

X.O. ABDULLAYEV

The book cover has a teal background. At the top, the author's name 'X.O. ABDULLAYEV' is written in white. Below it, a light blue rectangular box contains the title 'OPTIMAL VA ADAPTIV BOSHQARISH SISTEMALARI' in bold blue letters. The cover is decorated with various icons: a yellow lightbulb, a person silhouette, a speech bubble with a list, a globe, a pencil, a red gear, a cloud, and a person silhouette. At the bottom, there are black silhouettes of three people's heads and shoulders. White circles are placed on each head, and white lines connect these circles to a central globe icon. Other icons like gears and a lightbulb are scattered around the network.

**OPTIMAL VA
ADAPTIV BOSHQARISH
SISTEMALARI**

TOSHKENT



**O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TA’LIM,
FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI**

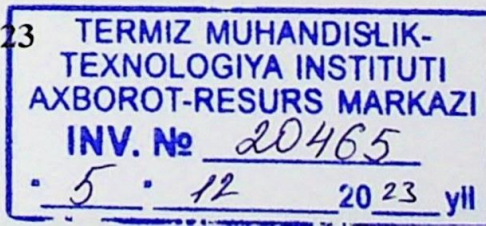
NAMANGAN MUHANDISLIK-TEXNOLOGIYA INSTITUTI

X.O. ABDULLAYEV

OPTIMAL VA ADAPTIV BOSHQARISH SISTEMALARI

O‘zbekiston Respublikasi Oliy ta’lim, fan va innovatsiyalar vazirligi
tomonidan magistraturaning 70711401 – «Texnologik jarayonlar va
ishlab chiqarishni avtomatlashtirish» (tarmoqlar bo‘yicha)
mutaxassisligi talabalari uchun o‘quv qo‘llanma sifatida tavsiya etilgan

TOSHKENT – 2023



UO'K: 681.513.5(075.8)

KBK: 32.965.09.

A 15

X.O. Abdullayev. Optimal va adaptiv boshqarish sistemalari. (O'quv qo'llanma). –T.: «Innovatsion rivojlanish nashriyot-matbaa uyi», 2023, 128 bet.

ISBN 978–9910–735–99–8

O'quv qo'llanma kirish va beshta bobdan tashkil topgan. Kirishda optimal va adaptiv boshqarish nazariyasi rivojlanishiga olib kelgan holatlar qisqacha bayon etilgan. Birinchi bobda zamonaviy sharoitlarda ABSni loyihalash, tashqi ta'sirlarning keng diapazonida boshqarishga intilish, boshqarish obyektlarining murakkablashishi, noxiziqli xarakteristikalar, o'zgaruvchan parametrlar, boshqarishning aniqligiga qo'yilgan talablarga ko'ra yanada murakkablashib borishi optimal boshqarish nazariyasini rivojlanishiga olib kelganligi bayon etilgan. Ikkinchi bobda parametrlari va xarakteristikalarining hamda bir qator hollarda ABS ning ishlashni boshlash oldidan tashqi muhitning ta'siri xarakteristikalarini aprior noaniqlikka ega bo'lgan obyektlarga qo'llanilishi bilan bog'liq bo'lgan adaptiv boshqarish sistemalari qarab chiqilgan. Uchinchi bobda avtomatik boshqarish sistemalarining yangi sinfi – intellektual boshqarish sistemalari qarab chiqilgan. To'rtinchi bob mikroprotsessorlarni qo'llashga qaratilgan. Beshinchi bobda avtomatik boshqarishning optimal va adaptiv sistemalari bo'yicha testli masalalar keltirilgan.

O'quv qo'llanma magistraturaning 70711401 – «Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish (tarmoqlar bo'yicha)» mutaxassisligi bo'yicha ta'lim olayotgan talabalarga mo'ljallangan.

UO'K: 681.513.5(075.8)

KBK: 32.965.09.

Taqrizchilar:

- R.G'. Ikramov** – NamMTI, "Fizika" kafedra professori, fizika-matematika fanlari doktori;
A.I. Isomiddinov – NamMQI, "Texnik tizimlarda axborot texnologiyalari" kafedra mudiri, texnika fanlari bo'yicha falsafa doktori, dotsent.

Ushbu o'quv qo'llanma O'zbekiston Respublikasi Oliy ta'lim, fan va innovatsiyalar vazirligining 2023-yil 27-martdagi 68-sonli buyrug'i bilan berilgan № 68-540 o'quv adabiyotining nashr ruxsatnomasi asosida nashr etildi.

ISBN 978–9910–735–99–8

© «Innovatsion rivojlanish nashriyot-matbaa uyi», 2023.

SO‘ZBOSHI

Hozirgi vaqtda yaratilayotgan va qo‘llanilayotgan zamonaviy texnologiyalar ularni boshqarish masalalarining murakkablashib borishi bilan kuzatilmoqda va bu o‘z navbatida avtomatik boshqarishning yangi prinsiplarini taqozo etmoqda. “Optimal va adaptiv boshqarish sistemalari” fani ana shunday prinsiplar haqida bo‘lib, u “Avtomatik boshqarish nazariyasi” fanining negizida paydo bo‘ldi va uning mantiqiy davomi hisoblanadi. Bu fan texnikaviy sistemalarni boshqarish bo‘yicha mutaxassislar tayyorlayotgan hamma oliy ta‘lim muassasalarida, shu jumladan bizning mamlakatimizda ham o‘qitiladi, buni o‘quv qo‘llanmaning oxirida keltirilgan adabiyotlar ro‘yxatidan ham bilish mumkin. Ro‘yxatdan ko‘rinadiki, adabiyotlar yetarli va mazmuni bo‘yicha turlicha, ammo ular orasida o‘zbek tilida yozilgani yo‘q. Shu sababdan ushbu o‘quv qo‘llanma tayyorlandi.

O‘quv qo‘llanmani tayyorlashda mavjud katta hajmdagi materiallardan o‘z qarashlarimizdan kelib chiqib tanlab olindi, ixchamlashtirildi, o‘quv rejada ajratilgan vaqt hajmiga mos keltirishga urinilgan. Ixchamlashtirilgan bo‘lsa-da, fanning hamma masalalari guruhlariga ajratilib, imkon qadar batafsil qarab chiqildi.

Bu o‘quv qo‘llanma magistraturaning “Texnologik jarayonlarni avtomatlashtirish va boshqarish” mutaxassisligi talabalariga muallif tomonidan o‘qilgan “Optimal va adaptiv boshqarish sistemalari” fani bo‘yicha ma‘ruzalarning konspektlarini qayta ishlashning natijasi hisoblanadi.

“Texnologik jarayonlarni avtomatlashtirish va boshqarish” bo‘yicha ixtisoslashayotgan magistr ushbu o‘quv qo‘llanmadagi materiallarni tushunishlari uchun quyidagilarni yaxshi o‘zlashtirgan deb faraz qilamiz:

1. Avtomatik boshqarish nazariyasining asoslarini, xususan, sistemaning o‘tish jarayonini, uzatish funksiyasini, teskari aloqali boshqarish prinsipini, chiziqli sistemalarning korreksiyasini.

2. Oddiy differensial tenglamalarni, o'zgaras koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamalarni yechish uchun Laplas almashtirishlari metodini qo'llashni.

3. Matritsalar haqida asosiy ma'lumotlarni, ular ustida turli almashtirishlarni bajarishni.

4. Yuqoridagilarning hammasini tizimli holda o'z ichiga olgan holatlar fazosi metodini.

O'quv qo'llanmada bayon etilgan asosiy material bo'lg'usi magistr'larga kelajakdagi ilmiy ishlarida avtomatik boshqarishga oid ilmiy maqolalarni va adabiyotlarni malakali o'rganishlarida va tahlil etishlarida asos bo'ladi deb umid qilamiz.

O'z fikr va mulohazalarini yuborgan barcha kitobxonlarga tashakkur bildiraman. hakim-olim@mail.ru

Muallif.

KIRISH

Avtomatik boshqarish nazariyasi (ABN) rivojlanishining klassik bosqichi deterministik yondashuv bilan xarakterlanadi, bunda boshqarish obyektining parametrlari va xarakteristikalarini aniq ma'lum va tashqi ta'sirlar ham ma'lum bo'ladi. Hatto, agar tashqi ta'sirlar tasodifiy hisoblansalarda, ularning statistik xarakteristikalarini aniq ma'lum, deb faraz qilingan edi.

Bunday sharoitlarda avtomatik boshqarish sistemalari (ABS)ni tadqiq etishga Laplas almashtirishlari yoki z – almashtirishlariga asoslangan klassik yondashuvni qo'llash to'la yetarli bo'lar edi. Bu holda sistema loyihalanayotganda odatda chastotaviy yoki vaqt xarakteristikalariga qo'yiladigan ozroq yoki ko'proq qat'iy talablarni bajarish talab etiladi. Bu xarakteristikalarining eng ko'p foydalaniladigani bo'lib, turg'unlik zaxirasi, tebranuvchanlik darajasi, qaror topish vaqti va qayta rostlash vaqti hisoblanadi.

Alternativ yondashuv (uni ikkinchi yondashuv deb aytish mumkin) holatlar fazosi metodiga asoslangan bo'lib, uning qo'llanishi ham muvaffaqiyatli bo'lib chiqdi. Bu yondashuv sistemaning sifat mezonlari sifatida integralli kvadratik yoki o'rtacha kvadratik xatodan foydalanilganda rostlagichni analitik loyihalashga imkon beradi. Mohiyat bo'yicha, bu yerda optimallashtirish nazariyasidan foydalanish boshlangan bo'lib bo'ladi. Zamonaviy sharoitlarda ABSni loyihalash, tashqi ta'sirlarning keng diapazonida boshqarishga intilish, boshqarish obyektlarining murakkablashishi, noxiziqli xarakteristikalar, o'zgaruvchan parametrlar, boshqarishning aniqligiga qo'yilgan talablarga ko'ra yanada murakkablashib bormoqda. Bularning hammasi optimal boshqarish nazariyasini keyingi rivojlanishiga olib keldi, uning ba'zi masalalari 1-bobda bayon etilgan.

Boshqarish nazariyasining keyingi rivoji parametrlari va xarakteristikalarining hamda bir qator hollarda ABSning ishlashni boshlash oldidan tashqi muhit ta'sirining xarakteristikalarini aprior

noaniqlikka ega bo'lgan obyektlarga qo'llanilishi bilan bog'liq bo'lib, u adaptiv boshqarish sistemalarining rivojlanishiga olib keldi. Bunday sistemalar 2-bobda qarab chiqilgan.

Oxirgi vaqtlarda avtomatik boshqarish sistemalarining yangi sinfi ishlanmalari jadal yaratilmoqda, ular intellektual boshqarish sistemalari nomini oldilar. Bunday sistemalarni boshqarish haqida egiluvchan qarorlar qabul qilish protseduralariga ega bo'lgan, bilimlar va boshqarish jarayonida shakllantiriladigan yangi bilimlarga asoslanuvchi o'zi o'qiydigan, o'zi sozlanadigan sistemalar sifatida yaratilmoqda. Boshqarishning intellektual sistemalari boshqarish konturi ichiga joylashtirilgan va qaror qabul qiluvchi shaxs bilan interaktiv rejimda ishlaydigan ekspert sistemalar sifatida ishlab chiqariladi. Bunday sistemalarni qurishning asosiy prinsiplari va ularning ba'zi funksional sxemalari 3-bobda qarab chiqilgan.

ABSlardagi zamonaviy rostlagichlarni realizatsiyasi mikroprotsessorlarni qo'llash bilan ta'minlanadi. Ularni qo'llashning ba'zi xususiyatlari 4-bobda qarab chiqilgan.

Beshinchi bobda avtomatik boshqarishning optimal va adaptiv sistemalari bo'yicha testli masalalar keltirilgan. Bu testli masalalardan magistrantlar nazariy materialni nisbatan sifatli o'zlashtirishlari va amaliy masalalarni yechish malakalarini olish maqsadida foydalanishlari mumkin.

1-bob. OPTIMAL BOSHQARISH

Optimal boshqarish sistemalari avtomatik boshqarish sistemalari tarkibida bo'lib, hozirgi vaqtda ularning eng yuqori cho'qqisidagi sistemalaridan hisoblanadi. Shu sababdan optimal boshqarish sistemalarini o'rganishda avtomatik boshqarish muammosi nimadan iborat ekanligini, unda teskari aloqa prinsipining alohida ahamiyatini ta'kidlash zarur.

1.1. Optimal boshqarish sistemalari haqida umumiy ma'lumotlar va ularning klassifikatsiyasi

Optimal boshqarish sistemalarini yaratish uchun qaratilgan optimallashtirish nazariyasi ishlab chiqilgan. Optimallashtirish nazariyasining bosh maqsadi – eng yaxshi sistemani, ya'ni optimal sistemani qurish. Bu, albatta, “eng yaxshi” deganda nimani bildirishi to'g'risida fikrlash uchun biron mezonni yoki sifat ko'rsatkichi mavjudligini nazarda tutadi. Qaraladigan sifat ko'rsatkichini tanlash ko'p hollarda alohida (anchagina murakkab) masala hisoblanadi. U yoki bu optimallik mezonini tanlashni asoslash avtomatik boshqarish sistemasi (ABS)ning ishlashi konkret texnik-iqtisodiy sharoitlariga bog'liq va u optimal boshqarish nazariyasida qaralmaydi. Optimallashtirish metodlari deb nomlangan fan mavjud. Biz optimallik mezonini berilgan deb qabul qilamiz.

Optimallik mezonlari orasidagi farqlar optimal sistemalarni optimallashtiriladigan sifat ko'rsatkichlari bo'yicha sinflarga ajratishga asos beradi. Optimallashtiriladigan sifat ko'rsatkichlari bo'yicha sistemalar:

- tezkorlik bo'yicha optimal;
- resurslarni sarflash bo'yicha optimal;
- ishlab chiqarish samaradorligi bo'yicha optimal;
- boshqarishdan minimal yo'qotish bo'yicha sistemalar.

Optimal sistemalarni sinflarga ajratishning navbatdagi varianti – sistemalarda sodir bo‘ladigan jarayonlarning xarakteriga ko‘ra. Bu nuqtayi nazariga ko‘ra sistemalar ushbu sistemalarga bo‘linadi:

- uzluksiz;
- diskret-uzluksiz;
- diskret.

Sistemani tavsiflaydigan differensial tenglamalar bo‘yicha ham sinflarga ajratish mumkin: chiziqli, nochiziqli, parametrlari taqsimlangan (xususiylashtirilgan tenglamalar) va h.k.

Va nihoyat, sistemalarni optimallik mezonlarining xakteri bo‘yicha sinflarga ajratish mumkin. Bu holda quyidagi sistemalarni olamiz:

- tekis optimal (har bir alohida holda eng yaxshi, ya’ni har bir o‘tkazilgan tajribada);
- statistik optimal (o‘rtachada eng yaxshi, ya’ni ko‘p eksperimentlarni o‘rtachalaganda);
- minimaks optimal (eng yomon sharoitlarda eng yaxshi natijalar beradigan).

Yopiq ABSlarni loyihalashning uncha qat’iy bo‘lmagan metodlariga nisbatan optimallashtirish nazariyasining xususiyatlari quyidagidan iborat:

1. Loyihalash protsedurasi ancha aniq hisoblanadi, negaki loyihalashning yagona ko‘rsatkichida sifatning hamma muhim aspektlari qamrab olinadi.

2. Ayonki, loyihachi eng yaxshi natijani olishni faqat tanlangan sifat ko‘rsatkichiga muvofiq kutishi mumkin. Shu sababli har bir masala uchun cheklovlar sohasi ko‘rsatiladi.

3. Ko‘pincha bir qator sifat talablari bir-biriga mos kelmasligi kuzatiladi.

4. Loyihalash natijasida olinadigan sistema, agar sifat ko‘rsatkichi ishlash jarayonida almasha, adaptiv bo‘ladi va rostlagichning parametrlari yo‘l-yo‘lakay yana hisoblanadi.

5. Statsionar bo'lmagan optimal jarayonlar bilan ishlash qandaydir biron qo'shimcha qiyinchiliklar kiritmaydi.

6. Chiziqli bo'lmagan boshqarish obyektlari ham bevosita qarab chiqiladi, to'g'ri, bunda hisoblashlarning murakkabligi ortadi.

Optimal sistemalarni qurishning asosiy bosqichlari quyidagilardan iborat.

1. Boshqarilishi kerak bo'lgan fizikaviy jarayonning hamda sifat mezonlarining matematik modellarini qurish.

2. Optimal boshqaruvchi ta'sirlarni hisoblash.

3. Optimal boshqarishni amalga oshiruvchi rostlagich (regulyator)ni sintezlash.

Optimallashtirish nazariyasi shu nazariyaga xos bo'lgan qiyinchiliklarni yenga borib jadal rivojlanmoqda. Ularni sanab o'tamiz:

1. Loyihalashning turli talablaridan kelib chiqadigan sifat ko'rsatkichlarini matematika tilida ahamiyatli shakllantirish – oson, sodda masala emas. Bu yo'lda ko'pincha sinash va xatolar metodi qo'llaniladi.

2. Sistemaning natijaviy sifat ko'rsatkichi har turdagi xatoli farazlarga va (yoki) rostlanadigan jarayonning o'zgaruvchi parametrlariga juda sezgir.

3. Hozirgi vaqtdagi boshqarishning mavjud algoritmlari chiziqli bo'lmagan sistemalar holida hisoblashlarning murakkab dasturlarini va ko'pincha katta mashina vaqtini talab etadi.

4. Fazali fazoning kichik sohalari (nominal rejimlarga mos keluvchi traektoriyalar yaqinida) uchun ishlab chiqilgan regulyatorlarni loyihalashning yaxshi ishlaydigan metodlari fazali fazoning katta sohalariga qo'llanilganda chiziqli bo'lmagan sistemalar holida birdaniga yaroqsiz bo'lib qoladilar.

Optimallashtirish nazariyasida foydalaniladigan asosiy metodlar, bu:

- klassik variatsion hisob;
- Pontryaginning maksimum prinsipi;

- Bellmanning dinamik dasturlash;
- Viner-Kolmogorov va Kalman-Byusi algoritmlari;
- funksional analiz;
- metrik analiz.

Nazorat savollari

1. Optimallashtirish nazariyasining bosh maqsadi nimadan iborat?
2. Optimallashtiriladigan sifat ko'rsatkichlari bo'yicha sistemalar qanday sinflarga ajratilgan?
3. Sistemalarda sodir bo'ladigan jarayonlarning xarakteriga ko'ra sistemalar qanday sinflarga ajratilgan?
4. Sistemani tavsiflaydigan differensial tenglamalarga ko'ra ular qanday sinflarga ajratilgan?
5. Sistemalar optimallik mezonlarining xarakteri bo'yicha qanday sinflarga ajratilgan?
6. Optimal sistemalarni qurishning asosiy bosqichlarini ayting.
7. Optimallashtirish nazariyasida foydalaniladigan asosiy metodlarni ayting.

1.2. Optimal sistemalarda variatsion hisob

1.2.1. Variatsion hisob masalalarining qo'yilishi

Variatsion hisob¹ – bu matematik analizning optimallashtirish muammosi bilan bog'liq bo'lgan bo'limi bo'lib, uni biron funksiyaning maksimumi yoki minimumini topishning oddiy nazariyasi bilan ham aloqadorligi bor, ammo bu nazariyaga nisbatan anchagina umumiy xarakterga ega. Variatsion hisob funksiyaning ekstremumlarini aniqlash

¹ Variatsion hisob termini ruscha "вариационное исчисление" so'zining tarjimasini, variatsiyani hisoblash deb tushunish kerak. Variatsiya lotincha variatio so'zidan kelib chiqqan, o'zbekchasida o'zgarish ma'nosini beradi, umuman olganda variatsiya so'zini biron-bir narsaning kichik, o'ziga o'zgarishi, og'ishini ifodalashda ishlatiladi

emas, balki, butun funksiyaning qiymatini aniqlash talab etilganda, ya'ni **funksionall**arning maksimumi yoki minimumi bilan ish ko'radi.

Funksional – biron funksiyaga bog'liq bo'lgan o'zgaruvchan kattalik, masalan, Q funksional hisoblanadi:

$$Q = \int_0^T G(u(t), y(t)) dt.$$

Bunda biron funksiyalar sinfi (yoki to'plami)dan olingan har bir G funksiyaga Q funksionalning ma'lum qiymati mos keladi.

Variatsion hisob 150 yil oldin mashhur rus matematigi Eyler tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, u fan va texnikaning juda ko'p sohalarida o'z qo'llanilishini topgan, ular orasida boshqarish nazariyasi, klassik mexanika, elektromagnetizm, gidrodinamika, optika, aerodinamika va b. bor.

Klassik variatsion hisobda an'anaviy uchta masala bo'lib ushular hisoblanadi:

- Lagranj masalasi;
- Mayyer masalasi;
- Bols masalasi.

Lagranj masalasi. Bitta erkli o'zgaruvchili *Lagranj masalasi* $u(t)$ funksiyani aniqlash bilan bog'liq, bu funksiya, shu funksiyadan olingan integralning minimumini ta'minlaydi. Masalaning qo'yilishini formallashtiramiz.

Berilgan.

1. Differensial tenglamalar sistemasi

$$\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1.1)$$

bu yerda:

$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ – n o'lchamli vektor – ustun,

$\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_r]^T$ – r o'lchamli vektor – ustun.

2. Boshlang'ich shartlar sistemasi

$$x_i(t_0) = a_i, i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.2)$$

3. Optimallik mezoni

$$I = \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt, \quad (1.3)$$

bu yerda, F funksiya o'z argumentlari bo'yicha uzluksiz deb faraz qilinadi (t_f ning indeksidagi f harfi finish, ya'ni marra so'zini ko'rsatadi).

(1.2) boshlang'ich shartlarga ega bo'lgan (1.1) tenglamalarni qanoatlantiruvchi hamma $\mathbf{u}(t)$ funksiyalar orasidan (1.3) funksionalni minimumga keltiruvchi $\mathbf{u}(t)$ funksiyani *topish zarur (topilsin)*.

Mayyer masalasi, oxirgi nuqtada hisoblanadigan va oxirgi qiymatlari oldindan berilmagan ba'zi o'zgaruvchilarni o'z tarkibiga o'lgan, ma'lum funksiyani minimallashtiruvchi $\mathbf{u}(t)$ funksiyani aniqlashdan iborat.

Berilgan.

1. Differensial tenglamalar sistemasi (1.1).
2. Boshlang'ich shartlar (1.2).
3. Yakuniy shartlar

$$x_j(t_f) = b_j, j \in A \subseteq \{1, 2, \dots, n\}, \quad (1.4)$$

bunda t_f avvaldan ma'lum emas.

4. Optimallik mezoni

$$I = G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)|_{t_0}^{t_f}. \quad (1.5)$$

Boshlang'ich (1.2) va yakuniy (1.4) shartlarga ega bo'lgan (1.1) tenglamalarni qanoatlantiruvchi hamma $\mathbf{u}(t)$ funksiyalardan (1.5) mezonni minimallashtiruvchi $\mathbf{u}(t)$ funksiyani *topish zarur (topilsin)*.

Optimallik mezonni ushbu ko'rinishga ega bo'lgan

$$I = G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)|_{t_0}^{t_f} = t|_{t_0}^{t_f} = t_f - t_0,$$

xususiyl holda Mayyer masalasi berilgan boshlang'ich holatdan talab etilgan yakuniy holatga minimal vaqt ichida o'tish masalasiga keltiriladi.

Bols masalasi biron funksiyadan olingan integralning va yakuniy nuqtada hisoblanadigan funksiyadan tashkil topgan summani minimallashtiruvchi $\mathbf{u}(t)$ funksiyani aniqlash bilan bog'liq, bunda bu $\mathbf{u}(t)$ funksiyaning ba'zi o'zgaruvchilarining yakuniy qiymatlari oldindan berilmagan bo'lishi mumkin.

Berilgan.

1. Differensial tenglamalar sistemasi (1.1).
2. Boshlang'ich shartlar (1.2).
3. Yakuniy qiymatlar (1.4).
4. Mezon

$$I = G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt. \quad (1.6)$$

Boshlang'ich (1.2) va yakuniy (1.4) shartlarga ega bo'lgan (1.1) tenglamalarni qanoatlantiruvchi hamma $\mathbf{u}(t)$ funksiyalar orasidan (1.6) mezonni minimallashtiruvchi $\mathbf{u}(t)$ funksiyani *tanlash zarur (tanlansin)*.

$\mathbf{u}(t)$ funksiyani topish protsedurasini variatsion metod deb ataladi.

Agar $\mathbf{x}(t)$ vektorni obyektning (jarayonning) holati (masalan, traektoriyasi) sifatida talqin (interpretatsiya) qilinsa, $\mathbf{u}(t)$ funksiyani esa

boshqarish vektori deb tushunilsa, integralning minimumi bo'yicha optimal boshqarish Lagranj masalasiga keltiriladi. Oxirgi, yakuniy holatni optimal boshqarish va maksimal tezkorlik bilan boshqarish – bu Mayyer masalasi. Bols masalasiga yakuniy holatga cheklovlari bo'lgan integralning minimumi bo'yicha boshqarish yoki integralning kattaligiga cheklovlar bo'lganidagi yakuniy holatga o'tish vaqtining minimum bo'yicha boshqarishga keltiriladi.

Masalalarning ifodalanishlaridan kelib chiqadiki, Bols masalasi variatsion hisoblash masalasining eng umumiy ifodalanilishi hisoblanadi. Biroq, har doim ba'zi qo'shimcha o'zgaruvchilarni kiritish mumkinki, ular yordamida Lagranj masalasini Bols masalasiga yoki Mayyer masalasiga keltirish mumkin va aksincha.

Optimal boshqarishning juda ko'p muammolari mavjud bo'lishiga qaramasdan, ular birinchi qarashda sanab o'tilgan uchta masalalardan birontasiga tegishli emasdek tuyulsa-da, har doim dastlabki masalani yuqorida ifodalangan masalalardan biriga aylantirishga imkon beruvchi u yoki bu matematik usulga murojaat qilish mumkin.

1.1-misol. Yuqori tartibli hosilalari bor masala.

Ushbu mezonni

$$I = \int_{t_0}^{t_f} F(x, \dot{x}, \ddot{x} t) dt. \quad (1.7)$$

$x, \dot{x}$ o'zgaruvchilarga qo'yilgan berilgan boshlang'ich shartlarda minimallashtirish talab etilsin.

(1.7) dagi integralosti ifodada ikkinchi tartibli hosila borligidan, aniqki, bu masala variatsion hisobning bironta masalasiga to'g'ridan - to'g'ri taalluqli emas. Ammo, qo'shimcha o'zgaruvchi y ni kiritish yo'li bilan (bunda tushunarliki, holatlar fazosining o'lchami birga ortadi) dastlabki masalani Lagranj masalasiga keltirish mumkin.

Haqiqatan ham, $\dot{x} = y$ belgilash kiritamiz. Bunday bo'lsa (1.7) mezon ushbu ko'rinishda qayta yoziladi:

$$I = \int_{t_0}^{t_f} F(x, y, \dot{y}, t) dt,$$

bu esa to'g'ridan to'g'ri Lagranj masalasi.

1.2-misol. Lagranj masalasidan Mayyer masalasiga o'tish. Ushbu mezonni minimallashtirish talab etilsin

$$I = \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) dt. \quad (1.8)$$

$\mathbf{x}$ uchun yakuniy qiymatlar berilgan.

Agar (1.8)dagi $\dot{\mathbf{x}}$ ni (1.3)dagi $\mathbf{u}$ bilan belgilasak, ya'ni $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{u}$ belgilash kiritsak, (1.8) ifoda (1.3) ifoda bilan mos tushadi. Bu Lagranj masalasini, agar qo'shimcha $(n+1)$ yordamchi o'zgaruvchini ushbu tenglama bilan berib

$$\dot{x}_{n+1}(t) = F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t).$$

kiritilsa, Mayyer masalasiga aylantirish mumkin.

Bunday bo'lganida optimallik mezonni ushbu ko'rinishni oladi:

$$I = \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) dt = \int_{t_0}^{t_f} \dot{x}_{n+1}(t) dt = \dot{x}_{n+1}(t) \Big|_{t_0}^{t_f},$$

bu esa, endi Mayyer masalasi.

1.3-misol. Tengsizlik ko'rinishidagi cheklovlari bor masala.

Berilgan masalada ushbu mezonni minimallashtirish talab etiladi:

$$I = \int_{t_0}^{t_f} F(x, \dot{x}, t) dt,$$

bunda x ning chekli (yakuniy) qiymatlari $\dot{x}$ kattalikka $a \leq \dot{x} \leq b$ tengsizliklar ko'inishidagi cheklovlar qo'yilgan, degan farazda berilgan.

Yangi yordamchi haqiqiy o'zgaruvchi y ni kiritib, berilgan tengsizlikni ushbu tenglik bilan almashtirish mumkin

$$\varphi(\dot{x}, y) = (\dot{x} - a)(b - \dot{x}) - y^2 = 0.$$

1.2.2. Integralli mezonni minimallashtirish

Variatsion hisobning ixtiyoriy masalasini Lagranj masalasiga keltirish mumkinligidan, integralni minimallashtirish masalasini qarab chiqamiz:

$$I = \int_{t_0}^{t_f} F(x, \dot{x}, t) dt, \quad (1.9)$$

bu yerda, F – o'z argumentlarining uzluksiz funksiyasi; $x(t)$ – esa vaqtning ikki marta differensiallanuvchi funksiyasi.

Boshlang'ich $x(t_0)$ va yakuniy (oxirgi, ya'ni terminal, finish) $x(t_f)$ nuqtalar fiksirlangan (ya'ni mahkamlangan) yoki harakatchan bo'lishlari mumkin.

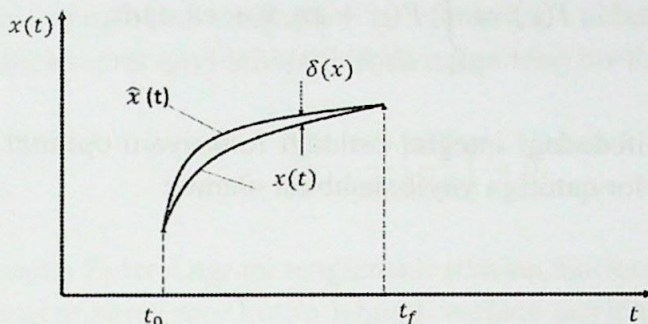
Uchidagi nuqtalar mahkamlangan hol.

$x(t)$ funksiyaning boshlang'ich va oxirgi nuqtalarini fiksirlab olamiz:

$$x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f. \quad (1.10)$$

Shunday funksiya $x(t)$ ni topamizki, u integral (1.9)ni minimumga keltirsin.

Masalaning geometrik taqdim etilishi shundan iboratki, (t_0, x_0) va (t_f, x_f) nuqtalarni birlashtiruvchi, ulovchi shunday egri chiziqni topish kerakki, bu egri chiziq bo'ylab $F(x, \dot{x}, t)$ dan olingan integral minimal bo'lsin (1.1-rasm).



1.1-rasm. Uchlardagi nuqtalari mahkamlangan hol uchun masala.

Optimal traektoriyani $x(t)$ bilan, unga yaqin biron traektoriyani esa $\hat{x}(t)$ bilan belgilaymiz. $x(t)$ va $\hat{x}(t)$ lar orasidagi ayirmani $\delta x(t)$ funksiyaning variatsiyasi deyiladi:

$$x(t) - \hat{x}(t) = \delta x.$$

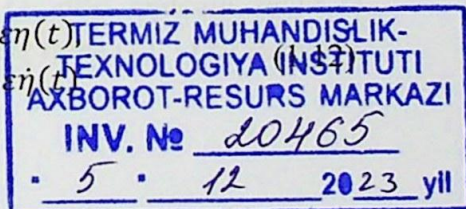
Variatsiyani o'zingizda $x(t)$ funksiyalar sinfidan bo'lgan $\eta(t)$ funksiyaga ko'paytirilgan biron-bir kichik ε parametr sifatida tasavvur qilishingiz mumkin. $x(t)$ va $\hat{x}(t)$ lar traektoriyalarining boshlang'ich va oxirgi nuqtalari ustma-ust, mos tushganliklaridan, $\eta(t)$ funksiya uchun chegaraviy shartlar nolli

$$\eta(t_0) = \eta(t_f) = 0. \quad (1.11)$$

Shunday qilib,

$$\hat{x}(t) = x(t) + \delta x = x(t) + \varepsilon \eta(t)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = \dot{x}(t) + \delta \dot{x} = \dot{x}(t) + \varepsilon \dot{\eta}(t)$$



(1.12) munosabatlarni (1.9) integraldagi $x(t)$ va $\dot{x}(t)$ larning o'rniga qo'yib, ushbuni olamiz:

$$I(\varepsilon) = \int_{t_0}^{t_f} F(x + \varepsilon\eta, \dot{x} + \varepsilon\dot{\eta}, t) dt.$$

Oxirgi ifodadagi integral ostidagi funksiyani optimal traektoriya yaqinida Teylor qatoriga yoyib, ushbuni olamiz:

$$I(\varepsilon) = \int_{t_0}^{t_f} \left[F(x, \dot{x}, t) + \varepsilon\eta \frac{\partial F}{\partial x} + \varepsilon\dot{\eta} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} + \varepsilon^2, \varepsilon^3, \dots \right] dt. \quad (1.13)$$

$I(\varepsilon)$ mezonning ekstremumini zaruriy sharti bo'lib, (1.13) ifodaning ε bo'yicha xususiy hosilasini nolga tengligi hisoblanadi, bundan kelib chiqadiki,

$$\int_{t_0}^{t_f} \left(\eta \frac{\partial F}{\partial x} + \dot{\eta} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) dt = 0. \quad (1.14)$$

Oxirgi ifodadagi ikkinchi qo'shiluvchini bo'laklarga ajratish bo'yicha integrallaymiz:

$$\int_{t_0}^{t_f} \dot{\eta} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} dt = \eta \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_0}^{t_f} - \int_{t_0}^{t_f} \eta \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) dt. \quad (1.15)$$

$\eta(t)$ funksiyaga qo'yilgan nolli boshlang'ich chegaraviy shartlar (1.11)ni hisobga olib, (1.15) ifodadagi birinchi qo'shiluvchi nolga aylanadi va (1.14) shart yakunda ushbu tenglamaga aylanadi

$$\int_{t_0}^{t_f} \eta \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) \right] dt = 0.$$

Oxirgi tenglama ixtiyoriy η funksiya uchun bajarilishi kerakligidan, kvadrat qavs ichidagi ifoda nolga teng bo'lishi kerak:

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) = 0. \quad (1.16)$$

(1.16) tenglama Eyler-Lagranj tenglamasi sifatida ma'lum.

Bu tenglamaning mos ko'po'chamli varianti quyidagi ko'rinishga ega:

$$\text{grad}_x F - \frac{d}{dt} (\text{grad}_{\dot{x}} F) = 0, \quad (1.17)$$

(1.17)da ushbu belgilash kiritilgan:

$$\text{grad}_x = \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_2} \dots \frac{\partial}{\partial x_n} \right)^T.$$

Eyler-Lagranj tenglamasi (1.9) funksionalning ekstremumini zaruriy sharti hisoblanadi, shuning uchun, I mezonning minimumi (1.10) chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi Eyler-Lagranj tenglamasi faqat integral egri chiziqlarda amalga oshirilishi mumkin. Eyler-Lagranj tenglamasining integral egri chiziqlari *ekstremallar* deb ataladi. Chegaraviy shartlarni qanoatlantiruvchi ekstremallar chegaraviy masalalarni yechish yo'li bilan aniqlanadi. Bu yechim har doim ham mavjud bo'lavermaydi, agar mavjud bo'lsa ham, har doim ham yagona emas, agar yagona bo'lsa, uni har doim ham topib bo'lavermaydi, ya'ni Eyler-Lagranj tenglamasini har doim ham integrallab bo'lmaydi.

Ahvol shu bilan yengillashadiki, optimal ABSlarni sintezlash ko'p hollarda yechimning mavjudligi, uning yagonaligi va bu yechim mezonning minimumini amalga oshirishini fizikaviy yoki geometrik mulohazalardan oddiy o'rnatiladi (aniqlanadi). Agar yechimlar baribir bir nechta bo'lib chiqsa, bu yechimlarning har birida mezonni hisoblab bo'lgandan so'ng, ulardan shunisi tanlanadiki, unda mezon eng kichik kattalikka erishadi.

Eyler-Lagranj tenglamasini analitik ko'rinishda yechish quyidagi hollarda mumkin.

1. F funksiya $\dot{x}$ ga bog'liq emas, ya'ni faqat x va t larning funksiyasi xolos: $F(x, t)$.

2. F funksiya vaqtga ochiq bog'liq emas, $F = F(x, \dot{x})$.

3. F funksiya x ga bog'liq emas, $F = F(\dot{x}, t)$ yoki $F = F(\dot{x})$.

4. F funksiya $\dot{x}$ ga nisbatan chiziqli, ya'ni masalan, $F = \alpha(x, t) + \dot{x} * \beta(x, t)$.

Ekstremalni topishga oid misol.

Masaladagi ekstremal topilsin:

$$J = \int_1^2 (t^2 x' + t x'^2) dt; x(1) = a; x(2) = b.$$

Yechish.

$$F(t, x, x') = t^2 x' + t x'^2,$$

F funksiya x ga bog'liq emas: $F = F(x', t)$, Shuning uchun:

$$F_x = 0, F_{x'} = t^2 + t x'.$$

Eyler-Lagranj tenglamasini tuzamiz:

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial x'} \right) = 0, 2t + 2x' + 2tx'' = 0.$$

Ko'rinadiki, bu tenglamaga x kirmaydi. $y = x'$ belgilash kiritamiz, bu holda $y' = x''$ va tenglama ushbu ko'rinishni oladi:

$$t + y + ty' = 0.$$

Bu tenglamaning yechimi

$$y(t) = \frac{c}{t} - \frac{t}{2}.$$

$$x(t) = \int y(t)dt + d = \int \left(\frac{c}{t} - \frac{t}{2} \right) dt + d = c \ln t - \frac{t^2}{4} + d.$$

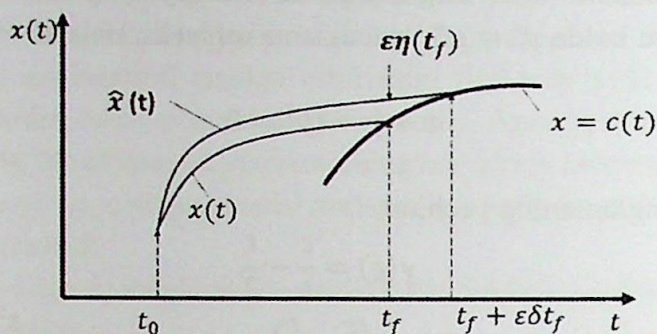
Chegaraviy shartlardan foydalanib, c va d o'zgarmaslarni topamiz:

$$x(t) = \frac{b - a + 3/4}{\ln 2} \ln t - \frac{t^2}{4} + a + 1/4.$$

Oxirgi nuqtalari harakatchan bo'lgan hol.

Endi integralning minimallashtirish masalasini qarang chiqamiz, bu masalada oxirgi nuqta fiksirlanmagan (mahkamlanmagan) bo'lib, u biron egri chiziqda yotadi. Bunday holning tipik misoli – ushlar (uchrashish) masalasi bo'lib, bunda samolyot-ushlovchi (uchrashuvchi samolyot) berilgan boshlang'ich nuqtadan start olib, ma'lum traektoriya bo'yicha uchayotgan ushlanadigan (uchrashish kerak bo'lgan) samolyotga minimal miqdorda yoqilg'i sarflab yaqinlashishi kerak.

Avvalgidek, optimal traektoriyani $x(t)$ bilan, unga yaqin optimal bo'lmagan traektoriyani esa $\hat{x}(t)$ bilan belgilaymiz. $x(t)$ uchun boshlang'ich shartlar berilgan: boshlang'ich, start nuqta $x(t_0) = x_0$, oxirgi, finish nuqta $x = c(t)$ tenglama bilan berilgan egri chiziqda yotadi (1.2-rasm).



1.2-rasm. Oxirgi nuqtasi harakatlanadigan hol masalasi.

Integral (1.9)ga optimal traektoriyalar $x(t)$ va $\dot{x}(t)$ o'rniga undan farq qiluvchi optimal bo'lmagan $\hat{x}(t)$ va $\hat{\dot{x}}(t)$ larni mos holda qo'yib va integraldagi yuqori chegarani $t_f + \epsilon\delta t_f$ ga o'zgartirib, ushbuni olamiz:

$$I(\epsilon) = \int_{t_0}^{t_f + \epsilon\delta t_f} F(x + \epsilon\eta, \dot{x} + \epsilon\dot{\eta}, t) dt. \quad (1.18)$$

Variatsiya δt_f ning paydo bo'lishining sababi shundaki, oxirgi nuqta fiksirlanmagan, balki $x = c(t)$ egri chiziqda joylashgan. Oxirgi nuqtasi mahkamlangan masalada qanday ish tutilgan bo'lsa, aniq o'shanday ish tutib, (1.18) integralning ekstremumi zaruriy shartiga kelimiz:

$$\int_{t_0}^{t_f} \left(\eta \frac{\partial F}{\partial x} + \dot{\eta} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) dt + F(t_f) \delta t_f = 0. \quad (1.19)$$

Integral ostidagi ikkinchi qo'shiluvchini qismlar bo'yicha olamiz va murakkab bo'lmagan almashtirishlarni bajarib, quyidagini olamiz:

$$\int_{t_0}^{t_f} \eta \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) \right] dt + \eta(t_f) \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_f} - \eta(t_0) \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_0} + F(t_f) \delta t_f = 0. \quad (1.20)$$

Oxirgi nuqtadagi shartlarni qarab chiqish $\eta(t_f)$ va δt_f larni bog'lashga imkon beradi (mos variatsiyalarning kichikligiga ko'ra):

$$\dot{x}t_f \cdot \delta t_f = \eta(t_f) = \dot{c}t_f \cdot \delta t_f.$$

Oxirgi tenglamadan kelib chiqadiki:

$$\eta(t_f) = \{ \dot{c}(t_f) - \dot{x}(t_f) \} \delta t_f. \quad (1.21)$$

(1.21) ifodani (1.20) tenglamaga qo'yib, ushbuni olamiz:

$$\int_{t_0}^{t_f} \eta \left(\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) \right) dt + \left\{ F(t_f) + [\dot{c}(t_f) - \dot{x}(t_f)] \cdot \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_f} \right\} \delta t_f - \eta(t_0) \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_0} = 0.$$

Oxirgi tenglama ixtiyoriy δt_f variatsiyalarda bajarilishi kerakligidan, u ikkita shartga ajraydi:

$$\int_{t_0}^{t_f} \eta \left(\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) \right) dt = 0; \quad (1.22)$$

$$\left\{ F(t_f) + [\dot{c}(t_f) - \dot{x}(t_f)] \cdot \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_f} \right\} \delta t_f - \eta(t_0) \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \Big|_{t_0} = 0. \quad (1.23)$$

Birinchi shartdan, avvalgidek, Eyler-Lagranj tenglamasi (1.16) kelib chiqadi.

(1.23) shartdagi ikkinchi qo'shiluvchi nolga teng, agarda $\left. \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right|_{t_0}$ kat-talik cheklangan bo'lsa, shuning uchun (1.23) munosabatning figurali qavsi ichidagi ifoda ham nolga teng bo'lishi kerak. Bu yerdan ushbu tenglama kelib chiqadi:

$$F(t_f) = [\dot{x}(t_f) - \dot{c}(t_f)] \cdot \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right|_{t_f} \quad (1.24)$$

(1.24) munosabatning *transversallik sharti* deyiladi.

Belgilash ortiqcha emaski, vaqtning boshlang'ich momentida (ya'ni $t = t_0$ da) (1.16) tenglama bajarilmasligi ham mumkin, negaki, $\eta(t_0) = 0$ va (1.22) shart to'g'ri. Shu narsa muhimki, vaqtning boshlan-g'ich momentida $x(t)$ uzluksiz bo'lsin, $\frac{\partial F}{\partial \dot{x}}$ esa chekli bo'lsin.

Agar so'z rostdash sistemasi haqida borayotgan bo'lsa, qachonki, bitta muhim ishlash rejimidan boshqasiga o'tish amalga oshirilayot-ganda, ya'ni x ning bir qiymatidan boshqa qiymatiga o'tilayotganda, oxirgi, yakuniy egri chiziq $x = c(t)$ gorizontal to'g'ri chiziq hisoblansa va $\dot{c}(t_f) = 0$ bo'lsa. Bu holda transversallik sharti (1.24) soddalashadi va ushbu ko'rinishni oladi:

$$F(t_f) = \dot{x}(t_f) \cdot \left. \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right|_{t_f} \quad (1.25)$$

Funksiya F vaqtga ochiq bog'liq bo'lmagan holda (1.16) va (1.25) munosabatlar bittaga kelishini ko'rsatish mumkin, aynan:

$$F(x, \dot{x}) = \dot{x} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}}. \quad (1.26)$$

Haqiqatan ham, oxirgi ifodaning ikkala qismini murakkab funksiya sifatida t bo'yicha differensiallab, soddalashtirgandan so'ng ushbuni olamiz:

$$\dot{x} \left[\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \right) \right] = 0.$$

Odatda, boshqarish jarayonida $\dot{x}$ hosila nolga aylanmaydi, shuning uchun kvadrat qavs ichidagi ifoda nolga teng bo'lishi kerak, bu esa Eyler-Lagranj tenglamasi (1.16)ning chap qismidir.

Shunday qilib, bitta ishchi rejimdan boshqasiga (t_0, t_f) vaqt ichida o'tishni amalga oshiruvchi optimal rostlash sistemasini yagona shart (1.26) aniqlaydi.

1.2.3. Integralli mezonning minimumi bo'yicha optimal boshqarish

Endi variatsion hisobni integral mezonli optimal boshqarish masalasiga qo'llashni qarab chiqamiz.

Obyekt dinamikasi ushbu tenglama bilan berilgan bo'lsin

$$\dot{x}(t) = f(x, u), \quad (1.27)$$

bu yerda, x – obyektning chiqishi; u – boshqaruvchi ta'sir, bunda berilgan boshlang'ich qiymat

$$x(t_0) = x_0 \quad (1.28)$$

Ushbu integralli mezonni minimallashtiruvchi $u(t)$ boshqarishni shakllantirish talab etiladi

$$I = \int_{t_0}^{t_f} F(x, u) dt = 0. \quad (1.29)$$

(1.29) mezondagi F funksiya talab etilgan holatdan og'ishni, energiya iste'molini, ABSning narxini va hokazolarni tavsiflashi mumkin.

Mezon (1.29)ni minimumga erishtiruvchi funksiyalarni $x(t)$ va $u(t)$ lar bilan belgilab, unga yaqin biron funksiyalarni esa mos holda $\hat{x}(t)$ va $\hat{u}(t)$ lar bilan belgilab, ushbularni yozish mumkin:

$$\hat{x} = x + \varepsilon\eta, \quad \hat{u} = u + \varepsilon\xi, \quad (1.30)$$

bu yerda, η va $\xi - (t_0, t_f)$ intervalda aniqlangan, yetarlicha me'yorda ixtiyoriy vaqtning funksiyalari, ε – kichik parametr.

Ifoda (1.30) ni $x(t)$ va $u(t)$ lar o'rniga (1.29) mezonga qo'yib, ushbuni olamiz:

$$I(\varepsilon) = \int_{t_0}^{t_f} F(x + \varepsilon\eta, u + \varepsilon\xi) dt.$$

Oxirgi formulada integralosti funksiyani optimal traektoriya yaqinida Teylor qatoriga yoyib quyidagini olamiz:

$$I(\varepsilon) = \int_{t_0}^{t_f} \left[F(x, y) + \varepsilon \left(\eta \frac{\partial F}{\partial x} + \xi \frac{\partial F}{\partial u} \right) + \varepsilon^2, \varepsilon^3, \dots \text{li hadlar} \right] dt. \quad (1.31)$$

(1.31) funksiyaning ekstremumini zaruriy sharti – ushbu tenglik

$$\left. \frac{\partial I(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = 0.$$

(1.31) ifodaning o'ng qismidan ε bo'yicha hosila olib va ε bo'yicha differensiallash, t bo'yicha integrallash tartiblarining o'rnini almashtirib, olingan ifodani $\varepsilon = 0$ bo'lganida nolga tenglaymiz:

$$\int_{t_0}^{t_f} \left(\eta \frac{\partial F}{\partial x} + \xi \frac{\partial F}{\partial u} \right) dt. \quad (1.32)$$

Obyekt dinamikasining (1.27) tenglamasiga qaytamiz va $x(t)$ va $u(t)$ larni mos holda $\hat{x}(t)$ va $\hat{u}(t)$ larga almashtiramiz. Ushbuni olamiz:

$$\dot{x}(t) + \varepsilon \dot{\eta} = f(x, u) + \varepsilon \left(\eta \frac{\partial f}{\partial x} + \xi \frac{\partial f}{\partial u} \right).$$

(1.27) tenglama hisobga olinishi bilan oxirgi munosabat $\eta(t_0) = 0$ boshlang'ich shartlar bilan ushbu tenglamaga aylanadi:

$$\dot{\eta} = \eta \frac{\partial f}{\partial x} + \xi \frac{\partial f}{\partial u}. \quad (1.33)$$

(1.33) tenglamani ξ ga nisbatan yechib, bu qiymatni (1.32) tenglamaga qo'yamiz:

$$\int_{t_0}^{t_f} \left[\eta \frac{\partial F}{\partial x} + \left(\dot{\eta} - \eta \frac{\partial f}{\partial x} \right) \frac{\partial F}{\partial f} \right] dt. \quad (1.34)$$

(1.34) ifodadagi $\dot{\eta}$ hosila bilan bog'liq qo'shiluvchini qismlarga ajratib integrallash bilan topamiz:

$$\int_{t_0}^{t_f} \eta \frac{\partial F}{\partial f} dt = \eta \frac{\partial F}{\partial f} \Big|_{t_0}^{t_f} - \int_{t_0}^{t_f} \eta \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial F}{\partial f} \right] dt. \quad (1.35)$$

Boshlang'ich nuqtada $\eta(t_0) = 0$ bo'lganligidan oxirgi ifodadagi birinchi qo'shiluvchi nolga teng bo'ladi, agarda oxirgi nuqtada ushbuni qo'yilsa:

$$\left. \frac{\frac{\partial F}{\partial u}}{\frac{\partial f}{\partial u}} \right|_{t_f} = 0. \quad (1.36)$$

Bunday bo'lsa (1.34) va (1.35) ifodalardan ushbu kelib chiqadi:

$$\int_{t_0}^{t_f} \eta \left[\frac{\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\partial F}{\partial u} * \frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial u}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\frac{\partial F}{\partial u}}{\frac{\partial f}{\partial u}} \right) \right] dt = 0.$$

Oxirgi tenglama η ning ixtiyoriy funksiyalarida bajarilishi kerakligidan kvadrat qavs ichidagi ifoda nolga teng bo'lishi kerak. Shunday qilib, optimal boshqarishning bu berilgan masalasi uchun Eyler-Lagranj tenglamasi ushbu ko'rinishni qabul qiladi:

$$\frac{\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial u} - \frac{\partial F}{\partial u} * \frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial u}} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\frac{\partial F}{\partial u}}{\frac{\partial f}{\partial u}} \right) = 0. \quad (1.37)$$

Oxirgi tenglamani (1.28) va (1.36) chegaraviy shartlarni hisobga olib yechib, $u(t)$ optimal boshqarishni aniqlaymiz. Bu intervalning oxirlarida berilgan shartlari bo'lgan variatsion masalaning klassik masalasidir.

Ikki nuqtali chekli masalani analitik yechish faqat favqulodd hollarda mumkin xolos, shuning uchun, qoidaga ko'ra, ketma-ket yaqinlashishlar metodiga murojaat qilishga to'g'ri keladi. Bu metod biron-bir $x(t_f) = x_f$ yakuniy qiymatni tavakkal tanlashdan va Eyler-Lagranj tenglamasini x_f ning tanlangan qiymatida va x_0 ning berilgan kattaligida sonli yechishdan iborat. So'ngra olingan $\left. \frac{\frac{\partial F}{\partial u}}{\frac{\partial f}{\partial u}} \right|_{t_f}$ va berilgan yakuniy shartlar orasidagi farqni hisoblaymiz. Bu farq birinchi

martadayoq nolga teng bo'lmaydi, jarayonni bu farq berilgan kichik kattalikdan yetarlicha kichik bo'lgunicha davom ettiramiz.

Eyler-Lagranjning (1.37) tenglamasining ko'po'lchovli analogini ham olish mumkin.

1.2.4. Cheklovlarni Lagranj ko'paytuvchilari metodi yordamida hisobga olish

Shu vaqtgacha holat o'zgaruvchilariga yoki boshqaruvchi ta'sirlarga biron cheklovlar bo'lmaganidagi optimal boshqarish masalalari qarab chiqildi. Biroq amaliyotda boshqariladigan jarayonga ham, boshqaruvchi ta'sirga ham har doim biron fizikaviy cheklovlar mavjud bo'ladi. Odatda, cheklovlarni hisobga olishni *Lagranj ko'paytuvchilari* yordamida o'tkaziladi. Bu metod bitta yoki bir nechta cheklovchi bog'liqliklarga bo'ysunuvchi funksionalning ekstremumini topish masalasini yechishga bo'lgan ixcham yondashuvni beradi, qachonki bu bog'liqliklar shunchalik murakkab bo'lganidaki, bunda erkin parametrlarni yo'q qilish uchun ulardan foydalanish juda qiyin bo'lganida. Lagranjning ko'paytuvchilar metodi erkin parametrlarni yo'q qilish maqsadida tenglamalarni yechishni keraksiz qilib qo'yadi.

Ekstremumini topish talab etilayotgan funksiyani quyidagicha belgilaymiz:

$$P(\mathbf{u}) = P(u_1, u_2, \dots, u_r).$$

Boshqarish $\mathbf{u}$ ga quyidagi ko'rinishdagi cheklov qo'yilgan bo'lsin

$$Q(\mathbf{u}) = Q(u_1, u_2, \dots, u_r) \leq \mathbf{c}, \quad (1.38)$$

bu yerda $\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_r]^T$ – r-o'lchovli vektor-ustun.

Bunday bo'lganda P funksiyani maksimum yoki minimumga yetkazuvchi $\mathbf{u}$ vektor oraliq funksiya

$$G(\mathbf{u}) = P(\mathbf{u}) + \lambda^T Q(\mathbf{u}) \quad (1.39)$$

ning maksimum yoki minimumi shartlarini aniqlab, topish mumkin, bu yerda

$\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r]^T$ – Lagranjning vektor ko‘paytuvchisi deb ataluvchi r -o‘lchovli vektor-ustun.

Bu yangi funksiyaning ekstremumini aniqlab, $\mathbf{u}$ vektorni Lagranjning vektor ko‘paytuvchisi λ ning funksiyasi sifatida olamiz. Topilgan vektor

$$\mathbf{u}(\lambda) = \mathbf{u}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r) \quad (1.40)$$

ni (1.38) cheklovchi munosabatlar sistemasiga qo‘yib, $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r]^T$ vektorning r komponentlariga nisbatan r ta tenglamalarni olamiz. Olingan tenglamalarni yechib, λ vektorning komponentlarini aniqlaymiz va bu qiymatlarni (1.40) munosabatga qo‘yib, optimal boshqarishning vektotini olamiz.

1.4-misol. Obyekt dinamikasining tenglamasi chiziqli hisoblansin. Umumiy holda bu tenglamalar matritsa ko‘rinishida yoziladi:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (1.41)$$

bu yerda, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ – odatdagidek, obyektning r -o‘lchovli vektor-ustuni; $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_r]^T$ – boshqarishning r -o‘lchovli vektori, $\mathbf{A}$ va $\mathbf{B}$ lar esa mos o‘lchamdagi matritsalar.

Obyektning T vaqt ichida berilgan boshlang‘ich holat $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ dan oxirgi holatga o‘tkazish talab etilsin¹

$$\mathbf{x}(T) = \mathbf{0}. \quad (1.42)$$

Integralli kvadratik mezon

¹ Maqsadi, obyektning berilgan T vaqt ichida berilgan boshlang‘ich holatdan berilgan oxirgi holatga o‘tkazish bo‘lgan boshqarishni terminal boshqarish deyiladi.

$$I(\mathbf{u}) = \int_0^T \mathbf{u}^T \mathbf{H} \mathbf{u} dt, \quad (1.43)$$

ni minimumga yetkazuvchi optimal boshqarishning $\mathbf{u}^*(t)$ vektorini topamiz, bu yerda kvadratik shakldagi matritsa $\mathbf{H}$ ijobiy aniqlangan va simmetrik hisoblanadi.

Oxirgi holat (1.42) ni cheklovchi munosabatlar sistemasi deb qabul qilish mumkin.

Lagranj ko'paytuvchilari metodiga muvofiq avval cheklovchi munosabatlar (1.42)ni integral shaklga aylantiramiz, negaki, optimallik mezoni (1.43) integral shaklda berilgan.

Holat tenglamalari (1.41)ning yechimi ushbu ko'rinishga ega:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t)\mathbf{x}_0 + \int_0^t \Phi(t - \tau)\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau,$$

bu yerda $\Phi(t) = e^{At}$ — o'tish matritsasi.

Oxirgi nuqta $t = T$ da holat vektori ushbuga teng:

$$\mathbf{x}(T) = \Phi(T)\mathbf{x}_0 + \int_0^T \Phi(T - \tau)\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau.$$

Oxirgi tenglama (1.42) munosabatlarni hisobga olinishi bilan ushbu tenglamaga aylanadi:

$$\Phi(T)\mathbf{x}_0 + \int_0^T \Phi(T - \tau)\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau)d\tau = 0.$$

Bu tenglamani x_0 ga nisbatan yechib va o'tish matritsasining xossalari hisobga olib, ushuni olamiz:

$$x_0 = - \int_0^T \Phi^{-1}(t) \mathbf{B} \mathbf{u}(t) dt = 0. \quad (1.44)$$

Endi optimallashtirish masalasini (1.44) cheklovlarga ega bo'linganida $\mathbf{u}$ boshqarish bo'yicha (1.43) mezonni minimallashtirish masalasi sifatida shakllantirish mumkin.

Lagranj ko'paytuvchilarining kiritilishi bilan shakllantirilgan muammo ushbu mezonni minimallashtirishga keltiriladi

$$I_1(\mathbf{u}) = \int_0^T [\mathbf{u}^T(t) \mathbf{H} \mathbf{u}(t) + \lambda^T \Phi^{-1}(t) \mathbf{B} \mathbf{u}(t)] dt. \quad (1.45)$$

Kvadrat qavsda ifoda $\dot{\mathbf{u}}(t)$ hosilaga bog'liq emasligini hisobga olib, (1.45) mezon uchun Eyler-Lagranj tenglamasini tuzamiz:

$$\text{grad}_{\mathbf{u}} = [\mathbf{u}^T(t) \mathbf{H} \mathbf{u}(t) + \lambda^T \Phi^{-1}(t) \mathbf{B} \mathbf{u}(t)] = 0.$$

Matritsalar ko'paytmalari differenziyalash qoidasini qo'llab, oxirgi tenglamadan ushuni olamiz:

$$(\mathbf{H} + \mathbf{H}^T) \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}^T [\Phi^{-1}(t)]^T \lambda = 2 \mathbf{H} \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}^T \mathbf{B}^T [\Phi^{-1}(t)]^T \lambda = 0. \quad (1.46)$$

(1.46) tenglamani olishda $\mathbf{H}$ – matritsa simmetrik ekanligi hisobga olingan. (1.46) munosabatdan optimal boshqarish vektorini aniqlaymiz:

$$\mathbf{u}^0(t) = -\frac{1}{2} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{B}^T [\Phi^{-1}(t)]^T \lambda = 0. \quad (1.47)$$

Optimal boshqarish (1.47) ga (1.44) cheklovlarni qo'yamiz

$$\mathbf{x}_0 = -\frac{1}{2} \int_0^T \Phi^{-1}(t) \mathbf{B} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{B}^T [\Phi^{-1}(t)]^T dt \lambda = \mathbf{V}(T) \lambda, \quad (1.48)$$

bu yerda quyidagi belgilash kiritilgan:

$$\mathbf{V}(T) = -\frac{1}{2} \int_0^T \Phi^{-1}(t) \mathbf{B} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{B}^T [\Phi^{-1}(t)]^T dt.$$

Agar $\mathbf{V}(T)$ matritsa aynimagan bo'lsa, Lagranj ko'paytuvchilarining vektori (1.48) munosabatdan quyidagidek aniqlanadi:

$$\lambda = \mathbf{V}^{-1}(T) \mathbf{x}_0.$$

Topilgan Lagranj ko'paytuvchilarining vektorini optimal boshqarish uchun (1.47) ifodaga qo'yish qoldi xolos

$$\mathbf{u}^0(t) = -\frac{1}{2} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{B}^T [\Phi^{-1}(t)]^T \mathbf{V}^{-1}(T) \mathbf{x}_0.$$

Nazorat savollari

1. Variatsion hisob nimadan iborat, misollarda tushuntiring.
2. Funktsional nima, misollar keltiring va tushuntiring.
3. Klassik variatsion hisob masalalarini ayting.
4. Lagranj masalasi nimadan iborat?
5. Mayyer masalasi nimadan iborat?
6. Bols masalasi nimadan iborat?
7. Integralni minimallashtirish masalasini tahlil qilib bering.
8. Ekstremallar nima?

9. Eyler-Lagranj tenglamasini analitik ko'rinishda yechish qanday hollarda mumkin?

10. Lagranj ko'paytuvchilari metodi nimadan iborat?

1.3. Pontryaginning maksimum metodi

Pontryaginning maksimum prinsipi optimallashtirish masalasini yechishning eng samarali metodlaridan biri hisoblanadi. U Mayyerning klassik masalasi bilan yaqindan bog'liq. Maksimum prinsipi dastlab L.S. Pontryagin tomonidan klassik variatsion hisobdan foydalanib olingan. Biroq, bu prinsip bir jihati bilan Mayyerning klassik masalasidan farq qiladi. Mayyer masalasida boshqaruvchi ta'sir cheksiz cheklanma (limit)larga ega, L.S. Pontryaginda esa boshqaruvchi ta'sirlar berk to'plamlarning elementlari bo'lishlari mumkin, yoki, boshqacha aytganda ba'zi cheklovlarga bo'ysunishlari mumkin.

1.3.1. Optimal boshqarishning umumlashgan masalasi

Optimal boshqarishga oid ko'p masalalarini asosiy uchta turdagi masalalarga birlashtirish mumkin:

- 1) maksimal tezkorlikka erishish uchun boshqarish masalasi;
- 2) oxirgi, yakuniy holatni boshqarish masalasi;
- 3) integralning minimumi bo'yicha boshqarish masalasi.

n -tartibli obyekt boshqarishni qarab chiqamiz. Bu obyekt vektor-matritsa ko'rinishdagi tenglamalar bilan berilgan

$$\dot{x} = f(x, u, t). \quad (1.49)$$

Bu yerda, x va u – mos holda holat vektori va boshqarish vektori.

Vaqtning har bir momentida boshqaruvchi ta'sir boshqarish sistemasiga qo'yilgan fizikaviy cheklovlardan kelib chiquvchi quyidagi ko'rinishdagi tengsizliklarni qanoatlantirishi kerak:

$$g(\mathbf{u}) \leq 0. \quad (1.50)$$

(1.50) cheklovlarni qanoatlantiruvchi boshqarish vektorini yo‘l qo‘yilgan (ruxsat etilgan) boshqarish vektori deyiladi.

Bu holda o‘tish jarayoni vaqtining minimumi bo‘yicha boshqarish masalasini obyektning boshlang‘ich $\mathbf{x}_0$ holatdan talab etilgan yakuniy $\mathbf{x}_f$ holatga chekli vaqt ichida o‘tkazuvchi (maksimal tezkorlik masalasi) yo‘l qo‘yilgan boshqarish vektori $\mathbf{u}$ ni aniqlash masalasi sifatida aniqlash mumkin.

Yakuniy holatni boshqarish masalasini shunday yo‘l qo‘yilgan boshqarish vektori $\mathbf{u}$ ni aniqlash masalasi sifatida aniqlash mumkinki, bunda berilgan $t_f - t_0$ vaqt intervalida bitta (masalan, x_l) yoki holat o‘zgaruvchilarining biron to‘plami imkon boricha kattaroq yoki kichikroq qiymatni oladi. Boshqa so‘zlar bilan aytganda yo‘l qo‘yilgan boshqarishning vektori maksimum yoki minimumni ta‘minlaydi, masalan,

$$x_l(t_f) = F_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}, \mathbf{u}, t)|_{t_f}$$

yoki

$$\sum_{i=1}^k c_i x_i(t_f) = F_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}, \mathbf{u}, t)|_{t_f}, k \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

Ko‘p hollarda shunday holatlarga duch kelishga to‘g‘ri keladiki, unda chiqish o‘zgaruvchisi talab etilgan biron qiymatdan og‘ishi maqsadga muvofiq emas. Ko‘pincha bu og‘ishning biron vaqt ichidagi o‘rtacha og‘ishi qiziqtiradi (masalan, bu foyda yoki zarar bo‘lishi mumkin). Bunday hollarda boshqarish sistemasining masalasi shu o‘zgarishning integralini (yoki shu o‘zgarishning biron funksiyasini) berilgan vaqt oralig‘i ichida minimallashtirishdan iborat. Optimal

boshqarishning bu masalasini ushbu integralni minimumga erishtiruvchi yo'l qo'yilgan boshqarishning $\mathbf{u}$ vektorini aniqlash sifatida ifodalash mumkin:

$$I = \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt.$$

Sanab o'tilgan uchta tipik masalalarni *optimal boshqarishning umumlashgan masalasi* deb atalgan, obyektning koordinatalari yoki holat o'zgaruvchilariga munosabati bo'yicha optimallashtirish masalasiga keltirish mumkin. Vaqtning minimumi bo'yicha, oxirgi holat bo'yicha va integralning minimumi bo'yicha boshqarish masalalari bitta yangi qo'shimcha koordinataga munosabati bo'yicha minimallashtirish masalasining xususiy hollari hisoblanadi. Xususiy masalalardan optimal boshqarishning umumlashgan masalasiga bunday o'tish invariantli kiritish protsedurasi yordamida yoki holat vektorining o'lchamini yangi holat o'zgaruvchisini qo'shish yo'li bilan o'tkaziladi.

1. Tezkorlikning maksimumi bo'yicha boshqarish.

Holat tenglamasi ushbu sistema bilan berilgan:

$$\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), i = 1, 2, \dots, n. \quad (1.51)$$

Yo'l qo'yilgan boshqarish (1.50) cheklovlarga bo'ysunadi.

Masala obyektini boshlang'ich $\mathbf{x}_0$ holatdan talab etilgan oxirgi $\mathbf{x}_f$ holat (marra)ga minimal vaqt ichida o'tkazishdan iborat, ya'ni ushbuni ta'minlashdan iborat

$$\min_u (t_f - t_0) = \min_u \int_{t_0}^{t_f} dt.$$

Holatning yangi o'zgaruvchisi $x_{n+1}(t)$ ni ushbu tenglama bilan beramiz:

$$\dot{x}_{n+1}(t) = 1.$$

Bu tenglamani integrallab, quyidagini olamiz:

$$x_{n+1}(t) = \int_{t_0}^t dt.$$

$x_{n+1}(t) = t - t_0$ bo'lganligidan, o'tish jarayonining minimumi bo'yicha boshqarish vaqtning oxirgi momentidagi yangi o'zgaruvchi t_f ga nisbatan optimallashtirishni bildiradi.

2. Oxirgi holatni boshqarish.

Obyektning tenglamasi (1.51) va boshqarishga cheklovlar (1.50) berilgan.

Oxirgi holatni boshqarish masalasini umumiy ko'rinishda yo'l qo'yilgan boshqarish u ning shunday vektorini aniqlash masalasi sifatida ifodalash mumkinki, bu vektor berilgan $t_f - t_0$ vaqt oralig'ida oxirgi holat $x(t_f)$ ning vektoridan olingan funkstional F ning minimumini ta'minlasin:

$$\min_u F(x(t_f)) = \min_u F(x_1(t_f), x_2(t_f), \dots, x_n(t_f)).$$

Yangi o'zgaruvchini

$x_{n+1}(t) = F(x(t)) = F(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ boshlang'ich shartlari $x_{n+1}(t_0) = F(x(t_0))$ bilan kiritamiz.

Bu yangi o'zgaruvchiga nisbatan tenglama tuzish uchun $x_{n+1}(t)$ dan vaqt bo'yicha hosila olamiz:

$$\dot{x}_{n+1}(t) = \frac{\partial F}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \dot{x}_n.$$

Obyektning holat tenglamasi (1.51)ni hisobga olib, oxirgi munosabat ushbu ko'rinishni oladi:

$$\dot{x}_{n+1}(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F}{\partial x_i} f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t).$$

Shunday qilib, oxirgi holatni boshqarish masalasi yangi o'zgaruvchi $x_{n+1}(t)$ ni vaqtning oxirgi momenti $x_{n+1}(t)$ dagi minimallashtirish masalasiga keltirilgan.

3. Integralni minimumi bo'yicha boshqarish.

Boshqarish obyekti va cheklovlar, avvalgidek, mos holda (1.51) va (1.50)lar bilan berilgan.

Masala, obyektни boshlang'ich $\mathbf{x}_0$ holatdan yakuniy $\mathbf{x}_f$ holatga ko'chiruvchi yo'l qo'yilgan boshqarishning vektorini quyidagi integralni minimumga erishtirib, aniqlashdan iborat:

$$\min_u \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt.$$

Yangi o'zgaruvchi

$$x_{n+1}(t) = \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt$$

ni boshlang'ich shartlari $x_{n+1}(t) = 0$ bilan kiritamiz.

Bu holda yangi o'zgaruvchi uchun tenglama ushbu ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\dot{x}_{n+1}(t) = F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t).$$

Integralning minimumi bo'yicha optimallashtirish masalasini nisbatan umumiy bo'lgan quyidagi funksionalning minimumini qidirish masalasining xususiy hollari sifatida qarash mumkin:

$$\rho = \sum_{i=1}^n b_i x_i(t_f).$$

Shunday qilib, optimal boshqarishning umumlashgan masalasini yo'l qo'yilgan boshqarish vektorining hamma to'plamidan (1.50) cheklovlarni qanoatlantiruvchi shunday $\mathbf{u}$ vektorni aniqlash masalasi sifatida shakllantirish mumkinki, bu $\mathbf{u}$ vektor (1.51) dinamika tenglamalari bilan berilgan obyektning boshlang'ich $\mathbf{x}_0$ holatdan biron aniqlangan holatlar fazosining sohasiga ρ funksionalni minimumga erishtirib o'tkazsin.

Optimal boshqarishning boshqa masalalari, masalan, berilgan boshlang'ich va oxirgi holatni optimallashtirish masalasi, o'zgaruvchan vaqt bilan boshqarish masalasi, ushlab olish, tutib olish masalasi va hokazolar, umumlashgan masalaning xususiy hollari hisoblanadilar.

1.3.2. Maksimum prinsipi

Yuqorida bayon etilganlardan xulosalash mumkinki, optimallashtirish masalasini, ba'zi funksional cheklovlarga bo'ysunuvchi ushbu funksiyaning minimumini qidirish masalasi sifatida ifodalanishi mumkin:

$$\rho = \sum_{i=1}^n b_i x_i(t_f) = \langle \mathbf{b}, \mathbf{x}_f \rangle = \mathbf{b}^T \mathbf{x}_f. \quad (1.52)$$

Ifoda (1.52)da $\mathbf{x}$ – obyekt holatining vektori, $\mathbf{b}$ – vektor-ustun, u minimum sharti ta'minlanishi shart bo'lgan koordinatalarga bog'liq³.

³ Umuman olganda masalalarning bi sinfi variatsion hisobdagi Mayyer masalasi ramkasidagi tarkibga ega.

(1.52) formula bilan aniqlanuvchi funksiya *Pontryagin funksiyasi* nomini olgan.

Pontryagin funksiyasini minimumini ta'minlovchi boshqarish strategiyasini *optimal boshqarish strategiyasi* deyiladi. Optimal boshqarish strategiyasining geometrik interpretatsiyasi shundan iboratki, $\mathbf{x}_f$ vektor imkoni boricha $\mathbf{b}$ yo'nalishda uzoqroq ko'chsin.

Pontryagin funksiyasining minimumini aniqlash har doim ham oson emas. Biroq optimal boshqarish masalasini yechishni yengillash-tirish mumkin, agarda Pontryagin funksiyasi va obyektning dinamikasi bilan yaqin bog'liq bo'lgan biron funktsiyani topish mumkin bo'lsa.

Intuitiv oydinki, Pontryagin funksiyasining minimumini sistemadagi energiya yoki quvvatning maksimumlik shartini topib aniqlash mumkin. Bunday faraz energiyaning shunday funksiyasi mavjudligi haqida xulosa qilishga olib keladiki, bu funktsiyaning minimumlik sharti Pontryagin funksiyasining minimumlik shartlariga ekvivalent. Shunday funksiya mavjud! Bu H Gamilton funksiyasi⁴ bo'lib, u sistemadagi to'la energiya (kinetik va potensial energiyalarning yig'indisi)ni taqdim etadi va harakat miqdori vektorini tezlik vektoriga skalyar ko'paytmasiga teng

$$H = (\mathbf{x}, \mathbf{p}, \mathbf{u}, t) = \langle \mathbf{p}, \dot{\mathbf{x}} \rangle = \langle \mathbf{p}, \mathbf{f} \rangle. \quad (1.53)$$

Ifoda (1.53) da $\mathbf{x}$ – holat vektori, $\mathbf{p}$ – harakat miqdori vektori, $\mathbf{u}$ – boshqarish vektori. (1.53) formulani yozuvida dinamika tenglamasi (1.51) hisobga olingan.

Gamilton funksiyasining soddaligi, Gamilton funksiyasining maksimumlik shartidan Pontryagin funksiyasining minimumlik shartlarini olish mumkinligi haqidagi g'oyani nihoyatda jozibador qiladi. L.S.Pontryagin birinchi bo'lib shunday xulosani taxmin qila oldi va o'zining kashfiyotini *maksimum prinsipi* deb atadi.

⁴ Gamilton funksiyasi, yoki gamiltonian — umumlashgan koordinatalar, impulsar bo'lishi mumkinki, vaqtga, bog'liq funksiya bo'lib, u mexanik sistemaning dinamikasini klassik mexanikaning Gamilton bo'yicha ifodalashida tavsiflaydi.

Maksimum prinsipi aytadiki, agar boshqarish vektori $\mathbf{u}$ optimal bo'lsa, ya'ni Pontryagin funksiyasini minimumga erishtirsa, Gamilton funksiyasi H boshqarish intervalida $\mathbf{u}$ ga nisbatan maksimumga ega bo'ladi.

Maksimum prinsipini optimal boshqarish masalasini yechishga qo'llash, boshqarish vektoriga nisbatan gamiltonian H ning maksimum bo'lish shartlarini aniqlashdan iborat. Bu bosqichning natijasi bo'lib, harakat miqdorining vektori funksiyasi $\mathbf{u}^\circ(\mathbf{p})$ sifatida optimal boshqarish vektori bo'ldi. Ammo, optimal boshqarish sistemalarini loyihalashda boshqarish funksiyasini holat funksiyasi $\mathbf{u}^\circ(\mathbf{x})$ ning vektori sifatida aniqlash zarur yoki vaqt funksiyasi $\mathbf{u}^\circ(t)$ sifatida aniqlash zarur. Shu sababli keyingi bosqich, topilgan optimal boshqarish vektori $\mathbf{u}^\circ(\mathbf{p})$ ni Gamiltonning kanonik tenglamasiga qo'yishdan iborat. Navbatdagi bosqich olingan ikki nuqtali chegaraviy shartlarga ega bo'lgan chekli masalani yechishdan iborat. Natijada optimal traektoriya $\mathbf{x}^\circ(t)$ va optimal boshqaruvchi ta'sir $\mathbf{u}^\circ(t)$ ni olamiz.

Shunday qilib, asosiy sistemaning dinamika tenglamasi (1.51) berilgan

$$\dot{x}_i = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), i = 1, 2, \dots, n.$$

Harakat miqdorining vektori qo'shma (bog'langan) sistemaning differensial tenglamalarining yechimi sifatida aniqlanadi:

$$\dot{p}_i = \sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1.54)$$

(1.54) uchun boshlang'ich shartlar: $p_i(t_f) = -b_i$, bu yerda, b_i – Pontryagin funksiyasi ρ (1.52) ga kiruvchi ma'lum konstantalar.

(1.51) va (1.54) tenglamalarni Gamilton funksiyasi (1.53) yordamida bir-biriga bog'lash mumkin. Gamilton funksiyasi H ni avval p_i bo'yicha differensiallaymiz

$$\frac{\partial H}{\partial p_i} = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t),$$

so'ngra x_i bo'yicha differensiallaymiz:

$$\frac{\partial H}{\partial x_i} = \sum_{j=1}^n p_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i}.$$

(1.51) va (1.54) tenglamalarni hisobga olib, Gamiltonning kanonik tenglamalarini olamiz:

$$\dot{x}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i}, \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}, \quad (1.55)$$

(1.55) uchun boshlang'ich shartlar $x_i(t_0) = x_{i0}$, va $p_i(t_f) = -b_i, i = 1, 2, \dots, n$.

Maksimum prinsipining fizikaviy talqinini quyidagicha tushuntirish mumkin: Gamilton funksiyasi H $\mathbf{p}$ ni $\mathbf{f}$ ga yoki $\mathbf{p}$ ni $\dot{\mathbf{x}}$ ga skalyar ko'paytmasini taqdim etadi va quvvat hisoblanadi, agarda $\mathbf{p}$ ni harakat miqdori deb qaralsa. Shu sababli Pontryagin funksiyasi ρ ni minimallashtirish uchun maksimal energiya kerak, va aksincha, qachonki ρ minimal bo'lsa, H maksimal bo'ladi.

$\rho = \langle \mathbf{b}, \mathbf{x}_f \rangle$ ifoda bilan aniqlanuvchi Pontryagin funksiyasi ρ va chegaraviy shartlar $p_i(t_f) = -b_i$ ixtiyoriy oxirgi holatni boshqarish jarayonlari uchun o'rinalidir. Agarda, mabodo, oxirgi holatga ushbu ko'rinishdagi cheklovlar qo'yiladigan bo'lsa

$$R_k(x_f) = 0, k = 1, 2, \dots, r, r \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (1.56)$$

Pontryagin funksiyasi ushbu ko'rinishni oladi:

$$\rho = \mathbf{b}^T \mathbf{x}_f + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{R}(\mathbf{x}_f),$$

bu yerda, $\boldsymbol{\lambda}$ – Lagranjning vektor ko'paytuvchisi.

Bu holda Gamiltonning kanonik tenglamasi quyidagi chegaraviy shartlarga bo'ysungan:

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad p_i(t_f) = - \left[b_i + \sum_{k=1}^r \lambda_k \frac{\partial R_k}{\partial x_i} \right].$$

Bunda $\mathbf{x}_f$ uchun oxirgi, yakundagi shartlar (1.56) cheklavlarni qanoatlantiradi.

1.5-misol. Chiziqli jarayonni optimal boshqarish

Ushbu

$$\dot{x} = -ax + \gamma u,$$

birinchi tartibli chiziqli obyektни optimal boshqarishni aniqlaymiz, bu yerda a va γ – biron musbat konstantalar.

Sifat mezoni – kvadratik

$$I(u) = \int_{t_0}^{t_f} x^2(u, t) dt,$$

boshqarish esa cheklangan $|u| \leq M$.

Optimal boshqarishning umumlashgan masalasiga o'tamiz. Buning uchun $x_1 = x$ deb belgilaymiz va holat vektorining qo'shimcha komponentasini kiritamiz:

$$x_2 = \int_{t_0}^{t_f} x^2 dt.$$

Bunday holda dinamika tenglamalari quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -ax + \gamma u, \\ \dot{x}_2 &= x_1^2.\end{aligned}$$

Endi $x_2(t_f)$ ni minimallashtirish talab etilganligi bilan bog'liqlikda Pontryagin funksiyasi ushbu ifoda bilan aniqlanadi:

$$\rho = b_1 x_1 + b_2 x_2 = x_2,$$

bu yerda, $b_1 = 0, b_2 = 1$.

Berilgan sistema uchun Gamilton funksiyasini tuzamiz:

$$H = p_1 f_1 + p_2 f_2 = p_1(-ax_1 + \gamma u) + p_2 x_1^2.$$

Maksimum prinsipi talab etadiki, boshqarish u Gamilton funksiyasining maksimumini ta'minlasin. Gamilton funksiyasining ko'rinishidan kelib chiqadiki, bu funksiya maksimal qiymatni qabul qiladi, qachonki, boshqarish u ning ishorasi p_1 ning ishorasi bilan bir xil bo'lib qolganida, u ning absolut qiymati esa maksimal bo'lganida, ya'ni M ga teng bo'lganida. Shunday qilib, optimal boshqarishning umumiy xarakterini o'rnatish juda oson

$$u^* = M \operatorname{sign} p_1 \quad (1.57)$$

bu yerda ishorali funksiya

$$\text{sign}\alpha = \begin{cases} 1, \alpha > 0 \text{ bo'lganida,} \\ 0, \alpha = 0 \text{ bo'lganida,} \\ -1, \alpha < 0 \text{ bo'lganida.} \end{cases}$$

Gamiltonning kanonik tenglamalari ushbu ko'rinishga ega:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \frac{\partial H}{\partial p_i} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = -ax_1 + \gamma u, \\ \dot{x}_2 = x_1^2, \end{cases} \\ \dot{p}_i &= -\frac{\partial H}{\partial x_i} \Rightarrow \begin{cases} \dot{p}_1 = -ap_1 - 2x_1p_2, \\ \dot{p}_2 = 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Holat vektori $\mathbf{x}$ uchun boshlang'ich shartlar:

$$x_1(t_0) = x_0, x_2(t_0) = 0,$$

vektor $\mathbf{p}$ uchun oxirgi (yakuniy) shartlar

$$p_1(t_f) - b_1 = 0, p_2(t_f) - b_2 = -1.$$

$\dot{p}_2 = 0$, $p_2(t_f) = -1$ bo'lganligi uchun $p_2(t) = \text{const} = -1$. Optimal boshqarishni kanonik tenglamalarga qo'yib, quyidagini olamiz:

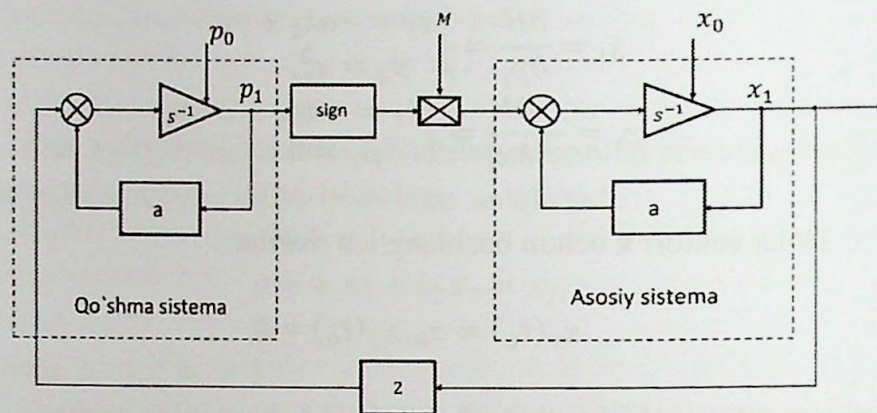
$$\dot{x}_1 = -ax_1 + \gamma M \text{sign} p_1, \dot{p}_1 = ap_1 + 2x_1, \quad (1.58)$$

(1.58) uchun chegaraviy shartlar $x_1(t_0) = x_0, p_1(t_f) = 0$.

Mohiyatga ko'ra, biz ikki nuqtali chegaraviy masalani oldik. Chiziqli bo'lmagan (1.58) tenglamalarni berilgan chegaraviy shartlarda yechish qayta ulanish chiziqlarining tenglamasi $p_1(t)$ ni va (1.57)ga muvofiq optimal boshqarish u^0 ni beradi. Yechish protsedurasi $p_1(t_0) = p_0$ qiymatni tavakkal tanlashdan va ba'zi sinash va xatolardan so'ng $x_1(t)$ va $p_1(t)$ funksiyalarni aniqlashdan iborat, bu $x_1(t)$ va $p_1(t)$

funksiyalar boshqa chegaraviy shart $p_1(t_f)$ larni qanoatlantirishi kerak. (1.58) tenglamalarni modellashtirish 1.3-rasmda keltirilgan.

Ta'kidlash muhimki, boshqarish qonuni koordinatalar sistemasining analitik funksiyasi ko'rinishida ifodalanishi mumkin emas.



1.3-rasm. Optimal boshqarishni modellashtirish.

Nazorat savollari

1. n-tartibli ob'yektni boshqarish masalasi nimadan iborat?
2. Yakuniy holatni boshqarish masalasi nimadan iborat?
3. Integralni minimumga erishtiruvchi masala nimadan iborat?
4. Tezkorlikning maksimumi bo'yicha boshqarish masalasi nimadan iborat?
5. Oxirgi holatni boshqarish masalasi nimadan iborat?
6. Optimal boshqarishning umumlashgan masalasi nimadan iborat?
7. Pontryagin funksiyasini yozing va tahlil qilib bering.
8. Optimal boshqarish strategiyasi nimadan iborat?
9. Pontryaginining maksimum prinsipining mohiyati nimadan iborat?

1.4. Dinamik dasturlash

Yuqorida bayon qilinganlardan ravshanki, optimallashtirish masalalari, muammolari ikki nuqtali chegaraviy masalani yechishga keltiriladi. Bunday turdagi masalalarni yechishning samarali metodi bo'lib Richard Bellman va uning hamkasblari tomonidan ishlab chiqilgan, dinamik dasturlash deb atashgan metod hisoblanadi. Richard Bellman ishlagan institut oldiga AQSH hukumati tomonidan harbiy bazalarni ratsional joylashtirish masalasi qo'yilgan edi. Richard Bellman bu masalani o'ylab ko'rib, XX asrning 50-yillarida turli tabiatli ko'p qadamli jarayonlarni optimallashtirish metodining asosiy g'oyalarini ifodaladi. Bu metod dinamik dasturlash metodi nomini oldi. Richard Bellman tomonidan ishlab chiqilgan ko'rinishdagi dinamik dasturlash variatsion masalalarni yechishning sodda va bir vaqtning o'zida samarali ko'p qadamli metodini taqdim etadi. Bu metodning g'oyasi invariantli kiritish konsepsiyasining ifodalanishi hisoblanadi.

Biz avvalgi 1.3-bo'limda sistemaning o'lchamini kattalashtirish g'oyasidan foydalandik va optimallashtirishning dastlabki masalasini yangi koordinataga nisbatan maksimallashtirish yoki minimallashtirish masalasiga almashtirdik. Optimal boshqarishning dastlabki masalasini yechish maksimum prinsipini bevosita qo'llash yo'li bilan ana shunday almashtirish natijasida olib borildi. Bu yondashuv ham invariantli kiritish konsepsiyasining ifodalanishi hisoblanadi. Avvalgi paragraflarda muhokama qilingan optimal boshqarish masalalarini optimallashtirishning ko'p qadamli jarayonlari sifatida qarash mumkin va shuning uchun tabiiyki, ularni yechish uchun dinamik dasturlash metodidan foydalanish mumkin.

Dinamik dasturlash nazariyasini optimal boshqarish sistemalarini loyihalashga qo'llashni qarab chiqamiz. Dinamik dasturlash metodining asosini quyidagilar tashkil etadi:

- optimallik prinsipi;

- invariantli kiritish, ya'ni dastlabki masalani o'ziga o'xshash masalalar turkumiga kiritish;

- optimallik prinsipi va invariantli kiritish asosida olinadigan funksional tenglama.

Optimallik prinsipi quyidagicha ifodalanadi: optimal strategiya shunday xossaga egaki, boshlang'ich bosqichda boshlang'ich holat va boshlang'ich yechim har qanday bo'lmasin, keyingi bosqichdagi yechimlar boshlang'ich bosqichda qabul qilingan qarorning natijasida olingan holatga nisbatan optimal strategiyani tashkil etishi zarur.

Dinamik dasturlash metodining afzalligi shundan iboratki, u optimal boshqarishni fazali koordinatalar funksiyasi sifatida topishga imkon beradi, ya'ni optimal rostlagichni sintezlash masalasini yechishga imkon beradi.

Yuqorida ko'rsatilgan holat bilan bog'liqlikda quyidagi muhim prinsipial holatni keltirish zarur.

Optimal boshqarishni ikki ko'rinishda olish mumkin: optimal dasturlash va optimal strategiya. Birinchi holda boshqarish vaqt funksiyasi hisoblanadi (bo'ladi). Dasturli boshqarishda sistema ochiq bo'lib qoladi, boshqarish obyektining matematik modelidagi noaniqliklar, nazoratga olib bo'lmaydigan g'alayonlar va boshqalar harakatning real traektoriyasi optimaldan farq qilishiga olib kelishi mumkin. Ikkinchi variantda dinamik dasturlash metodini qo'llashga ega bo'linadi, optimal boshqarish fazaviy koordinatalar funksiyasi sifatida beriladi. Boshqarish sistemasi yopiq hisoblanadi. Shunday qilib, teskari aloqa prinsipi bo'yicha tuzilgan sistemaning hamma afzalliklari saqlanib qoladi.

1.4.1. Boshqarishning ko'p qadamli jarayonlari

Boshqarish objekti n -o'lchovli holat vektori $\mathbf{x}$ bilan berilgan bo'lsin. Hamma boshqarish jarayonini N ta qadamga bo'lamiz. Birinchi qadamda objektni $\mathbf{x}_2 = g(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1)$ almashtirish bilan $\mathbf{x}_1$ holatdan $\mathbf{x}_2$

holatga o'tkaziladi va bu operatsiyadan bo'ladigan foyda $R_1 = r(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1)$ ga teng. Masala R_1 ni maksimallashtiradigan $\mathbf{u}_1$ boshqarishni aniqlashdan iborat. Olingan yechimni optimal boshqarishning bir qadamli strategiyasi deb atash mumkin. Tushunarliki, bir qadamli masalani yechish elementar. Bunda maksimal foyda ushbu ifoda bilan beriladi:

$$R_1^o(\mathbf{x}_1) = \max_{\mathbf{u}_1} r(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1),$$

foydani maksimumga yetkazuvchi yechim esa, optimal yechim yoki boshqarishning optimal strategiyasi deb ataladi.

Ikkinchi qadamga o'tamiz. Bu qadam $\mathbf{x}_3 = g(\mathbf{x}_2, \mathbf{u}_2)$ almashirish bilan birinchi qadam natijasida erishilgan $\mathbf{x}_2$ holatdan $\mathbf{x}_3$ holatga o'tkazadi. Ikkita qadam $R_2 = r(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1) + r(\mathbf{x}_2, \mathbf{u}_2)$ to'la foydani beradi. Endi masala yig'indi foydani maksimumga yetkazuvchi $\mathbf{u}_1$ va $\mathbf{u}_2$ boshqarishlarning ketma-ketligini aniqlashdan iborat. Shunday qilib, ikki qadamli strategiyani olamiz. Maksimal foydani endi ikkita funksiyani maksimumini aniqlash yo'li bilan olamiz va u quyidagiga teng:

$$R_2^o(\mathbf{x}_1) = \max_{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2} [r(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1) + r(\mathbf{x}_2, \mathbf{u}_2)].$$

Tushunarliki, ikki qadamli masala bir qadamli masalaga nisbatan birmuncha murakkab hisoblanadi.

Murakkablik qadamlar soni ortishi bilan shiddat bilan ortib boradi. N-qadamli jarayon uchun masala umumiy foyda

$$R_N = \sum_{k=1}^N r(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$$

ni maksimumga yetkazuvchi N-qadamli $u_1, u_2, \dots, u_n$ strategiyalarni tanlashdan iborat. Maksimal foyda ushbu ifoda bilan aniqlanadi:

$$R_N^o(x_1) = \max_{\{u_k\}} \sum_{k=1}^N r(x_k, u_k),$$

bu yerda maksimum hamma N qadamlardagi boshqarishlar bo'yicha olinadi.

Maksimumni ma'lum elementar metodlar asosida aniqlash N ta sistemalardan tuzilgan sistemaga olib keladi, bu tenglamalar $R_N^o(x_1)$ dan u_k bo'yicha olingan xususiy hosilalarni nolga tenglash bilan olinadi.

Malumki, N katta bo'lgan holda optimallashtirish muammosini yechish o'ta katta hajmli bo'lib qoladi va shu sababli bu holdagi masalani yechish "boshni devorga urish" bilan barobar.

1.4.2. Optimallik prinsipi

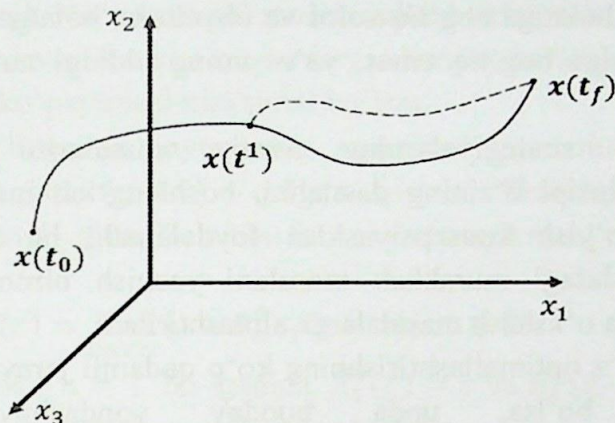
N-qadamli optimal strategiyani aniqlash masalasi dinamik dasturlashning fundamental prinsipi — optimallik prinsipi asosida yengillashtirilishi mumkin: boshqarishning optimal siyosati yoki optimal strategiyasi shunday xossaga egaki, boshlang'ich holat yoki boshlang'ich yechim har qanday bo'lmasin, navbatdagi yechim birinchi yechim natijasida yuzaga kelgan holatga nisbatan optimal strategiya bo'lishi zarur.

Optimallik prinsipini holatlar fazosi tushunchasini qo'llab illyustratsiya¹ qilish mumkin. Obyektning holatlar fazosida $x(t_0)$ tasvirlovchi nuqtani $x(t_f)$ nuqtaga o'tkazuvchi optimal traektoriyasi bor bo'lsin (1.4-rasm). Trayektoriyaning optimalligi shuni anglatadiki, optimallikning biron mezonini

¹ Illyustratsiya (lot. illustratio — yoritish, ko'rgazmali tasvirlash) — matnga qo'shimcha tarzda uning mazmunini obrazli (ko'rgazmali) yoritishga, to'ldirishga xizmat qiladi.

$$R = \int_{t_0}^{t_f} r(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt$$

ekstremal (aniqlik uchun maksimal) qiymatni qabul qiladi.



1.4-rasm. Optimallik prinsipiga oid.

Optimallik prinsipi aytadiki, optimal traektoriyaning ixtiyoriy oxirgi qismi o'z navbatida optimal traektoriya hisoblanadi. Bu shuni anglatadiki, biron oraliq nuqta $\mathbf{x}(t')$ dan traektoriya oxirgi nuqta $\mathbf{x}(t_f)$ gacha optimal hisoblanadi, ya'ni ushbu mezonning maksimumini ta'minlaydi

$$R' = \int_{t'}^{t_f} r(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt$$

Haqiqatan ham, faraz qilaylik, bunday emas, bunday bo'lmasin, demakki, R' funksionalni maksimumga yetkazuvchi qandaydir boshqa traektoriya bor bo'lsin (1.4-rasmda shtrixli chiziq bilan ko'rsatilgan). Biroq bunda dastlabki traektoriya ham qilingan farazga zid holda optimal hisoblanmagan, negaki ikkita – traektoriyaning $\mathbf{x}(t_0)$ nuqtasidan $\mathbf{x}(t')$ nuqtasigacha bo'lgan maksimal va $\mathbf{x}(t')$ nuqtasidan $\mathbf{x}(t_f)$

nuqtasigacha maksimal bo'lmagan qismning yig'indisidan tashkil topgan optimallik mezoni maksimal qiymatni qabul qilmagan bo'lar edi.

Yuqorida bayon qilinganlar, albatta, vaqt diskret qadamlar (bosqichlar)ga bo'lingan sistemalar uchun ham o'rinli.

Shunday qilib, optimal strategiya obyektning qaralayotgan vaqt momentidagi holatiga bog'liq xolos va obyekt bu holatga qanday qilib tushib qolganiga bog'liq emas, ya'ni uning oldingi tarixiga bog'liq emas.

Optimal strategiyalarning asosiy xossalarini tavsiflovchi optimallik prinsipi o'zining dastlabki, boshlang'ich nuqtasi sifatida invariantli qo'yish konsepsiyasidan foydalanadi, bu konsepsiyaga muvofiq, boshdagi murakkab masalani yechish biron miqdordagi nisbatan sodda o'xshash masalalarga almashtiriladi.

Agar so'z optimallashtirishning ko'p qadamli jarayonlari haqida borayotgan bo'lsa, unda bunday yondashuv masalani optimallashtirishning bir qadamli jarayonlarini yechishga keltiriladi. Optimallashtirishning ko'p qadamli jarayonida N qadamlar uchun to'la foyda, optimallashtirish prinsipiga muvofiq, ushbu ko'rinishda taqdim etilishi mumkin:

$$R_N = r(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1) + R_{N-1}^o(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1).$$

Bu ifodadagi birinchi qo'shiluvchi – boshlang'ich foyda, ikkinchi qo'shiluvchi – keyingi $N-1$ qadamlardan olingan maksimal foyda.

Maksimal foyda quyidagidek yoziladi:

$$R_N^o(\mathbf{x}_1) = \max_{u_1} ((r(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1) + R_{N-1}^o(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1))). \quad (1.59)$$

(1.59) munosabat ixtiyoriy $N \geq 2$ uchun o'rinli. $N = 1$ uchun ayon bo'lgan ushbuni olamiz:

$$R_N^o(\mathbf{x}_1) = \max_{u_1} r(\mathbf{x}_1, \mathbf{u}_1).$$

Shunday qilib, optimallik prinsipi dastlabki N qadamli jarayonni bir qadamli jarayonlarning ketma-ketligi bilan almashtirishga va har bir qadamda bitta o'sha (1.59) rekurrent munosabatdan foydalanishga imkon beradi.

1.6-misol. Ko'paytmani maksimallashtirish masalasi

Musbat kattalik c ni n ta qismlarga shunday bo'laklash kerakki, bu qismlarning ko'paytmasi maksimal bo'lsin.

$R_n^0(c)$ bilan ko'paytmaning maksimal qiymatini belgilaymiz, x – birinchi qism, $(c - x)$ – qolgan qismlar. Shunday bo'lsa (1.59) munosabatdan foydalanib, ushbu funksional tenglamani tuzish mumkin:

$$R_n^0(c) = \max_{0 \leq x \leq c} \{x * R_{n-1}^0(c - x)\}, n \geq 2. \quad (1.60)$$

Ma'lumki, $n = 1$ bo'lganida $R_1^0(c) = c$ va $R_1^0(c - x) = c - x$. (1.60) tenglamada $n = 2$ ni qo'yamiz:

$$R_2^0(c) = \max_{0 \leq x \leq c} \{x * R_1^0(c - x)\} = \{x * (c - x)\}.$$

Maksimumni figurali qavs ichidagi ifodadan x bo'yicha olingan hosilani nolga tenglab topish mumkin. Bu maksimum $x = \frac{c}{2}$ da bo'ladi. Shunday qilib, ikki qismga bo'laklashning optimal strategiyasi – bu ikkita teng qismlarga bo'laklash

$$\{u_i\} = \left\{\frac{c}{2}, \frac{c}{2}\right\},$$

ko'paytmaning maksimal qiymati:

$$R_2^0(c) = \left(\frac{c}{2}\right)^2.$$

$n = 3$ bo'lsin. Maksimal ko'paytmani ushbu munosabatdan topamiz:

$$R_3^0(c) = \max_{0 \leq x \leq c} \{x * R_2^0(c-x)\} = \max_{0 \leq x \leq c} \left\{ \frac{x(c-x)^2}{4} \right\}.$$

Hosila olib va uni nolga tenglab, $x = \frac{c}{3}$ ni olamiz. Qolgan $\frac{2}{3}c$ qism, avvalgi mulohazalarga ko'ra ikkita teng qismlarga bo'laklansa optimal qismlarga bo'laklangan bo'ladi, ya'ni $\frac{c}{3}$ va $\frac{c}{3}$.

Shunday qilib uchta qismga optimal bo'laklash:

$$\{u_i\} = \left\{ \frac{c}{3}, \frac{c}{3}, \frac{c}{3} \right\},$$

ko'paytmaning maksimal qiymati esa:

$$R_3^0(c) = \left(\frac{c}{3} \right)^3$$

Yuqoridagiga o'xshash fikrlab, xulosaga qilamizki, $n = k$ da bir-biriga teng k ta qismlarga optimal bo'laklash:

$$\{u_i\} = \left\{ \frac{c}{k}, \frac{c}{k}, \dots, \frac{c}{k} \right\},$$

ko'paytmaning maksimal qiymati esa:

$$R_k^0(c) = \left(\frac{c}{k} \right)^k$$

Matematik induksiya metodi bilan isbotlash mumkinki, $n = k + 1$ bo'lganda ham teng qismlarga bo'laklash optimal bo'laklash bo'ladi. Haqiqatan ham, $n = k + 1$ deb, (1.60) munosabatdan ushbuni olamiz:

$$R_{k+1}^0(c) = \max_{0 \leq x \leq c} \{x * R_k^0(c-x)\} \max_{0 \leq x \leq c} \left\{ \frac{x(c-x)^k}{k^k} \right\}$$

Sodda hisoblashlar yo'li bilan optimal qiymatni $x = \frac{c}{k+1}$, bo'laklashning optimal strategiyasini

$$\{u_i\} = \left\{ \frac{c}{k+1}, \frac{c}{k+1}, \dots, \frac{c}{k+1} \right\},$$

va maksimal ko'paytmani olamiz

$$R_{k+1}^0(c) = \left(\frac{c}{k+1} \right)^{k+1}.$$

Yakunda n qismga bo'laklashning optimal strategiyasi

$$\{u_i\} = \left\{ \frac{c}{n}, \frac{c}{n}, \dots, \frac{c}{n} \right\},$$

maksimal ko'paytmasi esa

$$R_n^0(c) = \left(\frac{c}{n} \right)^n$$

Bu misolda qarab chiqilgan masala juda oddiy va u odatiy metodlar bilan ham yechilishi mumkin. Ammo bu misolni keltirishdan maqsad, berilgan masala qanday qilib optimallashtirishning ko'p qadamli jarayoni kabi shakllantirish mumkin ekanligini ko'rsatish edi. Juda ko'p nisbatan murakkab masalalarda shunga o'xshash formalashtirish ularni yechishda dinamik dasturlash metodini qo'llanilganda kalit hisoblanadi.

1.4.3. Dinamik dasturlash metodining diskret varianti

Dinamik dasturlash metodini optimallashtiriladigan jarayonning diskret variantidan boshlab qarab chiqish osonroq.

Mumkin bo'lgan diskret qiymatlar $x \in X = \{x_1, x_2, \dots, x_l\}$ ga ega bo'laylik. Vaqt ham $t = kT$ qadamlar bilan diskret o'tsin.

Boshlang'ich holat $x(k_0)$ dan yakuniy holat $x(k_f)$ ga ushbu sifatning minimal ko'rsatkichi bilan o'tish masalasi qo'yiladi:

$$R(x(k_0), u(k), k_0) = T \sum_{k=k_0}^{k_f} r(x(k), u(k)k), \quad (1.61)$$

yani, $x(k_0)$ nuqtani va $x(k_f)$ nuqta bilan bog'lovchi optimal trayektoriyani topilsin.

Mezon (1.61)da $r(x(k), u(k))$ – bajarilgan k - qadamdagi yo'qotishlar. Masalan, bu energiya sarflari yoki k - qadamdagi jarima bo'lishi mumkin.

Har bir qadamda (bunday qadamlar esa $N = k_f - k_0$) obyektning holati l qiymatlardan faqat bittasini qabul qilganligi uchun mumkin bo'lgan traektoriyalar soni chekli va l^N ga teng, va prinsipial olganda, optimal tryektoriyani oddiy tanlash bilan topish mumkin bo'lar edi. Ammo, real hollarda bu juda katta hajmdagi hisoblashlarni talab qilgan bo'lar edi. Dinamik dasturlash metodi hisoblash ishlarining hajmini keskin kamaytirishga imkon beradi.

Biron oraliq nuqta k_j ni olamiz. Sifat ko'rsatkichi R k_j dan to k_f bo'lgan intervalda $k_j \leq k \leq k_f$ bo'lganida obyektning holati $x(k_f)$ va boshqaruvchi ta'sir $u(u)$ lar bilan aniqlanadi:

$$R(x(k_j), u(k), k_j) = T \sum_{k=k_j}^{k_f} r(x(k), u(k)k). \quad (1.62)$$

Optimallik prinsipi anglatadiki, agar (1.61) ifoda minimal bo'lsa, (1.62) qism ham minimal bo'lishi kerak. Undan tashqari boshqarishning $u^\circ(k)$ optimal strategiyasi (k_j, k_f) intervalda faqat holat $x(k_j)$ ning funksiyasi hisoblanadi, ya'ni $u^\circ(k) = g_k(x(k_f))$. Shuning uchun mezon (1.62)ning optimal qiymati faqat $x(k_j)$ ning va k_j ning funksiyasi hisoblanadi:

$$R^{\circ}(x(k_j), k_j) = \min_{u_k} \sum_{k=k_j}^{k_f} Tr(x(k), u(k)k) \quad (1.63)$$

Ayonki, $k_j = k_f$ bo'lganida $R^{\circ}(x(k_j), k_j) = 0$. Bu chegaraviy shartni boshlang'ich shart deb qabul qilib, $u^{\circ}(k)$ ni $k = k_f$ dan $k = k_0$ gacha teskari (orqaga) harakatlenganda hisoblash uchun (1.63) tenglamadan foydalanish mumkin.

Haqiqatan ham, $k_f - 1$ qadamda R ning minimal qiymatiga mos keluvchi $u^{\circ}(k_f - 1)$ boshqarishni topamiz, ya'ni oxirgi qadamni boshlanishida x ni qiymatini funksiyasi bo'ladigan $R^{\circ}(x(k_f - 1), k_f - 1)$, aniqlaymiz va esda saqlab qolamiz. Bunda minimumni qidirish bitta o'zgaruvchi $u(k_f - 1)$ bo'yicha olib boriladi:

$$R^{\circ}(x(k_f - 1), k_f - 1) = \min_{u_k} Tr(x(k_f - 1), u(k_f - 1), k_f - 1).$$

Ta'kidlash muhimki, $u^{\circ}(k_f - 1)$ ham, R° ning qiymati ham $x(k_f - 1)$ ga bog'liq.

$k_f - 2$ qadamga o'tamiz. Optimal strategiya $\{u^{\circ}(k_f - 2), u^{\circ}(k_f - 1)\}$ bo'ladi, u ushbuga mos keladi:

$$\begin{aligned} & R^{\circ}(x(k_f - 2), k_f - 2) \\ &= \min_{\substack{u(k_f-1) \\ u(k_f-2)}} T \left\{ r(x(k_f - 2), u(k_f - 2), k_f - 2) + \right. \\ & \quad \left. + r(x(k_f - 1), u(k_f - 1), k_f - 1) \right\} = \\ &= \min_{u(k_f-2)} T \left\{ r(x(k_f - 2), u(k_f - 2), k_f - 2) + \right. \\ & \quad \left. + R^{\circ}(x(k_f - 1), k_f - 1) \right\}. \end{aligned}$$

Figurali qavs ichidagi hamma ifodani minimallashtirishga to'g'ri keladi, negaki, $x(k_f - 1)$ ning qiymatini o'zi $u^\circ(k_f - 2)$ ga bog'liq. Minimallashtirish yana bitta o'zgaruvchi bo'yicha amalga oshiriladi, endi $u^\circ(k_f - 2)$ bo'yicha. Natijada optimal boshqarish $\{u^\circ(k_f - 2), u^\circ(k_f - 1)\}$, oxiridan oldingi qadamdagi $x(k_f - 1)$ qiymatni va $R^\circ(x(k_f - 2), k_f - 2)$ kattalikni $x(k_f - 2)$ ning funksiyasi sifatida olamiz. Uni $R^\circ(x(k_f - 1), k_f - 1)$ ning o'rniga xotiraga kiritib qo'yamiz.

Keyin jarayon $k = k_0$ ga mos keluvchi nuqtaga kelgunimizga qadar takrorlanadi. $x(k_0)$ ning qiymati esa ma'lum! Shunday qilib, optimal boshqarish strategiyasi aniqlanadi:

$$\{u^\circ(k_0), u^\circ(k_0 + 1), \dots, u^\circ(k_f - 2), u^\circ(k_f - 1)\}$$

Optimal strategiya olinayotganda $R^\circ(x(k_f - i), k_f - i)$ ni har bir tugun uchun vaqtning $(k_f - i)T$ momentida hisoblash uchun EHMning xotirasida $R^\circ(x(k_f - i + 1), k_f - i + 1)$ ni vaqtning $(k_f - i + 1)T$ momenti uchun vaqtincha saqlash zarur.

$R^\circ(x(k_j), k_j)$ boshqarish u ga bog'liq bo'lmaganligidan, (1.63) tenglamani quyidagi ko'rinishda qayta yozish mumkin:

$$\underbrace{\min}_{u(k)} \left\{ Tr(x(k_j), u(k_j), k_j) + \sum_{k=k_{j+1}}^{k_f} Tr(x(k), u(k)k) - R^\circ(x(k_j), k_j) \right\} = 0.$$

Oxirgi tenglama ushbu shartga ekvivalent (teng kuchli)

$$\min_{u(k)} \left\{ r(x(k_j), u(k_j), k_j) + \frac{R^\circ(x(k_j + 1), k_j) - R^\circ(x(k_j), k_j)}{T} \right\} = 0. \quad (1.64)$$

1.4.4. Bellman va Gamilton-Yakobi tenglamalari

Ma'lum cheklovlarda (1.64) shartda kvantlash davri $T \rightarrow 0$ bo'lishi mumkin, bunday bo'lganida bu tenglamaning ushbu uzluksiz analogini

$$\min_{u(t)} \left\{ r(x(t), u(t), t) + \frac{R^\circ(x(t), t)}{dt} \right\} = 0, t_0 \leq t \leq t_f \quad (1.65)$$

$x(t_0) = x_0$; $R^\circ(x(t_0), t_0) = 0$ chegaraviy shartlari bilan olamiz.

Bu tenglama *Bellman tenglamasi* sifatida ma'lum.

Umumiy holda obyekt holati $\mathbf{x}(t)$ vektor bilan berilgan, boshqaruvchi ta'sir ham $\mathbf{u}(t)$ vektor va Bellman tenglamasi ushbu ko'rinishni oladi

$$\min_{\mathbf{u}(t)} \left\{ r(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \frac{R^\circ(\mathbf{x}(t), t)}{dt} \right\} = 0, t_0 \leq t \leq t_f. \quad (1.66)$$

Figurali qavs ichidagi ikkinchi qo'shiluvchidan vaqt bo'yicha to'la hosila olamiz

$$\min_{\mathbf{u}(t)} \left\{ r(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \frac{\partial R^\circ}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial R^\circ}{\partial x_i} \cdot \frac{dx_i}{dt} \right\} = 0.$$

Obyektning dinamika tenglamasi $dx_i/dt = f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ ni va $\partial R^\circ/\partial t$ ni boshqarish $\mathbf{u}$ ga bog'liq emasligi hisobga olib, Bellman tenglamasini ushbu ko'rinishda olamiz:

$$-\frac{\partial R^\circ}{\partial t} = \min_{\mathbf{u}(t)} \{r(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \langle \text{grad}_{\mathbf{x}} R^\circ, \mathbf{f} \rangle\}. \quad (1.67)$$

Harakat miqdorining umumlashgan vektori uchun $\mathbf{p} = \text{grad}_{\mathbf{x}} R^\circ$ va Gamilton funksiyasi uchun $H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t) = \langle \mathbf{p}, \mathbf{f} \rangle + r$ belgilashni kiritib, (1.67) ifodani ushbu tenglikka aylantiramiz:

$$-\frac{\partial R^\circ}{\partial t} = \min_{\mathbf{u}(t)} H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t).$$

Olingan tenglamaga optimal boshqarish $\mathbf{u}^\circ(t)$ optimal traektoriya $\mathbf{x}^\circ(t)$ ni qo'yib, klassik *Gamilton-Yakobi tenglamasi*

$$-\frac{\partial R^\circ}{\partial t} = \min_{\mathbf{u}(t)} H(\mathbf{x}^\circ, \mathbf{u}^\circ, \mathbf{p}, t)$$

ni ushbu to'ldirilgan shart bilan olamiz:

$$\min_{\mathbf{u}(t)} \{r(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + \langle \text{grad}_{\mathbf{x}} R^\circ, \mathbf{f} \rangle\}. \quad (1.68)$$

(1.68) shart ta'minlanadi, agar figurali qavs ichidagi ifodadan $\mathbf{u}$ bo'yicha olingan hosilani nolga tenglansa:

$$\text{grad}_{\mathbf{u}} r + \langle \text{grad}_{\mathbf{x}} R^\circ, \mathbf{f} \rangle \geq 0. \quad (1.69)$$

Shunday qilib, obyekt tenglamasi

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

va integralli mezon

$$R = \int_{t_0}^{t_f} r(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt$$

lari bo'lgan uzluksiz sistemalar holda dinamik dasturlash prinsipi Bellman tenglamasiga olib keladi

$$r(\mathbf{x}^\circ, \mathbf{u}^\circ, t) + \frac{\partial R^\circ}{\partial t} + \text{grad}_{\mathbf{x}} R^\circ \mathbf{f} \geq 0, \quad (1.70)$$

bu yerda $R^\circ = \min R$, $\mathbf{u}^\circ$ va $\mathbf{x}^\circ$ lar esa mos holda R° ga nisbatan (1.69) tenglama bilan to'ldirilgan obyektning optimal boshqarishi va optimal tryektoriyasi.

Birinchi tartibli sistemaga va skalyar boshqarishga ega bo'lingan sodda holda obyekt tenglamasi $\dot{x} = f(x, u)$ ko'rinishga ega. Bellman tenglamasi bu holda quyidagicha bo'ladi:

$$r(\mathbf{x}^\circ, \mathbf{u}^\circ, t) + \frac{\partial R^\circ}{\partial t} + \frac{\partial R^\circ}{\partial x} \cdot f = 0, \quad (1.71)$$

mezonning minimumligini zaruriy sharti

$$\frac{\partial r}{\partial u} + \frac{\partial R^\circ}{\partial x} \cdot \frac{\partial f}{\partial u} = 0.$$

Oxirgi tenglamani $\partial R^\circ / \partial x$ ga nisbatan yechib, ushbuni olamiz:

$$\frac{\partial R^\circ}{\partial x} = - \frac{\frac{\partial r}{\partial u}}{\frac{\partial f}{\partial u}} = P(x, u). \quad (1.72)$$

(1.72) ifodani (1.71) tenglamaga qo'yib va hosil bo'lganni $\partial R^\circ / \partial t$ ga nisbatan yechib, ushbuni olamiz

$$\frac{\partial R^\circ}{\partial t} = -r + f \frac{\frac{\partial r}{\partial u}}{\frac{\partial f}{\partial u}} = Q(x, u). \quad (1.73)$$

(1.72) tenglamani t bo'yicha, (1.73) tenglamani esa x bo'yicha differensiallab

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 R^\circ}{\partial x \partial t} &= \frac{\partial P}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t}, \\ \frac{\partial^2 R^\circ}{\partial x \partial t} &= \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x}.\end{aligned}$$

Olingan ifodalarning o'ng tomonlarini tenglab, optimal boshqarishga nisbatan tenglamani olamiz:

$$\frac{\partial P}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + f \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial x},$$

bu yerda P va Q lar mos holda (1.72) va (1.73) ifodalar bilan aniqlanadi.

1.7-misol. 1.5-misoldagi o'sha chiziqli obyektни qarab chiqamiz. Obyekt tenglamasi

$$\dot{x} = -ax + \gamma u,$$

bu yerda a va γ – biron musbat o'zgarmaslar.

Sifat mezoni – kvadratik

$$I(u) = \int_{t_0}^{t_f} x^2(u, t) dt,$$

boshqarish esa cheklangan $|u| \leq M$.

$$R^\circ(x, t) = \min_u \int_t^{t_f} x^2 dt$$

formulani kiritamiz. Shunda (1.67) formuladan ushbu kelib chiqadi:

$$-\frac{\partial R^\circ}{\partial t} = \min_u \left\{ r(x, u) + \frac{\partial R^\circ}{\partial x} f \right\} = \min_u \left\{ x^2 + \frac{\partial R^\circ}{\partial x} (-ax + \gamma u) \right\}.$$

Figurali qavsdagi ifodadan ko‘rinadiki, uning minimumi agar boshqarishning ishorasi $\partial R^\circ / dx$ ning ishorasiga qarama-qarshi, absolut qiymati esa maksimal bo‘lsa, ya’ni agar

$$u = -M \operatorname{sign} \frac{\partial R^\circ}{\partial x}.$$

Optimal boshqarish, shunday qilib, $x(t_0) = x_0$; $R^\circ(x, t_f) = 0$ chegaraviy shartlari bo‘lgan quyidagi nochiziqli xususiy hosilalardagi differensial tenglamani qanoatlantiruvchi

$$-\frac{\partial R^\circ}{\partial t} = x^2 - ax \frac{\partial R^\circ}{\partial x} - \gamma M \left| \frac{\partial R^\circ}{\partial x} \right|$$

$\partial R^\circ / \partial x$ funksiyaning ishorasiga muvofiq releli bo‘ladi $u = \pm M$.

Ko‘rinadiki, optimal boshqarishning umumiy xarakteri nisbatan oson o‘rnatiladi, biroq qayta ulanish chizig‘ini aniqlash – hech ham oddiy masala emas.

Bellman tenglamasi (1.70) chiziqli bo‘lmagan xususiy hosilalardagi differensial tenglama hisoblanadi va hozirgi vaqtda uni analitik shaklda yechishning umumiy metodlari yo‘q. Har bir masala alohida tadqiqotni talab etadi.

Optimal boshqarishni sintezlash masalasini dinamik dasturlash metodi yordamida sonli metodlar bilan yechish zamonaviy hisoblash texnikasi uchun ham qo‘lidan kelmaydigan o‘ta katta hajmdagi hisoblash ishlarini talab etadi. Ammo, shunday bo‘lsa-da, dinamik dasturlash metodi bir qator qimmatli jihatlarga ega.

1. Metod optimal boshqarish masalasini yechishning fizikaviy tushunarli algoritmlarini olishga imkon beradi.

2. Yechish jarayonida optimal boshqarishni obyektning holat o‘zgaruvchilari funksiyasi sifatida aniqlanadi, bu yopiq optimal sistemalarni sintezlashni soddalashtiradi.

3. Metod maxsus o'zgarishlarsiz ham tekis-optimal, ham statistik-optimal sistemalarni sintezlash uchun yaroqli.

4. Bellmanning optimallik prinsipini bir vaqtning o'zida yopiq sistemalar uchun Lyapunov funksiyasi bo'lib ham hisoblanadigan faqat $R^{\circ}(x, t)$ ning funksiyalarigina qanoatlantiradi. Bu shunga olib keladiki, bu funksiyalarga mos keluvchi optimal boshqarish u° va bu boshqarishni shakllantiradigan rostlagich faqat sifat mezonining minimumi emas, balki butunicha sistemaning turg'unligini ham ta'minlaydi.

Bellmanning dinamik dasturlash metodini qimmatli jihatlari uni takomillashtirish bo'yicha tadqiqotlarni rag'batlantirmoqda. Xususan, RHM dan dinamik dasturlash masalasini sonli usullar bilan yechishda va Bellman tenglamalaridan foydalanib, har turli optimal sistemalarni loyihalash metodlarini yaratishda talab etiladigan xotirani kamaytirishga qaratilgan ko'plab ishlar paydo bo'lmoqda.

Nazorat savollari

1. Dinamik dasturlash metodning asoslarini ayting.
2. Optimallik prinsipining ifodasini ayting.
3. Optimal boshqarishda optimal dasturlash nimadan iborat?
4. Optimal boshqarishda optimal strategiya nimadan iborat?
5. Optimal boshqarishda ko'p qadamli jarayonning mohiyati nimadan iborat?
6. Optimallik prinsipi nimadan iborat?
7. Holatlar fazosi nima?
8. Dinamik dasturlash metodining diskret variantini tushuntiring.
9. Bellman va Gamilton-Yakobi tenglamalarini yozing va ularni tushuntiring.
10. Bellman dinamik dasturlash metodining qimmatli jihatlari nimalardan iborat.

2-bob. ADAPTIV BOSHQARISH

2.1. Adaptiv ABS larning umumiy ma'lumotlari va klassifikatsiyasi

ABS larni sintezlashga bo'lgan an'anaviy yondashuv matematik jihatdan korrekt ifodalangan boshqarishning maqsadi va boshqarish obyekti haqida va unga ko'rsatilayotgan ta'sirlar haqida to'la dastlabki (aprior) informatsiya mavjud deb hisoblaydi. Aprior informatsiyaning to'laligi tushunchasi boshqarish maqsadiga erishuvchanlik bilan aniqlanadi. To'la aprior informatsiyaning mavjudligi amalga oshiriladigan boshqarish qonunga, teskari aloqaning mavjudligi yoki yo'qligiga, kirish ta'sirlarining tasodifiyligi yoki determinirlanganligiga, qo'llaniladigan hisoblash vositalariga bog'liq bo'lmagan holda oddiy (adaptiv bo'lmagan) boshqarish sistemalariga taalluqli. Aprior informatsiyaning yetarli bo'lmaganida biz adaptiv boshqarishni amalga oshiruvchi *adaptiv sistemalar*ga kalamiz.

Adaptiv boshqarish obyektning parametrlari to'liq bo'lmagan yoki ishlash jarayonida o'zgaruvchan bo'lgan va obyektga ko'rsatilayotgan g'alayonlar xarakteristikalarining o'zgaradigan sharoitlarida obyekt (jarayonni) boshqarishning berilgan (optimal boshqarishda maksimal) sifatini ta'minlaydi. Obyektning yetarli bo'lmagan yoki juda ham kam aprior informatsiya bo'lganida boshqarish imkoniyati, boshqarish jarayonining o'zida olinadigan informatsiyadan foydalanish yo'li bilan adaptatsiyani qo'llashga va boshqarish sistemasida o'rganishga asoslangan. Ya'ni adaptatsiya (moslashish) deyilganda, parametrlarni va rostlagich strukturasi, o'zgarish jarayonini, kam uchrasa-da, obyekt haqida to'liq bo'lmagan aprior informatsiya va ishlash jarayonida obyekt parametrlari o'zgaruvchan bo'lganida obyekt haqida joriy informatsiya asosida boshqaruvchi ta'sirlar tushuniladi.

Shu yerda Ya.Z. Sipkin tomonidan ifodalangan adaptiv sistemaning ta'rifini keltirish o'rinli.

“Adaptiv boshqarish sistemalari deyilganda shunday sistemalarni tushunamizki, ular tashqi ta’sirlar, ishlash sharoitlari va chiqish kattaliklari haqida informatsiyadan foydalanib, boshqariladigan sistemani, o’zgaruvchan ish sharoitlarida optimal yoki berilgan ishlash vazifasini ta’minlash maqsadida strukturani yoki rostlagichning parametrlarini o’zgartiradilar”.

V.N.Bukov ham shunga o’xshash ta’rifni bergan:

“Adaptiv deb shunday boshqarish sistemalari aytiladiki, ular aprior noaniqlik sharoitlarida ishlashga mo’ljallangan va ular ishlash jarayonlarida boshqarish obyektini va tashqi muhitning xossalarini ko’zda tutilmagan o’zgarishlariga avtomatik moslashadilar”.

Adaptiv sistemalarni quyidagi asoslar bo’yicha sinflarga ajratish mumkin.

Aprior informatsiyaning sathi bo’yicha:

- parametrik adaptatsiya, qachonki, obyektning parametrlari noma’lum yoki o’zgaruvchan bo’lganida;
- parametrik bo’lmagan adaptatsiya, qachonki, aprior noaniqlik biron-bir parametrlar bilan to’g’ridan to’g’ri bog’liq bo’lganida.

Adaptatsiya jarayonini tashkil etish bo’yicha:

- qidiruvchi adaptiv sistemalar, ularda obyektini o’rganish jarayonini tashkil etish uchun tasodifiy yoki determinirlangan maxsus tashkil etilgan ta’sirlardan foydalaniladi;
- qidirmaydigan adaptiv sistemalar, bularning ishlashi biron zaruriy yoki yetarli sifatning berilgan mezonidan foydalanishga asoslangan.

Qidiruvchan adaptiv sistemalarda boshqarish obyektini o’rganish uchun (identifikatsiyalash uchun) sinovchi ta’sirlarni shakllantiruvchi maxsus bloklar mavjud. Sistemada avtotebranishlar (chekli sikllar) yuzaga kelishi uchun sharoitlar yaratilishi ham mumkin. Sinovchi harakatlar boshqarish sistemasini ekspluatatsiya sharoitlari bo’yicha har doim ham mumkin bo’lavermaydi.

Adaptatsiya maqsadlari bo’yicha:

- boshqarish sifatlari berilgan sistemalar, sifatning ma'lum mezonlari (turg'unlik zaxirasi, tezkorlik, aniqlik va b.) bilan xarakterlanadilar;

- optimal (ekstremal) sistemalar, ularda ishlash jarayonida sistemaning ishlash sifatini xarakterlovchi funksionalning ekstremumi saqlab turiladi.

Boshqarishni tashkil etish turi bo'yicha:

- o'zi sozlanadigan sistemalar, ularda boshqarish jarayonida rostlagichning parametrlari sozlanib turadilar;

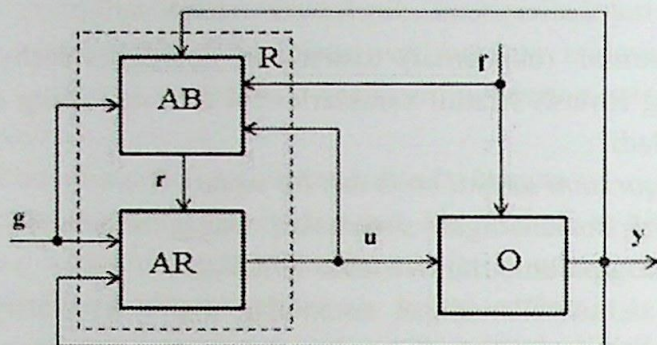
- o'zi tashkillanadigan sistemalar, ularda adaptatsiya jarayoni rostlagichning strukturasi oldindan aniq bo'lmagan tarzda o'zgarishiga olib keladi.

Adaptiv sistemalarda boshqarish jarayoni bilan bir qatorda obyektни o'rganish (identifikatsiya) jarayoni boradi. Boshqacha aytganda, boshqaruvchi jarayonlar ikki tomonlamali xarakterga ega. Ular obyektни o'rganish vositasi sifatida ham, uni kutilgan holatga (xususan, optimal holatga) yo'llash vositasi bo'lib ham xizmat qiladilar. Bunday boshqarishni dual boshqarish deb aytish mumkin. Dualli boshqarish sistemalarida har doim ta'sirlarning bilish va boshqarish tomonlari orasida ziddiyat (qarama-qarshilik) mavjud.

Adaptiv sistemaning umumiy funksional sxemasini 2.1-rasm bilan taqdim etish mumkin, bu rasmdagi belgilashlar: O – boshqarish obyekti, R – rostlagich, u ikki qismdan tashkil topgan: AR – (asosiy rostlagich) va AB (adaptatsiya bloki).

Boshqarishning asosiy konturini O va AR lar tashkil qiladilar. Bu oddiy adaptiv bo'lmagan ABS. Adaptatsiya bloki AB asosiy rostlagich AR ni uning parametrlarini va strukturasi boshqarish obyekti O ning xossalari va ishlash sharoitining o'zgarishlariga muvofiq boshqaradi. Shu maqsadda AB tashqi ta'sirlar g va f larni hamda obyektning u kirish va y chiqish kattaliklarini o'lchaydi. Bu berilgan ma'lumotlar bo'yicha AB sifat mezoni $J(g, f, u, y)$ ni hisoblaydi, uning berilgan qiymatidan

og'ishini aniqlab, ishlash algoritmiga muvofiq, ekstremal qiymatini aniqlab AR shunday ta'sir qiladiki, bu og'ishni bartaraf qiladi.



2.1-rasm. Adaptiv ABSning funksional sxemasi.

Shunday qilib, adaptiv ABS da ikkita – O obyekt va asosiy rostlagich AR dan tashkil topgan asosiy va adaptatsiya bloki ABni o'z ichiga olgan adaptatsiya konturi, boshqarish konturlari mavjud. Ikkinchi kontur uchun boshqarish obyekti bo'lib asosiy ABS hisoblanadi. Ya'ni, adaptatsiya konturi hamma asosiy ABS ustidan boshqarishning ikkinchi sathi hisoblanadi.

Har qanday boshqa boshqarish kabi AB yordamida adaptatsiya ochiq, yopiq yoki umumiy holda kombinatsiyalangan ko'rinishda prinsipial amalga oshirilishi mumkin. 2.1-rasm aynan shu oxirgi holni ko'rgazmali namoyon etadi.

Adaptatsiya konturi ochiq bo'lgan holda asosiy rostlagichni boshqarish vaqt funksiyasida (dasturli boshqarish) yoki tashqi ta'sirlar g va (yoki) f funksiyasida ishlaydigan kompensatsiya sistemasi sifatida amalga oshiriladi.

Yopiq kontur yordamida (teskari aloqali) amalga oshiriladigan adaptatsiya chiqish kattaligi y ning yoki obyektning holat o'zgaruvchilari funksiyasida va boshqaruvchi ta'sirlar u funksiyasida ishlaydi. Bunda tashqi signallar bilan bog'liq kompensatsion signallardan

foydalanish (ya'ni kombinirlangan boshqarish) adaptatsiya sifatini yaxshilovchi yordamchi vosita hisoblanadi, ba'zi hollarda rostlagichning hisoblash algoritmini soddalashtiruvchi vosita hisoblanadi.

Odatdagi ABSlardagi kabi adaptiv ABSlarda ham yopiq adaptatsiya sistemalari asosiy tur hisoblanadi.

Adaptiv boshqarish sistemalarining hamma turlarini tahlil etib, xulosa qilish mumkinki, ko'rinishicha, eng istiqbolli bo'lib optimal qidiruvchisiz parametrik adaptatsiyali sistemalar hisoblanadilar, ularda obyekt haqida ishlash jarayonida olingan informatsiya va g'alayonlantiruvchi ta'sirlar asosida obyekt modelining parametrlarini avtomatik sozlab borish amalga oshiriladi.

2.2. Boshqarishning stoxastik jarayonlari

1-bobda determinirlangan deb faraz qilingan jarayonlarni optimal boshqarishning masalalarini yechish qarab chiqilgan. Jarayonlarning dinamikasi to'liq ma'lum deb faraz qilingan edi. Bunda optimal boshqarish masalalarini yechish, sifatning berilgan mezonini minimallashtiruvchi yoki maksimallashtiruvchi boshqarish qonunlarini aniqlash uchun odatda xususiy hosilali differensial tenglamalarni yoki rekurrent munosabatlarni tuzishga keltirilar edi.

Amaliyotda juda ko'p hollarda jarayonlarning noaniqligi va tayyorlashdagi noaniqlik, eskirish tufayli parametrlarning o'zgarishi, jarayonlarning dinamikasi haqida ma'lumotlarning noaniqligi sababli yuzaga keladigan har turli tasodifiy effektlar bilan ish ko'rishga to'g'ri keladi. Agar noaniqliklar jarayonning borishiga sezilarli ta'sir qilmasa va tasodifiy variatsiyalar ahamiyatsiz bo'lsa, tasodifiy effektlarga qarshi turish uchun, teskari aloqa prinsipidan foydalanuvchi sistemani qo'llash yetarli. Biroq, oddiy teskari aloqali sistemalar, noaniqliklar sezilarli rol o'ynaydigan va parametrlarning variatsiyalari sezilarli bo'lib qoladigan sharoitlarda samarasiz bo'lib qoladilar. Bunday hollarda optimal

boshqarishni ta'minlash uchun adaptiv va o'zi o'rganadigan boshqarishni qurish g'oyasiga murojaat qilishga to'g'ri keladi.

Amaliyotda optimal boshqarishni shakllantiruvchi va 1-bobda qarab chiqilgan funksional tenglamalarni yechish sonli ko'rinishda qidirishga to'g'ri kelganligidan, tenglamalarni diskret vaqtda qarab chiqamiz.

Quyidagi vektor-matritsa ko'rinish-da yozilgan chiziqli bo'lmagan ayirmali tenglama bilan tavsiflanuvchi tasodifiy parametrlari bo'lgan jarayonni qarab chiqamiz:

$$\mathbf{x}(k+1) = g(\mathbf{x}(k), \mathbf{c}(k), \mathbf{u}(k)),$$

bu tenglama nisbatan ixchamroq yozuvda quyidagicha ko'rinadi:

$$\mathbf{x}_{k+1} = g(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_k, \mathbf{u}_k), \quad (2.1)$$

bu yerda, $\mathbf{x}$ – holat o'zgaruvchilari vektori; $\mathbf{c}$ – tasodifiy, mustaqil parametrlarning vektori; $\mathbf{u}$ – boshqaruvchi ta'sirlarning vektori.

Boshlang'ich shartlar ushbu ko'rinishga ega:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0.$$

Optimal boshqarishning sintezini dinamik dasturlash metodi (uning diskret varianti)ga muvofiq amalga oshiramiz.

Avval ehtimolliklar taqsimotini bir xil differensial taqsimot zichlik $dp(\mathbf{c})$ li tasodifiy parametrlar uchun hisoblaymiz. Bu berilgan holda optimal boshqarish masalasi sifat funksionali

$$R_N = \sum_{k=1}^N r(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_k, \mathbf{u}_{k-1}), \quad (2.2)$$

ni minimallashtiruvchi N – qadamli boshqarishning strategiyasini aniqlash masalasi sifatida ifodalanishi mumkin, (2.2) da $r(\dots)$ – obyektning haqiqiy xulqini istalgan xulqidan og‘ishini xarakterlovchi k – qadamdagi boshqarishdan yo‘qotishlarning funksiyasi.

Optimal boshqarishda determinirlangan hol uchun sifat mezonini (2.2) bevosita minimallashtiriladi. Biroq, jarayonga xos bo‘lgan noaniqliklar holida, bu maqsadga muvofiq emas. R_N ning qiymatini matematik kutilishi boshqarish jarayonining sifatini oz aniqlikdagi o‘lchovi hisoblansa-da, bu, muammoni hal etishning yaxshi kompromissi bo‘lib xizmat qiladigan yetarlicha qulay o‘lchovi.

Shunday qilib, sifat mezonini ushbu ko‘rinishda olish maqsadga muvofiq:

$$\overline{R}_N = M \left\{ \sum_{k=1}^N r(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_k, \mathbf{u}_{k-1}) \right\}, \quad (2.3)$$

bu yerda, $M(\dots)$ – matematik kutish simvoli.

$\overline{R}_N^\circ$ – boshqarish vektori $\mathbf{u}$ ga nisbatan $\overline{R}_N$ funksiyaning minimumi bo‘lsin, ya’ni

$$\begin{aligned} & \overline{R}_N^\circ(\mathbf{x}_0) \\ &= \underbrace{\min}_{\{\mathbf{u}\}} M \left\{ \sum_{k=1}^N r(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_k, \mathbf{u}_{k-1}) \right\} \end{aligned} \quad (2.4)$$

$N = 1$ uchun (2.4) ifodadan ushbuga ega bo‘lamiz:

$$\begin{aligned} \overline{R}_N^\circ(\mathbf{x}_0) &= \underbrace{\min}_{\mathbf{u}_0} M \{ r(\mathbf{x}_1, \mathbf{c}_1, \mathbf{u}_0) \} \\ &= \underbrace{\min}_{\mathbf{u}_0} \int r(\mathbf{x}_1, \mathbf{c}_1, \mathbf{u}_0) dp(\mathbf{c}_1). \end{aligned} \quad (2.5)$$

$N \geq 2$ uchun optimallik prinsipini qo'llab, rekurrent ifodani olamiz:

$$\begin{aligned}\overline{R}_N^{\circ}(\mathbf{x}_0) &= \min_{\mathbf{u}_0} M\{r(\mathbf{x}_1, \mathbf{c}_1, \mathbf{u}_0)\} + \overline{R}_{N-1}^{\circ}(\mathbf{x}_1) = \\ &= \min_{\mathbf{u}_0} \int \left(r(\mathbf{x}_1, \mathbf{c}_1, \mathbf{u}_0) \right. \\ &\quad \left. + \overline{R}_{N-1}^{\circ}(\mathbf{x}_1) \right) dp(\mathbf{c}_1)\end{aligned}\quad (2.6)$$

Hisoblashlarni soddalashtirish uchun, tasodifiy parametrlarning ehtimoligini taqsimoti diskret, deb faraz qilamiz, ya'ni tasodifiy parametrlarning vektori $\mathbf{c}$ ehtimolliklari mos holda $p_1, p_2, \dots, p_s$ bo'lgan $(\chi_1, \chi_2, \dots, \chi)$ qiymatlarning chekli to'plamidan bittasini qabul qila oladi. Bunda $\mathbf{u}$ bo'lsa, (2.6) munosabatni ushbu ko'rinishda yozish mumkin

$$\begin{aligned}\overline{R}_N^{\circ}(\mathbf{x}_0) &= \min_{\mathbf{u}_0} \sum_{j=1}^s p_j r(\mathbf{x}_1, \chi_j, \mathbf{u}_0) \\ &+ \overline{R}_{N-1}^{\circ}(\mathbf{x}_1).\end{aligned}\quad (2.7)$$

Ta'kidlash muhimki, stoxastik jarayonga bu yerda determinirlangan jarayonlar uchun qo'llanilgan o'shanday optimallashtirishning texnikasi qo'llanilgan (1.4.3-bo'limga qarang) va o'xshash tenglamalar olingan edi.

Endi yakuniy holat bo'yicha stoxastik jarayonni boshqarish masalasini qarab chiqamiz, ya'ni yakuniy holat $R_N = r(\mathbf{x}_N)$ ning biron funksiyasini matematik kutilishini minimallashtiruvchi boshqarish vektori $\mathbf{u}$ ni aniqlaymiz. Shunday qilib, sifat mezoni quyidagidek yoziladi:

$$\overline{R}_N = M\{r(\mathbf{x}_N)\} \quad (2.8)$$

(2.8) funksiyaning minimumi ushbu bo'ladi:

$$\overline{R}_N^\circ(\mathbf{x}_0) = \min_{\{u\}} M\{r(\mathbf{x}_N)\}. \quad (2.9)$$

(2.9) ifodadan kelib chiqadiki, $N = 1$ uchun

$$\overline{R}_1^\circ(\mathbf{x}_0) = r(\mathbf{x}_0), \quad (2.10)$$

$N \geq 2$ uchun esa obyektning (2.1) tenglamasini hisobga olib

$$\begin{aligned} \overline{R}_N^\circ(\mathbf{x}_0) &= \min_{u_0} M\left\{\overline{R}_N^\circ(g(\mathbf{x}_0, \mathbf{c}_0, \mathbf{u}_0))\right\} = \\ &= \min_{u_0} \int \left(\overline{R}_{N-1}^\circ(g(\mathbf{x}_0, \mathbf{c}_0, \mathbf{u}_0))\right) dp(\mathbf{c}_0). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Agar tasodifiy parametrlar faqat diskret qiymatlarni qabul qila olsalar, oxirgi munosabat quyidagicha yoziladi:

$$\overline{R}_N^\circ(\mathbf{x}_0) = \min_{u_0} \sum_{j=1}^s p_j \overline{R}_N^\circ(g(\mathbf{x}_0, \chi_j, \mathbf{u}_0)). \quad (2.12)$$

2.1-misol. Boshqarish obyekti chiziqli bo'lsin va $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ boshlang'ich shartlari bilan ushbu tenglama bilan tavsiflansin

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}(k, \mathbf{c}_k)\mathbf{x}_k + \mathbf{B}(k, \mathbf{c}_k)\mathbf{u}_k, \quad (2.13)$$

bu yerda skalyar boshqarish cheklangan $|u| \leq 1$; $\mathbf{c}$ – tasodifiy parametrlar vektori, $\mathbf{A}(\dots)$ va $\mathbf{B}(\dots)$ lar esa elementlari diskret vaqtga bog'liq va tasodifiy parametrlarga bog'liq mos o'lchamdagi matritsalar.

Tasodifiy vektor $\mathbf{c}_k$ vaqtning k momentida ikkita $\mathbf{c}_k^+$ yoki $\mathbf{c}_k^-$ qiymatlardan birini

$$\begin{aligned} P\{\mathbf{c} = \mathbf{c}_k^+\} &= p, \\ P\{\mathbf{c} = \mathbf{c}_k^-\} &= 1 - p, \end{aligned}$$

ehtimolliklar bilan qabul qilishi mumkin, bu yerda p ehtimollikni ma'lum deb faraz qilinadi.

Kvadratik mezonning matematik kutilishini minimallashtirish kerak:

$$R_N = \sum_{k=1}^N (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_k + \lambda u_{k-1}^2),$$

bu yerda, $\mathbf{Q}$ – kvadratli simmetrik matritsa; λ – vaznli koeffitsiyent.

Matematik kutilishning minimumini belgilaymiz:

$$\overline{R_N}^\circ(\mathbf{x}_0) = \min_{\{\mathbf{u}\}} M \left\{ \sum_{k=1}^N (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_k + \lambda u_{k-1}^2) \right\}.$$

Oxirgi munosabatdan $N = 1$ uchun ((2.13) tenglamani hisobga olish bilan) ushbu kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} \overline{R_1}^\circ(\mathbf{x}_0) &= \min_{u_0} M\{(\mathbf{x}_1^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_1 + \lambda u_0^2)\} = \\ &= \min_{u_0} \{p \mathbf{x}_1^{+T} \mathbf{Q} \mathbf{x}_1^+ (1-p) \mathbf{x}_1^{-T} \mathbf{Q} \mathbf{x}_1^- + \lambda u_0^2\}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

bu yerda

$$\mathbf{x}_1^+ = \mathbf{A}(0, \mathbf{c}_1^+) \mathbf{x}_0 + \mathbf{B}(0, \mathbf{c}_1^+) \mathbf{u}_0, \quad (2.15)$$

$$\mathbf{x}_1^- = \mathbf{A}(0, \mathbf{c}_1^-) \mathbf{x}_0 + \mathbf{B}(0, \mathbf{c}_1^-) \mathbf{u}_0. \quad (2.15)$$

$N \geq 1$ uchun

$$\begin{aligned} \overline{R}_N^{\circ}(\mathbf{x}_0) &= \min_{u_0} M \left\{ (\mathbf{x}_1^T \mathbf{Q} \mathbf{x}_1 + \lambda u_0^2) + \overline{R}_{N-1}^{\circ}(\mathbf{x}_1) \right\} = \\ &= \min_{u_0} \left\{ p \left[\mathbf{x}_1^{+T} \mathbf{Q} \mathbf{x}_1^{+} + \overline{R}_{N-1}^{\circ}(\mathbf{x}_1^{+}) \right] + \right. \\ &\quad \left. + (1-p) \left[\mathbf{x}_1^{-T} \mathbf{Q} \mathbf{x}_1^{-} + \overline{R}_{N-1}^{\circ}(\mathbf{x}_1^{-}) \right] + \lambda u_0^2 \right\} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Izlanayotgan funksiya $\overline{R}_1^{\circ}(\mathbf{x}_0)$ va optimal boshqarish strategiyasi rekurrent munosabatlar (2.5) – (2.7), (2.10) – (2.12), (2.14) – (2.16) dan to‘g‘ridan to‘g‘ri hisoblashlar bilan topilishi mumkin.

2.3. Adaptatsiyali optimal boshqarish

Oldingi bobda stoxastik jarayonlarni qarab chiqilayotganda ehtimolliklar taqsimoti ma’lum, deb faraz qilingan edi. Bu faraz optimal boshqarishni qurishni determinirlangan jarayonlar holidagi kabi olib borishga imkon bergan edi. Ammo ba’zi o‘ta ko‘puchraydigan hollarda obyektning xulqiga tasodifiy parametrlarning ta’siri haqida biz, optimal boshqarishning stoxastik jarayonlariga nisbatan yanada oz informatsiyaga ega bo‘lishimiz mumkin. Bunday sharoitlarda optimal boshqarishni ta’minlash uchun adaptatsiyalana oladigan rostlagichga ega bo‘lish kerak, ya’ni rostlagichga boshqarish jarayonini o‘zida turli ta’sirlarning tabiatini bila olish qobiliyatini berish kerak.

Adaptiv boshqarishning muhim xususiyatlarida biri shundan iboratki, sistemaning ishlash sharoiti oldindan ma’lum emas yoki taxminan ma’lum. Agar jarayon dinamikasining tenglamalari yoki tashqi ta’sirlarning statistik xossalari vaqt ichida biron yo‘l bilan o‘zgarib borsa, boshqarish sistemasini hisoblashning qiyinchiligi ortadi, ammo bajarib bo‘lmaydigan bo‘lmaydi. Bu holda adaptiv boshqarish haqida so‘z borishi mumkin emas, agar bunda faqat obyektning tenglamasi yoki tashqi ta’sirlarning statistikasiga nisbatan noaniqliklar bo‘lmasa. Bu noaniqlikni matematik shaklda taqdim etib, avvalgidek, obyekt (jarayon) dinamikasining tenglamalari tasodifiy parametrlarga

bog'liq deb hisoblaymiz. Agar bu tasodifiy parametrlarning ehtimolligining taqsimoti ma'lum bo'lsa, stoxastik jarayonni boshqarish masalasini olamiz. Agar tasodifiy parametrlarning ehtimolligining taqsimoti ma'lum bo'lmasa yoki qisman ma'lum bo'lsa, adaptiv boshqarish masalasini olamiz. Adaptiv boshqarish holida uning borishida ega bo'lingan noaniqliklar va uni o'rganishning natijalariga ko'ra boshqarish strategiyasini qayta baholash amalga oshiriladi.

Obyekt dinamikasining (2.1) ayirmali tenglamasini qarab chiqayotib, tasodifiy parametrlar vektori $c(k)$ ni konkretlashtiramiz. Shu nuqtayi nazardan tasodifiy parametrlarni quyidagilarga taalluqli bo'lgan noaniqliklarni namoyon etadi deb hisoblash mumkin:

- obyekt dinamikasini tavsiflovchi tenglamalar koeffitsiyentlariga (obyektning parametrik adaptatsiyasi masalasi);
- topshiriq beruvchi ta'sirlarning statistik xossalariga, agar bu ta'sirlar tasodifiy bo'lsa (foydali signal bo'yicha adaptatsiya masalasi);
- jarayonning borishini buzuvchi g'alayonlantiruvchi ta'sirlar (xalaqitlar)ning statistik xossalariga (g'alayon bo'yicha adaptatsiya masalasi).

Hal etiladigan muammoning mohiyatini yaxshi tushunish va bayonni soddalashtirish uchun, tasodifiy parametr faqat ikkita qiymatdan birini qabul qila oladi deb hisoblaymiz (2.1-misoldagi kabi). Ya'ni, vaqtning k momentida c tasodifiy parametr ikkita c^+ va c^- qiymatlardan birini mos holda p va $p - 1$ ehtimolliklar bilan qabul qiladi, bunda bu ehtimolliklar oldindan ma'lum emas. Ehtimollik p ni aprior ehtimollik zichligi funksiyali $\omega(\xi)$ tasodifiy kattalik ξ deb faraz qilinadi. Albatta bu tahlil etish uchun juda qulay holat emas, biroq biz bu yerda tasodifiy parametrlarning taqsimot funksiyasini ko'rinishi ma'lum bo'lmagan yoki hatto ularning korrelyatsiya darajasi noma'lum holga nisbatan ancha foydali holatdamiz. Boshqarish jarayonining har bir qadamida, qachonki boshqaruvchi ta'sir haqida qaror qabul qilinayotgan vaqtda, adaptiv rostlagich obyektning nafaqat fizikaviy holatini o'zgartiradi, balki yana p uchun ehtimollik zichligi funksiyasini

baholashni va p ehtimollikning qiymatini o'zini ham topadi (dual boshqarish).

Ehtimollik qiymatini boshlang'ich baholash sifatida p ning kutilish qiymatini olamiz:

$$p_0 = \int_0^1 \xi \omega(\xi) d\xi.$$

Adaptatsiya jarayoni tasodifiy o'zgaruvchilar haqida informatsiya yig'ishni va bu informatsiyani biron hal etuvchi qoidaga muvofiq qayta ishlashni o'z ichiga oladi. Obyekt haqida ishlash jarayonida olinadigan informatsiyani qayta ishlash natijasida qabul qilingan qarorlar, dastlab aprior taqsimotdan kelib chiqib tanlangan boshqarishni yaxshilash uchun foydalaniladi. Dastlabki aprior farazlar, albatta, haqiqatdan uzoq bo'lib chiqishlari mumkin. Biroq, adaptiv rostlagich, iteratsion protseduralar yordamida obyektni kuzatish jarayonida ehtimolliklar taqsimotining aniq qiymatini aniqlashga yaqinlashishi mumkin.

Agar kuzatish jarayonida $\mathbf{c} = \mathbf{c}^+$ bo'lsa, p uchun ehtimollik zichligi funksiyasining yangi baholanishi ushbu aposteriorli ehtimollik bilan beriladi:

$$\omega_1(\xi) = P(p = \xi | \mathbf{c} = \mathbf{c}^+). \quad (2.17)$$

Izlanayotgan ehtimollik (2.17)ni Bayes formulasi bo'yicha topish mumkin:

$$P(p = \xi | \mathbf{c} = \mathbf{c}^+) = \frac{P(p = \xi)P(\mathbf{c} = \mathbf{c}^+ | p = \xi)}{\int_0^1 P(p = \xi)P(\mathbf{c} = \mathbf{c}^+ | p = \xi) d\xi}. \quad (2.18)$$

$P(p = \xi) = \omega(\xi)$, $P(\mathbf{c} = \mathbf{c}^+ | p = \xi) = \xi$ bo'lgani uchun, (2.17) va (2.18) ifodalardan ushbuni olamiz:

$$\omega_1(\xi) = \frac{\xi \cdot \omega(\xi)}{\int_0^1 \xi \cdot \omega(\xi) d\xi}. \quad (2.19)$$

Agar kuzatish jarayonida $\mathbf{c} = \mathbf{c}^-$ bo'lsa, p uchun ehtimollik zichligi funksiyasining yangi baholanishi ushbu aposteriorli ehtimollik bilan beriladi:

$$\omega_2(\xi) = P(p = \xi | \mathbf{c} = \mathbf{c}^-) \quad (2.20)$$

Bayes formulasini qo'llab, shartli ehtimollikni olamiz:

$$\begin{aligned} & P(p = \xi | \mathbf{c} = \mathbf{c}^-) \\ &= \frac{P(p = \xi)P(\mathbf{c} = \mathbf{c}^- | p = \xi)}{\int_0^1 P(p = \xi)P(\mathbf{c} = \mathbf{c}^- | p = \xi) d\xi} \end{aligned} \quad (2.21)$$

$P(\mathbf{c} = \mathbf{c}^- | p = \xi) = 1 - \xi$ bo'lgani uchun ehtimollik zichligi funksiyasining yangi baholanishi (2.20) va (2.21) ifodalardan ushbu ko'rinishda olamiz:

$$\omega_2(\xi) = \frac{(1 - \xi) \cdot \omega(\xi)}{\int_0^1 (1 - \xi) \cdot \omega(\xi) d\xi} \quad (2.22)$$

Yangi baholanishlar (2.19) va (2.22)larni e'tiborga olib, p ehtimollikning o'zini $\mathbf{c} = \mathbf{c}^+$ kuzatish shartida ushbu ko'rinishda olamiz:

$$p_1 = \int_0^1 \xi \cdot \omega_1(\xi) d\xi = \frac{\int_0^1 \xi^2 \cdot \omega(\xi) d\xi}{\int_0^1 \xi \cdot \omega(\xi) d\xi}, \quad (2.23)$$

va $\mathbf{c} = \mathbf{c}^-$ kuzatish shartini ushbu ko'rinishda olamiz:

$$p_2 = \int_0^1 \xi \cdot \omega_2(\xi) d\xi = \frac{\int_0^1 \xi(1-\xi) \cdot \omega(\xi) d\xi}{\int_0^1 (1-\xi) \cdot \omega(\xi) d\xi} \quad (2.24)$$

Shunday qilib, Bayes formulasi p ehtimollikning qiymatlarini aprior taqsimlanishni korrektsiyalash yo'li bilan amalga oshirilgan kuzatishlar asosida baholashni amalga oshirishga imkon beradi. Agar $n + m$ o'lchashlar amalga oshirilgan bo'lsa, bu o'lchashlar natijasida tasodifiy parametr n marta c^+ qiymatni, m marta c^- qiymatni qabul qilsa, yangi ehtimollik zichligi taqsimoti quyidagicha bo'ladi:

$$\omega_{n,m}(\xi) = \frac{\xi^n (1-\xi)^m \omega(\xi)}{\int_0^1 \xi^n (1-\xi)^m \omega(\xi) d\xi} \quad (2.25)$$

p ehtimollikni o'zini yangi baholanishi esa

$$p_{n,m} = \frac{\int_0^1 \xi^{n+1} (1-\xi)^m \omega(\xi) d\xi}{\int_0^1 \xi^n (1-\xi)^m \omega(\xi) d\xi} \quad (2.26)$$

(2.25) va (2.26) tenglamalar adaptiv boshqarish jarayonining informatsion modellari hisoblanadi. Bunda rostlagich, olingan (2.26) baholanish p ehtimollikning xuddi aniq qiymati deb hisoblangandagi kabi ishlashi kerak.

Navbatda (2.3) formula bilan aniqlanadigan sifat mezonining minimallashtirish muammosiga o'tamiz.

Agar tasodifiy parametr x_0 boshlang'ich holatda n marta c^+ qiymatni va m marta c^- qiymatni qabul qilsa, boshqarish vektori u nisbatan sifat mezonini $\bar{R}_N^0$ ning minimumi $\bar{R}_N^0(x_0, n, m)$ bo'lsin. Bunday bo'lsa, ushbuni yozish mumkin:

$$\overline{R}_N^{\circ}(\mathbf{x}_0, n, m) = \min_{\{u\}} M \left\{ \sum_{k=1}^N r(\mathbf{x}_k, \mathbf{c}_k, \mathbf{u}_{k-1}) \right\}.$$

$N = 1$ uchun

$$\begin{aligned} \overline{R}_1^{\circ}(\mathbf{x}_0, n, m) &= \min_{u_0} M\{r(\mathbf{x}_1, \mathbf{c}, \mathbf{u}_0)\} = \\ &= \min_{u_0} \left\{ \begin{array}{l} p_{n,m} r(\mathbf{x}_1^+, \mathbf{c}^+, \mathbf{u}_0) + 1 \\ -p_{n,m} r(\mathbf{x}_1^-, \mathbf{c}^-, \mathbf{u}_0) \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (2.27)$$

bu yerda ushbu belgilashlar kiritilgan

$$\mathbf{x}_1^+ = g(\mathbf{x}_0, \mathbf{c}^+, \mathbf{u}_0), \mathbf{x}_1^- = g(\mathbf{x}_0, \mathbf{c}^-, \mathbf{u}_0). \quad (2.28)$$

$N \geq 2$ uchun optimallik prinsipini qo'llab, quyidagini olamiz

$$\begin{aligned} \overline{R}_1^{\circ}(\mathbf{x}_0, n, m) &= \\ &= \min_{u_0} \left\{ \begin{array}{l} p_{n,m} \left[r(\mathbf{x}_1^+, \mathbf{c}^+, \mathbf{u}_0) + \overline{R}_{N-1}^{\circ}(\mathbf{x}_1^+, n+1, m) \right] + \\ (1-p_{n,m}) \left[r(\mathbf{x}_1^-, \mathbf{c}^-, \mathbf{u}_0) + \overline{R}_{N-1}^{\circ}(\mathbf{x}_1^-, n, m+1) \right] \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (2.29)$$

(2.27)-(2.29) tenglamalar adaptiv boshqarishning optimal strategiyasini aniqlash bo'yicha hisoblash itersion algoritmi namoyon etadilar.

Nazorat savollari

1. Adaptiv sistema deganda qanday sistemani tushunish kerak?
2. Adaptiv sistemalar qanday asoslar bo'yicha sinflarga ajratilgan?
3. Parametrik adaptatsiya va parametrik identifikatsiya orasida bog'liqlik bormi? Agar bo'lsa, u nimadan iborat?

4. Adaptatsiya maqsadlarini ayting.
5. Adaptiv ABSning funksional sxemasi oddiy ABSning shunday sxemasidan qanday farqi bor?
6. Adaptatsiyali optimal boshqarish nimadan iborat?
7. Stoxastik jarayonning xususiyatlari nimadan iborat?
8. Tasodifiy parametrlar nima?

3-bob. INTELEKTUAL BOSHQARISH

Oxirgi vaqtlarda sun'iy intellektning – yangi ilmiy yo'nalishning, ayniqsa, uning kompyuterli mantiq va lingvistika, qarorlarni qidirish va qabul qilish metodlari, ekspert sistemalar, bilimlar injeneriyasi kabi bo'limlarining jadal rivojlanishi ko'plab amaliy masalalarni yechish uchun bilimlarni qayta ishlash va foydalanish bo'yicha dasturiy vositalarni yaratish uchun asos tayyorladi. Bu yerga, shu jumladan, insonning ijodiy funksiyalarini modellashtiruvchi sistemalarni kiritish mumkin. Bunday sistemalarni intellektual sistemalar deyiladi, boshqarishga qo'llashda esa intellektual boshqarish sistemalari (IBS) deyiladi. Shunday qilib, intellektual boshqarish nazariyasi ABN va sun'iy intellekt nazariyalari to'qnashuvida paydo bo'ldi.

Intellektual boshqarish nazariyasida hozircha qaror topgan terminologiya va IBSlarida sodir bo'ladigan jarayonlarning mohiyatini aniq tushunish yo'q, shunday bo'lsada, hozir IBSlarining ABSlarining oldingi turlaridan bosh farqini ajratish mumkin. Bu – tashqi muhit bilan o'zarota'sirlashuvi. Berilgan bu holda tashqi muhit nafaqat xalaqitlar manbai, balki, foydali informatsiya manbai bo'lib ham hisoblanadi.

3.1. Intellektual boshqarishni tashkil etishning prinsiplari

IBSlari strukturalari, bajaradigan vazifalari bo'yicha mohiyatan farq qilishlari mumkin, ammo ularda u yoki bu darajada quyidagi bloklar qatnashadilar: rivojlangan chiqarish mexanizmlari bo'lgan bilimlar bazasi; masala qo'yilishini va yechishning umumiy rejasini shakllantiruvchi intellektual yechuvchi; masalani yechishning konkret rejasini shakllantiruvchi intellektual rejalovchi; tushuntirish bloki va foydalanuvchi bilan interfeys. Iyerarxik struktura bo'yicha tuzilgan IBSlari intellektual sistemalar nazariyasida fundamental hisoblangan bazaviy prinsipga javob beradi. Bu prinsipni amerikalik olim J.Saridis ifodalagan – "Increasing Precision with Decreasing Intelligence"

(IPDI), tarjimada "aniqlikni intellektuallikni pasaytirib oshirish". Bu shuni anglatadi IBS larini yuqori sathdagi iyerarxiyasiga ko'tarilgan sari sistemaning intellektualligi ortadi, biroq, boshqarish aniqligi pasayadi va aksincha.

IBS lari uchun quyidagi beshta prinsip o'rinli:

1. Tashqi muhit bilan maxsus tashkil etilgan informatsion aloqa kanallari yordamida informatsion o'zaro ta'sirlashuv.

2. IBSning intellektuallikni va o'zining ishlashini takomillashtirish uchun prinsiplial ochiqligi.

3. Tashqi muhitning va shaxsiy xulqining dinamikasini prognozlash mexanizmining mavjudligi.

4. Sistemada iyerarxiyaning sathi ortib borishi bilan boshqarishning aniqligiga bo'lgan talablarning kamayganida intellektuallikning ortishiga mos keluvchi ko'p sathli ierarxik struktura.

5. Aloqalar uzilganda yoki iyerarxiyaning oliy sathlaridan boshqaruvchi ta'sirlar yo'qolganida faoliyatining saqlanib qolishi.

Birinchi prinsipga ko'ra IBS tashqi muhit bilan uzluksiz o'zaro ta'sirlashadi, qarorlar qabul qilish va bilimlarni to'ldirish uchun tashqi muhitdan hamma kerakli informatsiyani oladi, o'z navbatida o'zining ishlashi natijasida tashqi muhitga to'g'ridan to'g'ri faol ta'sir ko'rsatadi. Shunday qilib, IBS da bilim modeli tashqi muhitning va u to'g'risidagi bilimlarning unga o'zini ta'sirlari natijasida o'zgarishi mumkinligini faraz qilishi kerak.

Tashqi muhit bilan informatsion aloqa, mohiyat bo'yicha IBS ning ochiqligini anglatadi, bu ikkinchi prinsip bilan ta'kidlanadi. Bu ochiqlik IBS iyerarxiyasidagi o'zsozlanish, o'ztashkillanish va o'zbilim olish kabi yuqori sathlar bilan ta'minlanadi. Bilimlar bazasi ikki turdagi bilimlarni o'z tarkibiga oladi: IBS ega bo'lgan va doimo foydalanadigan doimiy (ishonchli) va vaqtinchalik (ishonchsiz) bilimlar. Ikkinchi turdagi bilimlarga sistema ishonch hosil qilmaydi, sistema ular bilan bilim olish jarayonida eksperiment qiladi va bu turdagi bilimlar yo tashlab yuboriladi, yoki tashqi muhitda o'zini xulqini analiz qilish

natijasiga bog'liq holda birinchi turdagi bilimlarga o'tadilar. Ikkinchi prinsip IBSning ishlash jarayonida bilimlarni olish jarayonini tashkil qilishni va bilimlarni to'ldirishni talab etadi.

Uchinchi prinsip bajarilmaganida sistemani to'la me'yorda intellektual deb hisoblash mumkin emas. Sistema prognozlashsiz kritik holatga tushib qolishi mumkin va ko'zda tutilmagan sharoitlarda boshqaruvchi ta'sirlarni shakllantirish mexanizmlari ishlashiga vaqtning cheklanganligidan undan chiqishni topa olmasligi mumkin.

To'rtinchi prinsip IBSlarni, boshqarish obyekti yoki uning xulqi haqida bilimlarni noaniqligini intellektuallik sathi sonlarini oshirish bilan kompensatsiya qilish mumkin bo'lganida hamda noaniqlik sharoitlarida qarorlarni qabul qilishning mukammalroq algoritmlaridan foydalanish bilan qurishga imkon beradi.

Beshinchi prinsipga muvofiq IBSlarida intellektuallikning qisman yo'tilishi mumkin, ammo, IBSlarning yuqoriroq sathlarini ishlashida rad etishlar bo'lganida boshqarish sistemasi ishini butunicha to'xtatmaydi. Bu, albatta, IBSlarining ishonchlilik nuqtayi nazaridan, tabiiydir.

3.2. IBSlarning funksional sxemalari

IBS larini yuqorida qarab chiqilgan beshta prinsipning amalga oshirilishini to'raligi nuqtayi nazaridan hamma IBSlarni "kattada" intellektual va "kichikda" intellektual sistemalarga ajratishga imkon beradi.

Hamma beshta prinsipga to'la hajmda muvofiq qurilgan va ishlaydigan IBSlarni "kattada" intellektual boshqarish sistemalari deb ataladi.

Hamma beshta prinsipga muvofiq tashkil etilmagan, ammo o'zining ishlash jarayonida boshqarish obyekti va uning xulqi haqidagi bilimlardan (masalan, qoida ko'rinishida) dastlabki informatsiyaning noaniqligini kamaytirish vositasi sifatida foydalanadigan IBSlarni "kichikda" intellektual boshqarish sistemalar deyiladi.

"Kattada" intellektual sistemalar ko'p sathli iyerarxiyaga ega bo'ladilar. Bu iyerarxiyada quyidagi sathlar (rangining pasayib borish tartibida) mavjud:

- o'ztashkillanish (bilim olish natijalariga ko'ra qayta qurilish);
- bilim olish (o'qish);
- voqealarni prognozlash;
- adaptatsiya;
- qarorlarni ishlab chiqish;
- voqealar va bilimlar bazasi (ombori) bilan ishlash;
- ijro etish.

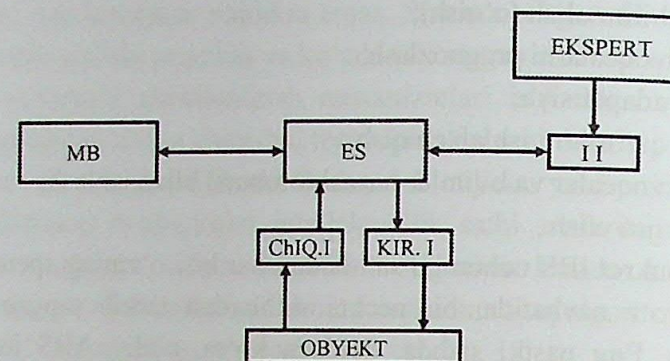
Konkret IBS uchun bu sathlardan har biri o'zining spetsifikasiga ega va o'z navbatida, bir nechta sathlardan tarkib topgan bo'lishi mumkin. Eng pastki sathda, qoidaga ko'ra, oddiy ABS joylashadi. Nisbatan yuqori sathlarni an'anaviy ABSlar ustidan ustqurma sifatida talqin etish mumkin. Sodda holda bu ustqurma faqat bir nechta sermahsul qoidalardan iborat bilimlar bazasini o'z ichiga olishi mumkin. Bu holda qarorlar qabul qilish va rejalashtirish sathlari qatnashmasliklari mumkin.

Sistemalarni "kattada" intellektual va "kichikda" intellektual deb ta'riflash, IBSlar intellektuallik sathlarining chegaralarini o'rnatadi. Bu chegaralarning ichida intellektuallik darajasini yuqorida sanab o'tilgan boshqarish iyerarxiyasining sathlari mavjudligi yoki yo'qligi bo'yicha aniqlanadi.

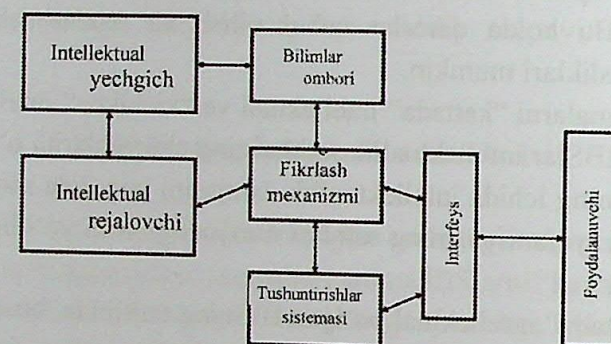
"Kattada" intellektual bo'lgan IBSning tarkibida, boshqarishning ierarxik strukturasini yuqori sathlarida odatda ekspert sistemalardan foydalaniladi. Bunday IBSning funksional sxemasi o'z ichiga beshta asosiy bloklarni oladi (3.1-rasm).

"Intellektual interfeys" (II) bloki boshqarish sohasida ekspert bilan aloqa uchun mo'ljallangan va asosan o'rganish (o'qish) uchun foydalaniladi. Modellastirish bloki (MB) mavjud holatning dinamikasini prognozlashni amalga oshiradi. Ba'zan esa, joriy holatga olib kelgan jarayonlarning rivojlanish yo'llarini analiz qilish

funksiyasini bajarishi mumkin. Ijro etish sathining funksiyalarini "chiqish interfeysi" (Chiq.I) blokida bajariladi. Ekspert sistemaning (ES) namunaviy strukturasi 3.2-rasmda taqdim etilgan.



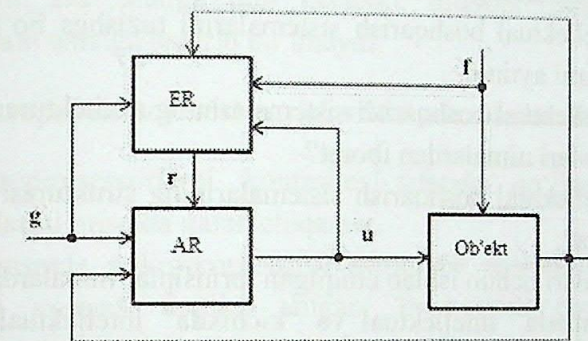
3.1-rasm. "Kattada" intellektual IBSning sxemasi.



3.2-rasm. Ekspert sistema.

O'qish (o'rganish) va holatning rivojlanishini prognozlash mexanizmlari bilan qo'shimcha qilingan ekspert sistemali IBSlar (3.1-rasm) intellektual boshqarishning beshta prinsiplari qanoatlantiradi va demakki, "kattada" intellektual sistema hisoblanadi.

Oxirgi vaqtlarda bilimlar injeneriyasi va bilimlar asosida fikrlash texnologiyalaridan foydalanuvchi ekspertli rostlagichi bo'lgan IBSlarini yaratish bo'yicha jadal tadqiqotlar olib borilmoqda. Bunday sistemalarda (3.3-rasm) ham, adaptiv sistemalardagi kabi (2.1-rasmga qarang) boshqarishning asosiy konturidan (asosiy rostlagich AR – obyekt) tashqari, ichiga soddalashtirilgan ekspert sistema (ekspert rostlagich – ER) kiritilgan intellektual teskari aloqa mavjud. Ekspert sistema bunda boshqarish masalalarini yechishga yo'naltirilgan, shuning uchun unda namunaviy ekspert sistemalar uchun ba'zi spetsifik bloklar, masalan, tushuntirish ostsistemalari yo'q. Ekspertli rostlagich asosiy rostlagich ARning parametrlarini tashqi muhitning va obyekt xulqining o'zgarishlariga bog'liq holda avtomatik o'zgartiradi.



3.3-rasm. Ekspert rostlagichli IBSning funksional sxemasi.

Ekspert rostlagichni realizatsiya qilishda asosiy muammo, tashqi muhitning va boshqarish obyektining parametrlari o'zgarishi sharoitlaridagi ABSning dinamik xossalarini analiz qilish natijasida olinadigan bilimlar bazasini shakllantirish hisoblanadi. Umuman aytganda, bilimlar bazasini shakllantirish va chiqarishning effektiv mexanizmlarini tashkil etish ixtiyoriy ekspert sistemaning ishlanmasida kerak, ammo, ekspert rostlagich uchun ABSlarga qo'yilgan ba'zi spetsifik talablar bilan muammo murakkablashadi. Xususan, IBS yuqori tezkorlikka;

boshqarish maqsadlariga muvofiq qarorlarni qidirish va qabul qilish samaradorligiga; to'liq bo'lmagan kirish informatsiyalari sharoitida sistemaning effektiv ishlashini ta'minlash qobiliyatiga ega bo'lgan yuqori ishonchlilikka; bilimlarning mos fragmentlarida chiqarishning turli ostsistemalarini ulashni nazarda tutadigan egiluvchanlikka ega bo'lishi kerak.

Nazorat savollari

1. Insonning ijodiy funksiyalarini modellashtirish mumkinmi? Mumkin bo'lsa, ularga misollar keltiring.

2. Intellektual boshqarish sistemalarining avtomatik boshqarish sistemalarining oldingi turlaridan bosh farqi nimada?

3. Intellektual boshqarish sistemalarini tuzishga bo'lgan asosiy yondashuvlarni ayting.

4. Intellektual boshqarish sistemalarining arxitekturasini va asosiy tarkibiy qismlari nimalardan iborat?

5. Intellektual boshqarish sistemalarining strukturasi qanday va vazifasi nima?

6. IBSlari uchun ishlab chiqilgan prinsiplar nimalardan iborat.

7. "Kattada" intellektual va "kichikda" intellektual sistemalar deganda nimani tushunish kerak?

8. "Kattada" intellektual sistemalarning xususiyatlari nimalardan iborat?

4-bob. MIKROPROTSESSOR ROSTLASH SISTEMALARIDA BOSHQARUVCHI QURILMA SIFATIDA

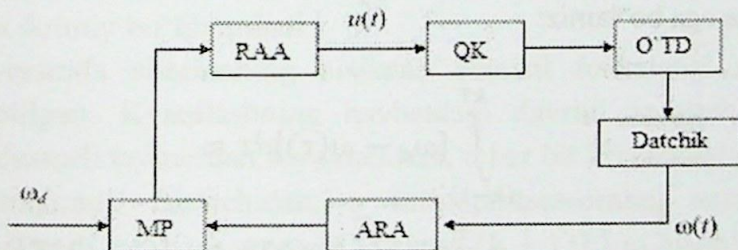
Zamonaviy avtomatik boshqarish sistemalarida boshqaruvchi qurilmalarni (rostlagichlar) realizatsiya qilish qoidaga ko'ra, tezkorligi nisbatan past bo'lgan mikroprotsektor ko'rinishida amalga oshiriladi. Bu holat raqamli sistemalarda taymer tomonidan beriladigan kvantlash davriga cheklov qo'yadi. Bu, boshqarishni tashkil etish bo'yicha ko'p hisoblashlarni amalga oshiriladigan optimal va adaptiv boshqarish sistemalarida alohida aktual.

Mikroprotsektor bilan bog'liq yana bir cheklov – bu sonlarni taqdim etish uchun razryadlar soni. Arzon mikroprotsektorlarning ko'pchiligi 8-bitli so'zlar bilan ish ko'radi, bu faqat 256 sathli ajratishni ta'minlaydi. Bu shunga olib keladiki, mikroprotsektorda hamma sonlarni ham amalga oshirib bo'lmaydi.

4.1. Mikroprotsektor boshqarish sistemalarida kontroller sifatida

Mikroprotsektorlarni kontroller sifatida qo'llashning ayrim xususiyatlarini misolda qarab chiqamiz.

4.1-rasmda mikroprotsektorli avtomatik rostlash sistemasining strukturali sxemasi taqdim etilgan. Boshqarish obyekti sifatida o'zgarmas tok dvigateli (O'TD) tanlangan. Dvigatel valining aylanish tezligini o'zgarmas qilib saqlab turish talab etiladi.



4.1-rasm. Mikroprotsektorli sistemaning funksional sxemasi.

Sistemaning uzluksiz qismi quvvat kuchaytirgich (QK), o'zgarmas tok dvigateli va datchik (analog kirishli taxogenerator) larni o'z ichiga oladi. Analogli qismi mikroprotssessor (MP) ARA (analog raqamli aylantirgich) va RAA (raqam analogli aylantirgich) bilan bog'langan. Boshqarish maqsadi bo'lib, O'TD valining aylanish tezligi $\omega(t)$ ni berilgan tezlik ω_d ning qiymatiga teng qilib ushlab turishdan iborat.

Mikroprotssessor proporsional-integralli (PI) boshqarish qonunini amalga oshirayotgan bo'lsin. Uzluksiz variantda bu boshqaruvchi ta'simi ushbu formula bo'yicha shakllantirishni anglatadi:

$$u(t) = k_p e(t) + k_I \int e(\tau) d\tau, \quad (4.1)$$

bu yerda, $e(t) = \omega_d - \omega(t)$ – xatolik signali, k_p va k_I lar esa ba'zi o'zgarmas koeffitsiyentlar.

(4.1) ifodadagi integral

$$x(t) = \int_{t_0}^t [\omega_d - \omega(\tau)] d\tau + x(t_0), \quad (4.2)$$

bu yerda, t_0 – vaqtning boshlang'ich momenti.

(4.2) ifodani hisoblash uchun sonli integrallashning ixtiyoriy metodini, faraz qilaylik, trapetsiya metodidan foydalanish mumkin. Bunday bo'lganda, $t = kT, t_0 = (k-1)T$ deb olib, $k = 1, 2, \dots$ uchun ushbuga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned} \int_{(k-1)T}^{kT} [\omega_d - \omega(\tau)] d\tau &\approx \\ &\approx \omega_d T - \frac{T}{2} (\omega(kT) + \omega[(k-1)T]) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Shunday qilib, (4.3) formuladagi integralni $t = kT$ uchun hisoblash berilgan tezlik ω_d , $\omega(kT)$ va $\omega[(k-1)T]$ larning qiymatlari bo'yicha bajarilishi mumkin. Biroq, integralni (4.3) formula bo'yicha hisoblash bir onda amalga oshirilmaydi – mikroprotsessorga buning uchun chekli vaqt kerak bo'ladi, ya'ni, kirish berilganlari $\omega(kT)$ va $\omega[(k-1)T]$ ga ega bo'lib, integralni hisoblash natijasini vaqtning $t = kT$ momentida emas, balki biron kechikish bilan olamiz. Bu kechikishni, integrallash ostdasturini mikroprotsessor tomonidan bajarish uchun zarur bo'lgan hamma vaqtli intervallari yig'indisini olib, baholash mumkin. Aniqlik uchun faraz qilamiz, hisoblash uchun kechikish vaqti kvantlashning bitta davri T ga teng. Shunday qilib, (4.3) formulaning o'ng tomoni integralni hisoblashning $t = (k+1)T$ vaqt momentidagi natijasini taqdim etadi, (4.2) ifoda diskret shaklda ushbu ko'rinishga ega:

$$x[(k+1)T] = \omega_d T - \frac{T}{2} \omega(kT) + \frac{T}{2} \omega[(k-1)T] + x(kT) \quad (4.4)$$

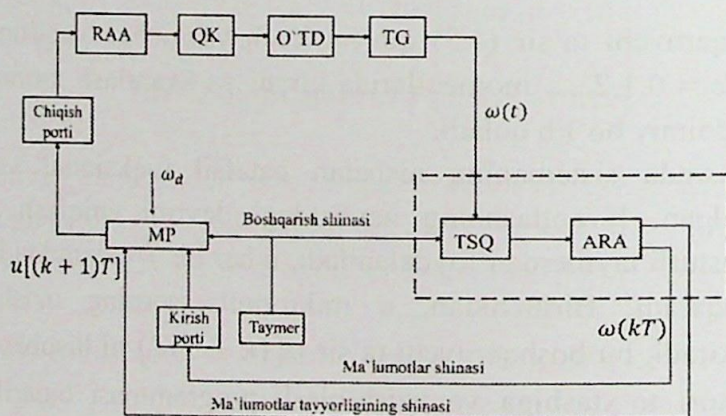
Yakunda (4.1) ifodadan (4.4) ni hisobga olgan holda quyidagiga ega bo'lamiz:

$$u((k+1)T) = k_p(\omega_d - \omega(kT) + k_I x(\omega_d \omega_d(k+1)T)) \quad (4.5)$$

Boshqaruvchi ta'sir (4.5) quvvat kuchaytirgichga vaqtning $t = (k+1)T$, $k = 0, 1, 2, \dots$, momentlarida kiradi va kvantlash momentlari oralig'ida doimiy bo'lib qoladi.

4.2-rasmda sistemaning nisbatan batafsil funksional sxemasi taqdim etilgan. Kvantlashning navbatdagi davrini aniqlash uchun analogli dasturli taymerdan foydalaniladi, u har bir T sekundda impuls ishlab chiqaradi. Birinchidan, u mikroprotsessorning uzish-ulash shinasiga kiradi, bu boshqaruvchi ta'sir $u((k+1)T)$ ni hisoblashning ishchi dasturi to'xtashiga va uzish-ulash programmasi bajarilishiga (berilgan holda bu boshqaruvchi ta'sir $u((k+1)T)$ ning navbatdagi

qiymatini chiqarish programmasi bo'lad) olib keladi. Keyin $u((k+1)T)$ boshqarish RAAGA kiradi, uning chiqishidan analogli signal quvvat kuchaytirgich orqali o'zgarmas tok dvigateliga ta'sir qiladi. Ikkinchidan, taymerdan chiqqan signal boshqarish shinasini bo'ylab ARA tarkibiga kiruvchi tanlash va saqlash qurilmasiga (TSQ) borib tushadi. Bunda taxogenerator (TG) tomonidan o'lchanadigan O'TD valining oniy aylanish tezligi $\omega(t)$ vaqt bo'yicha kvantlanadi va kvantlashning bitta davri T ichida "muzlatib qo'yiladi". So'ngra ARA $\omega(kT)$ ning qiymatini sath bo'yicha (amplituda bo'yicha) kvantlaydi va olingan signalni mos ikkilik kod bilan kodlaydi. Bularning hammasiga ma'lum vaqt talab etiladi. ARAning chiqishida diskret berilganlar tayyor bo'lishi bilan, ARA bu haqda (berilganlarning tayyorlik (hosirlik) shinasini bo'yicha) mikroprotsessorga xabar beradi. Berilganlarning tayyorligi shinasini mikroprotsessorning uzish-ulash shinasini bilan ulanishi mumkin (rasmda ko'rsatilmagan) va ARAdan signal bo'yicha $\omega(kT)$ ning qiymati ikkilik son ko'rinishida protsessorga berilganlar shinasini bo'yicha borib tushadi. $u((k+1)T)$ ning navbatdagi qiymatini hisoblangandan so'ng, protsessor taymerdan hisoblangan boshqarishni chiqarish uchun navbatdagi signalni kutadi. Keyin hammasi takrorlanadi.



4.2-rasm. Aniqligi ko'proq funksional sxema.

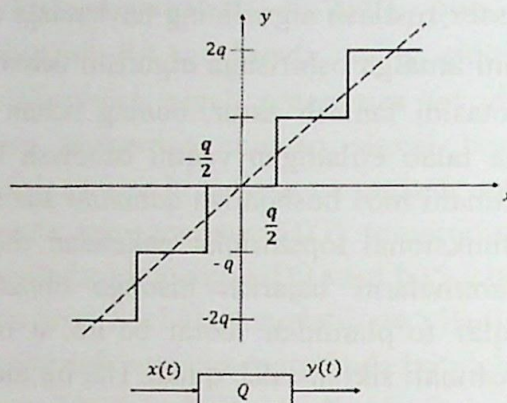
Mikroprotsessor rostlash signalining navbatdagi qiymati $u((k + 1)T)$ ni hisoblashni amalga oshirishga ulgurishi uchun, taymerni mos uzish-ulash chastotasini tanlash zarur, buning uchun esa mikroprotsessor hisoblashga talab etiladigan vaqtni baholash kerak. Hisoblash vaqtining programmani mos boshqarish qonunini analiz qilib aniqlash mumkin, bunda funksional topshiriqlar paketidan chaqirish mumkin bo'lgan ostprogrammalarini bajarish hisobga olinadi. Programma, ma'lumki, buyruqlar to'plamidan iborat bo'lib, u o'zini bajarilishi uchun ma'lum mashinali sikllar talab qiladi. Har bir mashinali sikl, o'z navbatida, ma'lum mashinali holatlar talab etadi. Mikroprotsessor tomonidan konkret buyruqni bajarish vaqti umumiy mashinali holatlar soniga proporsional, mikroprotsessor bu buyruqlarni bajarayotganida shu holatlardan o'tadi va uni bu berilgan mikroprotsessor bo'yicha mos ma'lumotnomalardan topish mumkin. Bu informatsiyani e'tiborga olib, programmani bajarish uchun zarur bo'lgan umumiy vaqtni topish qiyin emas: buning uchun bor programmani hammasini buyruqdan buyruqqacha analiz qilib chiqiladi, bunda mashinali holatlar sonini yoki ularni bajarish vaqtlarini qo'shib chiqiladi.

Rostlashning mikroprotsessorli sistemasini qarab chiqish misolida rostlagichni tavsiflash boshqayoq differensial tenglama bilan taqdim etilgan edi. Variant sifatida raqamli rostlagich o'zining diskret uzatish funksiyasi $D(z)$ ni berishi mumkin.

4.2. Sath bo'yicha kvantlashning ta'siri

Mikroprotsessorda sonlarni taqdim etish uchun ajratilgan mashina razryadlarining miqdori nisbatan oz bo'lganligi, raqamli sistemalarda signallarni sath bo'yicha kvantlash bilan bog'liq effektlarni hisobga olish zaruriyatiga olib keladi.

Sath bo'yicha kvantlovchining statistik xarakteristikasi va uning strukturali sxemasi 4.3-rasmda keltirilgan.



4.3-rasm. Sath bo'yicha kvantlovchi.

Kvantlovchi Q ning kirish signali $x(t)$ ixtiyoriy signallarni qabul qilishi mumkin (amplituda bo'yicha uzluksiz signal), chiqish signali $y(t)$ esa $-x(t)$ ga yaqin va kvantlash qadamlari q ga karrali kattaliklar bo'lgan faqat diskret qiymatlar qabul qiladi. Kvantlash qadami sonning maksimal qiymati (SMQ) ga va raqamli kod bilan taqdim etiladigan ushbu so'zning uzunligiga bog'liq:

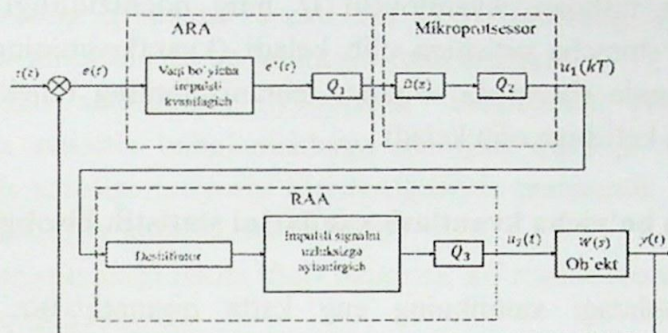
$$q = 2^{-N} SMQ,$$

bu yerda, N – ikkilik razryadlar (bitlar) soni.

Tushunarliki, kvantlash xatoligi (ya'ni $x(t) - y(t)$ farq), $-q/2$ dan to $+q/2$ gacha bo'lgan intervalda yotadi.

Qat'iy aytganda, 4.3-rasmda tasvirlangan chiziqli bo'lmagan qurilmalar, hatto, mikroprotsessorli bir konturli sodda sxemada ham, kamida uchta (4.4-rasmga qarang): bu ARAning, mikroprotsessorning va RAA ning noxiziqliklari.

Bunday sistemani tadqiq etish favqulodda murakkab, shu sababli, odatda, ARA va RAAlarning noxiziqliklarini e'tiborga olmay, masalani soddalashtiradilar. Bunday bo'lganida strukturali sxema 4.5-rasmda taqdim etilgan ko'rinishni oladi.

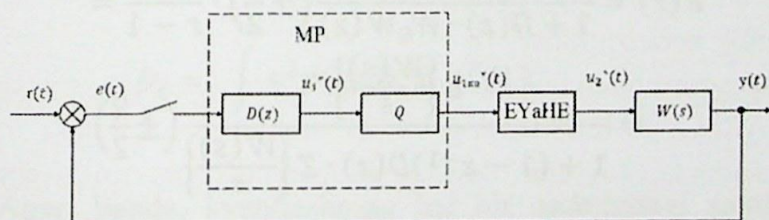


4.4-rasm. Mikroprotsessorli sistemaning strukturali sxemasi.

4.5-rasmda diskret signalni filtri sifatida, odatdagi kabi, uzatish funksiyasi ushbu bo'lgan eng yaxshi holat elementi (EYaHE)dan foydalanilgan:

$$W_0(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}.$$

MPda sonlarni taqdim etishdagi cheklovlar boshqarish qonunini amalga oshirishda noaniqliklarga olib keladi. Buning sababi bo'lib, boshqariladigan jarayonning uzatish funksiyasini nollari va qutblarini to'liq bo'lmagan kompensatsiyasi hisoblanadi (o'tish jarayoni chekli vaqtli sistemalarni sintezlashda) yoki teskari aloqa matritsasini noaniq berish (holat bo'yicha teskari aloqali sistemani sintezlashda) hisoblanadi. Uzatish funksiyasining alohida koeffitsiyentlari ham noaniq berilishlari mumkin. Bularning hammasi qo'shimcha xatoliklar keltirib chiqaradi, ularni analiz va hisobga olish talab etiladi.

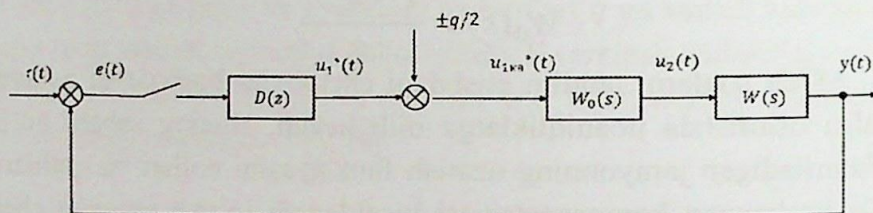


4.5-rasm. Raqamli sistemaning soddalashtirilgan strukturali sxemasi.

Bundan tashqari, kvantlovchi Q ning noxiziqiligi umumiy xatoning qo'shimcha ortishiga olib keladi (kvantlovchining xatolari hisobiga) hamda sistemada so'nmas tebranishlarning (chekli sikllarning) yuzaga kelishiga olib keladi.

4.3. Sath bo'yicha kvantlash xatolarini statistik hisobga olish

Kvantlashdagi xatolikning eng katta qiymati, biz yuqorida aniqladikki, $\pm q/2$ ga teng. Shu sababli, 4.5-rasmda taqdim etilgan raqamli sistemada, sath bo'yicha kvantlashdan kelib chiqadigan "eng yomon" xatolikni, Q kvantlovchini $\pm q/2$ amplitudali tashqi shovqin manbayiga almashtirib, aniqlash mumkin. Bunday almashtirishda ekvivalent sxema 4.6-rasmda taqdim etiladi.



4.6-rasm. Kvantlash xatoligini statistik hisobga olish.

4.6-rasmdagi sxema asosida sath bo'yicha kvantlashdan kelib chiqqan maksimal xatolikning z – tasviri quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned}
 E(z) &= \frac{W_0 W(z)}{1 + D(z) \cdot W_0 W(z)} \left(\pm \frac{q}{2} \right) \cdot \frac{z}{z - 1} = \\
 &= \frac{Z \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\}}{1 + (1 - z^{-1}) D(z) \cdot Z \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\}} \left(\pm \frac{q}{2} \right) \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

Xatoning qiymatini o'zini esa (4.6) ifodaning o'ng tomonini teskari z – almashtirish bo'yicha aniqlash mumkin.

Ba'zan xatolikning "yuqoridan" baholanishi yetarli bo'lmay qoladi va statistik baholanishlarga murojaat qilishga to'g'ri keladi. Kvantlash xatoligi ixtiyoriy kirish signalida matematik kutilishli nol bo'lgan tasodifiy kattalik hisoblanadi.

Agar, quyidagi ikkita shart bajarilsa, ko'rsatish mumkin-ki:

$$1) \quad q \leq SMQ/8,$$

2) signalning taqsimot zichligi $u_1^*(t)$ – silliq funksiya (masalan, Gauss taqsimot funksiyasi), shunday bo'lsa, $-q/2$ dan, to $+q/2$ gacha bo'lgan intervalda joylashgan kvantlash xatoligining hamma qiymatlari $\varepsilon = u_1^* - u_{1kv}^*$ teng ehtimolli, ya'ni $p(\varepsilon)$ xatolik taqsimotining zichligi $-q/2$ dan to $+q/2$ gacha bo'lgan diapazonda doimiy:

$$p(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{1}{q}, & |\varepsilon| \leq \frac{q}{2} \text{ bo'lganida,} \\ 0, & |\varepsilon| > \frac{q}{2} \text{ bo'lganida.} \end{cases} \quad (4.7)$$

Birinchi shart har doim bajariladi, nimaga deganda, u MP da sonlarni taqdim etish uchun razryadlar soni 3 dan kichik emasligini bildiradi. Ikkinchi shart ham o'rinli, negaki, qoidaga ko'ra, aksinchasini faraz qilishga hech qanday asos yo'q.

(4.7) taqsimot bo'lganida xatolik dispersiyasi, ehtimollar nazariyasidan ma'lumki, ushbuga teng:

$$D_\varepsilon = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon = q^2/12 \quad (4.8)$$

Agar, bunda, kvantlashning har bir qadamidagi xatoliklarning korrelyatsiyalanmaganligini faraz ham qilinsa, sath bo'yicha kvantla-

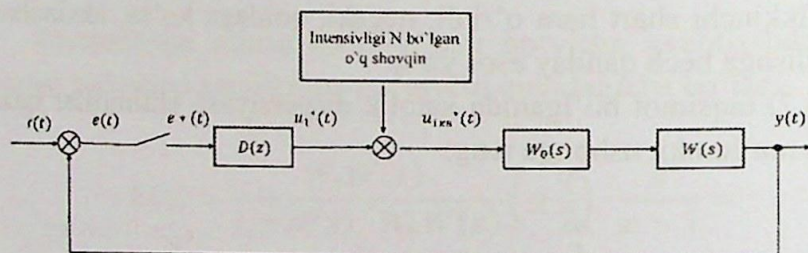
nishdan bo'lgan effektga, sistemaga qo'shimcha $N = \pi q^2 / 6\omega_s$ intensivlikdagi oq shovqinning ta'sir etishi ekvivalent. Bunday o'rin almashish shunga asoslanganki, analitik nuqtayi nazardan bu qulay, $S_u(\omega) = N$ cheksiz chastotali spektrli ideal oq shovqin raqamli sistema tomonidan (vaqt bo'yicha ω_s chastota bilan kvantlanish natijasida) spektrining kengligi $\omega_s/2$ va intensivligi N bo'lgan real oq shovqin kabi ham qabul qilinadi. Bunday real oq shovqinning spektral zichligi

$$S_p(\omega) = \begin{cases} N, & |\omega| \leq \frac{\omega_s}{2}, \\ 0, & |\omega| > \frac{\omega_s}{2}, \end{cases}$$

uning dispersiyasi D_p esa kvantlanish xatoligi dispersiyasi D_ε ga teng:

$$D_p = \frac{1}{2} N \cdot 2 \frac{\omega_s}{2} = \frac{q^2}{12} = D_\varepsilon.$$

Shunday qilib, 4.5-rasmda tasvirlangan sxemani ekvivalent sxema (statistik ma'noda) 4.7-rasmda keltirilgan sxema bilan almashtirish mumkin.



4.7-rasm. Kvantlanish xatoligini “oq” shovqin ko‘rinishida hisobga olish.

4.7-rasmda taqdim etilgan sistema chiziqli hisoblanadi va chiziqli nazariya chegaralarida tadqiq etilishi mumkin. Masalan, sath bo'yicha

kvantlanish keltirib chiqargan xatolik dispersiyasini ushbu formula bilan topish mumkin:

$$\begin{aligned}
 D_e &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_e(\varepsilon) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\omega_x}{2}}^{\frac{\omega_x}{2}} \left| \frac{W_0 W(z)}{1 + W(z)} \right|^2 \Big|_{z=e^{j\omega T}} N d\omega = \\
 &= \frac{q^2}{12\omega_s} \int_{-\frac{\omega_x}{2}}^{\frac{\omega_x}{2}} \left| \frac{W_0 W(z)}{1 + W(z)} \right|^2 \Big|_{z=e^{j\omega T}} d\omega \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

bu yerda

$$\begin{aligned}
 W_0 W(z) &= Z\{W_0(s)W(s)\} = (1 - z^{-1})Z\frac{W(s)}{s}, W(z) \\
 &= D(z)W_0 W(z).
 \end{aligned}$$

(4.9)ning o'ng tomonidagi integralni hisoblash uchun quyidagi munosabatlarga muvofiq psevdochastota ω_w ga o'tish qulay:

$$e^{j\omega T} = z = \frac{1 + j\omega_w}{1 - j\omega_w} \quad (4.10)$$

(4.10) ifodaning o'ng va chap qismlarini differensiallab, $d\omega$ ni topamiz:

$$d\omega = \frac{2}{T} \cdot \frac{d\omega_w}{|1 + j\omega_w|^2} \quad (4.11)$$

(4.11) ifodani (4.9) formulaga qo'yib va ω_w o'zgaruvchiga o'tib, ushbuni olamiz:

$$D_e = \frac{q^2}{12\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{W_0 W(j\omega_w)}{1 + W(j\omega_w)} \right|^2 \frac{d\omega_w}{|1 + j\omega_w|^2}. \quad (4.12)$$

Oxirgi ifodadagi integralni spektral zichliklarni integrallash uchun mavjud jadvallardan foydalanib topish oson, negaki, (4.12)dagi integral osti ifoda buning uchun talab etilgan ko'rinishga keltirib bo'ladi.

4.4. Chekli siklning analizi

Yuqorida qarab chiqilgan kvantlash xatoliklarini hisobga olish metodlari, raqamli sistemada bo'lishi mumkin bo'lgan chekli siklning mavjudligidan kelib chiqadigan xatoliklarni hisobga olmaydi. Chekli sikl ko'pincha, nochiziqlilikni (odatda bitta) garmonik chiziqlantirishga asoslangan garmonik balans metodi bilan tadqiq etiladi. Garmonik chiziqlantirish metodining mohiyati, sof garmonik signalning o'tishi nuqtayi nazaridan, nochiziqlilikni, ekvivalent, signalning amplitudasiga bog'liq bo'lgan kompleks (umumiy holda) uzatish koeffitsiyentli $K(A)$ (bu koeffitsiyent garmonik chiziqlantirish koeffitsiyenti deb ataladi) chiziqli bo'g'in bilan almashtirishdan iborat.

Garmonik balans metodini qo'llash, sistemaning chiziqli qismi faqat mumkin bo'lgan avtotebranishlarning asosiy chastotasini (birinchi garmonikani) o'tkazadi (filtr gipotezasi).

Nochiziqli sistemada avtotebranishlar mavjud bo'lishining zaruriy shartlaridan biri – bu shuki, yopiq konturning ixtiyoriy nuqtasida tebranishlarning davri, signal bu nuqtaga kontur bo'yicha o'tib bo'lganidan so'ng qaytganida, o'zgarmasligi kerak (nomi shundan kelib chiqqan - balans metodi). Tushunarliki, vaqt bo'yicha davriy kvantlanishli sistemada bu shartning bajarilishi, faqat, agar, chekli siklda avtotebranishlar davri kvantlanish davrlaridan butun sondagisini o'z ichiga olsa, shunda ham ikkitadan kam bo'lmagan, bo'lgan holda mumkin xolos. Shu sababli, bu berilgan masalani yechishda avtotebranishlar davri T_r nisbiy birliklarda – kvantlash davri T da o'lchanadi:

$$\overline{T_r} = T_r/T,$$

bu yerda, $\overline{T_r}$ – nisbiy davr.

Avtotebranishlarning nisbiy chastotasi $\overline{\omega_r}$ ushbu formula bilan ifodallanadi

$$\overline{\omega_r} = \frac{2\pi}{\overline{T_r}} = \frac{2\pi}{T_r} = \omega_r T = \frac{\pi}{N}, \quad (4.13)$$

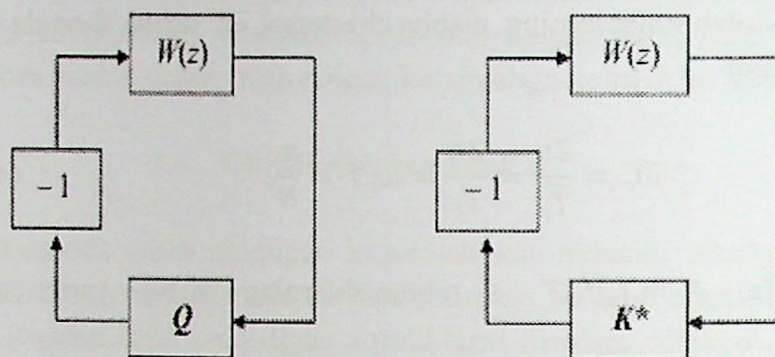
bu yerda, $N = T_r/2T$ – tebranishlarning nisbiy yarim davri, $N = 1, 2, \dots$

Raqamli sistemalarda vaqt bo'yicha kvantlanishning mavjudligi garmonik chiziqlantirish koeffitsiyentining xulqiga ayrim xususiyatlar kiritadi: u nafaqat avtotebranishlarning amplitudasi A_r ga bog'liq ekan, balki, nisbiy chastota $\overline{\omega_r}$ ga (yoki N ga) ham bog'liq ekan. Garmonik chiziqlantirish koeffitsiyenti, avtotebranishlarning boshlang'ich fazasini signalni vaqt bo'yicha kvantlash momentiga (kalitni ulash momentiga) nisbatan siljishini xarakterlovchi φ_r fazaga ham bog'liq ekan.

Nochiziqlilik statistik xarakteristika $y = f(x)$ bilan tavsiflansin. Bunday bo'lganda impulsli garmonik chiziqlantirishning koeffitsiyentini hisoblashning standart protsedurasi ushbu formulaga keltiriladi:

$$K^*(A_r, \varphi_r, N) = \frac{2}{A_r N} \sum_{n=1}^{N-1} f \left[A_r \cos \left(\frac{\pi}{N} n + \varphi_r \right) \right] \cdot e^{-j \left(\frac{\pi}{N} n + \varphi_r \right)} \quad (4.14)$$

4.5-rasmda tasvirlangan sistemani ushbu ko'rinishda taqdim etamiz (4.8,a -rasm):



4.8-rasm. Nochiziqlilikka ega sistema.

4.8-rasmda $W(z)$ bilan chiziqli qismning ekvivalent uzatish funksiyasi belgilangan:

$$W(z) = D(z)W_0W = (1 - z^{-1})D(z)Z \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\}.$$

Nochiziqli bo'g'in Q ni garmonik chiziqlantirishdan o'tkazib, unga ekvivalent chiziqli sistemani olamiz (4.8,b-rasm), bu yerda impulsli garmonik chiziqlantirishning koeffitsiyentini (4.14) formula bo'yicha hisoblash mumkin. Chiziqli sistemada so'nmas tebranishlarning mavjudligi, bunday sistemaning turg'unlikni tebranuvchan chegarasida turganligi bildiradi. Sistemaning turg'unlik chegarasida bo'lish shartini turg'unlikning ixtiyoriy mezoni yordamida topish mumkin, masalan, Naykvist mezoni bo'yicha yopiq sistema turg'unlik chegarasida bo'ladi, agarda, ochiq holatda AFChX $(-1, j0)$ nuqta orqali o'tsa, ya'ni ushbu shart bajarilsa

$$K^*(A_r, \varphi_r, N)W \left(j \frac{\pi}{N} \right) = -1 \quad (4.15)$$

bu yerda, $W\left(j\frac{\pi}{N}\right) = W(z)$, o'rniga qo'yishlardan so'ng ((4.13) ga muvofiq): $z = e^{-j\omega T}$, $\omega = \overline{\omega}_r/T$, $\overline{\omega}_r = \pi/N$.

(4.15) tenglamani ushbu ko'rinishda taqdim etish:

$$W\left(j\frac{\pi}{N}\right) = -\frac{1}{K^*(A_r, \varphi_r, N)} = -M^*(A_r, \varphi_r, N)$$

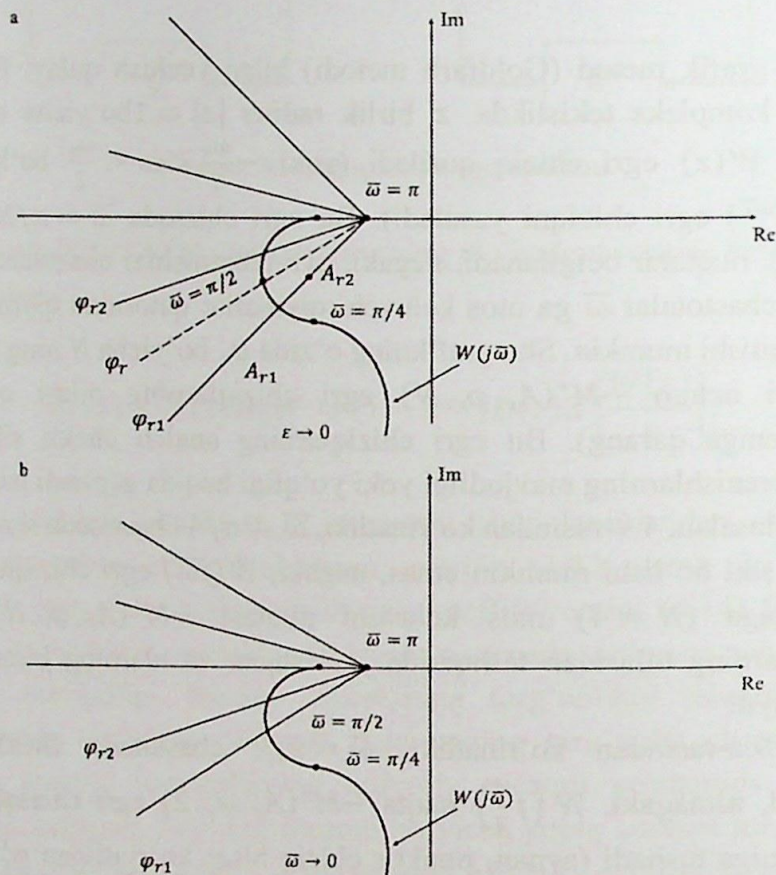
va uni grafik metod (Goldfarb metodi) bilan yechish qulay. Buning uchun kompleks tekislikda z birlik radius $|z| = 1$ bo'yicha o'zgar-ganida $W(z)$ egri chiziq quriladi (yoki $-\frac{\omega_s}{2} < \omega < \frac{\omega_s}{2}$ bo'lganida $W(e^{-j\omega T})$ egri chiziqni yasaladi). Bu egri chiziqda $\overline{\omega} = \pi/N$ ($N = 1, 2, \dots$), nuqtalar belgilanadi, negaki, avtotebranishlar chastotasi faqat nisbiy chastotalar $\overline{\omega}$ ga mos keluvchi qiymatlar qatoridan qiymatlarni qabul qilishi mumkin. Shu grafikning o'zida φ_r bo'yicha N ning har bir qiymati uchun $-M^*(A_r, \varphi_r, N)$ egri chiziqlarning oilasi quriladi (4.9-rasmga qarang). Bu egri chiziqlarning analizi chekli sikllarda avtotebranishlarning mavjudligi yoki yo'qligi haqida gapiradi ham.

Masalan, 4.9-rasmdan ko'rinadiki, $\overline{\omega} = \pi/4$ chastotada sistemada chekli sikl bo'lishi mumkin emas, negaki, $W(j\overline{\omega})$ egri chiziqning bu chastotaga ($N = 4$) mos keluvchi nuqtasi $-M^*(A_r, \varphi_r, N)$ egri chiziqlarning oilasidan tashqarida joylashgan va ularning birortasiga tushmaydi.

4.9,a-rasmdan ko'rinadiki, $\overline{\omega} = \pi/2$ chastotada chekli sikl mavjud, nimagaki, $W\left(j\frac{\pi}{2}\right)$ nuqta $-M^*(A_r, \varphi_r, 2)$ egri chiziqlarning maydoniga tushadi (aynan, punktir chiziq bilan ko'rsatilgan φ'_r fazali egri chiziqqa tushadi). Bu chekli sikl turg'un bo'ladi, agar $A_{r1} > A_{r2}$ bo'lsa. Avtotebranishlarning amplituda va fazasini hisoblash mumkin, agar masalan, chiziqli interpolatsiyadan foydalanilsa.

Garmonik chiziqlantirish koeffitsiyentini (4.14) formula bo'yicha hisoblaganda 4.3-rasmdagi pog'onali nochizizlikni releli nochizizliklar yig'indisi sifatida taqdim etish qulay (4.10-rasmga qarang).

Bayon etilgandan ma'lumki, chekli siklni tadqiq etish katta hajmdagi hisoblash va grafik operatsiyalarni amalga oshirishni taqozo etadi, bunda ijobiy natija (ya'ni sistemada avtotebranishlarning mavjudligi) ishlanma avtorini qanoatlantirmaydi. Shuning uchun avtotebranishsiz sistemani qurish masalasi qiziqish uyg'otadi.



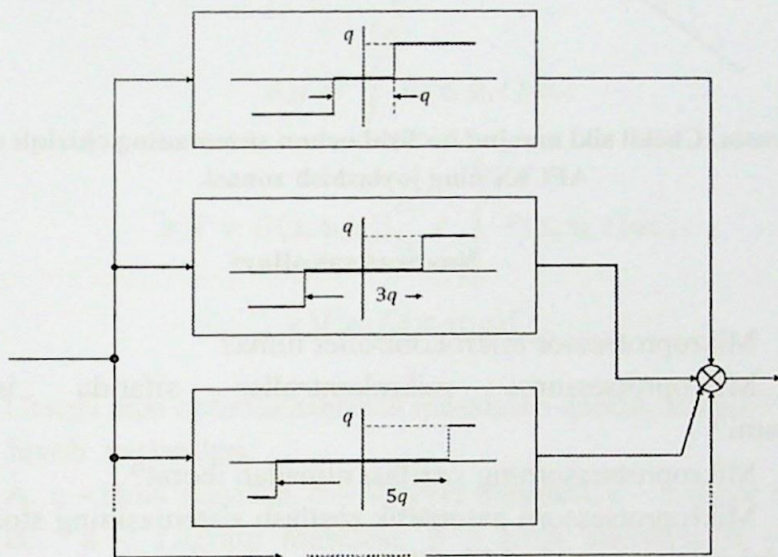
4.9-rasm. Chekli siklning parametrlarini aniqlash:

- $N = 2$ uchun $-M^*(A_r, \varphi_r, N)$ egri chiziqlar oilasi,
- $N = 4$ uchun $-M^*(A_r, \varphi_r, N)$ egri chiziqlar oilasi.

Sistemada chekli sikllar bo'lmaydi, agar $W\left(j\frac{\pi}{N}\right)$ va $-M^*(A_r, \varphi_r, N)$ egri chiziqlar kesishmasalar, ular aniq kesishmaydi,

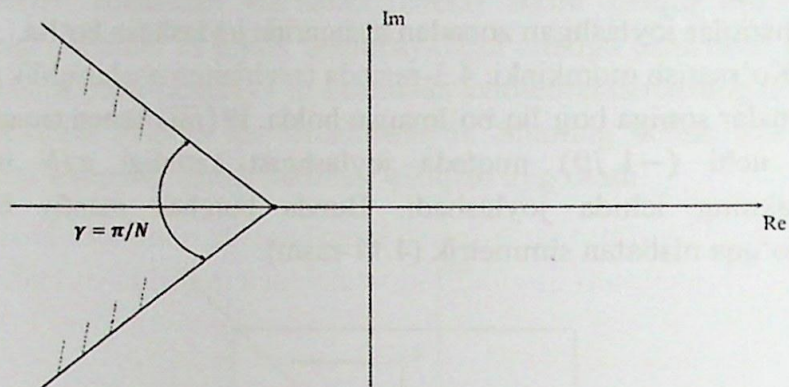
agar, $W(j\omega)$ egri chiziq A_r, φ_r va konkret N uchun $-M^*(A_r, \varphi_r, N)$ egri chiziqlar joylashgan zonadan tashqarida joylashgan bo'lsa.

Ko'rsatish mumkinki, 4.3-rasmda tasvirlangan nohiziqlilik uchun, pog'onalar soniga bog'liq bo'lmagan holda, $W(j\omega)$ uchun taqiqlangan zona, uchi $(-1, j0)$ nuqtada joylashgan kattaligi π/N bo'lgan burchakning ichida joylashadi. Bunda burchak manfiy haqiqiy yarimo'qqa nisbatan simmetrik (4.11-rasm).



4.10-rasm. Kvantlashning nohiziqligini releli xarakteristikalar ko'rinishida taqdim etish.

Raqamli sistemada chekli siklni tadqiq etishda shuni esda tutish kerakki, hatto, agar chekli sikl kuzatilsa ham, u kichik amplitudaga ega bo'lishi mumkin va bunday sistemada boshqarish sifatiga salbiy ta'sir etishi mumkin.



4.11-rasm. Chekli sikl mavjud bo'lishi uchun sistemaning chiziqli qismi AFChX ning joylashish zonasi.

Nazorat savollari

1. Mikroprotsessor mikrokontroller nima?
2. Mikroprotsessorni mikrokontroller sifatida ishlatish mumkinmi?
3. Mikroprotsessorning vazifasi nimadan iborat?
4. Mikroprotsessorli avtomatik rostlash sistemasining strukturali sxemasini chizing va uni tahlil qiling.
5. Mikroprotsessorda sonlarni qanday taqdim etiladi?
6. MPda sonlarni taqdim etishdagi cheklovlarning sababi nima?
7. Kvantlash xatoliklari qanday qilib e'tiborga olinadi?
8. Mikroprotsessorning doimiy xotirasida zaruriy saqlanadigan narsa nima?

5-bob. AVTOMATIK BOSHQARISHNING OPTIMAL VA ADAPTIV SISTEMALARI BO'YICHA TESTLI MASALALAR

5.1. Optimal boshqarish masalalarini klassifikatsiyalash va yechish metodlari

5.1.1. Optimal boshqarish masalalarida optimallashtiriluvchi funksional quyidagi ko'rinishlardan birida yoziladi:

$$a) I = \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt;$$

$$b) I = G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt;$$

$$c) I = G(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \Big|_{t_0}^{t_f}.$$

Ularga mos optimallashtirish masalalari qanday ataladi?

Javob variantlari:

A. a – Bols masalasi, b – Mayyer masalasi, c – Lagranj masalasi;

B. a – Lagranj masalasi, b – Bols masalasi, c – Mayyer masalasi; +

C. a – Mayyer masalasi, b – Lagranj masalasi, c – Bols masalasi;

D. a – Bols masalasi, b – Mayyer masalasi, c – Eyler masalasi.

5.1.2. Sistemani tezkorlik bo'yicha optimallashtirilganda funksional qanday ko'rinishda yoziladi?

Javob variantlari:

$$1) J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_j c_j |u_j| \right) dt;$$

$$2) J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_j c_j u_j^2 \right) dt;$$

$$3) J = \int_{t_0}^{t_f} dt;$$

$$4) J = \int_{t_0}^{t_f} t dt;$$

$$5) J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_j c_j x_j^2 \right) dt.$$

5.1.3. Sistema yoqilg'ini sarflash bo'yicha optimallashtirilganda funksional qanday ko'rinishda yoziladi?

Javob variantlari:

$$1) J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_j c_j |u_j| \right) dt;$$

$$2) J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_j c_j u_j^2 \right) dt;$$

$$3) J = \int_{t_0}^{t_f} dt;$$

$$4) J = \int_{t_0}^{t_f} t dt;$$

$$5) J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\sum_j c_j x_j^2 \right) dt.$$

5.1.4. Sistemani tezkorlik va yoqilg'ini sarflash bo'yicha optimallashtirilganda funksional qanday ko'rinishda yoziladi?

Javob variantlari:

$$1) J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + u) dt;$$

$$2) J = \int_{t_0}^{t_f} (t + u) dt;$$

$$3) J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + ku^2) dt;$$

$$4) J = \int_{t_0}^{t_f} (t + k|u|) dt;$$

$$5) J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + k|u|) dt.$$

5.1.5. Variatsion masala izoperimetrik deb ataladi, agar ...

Javob variantlari:

1) tengliklar ko'rinishida cheklovlarga ega bo'linadi:

$$\varphi_j(x, u, t) = 0, j = \overline{1, m};$$

2) tengsizliklar ko'rinishida cheklovlarga ega bo'linadi:

$$\varphi_j(x, u, t) \leq 0, j = \overline{1, m};$$

3) integralli cheklovlarga ega bo'linadi:

$$\int_{t_0}^{t_f} \varphi_0[x, u, t] dt = b_j, \quad j = \overline{1, m}.$$

5.1.6. Variatsion masala ushbu ko‘rinishda berilgan:

$$I[x(t)] = \int_{t_0}^{t_f} f_0[x(t), \dot{x}(t), t] dt \rightarrow \text{extr},$$

$$x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f.$$

Bu masala uchun ekstremumning zaruriy sharti qanday ko‘rinishga ega?

Javob variantlari:

$$1) \frac{\partial f_0}{\partial x} + \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}} = 0;$$

$$4) \frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}} = 0;$$

$$2) \frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}} = 0;$$

$$5) \frac{\partial f_0}{\partial x} + \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}} = 0.$$

$$3) \frac{\partial f_0}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}} = 0;$$

5.1.7. Variatsion hisob masalasi uchun Eyler tenglamasini aniqlang

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [\dot{x}^2(t) - x^2(t)] dt \rightarrow \max.$$

Javob variantlari:

$$1) \dot{x} + x = 0;$$

$$4) \ddot{x} - \dot{x} = 0;$$

$$2) \ddot{x} - x = 0;$$

$$5) \ddot{x} + x = 0.$$

$$3) \ddot{x} + \dot{x} = 0;$$

5.1.8. Variatsion hisob masalasi uchun Eyler tenglamasini aniqlang

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [x^2(t) - t\dot{x}^2(t)x^2(t)]dt \rightarrow \max.$$

Javob variantlari:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $t\ddot{x} + \dot{x} + x = 0;$ | 4) $t\ddot{x} - \dot{x} + x = 0;$ |
| 2) $\ddot{x} + \dot{x} + x = 0;$ | 5) $t\ddot{x} + \dot{x} - x = 0.$ |
| 3) $\ddot{x} + \dot{x} - x = 0;$ | |

5.1.9. Sodda variatsion masala berilgan

$$J = \int f_0(x, \dot{x}, t)dt \rightarrow \min, x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f.$$

$x^*(t)$ ekstremalda qanday shart bajarilishi kerak?

Javob variantlari:

- | | |
|---|--|
| 1) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial x \partial \dot{x}} \geq 0;$ | 4) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \dot{x}^2} \leq 0;$ |
| 2) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial x \partial \dot{x}} \leq 0;$ | 5) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \dot{x}^2} \geq 0.$ |
| 3) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial x \partial \dot{x}} \neq 0;$ | |

5.1.10. Sodda variatsion masala berilgan

$$J = \int f_0(x, \dot{x}, t)dt \rightarrow \max, x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f.$$

$x^*(t)$ ekstremalda qanday shart bajarilishi kerak?

Javob variantlari:

- 1) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial x \partial \dot{x}} \geq 0;$
- 2) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial x \partial \dot{x}} \leq 0;$
- 3) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial x \partial \dot{x}} \neq 0;$
- 4) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \dot{x}^2} \leq 0;$
- 5) $\frac{\partial^2 f_0}{\partial \dot{x}^2} \geq 0.$

5.1.11. Optimal boshqarish masalasi berilgan

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f_0[x(t), u(t), t] dt \rightarrow \min,$$

$$\dot{x}(t) = u(t), x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f, x \in R^n, u \in R^n.$$

Eyler-Lagranj tenglamalari qanday ko'rinishga ega?

Javob variantlari:

- 1) $\dot{x}_i = u_i; \dot{\Psi}_i = -\frac{\partial f_0}{\partial x_i}; -\frac{\partial f_0}{\partial u_i} + \dot{\Psi}_i = 0;$
- 2) $\dot{x}_i = u_i; \dot{\Psi}_i = \frac{\partial f_0}{\partial x_i}; -\frac{\partial f_0}{\partial u_i} + \dot{\Psi}_i = 0;$
- 3) $\dot{x}_i = u_i; \dot{\Psi}_i = -\frac{\partial f_0}{\partial x_i}; \frac{\partial f_0}{\partial u_i} + \dot{\Psi}_i = 0.$

5.1.12. Optimal boshqarish masalasi berilgan

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f_0[x, u, t] dt \rightarrow \text{extr};$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t) &= f_i(x, u, t), i = \overline{1, n}; \\ x(t_0) &= x_0, x(t_f) = x_f.\end{aligned}$$

Kanonik shakldagi Eyler-Lagranj tenglamalarini aniqlang.
Javob variantlari:

$$\begin{aligned}1) \dot{x}_i &= \frac{\partial H}{\partial \Psi_i}; \Psi_i = \frac{\partial H}{\partial x_i}; \frac{\partial H}{\partial u_j} = 0; \\ 2) \dot{x}_i &= \frac{\partial H}{\partial \Psi_i}; \Psi_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}; \frac{\partial H}{\partial u_j} = 0; \\ 3) \dot{x}_i &= -\frac{\partial H}{\partial \Psi_i}; \Psi_i = \frac{\partial H}{\partial x_i}; \frac{\partial H}{\partial u_j} = 0; \\ 4) \dot{x}_i &= \frac{\partial H}{\partial \Psi_i}; \Psi_i = -\frac{\partial H}{\partial x_i}; \frac{\partial H}{\partial u_j} = 0;\end{aligned}$$

5.1.13. Optimal boshqarish masalasi berilgan

$$\begin{aligned}J &= \frac{1}{2} \int_0^2 u^2 dt \rightarrow \min; \\ \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \dot{x}_2(t) = u(t); \\ x_1(0) &= x_2(0) = 1, x_1(2) = x_2(2) = 0.\end{aligned}$$

Kanonik shakldagi Eyler-Lagranj tenglamalarini aniqlang.
Javob variantlari:

$$\begin{aligned}1) \dot{x}_1 &= x_2, \dot{x}_2 = u, \dot{\psi}_1 = -\psi_1, \dot{\psi}_2 = -\psi_2, u = \psi_2; \\ 2) \dot{x}_1 &= x_2, \dot{x}_2 = u, \dot{\psi}_1 = 0, \dot{\psi}_2 = -\psi_1, u = \psi_2; \\ 3) \dot{x}_1 &= x_2, \dot{x}_2 = u, \dot{\psi}_1 = 0, \dot{\psi}_2 = -\psi_1, u = -\psi_2; \\ 4) \dot{x}_1 &= x_2, \dot{x}_2 = u, \dot{\psi}_1 = 0, \dot{\psi}_2 = -\psi_2, u = -\psi_2;\end{aligned}$$

5.1.14. Uchlari harakatchan va fiksirlangan vaqtli sodda variatsiya masalasi berilgan

$$J = g_0[x(t_0), x(t_f)] + \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, \dot{x}, t) dt \rightarrow \text{extr.}$$

Transversallik sharti qanday ko'rinishga ega?

Javob variantlari:

- 1) $\left(\frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}}\right)_{t=t_0} = \frac{\partial g_0}{\partial x(t_0)}, \left(\frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}}\right)_{t=t_f} = \frac{\partial g_0}{\partial x(t_f)};$
- 2) $\left(\frac{\partial f_0}{\partial x}\right)_{t=t_0} = \frac{\partial g_0}{\partial x(t_0)}, \left(\frac{\partial f_0}{\partial x}\right)_{t=t_f} = \frac{\partial g_0}{\partial x(t_f)};$
- 3) $\left(\frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}}\right)_{t=t_0} = \frac{\partial g_0}{\partial x(t_0)}, \left(\frac{\partial f_0}{\partial \dot{x}}\right)_{t=t_f} = -\frac{\partial g_0}{\partial x(t_f)}.$

5.1.15. Optimal boshqarish masalasi berilgan

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (x^2 + u^2) dt \rightarrow \min;$$

$$\dot{x} = -ax + u, x(0) = x_0, x(t) \in R^1.$$

Bu masalaga maksimum prinsipini qo'llash optimallikning qanday shartlarini (zaruriylik, yetarlilik) beradi?

Javob variantlari:

- | | |
|-------------|------------------------|
| 1) zaruriy; | 3) zaruriy va yetarli; |
| 2) yetarli; | 4) ma'lumotlar kam. |

5.1.16. Optimal boshqarish masalasi berilgan

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (x^2 + u^2) dt \rightarrow \min; \dot{x} = -ax + u, x(0) = x_0, x(t) \in R^1.$$

Gamilton funksiyasini aniqlang va bu funksiyadan boshqarishni qanoatlantiradigan shartni toping.

Javob variantlari:

$$1) H = \frac{1}{2} \Psi_0(x^2 + u^2) + \Psi_1(-ax + u); u = \frac{\Psi}{\Psi_0};$$

$$2) H = \Psi_0(x^2 + u^2) + \Psi_1(-ax + u); u = \frac{\Psi}{2\Psi_0};$$

$$3) H = \frac{1}{2} \Psi_0(x^2 + u^2) + \Psi_1(-ax + u); u = -\Psi.$$

5.1.17. Optimal boshqarish masalasi berilgan

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T (x^2 + u^2) dt \rightarrow \min;$$

$$\dot{x} = -ax + u, x(0) = x_0, x(t) \in R^1.$$

Optimal boshqarishni aniqlash uchun maksimum prinsipining chegaraviy masalasini oling.

Javob variantlari:

$$1) \dot{x} = -ax + \psi, \dot{\psi} = -a\psi + x, x(0) = x_0, \psi(T) = 0;$$

$$2) \dot{x} = -a\psi + x, \dot{\psi} = a\psi + x, x(0) = x_0, \psi(T) = 0;$$

$$3) \dot{x} = -ax + \psi, \dot{\psi} = a\psi, x(0) = x_0, \psi(T) = 0;$$

$$4) \dot{x} = -ax + \psi, \dot{\psi} = -a\psi + x, x(0) = x_0, \psi(T) = -1.$$

5.1.18. Maksimum prinsipi yordamida quyidagi tenglamalar bilan tavsiflanuvchi obyektни tezkorlik bo'yicha optimal boshqarish masalasi yechilmoqda

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad \dot{x}_2 = -ax_2 + ku.$$

Gamilton funksiyasini aniqlang.

Javob variantlari:

- 1) $H = \Psi_1(-ax_2 + ku) + \Psi_2x_2;$
- 2) $H = \Psi_1(-ax_2 + ku) - \Psi_2x_2;$
- 3) $H = \Psi_1x_2 - \Psi_2(-ax_2 + ku);$
- 4) $H = \Psi_1x_2 - \Psi_2ax_2 + \Psi_3ku;$
- 5) $H = \Psi_1x_2 + \Psi_2(-ax_2 + ku).$

5.1.19. Maksimum prinsipi yordamida obyektни tezkorlik bo'yicha optimal boshqarish masalasi yechilmoqda. Gamiltonian olingan

$$H = \Psi_1x_2 - \Psi_2x_3 + \Psi_3u.$$

Agar $|u(t)| \leq 1$ bo'lsa, $u(t)$ optimal boshqarish qanday ko'rinishga ega?

Javob variantlari:

- 1) $u(t) = -\Psi_3(t);$
- 2) $u(t) = \Psi_3(t);$
- 3) $u(t) = -\text{sign}\Psi_3(t);$
- 4) $u(t) = -\Psi_3(t);$
- 5) $u(t) = |\Psi_3(t)|.$

5.1.20. Quyidagi tenglamalar bilan tavsiflanuvchi obyektning tezkorlik bo'yicha optimal boshqarish masalasi yechilmoqda

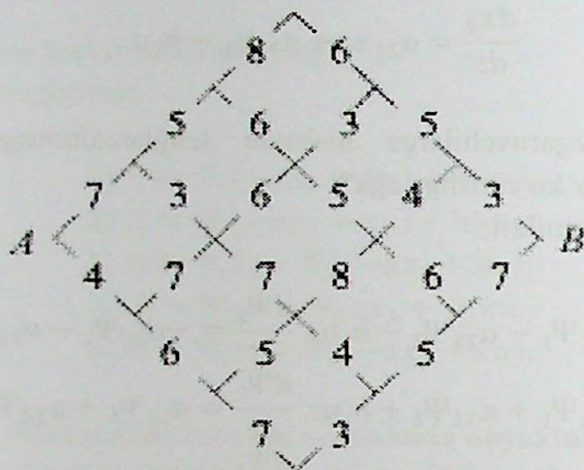
$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 - b_1u; \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 - b_2u.\end{aligned}$$

$\Psi_1\Psi_2$ o'zgaruvchilarga nisbatan tenglamalarning qo'shma sistemasi qanday ko'rinishga ega?

Javob variantlari:

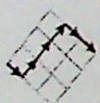
- 1) $\frac{d\Psi_1}{dt} = -a_{11}\Psi_1 - a_{21}\Psi_2 - b_1u; \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = -a_{12}\Psi_1 - a_{22}\Psi_2 - b_2u;$
- 2) $\frac{d\Psi_1}{dt} = a_{11}\Psi_1 + a_{21}\Psi_2 + b_1u; \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = a_{12}\Psi_1 + a_{22}\Psi_2 + b_2u;$
- 3) $\frac{d\Psi_1}{dt} = -a_{11}\Psi_1 - a_{21}\Psi_2; \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = -a_{12}\Psi_1 - a_{22}\Psi_2;$
- 4) $\frac{d\Psi_1}{dt} = a_{11}\Psi_1 + a_{21}\Psi_2; \quad \frac{d\Psi_2}{dt} = a_{12}\Psi_1 + a_{22}\Psi_2.$

5.1.21. 14.1-rasmdagi har bir sonlar mos kesmalar bo‘ylab o‘tishdagi “xarajatlar”ni bildiradi. Dinamik dasturlash metodidan foydalanib, A nuqtadan B nuqtaga o‘tish traektoriyasini shunday aniqlangki, uning uchun “xarajatlar” minimal bo‘lsin.

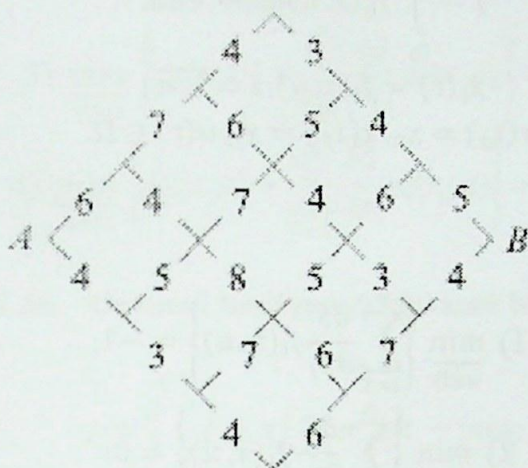


14.1-rasm.

Javob variantlari:

- 1)  2)  3)  4) sanab o‘tilganlarning birontasi ham

5.1.22. 14.2-rasmdagi har bir sonlar mos kesmalar bo'ylab o'tishdagi "xarajatlar"ni bildiradi. Dinamik dasturlash metodidan foydalanib, A nuqtadan B nuqtaga o'tish traektoriyasini shunday aniqlangki, uning uchun "xarajatlar" minimal bo'lsin.



14.2-rasm.

Javob variantlari:

- 1) 30; 2) 23; 3) 29; 4) 20; 5) 26.

5.1.23. Sistema quyidagi tenglamalar bilan tavsiflanadi:

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1u;$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_2u.$$

Uning uchun Bellmannning optimallik prinsipi bajariladimi?

Javob variantlari:

- 1) bajariladi; 2) bajariladi, agar $b_1 \neq b_2$; 3) bajarilmaydi;
4) ma'lumotlar kam.

5.1.24. Quyidagi optimal boshqarish masalasi uchun Bellman tenglamasini aniqlang:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f_0(x, u) dt \rightarrow \min,$$

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x, u), i = \overline{1, n};$$

$$x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f, u(t) \in \Omega.$$

Javob variantlari:

$$1) \min_{u \in \Omega} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(x, u) \right\} = -1;$$

$$2) \min_{u \in \Omega} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(x, u) \right\} = 0;$$

$$3) \min_{u \in \Omega} \left\{ f_0(x, u) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(x, u) \right\} = -1;$$

$$4) \min_{u \in \Omega} \left\{ f_0(x, u) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(x, u) \right\} = 0.$$

5.1.25. Quyidagi optimal boshqarish masalasi uchun Bellman tenglamasini aniqlang:

$$J = \int_0^T dt \rightarrow \min,$$

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x, u), i = \overline{1, n};$$

$$x(t_0) = x_0, x(T) = x_T, u(t) \in \Omega.$$

Javob variantlari:

$$\begin{aligned}
1) \quad \min_{u \in \Omega} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(x, u) \right\} &= -1; \\
2) \quad \min_{u \in \Omega} \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(x, u) \right\} &= 0; \\
3) \quad \min_{u \in \Omega} \left\{ f_0(x, u) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(x, u) \right\} &= 1; \\
4) \quad \min_{u \in \Omega} \left\{ f_0(x, u) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial S}{\partial x_i} f_i(x, u) \right\} &= -T.
\end{aligned}$$

5.1.26. Optimal boshqarish masalasi berilgan:

$$\begin{aligned}
J &= \int_0^T (x_1^2 + x_2^2 + u^2) dt \rightarrow \min; \\
\dot{x}_1(t) &= x_2(t), \dot{x}_2(t) = u(t); \\
x_1(0) &= x_{10}; x_2(0) = x_{20}, x_1(T) = x_2(T) = 0.
\end{aligned}$$

Bellmannning funksional tenglamasini aniqlang.

Javob variantlari:

$$\begin{aligned}
1) \quad \min_u \left\{ -x_1^2 - x_2^2 - u^2 + \frac{\partial S}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial S}{\partial x_2} u \right\} &= 0; \\
2) \quad \min_u \left\{ x_1^2 + x_2^2 + u^2 + \frac{\partial S}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial S}{\partial x_2} u \right\} &= 0; \\
3) \quad \min_u \left\{ -x_1^2 - x_2^2 - u^2 + \frac{\partial S}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial S}{\partial x_2} u \right\} &= -1; \\
4) \quad \min_u \left\{ x_1^2 + x_2^2 + u^2 + \frac{\partial S}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial S}{\partial x_2} u \right\} &= -1.
\end{aligned}$$

5.2. Javoblar

5.1.1	2	5.1.8	1	5.1.15	3	5.1.22	5
5.1.2	3	5.1.9	5	5.1.16	1	5.1.23	1
5.1.3	1	5.1.10	4	5.1.17	2	5.1.24	4
5.1.4	5	5.1.11	1	5.1.18	5	5.1.25	1
5.1.5	3	5.1.12	4	5.1.19	4	5.1.26	2
5.1.6	2	5.1.13	2	5.1.20	3		
5.1.7	5	5.1.14	3	5.1.21	4		

ASOSIY TERMINLAR VA ULARNING TA'RIFLARI

Avtotebranishlar – chiziqli bo'lmagan sistemadagi vaqt o'tishi bilan so'nmaydigan turg'un davriy harakat.

Avtomatik boshqarish – shunday boshqarishki, unda boshqaruvchi ta'sirlar inson-operatorning bevosita ishtirokisiz ishlab chiqiladi va amalga oshiriladi.

Avtonom boshqarish – shunday boshqarishki, unda boshqaruvchi ta'sirlar shunday ishlab chiqariladiki, unda har bir boshqariladigan koordinatalarning o'zgarishini boshqa boshqariluvchi koordinatalarning qiymatlarini o'zgarishidan mustaqil bo'lishi ta'minlanadi.

Adaptiv boshqarish – shunday boshqarishki, unda boshqaruvchi ta'sirlarni sistema xossalarini ekspluatasiya qilish jarayonida o'zgarishlarini, boshqaruvchi qurilmaning parametrlari, strukturasi, algoritmlarini tashqi muhitning ta'sirlari hisobiga o'zgarishlarini hisobga olib ishlab chiqariladi.

Amplituda – chastotaviy xarakteristika (AChX) – chastotaviy uzatish funksiyasining moduli (sistemaning kompleks uzatish koeffitsiyentini moduli)ni kirish ta'sirining chastotasiga bog'liqligi; bu ChUF har bir chastotada chiqish signalini amplitudasini kirish garmonik ta'sirning amplitudasiga qaror topgan rejimdagi nisbatiga teng.

Amplituda – fazali chastotaviy xarakteristika (AFChX) – sistemaning kompleks uzatish koeffitsiyentining chastotani 0 dan ∞ gacha bo'lgan diapazon o'zgarganida qiymatlarini aks ettiruvchi xarakteristika.

Amplituda – fazaviy godograf (AFG) – sistemaning amplituda-fazali chastotaviy xarakteristikasini kompleks tekislikdagi grafikli tasviri bo'lib, u kompleks uzatish koeffitsiyentining vektorini uchlari chastotani 0 dan ∞ gacha bo'lgan diapazonda o'zgarganida hosil qilgan nuqtalar to'planidan iborat.

Vektor – matritsali strukturali sxema – sistemani (yoki ost sistemani) kirish va chiqish bo'yicha ko'po'lchamli matematik modelining grafikli tasviri bo'lib, u o'z ichiga umumiy holda chiziqlarni, summatorlarni va bo'g'inlarni oladi. Bo'g'in va summatorlarni bog'lovchi chiziqlar sistema o'zgaruvchilarining vektorlarini aks ettiradi, bo'g'inlar esa, kiruvchi o'zgaruvchilarni chiqish o'zgaruvchilariga aylantirishni aks ettiruvchi operatorlar bilan xarakterlanadi. Chiziqli, statsionar, uzluksiz sistemalarda bunday operatorlar rolini integrallash va differensiallash operatorlari o'ynaydi.

Haqiqiy chastotaviy xarakteristika (HChX) – kompleksli uzatish koeffitsiyentining kirish ta'siri chastotasiga bog'liqligi.

G'alayon (vozmushenie, g'alayon, bezovta bo'lmoq) – boshqarish maqsadiga erishishni qiyinlashtiruvchi boshqarish sistemasining ixtiyoriy elementiga (ostsistemasiga) tashqaridan ta'sir.

Tiklovchi boshqarish – shunday boshqarishki, uning maqsadi boshqarish sistemasining faoliyatini xatosiz, ishga qobiliyatli yoki to'g'ri holatga qaytarishdan iborat.

Boshqarish obyekti – shunday obyekt, uning faoliyatining natijalari kutilayotgan, istalgan natijalar bo'lishiga erishish uchun, bu obyektga maxsus tashkil etilgan (boshqaruvchi) ta'sirlar zarur va yo'l qo'yilgan bo'ladi.

Sistema – bu tushuncha matematik modellashirish tushunchasi-ning ekvivalenti bo'lib, u juft to'plamlar U, Y (U – kirishlar to'plami, Y – chiqishlar to'plami) va kirish va chiqish orasidagi bog'liqlikni formallashtiruvchi $U \times Y$ munosabat bilan beriladi. Sistemalarni birlashtirish ham sistema hisoblanadi. Sistema ushbu xossalarga ega:

Yaxlitlik (butunlik), bu sistema tashqi muhitdan ajratilganligini bildiradi; muhit sistemaga uning kirishlari orqali ta'sir ko'rsata olishi mumkinligini va sistema bu ta'sirlarga chiqish orqali javob (reaksiya) berishi mumkinligini bildiradi;

Strukturalanganlik – bu sistema ichida bir nechta nimsistemalarga ajratilganligini bildiradi. Nimtizimlar o'zaro bog'liq va sistema yaxlit holda, butunicha tashqi muhit bilan qanday ta'sirlashsa, ular ham bir-birlari bilan o'zaro ta'sirlashadilar.

Maqsadga muvofiqlik (yo'nalganlik), biron maqsadning berilganligini talab etadi, bu maqsadga erishish sistemaning to'g'ri ishlashini bildiradi.

Sistema – yagona yaxlitlikni namoyon etuvchi o'zaro bog'langan elementlar (obyektlar, munosabatlar) to'plami.

Signal – fizikaviy jarayon bo'lib, uning parametrlari axborotga ega bo'ladi. Masalan, telefon aloqasida elektr signallari yordamida suhbat tovushlari uzatiladi, televideniya esa – tasvir.

Signalni analogli deyiladi, agar uning axborotli parametrlari berilgan oraliqda ixtiyoriy qiymatlarni qabul qila olsa.

Signal raqamli deyiladi, agarda uning axborotli parametrlari impulsning kodlangan ketma-ketligida joylashgan bo'lsa.

ADABIYOTLAR

- [1] Шурыгин Ю.А., Карпов А.Г. Современные проблемы теории управления, –Томск: Изд-во Том.ун-та, 2017. 80 с. .
- [2] Пупков К.А, Егупов Н.Д. и др., Методы классической и современной теории автоматического управления Учебник в 5-и тт 2-е изд., перераб. и доп. Т 4. Теория оптимизации систем автоматического управления, Москва: Издательство МГТУ им.Баумана, 2004. 744 с. ил..
- [3] Понтрягин Л.С.Болтянский В.Г,Гамкрелидзе Р.В, Мищенко Е.Ф., Математическая теория оптимальных процессов, – Москва: Наука, 1983 392 с.
- [4] Ю.Ту., “Современная теория управления” Ю.Ту. Пер. с англ. Я.Н.Гибадуллина, под ред. В.В. Солодовникова, Москва: «Машиностроение», 1971.
- [5] Атанс М., Фалб П.Л., Оптимальное управление, Москва: Машиностроение, 1968, стр. 764.
- [6] Чураков Е.П., Оптимальные и адаптивные системы, Москва: Энергоатомиздат, 1987 256 с.
- [7] Бабаков Н.А., Воронов А.А., Воронова А.А. и др., Теория автоматического управления. Ч.1., –М.: Высш.шк., 1986. 367 с.
- [8] Беллман, Р., Динамическое программирование, –Москва: Изд-во иностр.лит., 1960, с 400.
- [9] Беллман Р, Дрейфус С., Прикладные задачи динамического программирования, Москва: Наука, 1965 с. 459.
- [10] Abdullayev X.O., Qodirov D.T. Avtomatik boshqarish nazariyasi, Namangan: FAZILAT ORGTEX SERVIS, 2022. 248 b.
- [11] Ногин В.Д., Введение в оптимальное управление. СПб: ИУТАС, 2008. 92 с.

MUNDARIJA

SO‘ZBOSHI.....	3
KIRISH.....	5
1-bob. OPTIMAL BOSHQARISH.....	7
1.1. Optimal boshqarish sistemalari haqida umumiy ma'lumotlar va ularning klassifikatsiyasi.....	7
Nazorat savollari.....	10
1.2. Optimal sistemalarda variatsion hisob.....	10
1.2.1. Variatsion hisob masalalarining qo'yilishi.....	10
1.2.2. Integralli mezonni minimallashtirish.....	16
1.2.3. Integralli mezonning minimumi bo'yicha optimal boshqarish.....	25
1.2.4. Cheklovlarni Lagranj ko'paytuvchilari metodi yordamida hisobga olish.....	29
Nazorat savollari.....	33
1.3. Pontryaginining maksimum metodi.....	34
1.3.1. Optimal boshqarishning umumlashgan masalasi.....	34
1.3.2. Maksimum prinsipi.....	39
Nazorat savollari.....	46
1.4. Dinamik dasturlash.....	47
1.4.1. Boshqarishning ko'p qadamli jarayonlari.....	48
1.4.2. Optimallik prinsipi.....	50
1.4.3. Dinamik dasturlash metodining diskret varianti.....	55
1.4.4. Bellman va Gamilton-Yakobi tenglamalari.....	59
Nazorat savollari.....	64
2-bob. ADAPTIV BOSHQARISH.....	65
2.1. Adaptiv ABSlarning umumiy ma'lumotlari va klassifikatsiyasi	65
2.2. Boshqarishning stoxastik jarayonlari.....	69
2.3. Adaptatsiyali optimal boshqarish.....	75
Nazorat savollari.....	80
3-bob. INTELLEKTUAL BOSHQARISH.....	82

3.1. Intellektual boshqarishni tashkil etishning prinsiplari	82
3.2. IBSlarning funksional sxemalari	84
Nazorat savollari.....	88
4-bob. MIKROPROSESSOR ROSTLASH SISTEMALARIDA BOSHQARUVCHI QURILMA SIFATIDA	89
4.1. Mikroprosessor boshqarish sistemalarida kontroller sifatida.....	89
4.2. Sath bo'yicha kvantlashning ta'siri.....	93
4.3. Sath bo'yicha kvantlash xatolarini statistik hisobga olish	96
4.4. Chekli siklning analizi	100
Nazorat savollari.....	106
5-bob. AVTOMATIK BOSHQARISHNING OPTIMAL VA ADAPTIV SISTEMALARI BO'YICHA TESTLI MASALALAR.....	107
5.1. Optimal boshqarish masalalarini klassifikatsiyalash va yechish metodlari.....	107
5.2. Javoblar.....	122
ASOSIY TERMINLAR VA ULARNING TA'RIFLARI.....	123
Adabiyotlar.....	125

ABDULLAYEV XAKIM OLIMJANOVICH

OPTIMAL VA ADAPTIV BOSHQARISH SISTEMALARI

Toshkent – «Innovatsion rivojlanish nashriyot-matbaa uyi» – 2023

Muharrir:	H.Zokirova
Texnik	
muharrir:	M. Tursunov
Musavvir:	Sh. Zoxidova
Musahhih:	S. Muratova
Kompyuterda	
sahifalovchi:	Sh. Nurullayev

Nashriyot
litsenziyasi
№ 1400



E-mail: nashr2019@inbox.ru. Tel.: +99899920-90-35

Bosishga ruxsat etildi 09.10.2023.

Bichimi 60x84 1/16. «Timez Uz» garniturası.

Ofset bosma usulida bosildi.

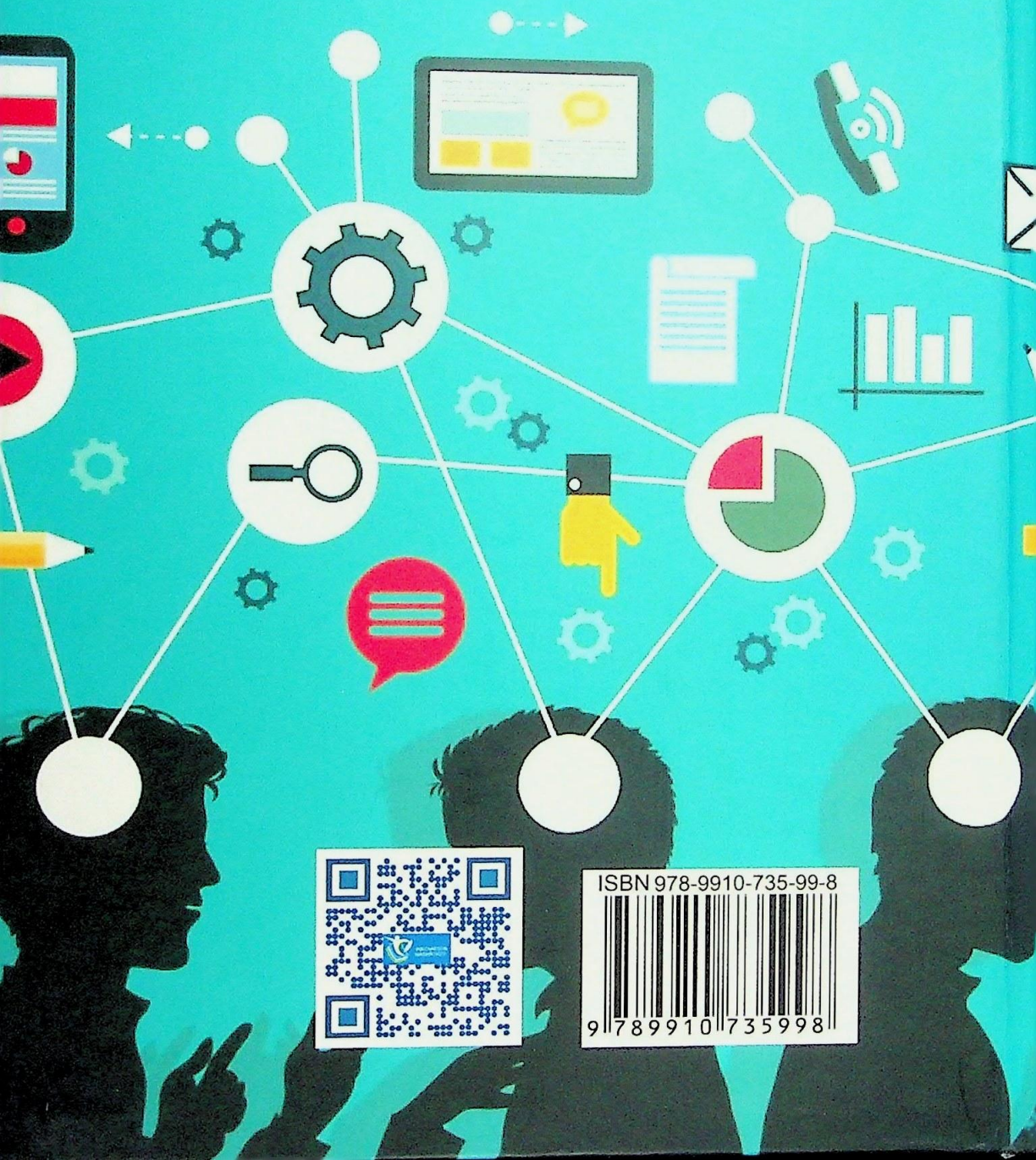
Shartli bosma tabog'i: 8,5. Nashriyot bosma tabog'i 8,0.

Tiraji: 100. Buyurtma № 139-2.

**«Innovatsion rivojlanish nashriyot-matbaa uyi»
bosmaxonasida chop etildi.**

**100174, Toshkent sh, Olmazor tumani,
Ziyo MFY, Talabalar ko'chasi, 96-1-uy.**





ISBN 978-9910-735-99-8



9 789910 735998