 3600	5,4 800	4400
Б	1,7	2,7 12000	2,8	x	12000
В	1,0	x	4	4,4 1000	1000
Г	1,1	3,5	3 4600	4,3	4600
Д	1,0	3,4 2400	3,1 800	5	3200
Мавсумда ҳайдаладиган жами ер (га)		14400	9000	1800	25200

Натижада охирги жадвалдан маълум бўладики, ҳамма тўлдирилмаган катакчалар учун 2- шарт бажарилади. Шунинг учун масалани бошқа давом эттириш шарт эмас, чунки минимум харажатга эришдик. Яъни бу ерда $Z = 3600 \cdot 4,1 + 5,4 \cdot 800 + 12000 \cdot 2,7 + 100 \cdot 4,4 + 4600 \cdot 3 + 2400 \cdot 3,4 + 800 \cdot 3,1 = 80320$ сўм бўлади. Биз масалани потенциал усулида ишлаб трактор маркаларини иш турларига қараб тақсимладик ва 1140 (81460—80320) сўмни тежаб қолишга эришдик.

Ушбу кўриб ўтилган ва юқорида келтирилган масалаларнинг натижаларидан кўриниб турибдики, тақсимлаш ва потенциал усулларини қишлоқ хўжалик ишлаб чиқаришини режалаштиришга қўллаш кўплаб иқтисодий самара беради. Албатта, математик усулларнинг афзалликлари бу билан чекланмайди. Математик усулларни электрон ҳисоблаш машиналари ва махсус компьютерлар ёрдамида ишлаб чиқаришга татбиқ этиш кўплаб қулайликлар тугдиради ва юқори самара беради. Бу курсни якунлар эканмиз, албатта сиз азиз китобхонлар, бу фаннинг асосий магзига етган бўласиз ва бу ерда масалаларда келтирилган кўрсаткичлари қандай бўлишидан қатъий назар, ҳозирги бозор иқтисодиётига ўтиш жараёнида сиз ўзингиз яшаб ва ишлаб турган жамоа ёки фермер хўжаликларининг иқтисодий кўрсаткичлари орқали боглаб, йўл қўйилган камчиликларга албатта барҳам берасизлар деган умиддамиз.

АДАБИЁТЛАР

1. Л. М. Абрамов, В. Ф. Капустин — «Математическое программирование», изд. Ленинградского университета, Ленинград, 1976 г.
2. М. Адҳамов, Т. Отабоев — «Планлаштиришда математик методларни қўллаш, Тошкент, «Ўқитувчи» нашриёти, 1982 й.
3. О. Абдуллаев, Т. Шодиев — «Иқтисодий кибернетика» Тошкент, «Ўқитувчи», 1982 й.
4. А. Абдураҳимов ва бошқалар — «Математик программалаштириш ва қишлоқ хўжалигини ишлаб чиқариш жараёнларини иқтисодий математик моделлаштириш». Тошкент, 1991 й.
5. Ф. Бадалов. — «Оптимал назарияси ва математик программалаштириш» Тошкент «Ўқитувчи», 1986 й.
6. А. М. Гатаулин ва бошқалар — «Қишлоқ хўжалик ишлаб чиқаришини режалаштиришда иқтисодий математик усуллар». Тошкент «Меҳнат», 1990 й.
7. С. Гасс — «Линейное программирование». «Физматизд», М., 1961 г.
8. Р. Искандаров, Р. Назаров — «Алгебра ва сонлар назарияси», I қисм, «Ўқитувчи» нашриёти, Тошкент, 1977 й.
9. С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева — «Линейное и выпуклое программирование». Изд-во «Наука», М., 1964 г.
10. А. Қўчқоров, У. Мизрапов — «Қишлоқ хўжалигини плантиришда математик методлар», Тошкент, «Ўқитувчи» нашриёти, 1975 й.
11. А. Қўчқоров, У. Мизрапов — «Математик программалаш». Тошкент: «Ўқитувчи», 1985 й.

МУНДАРИЖА

Шодиев Т., ва бошқ.

Ш 74 Ишлаб чиқаришни режалаштиришда математик усуллар: Университет талабалари учун ўқув қўлланма/Т. Шодиев, А. Қўчқоров, Ў. Мизрапов.— Т.: Ўзбекистон, 1995.— 203 б.

ISBN 5-640-01966-2

Ўқув қўлланмасида шу курсга оид дастурнинг энг муҳим масалалари, асосан чизиқли программалаш ҳақида умумий тушунчалар, математик усулларнинг симплекс ва иккиламчи симплекс усуллари ёритилган транспортга доир масалалар ечилган ва ҳар томонлама таҳлил қилинган ҳамда прогнозлашга катта эътибор берилган. Шунингдек, бу масалаларни режалаштириш ва бошқаришга оид маълумотлар ҳам берилган.

Мазкур ўқув қўлланма иқтисод университетларининг «Иқтисодий кибернетика», «Иқтисодиёт ва бухгалтерия ҳисоби» куллиёти талабалари учун мўлжалланган.

65.9(2)23я73

№ 590—95
Алишер Навоий номидаги
Ўзбекистон Республикасининг
Давлат кутубхонаси

$$Ш\frac{1601000000-114}{М\ 351(04)95}95$$

Турсун Шодиев, Абдували Кучкаров,
Уракбай Мизрапов

На узбекском языке

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ ПРОИЗВОДСТВА

Бадиий муҳаррир *Ж. Гурова*
Техник муҳаррир *Т. Харитонова*
Мусаҳҳиҳ *Ш. Орипова*

Теришга берилди 13.03.95. Босишга рухсат этилди 25.07.95. Қоғоз бичими $84 \times 108^1/_{32}$. «Литературная» гарнитура усулида босилди. Шартли босма табоқ 10,92. Нашр табоқ 9,91. Нусхаси 1500. Буюртма № 623. Баҳоси шартнома асосида.

«ЎЗБЕКИСТОН» нашриёти, 700129, Тошкент, Навоий кўчаси, 30.
Нашр № 154—93.

Ўзбекистон Республикаси Давлат қўмитаси ижарадаги Тошкент матбаа комбинатида босилди. 700129, Тошкент, Навоий кўчаси, 30.

ҲУРМАТЛИ ҚИТОБХОНЛАР!

«Ўзбекистон» нашриёти 1995 йилда қуйидаги китобларни нашрдан чиқаради

З. Салимов. Кимёвий технологиянинг асосий жараёнлари ва қурилмалари: Ўзб. тилида.— Тошкент: «Ўзбекистон», 1995 й. 16,0 н. т. 5000 нусха, Баҳоси 37 сўм.

Дарсликда кимё ва озиқ-овқат технологиясининг умумий назарий асослари, механик, гидромеханик, иссиқлик ва модда алмашиниш жараёнларининг назарий ва амалий томонлари, энг муҳим қурилмаларнинг тузилиши ва уларни ҳисоблаш усуллари баён қилинган. Экология, модда ва энергияни тежаш, фан ва техника ютуқлари асосида яратилган янги жараёнлар ва қурилмаларни ёритиш масалаларига алоҳида аҳамият берилган.

Дарслик олий техника билимгоҳларининг «Кимёвий ва озиқ-овқат технологияси» ихтисослиги бўйича таълим оладиган талабаларига мўлжалланган бўлиб, ундан аспирантлар, илмий ва муҳандис-техник ходимлар ҳам фойдаланиши мумкин.

А. Ҳамроев. Синтетик толалар ишлаб чиқариш технологияси. Ўзб тилида.— Тошкент: «Ўзбекистон», 1995 й. 8,0 н. т. 5000 нусха, Баҳоси 19 сўм.

Қўлланмада кимёвий толалар ҳосил қилувчи полимерларнинг олиниши ва улардан тола ҳамда ип олиш технологияси, тола ва ип олишда қўлланиладиган асбоб-ускуналар ва ҳоказолар тўғрисида маълумот берилади.

Қўлланмадан кимёвий толалар ишлаб чиқариш технологияси бўйича ихтисослашувчи олий ва ўрта махсус ўқув юртлари талабалари, аспирантлар, муҳандис-техник ходимлар фойдаланиши мумкин.

М. Миркомилова. Аналитик кимё. Ўзб. тилида.— Тошкент: «Ўзбекистон», 1995 й. 15,0 н. т. 5000 нусха. Баҳоси 35 сўм.

Ўқув қўлланмада физик-кимёвий, оптик, электрокимёвий анализ усуллари баён қилинган. Ажратиш усулларидан хромотография келтирилган. Ҳар бир анализ усулида ишлатиладиган асбобнинг тузилиши, ишлаш принципи, эритмалар тайёрлаш ва анализ олиб бориш тартиби келтирилган.

Ушбу қўлланма кимёвий-технология мутахассисликлари тайёрлайдиган олий ва ўрта махсус ўқув юртлари талабалари учун мўлжалланган. Қитобдан тоғ-геология экспедициялари, завод лабораториялари ходимлари, хом ашё, тоғ жинслари, тайёр махсулотларнинг таркибини аниқлашда фойдаланишлари мумкин.

Тўрақулов Ё. Биохимия. Ўзб. тилида.— Тошкент: «Ўзбекистон», 1995 й. 33,0 н. т. 5000 нусха.

Педагогика институтларининг, университетларнинг биология факультетлари программасига мослаб умумий биохимиядан дарслик сифатида ёзилди.

Педагогика институтларининг биология факультетлари, медицина, фармацевтика, қишлоқ хўжалик институтлари студентлари ва турли соҳаларда ишлаб турган биохимик мутахассислар ҳам умумий биохимиядан дарслик ва қўлланма сифатида фойдаланишлари мумкин.

Х. Латипов, Ш. Тожиев ва б. Аналатик геометрия ва чизиқли алгебра. Ўзб. тилида.— Тошкент: «Ўзбекистон», 1995 й. 14,0 н. т.

Қўлланма олий техника ўқув юртлари талабалари учун мўлжалланган. Қўлланмада детерминантлар назарияси, текислик ва фазода вектор элементлари ва ҳоказолар баён қилинган.

Математикани техника ихтисосликларига мослаб ўқитиш хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда аналитик геометрия ва чизиқли алгебра курсининг физика, механика, радиотехника, электротехника ва бошқа фанларга татбиқига алоҳида эътибор берилди ва уларга доир мисол ва масалаларни ечиш усуллари кўрсатилди.

Юнусов Р. Органик кимё. Ўзб. тилида.— Тошкент: «Ўзбекистон», 1995 й. 20,0 н. т. 5000 нусха.

Дарсликда енгил саноатда фойдаланиладиган табиий ва синтетик бирикмалар ҳақида муфассал баён қилинган.

Дарслик техника олий ўқув юртларининг мутахассисликлари, кимёгар бўлмаган талабалари учун, айниқса муҳандис-технологлар учун фойдали бўлади.

Убайдуллаева Р., Абдуллаев Ш. Умумий кимёдан амалий ишлар. Ўзб. тилида — Тошкент: «Ўзбекистон», 1995 й. 10,0 н. т. 3000 нусха.

Ўқув қўлланма техник олий ўқув юртларининг мутахассислиги кимёгар бўлмаган талабалари учун мўлжалланган. Унда курснинг муҳим мавзулари бўйича лаборатория ишлари қисқа назарий материал билан бирга тавсифланган.

„ЎЗБЕКИСТОН"