

N.R. Yusupbekov
D.P. Muxitdinov
M.B. Bazarov

ELEKTRON HISOBLASH MASHINALARINI KIMYO TEXNOLOGIYASIDA QO‘LLASH

*O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta
maxsus ta’lim vazirligining buyrug‘iga
asosan oliy o‘quv yurtlari uchun darslik
sifatida chop etishga ruxsat etilgan*

Toshkent
O‘zbekiston Respublikasi Fanlar akademiyasi
“Fan” nashriyoti
2010

UDK 66.012

Yusupbekov N.R., Muxitdinov D.P., Bazarov M.B.

Elektron hisoblash mashinalarini kimyo texnologiyasida qo'llash. Toshkent: Fan, 2010. – 392 bet.

Kitobda kimyoviy texnologiya jarayonlarini matematik modellashtirish va optimallashtirishda elektron hisoblash mashinalarini qo'llashning asosiy tushunchalari qulay shaklda bayon qilingan hamda gidromexanik, massa va issiqlik almashuvi jarayonlari ko'rib chiqilgan. Bayon qilingan materiallar talabaga matematik tavsif tuzish, yechish usulini tanlash, modellarni dasturiy amalga oshirish va ularni real ob'yektga monandligini tekhirish, matematik modellashtirish usuli orqali jarayonlarni tadqiq qilish imkoniyatlarini beradi.

Kitob, asosan, oily o'quv yurtlarining kimyo-texnologiya sohasi talabalari (bakalavr, magistr) uchun darslik sifatida mo'ljallangan bo'lib, shuningdek, undan aspirantlar hamda sanoatning kimyo va unga turdosh sohalaridagi korxonalari va ilmiy tadqiqot muassasalarining ilmiy va muhandis-texnik xodimlari ham foydalanishlari mumkin.

T a q r i z c h i l a r:

texnika fanlari doktori, professor **Sh.M. Gulyamov**

texnika fanlari doktori **F.T. Adilov**

ISBN 978-9943-19-009-2

© O'zbekiston Respublikasi FA
“Fan” nashriyoti, 2010-yil.

MUNDARIJA

	KIRISH.....	7
1-bob.	HISOBLASH MASHINALARIDA TIZIMLARNI MODELLASHTIRISH.....	10
1.1.	Matematik modellashtrish	10
1.2.	Modellashtirish tizimlari turlarining tasnifi.....	16
1.3.	Hisoblash mashinalari (shaxsiy kompyuterlar)da tizimlarni modellashtrish imkoniyatlari va samaradorligi	23
1.3.1.	Tizimlarning ishlash jarayonini shakllantirish va algoritmash	24
1.3.1.1	Tizimlarning modelarini EHMda amalga oshirish va ularning ketma-ketligini ishlab chiqish.....	24
1.3.1.2.	Tizimning konseptual modelini qurish va uni shakllantirish	29
1.3.1.3.	Modellarni algoritmash va uni mashinali amalga oshirish.....	36
1.3.1.4.	Modellashtirish natijalarini olish va talqin qilish	40
1.4.	Matematik modellarning asosiy turlari	46
1.5.	Ob'yekt tabiatining fizikaviy tavsifi	51
1.6.	Ob'yektning matematik tavsifini tuzish	53
1.7.	Yechish usulini tanlash hamda uni yechish algoritmi va modellashtrish dasturi ko'rinishida amalga oshirish	62
1.8.	Matematik modellarni qurishning blokli tamoyili	65
1.8.1.	Strukturaviy modelni qurishning umumiy tamoyillari	66
1.8.2.	Matematik tavsifiy tenglamalar tizimining tahlili	70
1.8.3.	Ideal aralashtirish sohasi (mujassamlashgan parametrl ob'yekt)ning matematik tavsifi	73
1.8.4.	Ideal siqib chiqarish zonasining matematik tavsifi (taqsimlangan parametrl ob'yekt)	74
	O'z-o'zini tekshirish uchun savollar	76
2-bob.	APPARATDAGI OQIMLAR STRUKTURASINING MATEMATIK TAVSIFI.....	78
2.1.	Oqimlar strukturasi tadqiqot usullari	79
2.2.	Apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlari taqsimlanishining asosiy tavsiflari (taqsimlash funksiyalarining momentlari)	89
2.3.	Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari.....	96
2.4.	Diffuziyali model	100
2.5.	Yacheykali model	129
2.6.	Teskari oqimli (resirkulyatsiyali) yacheykali model. Modelning asosiy tenglamalarini keltirib chiqarish.....	141
2.7.	Kombinatsiyalangan modellar	148
2.8.	Maxsus funksiyalar yordamida apparatda oqimlar strukturasi baholash	175
	O'z-o'zini tekshirish uchun savollar	183

3-bob.	MODELLARNING PARAMETRLARINI IDENTIFIKATSIYALASH VA MONANDLIGINI O'RNATISH.....	184
3.1.	Identifikatsiyalash masalasining qo'yilishi.....	184
3.2.	Identifikatsiyalash protsedurasi.....	185
3.3.	Tasodifiy jarayonlarning sonli tavsiflarini statistik baholash	186
3.4.	Modellarning parametrik identifikatsiyasi. Parametrlarning nuqtali baholarini topish uchun eng kichik kvadratlar va maksimal haqiqatnamolik usullarining qo'llanilishi	197
3.5.	Modellarning monandligini tekshirish	214
	O'z-o'zini tekshirish uchun savollar.....	231
4-bob	TEKNOLOGIYA JARAYONLARINING MATEMATIK MODELLARINI OPTIMALLASHTIRISH.....	232
4.1.	Optimallashtirish masalasining qo'yilishi.....	232
4.2.	Optimallashtiriladigan o'zgaruvchilarning tavsifi.....	235
4.3.	Optimallashtirishning taqribiy usullari.....	235
4.4.	Optimallashtirishning tajribaviy-statistik usuli.....	235
4.5.	Ekstremumga keskin ko'tarilish usuli bilan yaqinlashish.....	237
4.6.	Statsionar sohaga yaqin sohadagi ekstremumning holatini aniqlash	241
	O'z-o'zini tekshirish uchun savollar	243
5-bob	KIMYOVIY TEKNOLOGIYA TIPIK APPARATLARINING KOMPYUTERLI MODELLARINI TUZISH.....	244
5.1.	Issiqlik almashish apparatlarining kompyuterli modellarini tuzish.....	244
5.1.2.	Issiqlik almashish jarayonini tavsiflashda qatnashuvchi stoxastik tashkil etuvchilar hisobi	246
5.1.3.	Rekuperativ issiqlik almashish apparatlarining ishlashini modellashtirish	251
5.1.4.	Issiqlik almashish apparatlarini hisoblash va agoritmlashtirish	273
5.1.4.1	«Aralashtirish-aralashtirish» turidagi issiqlik almashish apparatlari	273
5.1.4.2	Zmeevikli issiqlik almashish apparatlari	277
5.1.4.3	To'g'ri (bir xil yo'nalishli) oqimli «quvur ichida quvur» issiqlik almashish apparatlari. Koshi masalasini yechish	281
5.1.4.4	Teskari (qarama-qarshi) oqimli «quvur ichida quvur» issiqlik almashish apparatlari. Chegaraviy masalalarini yechish	284
	O'z-o'zini tekshirish uchun masalalar	287
5.1.5	Quvurli reaktorlarni hisoblash va agoritmlashtirish	288
5.1.5.1.	Politropik reaktorning statsionar rejimi	288
5.1.5.2.	Nostatsionar rejimdagi quvurli reaktorlar	297
	O'z-o'zini tekshirish uchun topshiriqlar	301

5.1.6.	Tarelkali kolonnalardagi ko'p komponentli uzluksiz rektifikatsiya jarayonini kompyuterli modellashdirish, hisoblash va algoritmlashtirish	302
5.1.6.1.	Tarelkali kolonnada ko'p komponentli uzluksiz rektifikatsiyalash jarayonini statsionar rejimining kompyuterli modeli	312
5.1.6.2.	Bitta kondensator (deflegmator) va bitta qaynatgichli oddiy rektifikatsiya kolonnalari uchun distillyat va kub mahsulotining tarkiblarini aniqlash	319
	O'z-o'zini tekshirish uchun topshiriqlar	321
6-bob	TEKNOLOGIK JARAYONLARNING EMPIRIK-STATIK MODELLARINI QURISH.....	322
6.1.	Masalaning qo'yilishi.....	322
6.2.	Passiv tajriba ma'lumotlari asosida empirik modellarni qurish	323
6.2.1.	Regressiyaning taxminiy tenglamasi turini aniqlash	323
6.2.2.	Regressiya koeffitsientlari – empirik modellar parametrlarini aniqlash (regressiya tahlilining birinchi bosqichini bajarish)	326
6.3.	Regression va korrelyatsion tahlil.....	334
6.3.1.	Regression tahlilning bosqichlari	336
6.3.2.	Chiqish o'zgaruvchisini o'lchashdagi tasodifiy kattaliklarning sonli tavsiflarini aniqlash	337
6.3.3.	Regressiya koeffitsientlarining dispersiya baholarini aniqlash	338
6.3.4.	Dispersiya baholarini aniqlash	340
6.3.4.1.	Har bir $k_i (i=1, \dots, n)$ nuqtalardagi parallel tajribalar soni turlicha bo'lgan mustaqil o'zgaruvchilar o'zgaradigan tajribadagi dispersiyalar baholarini aniqlash	341
6.3.4.2.	Mustaqil o'zgaruvchilar o'zgaradigan har bir k nuqtadagi parallel tajribalari soni bir xil bo'lgan dispersiyalar baholarini aniqlash ...	342
6.3.4.3.	Ixtiyoriy ajratib olingan nuqtada o'tkaziladigan parallel sinovlardagi dispersiyalar baholarini aniqlash	343
6.3.5.	Regressiya koeffitsientlarining ahamiyatligini aniqlash. (Regressiya tahlilining ikkinchi bosqichini amalga oshirish)	344
6.3.5.1.	Regressiyaning ahamiyatsiz koeffitsientlarini tashlab yuborish (o'chirish) amali	345
6.3.5.2.	Regressiya tenglamasi monandligining bahosi	346
6.3.5.3.	Regressiya koeffitsientlarining qo'shma ishonchlilik sohasini bahosi.....	349
6.4.	Faol tajriba ma'lumotlari bo'yicha empirik modellarni qurish	350
6.4.1.	To'liq faktorli tajriba (TFT) va uning natijalarini qayta ishlash	353
6.4.2.	Regressiyaning kodlangan koeffitsientlarini aniqlash	355
6.4.3.	Regressiyaning kodlangan koeffitsientlari ahamiyatligini aniqlash (TFT)	357
6.4.4.	Regressiya tenglamasining monandligini tekshirish (TFT)	359
6.4.5.	Orthogonal markaziy kompozitsiyali tajriba (OMKT) va uning	

	natijalarini qayta ishlash	359
6.4.6.	Rejalashtirish matrisasining ortogonallik shartidan «yulduzli yelka» kattaliklarini aniqlash	362
6.4.7.	Regressiyaning kodlangan koeffitsientlarini aniqlash (OMKR).....	363
6.4.8.	Axborot va korrelyatsiya matrisalarining diagonal elementlarini aniqlash	363
6.4.9.	Regressiyaning kodlangan koeffitsientlari ahamiyatliligini aniqlash	365
6.4.10.	Regressiya tenglamalari monandligini tekshirish.....	366
	O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar	390
	FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI.....	391

KIRISH

Kimyoviy ishlab chiqarishning alohida xususiyatlari shundaki, ular ham xuddi uzluksiz jarayonlar kabi ko'p qirrali hodisalar va ularning o'zaro aloqalaridan tashkil topadi. Ko'pgina kimyoviy almashishlar va issiqlik-massa almashish jarayonlarining ehtimolli-stoxastik tabiati ob'yektning ichki holati, tashqi sharoit hamda har doim ham o'rnatishning imkoni bo'lmagan ta'sirlarning darajasi va xarakteriga bog'liq. Bularning barchasi murakkab tavsiflashning keng tarqalgan usuli – jarayonning yuz berishiga ustuvor ta'sir qiluvchi faktorlarni integral baholash usuli hisoblanib, bu usulning qonuniyati empirik yoki yarim empirik yo'l bilan aniqlanadi.

Hisoblash texnikalarining mukammallashtirilishi kimyoviy texnologiya ob'yektlari tadqiqotiga sifat nuqtai nazaridan yangicha yondashish imkonini berdi. Hozirgi vaqtda hisoblash texnikasi (shaxsiy kompyuterlar) turli texnik vositalarga va hisoblash hamda axborotni mantiqiy qayta ishlash bilan bog'liq ishlarni bajarishda deyarli chegaralanmagan imkoniyatlarga ega. Ko'p mehnat talab qiluvchi loyihalarning optimal variantlarini tanlash, turli maqsadlarga mo'ljallangan tizimlar va mashinalar majmuidan samarali foydalanish masalalarini yechishni hisoblash mashinalarisiz tasavvur ham qilib bo'lmaydi.

Tezkor hisoblash mashinalari qo'llanila boshlashidan oldin, ya'ni EHM faqatgina analitik bog'lanishlarni hisoblagich sifatida ishlatilganda, tadqiqotchining mahorati, asosan, tadqiqotlarda analitik usullarni qo'llab masalalarni maksimal darajada soddalashtirish, o'rganilayotgan ob'yektga kam ta'sir ko'rsatuvchi faktorlarni izlash va ularni bog'lanishlardan chiqarib tashlash kabi murakkab masalalardan iborat edi. Texnikaning yangi namunalariga ishlov berishda hisoblashlar qismi katta bo'lmagan ulushni tashkil qilar va ularni hal qilish taqribiy yechimlarga kelib taqalardi. Masala asosan katta mehnat, vaqt va sarf-xarajatlar talab qiladigan tajribalarni o'tkazish yo'li bilan yechilar edi. Hozirgi kunda

tadqiqotchining mahorati o'rganilayotgan hodisani eng to'liq va aniq tavsiflash hamda uning qat'iy matematik tavsifini tuzishdan iborat.

Hisoblash texnikasi murakkab matematik tenglamalardan tegishli aniq natijalarni olishgacha bo'lgan yo'lni qisqartirishga, oddiy hisoblash amallarini tezlashtirishga va insonni toliqtiruvchi mehnatdan ozod qilishga yordam beradi.

Tizimli tahlil va matematik modellashtirish usullarining rivojlanishi esa apparatda yuz beradigan texnologik jarayonlarni tadqiq qilish metodologiyasini o'zgartirish imkonini yaratdi, bu esa butun ishlab chiqarish va apparatlarning iyerarxik strukturalari sathlari orqali hodisalarning sabab-oqibat aloqalarini ochishda o'z ifodasini topdi. Texnologik jarayon, unda yuz beruvchi fizik-kimyoviy hodisalarni baholashdan boshlab, alohida sathlar orasidagi o'zaro ta'sirlarni hisobga olgan holda integral baholashlargacha tahlil qilinadi. Bunday tarzda olingan tavsif jarayonning eng umumiy belgilarini tavsiflaydigan matematik model sifatida qaralishi mumkin.

Texnologik qurilmalar quvvatlarining ahamiyatli darajada o'sishi tashqi va ichki energiya resurslaridan optimal foydalanish bilan bog'liq qator masalalarning yuzaga kelishini belgilab beradi. Shuning uchun ham amaldagi jihozlarni takomillashtirish va yangilarini loyihalashda asosiy e'tibor texnologik va konstruktiv parametrlarni hisoblashning aniq usullarini ishlab chiqishga qaratiladi. Ko'rsatilgan masalaning hal etilishi matematik modellashtirish usullarini takomillashtirish hamda ularni tadqiqot amaliyoti va loyihalash ishlariga tatbiq etishga bog'liq.

Matematik modellashtirish usuli, sarf-xarajatlari katta va ko'p hollarda amalga oshirish qiyin bo'lgan tajribalarsiz, jarayon tadqiqotining asosiy qismini uning matematik modelida amalga oshirishga imkon beradi.

Hisoblash texnikasi vositalaridan modellashtirish maqsadida foydalanishdan olingan ijobiy natijalar, zamonaviy EHM dan foydalanish ixtiyoriy murakkablikdagi tizimlarni tadqiq qilish imkonini kafolatlaydi degan illyuziyani yuzaga keltiradi. Bunda ixtiyoriy model asosida original ob'yektdan o'rin olgan vaqt va moddiy resurslar bo'yicha katta mehnat talab qiluvchi hodisalarning dastlabki o'rganish fakti e'tiborga olinmaydi. Real hodisa qanchalik

batafsil o'rganilganligi va uni shakllantirish hamda algoritmlashtirishning to'g'ri amalga oshirilganligi aniq ob'yektni modellashtirishning natijaviy muvaffaqiyatiga ta'sir ko'rsatadi.

Ushbu darslikda Toshkent davlat texnika universiteti, Toshkent Kimyo-texnologiya instituti va boshqa texnika yo'nalishidagi institutlarning talabalari uchun «EHMni kimyo texnologiyasida qo'llash» kursi bo'yicha o'qilayotgan ma'ruzalar umumlashtirilgan va tizimlashtirilgan. Bu nashr ilk bor amalga oshirilayotganligi sababli mualliflar kelgusida uning mazmunini yaxshilash maqsadida bildiriladigan tanqid va istaklar ucun oldindan o'z minnatdorchiliklarini izhor qiladilar.

1-BOB. HISOBLASH MASHINALARIDA TIZIMLARNI MODELLASHTIRISH

1.1. Matematik modellash

Kimyoviy texnologiya jarayonlari – bu murakkab fizik-kimyoviy jarayonlar bo‘lib, ular ikki xil: determinantli-stoxastik tabiatga hamda fazo va vaqtda o‘zgaruvchi qiymatlarga ega. Ularda qatnashuvchi moddalarning oqimlari ko‘p fazali va ko‘p komponentlidir. Fazaning har bir nuqtasida va fazalar chegarasida jarayonning kechish davrida impuls, energiya va massa uzatish yuz beradi. Umuman, butun jarayon aniq geometrik tavsifga ega bo‘lgan apparatda bo‘lib o‘tadi. O‘z navbatida bu tavsiflar jarayonning o‘tish xarakteriga ta’sir ko‘rsatadi.

Kimyo-texnologik jarayonlarning muhim xossasi shundaki, ularning hodisalarini tashkil etuvchi to‘plam determinantli-stoxastik tabiatga egadir. Bu xossalar apparatdagi modda-issiqlik o‘tkazish va kimyoviy o‘zgarishlardagi gidrodinamik muhitning stoxastik xossalarida namoyon bo‘ladi. Bu faza komponentlari tashkil etuvchilarining tasodifiy o‘zaro ta’sirlashishi (zarrachalar to‘qnashishi, ularning maydalanishi, koalesensiyasi, apparat hajmi bo‘yicha tasodifiy harakatlanishi bilan) yoki apparatdagi chegaraviy shartlar geometriyasining tasodifiy tavsifi (tartibsiz o‘rnatilgan nasadkada elementlarining tasodifiy joylashishi, katalizator donalari, siljувchi muhitlar fazalariaro chegarasining ishlab chiqaruvchi oriyentasiyasi va h.k.) bilan izohlanadi.

Shunga o‘xshash turli tizimlar ularni tashkil etuvchi fazalar va komponentlarning o‘ta murakkab o‘zaro ta’sirlashishi bilan tavsiflanadi, buning natijasida ularni modda uzatish va saqlashning klassik determinanlangan qonunlari nuqtai nazaridan o‘rganishning imkoni yo‘q.

Kimyoviy-texnologik jarayonlarni qanday o‘rganish mumkin? Bu muammoni yechish kalitini matematik modellash usuli beradi. Bu usul tizimli tahlil strategiyasiga asoslanadi. Bu strategiyaning mohiyati - jarayonni murakkab o‘zaro ta’sirlashuvchi iyerarxik tizim deb, uning strukturasini sifatli tahlillab, matematik ifodasini ishlab chiqish va noma’lum parametrlarini baholashdan iboratdir. Masalan, yaxlit suyuq muhitda zarralar, tomchilar yoki gaz pufakchalari uyg‘unligining harakatlanish jarayonida paydo

bo'layotgan hodisalar qaralganda, samaralar ierarxiyasining beshta sathi ajratiladi:

1) atom-molekulyar sathdagi hodisalar majmui; 2) molekularlar tashqarisidagi yoki globulyar strukturalar masshtabidagi samaralar; 3) fazalararo energiya va modda almashinish hodisalari va kimyoviy reaksiyalarni e'tiborga olgan holda, dispers fazalarni birlik ulanish harakatiga bog'liq bo'lgan fizik-kimyoviy hodisalar to'plami; 4) yaxlit fazada ko'chib yuradigan aralashmalar uyg'unligidagi fizik-kimyoviy jarayonlar; 5) apparat masshtabida makrogidrodinamik muhitni aniqlaydigan jarayonlar majmui. Bunday yondashuv butun jarayonning hodisalari va ular orasidagi bog'lanishlar to'plamini to'la o'rnatishga imkon beradi.

Matematik modellash tirish deganda matematik modellar orqali ob'yektning xossalarini o'rganish tushuniladi. Uning maqsadi jarayon kechishining optimal shartlarini aniqlash, matematik model asosida uni boshqarish va natijalarni ob'yektga o'tkazish hisoblanadi.

Matematik model tushunchasi matematik modellash tirish usulining asosiy tushunchasidir. *Matematik model* deb matematik belgilash yordamida ifodalanuvchi, tashqi dunyoning qandaydir hodisa yoki jarayonini taxminiy tavsifiga aytiladi.

Matematik modellash tirish uchta o'zaro bog'langan bosqichlarni o'z ichiga oladi:

1) o'rganilayotgan ob'yektning matematik tavsifini tuzish;
2) matematik tavsif tenglamalari tizimini yechish usulini tanlash va uni modellash tirishtiruvchi dastur shaklida amalga oshirish;

3) modelning ob'yektga monandligi (adekvatligi) ni o'rnatish.

Matematik tavsifni tuzish bosqichida avval ob'yektdagi asosiy hodisa va elementlar ajratib olinadi va keyin ular orsida aloqalar o'rnatiladi. Keyin, har bir ajratib olingan element va hodisa uchun uning ishlashini aks ettiruvchi tenglama (yoki tenglamalar tizimi) yoziladi. Bundan tashqari, matematik tavsifga turli ajratib olingan hodisalar orasiga aloqa tenglamalari kiritiladi. Jarayondan kelib chiqqan holda matematik tavsif algebraik, differensial, integral va integro-differensial tenglamalar tizimi ko'rinishida ifoda etilishi mumkin.

Yechish usulini tanlash va modellashtirishdasturini ishlab chiqish bosqichi mavjud usullar ichidan eng samaralisini (samarali deganda yechimning tezligi va yechim aniqligi nazarda tutiladi) tanlab olishni nazarda tutadi va u avval yechim algoritmi shaklida, keyin esa EHM da hisoblash uchun yaroqli dastur shaklida amalga oshiriladi.

Fizik tushunchalar asosida qurilgan model modellashtirishdasturilayotgan jarayon xossalarini sifat va miqdor jihatdan to'g'ri tavsiflashi, ya'ni u modellashtirishdasturilayotgan jarayonga monand bo'lishi kerak. Real jarayonga matematik modelning monandligini tekshirish uchun jarayon o'tishida ob'yektdan olingan o'lchash natijalarini o'xshash sharoitlardagi modelda bashorat qilingan natijalar bilan taqqoslash kerak.

Modelning monandligini o'rnatish bosqichi uni ishlab chiqish bosqichlari ketma-ketligining yakuniysi hisoblanadi. 1.1-rasmda matematik modelni ishlab chiqishning umumiy sxemasi ko'rsatilgan.

Matematik modelni tuzishda real hodisa soddalashtiriladi, sxemalashtiriladi va olingan sxema hodisalar murakkabligiga bog'liq holda u yoki bu matematik apparat yordamida tavsiflanadi.

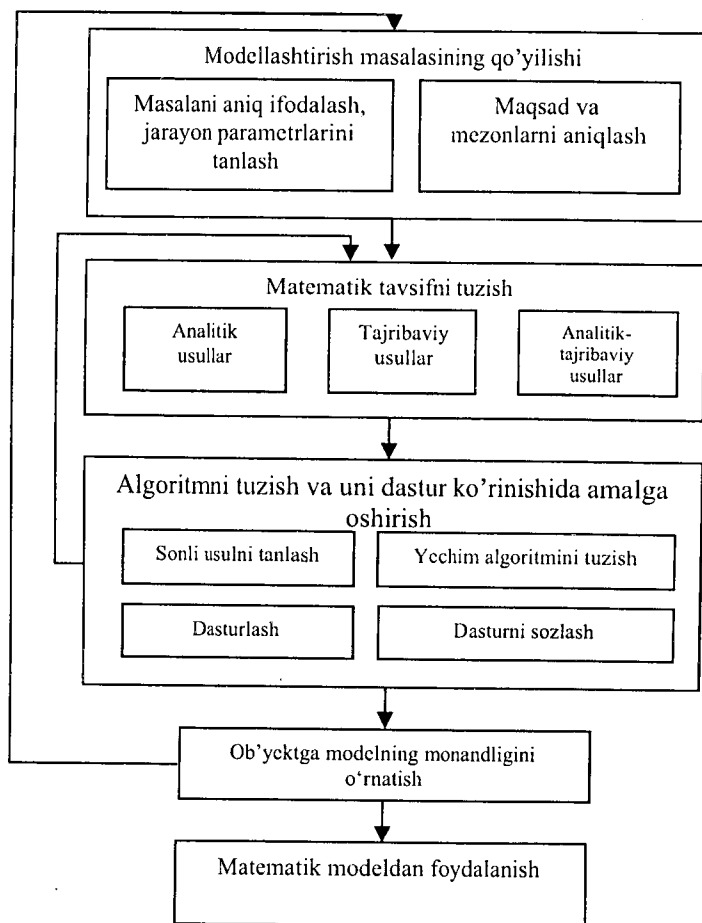
Tadqiqotning muvaffaqiyatliligi va olingan natijalarning ahamiyatliligi modelda o'rganilayotgan jarayonning xarakterli xossalarini to'g'ri e'tborga olishga bog'liq.

Jarayonga ta'sir qiluvchi barcha eng muhim omillar modelda hisobga olingan bo'lishi va shu bilan birga u ko'plab kichik ikkinchi darajali omillar bilan ketma-ket bo'lmasligi kerak, ularni hisobga olish faqat matematik tahlilni murakkablashtiradi va tadqiqotni o'ta tiqilinch yoki umuman amalga oshmaydigan qilib qo'yadi.

Yetarlicha aniq matematik tavsifga ega bo'lgan jarayonlarning xossalarini o'rganish uchun matematik modellashtirish usuli qo'llaniladi. Matematik tavsifning mukammallik darajasidan kelib chiqqan holda, ikkita chegaraviy holatni ajratishimiz mumkin:

a) modellashtirishdasturilayotgan jarayonning barcha asosiy jihatlarini tavsiflaydigan to'liq tenglamalar tizimi va bu tenglamalarning barcha sonli qiymatlari ma'lum;

b) jarayonning to'liq matematik tavsifi yo'q.



1.1-rasm. Matematik modelni ishlab chiqish bosqichlari

Ikkinchi holat ob'yekt va unga ta'sir etuvchi g'alayonlar haqidagi axborot to'la bo'lmaganda uni boshqarish jarayonlariga bog'liq bo'lgan masalalarni yechish uchun xosdir. Tadqiq qilinayotgan hodisalar haqida yetarli axborot bo'lmaganda ularni o'rganish jarayonning asosiy(sifatli) spetsifikasini buzmasdan, eng oddiy modellar qurishdan boshlanadi.

Shunday qilib, model bilan o'tkazilgan tajribalar natijalari bo'yicha biz ishchi sharoitdagi originalning xulqini miqdor jihatdan bashorat qilishimiz kerak.

Ishlab chiqarishdagi modellashtirish ob'yektlari deganda quyidagilar tushuniladi:

1. Texnologik tizimlar (TT) - bu texnologik jihozlar, avtomatik tizimlar, moslashuvchan ishlab chiqarish tizimlar (MICHT).

2. Texnologik jarayonlar (TJ).

3. Texnologik uskunalar ishlayotganda yuz beradigan fizik va kimyoviy jarayonlar (FKJ).

Modellashtirish jarayoniga ikkita asosiy talab qo'yiladi.

Birinchidan, modeldagi eksperiment originaldagi eksperimentga qaraganda soddaroq, tejamliroq va xavfsizroq bo'lishi kerak.

Ikkichidan, modelni sinash asosida originalning parametrlarini hisoblash amalga oshiriladigan qoida bizga ma'lum bo'lishi kerak. Busiz eng yaxshi modellashtirish ham befoyda bo'lib qoladi.

Ob'yektlarning sof ko'rinishda (alohida) berilgan matematik modellari kam qo'llaniladi, chunki ular aralash bo'ladi. Masalan, TT matematik modellarida TJ matematik modellaridan, ularda esa o'z navbatida FJ, KJ va FKJ matematik modellaridan foydalaniladi.

Zamonaviy model atamasi bir necha ma'nolarda qo'llaniladi.

Model – bu tadqiqotning turli bosqichlarida o'rganilayotgan ob'jekt o'rni bosuvchi qandaydir ob'jekt.

Model – bu qo'yilgan maqsadga erishish uchun originalning eng muhim xossalarini aks ettiruvchi ob'jektning ko'rinishi.

Model – bu hayoliy tasavvurdagi yoki moddiy amalga oshirilgan tizim bo'lib, ob'jektning aks ettirishi, tadqiqot ob'jektini tiklashi va ob'jektning o'rganish hamda u haqida yangi axborot olish maqsadida uning o'rni bosishi mumkin bo'lgan tizim.

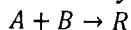
Shunday qilib, har bir modelni yaratish doim qandaydir maqsadni ko'zlaydi.

Matematik modelllar quyidagilar uchun ishlab chiqiladi:

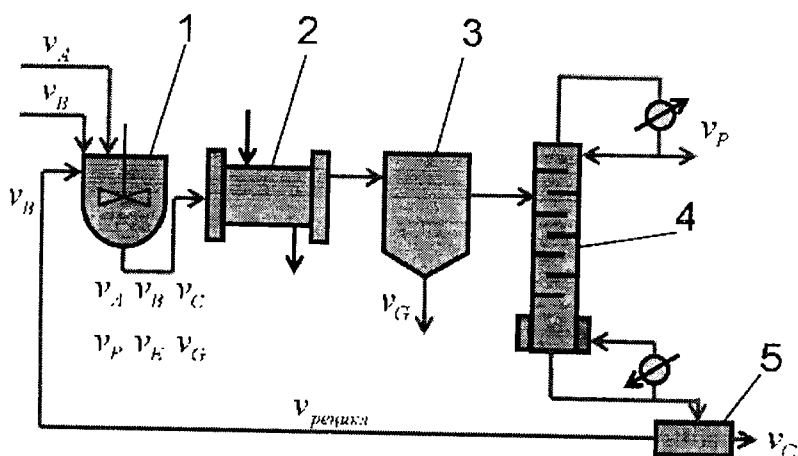
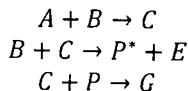
1. FJ, FKJ, TJ, TT larni tavsiflash.
2. FJ, FKJ, TJ, TT larni tadqiq qilish.
3. TJ, TT larni loyihalash.
4. TJ, TT larni loyihalashda optimallashtirish.
5. Avtomatlashtirilgan loyihalash tizimlarini qurish.

Matematik modelning ko‘rinishi, tarkibi va murakkabligi qaysi ob’yektni tavsiflashi va qaysi maqsadlar uchun ishlab chiqilganligiga bog‘liqdir.

Misol. *R* mahsulotni olish reaksiyasi:



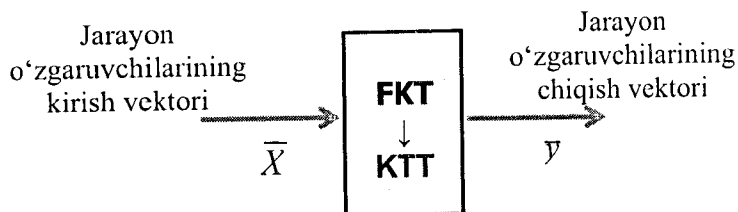
Asosiy bosqichlari:



1.2-rasm. *R* mahsulotni olish jarayonining texnologik sxemasi (KTS)

Matematik modelni yaratish uchun TJ ning tizimli tahlilini amalga oshirish lozim.





KTT – jarayonning texnologik sxemasi chambarchas bog‘langan, yagona ishlash maqsadiga ega va tizimli tahlil tamoyiliga, xususan komplekslilik va iyerarxik bo‘ysinuvchanlikka bo‘ysinadigan nimitzim (ayrim apparatlardagi jarayonlar) larning to‘plami sifatida ko‘riladi. Umumiy ko‘rinishda kimyo-texnologik jarayon (KTJ) fizik-kimyoviy tizim – FKT sifatida shakllanadi.

FKT – fazoda taqsimlangan va vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchan, gomogenlikning har bir nuqtasi va fazalar bo‘linish chegarasida modda, energiya va impuls almashuvi yuz beradigan yaxlit ko‘p fazali ko‘p komponentli muhit hisoblanadi.

1.2. Tizimlarni modellashtirish turlarining tasnifi

Modellashtirish asosida o‘xshashlik nazariyasi yotadi, bu mutlaq o‘xshashlik bir ob‘yektning boshqa xuddi shunday ob‘yekt bilan almashtirish mumkinligini tasdiqlaydi. Modellashtirishda mutlaq o‘xshashlik o‘rinli emas, shuning uchun ham model ob‘yekt ishlashining tadqiq qilinayotgan tarafini yetarli darajada yaxshi aks ettirishiga intilish kerak. Shuning uchun modellashtirish turlarini tasniflashda ularning alomatlardan biri sifatida – modelning to‘lalik darajasini tanlash mumkin va shu alomatga ko‘ra modellar to‘liq, to‘liq bo‘lmagan va taxminiylarga bo‘linadi. To‘liq modellashtirish asosida nafaqat vaqtda, balki fazoda ham namoyon bo‘ladigan to‘liq o‘xshashlik yotadi. To‘liq bo‘lmagan modellashtirish uchun o‘rganilayotgan ob‘yektga modelning to‘liq bo‘lmagan o‘xshashligi xarakterlidir. Taxminiy modellashtirish asosida taxminiy o‘xshashlik yotadi, bunda real ob‘yekt ishining ba‘zi taraflari mutloqo modellashtirishirilmaydi.

S tizimlarini modellashtirish turlarining tasnifi 1.3-rasmda keltirilgan. *S* tizimda o'rganilayotgan jarayonlar xarakteriga muvofiq modellashtirishning barcha turlari determinanlangan va stoxastik, statik va dinamik, diskret, uzluksiz va diskret-uzluksizlarga bo'linishi mumkin. *Determinanlangan modellashtirish* determinanlangan jarayonni aks ettiradi, ya'ni har qanday tasodifiy ta'sirlarning yo'qligi inobatga olinadigan jarayonlarni nazarda tutadi; *stoxastik modellashtirish* ehtimollik jarayonlari va hodisalarini aks ettiradi. Bu holda tasodifiy jarayonning qator amalga oshirilishlari tahlil qilinadi va o'rtacha tavsiflar, ya'ni bir turdagi amalga oshirishlarning to'plami baholanadi. *Statik modellashtirish* qandaydir vaqt lahzasida ob'yekt xulqini tavsiflash uchun xizmat qiladi, *dinamik modellashtirish* esa vaqt bo'yicha ob'yektning xulqini aks ettiradi. *Diskret modellashtirish* diskretligi nazarda tutilgan jarayonlarni tavsiflash uchun xizmat qiladi va shunga muvofiq uzluksiz modellashtirish tizimlarda uzluksiz jarayonlarni aks ettirish uchun imkon beradi, *diskret-uzluksiz modellashtirishdan* esa diskret hamda uzluksiz jarayonlarni ajratib ko'rsatish zarur bo'lgan hollarda foydalaniladi.

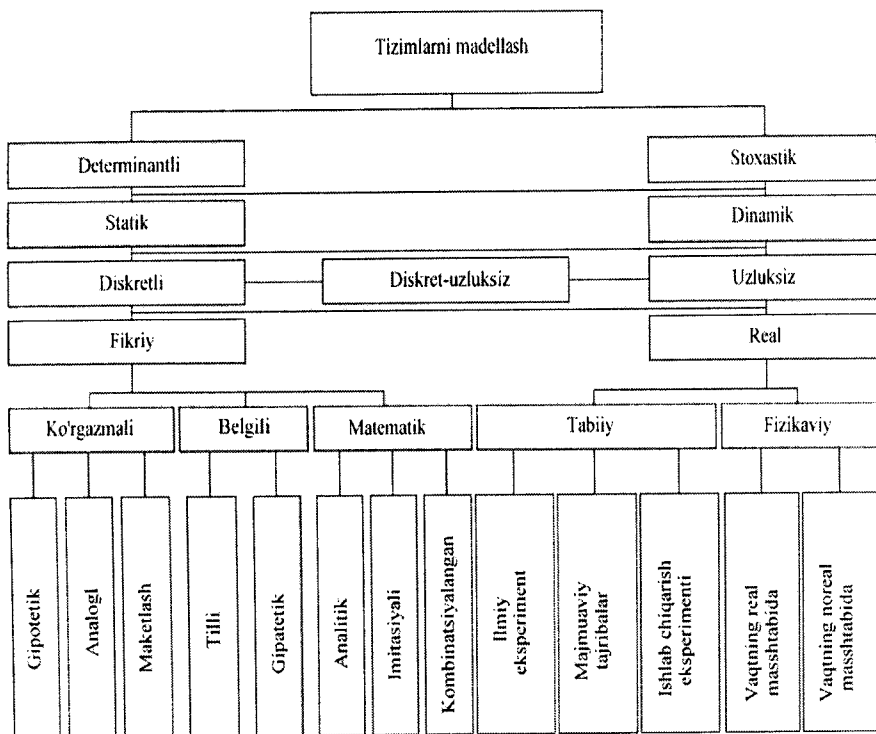
Xayoliy modellashtirish

Xayoliy modellashtirish ba'zi hollarda vaqtning berilgan oraliq'ida amalga oshirib bo'lmaydigan yoki ularni jismoniy tuzish shartlaridan tashqarida yotganligi uchun ob'yektlarni modellashtirishning yagona usuli hisoblanadi. Masalan, mikroolamdagi fizik tajriba o'tkazishga imkon bermaydigan ko'p vaziyatlarni xayoliy modellashtirish asosida tahlil qilish mumkin. Xayoliy modellashtirish ayoniy, belgili va matematik ko'rinishda amalga oshirilishi mumkin.

Ob'yektni (*S* tizimni) taqdim etish shakliga muvofiq xayoliy va real modellashtirishni ajratish mumkin.

Ayoniy modellashtirish

Ayoniy modellashtirishda insonning real ob'yektda haqidagi tasavvurlari asosida ob'yektda yuz beradigan hodisalar va jarayonlarni aks ettiruvchi ayoniy modellar yaratiladi. *Gipotetik modellashtirishda* tadqiqotchi real ob'yektda jarayonlarning yuz berish qonuniyatlari haqidagi qandaydir gipotezani asos qilib oladi.



1.3-rasm. Tizimlarni modellashtirish turlarining tasnifi

Bu gipoteza tadqiqotchining ob'jekt haqidagi bilim darajasini aks ettiradi va o'rganilayotgan ob'yektning kirish va chiqishlari orasidagi sabab-oqibat aloqalariga asoslanadi. Gipotetik modellashtirish formal modellarni qurish uchun ob'jekt haqidagi bilimlar yetishmayotganda ishlatiladi.

Analogli modellashtirish

Analogli modellashtirish turli darajadagi analogiyalarni qo'llashga asoslanadi. Faqat oddiy ob'ektlar uchun o'rinli bo'lgan eng yuqori darajalilari to'liq analogiya hisoblanadi. Ob'jekt murakkablashishi bilan keyingi darajalardagi analogiyalardan foydalaniladi, bunda analogli model ob'yektni ishlashining bir nechta yoki faqat bir tarafini aks ettiradi.

Xayoliy ayoniy modellashtirishda *makettlash* muhim o'rin tutadi. Xayoliy maket real ob'yektda o'tadigan jarayonlarni fizikaviy modellashtirish orqali tavsiflashga imkoni bo'lmaganda yoki modellashtirishning boshqa turlarini o'tkazishdan oldin qo'llanilishi

mumkin. Xayoliy maketlarni qurish asosida analogiyalar yotadi, biroq ular odatda ob'yektdagi hodisa va jarayonlar orasidagi sabab-oqibat bog'lanishlariga asoslanadi. Agar ba'zi tushunchalarning alohida shartli belgilanishlarini, ya'ni belgilarni, shuningdek ushbu belgilar o'rtasida ma'lum amallarni kiritsak, unda *alomatli modellash*tiirishni amalga oshirish hamda so'z va gaplardan tuzilgan zanjirlardan iborat tushunchalar to'plamini aks ettirish mumkin. Ko'pliklar nazariyasining birlashtirish, kesishish va to'ldirish amallarini qo'llab, ayrim belgilar orqali real ob'yektlarga tavsiflar berish mumkin.

Tilli modellashtiirish

*Tilli modellash*tiirish asosida tezaurus (bir tilning mukammal lug'ati) yotadi. U kiruvchi tushunchalar to'plamidan tashkil topadi, bu to'plam esa fiksatsiyalangan bo'lishi kerak. Shuni ta'kidlab o'tish lozimki, tezaurus va oddiy lug'at orasida prinsipial farqlar bor. Tezaurus – bu turli xillikdan holi qilingan lug'at, ya'ni unda har bir so'zga yagona tushuncha to'g'ri keladi, oddiy lug'atda esa bir so'zga bir nechta tushunchalar to'g'ri kelishi mumkin.

*Belgili modellash*tiirish real ob'yektni o'rnini bosadigan va uning munosabatlarini asosiy xossalarini ma'lum alomat va belgilarning ma'lum tizimi yordamida ifoda etadigan mantiqiy ob'yektni yaratishning sun'iy jarayonidir.

Ixtiyoriy S tizimning faoliyat ko'rsatish jarayoni tavsifini tadqiq qilish uchun ushbu jarayonni formallashtirish kerak, ya'ni uning matematik modelini tuzish kerak.

Matematik modellashtiirish

*Matematik modellash*tiirish deganda - berilgan real ob'yektni qandaydir matematik ob'yektga muvofiqligini o'rnatish jarayoni tushuniladi. Bu matematik ob'yekt matematik model deb ataladi va uni tadqiq qilish o'rganilayotgan real ob'yekt tavsiflarini olish imkonini beradi. Matematik modelning turi nafaqat real ob'yekt tabiatiga bog'liq, balki ob'yektni tadqiq qilish masalalari va talab qilinadigan ishonchlilik hamda bu masalalarni yechish aniqligiga ham bog'liq. Har qanday matematik model, boshqalarga o'xshab, haqiqatga yaqinlashishning ba'zi darajasi bilan real ob'yektni tavsiflaydi. Tizimlarning ishlash jarayoni tavsiflarini tadqiq qilish uchun matematik modellashtiirishni analitik, imitatsion va aralash kabi turlarga bo'lish mumkin.

Analistik modellashtirishda tizim elementlarining ishlash jarayonlari qandaydir funktsionalli munosabatlar (algebraik, integro-differensial, chekli-ayirmali va sh.k.) yoki mantiqiy shartlar ko'rinishida yoziladi.

Analistik modelni tadqiq qilish usullari

Analistik model quyidagi usullar bilan tadqiq qilinishi mumkin:

a) analitik, bu usul izlanayotgan tavsiflar uchun umumiy ko'rinishdagi aniq bog'liqliklar olish kerak bo'lganda qo'llaniladi;

b) sonli, bu usul umumiy ko'rinishda tenglamalarni yechishni bilmasdan, aniq boshlang'ich ma'lumotlar asosida sonli natijalarni olish kerak bo'lganda qo'llaniladi;

c) sifatli, bu usul yechimni aniq ko'rinishda olmasdan, uning ba'zi xossalarini topish mumkin (masalan, yechimning turg'unligini baholash) bo'lganda qo'llaniladi.

Agar S tizimning parametrlari va o'zgaruvchilari, boshlang'ich shartli qidirilayotgan tavsiflarni bog'lab turuvchi aniq ifodalar ma'lum bo'lsa, tizimning ishlash jarayonini to'liq tadqiq qilish mumkin. Lekin bunday bog'liqliklarni olish faqatgina oddiy tizimlar uchun muvaffaqiyatlidir. Tizimlar murakkablashganda ularni analitik usul bilan tadqiq etish katta qiyinchiliklarga olib keladi va ba'zida bu qiyinchiliklarni yengib bo'lmaydi. Shuning uchun, analitik usuldan foydalanish kerak bo'lganda tizimning loqal umumiy xususiyatlarini o'rganish uchun birlamchi model ancha soddallashtiriladi.

Sonli usul analitik usulga nisbatan tizimlarning kengroq sinfini tadqiq qilishga imkon beradi, lekin bunda olingan yechimlar xususiy xarakterga ega. Shunday bo'lishiga qaramay, sonli usullar SHK (shaxsiy kompyuter) dan foydalanganda g'oyat samarali hisoblanadi. Ba'zi bir hollarda matematik modelning sifatli usuli tahlilidan foydalanib olingan xulosalar tadqiqotchini qanoatlantirishi mumkin. Bunday sifatli usullar boshqarish tizimlarining turli variantlari samarasini baholash uchun avtomatik boshqarish nazariyasida keng qo'llaniladi.

Hozirgi vaqtda katta tizimlarning ishlash jarayoni tavsiflarini tadqiq qilishda mashinali amalga oshirish usullari keng tarqalgan bo'lib, EHMda matematik modelni amalga oshirish uchun unga muvofiq modellashtirish algoritmi qurish kerak.

Imitatsion modellashtirish

Imitatsion modellashtirishda S tizimning vaqt bo'yicha ishlash jarayonini amalga oshiruvchi modelning algoritmi ishlab chiqiladi hamda S tizimni tashkil etuvchi elementar hodisalar ularning mantiqiy strukturalari va vaqt bo'yicha yuz berish ketma-ketliklari saqlangan holda imitatsiyalanadi. Bunday yondoshuv boshlang'ich ma'lumotlarga ko'ra jarayonning ma'lum vaqt momentidagi holatlari haqida ma'lumot olish va S tizimning tavsiflarini baholash imkonini beradi.

Imitatsion modellashtirishning analitik modellashtirishga nisbatan asosiy afzalligi murakkabroq masalalarni yechish imkoni hisoblanadi. Imitatsion modellar analitik tadqiqotlarda ko'pincha qiyinchiliklar tug'diruvchi diskret va uzluksiz elementlarning mavjudligi, tizim elementlarining noxiziqli tavsiflari, ko'plab tasodifiy ta'sirlar va shu kabi faktorlarni hisobga olish imkonini beradi. Hozirgi vaqtda imitatsion modellar - katta tizimlarni tadqiq qilishda eng samarali hisoblanib, xususan loyihalash bosqichida tizimning xulqi haqida axborot olishni yagona amaliy ommabop usuli hisoblanadi.

Jarayon tavsiflarini olish uchun axborotlarga statistik ishlov berish yo'li bilan ko'p karra qayta ishlov berish talab qilinganda va imitatsion modellarni mashinali amalga oshirish usuli sifatida statistik modellashtirish usulidan foydalanish maqsadga muvofiq hisoblanganda S tizimning ishlash jarayonini imitatsion modelda qayta tiklash natijasida olingan natijalar tasodifiy kattalik va funksiyalarni amalga oshirish hisoblanadi. Dastavval o'zida taqribiy usulni namoyon etuvchi statistik sinovlar usuli ishlab chiqilgan edi va undan ehtimollik tavsiflari analitik masalalarning yechimlari bilan mos tushuvchi tasodifiy kattalik va funksiyalarni modellashtirish uchun qo'llanilar edi (bunday protsedura Monte-Karlo usuli deb ataladi). Keyin bu usul tasodifiy ta'sirlar ta'sir qilayotgan tizimlarning ishlash jarayonlari tavsiflarini tadqiq qilish maqsadida mashinali imitatsiyalashda ham qo'llana boshladi, ya'ni statistik modellashtirish usuli yuzaga keldi.

Shunday qilib, statistik modellashtirish usulini keyingi bosqichlarda imitatsion modelni mashinali amalga oshirish usuli deb, statistik sinovlar (Monte-Karlo) usulini esa analitik masalalarni yechishning sonli usuli deb ataymiz.

Imitatsion modellashtirish usuli tizim strukturasi variantlarini, tizimni boshqarishning turli algoritmlar samarasini, tizim parametrlarining o'zgarish ta'sirini baholash masalalarini inobatga olgan holda, katta S tizimlarning analitik masalalarini yechishga imkon beradi. Samaradorlikni baholashning ba'zi mezonlari bo'yicha optimal bo'lgan ma'lum chegaralanishlarda berilgan tavsiflari bilan tizimni yaratish talab qilinganda, imitatsion modellashtirish katta tizimlarning strukturaviy, algoritmik va parametrik tahlil qilishda asos sifatida qo'yilishi mumkin.

Imitatsion modellar asosida tizimlarni mashinali sintezlash masalalarini yechishda qayd qilingan tizimning tahlili uchun modellashtirish algoritmlarini ishlab chiqishdan tashqari, tizimning optimal variantini qidirish algoritmini ham ishlab chiqish kerak. Mashinali modellashtirish uslubi asosiy tarkibi berilgan modellashtirish algoritmlari yordamida tizimlarni tahlil qilish va sintezlash masalalariga mos keluvchi ikkita asosiy bo'lim: statika va dinamikaga ajratamiz.

Kombinatsiyalangan modellashtirish

Kombinatsiyalangan (analitik-imitatsion) modellashtirish tizimlarni tahlil qilish va sintezlashda analitik va imitatsion modellashtirishning afzalliklarini birlashtirishga imkon beradi. Kombinatsiyalangan modellarni qurishda ob'yektning ishlash jarayonini tashkil etuvchi nimjarayon uchun dastlabki dekompozitsiya o'tkaziladi va ular uchun imkon bo'lganda analitik modellar ishlatiladi, qolgan nimjarayonlar uchun esa imitatsion modellar tuziladi. Bunday kombinatsiyalangan yondashuv analitik va imitatsion modellashtirishdan alohida foydalanib tadqiq qilish imkonini bo'lmagan tizimlarning sifatli yangi sinflarini qamrab olishga imkon beradi.

Real modellashtirish

Real modellashtirishda real ob'yektda yoki butunlay yoki qisman turli tavsiflarni tadqiq qilish imkonidan foydalaniladi. Bunday tadqiqotlar nafaqat me'yoriy ishlayotgan ob'yektlarda o'tkazilishi, balki tadqiqotchini qiziqtirayotgan tavsiflarni baholash uchun maxsus rejimlarni tashkillashtirishda (o'zgaruvchilar va parametrlarning boshqa qiymatlarida, vaqtning boshqa masshtabida va h.k.) ham amalga oshirilishi mumkin. Real modellashtirish eng monand bo'lgan modellashtirish hisoblanadi, lekin real

ob'yektlarning xossalarini hisobga olganda uning imkoniyatlari chegaralanib qoladi. Masalan, korxonaning ABT (avtomatik boshqarish tizimlari) ni real modellash tirish uchun, birinchidan, shunday ABTni yaratish, ikkinchidan esa boshqariladigan ob'yektda tajribalar o'tkazish, ya'ni butun korxonada tajribalar o'tkazish talab qilinadi, lekin ko'p hollarda buning imkoni yo'q. Real modellash tirishning xilma xilligini ko'rib chiqamiz.

Modellash tirishda asosan real jarayonlarning modellarida yuz beruvchi fizik jarayonlarning bevosita o'xshashligi mavjud bo'lmagan kibernetik modellash tirish o'ziga xos o'ringa ega. Bu holda faqatgina bir nechta funksiyani aks ettirishga harakat qilinadi va real ob'yekt qator kirish va chiqishlarga ega bo'lgan «qora quti» sifatida qaraladi va kirish va chiqishlar orasidagi ba'zi bir aloqalar modellash tirishtiriladi. Kibernetik modellardan foydalanganda ko'pincha ob'yektning turli tashqi muhit ta'sirlaridagi xossalari tahlil qilinadi.

Shunday qilib, kibernetik modellar asosida real ob'yektning xulqini baholash imkonini beruvchi boshqarishning ba'zi axborot jarayonlarini aks ettirish yotadi. Bu holda imitatsion modelni qurish uchun real ob'yektning tadqiq qilinayotgan funksiyasini ajratish va bu funksiyani kirishlar va chiqishlar orasidagi ayrim aloqa operatorlari ko'rinishida mutlaq boshqa matematik bog'lanishlar bazasida amalga oshirish kerak.

1.3. Hisoblash mashinalari (shaxsiy kompyuterlar)da tizimlarni modellash tirish imkoniyatlari va samaradorligi

Tadqiq qilinayotgan va loyihalashtirilayotgan S tizimlarda stoxastik jarayonlar o'tishini o'rganish zaruriyati bilan bog'liq bo'lgan yirik tizimlar ishlashi sifatining talab etilgan ko'rsatkichlarini ta'minlash bir-birini o'zaro to'ldiruvchi nazariy va eksperimental tadqiqotlar majmuini o'tkazish imkonini beradi. Real tizim bilan tabiiy eksperimentlar o'tkazish yo katta moddiy sarf-xarajatlar va ko'p vaqt talab qilganligi yo bu eksperimentlarni o'tkazishni umuman amaliy iloji bo'lmaganligi sababli (masalan, loyihalashtirish bosqichida real tizim mavjud bo'lmaganda) yirik tizimlarni eksperimental tadqiq qilish samaradorligi ancha past bo'ladi. Nazariy tadqiqotlar samaradorligi amaliy nuqtai nazardan

qaralganda ularning talab etilgan aniqlik darajasi va ishonchlilikka ega natijalari tadqiq qilinayotgan tizimlarning ishlash jarayoniga mos keluvchi tavsiflarni olish uchun analitik ifodalar yoki modellashtirish algoritmlar ko‘rinishida keltirilishi mumkin.

Zamonaviy kompyuterlarni paydo bo‘lishi murakkab tizimlarni tadqiq qilishga analitik usullarni keng joriy etishga zamin bo‘ldi. Shu asosda modellar va usullar, masalan matematik dasturlash, yirik tizimlarda boshqarish masalalarini yechish uchun amaliy vosita bo‘lib qoldi. Haqiqatan, bu masalalarni yechish uchun yangi matematik usullarni yaratishda katta yutuqlarga erishilgan edi, lekin matematik dasturlash murakkab tizimlarning ishlash jarayonini tadqiq qilishning amaliy vositasi bo‘lib qolmadi, chunki matematik dasturlash modellari ulardan samarali foydalanish uchun juda ham qo‘pol va takomillashmagan bo‘lib chiqdi. Tizimning stoxastik xossalarini hisobga olish zaruriyati, boshlang‘ich axborotining determinanlanmaganligi, tizimlarda jarayonlarni tavsiflovchi katta sondagi o‘zgaruvchi va parametrlar orasida korrelyatsion aloqalar tizimlarni analitik usul bilan tadqiq qilishning muhandislik amaliyotida qo‘llash imkonini bo‘lmagan murakkab matematik modellar qurishga olib keldi. Amaliy hisoblar uchun yaroqli analitik bog‘liqliklarni faqatgina tadqiq qilinayotgan haqiqiy jarayonning tasvirini buzishi mumkin bo‘lgan soddalashtirishlar orqali olish mumkin. Shuning uchun ham so‘nggi vaqtlarda tizimlarni loyihalashtirish bosqichida monandroq modellarni tadqiq qilishga imkon beruvchi usullarni ishlab chiqish zaruriyati sezilmoqda. Ko‘rsatib o‘tilgan holatlar yirik tizimlarni tadqiq qilishda imitatsion modellashtirish usullarini kengroq qo‘llashga olib keladi.

1.3.1. Tizimlarning ishlash jarayonini shakllantirish va algoritmlash

1.3.1.1. Tizimlarning modellarini EHMda amalga oshirish va ularning ketma-ketligini ishlab chiqish

Hisoblash texnikasining rivojlanishi bilan yirik tizimlarini tadqiq qilishda mashinali modellashtirish usuli eng samarali usul bo‘lib qoldi va busiz xalq xo‘jaligidagi ko‘pgina yirik muammolarni

yechildishning imkonini yo'q. Shuning uchun ham muhandis-sistemo-texniklar tayyorlashda dolzarb masalalardan biri – bu matematik modellashtirish nazariyasi va usullarini o'zlashtirish hisoblanadi. Bu nafaqat o'rganilayotgan ob'yektlarning modellarini qurish, ular dinamikasini tahlil qilish va model bilan mashinali eksperimentni boshqarish imkonini, balki o'rganilayotgan tizimlarga yaratilayotgan modellarning monandligi va qo'llanilish chegarasi haqida fikr yuritish hamda zamonaviy hisoblash texnikasi vositalari orqali tizimlarni modellashtirishni to'g'ri tashkil qilish imkonini beradi.

Mashinali modellashtirishning matematik, algoritmik, dasturiy va amaliy jihatlarini ko'rib chiqishdan avval, hisoblash texnikasi vositalarida amalga oshiriladigan ob'yektlarning matematik modellarini keng sinfi uchun umumiy metodologik jihatlarini o'rganish zarur. Hisoblash texnikasi vositalaridan foydalanib modellashtirish real ob'yektda katta yoki kichik tezlik bilan o'tayotgan hodisalar mexanizmini tabiiy tajribalarda qisqa vaqt davomida bo'lib o'tadigan yoki o'tishi uchun uzoq vaqt kerak bo'ladigan o'zgarishlarning ishonchli natijalarini olish imkonini beradi. Mashinali model lozim bo'lganda haqiqiy vaqtni shartli «uzaytirish» yoki «qisqartirish» imkonini beradi, chunki mashinali modellashtirish reallikdan tizimli vaqt tushunchasi bilan farqlanadi. Undan tashqari, dialogli tizimda mashinali modellashtirish ABT personalini ob'yektni boshqarishda, masalan, boshqarish jarayonini amalga oshirish uchun kerakli amaliy malakani ishlab chiqish zarur bo'lgan o'yinlarni tashkil etishda qaror qabul qilishga o'rgatadi.

Tizimni mashinali modellashtirishning mohiyati o'zida ayrim dasturiy majmuani ifoda etadigan model bilan hisoblash mashinasida tajriba o'tkazishdan iborat bo'lib, uning ishlash jarayoni S tizim elementlarini shaklan va yoki algoritmik tavsiflaydi, ya'ni ular o'zaro hamda tashqi muhit E bilan ta'sirlashadi. Mashinali modellashtirish tizimning ishlash sifatini baholash mezonini aniq ifoda etish va uning maqsadi to'la shakllanishi qiyin bo'lgan hollarda muvaffaqiyatli qo'llaniladi, chunki u FHM ning dasturiy-texnik imkoniyatlarini insonning noformal kategoriyalar orqali fikr yuritishini birga olib borish imkonini yaratadi. Kelajakda turli pog'onadagi ABT larni yaratishda asosiy e'tibor tadqiqotning eng samarali vositasi sifatida qaraluvchi shaxsiy va malakaviy EHM yordamida tizimlarni modellashtirishga qaratiladi.

S tizim ishlash jarayonining M modeliga qo'yiladigan asosiy talablarni ifodalaymiz:

1. Modelning to'liqligi foydalanuvchiga tizim tavsiflari baholarining zaruriy to'plamini talab qilingan aniqlik va ishonchlilik bilan olish imkonini berishi kerak.

2. Modelning moslanuvchanligi tizimning strukturasi, algoritmlari va parametrlari variatsiyalagandagi turli vaziyatlarni tiklash imkonini ta'minlashi kerak.

3. Yirik tizim modelini ishlab chiqish va amalga oshirish davomiyligi mavjud resurslarga qo'yilgan cheklanishlarni hisobga olganda imkon boricha minimal bo'lishi kerak.

4. Modelning strukturasi blokli bo'lishi kerak, ya'ni butun modelni qayta ishlamasdan uning ma'lum qismini almashtirish, qo'shish va chiqarib tashlash imkoniga ega bo'lishi kerak.

5. Axborot ta'minoti ma'lum sinfdagi tizimlarning ma'lumotlar bazasi bilan modelning samarali ishlash imkon yaratishi kerak.

6. Dasturiy va texnik vositalar modelning samarali (tezkorligi va xotira bo'yicha) mashinali amalga oshishi va foydalanuvchining u bilan qulay muloqotini ta'minlashi kerak.

7. Hisoblash resurslari chegaralanganda analitik-imitatsion yondashuvdan foydalanib, tizimning modeli bilan maqsadga yo'naltirilgan (rejalashtirilgan) mashinali tajribalarni o'tkazishni amalga oshirish kerak.

Ushbu talablarni hisobga olgan holda S tizimlar hamda ularning nimitizimlari va elemenlarini EHM da modellashtirishda o'rinli bo'lgan asosiy qoidalarini ko'rib chiqamiz. S tizim mashinali modellashtirilganda uning ishlash jarayoni tavsiflari M model asosida aniqlanadi. M model modellashtirish ob'yekti haqidagi boshlang'ich axborotdan kelib chiqib quriladi. Ob'yekt haqida yangi axborot olinganda, yangi axborotni hisobga olish bilan birgalikda uning modeli qayta ko'rib chiqiladi va aniqlanadi, ya'ni modellashtirish jarayoni modelni ishlab chiqish va mashinali amalga oshirishni o'z ichiga olgan holda iteratsiyalanadi. Bu iteratsiyali jarayon S tizimning qo'yilgan tadqiq qilish va loyihalashtirish masalasini yechish doirasida monand bo'lgan M model olinmaganga qadar davom ettiriladi.

EHM yordamida tizimlarni modellashtirishni quyidagi hollarda qo‘llash mumkin:

a) loyihalanişidan oldin S tizimlarni tadqiq qilish uchun tashqi muhit va modellashtirish ob’jektining parametrlar, algoritmlar va strukturalarning o‘zgarishiga bo‘lgan sezgirliğini aniqlash maqsadida;

b) S tizimini loyihalash bosqichida uning turli variantlarini sintezlash va tahlil qilish uchun;

c) tizimni loyihalash va joriy qilish tugagandan keyin, ya’ni undan foydalanishda real tizimning tabiiy sinov (ishlashi) natijalarini to‘ldiruvchi axborotni olish va tizimning vaqt bo‘yicha rivojlanishini bashorat qilish uchun.

Mashinali modellashtirishning qayd etilgan barcha holatlariga qo‘llaniladigan umumiy qoidalar mavjud. Hatto, modellashtirishning aniq usullari bir-biridan farq qilganda ham modellarning turli modifikatsiyalari mavjuddir.

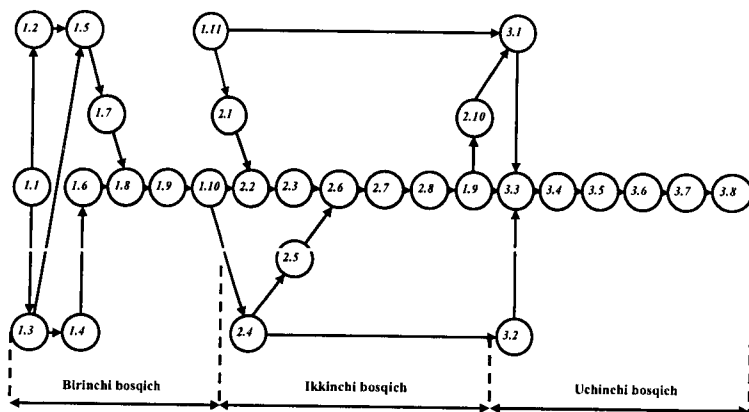
S tizimni modellashtirishning asosiy bosqichlarini ko‘rib chiqamiz. Ularga quyidagilar kiradi:

- tizimning konseptual modelini qurish va uni rasmiylashtirish;

- tizimning modelini algoritmlash va uni mashinali amalga oshirish;

- tizimni modellashtirish natijalarini olish va talqin qilish.

1.4-rasmda tizimlarni modellashtirishning qayd qilingan bosqichlarini o‘zaro bog‘liqligi va ularning tarkibi (nimbosqichlar) tarmoqli grafik ko‘rinishida keltirilgan.



1.4-rasm. Tizimlarni modellashtirish bosqichlarining o‘zaro bog‘liqligi

Ushbu nimbosqichlarni sanab o'tamiz: 1.1 – tizimning mashinali modellashtirish masalasini qo'yilishi; 1.2 – tizimning mashinali modellashtirish masalasini tahlili; 1.3 – modellashtirish ob'yekti haqidagi boshlang'ich axborotlarga qo'yilgan talablarni aniqlash va uni yig'ishni tashkillashtirish; 1.4 – gipotezalarni qo'yish va farazlarni qabul qilish; 1.5 – model parametrlari va o'zgaruvchilarini aniqlash; 1.6 – modelning asosiy mazmunini aniqlash; 1.7 – tizimning samaradorligini baholash mezonlarini asoslash; 1.8 – approksimatsiya protseduralarini aniqlash; 1.9 – tizimning konseptual modelini tavsifi; 1.10 – konseptual model ishonchliligini tekshirish; 1.11- birinchi bosqich bo'yicha texnik hujjatlarni tuzish; 2.1 – modelning mantiqiy sxemasini qurish; 2.2 – matematik bog'liqliklarni olish; 2.3 – tizim modelining ishonchliligini tekshirish; 2.4 – modellashtirish uchun hisoblash vositalarini tanlash; 2.5 – dasturlash bo'yicha ishlarni bajarish rejasini tuzish; 2.6 – dasturning sxemasini qurish; 2.7 - dastur sxemasining ishonchliligini tekshirish; 2.8 - modelni dasturlashini o'tkazish; 2.9 – dasturning ishonchliligini tekshirish; 2.10 – ikkinchi bosqich bo'yicha texnik hujjatlarni tuzish; 3.1 – tizim modeli bilan mashinali eksperimentni rejalashtirish; 3.2 – hisoblash vositalariga qo'yilgan talablarni aniqlash; 3.3 – ishchi hisoblarni o'tkazish; 3.4 – tizimni modellashtirish natijalarining tahlili; 3.5 – modellashtirish natijalarini namoyish qilish; 3.6 – modellashtirish natijalarini talqin qilish; 3.7 – modellashtirish yakunlarini chiqarish va tavsiyalarni berish; 3.8 – uchinchi bosqich bo'yicha texnik hujjatlarni tuzish.

Shunday qilib, S tizimning modellashtirish jarayoni sanab o'tilgan uch bosqich ko'rinishida guruhlangan nimbosqichlarni bajarishga olib keladi. M_K konseptual modelini qurish va uni shakllantirish bosqichida modellashtirish tirilayotgan ob'yekt, uning ishlash jarayonini asosiy tashkil etuvchilarini ajratish nuqtai nazaridan tadqiq qilinadi, modellashtirishning ikkinchi bosqichida modelni ketma-ket algoritmlash va dasturlash yo'li bilan M_M mashinali modelga o'zgartirilishi zarur bo'lgan approksimatsiyalar aniqlanadi va S tizim modelining umumlashgan sxemasi paydo bo'ladi. Tizimni modellashtirishning oxirgi uchinchi bosqichi, tanlangan dasturiy-texnik vositalardan foydalangan holda olingan rejaga muvofiq EHMda ishchi hisoblarni o'tkazish, E tashqi muhit

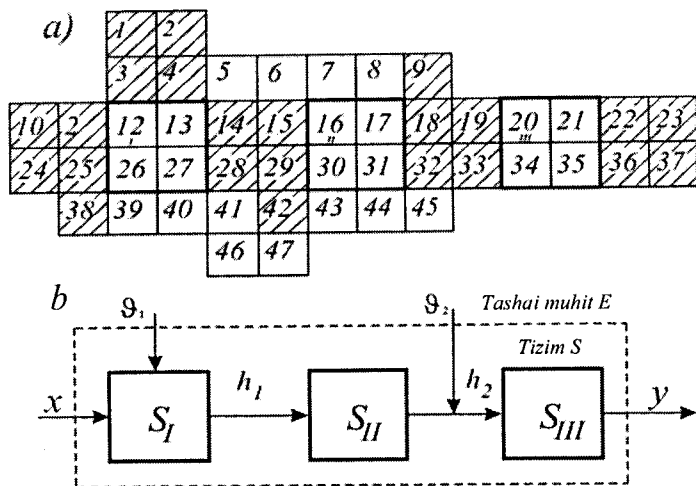
ta'sirini hisobga olib S tizimni modellashtirish natijalarini olish va talqin qilishga olib keladi. Ravshanki, yangi axborotni olishda, modelni qurishda va uni mashinali amalga oshirishda ilgari qabul qilingan yechimlar qayta ko'rilishi mumkin, ya'ni modellashtirish jarayoni iteratsiyalidir. Har bir bosqichning mazmunini batafsilroq ko'rib chiqamiz.

1.3.1.2. Tizimning konseptual modelini qurish va uni shakllantirish

Mashinali modellashtirishning birinchi bosqichi - S tizimning M_K konseptual modelini qurish va uni shakllantirish bosqichida model shakllantiriladi va uning shakllangan sxemasi quriladi, ya'ni bu bosqichning asosiy vazifasi ob'yektning ma'noli tavsifidan uning matematik modeliga, boshqacha so'z bilan aytganda, shakllantirish jarayoniga o'tishdir.

Hozirgi vaqtda EHM da tizimlarni modellashtirish - yirik tizimlar tavsiflarini baholashning eng universal va samarali usulidir. Bu ishda eng ko'p mas'uliyatli va eng kam shakllangan lahzalari S tizim va E tashqi muhit orasidagi chegarani o'tkazish, tizim tavsifini soddalashtirish va avval konseptual, keyin esa tizimning shaklli modelini qurishdir. Model monand bo'lishi shart, bo'lmasa modellashtirishning ijobiy natijalarini olib bo'lmaydi, ya'ni tizimning ishlash jarayonini monand bo'lmagan modelda tadqiq qilish umuman ma'noni yo'qotadi. Monand (adekvat) model deb S tizim modelini ishlab chiquvchining tushunchasi darajasida ma'lum yaqinlik bilan E tashqi muhitda uning ishlashini aks ettiruvchi modelga aytiladi. Tizimning ishlash jarayoni modelini blokli tamoyil bo'yicha qurish eng oqilona usuldir. Bunday model bloklarining uchta avtonom guruhini ajratish mumkin. Birinchi guruh bloklari o'zida E tashqi muhit ta'sirlarini S tizimga ta'siri imitatorini namoyon qiladi; ikkinchi guruh bloklari esa tekshirilayotgan S tizimning ishlash jarayonining xususiy modelidir; uchinchi guruh bloklari yordamchi bloklar bo'lib, ikkita birinchi guruh bloklarining mashinali amalga oshirish uchun, shuningdek modellashtirish natijalarini qayd qilish va qayta ishlash uchun xizmat qiladi. Ba'zi gipotetik tizimlar ishlash jarayonining tavsifidan shu jarayonlarning modeliga o'tish mexanizmini ko'rib chiqamiz. S tizimning ishlash

jarayoni xossalarini tavsiflari haqidagi, ya'ni uning M_K konseptual modeli haqidagi tushunchalarni xuddi 1.5,a-rasmida ko'rsatilganday kvadratlar bilan shartli tasvirlangan ayrim elementlar majmui sifatida kiritamiz.



1.5.-rasm. Tizimning modeli: a) konseptual; b) blokli

Bu kvadratlari o'zida S tizim ishlash jarayonining tadqiq qilinayotgan ayrim nimjarayonlari, E tashqi muhit ta'siri va shu kabilarni namoyon etadi. Tizimning tavsifidan uning modeliga o'tishning bunday talqini tavsifining ayrim ikkinchi darajali elementlarini (elementlar 5-8, 39-41, 43-47) chiqarib tashlashga olib keladi. Bu elementlar model yordamida tadqiq qilinayotgan jarayonlarning kechishiga katta ta'sir qilmaydi deb taxmin qilinadi. Elementlarning bir qismi (14, 15, 28, 29, 42) passiv aloqalar h_1 bilan almashtiriladi, ular tizimning (1.5, b-rasm) ichki xossalarini aks ettiradi. 1-4, 10, 11, 24, 25 elementlarning ayrim qismi x kiruvchi omillar va v_1 tashqi muhit ta'sirlari bilan almashtiriladi. Kombinatsiyalangan almashtirishlar ham bo'lishi mumkin: 9, 18, 19, 32, 33 elementlar h_2 passiv aloqa va E tashqi muhit ta'siri bilan almashtirilgan. 22, 23, 36, 37 elementlar E tashqi muhitga tizimning ta'sirini aks ettiradi.

S tizimning qolgan elementlari tadqiq qilinayotgan tizimning ishlash jarayonini aks ettiruvchi S_I, S_{II}, S_{III} bloklarga guruhlanadi. Bloklarning har biri yetarli darajada avtonomdir, bu ular orasidagi eng kichik aloqalar sonida ifoda etiladi. Bu bloklar xulqi yaxshi o'rganilishi va ularning har biri uchun matematik model qurilishi kerak. Matematik model o'z navbatida qator nimbloklarga ega bo'lishi mumkin. Tadqiq qilinayotgan S tizimning ishlash jarayonining qurilgan blokli modeli olingan modelning mashinali amalga oshirishda o'tkazilishi mumkin. Modellashtirishirilayotgan S tizimning tavsifidan blok usuli bo'yicha qurilgan uning modeli M_K ga o'tgandan keyin turli bloklarda o'tayotgan jarayonlarning matematik modellarini qurish kerak. S tizim ishlash jarayonining tavsiflarini aniqlaydigan tizim strukturasi, algoritmlar xulqi, tizimning parametrlari, E tashqi muhit ta'sirlari, boshlang'ich shartlar va vaqtga bog'liqlikdagi matematik model o'zida bog'lanishlar majmuini ifoda etadi (masalan, tenglamalar, mantiqiy shartlar, operatorlar). Matematik model tadqiq qilinayotgan tizimning ishlash jarayonini, ya'ni jarayonning shaklan (matematik) tavsifini o'tkazilayotgan tadqiqot doirasidagi zaruriy haqiqatga yaqinlashish darajasi bilan ifodalashi natijasi hisoblanadi.

Shakllantirish imkonini namoyish etish uchun ayrim gipotetik S tizimning ishlash jarayonini ko'rib chiqamiz. Bu tizimni $y_1(t)$, $y_2(t)$, ..., $y_{nY}(t)$ tavsiflar, $h_1, h_2, \dots, h_{nH}$ parametrlar, $x_1, x_2, \dots, x_{nX}$ kirish ta'sirlari va $v_1, v_2, \dots, v_{nV}$ tashqi muhit ta'sirlari ga ko'ra m nimitizimlarga ajratish mumkin. Unda jarayonning matematik modeli bo'lib quyidagi bog'liqliklar tizimi xizmat qilish mumkin:

$$y_1(t) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_{nX}; v_1, v_2, \dots, v_{nV}; h_1, h_2, \dots, h_{nH}; t);$$

$$y_2(t) = f_2(x_1, x_2, \dots, x_{nX}; v_1, v_2, \dots, v_{nV}; h_1, h_2, \dots, h_{nH}; t);$$

$$y_{nY}(t) = f_m(x_1, x_2, \dots, x_{nX}; v_1, v_2, \dots, v_{nV}; h_1, h_2, \dots, h_{nH}; t).$$

Agarda $f_1, f_2, \dots, f_i$ funksiyalar ma'lum bo'lsa, unda bog'lanishlar S tizimni ishlash jarayonining ideal matematik modeli bo'lib chiqardi. Lekin amalda ko'pincha yirik tizimlar uchun oddiy ko'rinishdagi modelni olish mumkin emas, shuning uchun odatda S tizimning ishlash jarayoni qator elementar nimjarayonlarga ajratiladi. Bunda nimjarayonlarga ajratishlarni shunday o'tkazish kerakki, alohida nimjarayonlarning modellarini qurish oddiy bo'lsin va ifodalashda qiyinchiliklar tug'dirmasin. Shunday qilib, bu

bosqichda nimjarayonlarning shakllanish mohiyati namunaviy matematik sxemalarni tanlashdan iborat bo'ladi. Masalan, stoxastik jarayonlar uchun amaliy masalalarni yechish nuqtai nazaridan qaraganda nimjarayonlardan tashkil topgan real hodisalarning asosiy xususiyatlarini aniq tavsiflaydigan ehtimollik avtomatlarning sxemalari (P -sxemalar), ommaviy xizmat ko'rsatish sxemalari (Q -sxemalar) va sh.k. lar bo'lishi mumkin.

Shunday qilib, har qanday S tizimning ishlash jarayonini ifodalashdan oldin uni tashkil etuvchi hodisalarni o'rganish kerak. Natijada o'rganilayotgan jarayon uchun xarakterli qonuniyatlar va amaliy masalalarni qo'yilishini aniq ifodalashga birinchi urinishni o'zida namoyon etuvchi jarayonning tarkibiy tavsifi yuzaga keladi. Tarkibiy tavsif keyingi shakllanish bosqichlari: tizimning ishlash jarayonini shakllangan sxemasi va bu jarayonning matematik modelini qurish uchun boshlang'ich material bo'ladi. EHM da tizimning ishlash jarayonini modellashtirish uchun jarayonning matematik modelini mos modellash algoritmi va mashinali dasturga o'zgartirish kerak.

Tizimning M_K konseptual modelini qurish va uni shakllantirishning (1.4-rasmga qarang) asosiy nimbosqichlarini batafsilroq ko'rib chiqamiz.

1. Tizimni mashinali modellashtirish masalasining qo'yilishi. S aniq tizimning tadqiq qilish masalasini aniq ifoda etish berilgan va quyidagi masalalarga asosiy e'tibor qaratilgan: a) masala mavjudligi va mashinali modellashtirish zarurligini tan olish; b) mavjud resurslarni hisobga olib masalani yechish uslubini tanlash; c) masalaning masshtabi va uni quyi masalalarga ajratish imkoniyatini aniqlash.

Turli nimmasalalarni yechish ustuvorligi haqidagi savolga javob berish, imkoni bor matematik usullar samaradorligi va ularni yechishning dasturiy-texnik vositlarini baholash zarur. Bu masalalarni puxta ishlab chiqish, tadqiqot masalasini ifoda etish va uni amalga oshirishga kirishish imkonini beradi. Bunda modellashtirish jarayonida masalani birlamchi qo'yilishi qayta ko'rib chiqilishi mumkin.

2. Tizimni modellashtirish masalasining tahlili. Masala tahlilini o'tkazish modellashtirish usuli bilan uni yechishda kelib chiqadigan qiyinchiliklarni yengishga yordam beradi. Ko'rilayotgan

ikkinchi bosqichda asosiy ish aynan tahlilni o'tkazishga qaratiladi va quyidagilarni inobatga oladi:

a) S tizimning ishlash jarayoni samaradorligini baholash mezonlarini tanlash; b) M modelning endogen va ekzogen o'zgaruvchilarini aniqlash; c) mumkin bo'lgan identifikatsiya usullarini tanlash; d) tizimning modelini algoritmlashning ikkinchi bosqichi mazmunini dastlabki tahlili va uni mashinali amalga oshirishni bajarish; e) tizimni modellashtirish natijalarini olish va talqin qilish, uchinchi bosqich mazmunini dastlabki tahlilini amalga oshirish.

3. Modellashtirish ob'yekti haqidagi boshlang'ich axborotga qo'yiladigan talablarni aniqlash va uni yig'ishni tashkillashtirish. S tizimni modellashtirish masalasi qo'yilgandan keyin axborotga qo'yiladigan talablar aniqlanadi. Axborotdan bu masalani yechish uchun zarur sifatli va miqdoriy kirish ma'lumotlari olinadi. Bu ma'lumotlar masalani, uni yechish usullarining mazmunini chuqurroq tushunishga yordam beradi. Shunday qilib, bu nimbosqichda quyidagilar: a) S tizim va E tashqi muhit haqida zarur ma'lumotlarni tanlash; b) aprior ma'lumotlarni tayyorlash; c) mavjud eksperimental ma'lumotlarni tahlil qilish; d) tizim haqida axborotga dastlabki ishlov berish usullari va vositalarni tanlash amalga oshiriladi.

Bunda shuni esda saqlash kerakki, modellashtirish ob'yekti haqidagi boshlang'ich axborot sifatiga nafaqat model monandligi, balki modellashtirish natijalarining ishonchligi ham jiddiy bog'liqdir.

4. Gipotezalarni ko'rsatish va farazlarni qabul qilish. S tizimning modelini qurishda gipotezalar tadqiqotchi tarafidan masalani tushunishdagi «kamchiliklar» ni to'ldirish uchun xizmat qiladi. Mashinali eksperiment o'tkazishda haqqoniyligi tekshiriladigan S tizimning modellashtirish imkoni bor (joiz) natijalariga nisbatan gipotezalar ham ko'rsatiladi. Farazlar shuni nazarda tutadiki, ba'zi bir ma'lumotlar noma'lum yoki ularni olish mumkin emas. Farazlar masalani yechish talablariga javob bermaydigan ma'lum ma'lumotlarga nisbatan qo'yilishi mumkin. Farazlar modellashtirishning tanlangan darajasiga muvofiq modelni soddalashtirish imkonini beradi. Gipotezalarni ko'rsatishda va farazlarni qabul qilishda quyidagi omillar hisobga olinadi: a)

masalalarni yechish uchun mavjud axborotlarning hajmi; b) yetarli bo'lmagan axborotli quyi masalalar; c) masalani yechish uchun zarur bo'lgan vaqt resurslariga qo'yiladigan chegaralanishlar; d) kutilayotgan modellashtirish natijalari.

Shunday qilib, S tizimning modeli bilan ishlash jarayonida, modellashtirishning olingan natijalari va ob'yekt haqidagi yangi olingan axborotdan kelib chiqqan holda bu nimbosqichga ko'p marta qaytib kelish mumkin.

5. Modelning parametrlari va o'zgaruvchilarini aniqlash.

Matematik modelning tavsifiga o'tishdan avval, tizimning $h_k, k=1, n_H$ parametrlarini, $x_i=1, n_x, y_i=1, n_Y$ kirish va chiqish o'zgaruvchilarini, $v_i=1, n_v$ tashqi muhitning ta'sirini aniqlash kerak. Bu nimbosqichning yakuniy maqsadi – E tashqi muhitda ishlayotgan S tizimning matematik modelini qurishga tayyorgarlikdir. Buning uchun modelning barcha parametr va o'zgaruvchilarini ko'rib chiqish va tizimning yaxlit ishlash jarayoniga ularning ta'sir darajasini baholash zarur. Har bir parametr va o'zgaruvchilarning tavsifi quyidagi shaklda berilish lozim:

a) ta'rif va qisqacha tavsif; b) belgilash simvoli va o'lchash birligi; c) o'zgarish diapazoni; d) modelda qo'llanilish joyi.

6. Modelning asosiy mazmunini aniqlash. Bu bosqichda modelning asosiy mazmuni aniqlanadi va qabul qilingan gipotezalar va farazlar asosida ishlab chiqilgan tizimning modelini qurish usuli tanlanadi. Bunda quyidagi xususiyatlar hisobga olinadi: a) tizimni modellashtirish masalasini ifodalash; b) S tizimning strukturasi va uning xulqini algoritmlari, E tashqi muhitning ta'sirlari; c) modellashtirish masalasini yechish vositalari va mumkin bo'lgan usullari.

7. Tizimning samaradorligini baholash mezonlarini asoslash. Modellashtirishilayotgan S tizimning ishlash jarayoni sifatini baholash uchun samaradorlikni baholash mezonlarining ba'zi bir to'plamini tanlash kerak. Ya'ni masalaning matematik qo'yilishi samaradorlikni baholash uchun kerakli munosabatni xuddi tizimning parametrlari va o'zgaruvchilarining funksiyalarini olish kabi amalga oshirishga olib keladi. Bu funksiya o'zida parametrlar va o'zgaruvchilarning o'zgarishi tadqiq qilinayotgan sohada javob yuzasini ifodalaydi va tizimning reaksiyasini aniqlashga imkon beradi. S tizimning samaradorligini ko'rilayotgan masalaga qarab

integralli yoki xususiy mezonlar yordamida baholash mumkin.

8. Approksimatsiya protseduralarini aniqlash. S tizimda o'tayotgan real jarayonlarni approksimatsiyalash uchun odatda protseduralarning uchta ko'rinishidan foydalaniladi: a) determinanlangan; b) ehtimoliy; c) o'rtacha qiymatlarni aniqlash.

Determinanlangan protsedura qo'llanganda modellashtirish natijalari S tizimning kirish ta'sirlari, parametrlari va o'zgaruvchilarining berilgan to'plami bo'yicha bir qiymatli aniqlanadi. Bu holda modellashtirish natijalariga ta'sir qiluvchi tasodifiy elementlar bo'lmaydi. Ehtimoliy protsedura tasodifiy elementlar, E tashqi muhit ta'sirini qamrab olganda, S tizimning ishlash faoliyati tavsifiga ta'sir qiladi va chiqish o'zgaruvchilarining taqsimlash qonuniyatlari haqida axborotni olish zarur bo'lganda qo'llaniladi. O'rtacha qiymatlarni aniqlash protsedurasi, tasodifiy elementlar mavjud bo'lganda, tizimni modellashtirishda chiqish o'zgaruvchilarining o'rtacha qiymatlari qiziqish uyg'otganda qo'llanadi.

9. Tizimning konseptual modelini tavsiflash. Tizimlarning modelini qurishning ushbu nimbosqichida: a) M_K konseptual model abstraktli atamalar va tushunchalarda tavsiflanadi; b) namunaviy matematik sxemalardan foydalanib modelning tavsifi beriladi; c) yakuniy gipotezalar va farazlar qabul qilinadi; d) modelni qurishda real jarayonlarning approksimatsiya protseduralarini tanlashga asoslanadi. Shunday qilib, bu nimbosqichda masalaning to'liq tahlili o'tkaziladi va uni yechish uchun turli usullar ko'riladi hamda modellashtirishning ikkinchi bosqichida qo'llaniladigan M_K konseptual modelning mukammal tavsifi beriladi.

10. Konseptual model ishonchliligini tekshirish. M_K konseptual modelning tavsifidan keyin, S tizimni modellashtirishni keyingi bosqichiga o'tishdan avval modelning ayrim konsepsiyalari ishonchliligini tekshirish zarur. Konseptual modelning ishonchliligini tekshirish murakkabroq, chunki uni qurish jarayoni evristik va bunday model abstrakt atamalar va tushunchalar orqali tavsiflanadi. M_K modelni tekshirish usullaridan biri - modelni tahlil qilishga imkon beruvchi teskari o'tish amallarini qo'llash, qabul qilingan approksimatsiyalarga qaytish va nihoyat, modellashtiristirilayotgan S tizimda o'tayotgan real jarayonlarni qaytadan ko'rishdir. M_K konseptual modeli ishonchliligini tekshirish

o'z ichiga quyidagilarni qamrab olishi lozim: a) model g'oyasini tekshirish; b) boshlang'ich axborot ishonchliligini baholash; c) modellashtirish masalasini qo'yilishini ko'rib chiqish; d) qabul qilingan approksimatsiyalarni tahlil qilish; e) gipotezalar va farazlarni tadqiq qilish.

M_K konseptual modelini faqat puxta tekshirishdan keyingina modelni mashinali amalga oshirish bosqichiga o'tish kerak, chunki M_K modelidagi xatolar modellashtirishning ishonchli natijalarini olishga imkon bermaydi.

11. Birinchi bosqich bo'yicha texnik hujjatlarni tuzish. M_K konseptual modelini qurish bosqichi va uni shakllantirish oxirida bosqich bo'yicha texnik hisobot tuziladi, u quyidagilardan iborat : a) S tizimni modellashtirish masalasining to'liq qo'yilishi; b) tizimni modellashtirish masalasining tahlili; c) tizim samaradorligini baholash mezonlari; d) tizim modelining parametrlari va o'zgaruvchilari; e) modelni qurishda qabul qilingan gipotezalar va farazlar; g) modelni abstakt atamalar va tushunchalar orqali tavsiflash; h) S tizimni modellashtirishdan kutilayotgan natijalarini tavsiflash.

Texnik hujjatlarni tuzish – S tizimini modellashtirishni muvaffaqiyatli o'tkazishning majburiy shartidir, chunki yirik tizim modelini ishlab chiqish jarayoni va uni mashinali amalga oshirilishida turli bosqichlarda turli kasb mutaxassislari guruhлари ishtirok etadi (masalani qo'yuvchilardan boshlab dasturchilargacha) va ushbu hujjat qo'yilgan masalani modellashtirish usuli orqali yechishda ularni samarali hamkorlik qilishining vositasi bo'lib xizmat qiladi.

1.3.1.3. Modellarni algoritmash va ularni mashinali amalga oshirish

Modellashtirishning ikkinchi bosqichi – modelni algoritmash va uni mashinali amalga oshirish bosqichida birinchi bosqichda shakllantirilgan matematik model aniq mashinali modelga aylanadi. S tizimni ishlash jarayonining M_M mashinali modeli ko'rinishida g'oyalar va matematik sxemalarni amalga oshirishga yo'naltirilgan bu bosqich amaliy faoliyat bosqichini ifoda etadi.

Modellarni algoritmlash va mashinali amalga oshirishning nimbosqichlarini ko'rib chiqishdan oldin, modellash tirish algoritmlarini qurishning asosiy tamoyillari va ularni ifoda etish shakllariga to'xtalamiz.

S tizimning ishlash jarayonini R -o'lchamli fazoda uning $\vec{z} = z(z_1(t), z_2(t), \dots, z_R(t))$ holatlarini ketma-ketli almashish sifatida qarash mumkin. Ma'lumki, tadqiq qilinayotgan S tizimning ishlash jarayonini modellash tirish masalasi z funksiyani qurish va ushbu funksiya asosida tizimning ishlash jarayonini tavsiflari hisobini bajarish mumkin. Buning uchun z funksiyaning o'zgaruvchilari, parametrlari va vaqt bo'yicha bog'liqliklari hamda $t = t_0$ vaqt momentidagi $\vec{z}^0 = z(z_1(t^0), z_2(t^0), \dots, z_R(t^0))$ boshlang'ich shartlari bo'lishi kerak.

Qandaydir S_D determinirlangan, tasodifiy omillari bo'lmagan, ya'ni tizimning $\vec{z}^0 = \Phi(\vec{z}^0, \vec{x}, t)$ ko'rinishdagi holatlar vektorini aniqlash mumkin bo'lgan tizimning ishlash jarayonini ko'rib chiqamiz. Unda $t_0 + j \Delta t$ vaqt momentidagi jarayon holatini ma'lum boshlang'ich shartlar bo'yicha matematik model bog'liqliklaridan bir qiymatli aniqlanishi mumkin. Bu tizimni ishlash jarayonini modellash tirish algoritmini qurishga imkon beradi. Buning uchun Z model bog'liqliklarini shunday ko'rinishga o'zgartiramizki, $z_i(\tau) i = 1, R$ qiymatlari bo'yicha $z_1(t + \Delta t), z_2(t + \Delta t), \dots, z_R(t + \Delta t)$ larni hisoblash qulay bo'lsin, bunda $\tau \leq t$. Boshlang'ich moment t_0 da vaqtni ko'rsatadigan tizimli vaqtning hisoblagichini tashkillashtiramiz. Bu moment uchun $z_i(t_0) = z_i^0$. Δt vaqt intervalini qo'shamiz, unda hisoblagich $t_1 = t_0 + \Delta t$ ni ko'rsatadi. Endi $z_i(t_0 + \Delta t)$ qiymatlarini hisoblaymiz. Keyin $t_2 = t_1 + \Delta t$ vaqt momentiga o'tamiz va h.k. Agar Δt qadam yetarli darajada kichik bo'lsa, unda shu yo'l bilan z ning taxminiy qiymatlarini olish mumkin.

S_R stoxastik tizimning, ya'ni tasodifiy omillar ta'sir ko'rsatadigan tizimni ishlash jarayonini ko'rib chiqamiz. Bunday tizim uchun $\tau \leq t$ vaqt momentida z jarayonning holatlar funksiyasi va model bog'liqliklari $t + \Delta t$ vaqt momentida $\vec{z}_i(t + \Delta t)$ uchun faqat ehtimolliklar taqsimlanishini aniqlaydi. Umumiy holda ehtimolliklarning muvofiq taqsimlanishi bilan berilayotgan $\vec{z}^0$ boshlang'ich shartlari tasodifiy bo'lishi ham mumkin. Bunda modellash tirish tiruvchi algoritmnining strukturasi stoxastik tizimlar uchun asosan oldingiday qoladi. Faqat $z_i(t + \Delta t)$ holati o'rniga endi

ehtimolliklar taqsimlanishini mumkin bo'lgan hollari uchun hisoblab chiqish kerak. Tizimli vaqt hisoblagichi t_0 vaqtini ko'rsatmoqda deylik. Berilgan ehtimollik taqsimlanishiga muvofiq z_i^0 tanlanadi. Keyin, taqsimlanishdan kelib chiqib, berilgan vaqt intervalida tasodifiy ko'p o'lchamli $z_i(t)$ jarayonning mumkin bo'lgan amalga oshirilishlaridan biri qurilmaguncha $z_i(t_0 + \Delta t)$ holat yuzaga keladi va h.k

Ko'rilgan modellashtirish algoritmlarini qurish tamoyili « Δt tamoyili» deb ataladi. Bu tamoyil Δt vaqtning berilgan intervallari orqali S tizimning ishlash jarayoni ketma-ket holatlarini aniqlashga imkon beruvchi eng universal tamoyildir. Lekin mashinali vaqtning sarflash nuqtai nazaridan u ba'zan tejamkor bo'lmay qoladi.

Ayrim tizimlarni ishlash jarayonlari o'rganilganda ular uchun holatlarning ikki xil tavsifga ega ekanligini ko'rish mumkin:

1) maxsus, tizimning ishlash jarayonida faqat ba'zi vaqt momentlariga tegishli (kirish yoki boshqarish ta'sirlari, tashqi muhit g'alayonlari va sh.k. ning kelish momentlari).

2) maxsusmas, ularda jarayon barcha qolgan vaqtda bo'ladi.

Maxsus holatlar yana shu tomonlari bilan xarakterliki, $z_i(t)$ holatlar funksiyalari vaqtning bu momentlarida sakrab o'zgaradi, maxsus holatlar orasida esa $z_i(t)$ koordinatalarining o'zgarishi ravon va uzluksiz yuz beradi yoki umuman yuz bermaydi. Shunday qilib, S tizimni modellashtirishda faqat ayrim vaqt momentlaridagi maxsus holatlarni yuz berishi kuzatilib, $z_i(t)$ funksiyalarni qurish uchun zarur bo'lgan axborotni olish mumkin. Bundan ko'rinmoqdaki, tavsiflangan tizimlarning turi uchun «maxsus holatlar tamoyili» bo'yicha modellashtirish algoritmlarini qurish mumkin. z holatning sakrash ko'rinishli (releli) o'zgarishini δz deb, «maxsus holatlar tamoyili» ni esa – « δz tamoyil» deb belgilaymiz.

Masalan, ommaviy xizmat tizimi uchun « Q -sxema» maxsus holatlar sifatida P asbobga xizmat qilish talabnomalarni kelib tushish momentlaridagi va K kanallar talabnomalariga xizmat ko'rsatish tugagan momentlaridagi holatlarini tanlanishi mumkin, unda talabnomalarning mavjud soni bilan baholanayotgan tizimning holati sakrab o'zgaradi.

Maxsus holatlardagi tizimlarning ishlash jarayonini tavsiflari maxsus holatlar haqidagi axborot bo'yicha baholanishini, maxsus bo'lmagan holatlari esa modellashtirishda qaralmasligini belgilab

o'tamiz. « δz tamoyil» « Δt tamoyil» ga nisbatan qator tizimlar uchun modellashtirish algoritmlarini mashinali amalga oshirish vaqtini ancha kamaytirish imkonini beradi. « δz tamoyili»ni amalga oshiruvchi modellashtirish algoritmini qurish mantig'i ko'rilgan « Δt tamoyil»dan S tizimning maxsus holatiga muvofiq t_δ vaqt momentini aniqlash jarayonini o'ziga olishi bilan farq qiladi. Yirik tizimlarni ishlash jarayonini tadqiq qilish uchun modellashtirish algoritmlarini qurishda kombinatsiyalangan tamoyildan foydalanish maqsadga muvofiqdir. U ko'rilgan tamoyillarning afzalliklariga ega.

Tizimlarni ishlash jarayoni modellar mantiqiy strukturalari va mashinali dasturlarni ifodalashning qulay shakli – bu sxemadir. Modellashtirishning turli bosqichlarida modellashtirish algoritmlarni, shuningdek dasturlar sxemalarining umumlashgan va batafsil mantiqiy sxemalari tuziladi.

Modellashtirish algoritmining umumlashgan (yiriklashgan) sxemasi tizimning modellashtirishida hech qanday aniqlovchi detallarsiz harakatlarning umumiy tartibini beradi. Umumlashgan sxema modellashtirishning navbatdagi qadamida nimani bajarish kerakligini, masalan tasodifiy sonlar datchigiga murojaat qilishni ko'rsatadi.

Modellashtirish algoritmining batafsil sxemasi umumlashgan sxemada bo'lmagan aniqliklarni o'z ichiga oladi. Batafsil sxema nafaqat tizimni modellashtirishning navbatdagi qadamida nimani bajarish kerakligini, balki buni qanday bajarish kerakligini ham ko'rsatadi.

Modellashtirish algoritmining mantiqiy sxemasi o'zida S tizimni ishlash jarayoni modelining mantiqiy strukturasini ifodalaydi. Modellashtirish masalasini yechish bilan bog'liq mantiqiy amallarining vaqt bo'yicha tartiblangan ketma-ketligini mantiqiy sxema ko'rsatadi.

Dasturning sxemasi aniq matematik ta'minotdan foydalanib modellashtirish algoritmini dasturiy amalga oshirish tartibini aks ettiradi. Dasturning sxemasi o'zida aniq algoritmik til bazasida dastur ishlab chiquvchi modellashtirish algoritmining mantiqiy sxemasini talqin qiladi. Bu sxemalar orasidagi farq shundan iboratki, tizimni ishlash jarayoni modelining mantiqiy strukturasini mantiqiy sxema aks ettiradi, dastur sxemasi esa – modellashtirishning aniq dasturiy-texnik vositalaridan foydalanib modelni mashinali amalga oshirish mantig'ini aks ettiradi.

1.3.1.4. Modellastirish natijalarini olish va talqin qilish

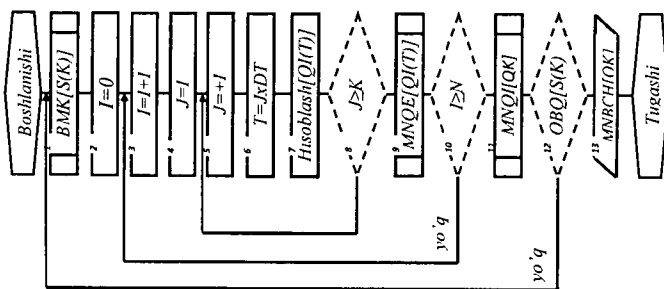
Modellastirishning uchinchi bosqichi – modellastirish natijalarini olish va talqin qilish bosqichida tuzilgan va sozlangan dastur bo'yicha ishchi hisoblarni o'tkazish uchun EHM dan foydalaniladi. Bu hisoblarning natijalari modellastirilayotgan S tizimning ishlash jarayoni tavsiflari haqidagi xulosalarni tahlil qilish va ifodalashga imkon beradi.

EHM da modellastirish algoritmlarini amalga oshiririshida tadqiq qilinayotgan $z(t) \in Z$ tizimlarning ishlash jarayoni holatlari haqidagi axborot ishlab chiqiladi. Bu axborot mashinali tajriba natijalari asosida olinib, izlanayotgan tavsiflarning taqribiy baholashini aniqlash, ya'ni baholash mezonlari uchun kirish materialini hisoblanadi. Baholash mezonlari sifatida tizimda haqiqatda bo'lib o'tayotgan jarayon yoki bu jarayonlarning maxsus shakllantirilgan funksiyalari asosida olinadigan ko'rsatkichlari xizmat qiladi.

Mashinali eksperiment davomida $[0, T]$ berilgan vaqt intervalida S tizimning ishlash jarayoni tadqiq qilinayotgan M modelning xulqi o'rganiladi. Shuning uchun baholash mezonini umumiy holda $[0, T]$ intervalda berilgan vektorli tasodifiy funksiyadir: $\vec{q}(t) = (q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))$. Baholashning oddiyoq mezonlari tez-tez qo'llaniladi, masalan, berilgan vaqt $t^* \in [0, T]$ momentida tizimning ma'lum holatlari ehtimolligi, $[0, T]$ vaqt intervalida tizimlardagi rad qilishlar va to'xtab qolishlarning yo'qligi va h.k. Modellastirish natijalarini talqin qilishda baholash mezonining taqsimlanish qonunining turli statik tavsiflari hisoblanadi.

1.6-rasmda keltirilgan modellastirish tizimining natijalarini fiksatsiyalash va qayta ishlashning umumiy sxemasini ko'rib chiqamiz.

$[0, T]$ vaqt intervalida S tizimning xulqini tadqiq qilish uchun belgilangan M gipotetik modelni ko'rib chiqamiz. Umumiy holda jarayonni modellastirish natijalarini talqin qilishning mezonini n -o'lchamli nostatsionar tasodifiy $\vec{q}(t); 0 \leq t \leq T$ jarayon hisoblanadi.



1.6-rasm. Tizimni modellashtirish natijalarini fiksatsiyalash va qayta ishlash algoritmi

Faraz qilamiz, har bir vaqt birligida, ya'ni « tamoyil» qo'llanganda modellanayotgan tizimning holati tekshiriladi. Bunda mezonining qiymatlari hisoblanadi. Shunday qilib, tasodifiy jarayon xossalari haqida tasodifiy ketma-ketlik xossalari bo'yicha yoki boshqacha aytganda, o'lchamli

ko'rinishli vektorning xossalari bo'yicha fikr yuritiladi.

tizimning intervalda ishlash jarayonining vektorni mustaqil amalga oshirishlarini olish bilan karra modellashtirishiriladi. vaqt intervalida modelni ishlashi *model progoni (haydab o'tish)* deb ataladi.

1.6-rasmda ko'rsatilgan sxemada quyidagilar belgilangan:

Umumiy holatda modellashtirish ma'lumotlarini fiksatsiya va statistik qayta ishlash algoritmlari uchta siklga ega. Faraz qilamizki, tizimning mashinali modeli bor bo'lsin.

Ichki sikl (5-8 bloklar) vaqt momentida ketma-ketlikni olishga imkon beradi. 7-asosiy blok ketma-ketlikni hisoblash protsedurasini amalga oshiradi. Aynan shu blokda vaqt intervalida modellanayotgan tizimning ishlash jarayoni imitatsiyalanadi.

Oraliq sikl (3-10 bloklar), tizimning modellanayotgan varianti tavsiflarining bahoiari haqida natijalarni mos statistik qayta ishlashdan keyin fikr yuritishga imkon beruvchi modelning haydab o'tishini karrali qaytarilishi tashkil qilinadi. tizim modellashtirish variantini tugashi nafaqat sxemada ko'rsatilganidek, berilgan amalga oshirish soni (10-blok) bilan, balki modellashtirish

natijalarini berilgan aniqlik bilan ham aniqlanishi mumkin. $\vec{q}(t): MNQE[QI/T]$ modelni i -li haydab o'tish bo'yicha modellashtirish natijalarini fiksatsiyalash protsedurasini amalga oshiruvchi bu siklda 9-blok bor.

Tashqi sikl (1-12-bloklar) ikkala oldingi sikllarni o'z ichiga oladi va S tizimning modellashtirish variantlari ketma-ketligini boshqaruvchi 1, 2, 11, 12 bloklarini qo'shimcha qilib kiritadi. Bu yerda S tizimning optimal strukturalari, algoritmlari va parametrlarini qidirish tashkil qilinadi, ya'ni 11 blok $SHMQI[QK]$ tizimning tadqiq qilinayotgan R -li variantini modellashtirish natijalarini qayta ishlaydi, 12-blok talab qilinayotgan ($OVQ[S(K)]$ tizimning optimal variantini qidirishni olib boradi) $\vec{q}^{(R)}(t)$ tizimning ishlash jarayoni tavsiflarining olingan baholarini qoniqarliligini tekshiradi, 1-blok $BMK[S(K.)]$ tizimning navbatdagi R -li variant uchun kirish ma'lumotlarini kiritish darajasida S tizimning strukturalari, algoritmlari va parametrlarini o'zgartiradi. 13-blok S_R tizim modelini har bir k -li variant bo'yicha modellashtirish natijasini berish ishini amalga oshiradi, ya'ni $MNBCH[QK]$. Ko'rilgan sxema $\vec{q}(t)$ nostatsionar mezonida eng umumiy holda modellashtirish natijalarini statistik qayta ishlashni olib borishga imkon beradi. Xususiyl hollarda oddiyroq sxemalar bilan chegaralanib qolish mumkin.

Agar modellashtirish tirilayotgan S tizimning xossalari qandaydir berilgan vaqt momentida $\vec{q}(t)$ mezon qiymati bilan aniqlansa, masalan $t = R\Delta t = T$ modelni ishlash bosqichini so'nggida, unda qayta ishlash modelning N haydab o'tish natijasida olingan $\vec{q}_i(T), i = 1, N$ mustaqil amalga oshirishlar bo'yicha $\vec{q}_i(T)$ n -o'lchamli vektorni taqsimlash bahosiga olib boriladi.

Agar modellanayotgan S tizimda ishlash boshlanishidan qandaydir $t_0 = R_0\Delta t$ vaqt o'tishi bo'yicha statsionar rejim o'rnatilsa, unda $[t_0, T]$ intervalda statsionar va ergodik $\vec{q}(t)$ mezonning $\vec{q}_1(t)$ bitta yetarli uzun amalga oshirilishi bo'yicha fikr yuritishimiz mumkin. Ko'rilgan sxema uchun $j \geq R_0$ da $q_1 = (j\Delta t)$ qiymatlarni qayta ishlashni boshlashga imkon beruvchi operator qo'shilishi va ($p = 1$) o'rta sikl olib tashlanishini belgilaydi.

Modellashtirish natijalarini statistik qayta ishlash usullarini amalda qo'llanilayotgan boshqa xususiyati blokli konstruksiyali

modellar yordamida tizimni ishlash jarayonining tadqiqoti bilan bog'liq. Bitta blok uchun kirish ta'sirlarini imitatsiyalash modelning boshqa blokida dastlabki olingan baholash mezonlari asosida olingan hollar modelning alohida bloklarini alohida modellashtirishni tez-tez qo'llashga olib keladi. Alohida modellashtirishda mezonlarni amalga oshirish to'plagichda bevosita yozilishi, yoki bular ta'sirini imitatsiyalash uchun tasodifiy sonlar generatorlaridan keyinchalik foydalanish bilan modellashtirish natijalarini statistik qayta ishlash asosida olingan ularning approksimatsiyasi o'rin olishi mumkin.

Oxirgi, uchinchi tizimning modellashtirish bosqichiga kirishdan oldin uni muvaffaqiyatli o'tkazish uchun quyidagi asosiy nimbosqichlarni bajarishga olib keluvchi aniq harakatlar rejasini tuzish zarur.

Tizimning modeli bilan mashinali tajribani rejalashtirish

EHM da ishchi hisoblarni bajarishdan oldin S tizimni modellashtirishni o'tkazish zarur bo'lgan o'zgaruvchilar va parametrlar kombinatsiyalarini ko'rsatib, eksperimentni o'tkazish rejasi tuzilishi kerak. Mashinali eksperimentni rejalashtirish mashinali resurslarni minimal sarflashda modellashtirish ob'yekti haqida kerakli axborotning maksimal hajmini olishga safarbar qilingan. Bunda mashinali eksperimentning strategik va faktik rejalash farqlanadi. Eksperimentni strategik rejalashda modellashtirishning oldiga qo'yilgan (masalan, EHMda modellashtirish usuli bilan tadqiq qilinayotgan S tizimning strukturasi, algoritmlari va parametrlarini optimallashtirish) maqsadiga erishish uchun eksperimentning optimal rejasini qurish masalasi qo'yiladi. Mashinali eksperimentni taktik rejalash strategik rejalashda berilgan (masalan, EHMda S tizimning statistik modellashtirishda to'xtatishning optimal qoidalarini tanlash masalasini yechish) ko'p zaruriy holatlardagi har bir aniq eksperimentni optimal amalga oshirishning xususiy maqsadini ko'zlaydi. Mashinali eksperiment eng samarali rejasini olish uchun statistik usullarni qo'llash zarur.

Hisoblash vositalariga qo'yilgan talablarni aniqlash

Hisoblash vositalaridan foydalanish vaqti bo'yicha talablarni ifodalash zarur, ya'ni bitta yoki bir nechta EHMda ishlash grafigini tuzish hamda EHMni modellashtirishda kerak bo'ladigan tashqi moslamalarni ko'rsatish lozim.

Ishchi hisoblarni o'tkazish

S tizim modeli bilan mashinali eksperimentni o'tkazish rejasi va modelning dasturini tuzgandan keyin EHM da ishchi hisoblashlarga kirishish mumkin, ular odatda o'zida quydagilarni mujassamlashtiradi: a) kirish ma'lumotlar to'plamini tayyorlash; b) EHM ga kiritish uchun kirish ma'lumotlarni tayyorlash (perfokarta, perfolenta va sh.k. larga yozish); c) kiritish uchun tayyorlangan kirish ma'lumotlarini tekshirish; d) EHM da hisoblarni o'tkazish; e) chiqish ma'lumolarini, ya'ni modellashtirish natijalarini olish.

Mashinali modellashtirishni o'tkazishni ikki bosqichda bajarish maqsadga muvofiqdir: nazorat, keyin esa ishchi hisoblar. Bunda nazorat hisoblari M_M mashinali modellarni tekshirish uchun va kiruvchi ma'lumotlarni o'zgarishiga natijalarning sezuvchanligini aniqlash uchun bajariladi. *

Tizimni modellashtirish natijalarini tahlil qilish

EHM da hisoblashlar natijasida olingan chiqish ma'lumotlarini samarali tahlil qilish uchun ishchi hisoblar natijalari bilan nima qilish va ularni qanday talqin qilish kerakligini bilish lozim. Bu masalalar S tizimni modellashtirishning ikkita birinchi bosqichlarida dastlabki tahlil asosida yyechilishi mumkin. M_M model bilan mashinali tajribani rejalash chiqish ma'lumotlarning kerakli miqdorini chiqarish va ularning tahlil usulini aniqlashga imkon beradi. Bunda faqatgina keyingi tahlil uchun kerak bo'ladigan natijalar bosmaga berish hamda modellashtirish natijalarini qayta ishlash va bu natijalarni eng ko'rgazmali ko'rinishda ifodalash nuqtai nazaridan EHM ning imkoniyatlaridan to'laroq foydalanish kerak. Natijalarni EHM dan chiqarishdan oldin ularning statistik tavsiflarni hisoblash, mashinani qo'llash samaradorligini oshiradi va EHM dan chiqqan axborotni qayta ishlashni minimumga olib keladi.

Modellashtirish natijalarini keltirish

Ilgari belgilanganidek, modellashtirishning uchinchi bosqichida modellashtirishning oxirgi natijalarini jadvallar, grafiklar, diagrammalar, sxemalar va shu kabilar ko'rinishida ifodalashga asosiy e'tiborni qaratish lozim. Har bir aniq holda eng to'g'ri keladigan shaklni tanlash maqsadga muvofiq, chunki bu buyurtmachi tarafidan ularni keyingi foydalanish samaradorligiga katta ta'sir ko'rsatadi. Ko'p holatlarda eng oddiy shakl jadvallar hisoblanadi, hattoki S tizimning modellashtirish natijasini grafiklar

ko'proq ko'ragazmali tasvirlaydi. Modellash tirishning dialogli rejimlarida displeylar modellash tirish natijalarini operativ aks ettiradigan eng oqilona vositalardir.

Modellash tirish natijalarining talqini

Modellash tirish natijalarini olib va tahlil qilib bo'lgach, ularni modellanayotgan ob'yektga, ya'ni S tizimga nisbatan talqin qilish kerak. Bu nimbosqichning asosiy mazmuni – M_M model orqali mashinali tajriba o'tkazish natijasida olingan axborotdan modellash tirish ob'yektiga qo'llaniluvchi axborotga o'tish. Shu asosda tadqiq qilinayotgan S tizimning ishlash jarayoni tavsiflariga nisbatan xulosalar chiqariladi.

Modellash tirish natijalarini chiqarish va tavsiyalar berish

Bu nimbosqichni o'tkazish oldingi ikkinchi bosqich bilan chambarchas bog'liq. Modellash tirish yakunlarini chiqarishda M_M model ustida tajriba rejasiga muvofiq olingan natijalarning bosh xossalari belgilanishi, gipotezalar va farazlarni tekshirilishi o'tkazilgan bo'lib, bu natijalar asosida xulosalar bajarilgan bo'lish kerak. Bularning hammasi modellash tirish natijalaridan amaliy foydalanish tavsiyalarini ifodalashga imkon beradi, masalan S tizimning loyihalashtirish bosqichida.

Uchinchi bosqich bo'yicha texnik hujjatlarni tuzish

Bu hujjatlar o'z ichiga quyidagilarni olish kerak: a) mashinali eksperimentni o'tkazish rejas; b) modellash tirish uchun kirish ma'lumotlari to'plami; c) tizimni modellash tirish natijalari; d) modellash tirish natijalarining tahlili va bahosi; e) olingan modellash tirish natijalari bo'yicha xulosalar; f) mashinali modelni keyingi mukammallashtirish yo'llarini va uni amalga oshirishning mavjud sohalarini ko'rsatishlarni.

Ko'rilgan bosqichlarning har biri bo'yicha EHM da S aniq tizimni modellash tirish bo'yicha texnikaviy hujjatlarning to'la to'plami bo'lishi kerak.

Shunday qilib, S tizimning modellash tirish jarayoni modellash tirishning sanab o'tilgan bosqichlarini bajarishiga olib keladi. M_M konseptual modelni qurish bosqichida modellanadigan ob'yektni tadqiqi o'tkaziladi, kerakli approksimatsiyalar aniqlanadi va modelning mantiqiy sxemasi va dasturning sxemasini ketma-ket qurish yo'li bilan modellash tirishning ikkinchi bosqichida M_M mashinali modelga qayta o'zgartiriladigan umumlashgan sxema

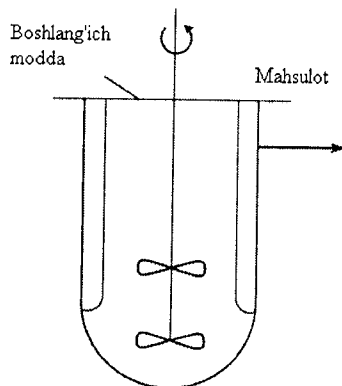
quriladi. Modellashtirishning oxirgi bosqichida EHM da ishchi hisoblar o'tkaziladi, S tizimning modellashtirish natijalarini olinadi va talqin qilinadi.

Ko'rib chiqilgan bosqichlar va nimbosqichlarning ketma-ketligi S tizimning modelini qurish va amalga oshirishning eng umumiy yondashuvini aks ettiradi. Keyinchalik modellashtirish jarayonining eng muhim tashkil etuvchilarida to'xtalamiz.

1.4. Matematik modellarning asosiy turlari

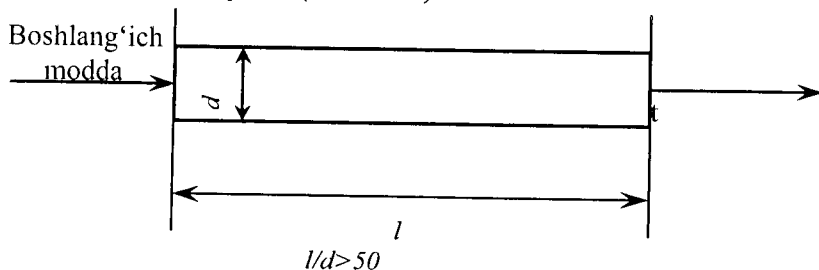
Jarayonni aniq amalga oshirish va uning apparaturali rasmiylashtirilishiga bog'liqligidan kimyo-texnologik jarayonlarning barcha turlarini vaqtli va fazaviy alomatlaridan kelib chiqib to'rt sinfga bo'lish mumkin: 1) vaqt bo'yicha o'zgaruvchi (nostatsionar) jarayonlar; 2) vaqt bo'yicha o'zgarmas (statsionar) jarayonlar; 3) fazoda parametrlari o'zgaradigan jarayonlar; 4) fazoda parametrlari o'zgarmaydigan jarayonlar. Matematik modellar mos ob'yektlarni aks ettiruvchi bo'lgani uchun: 1) statik modellar – vaqt bo'yicha o'zgarmas modellar; 2) dinamik modellar – vaqt bo'yicha o'zgaruvchi modellar; 3) mujassamlashgan parametrli modellar – fazoda o'zgarmas modellar; 4) taqsimlangan parametrli modellar - fazoda o'zgaruvchi modellar. Sanab o'tilgan modellar sinflarini ko'rib chiqamiz.

Mujassamlashgan parametrli modellar. Modellarning berilgan sinflari uchun o'zgaruvchanlarning fazodagi turg'unligi xarakterlidir. Nostatsionar jarayonlar uchun algebraik tenglamalar yoki birinchi tartibli differensial tenglamalarni matematik tavsif o'z ichiga oladi. Modellarning berilgan sinfi bilan tavsiflanadigan ob'yekti misolida oqimning ideal (to'liq) aralashtirish apparati xizmat qilishi mumkin. Aralashtirgichning tezligi shundayki, apparatning barcha nuqtalarida konsentratsiya bir xildir (1.3-rasm).



1.3 rasm. Ideal aralashtirish modelini amalga oshiruvchi apparat sxemasi

Taqsimlangan parametrlı modellar. Agar jarayonning asosiy o'zgaruvchilari nafaqat vaqtda, balki fazoda ham o'zgarsa, yoki agar ko'rsatilgan o'zgarishlar faqat fazoda bo'lib o'tsa, unda bunday jarayonlarni tavsiflaydigan modellar taqsimlangan parametrlı modellar deb ataladi. Ularning matematik tavsifi odatda xususiy hosilali differensial tenglamalarni, yoki statsionar jarayonlarning bitta fazoviy o'zgaruvchili oddiy differensial tenglamalarini o'z ichiga oladi. Bunday modellar bilan tavsiflanadigan jarayonning misoli bo'lib diametriga nisbatan uzunligining katta va reagentlarning harakat tezligi katta bo'lgan quvurli apparat xizmat qiladi (1.4-rasm).



1.4-Rasm. Ideal siqib chiqarish modelini amalga oshiruvchi apparat sxemasi

Statik modellar. Statik modellar ob'yektning ishlashini statsionar, ya'ni vaqt bo'yicha jarayonning parametrlari o'zgarmaydigan sharoitlarda aks ettiradi. Shunga muvofiq statik

modellarda matematik tavsif vaqtni o'zgaruvchi sifatida o'z ichiga olmaydi va taqsimlangan parametrlar bilan ifodalanadi. Statik model bilan tavsiflanadigan ob'jekt misoli bo'lib, o'rnatilgan ishlash rejimidagi A va B reagentlar V_{ji} , v_g , v_A , v_B ($v_A + v_B = v$) miqdorda uzluksiz beriladigan va R reaksiya mahsuloti chiqarib turiladigan V hajmli to'la aralashtiruvchi apparat xizmat qiladi.

Apparatning matematik tavsifi quyidagi material balans tenglamalaridan iborat (soddalashtirish maqsadida issiqlik balansini inobatga olinmaydi):

$$\begin{aligned} v(C_{A_0} - C_A) &= V k C_A C_B \\ v(C_{B_0} - C_B) &= V k C_A C_B \end{aligned} \quad (1.1)$$

bunda k - reaksiya tezligining konstantasi.

Dinamik modellar. Dinamik model ob'jektning vaqt bo'yicha o'zgarishini aks ettiradi. Bunday modellarning matematik tavsifi albatta vaqt bo'yicha hosilani o'z ichiga oladi. Ko'pincha dinamik modelni kirish va chiqish o'zgaruvchilarni bog'laydigan uzatish funksiyalar ko'rinishida quriladi (ayniqsa ob'jektning boshqarish maqsadlari uchun dinamik modellarni uzatish funksiyalar ko'rinishida ifodalash qulay). Dinamik modelning misoli bo'lib yuqorida ko'rib chiqilgan to'liq aralashtiruvchi, lekin o'rnatilmagan rejimda ishlaydigan, apparatning modeli xizmat qilishi mumkin. Bu holda apparatning matematik tavsifi quyidagi material balans tenglamalarini o'z ichiga oladi:

$$\frac{dC_A}{dt} = \frac{v}{V} (C_{A_0} - C_B) - k C_A C_B \quad (1.2)$$

$$\frac{dC_B}{dt} = \frac{v}{V} (C_{B_0} - C_B) - k C_A C_B \quad (1.3)$$

hamda $t = 0$ dagi boshlang'ich shartlar

$$C_A = C_{A_0}, \quad C_B = C_{B_0} \quad (1.4)$$

Matematik model modellashtirish dasturi shaklida amalga oshirilib, aniqlangan yechim algoritmlari uchun ob'jekt bo'lib o'tadigan hodisalarning mohiyatini aks ettiruvchi matematik tavsifning tenglamalar tizimi hisoblanadi. Bu ta'rifga muvofiq matematik model uchta jihatlar majmuida ko'rilishi kerak: ma'noli, tahliliy va hisobiy.

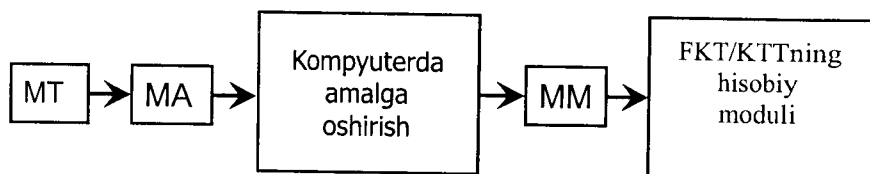
Ma'noli jihat o'zida modellanayotgan ob'jektning tabiatini

fizikaviy tavsifini ifoda etadi.

Tahliliy jihat ob'yektda bo'lib o'tadigan hodisalar va ular orasidagi funksional aloqalarni aks ettiruvchi qandaydir tenglamalar ko'rinishidagi jarayonning matematik tavsifidir.

Nihoyat, hisobiy jihat – dasturlash tillarning birida modellashtirish tiruvchi dasturi sifatida amalga oshirilgan matematik tavsifning tenglamalar tizimining yechish algoritmi va usulidir.

Boshqacha so'z bilan aytganda matematik model – bu kompyuterda amalga oshirilgan matematik tavsifining (MT) tenglamalar tizimini yechish algoritmidir, yoki matematik model – bu MT real jarayonining kirish va chiqish o'zgaruvchilarini o'zaro bog'laydigan tenglamalar tizimi bo'lib, uning xossalarini bashoratlash uchun maxsus algoritm yordamida bu tenglamalar tizimini yechish va bu algoritmnı kompyuterda amalga oshirish kerak bo'ladi.



Matematik modelni tuzgandan keyin uning monandligi aniqlanadi.

Monandlik – bu real ob'yektga matematik modelning ham sifat jihatidan (model va ob'yektda o'zgaruvchilarning tendensiyasi bir xil) ham miqdor jihatdan (eksperimental ma'lumotlar) muvofiqligi.

$$\|\bar{y}^{his.} - \bar{y}^{taj.}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\bar{y}^{his.} - \bar{y}^{taj.})^2} = \varepsilon$$

bu erda ε tajriba o'lchashlari xatoliklaridan kam emas.

Agar monandlikka erishilmasa, unda identifikatsiyalash masalasini yechish kerak.

Identifikatsiyalash – optimallashtirishning moslanmaganlik mezonining eng kichik qiymati qidiriladigan xususiy holi:

$$\min \|\bar{y}^{his.} - \bar{y}^{tajr.}\|$$

Ishlab chiqilgan kompyuterli matematik model texnologik jarayonni optimallashtirish uchun qo'llanadi. Masalaning maqsadini o'rnatgandan keyin quyidagilar aniqlanadi:

1) Maqsadli funksiya – R optimallik mezoni

$$R = R(\bar{y}^{his.})$$

optimallik mezonlarining turlari:

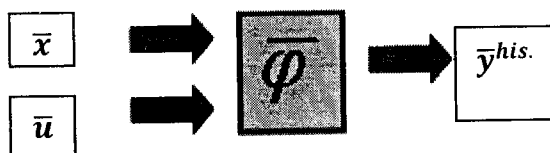
- Texnologik;
- Iqtisodiy;
- Texnik-iqtisodiy;
- Termodinamik;

2) Optimallashtirishning resurslari

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{u} \end{bmatrix}$$

$\bar{u}$ -optimallashtirish (boshqarish) o'zgaruvchilari

$$\bar{y}^{his.} = \bar{\varphi}(\bar{x}, \bar{u}, \bar{a}) - MA$$



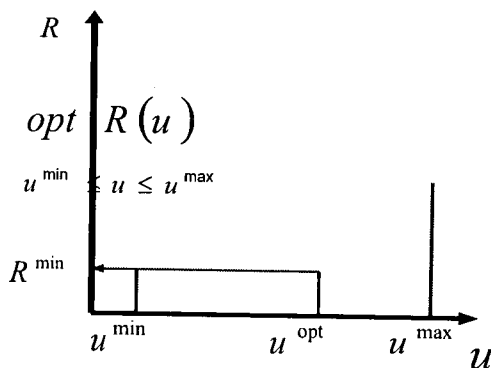
3) Optimallashtirish algoritmi

Ko'p o'zgaruvchilar uchun optimallashtirish masalasini ta'riflash:

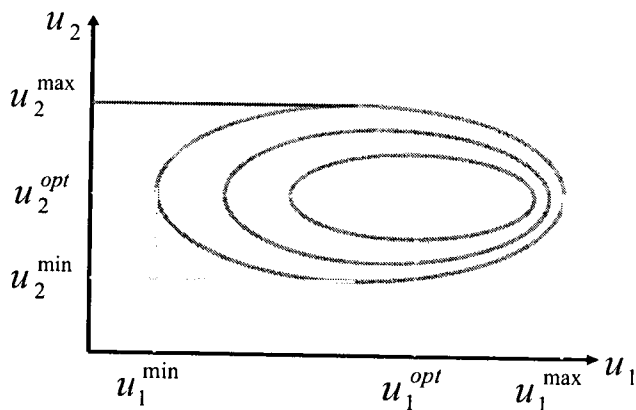
$$\begin{array}{l} \text{opt } R(\bar{u}) \\ \bar{u} \in \bar{u}^{his} \end{array}$$

Optimallashtirish masalasi yechimining natijasi:

$\bar{u}^{\text{opt}}$ R^{opt}	alg Opt
--	----------------



1.6-rasm. Bir o'zgaruvchi uchun masala yechimining varianti



1.7-rasm. Ikki optimallashtiruvchi o'zgaruvchilar uchun parametrik tekislikda optimal qiymatning grafik tasviri

Qo'yilgan maqsadlarga erishish uchun model ayrim xossalarga ega bo'lishi kerak va ushbu xossalarni bir vaqtda modelni qurish sifatini baholash mezonlari bo'lib ham hisoblanadi.

Model xossalari orasidan quyidagilarni ajratish mumkin: samaradorlik, universallik, turg'unlik, mazmundorlik, monandlik, chegaralanganlik, to'ralik, dinamiklik.

1.5. Ob'yekt tabiatining fizikaviy tavsifi

Har qaysi matematik modelning qurish modellashtirish ob'yektining fizikaviy tavsifini qurishdan boshlanadi. Bunda

modellash tirish ob'yektida modelda aks etishi lozim bo'lgan yuz berayotgan «elementar» jarayonlar ajratiladi va ularning tavsifida qabul qilinadigan asosiy farazlar ifoda etiladi. O'z navbatida, hisobga olinadigan «elementar» jarayonlar ro'yxati ob'yektni tavsiflaydigan matematik modelga kiritiladigan hodisalar majmuini aniqlaydi. Bu holda «elementar» jarayon deb ma'lum hodisalar sinfiga tegishli fizik – kimyoviy jarayon tushuniladi, masalan modda almashish, issiqlik o'tkazish va h.k. Bu erda «elementar» jarayonlar nomi aslo bu jarayonlar eng sodda va murakkab bo'lmagan tenglamalar bilan tavsiflanadi degan ma'noni anglatmaydi. Shunday qilib, modda almashish hozirgi vaqtgacha to'liq tugatilmagan butun bir nazariya predmetidir. Bu nom bunday jarayonlar ancha murakkab bo'lib, butun kimyo – texnologik jarayonning tashkil etuvchilari ekanligini anglatadi.

Odatda, kimyo–texnologiya ob'ektlarini matematik modellash tirishda quyidagi «elementar» jarayonlar inobatga olinadi: 1) fazalar oqimining harakati; 2) fazalararo modda almashish; 3) issiqlik o'tkazish; 4) agregat holatining o'zgarishi (bug'lanish, kondesatsiyalash, erish va sh.o'.); 5) kimyoviy o'zgarishlar.

Modelda «elementar» jarayonlarning matematik tavsifining to'liqligi ularning butun kimyo-texnologik jarayondagi roliga, o'rganish darajasi, ob'yektdagi «elementar» jarayonlarning o'zaro bog'lanish chuqurligiga va barcha tavsifning istalgan aniqligiga bog'liq. «Elementar» jarayonlarning o'zaro bog'liqligi juda murakkab bo'lishi mumkin. Shuning uchun amalda aloqalar xarakteri nisbatiga ko'pincha turli farazlar qabul qilinadi, bu esa modelga to'liq o'rganilmagan bog'liqliklarni kiritish zarurati va tavsifining ortiqcha murakkablashtirishdan xalos bo'lish imkonini beradi.

Masalan, aralashmalarni rektifikatsiya jarayonini fizik tavsiflashda quyidagi «elementar» jarayonlar ajratiladi:

1) kolonnada suyuqlik va bug' oqimlarining gidrodinamikasi; 2) suyuqlik va bug' orasida modda almashish; 3) suyuqlik va bug' orasida issiqlik uzatish; 4) suyuqlikning bug'lanishi va bug'ning kondensatsiyalanishi. Barcha ko'rsatilgan «elementar» jarayonlar yoki tarekda, yoki kolonnalarning nasadkali seksiyasida bo'lib o'tadi va o'zaro to'g'ri bog'langan. Bu jarayonlarni to'liq tavsifi o'ta murakkab tenglamalar tizimlar bilan ifodalanadi. Faqatgina Nave-

Stoks tenglamasi yordamida tarelakadagi (yoki nasadkada) suyuqlik oqimi gidrodinamikasining tavsifi yechimi jihatidan o'ta murakkab bo'lgan hisoblash masalasini anglatadi. Suyuqlik va bug' orasidagi oqimlar modda almashishini to'liq tavsiflash masalani yechish ham murakkablik jihatidan undan kam emas. Shu bilan birga bu masalalar birgalikda yagona tenglamalar tizimi sifatida yyechilishi kerak. Bundan kelib chiqadiki, oqilona soddalashtiruvchi farazlarsiz bu masalalarni yyechib bo'lmaydi. Shuning uchun odatda bug' va suyuqlik oqimlar harakati haqida ideallashtirilgan ifoda qabul qilinib (bug' to'liq siqib chiqish rejimida harakatlanadi, suyuqlik esa tarelkada to'liq aralashadi), modda almashishni esa bo'linish pog'onalari samaraligi orqali ifodalanadi. Ko'pincha modda almashishni aks ettiruvchi ifodalar yarim empirik usullar bilan aniqlanadi, yoki bo'linishning har bir pog'onasida muvozanatga erishilishini hisobga olib umuman inobatga olinmaydi.

Ayrim hollarda modellashtirish ob'yektining fizik tavsifi matematik modellashtirish natijasida o'rnatilishini aytib o'tish kerak. Masalan, ob'yektda bo'lib o'tayotgan jarayonlar mexanizmi haqidagi ayrim gipotezalarni tekshirish uchun matematik modellashtirish qo'llanadi. Buning uchun model tarkibiga keyingi modellashtirish natijalari bo'yicha u yoki bu fizik farazning haqqoniyligi haqida hukm chiqarish uchun tadqiq etilayotgan bog'liqliklar kiritiladi. Masalan, katalitik kimyoviy o'zgarishlar mexanizmlari tadqiqotchilarga ko'pincha noma'lumdur. Matematik modelga u yoki boshqa kimyoviy reaksiyaning o'tish mexanizmini kiritib va modellashtirish natijalarini tajribadagi natijalar bilan solishtirib, haqiqiyga eng yaqin mexanizmni topish mumkin.

1.6. Ob'yektning matematik tavsifini tuzish

Matematik tavsifni tuzishda blokli tamoyil umumiy usul hisoblanadi. Bu tamoyilga muvofiq, matematik tavsifni tuzishdan oldin modellashtirish ob'yektda bo'lib o'tadigan alohida «elementar» jarayonlar tahlil qilinadi. Bunda har bir «elementar» jarayonni o'rganish bo'yicha tajribalar modellashtirish ob'yektning ishlash sharoitlariga maksimal yaqinlashadigan sharoitlarda o'tkaziladi.

Avval matematik tavsifning strukturasi asosi sifatida jarayonning gidrodinamik modeli tadqiq qilinadi. Keyin topilgan modelning gidrodinamik sharoitlarini hisobga olgan holda kimyoviy reaksiyalar, modda va issiqlik o'tkazishlarning kinetikasi o'rganiladi va bu jarayonlar har birining matematik tavsifi tuziladi. Bu holda barcha tadqiq qilingan «elementar» jarayonlar (bloklar) tavsiflarini yakuniy bosqichi – modellashtirish ob'yektining matematik tavsifini yagona tenglamalar tizimiga birlashtirishdir. Matematik tavsifning qurishni blokli tamoyilining yutug'i shuki, undan apparaturali rasmiylashtirishning yakuniy varianti hali noma'lum bo'lgan ob'yektni loyihalash bosqichida foydalanish mumkin.

Matematik tavsifni tuzish usullari. Ko'rsatilgan usullarga analitik, tajribaviy va tajribaviy-analitik usullar kiradi.

Matematik tavsifini tuzishning *analitik usulli* deb odatda tadqiq qilinayotgan ob'yektda bo'lib o'tayotgan fizik va kimyoviy jarayonlarning nazariy tahlili hamda qayta ishlanayotgan moddalarning tavsiflari va berilgan apparaturaning konstruktiv parametrlari asosida statika va dinamika tenglamalarini chiqarish uslublariga aytiladi. Bu tenglamalarni chiqarishda modda va energiyani saqlash fundamental qonunlaridan hamda modda va issiqlik, kimyoviy o'zgarishlar jarayonlarining kinetik qonuniyatlaridan foydalaniladi.

Analitik usullar yordamida matematik tavsifni tuzish uchun ob'yektda qandaydir tajribalar o'tkazish kerak bo'lmaydi, shuning uchun bunday usullar yangi loyihalanadigan fizik-kimyoviy jarayonlari yetarli darajada yaxshi o'rganilgan, statik va dinamik tavsiflarini topish uchun yaroqli bo'lgan ob'yektlarga qo'llanadi.

Tuzilgan tenglamalarning parametrlari (koeffitsientlari) kimyo-texnologik apparatning aniqlovchi o'lchamlariga (diametri, uzunligi va sh.o'.), fizik-kimyoviy jarayonlarni yuz berishini tavsiflovchi qayta ishlanadigan moddalarning xossalari va miqdorlariga (reaksiyalar tezligi konstantalar, diffuziya koeffitsientlari va b.) bog'liq. Tenglamalarning ayrim parametrlari hisobiy yo'l bilan aniqlanishi mumkin, boshqalari oldin bajarilgan tadqiqotlar natijalari bo'yicha o'xshashlik tamoyili yordamida topiladi.

Matematik tavsifni tuzishni analitik usullarining kamchiligi sifatida ob'yektni yetarli to'liq tavsifidan kelib chiqqan tenglamalar tizimini yechishning qiyinligini ko'rsatish mumkin.

Matematik tavsifni tuzishning *eksperimental usuli* kirish va chiqish o'zgaruvchilari tor «ishchi» o'zgarish diapazonida o'zgarganda ob'yektlarni boshqarish va tadqiq qilish uchun qo'llaniladi (masalan, ayrim texnologik parametrlarni avtomatik stabillash tizimini qurishda). Bu usullar ko'pincha ob'yekt parametrlarining chiziqliligi va mujassamlashganligi haqidagi farazga asoslanadi. Bu farazlarni qabul qilish kuzatilayotgan jarayonlarni algebraik yoki chiziqli differensial doimiy koeffitsientli tenglamalar bilan nisbatan oddiy tasniflashga imkon beradi. Matematik tavsifni tuzishga tajribaviy yondashuvda o'rganilayotgan ob'yektda bevosita tajribalarni qo'yish doim talab etiladi.

Tajribaviy usullarning afzalligi – ob'yekt xossalarini yetarli aniq tavsifida parametrlarni o'zgarish tor diapazonida olinadigan matematik tavsifining soddaligidir. Tajribaviy usullarning asosiy kamchiligi – ob'yektning konstruktiv tavsiflari, jaryonning rejimli parametrlari, moddalarning fizik-kimyoviy xossalari va tenglamaga kiruvchi sonli parametrlari orasida funksional aloqani tiklab bo'lmasiligidir. Bundan tashqari, tajribaviy usul bilan olingan matematik tavsiflarni boshqa bir xil turli ob'yektlarga yoyish mumkin emas.

Matematik tavsifini tuzish analitik va tajribaviy usullarining «kuchli» va «kuchsiz» tomonlarini borligi kombinatsiyalangan tajribaviy-analitik usulini ishlab chiqish zaruratiga olib keldi. Uning mohiyati tavsifning tenglamalarini analitik tuzish, eksperimental tadqiqotlar o'tkazish va ular natijalari bo'yicha tenglamalarning parametrlarini topishdan iborat. Matematik tavsifini olishga bunday yondashishda tajribaviy va analitik usullarning ko'p ijobiy xossalarini saqlab qoladi.

Matematik tavsifining tarkibi. Shaklan matematik tavsif o'zida tenglamalarning yagona tizimiga jarayonning turli o'zgaruvchilarini bog'lovchi bog'lanishlar majmuini ifodalaydi. Bu bog'lanishlar orasida umumiy fizik qonunlarni aks ettiruvchi (masalan, modda va energiya saqlash qonunlari) tenglamalar bo'lishi mumkin, «elementar» jaryonlarini tavsiflaydigan (masalan, kimyoviy o'zgarishlar) tenglamalar, jarayonning o'zgaruvchilariga

chegaranishlar va sh.k. Bundan tashqari, matematik tavsif tarkibiga jarayonning har xil parametrlari orasidagi turli nazariy shakli noma'lum yoki o'ta murakkab empirik va yarim empirik bog'lanishlar ham kiradi.

Jumladan, modellanayotgan ob'yekt haqida nazariy ma'lumotlarning yo'qligida yoki ancha chegaralangan hajmida, hatto uni xossalarini tavsiflovchi bog'liqliklarning orientirlangan ko'rinishi ma'lum bo'lmaganda ham matematik tavsifning tenglamalari ishlayotgan ob'yektning (matematik tavsifini tuzish eksperimental usuli) statistik tekshirishlari natijasida olingan empirik bog'lanishlarning chiqish va kirish o'zgaruvchilarini bog'layotgan tenglamalar tizimlari orqali ifoda etilishi mumkin. Bu modellar odatda ob'yektning kirish va chiqish parametrlari orasidagi regression bog'lanishlar ko'rinishiga ega va albatta modellashtirish ob'yektning fizik mohiyatini aks ettirmaydi, bu esa ularni qo'llashda olinayotgan natijalarni umumiyashtirishni qiyinlashtiradi.

Regression bog'lanishlarga asoslangan modellardan farqli o'laroq, tavsifni tuzish analitik usul asosida qurilgan matematik modellar jarayonning asosiy qonuniyatlarini aks ettiradi va uni modelning yetarli bo'lmagan aniq parametrlar mavjudligida sifatli va to'g'riroq tavsiflaydi. Shuning uchun ular yordamida ma'lum sinfga tegishli modellashtirish ob'yektlarining umumiy xossalarini o'rganish mumkin.

Modellanayotgan ob'yektning fizik tabiati asosida ishlab chiqilgan matematik tavsif tarkibida quyidagi tenglamalar guruhini ajratish mumkin:

1. *Oqimlar harakati gidrodinamik strukturasini hisobga olib yozilgan modda va energiyani saqlash tenglamalari.* Ushbu tenglamalar guruhi oqimlarda harorat, konsentratsiyalar va u bilan bog'liq xossalarning taqsimlanishini tavsiflaydi. Material balansning umumlashgan tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

Moddaning kelishi-Moddaning sarflanishi=Moddaning to'planishi (1.5)

Moddaning kelish va sarflanish orasidagi ayirmasi ko'rilayotgan ob'yektda uning miqdori o'zgarishiga teng. Statsionar rejimda kamayish ham, to'planish ham bo'lishi mumkin emas.

U holda material balansning (1.5) tenglamasi quyidagi ko'rinishli tenglamaga o'tadi:

$$\text{Moddaning kelishi} = \text{Moddaning sarflanishi} \quad (1.6)$$

(1.5), (1.6) tenglamalar nafaqat alohida har bir moddaga, balki jarayonda qatnashayotgan moddalarning barcha majmuiga qo'llaniladi. Issiqlik balansning umumlashgan tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\text{Issiqlikning kelishi} - \text{Issiqlikning sarflanishi} = \text{Issiqlikning to'planishi} \quad (1.7)$$

yoki statsionarsharoitlari uchun

$$\text{Issiqlikning kelishi} = \text{Issiqlikning sarflanishi} \quad (1.8)$$

2. *Oqimlarning lokal elementlari uchun elementar jarayonlar tenglamalari.* Bu guruhga modda va issiqlik almashuv, kimyoviy reaksiyalar va boshqa jarayonlarning tavsiflari kiradi.

3. *Jarayonning turli parametrlar orasidagi nazariy, yarim empirik yoki empirik bog'lanishlar.* Masalan, bu bog'lanishlarga fazalar oqimining tezligiga modda almashuv koeffitsientining bog'liqligi, tarkibga aralashmaning issiqlik sig'imining bog'liqligi va shu kabilar kiradi.

4. *Jarayonning parametrlariga chegaralanishlar.* Masalan, bo'linishning xohlagan pog'onasida ko'p komponentli aralashmalarni rektifikatsiya jarayonini modellashtirishda Shunday shart bajarilish kerakki, hamma komponentlarning konsentratsiyalari yig'indisi 1 ga teng bo'ladi. Bundan tashqari, har qaysi komponentning konsentratsiyasi 0 dan 1 gacha diapazonda bo'lishi kerak.

Barcha matematik modellarning umumiyliigi shundan iboratki, matematik tavsifga kiritilayotgan tenglamalar soni modellashtirish natijasida aniqlanadigan o'zgaruvchilar soniga teng bo'lish kerak.

Kimyo-texnologik ob'yektlarning matematik tavsiflarida uchraydigan tenglamalarning asosiy sinflarini qisqacha ko'rib chiqamiz. Turli modellashtirish ob'yektlarining xossalar tavsifi uchun odatda: algebraik va transsendentli tenglamalar, oddiy

differentensial tenglamalar, xususiylar hosilalardagi differentensial tenglamalar va integrallik tenglamalar qo'llanadi. Oxirgi tur – integrallik tenglamalar kimyo-texnologiya ob'ektlarining matematik modellashirish masalalarida nisbatan kam uchraydi.

Mujassamlashgan parametrlar (masalan, to'liq aralashtirish reaktori) bilan ob'ektlarning statsionar ishlash rejimlarini matematik tavsifi odatda algebraik tenglamalarga olib kelinadi. Bundan tashqari, har xil parametrlar orasidagi statsionar aloqalarni ifodalash uchun murakkabroq ob'ektlarni tavsiflashda bunday turli tenglamalar qo'llanadi. Algebraik tenglamalar ko'rinishidagi matematik tavsiflar, garchi ularning murakkabligi tenglamalar va ular tarkibiga kiradigan funksiyalarning soniga bog'liq bo'lsa ham eng soddadir.

Oddiy differentensial tenglamalar odatda ob'ektlarning parametrlari mujassamlashgan statsionar rejimlarini (masalan, to'liq aralashtirish reaktorining dinamikasini tavsifi uchun) hamda bitta fazaviy koordinata bo'yicha taqsimlangan parametr bilan ob'ektlarning nostatsionar rejimlarini matematik tavsifi uchun qo'llaniladi. Birinchi holda mustaqil o'zgaruvchi vaqtdir, ikkichisida – fazaviy koordinata. Matematik tavsiflarning umumiyli va hatto ba'zida turli ob'ektlarning matematik modellari o'xshashligini alohida belgilash kerak. So'z davriy ishlovchi ideal aralashtirish apparatlarning nostatsionar modellari va ideal siqib chiqish apparatlarning statsionar modellari haqida bormoqda. Birinchi holda quyidagiga egamiz $(A + B \xrightarrow{k} R)$

$$\begin{aligned} \frac{dC_A}{dt} + kC_A C_B &= 0 \\ \frac{dC_B}{dt} + kC_A C_B &= 0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

$C_A = C_A^0, C_B = C_B^0 \quad x = 0$ da ikkinchi holda esa

$$\begin{cases} v \frac{dC_A}{dx} + skC_A C_B = 0 \\ v \frac{dC_B}{dx} + skC_A C_B = 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

$x = 0$ ga teng bo'lganda $C_A = C_A^{KIR}, C_B = C_B^{KIR}$ bunda s-reaktorning ko'ndalang kesimi; v - hajmiy sarf; $C_A = C_A^{KIR}, C_B = C_B^{KIR}$ -

muvofig A va B moddalarning boshlang'ich va kirish konsentratsiyalari.

Bulardan ko'rinmoqdaki, (1.9), (1.10) tenglamalar tizimlari koeffitsientlari bilan bir-biriga mos keladi. Matematik tavsifini o'xshashligi (aynanligi) garchan optimal sharoitlarni amaliy amalga oshirilishi xar ikkala holda ancha farqlanishi mumkin bo'lsada optimal yechimlar aynanligi haqida xulosa qabul qilishga imkon beradi.

Oddiy differensial tenglamalarni yechish murakkabligi qator jihatlar bilan aniqlanadi. Birinchidan, u tenglamaning tartibi o'sishi bilan o'sadi (yoki tizimda differensial tenglamalarining soni o'sishi bilan, chunki t -li tartibli tenglamani doim birinchi tartibli m tenglamalardan tashkil topgan tizimga qayta o'tkazish mumkin).

Yechishni murakkabligiga tenglamalarning chiziqliligi yoki nochiziqliyliligi yana ham katta ta'sir o'tkazadi. Chiziqli oddiy differensial tenglamalar ancha sodda yechiladi; ular uchun qator maxsus usullar ishlab chiqilgan, masalan, operatsion hisoblash. Doimiy koeffitsientli chiziqli differensial tenglamalar sodda analitik yechimga ega. Nochiziqlilik yechimni keskin murakkablashtiradi, va qoidagidek, taqribiy usullardan foydalanishni talab qiladi.

Differensial tenglamalar tizimini yechishda ko'pincha tizimning «qattqlik» xossasi bilan to'qnashishga to'g'ri keladi. Ushbu xossa tizimning matritsasi o'z qiymatlarini ancha tarqoq bo'lganligi, bu esa yechimni olishda oddiy usullarini qo'llashga imkon bermaydi. Bunday holatlarda maxsus ishlab chiqilgan algoritmlarni qo'llash kerak bo'ladi.

Oddiy differensial tenglamalardan iborat bo'lgan matematik tavsifining muhim jihati – boshlang'ich shartlarni berish zarurligidir.

Xususiy hosilali differensial tenglamalar taqsimlangan parametrli ob'yektlar dinamikasini yoki parametrlari bir nechta koordinitalarga taqsimlangan ob'yektlarning statsionar rejimlarini matematik tavsiflash uchun qo'llaniladi. Ko'rsatilgan tenglamalar uchun ob'yektning dinamikasini tavsiflashda boshlang'ich shartlar bilan bir qatorda chegaraviy shartlarni ham berish kerak, umumiy holda bular vaqtning funksiyalaridir. Xususiy hosilali tenglamalar bilan tavsiflanadigan ob'yektlarning statsionar rejimlari uchun faqat chegaraviy shartlar beriladi. Xususiy hosilali tenglamalar bilan ifodalangan masalalar, qoidagidek, o'ta murakkabligi bilan

farqlanadi, va ko‘p hollarda har bir aniq masalani yechimini olishda jiddiy ish bajarishni talab qiladi.

Bu tenglamalar sinfi bilan tavsiflanadigan ob‘yektning misoli sifatida nostatsionar sharoitlarda ishlayotgan ideal siqib chiqarish $A + B \xrightarrow{k} P$ reaksiya bo‘lib o‘tayotgan apparatini qabul qilsa bo‘ladi. Bu holda quyidagi tenglamalar tizimini yozishimiz mumkin:

$$\begin{cases} \frac{\partial C_A}{\partial x} + v \frac{\partial C_A}{\partial x} + skC_A C_B = 0 \\ \frac{\partial C_B}{\partial x} + v \frac{\partial C_B}{\partial x} + skC_A C_B = 0 \end{cases} \quad (1.11)$$

quyidagi boshlang‘ich va chegaraviy shartlar bilan:

$$C_A = C_{A_N}(x), C_B = C_{B_N}(x) \quad t = 0 \quad (1.12)$$

$$C_A = C_{A_{gr}}(t), C_B = C_{B_{gr}}(t) \quad x = 0 \quad (1.13)$$

Bunda v -hajmli sarf; s – ko‘ndalang kesim.

Differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan ob‘yektlarni tadqiq qilish gohida hisoblash o‘ta qiyin masalani ifoda etadi. Shuning uchun qator hollarda ob‘yektning matematik tavsifi differensial tenglamalar orqali emas, balki nihoyali – ayirmali tenglamalar tizimi orqali tuziladi. Buning uchun taqsimlangan parametrlu uzluksiz ob‘yekt parametrlari mujassamlashgan, lekin yacheykali strukturaga ega bo‘lgan diskret ob‘yekt deb ko‘riladi. Shaklan matematik nuqtai nazaridan uzluksiz ob‘yektni diskret ob‘yekt bilan almashtirish differensial tenglamalarni ayirmali bog‘lanishlar bilan almashtirishga ekvivalentlidir. Bunda oddiy differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan ob‘yektlar uchun matematik tavsifni chekli – ayirmali tenglamalar tizimi ko‘rinishida ifodalashadi. Xususiyl hosilali differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan jarayonlar uchun natija differensial-ayirmali tenglamalar tizimi bo‘ladi, ulardan har bir, o‘z navbatida, chekli – ayirmali tenglamalar tizimi bilan ifoda etilish mumkin. Matematik tavsifni tashkil etuvchi tenglamalar tizimida bu kabi o‘zgartirishlar kiritilganda, tabiiyki, modellashtirish natijalarini baholashda hisobga olish kerak bo‘lgan xatoliklar paydo bo‘ladi.

Shu bilan birga o'z tabiati bo'yicha yacheykali strukturaga ega bo'lgan qator ob'yektlar mavjud. Tipik misollar tariqasida seksiyalangan reaktorlar, tarelkali kolonnalar va boshqalar xizmat qiladi. Shuning uchun differensial tenglamalar bilan tavsiflanadigan yacheykali modellar ob'yektlar uchun nafaqat approksimatsiyani qulay shakli, balki ma'lum o'ziga xos ahamiyatga ham egadir.

Nostatsionar ob'yektlarning umumiy matematik tavsifini jarayonning o'zgaruvchilarini vaqt bo'yicha o'zgarishini aks ettiruvchi differensial tenglamalar majmui ko'rinishida (oddiy yoki xususiy hosilali), ifodalash mumkin. Har bir o'zgaruvchini t_j relaksatsiya vaqti bilan tavsiflash mumkin. Bu vaqt doirasida bir o'zgaruvchi qolgan o'zgaruvchilarning qiymatlari doimiy bo'lib turganda o'zgarishning to'liq diapazoni ma'lum ulushga o'zgaradi. Deylik, ob'yektning hamma o'zgaruvchilarini ikki guruhga bo'lish mumkin. Ularning bittasida $t_i \leq t^I$, ikkinchisida esa $t_i \geq t^{II}$ bo'lib, bundan tashqari, birinchi guruh o'zgaruvchilarining relaksatsiya vaqti ikkinchi guruh o'zgaruvchilarining relaksatsiya vaqtidan ancha kamligini anglatuvchi $t^I \ll t^{II}$ bog'lanma haqiqiy bo'lsin. Unda xatolikning ma'lum darajasi bilan qabul qilish mumkinki, relaksatsiya vaqtini ancha kam bo'lgan birinchi guruhning o'zgaruvchilari inersiyasiz va ko'rsatilgan o'zgaruvchilar bo'yicha matematik tavsifning tenglamalaridan vaqt bo'yicha olingan hosilalari nolga teng deb hisoblanadi. Ba'zida ushbu usul yordamida nostatsionar bo'lgan matematik modelni differensial tenglamalarning bir qismini cheklilar bilan almashtirish hisobiga ancha soddalashtirishga erishish mumkin. Relaksatsiyaning kichik vaqtli o'zgaruvchilari vaqt bo'yicha o'zgarishlarni tavsiflaydigan nostatsionar differensial tenglamalar statsionar tenglamalar bilan almashtirilsa, bunday matematik modellarni *kvazinostasionarli* deb atash mumkin. Amalda ishlatilayotgan nostatsionar modellar odatda kvazinostasionardir, bunda esa qator ichki o'zgaruvchilarning kvazinostasionarligini asoslash kerak.

Aytilganlarni hisobga olib matematik modellarni quyidagi ko'rinishda tasniflash mumkin:

fazaviy alomatlari bo'yicha - mujassamlashgan parametrlil modellar; yacheykali modellar; taqsimlangan parametrlil modellar;
vaqt alomatlari bo'yicha - statsionar modellar;
kvazinostatsionar modellar; nostatsionar modellar.

1.7. Yechish usulini tanlash va uni yechish algoritmi va modellashtirish dasturi ko‘rinishida amalga oshirish

Matematik tavsifni tuzgandan keyin va zarurat bo‘lganda muvofiq boshlang‘ich va chegaraviy shartlarni qo‘ygandan keyin yechish usulini tanlash, uning algoritmini ishlab chiqish va matematik tavsifining tenglamalar tizimini yechish dasturini tuzish kerak.

Oddiy hollarda, matematik tavsifining tenglamalar tizimini analitik yechish imkoni mavjud bo‘lganda, modellashtirish algoritmi va dasturni maxsus ishlab chiqish zarurati tug‘ilmaydi, chunki barcha axborot muvofiq analitik yechimlardan kelib chiqadi. Matematik tavsif yakunlovchi va differensial tenglamalar tizimlaridan tashkil topgan bo‘lsa, model yechiming amaliy qo‘llanilishi algoritmnining qurish samarasiga jiddiy ravishda bog‘liq bo‘lib qolishi mumkin.

Matematik tavsifining tenglamalar tizimini yechish usulini tanlashda odatda yechimni olishni maksimal tezligini ta‘minlash, algoritmi yechimining ishonchli haqiqiyga o‘xshashligi va EHM ning minimal xotirasi talablariga tayanishadi. Bunda yechimning berilgan aniqligi ta‘minlanishi kerak.

Yechish usulini tanlagandan keyin yechimni ta‘minlaydigan hisoblash va mantiqiy harakatlarning ketma-ketligi, ya‘ni masalani yechish algoritmi tuziladi. Algoritmni yozish shakli va mazmuniga asosiy talablari – uning ko‘rgazmaliligi, ixchamliligi va ifodaliligidir. Matematik modellashtirish amaliyotida algoritmi (blok-sxemasi)ni yozishning grafik va qadamlar ketma-ketligi ko‘rinishidagi usullari keng tarqalgan.

Algoritmni yozish grafik uslubi algoritmnining ayrim elementlarini grafik simvollar bilan, butun algoritmi esa – blok-sxema ko‘rinishida ifodalashga asoslangan. Blok-sxemalarda grafik simvollar ichida so‘zlar yoki simvollar – bajaruvchi harakatlar yoziladi. Boshqa uslublariga nisbatan algoritmi blok-sxema ko‘rinishida ifodalash shu afzallikka egaki, u ko‘proq ko‘rgazmalidir. Shu vaqtni o‘zida agar algoritmi o‘ta murakkab yoki katta bo‘lsa, grafik tasviri o‘ta chigal bo‘lishi mumkin va ko‘rgazmalikka ega bo‘lmaydi. Bu hollarda algoritmi oddiy

yozuvini qadamlarning ketma-ketligi ko‘rinishida qo‘llaniladi. Algoritmning detallash darajasi uning murakkabligi va standartli algoritmlashdan foydalanish darajasiga bog‘liq.

Misol sifatida $A + B \xrightarrow{k} P$ reaksiya yuz berayotgan ideal siqib chiqarish apparatining hisoblash algoritmini ko‘rib chiqamiz.

Apparatning statsionar rejimida ishlashining matematik tavsifi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\frac{v}{s} \frac{dC_A}{dx} = -kC_A C_B \quad (1.14)$$

$$\frac{v}{s} \frac{dC_B}{dx} = -kC_A C_B \quad (1.15)$$

$$x = 0 \text{ da } C_A = C_A^0, C_B = C_B^0 . \quad (1.16)$$

Reaksiyani izotermik sharoitlarda yuz beradi deb hisoblaymiz. Unda oddiy differensial tenglamalarning tizimi (1.14), (1.15) Eyler usuli yordamida yechilishi mumkin. Buning uchun uni quyidagi ko‘rinishga olib kelimiz.

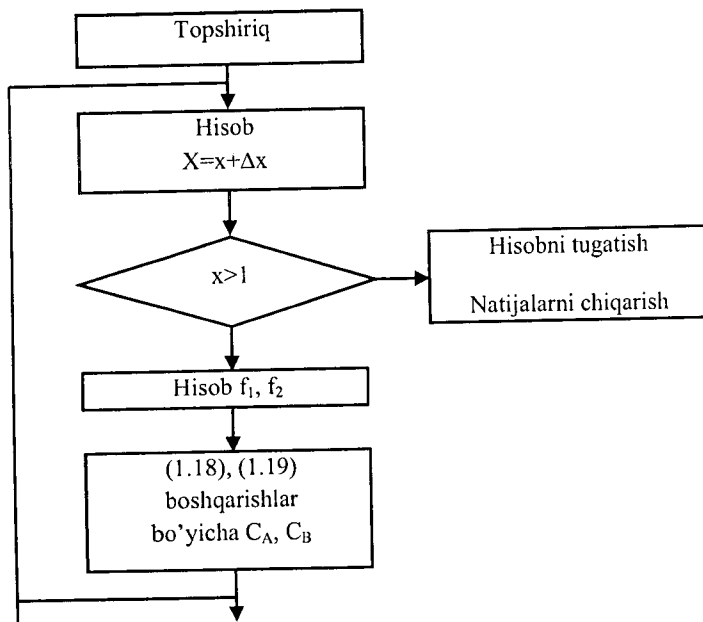
$$\begin{cases} \frac{dC_A}{dx} = -\frac{v}{s} k C_A C_B = f_1(C_A, C_B) \\ \frac{dC_B}{dx} = -\frac{v}{s} k C_A C_B = f_2(C_A, C_B) \end{cases} \quad (1.17)$$

Eyler usuliga muvofiq, izlangan S_A va S_B konsentratsiyalar quyidagi formulalar bilan aniqlanadi.

$$C_A = C_A^0 + \Delta x f_1(C_A C_B) \quad (1.18)$$

$$C_B = C_B^0 + \Delta x f_2(C_A C_B) \quad (1.19)$$

(1.17) tenglamalar tizimining grafik yechim algoritmi (blok-sxema) 1.11.-rasmida keltirilgan.



1.11-rasm. Ideal siqib chiqarish reaktorini hisoblash algoritmining blok-sxemasi

Bu algoritm qadam-baqadam shaklida ifodalangan quyidagi ko'rinishga ega:

1. $C_A^0, C_B^0, \Delta x, k, s, v, l$ beriladi.
2. $x = x + \Delta x$ aniqlanadi.
3. $(x > l)$ integrallash yakunining sharti tekshiriladi. Agar u bajarilgan bo'lsa, natijalar bosmaga chiqariladi va 7-punktga o'tiladi.
4. $f_1(C_A C_B), f_2(C_A C_B)$ o'ng qismlari hisoblanadi.
5. S_A va S_B yangi konsentratsiyalar aniqlanadi.
6. 2-bandga o'tiladi.
7. Hisob tugatiladi.

Keyin algoritm asosida yuqori darajali tillardan birida dastur yoziladi. Dasturni yozishda uni ixchamligiga intilish kerak, buning uchun protseduralar va protsedura-funksiyalardan foydalaniladi, chunki qaytariladigan hisoblash harakatlari dasturda bir marta yoziladi. Ayrim protseduralar (nimdasturlar) ko'rinishida hisobning mantiqiy yakunlangan qismlarini yozish maqsadga muvofiqdir. Bu holatda, ularni kutubxonalarga kiritish va turli hisoblarda ishlatish

mumkin. Dasturni tuzishda kutubxonalarda bor standartli nimdasturlardan foydalanish mumkin, chunki bu dasturni ishlab chiqish bo'yicha ishni ancha soddalashtirish mumkin. Avvalo bu amaliy dasturlar paketlarida keng ifodalangan matematik usullarga taalluqlidir.

Dasturlash bosqichi odatda dasturning barcha o'zgaruvchilar va muvofiq identifikatorlar kirish va chiqish o'zgaruvchilar, axborotni kiritish va chiqarish tartibini ko'rsatadigan tavsifini tuzish bilan yakunlanadi.

1.8. Matematik modellarni qurishning blokli tamoyili

Matematik modellarni qurishda blokli tamoyil keng qo'llaniladi, uning mazmuni shundan iboratki, ko'rilayotgan jarayonning u yoki bu tomonini aks ettiruvchi model alohida mantiqiy yakunlangan bloklardan quriladi. Bu modda o'tkazish kinetikasining bloki, gidrodinamika bloki, fazali muvozanatning bloki va shu kabilar bo'lishi mumkin. Modellarni blokli qurish tamoyili quydagilarga imkon beradi: a) matematik modelni qurishning umumiy masalasini alohida nimmasalalarga bo'lish va shu bilan uning yechimini soddalashtirish; b) ishlab chiqilgan bloklarni boshqa modellarda qo'llash; c) alohida bloklarni modernizatsiyalash va boshqa bloklarga tegmasdan turib, yangilariga almashtirish.

Jarayonning matematik modelini nimitizimlar (bloklar) majmui ko'rinishida ifodalash alohida bloklarning matematik tavsiflari majmui sifatida umumiy matematik tavsifni ifodalashga imkon beradi. Unda matematik modelning umumiy strukturasi 1.12-rasmda aks etgan ko'rinishga ega bo'lishi mumkin.

Tizimli yondashuvga asoslangan matematik modellarni qurishda jarayonlarni masshtablashtirish muammosini ko'p hollarda prinsipial yechishga imkon beradigan blokli tamoyil sifatida qo'llaniladi. Matematik modellashtirish nuqtai nazaridan masshtabli o'tish, jarayonni apparaturali rasmiylashtirishni tavsiflaydigan geometrik o'lchamlarining o'zgarishidagi matematik modelning deformatsiyasidan boshqa narsa emas. Matematik modelni qurishning blokli tamoyilini qo'llashda jarayonning xossalari geometrik o'lchamlarining ta'siri faqat bitta nimitizimda (blokda) –

«gidrodinamika» blokida aks etadi. Shuning uchun bu blokning sifat va miqdoriga nisbatan yetarli korrektli matematik tavsifi mavjudligida masshtabli o'tishni bajarishga imkon tug'uladi.

Prinsipial matematik modelning har bir bloki matematik tavsifni detallashtirishning turli darajasiga ega bo'lishi mumkin. Shu narsa muhimki, modelni barcha bloklarning kirish va chiqish o'zgaruvchilari o'zaro muvofiqlikda bo'lish kerak, bu esa jarayonning butunicha matematik modeli tenglamalarining tutashgan tizimini olish imkoniyatini beradi. Ichki o'zgaruvchi bloklarning tarkibiga qaralsa, bunda yetarli darajada tanlashning katta erkinligi mavjuddir. Idealda har bir blokning matematik tavsifi parametrlari faqat moddalarning fizik-kimyoviy xossalari bo'lgan tenglamalarni o'z ichiga olishi kerak. Lekin ko'p hollarda ayrim hodisalarning yetarlicha o'rganilmaganligi sababli alohida bloklarning fundamental tavsifini olishning hozirgi vaqtda imkoni yo'q. Bu blokni matematik tavsifining o'ta murakkablanishiga bog'liq bo'lib, bu esa jarayonning butunicha matematik modelini keskin murakkablashishiga olib keladi. Bundan tashqari, ma'lum hisoblash qiyinchiliklarini ham tug'dirishi mumkin. Shuning uchun blokli tamoyilni amaliy qo'llashda har bir blokning matematik tavsifida uni detallashtirishining u yoki bu sathida empirik bog'lanishlarni qo'llashga to'g'ri keladi.

1.8.1. Strukturaviy modelni qurishning umumiy tamoyillari

1. Harakatlanuvchi oqim har bir fazasi uchun balans tenglamalari yoziladigan ko'p fazali, ko'p komponentli tizim sifatida ko'riladi (komponentlar soni $=n$), bular esa oqim harakatining qabul qilingan gidrodinamik modeliga asoslanadi: ideal aralashtirish modeli (IAM) va ideal siqib chiqarish modeli (ISCHM) – chegaraviy hollar.

2. Harakatlanuvchi fazaning real oqimi ISCH yoki IA sohalardan iborat kombinatsiyalangan gidrodinamik modeli sifatida ifodalanishi mumkin, bunda har bir zona uchun o'zining balans tenglamalarining tizimi yoziladi.

3. Har bir zona uchun quyidagi balans tenglamalari yoziladi:

• sohada komponentlar konsentratsiyalarining o'zgarishini tavsiflaydigan har bir komponentning balans tenglamasi, tenglamalar soni – n ;

• sohada oqim sarfining o'zgarishini tavsiflovchi umumiy material balansning tenglamasi, tenglamalar soni – 1 ;

• sohada haroratning o'zgarishini tavsiflaydigan issiqlik balansining tenglamasi, tenglamalar soni – 1 ;

• sohada bosimning o'zgarishini tavsiflaydigan (bu kursda foydalanilmaydi) impulsning balans tenglamasi (harakat miqdori).

4. Agar vaqt bo'yicha hosilalarni balans tenglamalari o'z ichiga olsa, unda faza oqimi harakatining nostatsionar rejimlarini tavsiflaydigan dinamik matematik modellar quriladi. Agar vaqt bo'yicha hosilalar tenglamalar tizimida mavjud bo'lmasa, unda oqim harakatining statsionar rejimlarini tavsiflaydigan statik matematik modellar quriladi.

5. Matematik tavsifning tenglamalari asosini harakatlanuvchi oqimlar uchun 3–bandda sanab o'tilgan balansning gidrodinamik tenglamalari tashkil etadi va komponentli va material balanslarning tenglamalariga modda manbalarining jadalliligi, issiqlik balansining tenglamalariga esa issiqlik manbalar jadalligi kiritiladi.

6. Moddalar manbalarining jadalligi elementar jarayonlar gidrodinamikasidan farqlanish hisobiga oqimda komponentlarning sarflanishi yoki tezligini tavsiflaydi.

7. Issiqlik manbalarining jadalligi boshqa elementar jarayonlar hisobiga oqimda issiqlikni ajralishi yoki yutilishi tezligini tavsiflaydi.

8. Asosiy elementar jarayonlarga quyidagilar kiradi:

- Kimyoviy o'zgarishlar yoki reaksiyalar

$$\begin{matrix} G_i^R \\ \Delta Q^R \end{matrix} \quad i = 1, \dots, n$$

- Modda uzatish

$$\begin{matrix} G_i^M \\ \Delta Q^M \end{matrix} \quad i = 1, \dots, n$$

- Agregat holatini o'zgarishi yoki fazali o'tishlar

$$\begin{matrix} G_i^A \\ \Delta Q^A \end{matrix} \quad i = 1, \dots, n$$

- Qo'shimcha ta'minlash oqimining tezligi

$$G_i^P \quad i = 1, \dots, n$$

$$\Delta Q^P$$

- Issiqlik uzatish tezligi

$$\Delta Q^T$$

- Issiqlik nurlanish tezligi

$$\Delta Q^I$$

Jami:

$$G_i^\Sigma \quad i = 1, \dots, n$$

$$\Delta Q^\Sigma$$

9. Moddalar manbalarining yig'indisi xuddi additiv yig'indi sifatida aniqlanadi:

$$\begin{cases} G_i^\Sigma = G_i^R + G_i^M + G_i^A + G_i^P & i = 1, \dots, n \\ \Delta Q^\Sigma = \Delta Q^R + \Delta Q^M + \Delta Q^A + \Delta Q^P + \Delta Q^T + \Delta Q^I \end{cases}$$

Bu yig'indilarda qo'shma jarayonlar uchun 2 va undan ortiq qo'shiluvchilar mavjud, masalan: xemosorbsiya – modda uzatish va kimyoviy reaksiya.

10. Elementar jarayonlarning jadallik manbalari ichida hajmliligi alohida o'rin olgan. Ularning lokal jadalliklari uchun tegishli koeffitsientli fizik– kimyoviy bog'lanishlar va elementar jarayonlarning yuza jadalliklarining manbalari o'zlariga tegishli koeffitsientlar bilan fizik kimyoviy boglanishlar orqali yoziladi.

Masalan:

Kimyoviy reaksiya

$$\begin{cases} G_i^R = V^R g^R & i = 1, \dots, n \\ \Delta Q^R = V^R \Delta q^R \end{cases}$$

g_i^R - i komponenti bo'yicha kimyoviy reaksiyaning lokal tezligi (hajm birligiga nisbatan olingan tezlik).

Δq^R - kimyoviy reaksiya hisobiga issiqlik ajralishi yoki yutilishining lokal tezligi.

Modda o'tkazish

$$G_i^M = F^M \bar{g}^M$$

$\bar{g}^M$ - yuza birligiga nisbatan olingan modda o'tkazishning lokal tezliklari vektori

$$\Delta Q^M = F^M \Delta q^M$$

F^M - modda o'tkazish yuzasi.

11. Jarayonning turli o'zgaruvchilariga bog'liq elementar jarayonlarning lokal jadalliklari uchun ifodalar yoziladi:

Kimyoviy reaksiya:

$$g_i^R = \sum_{j=1}^m a_{ij} r_j \quad i=1, \dots, n$$

bunda

$$r_j = k_j \prod_{i=1}^n x_{ij}^{x_{ij}}$$

$$\Delta q^M = \sum_{i=1}^n \Delta H_i^M g_i^M$$

Π – ko'paytma

agar i - reagent bo'lsa, $\chi_{ij} = -\alpha_{ij}$

agar i - mahsulot yoki mavjud bo'lmasa, $\chi_{ij} = 0$ ($j = \dots, m$)

$$\Delta q^R = \sum_{j=1}^m |\alpha_{pj}| (-\Delta H_{pj}) r_j$$

Modda uzatish

$$\begin{cases} g_i^M = \sum_{j=1}^m K_{ij}^M (x_j^* - x_j) \\ i = 1, \dots, n \end{cases}$$

$$\Delta q^R = \sum_{i=1}^m |\alpha_{pj}| (-\Delta H_{pj}) r_i$$

12. Jarayonning turli o'zgaruvchilariga bog'liq elementar jarayonlarning koeffitsientlari uchun ifodalar yoziladi (K^T issiqlik uzatish koeffitsientlar, k_j reaksiyalarning tezlik konstantalari va shu kabilar).

13. Yuz beradigan jarayonlarning konstruksion parametrlari, masalan, 0 dan L gacha (bunda L – zonaning uzunligi) trubaning uzunligi va jarayonning fizik o'zgaruvchilari (masalan, reaksiya komponentlari ulushlarining yig'indisi) uchun chekli tenglamalar yoziladi.

14. Natijada jarayon matematik tavsifining tenglamalari yoki MT tenglamalar tizimi kelib chiqadi.

1.8.2. Matematik tavsif tenglamalar tizimining tahlili

1. Boshqa tenglamalarning chiziqli kombinatsiyalari olinishi mumkin bo'lgan bog'liqlik tenglamalar olib tashlanadi.

2. MT tenglamalarining chap va o'ng qismlaridagi o'lahamlarning mosligi tekshiriladi.

3. Imkon boricha tizimning tenglamalari soddaroqlariga, masalan, stexiometrik bog'lanishlarga almashtiriladi.

Gidrodinamik modellarning balns tenglamalari				
Balans tenglamalar sinfi	Model ko'ri nishi	Mujassamlashgan parametrlari	Taqsimlangan parametrlari	
		Ideal aralastirish modeli	Ideal siqib chiqarish modeli	Bir parametrlari diffuziyali modeli
Komponentlar bo'yicha	Dinamik	$\frac{d(Vx_i)}{dt} = v^{(0)}x_i^{(0)} - vx_i + G_i \sum$ $i = 1, \dots, n$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial(Vx_i)}{\partial t} = -\frac{\partial(vx_i)}{\partial \ell} + G_{i(\ell)}$ $i = 1, \dots, n$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial(Vx_i)}{\partial t} = \frac{D}{L} \frac{\partial^2(Vx_i)}{\partial \ell^2} - \frac{\partial(vx_i)}{\partial \ell} + G_{i(\ell)}$ $i = 1, \dots, n$
	Statik	$v^{(0)}x_i^{(0)} - vx_i + G_i \sum = 0$ $i = 1, \dots, n$	$\frac{\partial(vx_i)}{\partial \ell} = G_{i(\ell)}$ $i = 1, \dots, n$	$\frac{D}{L} \frac{\partial^2 V}{\partial \ell^2} - \frac{\partial v}{\partial \ell} + \sum_{i=1}^n G_{i(\ell)} \sum = 0$ $i = 1, \dots, n$
Umumiy massa bo'yicha	Dinamik	$\frac{dV}{dt} = v^{(0)} - v + \sum_{i=1}^n G_i \sum$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{dV}{dt} = -\frac{\partial v}{\partial \ell} + \sum_{i=1}^n G_{i(\ell)} \sum$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{dV}{dt} = \frac{D}{L} \frac{\partial^2 V}{\partial \ell^2} - \frac{\partial v}{\partial \ell} + \sum_{i=1}^n G_{i(\ell)} \sum$
	Statik	$v^{(0)} - v + \sum_{i=1}^n G_i \sum = 0$	$\frac{\partial v}{\partial \ell} = \sum_{i=1}^n G_{i(\ell)} \sum$	$\frac{D}{L} \frac{\partial^2 V}{\partial \ell^2} - \frac{\partial v}{\partial \ell} + \sum_{i=1}^n G_{i(\ell)} \sum = 0$
Issiqlik bo'yicha	Dinamik	$\frac{d(vC_p T)}{dt} = v^{(0)}C_p T^{(0)} - vC_p T + \Delta Q \sum$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial(vC_p T)}{\partial t} = -\frac{\partial(vC_p T)}{\partial \ell} + \Delta Q_{(\ell)} \sum$	$\left(\frac{1}{L}\right) \frac{\partial(vC_p T)}{\partial t} = \frac{D}{L} \frac{\partial^2(vC_p T)}{\partial \ell^2} - \frac{\partial(vC_p T)}{\partial \ell} + \Delta Q_{(\ell)} \sum$
	Statik	$v^{(0)}C_p T^{(0)} - vC_p T + \Delta Q \sum = 0$	$\frac{\partial(vC_p T)}{\partial \ell} = \Delta Q_{(\ell)} \sum$	$\frac{D}{L} \frac{\partial^2(vC_p T)}{\partial \ell^2} - \frac{\partial(vC_p T)}{\partial \ell} + \Delta Q_{(\ell)} \sum = 0$

Kimyo texnologiyasida jarayonlarning matematik tavsiflari uchun asosiy bog'liqliklar quyidagi jadvalda ifodalangan

Oqimlarda elementar jarayonlar manbalarining asosiy jadalliklari				
Manbalar		Zonnadagi jadalluk		
		Mujassamlashgan parametrlari	Taqsimlangan parametrlari	Lokal
Yig'indili	Komponentning	$G_i \sum = G_i^A + G_i^M + G_i^A + G_i^H$ $i = 1, \dots, n$	$G_{i(\ell)} \sum = G_{i(\ell)}^R + G_{i(\ell)}^M + G_{i(\ell)}^A + G_{i(\ell)}^H$ $i = 1, \dots, n$	

	Issiqlikning	$\Delta Q^{\Sigma} = \Delta Q^R + \Delta Q^M + \Delta Q^A + \Delta Q^T + \Delta Q^H + \Delta Q^N$	$\Delta Q_{(t)}^{\Sigma} = \Delta Q_{(t)}^R + \Delta Q_{(t)}^M + \Delta Q_{(t)}^A + \Delta Q_{(t)}^T + \Delta Q_{(t)}^H + \Delta Q_{(t)}^N$	
V^R hajmda kimyoviy reaksiya	Komponent ning	$G_i^R = V^R g_i^R$ $i = 1, \dots, n$	$G_{i(t)}^R = \frac{V^R}{L} g_i^R$ $i = 1, \dots, n$	$g_i^R = \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} r_j$ $i = 1, \dots, n$
	Issiqlikning	$\Delta Q^R = V^R \Delta q^R$	$\Delta Q_{(t)}^R = \frac{V^R}{L} \Delta q^R$	$\Delta q^R = \sum_{j=1}^m \alpha_{mj} (-\Delta H_{mj}^R) r_j$
F^m yuza orqali modda almashuv	Komponent ning	$G_i^m = F^m g_i^m$ $i = 1, \dots, n$	$G_{i(t)}^m = \frac{F^m}{L} g_i^m$ $i = 1, \dots, n$	$g_i^m = \sum_{j=1}^m K_{ij}^m (x_i^* - x_i)$ $i = 1, \dots, n$
	Issiqlikning	$\Delta Q^m = F^m \Delta q^m$	$\Delta Q_{(t)}^m = \frac{F^m}{L} \Delta q^m$	$\Delta q^R \cong \sum_{i=1}^n (-\Delta H_i^m) g_i^m$
Fazali muvozanatda agregat holatini o'zgarishi	Komponent ning	$G_i^A = -\tilde{v} \tilde{x}_i^*$ $i = 1, \dots, n$	$G_{i(t)}^A = -\frac{\tilde{v}}{L} \tilde{x}_i^*$ $i = 1, \dots, n$	$\tilde{x}_i^* = y_i^*$ $i = 1, \dots, n$
	Issiqlikning	$\Delta Q^A = -\tilde{v} \Delta \tilde{H}^A$	$\Delta Q_{(t)}^A = -\frac{\tilde{v}}{L} \Delta \tilde{H}^A$	$\Delta \tilde{H}^A \cong \sum_{i=1}^n (-\Delta H_i^A) y_i^*$
F^T yuza orqali issiqlik almashuv	Issiqlikning	$\Delta Q^T = F^T \Delta q^T$	$\Delta Q_{(t)}^T = \frac{F^T}{L} \Delta q^T$	$\Delta q^T = K^T (\tilde{T} - T)$
F^H yuzadan issiqlik nurlanishi	Issiqlikning	$\Delta Q^H = F^H \Delta q^H$	$\Delta Q_{(t)}^H = \frac{F^H}{L} \Delta q^H$	$\Delta q^H = K^H (\tilde{T}^4 - T^4)$

Shartli belgilar

V - ko'rilayotgan zonaning hajmi;
 v - oqimning sarfi;
 L - ko'rilayotgan zonaning uzunligi;
 D - bo'ylama aralashtirish koeffitsienti;
 $\bar{x}, T$ - oqimning tarkibi va harorati;
 $\bar{y}$ - fazali o'tishda agregat holatini o'zgarishida kontaktlanayotgan fazaning tarkibi;

$\bar{G}\Sigma$ - oqimda komponentlar manbalarining yig'indi jadalligi;
 $\Delta Q\Sigma$ - oqimda issiqlik manbalarining yig'indi jadalligi;
 C_p - o'zgarmas bosimda issiqlik sig'imi;
 $\bar{g}$ - oqimda komponentlar manbalarining lokal jadalligi;
 Δq - oqimda issiqlik manbaning lokal jadalligi;
 K - oqimda issiqlik manbalarining jadalligini tavsiflovchi
 uzatish koeffitsienti;

ΔN - elementar jarayonning issiqlik samarasi;
 $\bar{r}$ - kimyoviy reaksiya pog'onalarining tezliklari;
 $\bar{\alpha}$ - reaksiyalarda komponentlarning stexiometrik
 koeffitsientlari;

l - fazoning koordinatasi;

t - vaqtning koordinatasi;

n - ko'p komponentli tizimda komponentlar soni;

m - murakkab kimyoviy reaksiyada elementar pog'onalar soni.

YUQORIDAGI INDEKSLAR

(0) - oqimning zonaga kirish alomati;

R - kimyoviy reaksiya;

M - modda almashuv;

A - fazali muvozanatda agregat holatining o'zgarishi;

P - tashqi oqimdan qo'shimcha ta'minlash;

T - issiqlik almashuv;

I - issiqlik nurlanish;

$*$ - termodinamik muvozanat;

$\sim$ - ko'rilayotgan bilan kontaktlanayotgan oqimning zonasi.

PASTKI INDEKSLAR

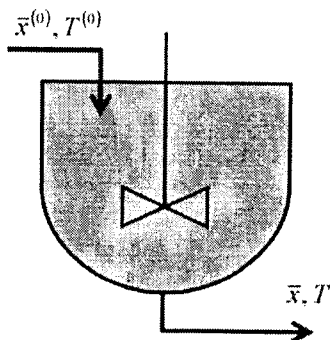
i - komponent;

j - kimyoviy reaksiyaning pog'onasi;

(l) - parametrlarning taqsimlanganligi;

p - kimyoviy reaksiyaning elementar pog'onasida tashkil
 bo'layotgan komponent (mahsulot).

1.8.3. Ideal aralashtirish sohasi (mujassamlashgan parametrli ob'yekt) ning matematik tavsifi



1. Dinamik modelning tavsifi

Komponentlar bo'yicha balans:

$$\bar{1}_{(n)} \frac{d(V^R)}{dt} = v^{(0)} x_i^{(0)} - v x_i + G_i^{\Sigma} \quad i = 1, \dots, n$$

Umumiy balans:

$$2) \frac{dV^R}{dt} = v^{(0)} - v + \sum_{i=1}^n G_i^{\Sigma}$$

Issiqlik balansi:

$$3) \frac{d(V^R C_p T)}{dt} = v^{(0)} C_p^{(0)} T^{(0)} - v C_p T + \Delta Q^{\Sigma}$$

Yechish natijasi:

$$x_i = x_i(t) \longrightarrow ?$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$V^R = V^R(t) \longrightarrow ?$$

$$T = T(t) \longrightarrow ?$$

To'plangan parametrlar bilan jarayonlarning nostatsionar rejimlarini tavsiflash uchun oddiy differensial tenglamalarning $n + 2$ tizimi (ODTT) $\bar{1}n, 2, 3$ qo'llanadi.

2. Statik modelning tavsifi

Chekli tenglamalar tizimi (CHTT) – yo chiziqli (CHCHTT), yo nochiziqli (NCHTT).

$$\bar{1}'_{[n]} v^{(0)} x_i^{(0)} - v x_i + G_i^{\Sigma} = 0$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$2') v^{(0)} - v + \sum_{i=1}^n G_i^{\Sigma} = 0$$

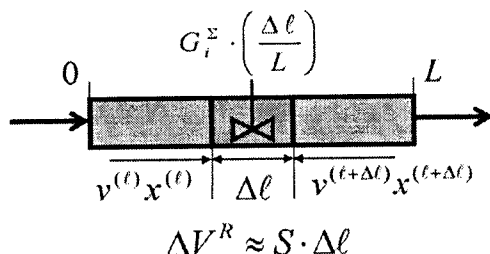
$$3') v^{(0)} C_p^{(0)} T^{(0)} - v C_p T + \Delta Q^\Sigma = 0$$

Mujassamlashgan parametrli jarayonlarning statsionar rejimlari tavsifi uchun chekli tenglamalar tizimi (CHTT) qo'llaniladi.

Yakuniy yechim natijasi.

$$x^* = ? \quad v^* = ? \quad T^* = ?$$

1.8.4. Ideal siqib chiqarish sohasining matematik tavsifi (taqsimlangan parametrli ob'yekt)



1. Dinamik modelning tavsifi

Komponentlar bo'yicha balans – xulosa :

$$\frac{d(\Delta V^R x_i)}{dt} = - \left(v^{(t+\Delta l)} x_i^{(t+\Delta l)} - v^{(t)} x_i^{(t)} \right) + G_i^\Sigma \frac{\Delta l}{L}$$

bunda

$$\Delta V^R = S \cdot \Delta l$$

$$S = \frac{v^R}{L}$$

$$\frac{d(V^R x_i)}{L \cdot dt} = - \frac{v^{(t+\Delta l)} x_i^{(t+\Delta l)} - v^{(t)} x_i^{(t)}}{\Delta l} + \frac{G_i^\Sigma}{L}$$

$$\lim \Delta l \rightarrow 0$$

Komponentlar bo'yicha balans tenglamalari:

$$4_{[n]} \quad \frac{\partial (V^R x_i)}{L \cdot \partial t} = - \frac{\partial (v x_i)}{\partial l} + \frac{G_i^\Sigma}{L} \quad i = 1, \dots, n$$

Umumiy material balansning tenglamasi:

$$\sum x = 1$$

Issiqlik balans tenglamasi:

$$5) \quad \frac{1}{L} \frac{\partial V^R}{\partial t} = - \frac{\partial v}{\partial l} + \sum_{i=1}^n \frac{G_i^\Sigma}{L}$$

$$6) \frac{\partial(v^R C_p T)}{L \cdot \partial t} = - \frac{\partial(v C_p T)}{\partial l} + \frac{\Delta Q^\Sigma}{L}$$

Natijada xususiy hosilali $n + 2$ differensial tenglamalar tizimi olindi.

Yechish natijasi:

$$x_i^* = x_i(t, l) \longrightarrow ?$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$V_i^* = V^R(t, l) \longrightarrow ?$$

$$t^{(0)} \leq t \leq t^{(k)}$$

$$T_i^* = T(t, l) \longrightarrow ?$$

$$t^{(0)} \leq t \leq t^{(k)}$$

Barcha o'zgaruvchilar ikki mustaqil koordinatalar t, l ga bog'liq.

Taqsimlangan parametrlar bilan nostatsionar jarayonlarni tavsiflash uchun («quvur») xususiy hosilali differensial tenglamalar tizimi ($X^2 DTT$) 4, 5, 6 qo'llaniladi.

2. Statik modelning tavsifi

Statik model uchun vaqt bo'yicha olingan hosilalarning barchasi nolga teng.

$$4'_{[n]} \frac{d(v \cdot x_i)}{dl} = \frac{G_i^\Sigma}{L} \quad i = 1, \dots, n \quad 5') \frac{dv}{dl} = \sum_{i=1}^n \frac{G_i^\Sigma}{L}$$

$$6) \frac{d(v C_p)}{dl} = \frac{\Delta Q^\Sigma}{L}$$

O'zgaruvchilarning o'zgarishi bitta fazoviy koordinita bo'yicha ro'y berganda, taqsimlangan parametrlar bilan jarayonlarning statsionar rejimlarini tavsiflash uchun oddiy differensial tenglamalar tizimi 4', 5', 6' qo'llaniladi.

Yechimlar:

$$\{x_i^* = x_i(l) \longrightarrow ?$$

$$\{ \quad i = 1, \dots, n$$

$$v^* = v(l) \longrightarrow ?$$

$$T^* = T(l) \longrightarrow ?$$

quvur uzunligi bo'yicha harorat, konsentratsiyalar, sarflarning o'zgarishi.

Kimyoviy jarayonlarni modellashtirish uchun yechimning uchta algoritmlari va ularning kombinatsiyalariga ega bo'lish kerak:

- Chekli tenglamalar tizimlari: chiziqli algebraik tenglamalar tizimlari (CHATT) yoki nochiziqli tenglamalar tizimlari (NTT);
- Oddiy differensial tenglamalar tizimlari (ODTT);
- Xususiy hosilali differensial tenglamalar tizimlari (XHDTT).

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar

1. Xayoliy modellashtirish nima?
2. Ko'rgazmali modellashtirish nima?
3. Analogli modellashtirish nima?
4. Tilli modellashtirish nima?
5. Matematik modellashtirish nima?
6. Imitatsion modellashtirish nima?
7. Kombinatsiyalangan modellashtirish nima?
8. Real modellashtirish nima?
9. Shaxsiy kompyuterda tizimlarni modellashtirishning imkoniyatlari va samaradorligi.
10. Mashinali tajriba qanday rejalashtiriladi?
11. Ish hisoblarini o'tkazish tartibi.
12. Konseptual modelni qurishning asosiy nimbosqichlarni aytting.
13. Texnologik jarayonlarning asosiy iyerarxik sathlarni sanab o'ting. Har bir sanab o'tilgan sathlar nima bilan tavsiflanadi?
14. Fizik-kimyoviy tizim (FKT) va kimyo-texnologik tizim (KTT) deganda nima tushuniladi?
15. Tizimlar operatorlarining fizik-kimyoviy, texnologik va funksional vazifalari nimadan iborat?
16. Tizimning hisobiy moduli nimani tavsiflaydi?
17. Kompyuterda real jarayonlarni hisoblash uchun tadqiqotlarning qanday bosqichlarini amalga oshirish kerak?
18. EHMda quyidagi real jarayonlarni hisoblashga misollar keltiring: a) kimyoviy ishlab chiqarish ierarxiyasining mikrosathida; b) makrosathda; v) ishlab chiqarish sathida.
19. Jarayonning matematik modeli (MM) nimani tavsiflaydi: a) matematik tavsifning tenglamalar tizimini (MTTT); b) uni yechish algoritmining blok-sxemasini; c) yuqori sathli algoritmik

tillardan birida yechish dasturini; d) kompyuterda amalga oshirilgan masalani yechish algoritmini, masalan modellovchi algoritmi (MA) nima?

20. Nima uchun real jarayonning matematik modeli monand bo'lishi kerak?

21. Monandlikni aniqlash uchun tajriba ma'lumotlari kerakmi?

22. Nima uchun modellashtirish ob'yektining identifikatsiyasi MM ni monandligini ta'minlaydi?

23. Tadqiq qilinayotgan ob'yektning optimal ishlash sharoitini aniqlashda, ya'ni real jarayonni optimallashtirishda kompyuterdan qanday foydalanish kerak?

24. Strukturaliy modelni qurishning umumiy tamoyillarini sanab o'ting.

25. Kimyo-texnologik jarayonning matematik tavsifini tenglamalar tizimini qurish bosqichlarini nomini aytib o'ting.

26. Asosiy elementar jarayonlarni sanab o'ting.

27. Gidrodinamik modellarining balans tenglamalarini keltiring.

28. Oqimlardagi elementar jarayonlar manbalarining asosiy jadalliklarini keltiring.

29. Kimyo-texnologik jarayonni matematik tavsifining tenglamalar tizimini tahlili nimadan iborat?

30. Mujassamlashgan parametrlil (dinamik va statik modellar) ob'yektning matematik tavsifini keltiring.

31. Taqsimlangan parametrlil (dinamik va statik modellar) ob'yektning matematik tavsifini keltiring.

32. Kimyoviy jarayonlar qanday algoritmlar yordamida modellanadi?

2-BOB. APPARATDAGI OQIMLAR STRUKTURASINING MATEMATIK TAVSIFI

Real apparatlarda oqimlarning xulqi shu qadar murakkabki, hozirgi vaqtda ularning qat'iy matematik tavsifini tuzishga ko'p hollarda imkon bo'lmaydi. Shu bilan bir vaqtda oqimlar tizimi kimyo-texnologik jarayonlar samaradorligiga jiddiy ta'sir ko'rsatishi ma'lum bo'lib, buning uchun ular jarayonlarni modellashtirishda hisobga olinishi kerak. Bunda oqimlar strukturasi matematik modellari qurilayotgan kimyo-texnologik jarayonni matematik tavsifining asosi sifatida qabul qilinadi. Real oqimlarni aniq tavsiflash (masalan, Nave-Stoks tenglamasi yordamida) yechilishi o'ta qiyin masalalarga olib kelishi oldinroq ko'rsatib o'tilgandi. Shuning uchun shu vaqtgacha ishlab chiqilgan apparatlarda oqimlar strukturasi modellari ancha sodda va yarim empirik xarakterga ega. Shunga qaramay, ular real fizik jarayonlarni yetarli darajada aniq aks ettiruvchi modellar (ob'yektga monand modellar) ni qurishga imkon beradi.

Kimyo-texnologik jarayonlarni o'tkazishda ko'pincha ularni yakunlash to'liqligi darajasini bilish muhim, bu esa o'z navbatida apparatda oqim zarralarini vaqt bo'yicha taqsimlanishiga bog'liq, apparatda oqimning ayrim ulushlari turib qolishi mumkin, boshqalari esa aksincha, o'tib ketadi. Bu esa kontakt vaqti va diffuziyaga bevosita bog'liq.

Apparatda oqim zarralarini vaqt bo'yicha taqsimlanishi (VBT) stoxastik tabiatga ega va statistik taqsimlanish bilan baholanadi.

Sanoat apparatlarida oqim zarralarini vaqt bo'yicha taqsimlanish notekisligining eng muhim manbalari quyidagilardir:

1) tizimning tezliklar profilini notekisligi; 2) oqimlarning turbulentlashuvi; 3) oqimda turg'un sohalarining mavjudligi; 4) tizimda baypasli va kesishuvchi oqimlar kanallarining hosil bo'lishi; 5) harakatlanuvchi muhitlarning harorat gradientlari; 6) fazalar orasida issiqlik va modda almashuvi va shunga o'xshashlar.

Shunday bo'lib chiqishi mumkinki, diffuziya jarayonini bajarish uchun apparatda oqim zarralarini real bo'lish vaqti yetarli bo'lmay qoladi, bunga esa butun diffuziyali jarayonning samaradorligi bog'liq. Shuning uchun oqimlarning ichki strukturasi haqidagi modeli ifodalar yordamida apparatdagi (shuningdek, yuz

berish vaqti bo'yicha) fazalar oqimining real strukturasini hisobga olish muhim hisoblanadi.

Modda almashuv jarayonlari uchun oqimlar strukturasini tavsiflash yana shu oqimlarda moddalarni joyini o'zgartirish va taqsimlanishini aniqlashga imkon beradi. Shuning uchun barcha oqimlarning gidrodinamik modellari ko'pincha oqimda modda konsentratsiyasini o'zgarishini ifodalovchi tenglamalar ko'rinishida yoziladi.

Keyinroq real apparatlarda oqimlar strukturasini tadqiq qilishning tajriba usullari, oqimlar strukturasini eng ko'p tarqalgan matematik modellari va modellar parametrlarini aniqlash usullari ko'rib chiqiladi.

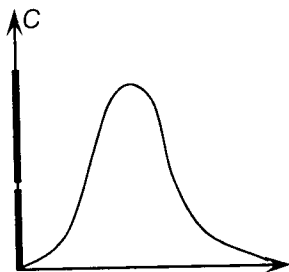
2.1. Oqimlar strukturasining tadqiqot usullari

Ko'rsatilgan usullarning mohiyati oqimning apparatga kirishida unga qandaydir vosita bilan indikator kiritilib, oqimning apparatdan chiqishida esa indikator konsentratsiyasini vaqt funksiyasi sifatida o'lchashidan iborat. Bu chiqish egri chizig'i oqim tarkibi bo'yicha namunaviy g'alayonga tizimning javob funksiyasi deb ataladi. Indikatorlar sifatida bo'yoqlar, tuzlar va kislota eritmaları, izotoplar va boshqa moddalardan foydalanadilar.

Indikatorga qo'yiladigan asosiy talab – apparatda indikator zarralarining xulqi oqim zarralarining xulqiga o'xshashi shart. Bu nuqtai nazardan eng yaxshisi izotoplardir, chunki xossalari bo'yicha ular asosiy oqimdan kam farqlanadi. Amalda ko'pincha asosiy oqim bilan o'zaro ta'sirga tushmaydigan va oson o'lchanishi mumkin bo'lgan indikatorlar qo'llaniladi. Bunday indikatorlarga tuz eritmaları tegishlidir. Apparatga indikator oqimning kirishidagi standart signallar ko'rinishida quyidagicha kiritiladi: impulsli, pog'onali va siklik. G'alayonlovchi signalning ko'rinishiga muvofiq oqimlar strukturasini tadqiq qilishning quyidagi usullari farqlanadi: impulsli, pog'onali va siklik. Odatda oxirgi signal amaliyotda sinusoida shakliga ega bo'ladi.

Impulsli usul. Bu usulga muvofiq oqimning apparatga kirishida amaliy bir onda indikatorning delta funksiya shaklidagi ma'lum miqdori kiritiladi. Faraz qilaylik, ixtiyoriy murakkablik

apparatga oqimni kirishiga amaliy bir onda indikator kiritdik va 2.1-rasmda tasvirlangan bu g'alayonga javob funksiyasini aniqladik.



2.1-rasm. Impulsli g'alayonga tizimning tipik javob funksiyasi

Apparat hajmini V deb va oqimning hajmli tezligini - v deb belgilaymiz.

Apparatda bo'lish vaqti t dan $t + dt$ gacha o'zgaradigan indikatorning miqdori quyidagini tashkil etadi:

$$dg = vC_E(t)dt \quad (2.1)$$

dg indikatorning umumiy miqdori g ga nisbati indikatorning apparatdan t dan $t + dt$ vaqtda chiqqan ulushini ifodalaydi:

$$d\rho = \frac{dg}{g} = \frac{vC_E(t)dt}{g} \quad (2.2)$$

Asosiy oqim xulqi apparatdagi indikatorning xulqiga o'xshash bo'lganligi uchun, (2.1) tenglama t dan $t + dt$ bo'lgan vaqtda oqimning ulushini ifoda etadi.

$C(\theta)$ o'lchamsiz konsentratsiyani quyidagi formula bo'yicha kiritamiz:

$$C(\theta) = \frac{C_E(t)}{C_0^E} \quad (2.3)$$

bunda C_0^E - oqimdagi boshlang'ich konsentratsiya:

$$C_0^E = \frac{g}{V} \quad (2.4)$$

Shu vaqtning o'zida θ o'lchamsiz vaqtни quyidagi formula bo'yicha kiritamiz:

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}} \quad (2.5)$$

bunda $\bar{t}$ - oqim zarralarining apparatda o'rtacha bo'lish vaqti:

$$\bar{t} = \frac{V}{v} \quad (2.6)$$

Endi (2.2) tenglamani quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\begin{aligned} d\rho &= \frac{vC_E(t)dt}{g} = v \frac{C_0^E C_E(t)}{C_0^E} \cdot \frac{1}{g} \cdot \frac{tdt}{\bar{t}} = v \frac{C_0^E \bar{t}}{g} C(\theta) d\theta = \\ &= \frac{vC_0^E \frac{V}{v}}{g} C(\theta) d\theta = C(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (2.7)$$

Kiritilgan indikatorning umumiy miqdori quyidagi ifoda bilan aniqlanadi

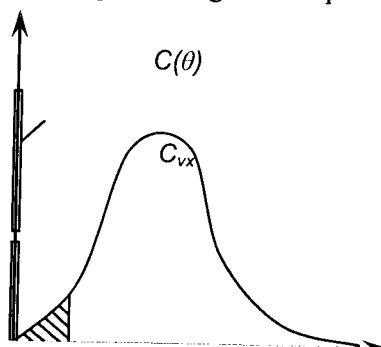
$$g = v \int_0^{\infty} C_E(t) dt \quad (2.8)$$

U vaqtda (2.2), (2.7) tenglamalardan quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$C(\theta) = \frac{vC(t)dt}{gd\theta} = \frac{vC_e(t)}{g} \bar{t} = \frac{C_E(t)}{\int_0^{\infty} C_E(t) dt} \bar{t} = C(t) \bar{t} \quad (2.9)$$

$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int_0^{\infty} C_E(t) dt} \quad (2.10)$$

unda ifoda me'yorlangan S –egri chiziqni beradi.



2.2-pasm. Tipik C – egri chiziq

$C(\theta)$ koordinatalarda tajriba egri chizig'ini quramiz (2.2-rasm.). Bunday egri chiziq C -egri chiziq deb ataladi. Uni ostidagi shtrixlangan maydon quyidagiga teng

$$\int_0^{\infty} C(\theta) d\theta \quad (2.11)$$

va 0 dan θ gacha o'zgarish vaqtida apparatdagi oqim ulushini belgilaydi. Tabiiyki

$$\int_0^{\infty} C(\theta) d\theta = 1 \quad (2.12)$$

Shunday qilib, S - egri chiziq apparatda vaqt bo'yicha oqim elementlarining taqsimlanishining tavsifidir.

Oqimning apparatda o'rtacha bo'lish vaqti quyidagini tashkil etadi

$$\bar{t} = \int_0^{\infty} t d\rho \quad (2.13)$$

Bu tenglamaga (2.3) tenglamadagi $d\rho$ ni qo'yamiz va (2.8) $g = \nu \int_0^{\infty} C_e(t) dt$ dan foydalansak, unda quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$t = \frac{\nu \int_0^{\infty} t C_E(t) dt}{\nu \int_0^{\infty} C_E(t) dt} = \frac{\int_0^{\infty} t C_E(t) dt}{\int_0^{\infty} C_E(t) dt} \quad (2.14)$$

1-misol. Apparatdagi oqimlarning gidrodinamikasini tadqiq qilishda impulsli usul qo'llaniladi. Impulsli g'alayonni berish (indikatori impuls shaklida kiritish) natijasida apparat chiqishidagi indikatorning quyidagi konsentratsiya qiymatlari olindi (2.1-jadval).

2.1-jadval

Vaqt, min	0	5	10	15	20	25	30	35
Indikator- ning konsentra- tsiyasi, g/m ³	0	3	5	5	4	2	1	0

S- egri chiziqning taqsimlanishini qurish kerak.

Yechim. $C(\theta)$ funksiyani aniqlash uchun dastlab (2.9) tenglamadagi $C(t)$ qiymatlarni topamiz. Buning uchun probalar (tahlil uchun namuna) olish vaqtining intervalini $\Delta t = 5$ minut deb faraz qilib, $\sum C_e(t) \Delta t$ qiymatlar yig'indisini hisoblaymiz:

$$\int_0^{\infty} C_E(t) dt \approx \sum \nu \int_0^{\infty} C_i^E(t) \Delta t = (3 + 5 + 5 + 4 + 2 + 1) \cdot 5 = 100 \frac{g \cdot daq.}{m^3}$$

$C(t) = C_i^E(t) / \sum C_i^E(t) \Delta t$ me'yorlangan funksiyani vaqtga bog'liq qiymatlarini 2.2-jadval shakliga keltiramiz.

2.2-jadval

$C(t)$ me'yorlangan funksiyaning qiymatlari

t, daq.	0	5	10	15	20	25	30
$C(t) \text{ min}^{-1}$	0	0,03	0,05	0,05	0,04	0,02	0,01

$C(\theta)$ funksiyani olish uchun, vaqt θ va C ni o'lchamsiz ko'rinishga keltiramiz – ya'ni $C(\theta)$ ko'rinishga. Buning uchun apparatda o'rtacha bo'lish vaqtini (2.14) tenglamadan topamiz.

O'lchamsiz vaqt quyidagini tashkil etadi:

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}} = \frac{t}{15}$$

(2.9) tenglamadan foydalanib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$C(\theta) = \bar{t} C(t) \approx \frac{15 C_i^E(t)}{\sum C_i^E(t) \Delta t}$$

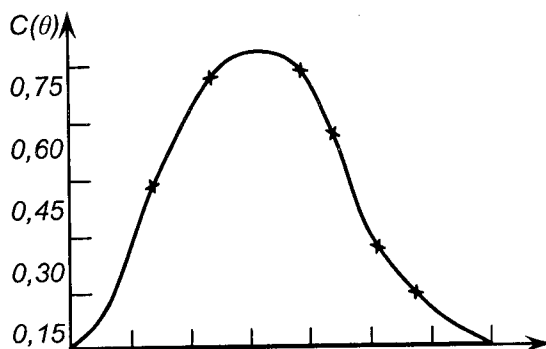
va t_i, C_i^E qiymatlarni qo'ygandan keyin, $C(\theta)$ muvofiq qiymatlarini olamiz (2.3-jadval)

2.3-jadval

$C(\theta)$ o'lchamsiz funksiyaning qiymatlari

θ	0	1/3	2/3	1	4/3	5/3	2	7/3
$C(\theta)$	0	0,45	0,75	0,75	0,60	0,03	0,15	0

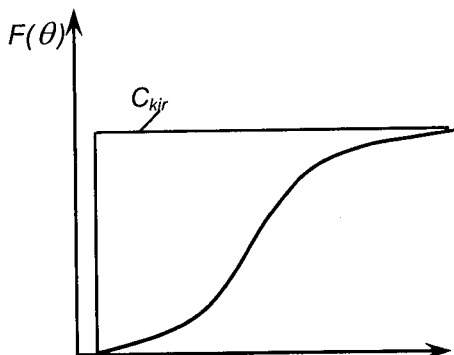
Bu ma'lumotlar bo'yicha taqsimlanishning C-egri chizig'ini quramiz.



2.3-rasm. O'lchamsiz C -egri chiziq

Pog'onali g'alayon usuli. Bu usuldan foydalanishda apparatga kirayotgan va indikator bo'lmagan suyuqlik oqimiga indikatorning ma'lum miqdori shunday kiritiladiki, kirayotgan oqimda uning konsentratsiyasi noldan sakrab C_0 ning ma'lum qiymatigacha o'zgaradi va shu sathda ushlab turiladi.

Signalning pog'onali shakliga mos keluvchi javob egri chizig'i 2.4-rasmda tasvirlangan ko'rinishga ega. Agar vaqt o'lchamsiz birliklarda ifodalangan bo'lsa, unda apparatdan chiqayotgan oqimdagi indikator konsentratsiyasining vaqt bo'yicha o'zgarish bog'liqligi F -egri chiziq deb ataladi. Kirayotgan oqimdagi $F/F(\infty)$ nisbatga teng miqdor 0 dan 1 gacha o'zgaradi.



2.4-rasm. Tipik tajribaviy F – egri chiziq

Oqim elementlarining apparatda bo'lish vaqti θ dan $\theta+d\theta$ gacha oraliqda bo'lsa, oqim elementlarining ulushi quyidagiga teng bo'ladi:

$$dF(\theta) = C(\theta)d\theta \quad (2.15)$$

Oqim elementlarining apparatda bo'lish vaqti θ dan kichik bo'lsa, oqim elementlarining ulushi quyidagicha aniqlanadi:

$$F(\theta) = \int_0^\theta C(\theta)d\theta \quad (2.16)$$

Apparatdagi suyuqlikning barcha ulushlarini yg'indisi 1 ga teng bo'lganligi uchun C -egri chiziq ostidagi maydon 1 ga teng va $\theta \rightarrow \infty$ da $f(\theta) \rightarrow \infty$, ya'ni

$$\int_0^1 \theta dF(\theta) = \int_0^\infty \theta C(\theta)d\theta = 1 \quad (2.17)$$

Oqimning apparatda o'rtacha bo'lish vaqti quyidagini tashkil etadi:

$$\bar{t} = \frac{\int_0^\infty t C_E(t) dt}{\int_0^\infty C_E(t) dt} = \int_0^\infty t C_E(t) dt = \int_0^\infty t dF = - \int_0^\infty t d(1 - F) \quad (2.18)$$

(2.18) ifodada oxirgi integralni topish uchun bo'laklab integrallashdan foydalanamiz:

$$\int_0^\infty t d(1 - F) = t(1 - F) - \int_0^\infty (1 - F) t d \quad (2.19)$$

(2.19) tenglamadagi birinchi qo'shiluvchi nolga teng. Bunda oqimning apparatda o'rtacha bo'lish vaqti apparatdan chiqishdagi oqim elementlarining taqsimlanish funksiyasi qiymatlari $F(t) = F_E(t)/F_E(\infty)$ orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\bar{t} = \int_0^\infty (1 - F) t d \quad (2.20)$$

Quyidagi funksiyani kiritib

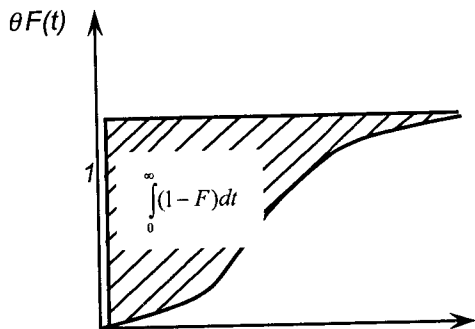
$$I(t) = 1 - F(t) \quad (2.21)$$

o'rtacha bo'lish vaqtini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\bar{t} = \int_0^\infty I(t) dt \quad (2.22)$$

Geometrik jihatdan o'rtacha bo'lish vaqti $F(t)$ egri chiziq ustidagi maydonga mos keladi (2.5-rasm).

Muvozanat holati usuli. Bu usul bilan apparatda oqimlar strukturasini tadqiq qilganda apparatdan chiqish oqimiga doimiy tezlik bilan indikator kiritiladi va indikator konsentratsiyasining oqim harakatining teskariga yo'nalgandagi o'zgarishi aniqlanadi. Indikator zarrachalari apparatga oqimning teskari aralashtirishi hisobiga tushadi.



2.5-rasm. O‘rtacha bo‘lish vaqtining geometrik talqini

Apparatning uzunligi bo‘yicha indikator konsentratsiyasining taqsimlanishi muvozanat rejimda aniqlanadi.

Diffuziyali model parametri - bo‘ylama aralashtirish koeffitsienti (D_l) ni baholash uchun muvozanat holati usullaridan foydalanish misolini ko‘rib chiqamiz.

Diffuziyali modelning tenglamasi quyidagi ko‘rinishda yoziladi:

$$\frac{d^2 C}{dz^2} - Pe \frac{dC}{dz} = 0 \quad (2.23)$$

bunda z - o‘lchamsiz koordinata; C - konsentratsiya; Pe - Pekle soni. Quyidagi chegaraviy shartlarni yozamiz:

$$z = 1 \text{ da } C_{kr} = 0, C = \frac{1}{Pe} \frac{dC}{dz} \quad (2.24)$$

$$z = 1 \text{ da } C = C_k \quad (2.25)$$

(2.23) tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$C = A_1 + A_2 e^{Pe z} \quad (2.26)$$

bundan quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$\frac{dC}{dz} = A_2 Pe \cdot e^{Pe z} \quad (2.27)$$

$z = 0$ dagi chegaraviy shartdan foydalanib, A_x qiymatini topamiz:

$$A_1 + A_2 e^0 = \frac{1}{Pe} \cdot A_2 Pe \cdot e^0; A_1 = 0 \quad (2.28)$$

$z = 1$ dagi shartdan esa quyidagiga ega bo'lamiz:

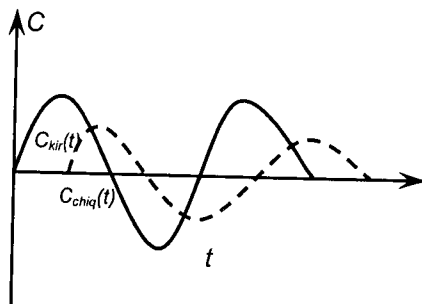
$$C_k = A_2 e^{Pe}; A_2 = C_k e^{-Pe} \quad (2.29)$$

Shuning uchun ushbu ko'rilayotgan holda diffuziyali model tenglamasining yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$C = C_k e^{Pe(z-1)} \quad (2.30)$$

Apparatning qandaydir kesimida indikatorning konsentratsiyasini aniqlab, Pe ni topish mumkin va apparatning bir necha kesimlarida konsentratsiyani o'lchab, model monandligini tekshirish uchun foydalanish mumkin bo'lgan ma'lumotlarni olamiz. Agar oqimda bo'ylama aralashtirish koeffitsienti apparatning uzunligi bo'yicha bir xil bo'lsa, unda turli nuqtalarda olingan Pe ning qiymatlari bir biriga mos keladi.

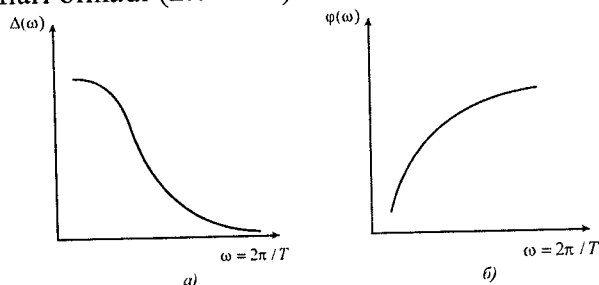
Sinusoidal g'alayonli usul. Kiruvchi oqimga sinusoidal g'alayon ta'sir ettirilsa, chiqishda o'zida sinusoidani ifodalaydigan, lekin boshqa amplitudaga ega va faza bo'yicha siljigan javob funksiyasi olinadi. Kirishdagi sinusoidal g'alayon A_0 amplituda va chastota $\omega = 2\pi/T$ (rad/s) bilan aniqlanadi, bunda T – tebranishlar davri. Chiqish sinusoidada amplituda o'zgaradi va φ faza siljishi paydo bo'ladi (2.6-rasm).



2.6-rasm. Trasserni sinusoidal berishda kirish va chiqish signallarning ko'rinishi

Bir ob'ekt uchun φ qiymat va amplitudaning o'zgarishi g'alayonlovchi signalning chastota funksiyalaridir. Kirish va chiqish

sinusoidalarini solishtirish natijasida amplituda-chastota va faza-chastota tavsiflari olinadi (2.7-rasm).



2.7-rasm. Tizim javobining amplituda-chastota (a) va faza-chastota (b) tavsiflari

Amplitudalar nisbati *kuchaytirish koeffitsienti* $\Delta(\omega)$ deb ataladi.

Kirishga sinusoidal signal berilgandagi diffuziyali modelning bo'ylama aralashtirish koeffitsienti D_l [(2.87) formulaga qarang] ni aniqlanishini ko'rib chiqamiz. Chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishda ifodalanadi:

$$C(t, 0) = C_0 A_0 \sin \omega t \quad (2.31)$$

$$C(t, \infty) = C_0 \quad (2.32)$$

bunda C_0 — indikatorning o'rtacha konsentratsiyasi; $A_0 - z = 0$ dagi (apparatga kirishda) tebranishlar amplitudasi.

Diffuziyali model tenglamasi uchun Laplas o'zgartirishini qo'llab, (2.31), (2.32) chegaraviy shartlarni hisobga olgan holda apparat chiqishdagi indikator konsentratsiyasi uchun quyidagi ifodani olish mumkin:

$$C(t, l) = C_0 + A_0 e^{-B} \sin(\omega t - \varphi) \quad (2.33)$$

bunda

$$B = \ln \frac{A_0}{A_1} = \frac{ul}{2D_l} = \left\{ \sqrt[4]{1 + \left(\frac{4\omega D_l}{u^2} \right)^2} \cos \left[\frac{\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{4\omega D_l}{u^2} \right)}{2} \right] \right\} - 1 \quad (2.34)$$

l — apparatning uzunligi; A_l — apparat chiqishdagi tebranishlar amplitudasi.

Ildiz ostidagi ifodani va trigonometrik funksiyani qatorga yoyib, yuqori darajali a'zolarini inobatga olmasak, (2.34) tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'lishi mumkin:

$$B = \frac{l\omega^2}{u^3} - \frac{5l\omega^2 D_l^3}{u^7} \quad (2.35)$$

(2.35) tenglamaning ikkinchi a'zosini inobatga olmasak, quyidagi ifodani olamiz:

$$B = \ln \frac{A_0}{A_1} = \frac{l\omega^2 D_l}{u^3} \quad (2.36)$$

Fazalar siljishini aniqlovchi tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\varphi = \frac{ul}{2D_l} \sqrt{\sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{2D_l}{u^2}\right)^2} - \frac{1}{2}} \quad (2.37)$$

Qatorga yoyib, yuqori darajali a'zolari chiqarib tashlagandan so'ng, oxirgi tenglama quyidagi sodda ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\varphi = \frac{\omega L}{u} \quad (2.38)$$

Endi fazalar siljishining tajriba qiymati f va A_0/A_1 amplitudalar nisbati bo'yicha (2.36), (2.37) tenglamalar asosida bo'ylama aralashtirish koeffitsienti D_l ning qiymatini baholash qiyin emas.

2.2. Apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlari taqsimlanishining asosiy tavsiflari (taqsimlash funksiyalarining momentlari)

Oqim zarralarinining apparatda bo'lish vaqtini taqsimlanishining hisobi momentlarning statistik tushunchasiga asoslangan va zichlik ehtimolligining taqsimlanishiga bog'liq. Taqsimlanishning eng muhim xossalarini aniqlaydigan tasodifiy kattalikni, taqsimlanishning asosiy xossalarini bir necha sonli tavsiflar bilan tavsiflash mumkin. Bunday tavsiflar tizimi – tasodifiy kattalikni taqsimlanish momentlari hisoblanib, ular quyidagi uchta alomat bo'yicha tizimlanadi: moment r tartibi bo'yicha; tasodifiy kattalikni hisoblashning boshlanishi bo'yicha; tasodifiy kattalikning ko'rinishi bo'yicha.

r momentning tartibi ixtiyoriy butun son bo'lishi mumkin. Amaliyotda esa nolinch, birinchi, ikkinchi, uchinchi va to'rtinchi

tartibli momentlar ko'riladi, ya'ni $\beta = 0, 1, 2, 3, 4$. Tasodifiy kattalik hisobini boshlashdan kelib chiqib, boshlang'ich va markaziy momentlar ajratiladi. Taqsimlash funksiyaning *boshlang'ich momentlarini* umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$M_{\beta} = \int_0^{\infty} t^{\beta} C(t) \quad (2.39)$$

Momentlarning har biri ma'lum fizik mazmunga ega. Nolinchi moment – egri chiziq ostidagi maydonni; birinchi moment - o'rtacha miqdorni (bo'lishning o'rtacha vaqti), yoki bo'lish vaqtining tasodifiy kattaligining matematik kutilmasini tavsiflaydi. Matematik kutilmalardan hisoblanadigan tasodifiy kattaliklar *markazlashtirilgan* deb ataladi. Markazlashtirilgan kattalik momentlari *markazlashgan* deb ataladi. Markazlashgan momentlarning umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$M_{\beta} = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^{\beta} C(t) dt \quad (2.40)$$

Ikkinchi markazlashgan moment tasodifiy kattalikning o'rtacha bo'lish vaqtiga nisbatan yoyilishini tavsiflaydi va u *dispersiya* deb ataladi hamda σ_t^2 orqali belgilanadi:

$$\sigma_t^2 = \mu_2 = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^2 C(t) dt \quad (2.41)$$

Uchinchi markazlashgan moment *asimmetrik* taqsimlanishni tavsiflaydi va quyidagiga teng:

$$\mu_3 = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^3 C(t) dt \quad (2.42)$$

To'rtinchi markazlashgan moment *o'tkir cho'qqili* taqsimlanishni ifodalaydi:

$$\mu_4 = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^4 C(t) dt \quad (2.43)$$

va h.k.

Apparatda oqim elementlarining harakatlari stoxastik tabiatga ega bo'lganligi sababli, ularni o'rtacha bo'lish vaqti ma'lum taqsimlanish zichligiga ega tasodifiy kattalik hisoblanadi. Apparatda

bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarini taqsimlash zichligi funksiyasining bahosi bo'lib, impulsli g'alayon ta'sirida apparatning chiqishida olinayotgan C – egri chiziq xizmat qilishi mumkin. Unda C – egri chiziqlarning momentlari oqim elementlarining apparatda bo'lgan vaqti bo'yicha taqsimlashining asosiy tavsiflari hisoblanib, shu oqim strukturasi aniqlab beradi.

Endi me'yorlangan va o'lchamsiz C – egri chiziqlarning momentlar bog'liqligini ko'rib chiqamiz. Me'yorlangan C – egri chiziqlarning qiymatlari quyidagicha aniqlanadi:

$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int_0^\infty C_E(t) dt} \quad (2.44)$$

Me'yorlangan C – egri chiziqlarning β tartibli boshlang'ich momenti:

$$\mu_\beta^t = \int_0^\infty t^\beta C(t) dt \quad (2.45)$$

O'lchamsiz konsentratsiya $C(\theta)$ va θ vaqtni kiritib, $c(\theta) = C(t)t$ va $\theta = t/\bar{t}$ ni hisobga olgan holda (2.45) tenglamaga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\mu_\beta^t = \int_0^\infty (\theta \bar{t})^\beta \frac{C(\theta)}{t} \bar{t} d\theta = t^{-\beta} \int_0^\infty \theta^\beta C(\theta) d\theta \quad (2.46)$$

(2.46) tenglamaning o'ng qismidagi integral o'lchamsiz bo'lish vaqtining β tartibli boshlang'ich momenti M_β^θ bo'yicha olinadi. Bundan β tartibli o'lchamli va o'lchamsiz boshlang'ich momentlar orasidagi quyidagi bog'lanish olinadi:

$$\mu_\beta^t = t^{-\beta} M_\beta^\theta \quad (2.47)$$

Shunga o'xshash holda me'yorlangan C – egri chiziqlarning β tartibli markaziy momenti μ_β^t ning ifodasiga $C(t) = C(\theta)/t$ va $t = t(\theta)$ larni qo'yib, o'lchamli va o'lchamsiz markaziy momentlar orasida bog'lanishni olamiz:

$$\mu_\beta^t = t^{-\beta} M_\beta^\theta \quad (2.48)$$

Momentlar usuli yordamida eksperimental C – egri chiziqlarga ishlov berish. Ob'yektni tadqiq qilish natijasida tajribaviy C – egri chiziq olingan bo'lsin (2.8-rasm). Taqribiy

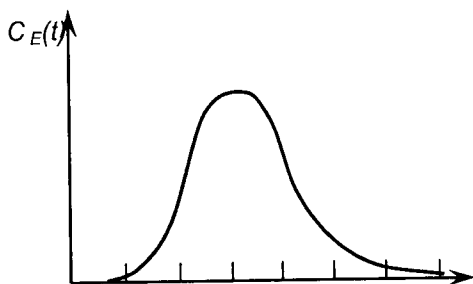
trapetsiyalar formulasidan foydalanib, berilgan C – egri chiziqning boshlang‘ich momentlarni hisoblashni ko‘rib chiqamiz. Tajribaviy C – egri chiziqning nolinchii tartibli boshlang‘ich momenti egri chiziq tagidagi maydon bilan aniqlanadi:

$$M_0^t = \int_0^{\infty} C_E(t) dt \approx \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n-1} (C_j^E + C_{j+1}^E) \Delta t \quad (2.49)$$

bunda n — tajribaviy C – egri chiziqning bo‘linish nuqtalar soni.

Me‘yorlangan C – egri chiziqning birinchi tartibli boshlang‘ich momenti o‘rtacha bo‘lish vaqti t ni aniqlaydi. Me‘yorlangan C – egri chiziqning ta‘rifini hisobga olib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$M_1^t = \int_0^{\infty} t C(t) dt = \bar{t} \approx \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (t_{j+1} C_{j+1}^E + t_j C_j^E)}{\sum_{j=1}^{n-1} (C_{j+1}^E + C_j^E)} \quad (2.50)$$



2.8-rasm. Tajribaviy C – egri chiziq

Umumiy holda me‘yorlangan C – egri chiziqning s – tartibli boshlang‘ich momenti M'_s quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\begin{aligned} M_1^t &= \int_0^{\infty} t^s C(t) dt = \frac{1}{s+1} \int_0^{\infty} C(t) d(t^{s+1}) \approx \\ &\approx \frac{1}{s+1} \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (t_{j+1} C_j^E) (t_{j+1}^{s+1} - t_j^{s+1})}{\sum_{j=1}^{n-1} (C_{j+1}^E + C_j^E) \Delta t} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Markaziy momentlarni hisoblashda to'xtalamiz. Momentlar ta'rifidan foydalanib, quyidagi tenglamalarning haqqoniyligiga ishonch hosil qilamiz:

$$\mu_0^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^0 C(t) dt = 1 \quad (2.52)$$

$$\mu_0^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^0 C(t) dt = 0 \quad (2.53)$$

Ikkinchi tartibli markaziy moment μ_2^t C – egri chiziqning *dispersiyasi* deyiladi va G o'rtacha qiymatga nisbatan bo'lish vaqti taqsimlashining yoyilish tavsifi bo'lib xizmat qiladi. Ikkinchi markaziy moment μ_2^t ikkinchi boshlang'ich moment M_2^t va o'rtacha bo'lish vaqti t larning qiymatlari orqali ifodalanishi mumkin:

$$\mu_2^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^2 C(t) dt = \int_0^{\infty} t^2 C(t) dt - 2\bar{t} \int_0^{\infty} t C(t) dt + \bar{t}^2 \int_0^{\infty} C(t) dt = M_2^t - 2\bar{t}M_1 + \bar{t}^2 = M_2^t - \bar{t}^2 \quad (2.54)$$

Umumiy holda me'yorlangan S – egri chiziqning s – tartibli markaziy momenti quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$\mu_s^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^s C(t) dt = \frac{1}{s+1} \int_0^{\infty} C(t) d(t - \bar{t})^{s+1} \approx \frac{1}{s+1} \frac{\sum_{j=1}^{n-1} (C_{j+1}^E + C_j^E) (t - \bar{t})_{j+1}^{s+1} - (t - \bar{t})_j^{s+1}}{\sum_{j=1}^{n-1} (C_{j+1}^E + C_j^E) \Delta t} \quad (2.55)$$

Tajribaviy F – egri chiziqlarga ishlov berish. Agar C – egri chiziq bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarini taqsimlanish zichligi funksiyasining bahosi bo'lib xizmat qilsa, unda F - egri chiziq (pog'onali g'alayonga tizimning javobi) taqsimlanish funksiyasining bahosidir. Amalda tajribaviy F - egri chiziqdan $F_e(t)$ me'yorlangan $F(t)$ ga o'tish qulay bo'lib, u quyidagicha ifodalanadi:

$$F(t) = \frac{F_e}{F(\infty)} \quad (2.56)$$

Me'yorlangan F – egri chiziqning nolinch boshlang'ich momenti quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$M_0^t = \int_0^{\infty} C(t)dt = F(\infty) \quad (2.57)$$

Birinchi, ikkinchi, ..., s -tartibli momentlar uchun ifodalarni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$M_1^t = \int_0^{\infty} tC(t)dt = \int_0^{\infty} t dF = - \int_0^{\infty} t d(1 - F) = \int_0^{\infty} (1 - F)dt \approx \sum_{j=1}^{n-1} \frac{2 - F_{j+1}}{2} \Delta t \quad (2.58)$$

$$\begin{aligned} M_2^t &= \int_0^{\infty} t^2 C(t)dt = \int_0^{\infty} t^2 dF = \\ &= 2 \int_0^{\infty} t(1 - F)dt \approx \sum_{j=1}^{n-1} [t_{j+1}(1 - F_{j+1}) + t_j(1 - F_j)]\Delta t \\ M_s^t &= s \int_0^{\infty} t^{s-1}(1 - F)dt = \int_0^{\infty} (1 - F) d^2t \approx \\ &\approx \sum_{j=1}^{n-1} \frac{2 - F_{j+1} - F_j}{2} (t_{j+1}^s - t_j^s) \end{aligned} \quad (2.59)$$

Markaziy momentlar quyidagi tarzda aniqlanadi:

$$\mu_0^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^0 C(t)dt = 1 \quad (2.60)$$

$$\mu_1^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t}) C(t)dt = 0 \quad (2.61)$$

$$\mu_2^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^2 C(t)dt = M_2^t - \bar{t}^2 \quad (2.62)$$

$$\mu_s^t = \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^s C(t)dt = 2 \int_0^{\infty} (1 - F) d(t - \bar{t})^s + (-1)^s (\bar{t})^s \approx$$

$$\approx \sum_{j=1}^{n-1} (2 - F_{j+1} - F_j) [(t_{j+1} - \bar{t})^s - (t_j - \bar{t})^s] + (-1)^s (\bar{t})^s \quad (2.63)$$

Bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarining taqsimlanish momentlarini ob'yektning uzatish funksiyasi orqali aniqlash. Murakkab gidrodinamikali apparatlar uchun vaqt bo'yicha bo'lishning taqsimlanish funksiyasining momentlarini baholash o'ta ko'p mehnat talab qiladigan masalani ifodalaydi. Ko'pincha bunday hollarda ko'rilayotgan kanal bo'yicha apparatning uzatish funksiyasidan foydalanish qulay. Umumiy holda uzatish funksiyasi chiqishdagi Laplas bo'yicha o'zgartirilgan signalni $C(p)$ kirishdagi Laplas bo'yicha o'zgartirilgan signalga $C_{kir}(p)$ nisbati sifatida topish mumkin:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}(p)}{\tilde{C}_{kir}(p)} \quad (2.64)$$

bu yerda Laplas o'zgartirishi quyidagi tarzda aniqlanadi:

$$L\{C(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-pt} C(t) dt \quad (2.65)$$

$$p = \sigma + i\omega. \quad (2.66)$$

Impulsli kirish funksiyasi uchun ($\delta(t)$ delta funksiya) Laplas o'zgartirishi quyidagini beradi:

$$C_{kir}(p) = L\{\delta(t)\} = 1 \quad (2.67)$$

Unda apparatning impulsli kirish g'alayoni ta'siridagi uzatish funksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$W(p) = \tilde{C}(p) \quad (2.68)$$

Impulsli g'alayon ta'sir etayotgan apparatning uzatish funksiyasini ko'rib chiqamiz:

$$W(p) = L\{C(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-pt} C(t) dt \quad (2.69)$$

(2.69) ifodada $r = 0$ deb, quyidagini olamiz:

$$W(0) = \int_0^{\infty} C(t) dt = M_0^t \quad (2.70)$$

Shunday qilib, $r = 0$ ga teng bo'lganda apparatning uzatish

funksiyasi impulsli g'alayonga javob bo'lgan funksiya nolinchi boshlang'ich momentiga tengdir.

r o'zgaruvchi bo'yicha $W(p)$ uzatish funksiyasi differensiallaymiz va $r = 0$ nuqtada hosilaning qiymatini ko'rib chiqamiz:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dW(p)}{dp} \right|_{p=0} &= \left[\int_0^{\infty} e^{-pt} C(t) dt \right]' \bigg|_{p=0} = \\ &= \int_0^{\infty} \frac{d}{dp} e^{-pt} C(t) dt \bigg|_{p=0} = \int_0^{\infty} -t C(t) dt = -M_1 \end{aligned} \quad (2.71)$$

Shunday qilib, quyidagini olamiz:

$$W_p' = -M_1 \quad (2.72)$$

Shunga o'xshash holda, r bo'yicha uzatish funksiyasi $W(p)$

dan olingan ikkinchi tartibli hosilani ko'rib chiqamiz:

$$\left. \frac{d^2 W(p)}{dp^2} \right|_{p=0} = \int_0^{\infty} t^2 C(t) dt = M_2^t \quad (2.73)$$

yoki

$$W_p''(0) = M_2^t \quad (2.74)$$

Nihoyat, umumiy holda n – tartibli hosila uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$W_p^{(n)}(0) = (-1)^n M_n^t \quad (2.75)$$

2.3. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari

Bo'lib o'tishning vaqt bo'yicha taqismlashini hisobga olib, barcha o'zaro ta'sirlashuvchi diffuziyali va issiqlik oqimlarning xilma-xilligini quyidagi tipik matematik modellar ko'rinishida shakllantirish mumkin: ideal aralashtirish, ideal siqib chiqarish, diffuziyali, yacheykali, sirkulyatsion va kombinatsiyalangan. Sanab o'tilgan tipik modellar quyidagi talablarga javob beradi: 1) ko'rilayotgan sharoitlarda real oqimning asosiy fizik qonuniyatlarini aks ettiradi; 2) yetarli darajada sodda; 3) tajribaviy yoki nazariy model parametrlarini aniqlashga imkon beradi; 4) konkret jarayonlarni hisoblash uchun ulardan foydalanishga imkon beradi.

Bu paragrafda ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari ko'rib chiqiladi.

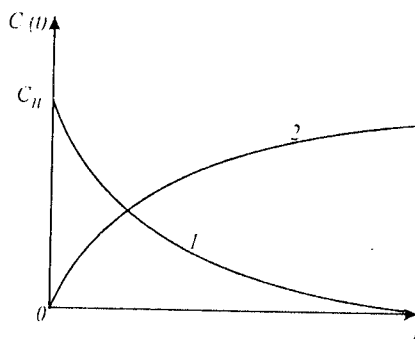
Ideal aralashtirish modeli apparatga kirayotgan modda uning butun hajmi bo'yicha bir onda taqsimlanadigan apparatga muvofiq keladi. Apparatning istalgan nuqtasida moddaning konsentratsiyasi uning chiqishdagi konsentratsiyaga teng. Ideal aralashtirish modelining tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$V \frac{dC}{dt} = v(C_{kr} - C) \quad (2.76)$$

bunda C_{kr} - moddaning kirishdagi konsentratsiyasi; C — moddaning apparatdagi va chiqishdagi konsentratsiyasi; V — apparatning hajmi; v - apparatdan o'tayotgan oqimning hajmiy sarfi.

Yuvib ketish usuli uchun kirish g'alayonga ideal aralashtirish modelining javobi C_H boshlang'ich konsentratsiyali kamayuvchi eksponensial bog'liqlikka muvofiqdir (2.9-rasmda 1-egri chiziq):

$$C(t) = C_H e^{-t/\bar{t}} \quad (2.77)$$



2.9-rasm. Ideal aralashtirish modeli uchun javob funksiyalari:

1- yuvib ketish usuli (indikatorni impulsli kiritish usuli);

2- indikatorni pog'onali kiritish usuli

Impulsli g'alayonda tenglama o'xshash ko'rinishga ega, chunki g miqdorda kiritilgan indikator butun hajm bo'yicha bir onda taqsimlanadi va uning yuvib ketilishi boshlanadi. Unda boshlang'ich konsentratsiya $C_H = g/V$ ga teng. Mos ravishda uning apparatdan chiqishdagi konsentratsiyasining o'zgarishi (2.77) tenglama bilan tavsiflanadi (2.9-rasmdagi 1-egri chiziq).

Indikatorning pog'onali kiritilganda konsentratsiyaning $t = 0$ vaqt momentida $C = 0$ dan $C = C_{kir}$ gacha sakrash ko'rinishidagi o'zgarishiga bo'lgan javob funksiyasi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi (2.9-rasmda 2-egri chiziq):

$$C(t) = C_{kir} \left(1 - e^{-t/\bar{t}} \right) \quad (2.78)$$

Ideal aralashtirish apparatining uzatish funksiyasi modelning kirish tenglamasini Laplas bo'yicha o'zgartirish yordamida aniqlanadi va quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(p) = \frac{1}{1 + tp} \quad (2.79)$$

Ideal aralashtirish modeli ancha soddaligi bilan ajralib turadi. Shu bilan birga bir qator hollarda uning qo'llanishi to'la asoslangan. Bu birinchi navbatda akslantiruvchi to'siqlari bor jadal aralashtiruvchi apparatlarga tegishlidir (aralashtirgichli apparatlar, aralashtirish tezliklari katta bo'lgan sharoitlardagi osti sferali silindrik apparatlar va h.k.).

Ideal siqib chiqarish modelining asosida harakatga perpendikulyar yo'nalishda bir maromda taqsimlangan moddaning aralashtirishsiz porshenli oqish farazi yotadi. Tizimda barcha zarralarning bo'lish vaqti bir xil va tizim hajmini suyuqlikning hajmiy sarfiga nisbatiga teng. Bunday oqim, masalan, quvurli apparatda suyuqlikning turbulentli oqish rejimida bo'lishi mumkin. Bu holda tezliklar profilini bir maromli, ya'ni oqimning ayrim elementlarini bo'lish vaqti bir xil deb hisoblasak bo'ladi. Ideal siqib chiqarish modelining tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (2.80)$$

bunda t — vaqt, x — i tezlik bilan bo'ylama bo'yicha ko'chayotgan moddaning koordinatasi.

Quyidagi boshlang'ich

$$t = 0, \quad 0 < x \leq l \text{ da } C(0, x) = C_b(x) \quad (2.81)$$

va chegaraviy

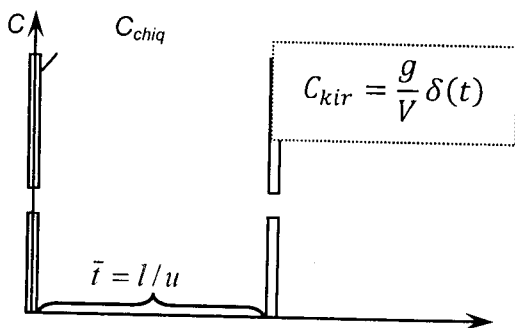
$$x = 0, \quad t > 0 \text{ da } C(t, 0) = C_{kr}(x) \quad (2.82)$$

shartlarni qanoatlantiradigan (2.80) tenglamaning yechimi quyidagicha:

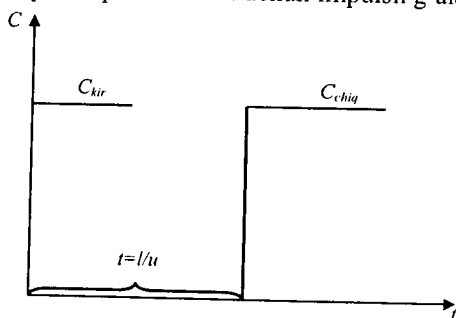
$$C(t, l) = \begin{cases} C_H(l - tu), & t < \frac{l}{u} \\ C_{kir}\left(t - \frac{l}{u}\right), & t \geq \frac{l}{u} \end{cases} \quad (2.83)$$

(2.83) tenglamaning yechimidan ideal siqib chiqarish apparati kirishidagi konsentratsiyaning ixtiyoriy o'zgarishi uning chiqishida o'rtacha bo'lish vaqti $\bar{t} = l/u$ (bunda l - apparat uzunligi) ga teng vaqtdan keyin sodir bo'lishi kelib chiqadi.

(2.83) tenglamaning yechimiga muvofiq ideal siqib chiqarish modeli uchun impulsli va pog'onali g'alayonlarga javoblar mos ravishda 2.10-va 2.11-rasmlarda ko'rsatilgan:



2.10-rasm. Ideal siqib chiqarish modeli uchun impulsli g'alayonga javob



2.11-rasm. Ideal siqib chiqarish modeli uchun pog'onali g'alayonga javob

Ideal siqib chiqarish apparatlari uchun uzatish funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(p) = e^{-pt} \quad (2.84)$$

Ideal siqib chiqarish modeliga birinchi yaqinlashish quvur uzunligining diametriga bo'lgan nisbati katta bo'lgan quvurli apparatlarda yuz beradigan jarayonlarga mos keladi.

2.4. Diffuziyali model

Bir parametrlı diffuziyali modelning asosiy tenglamasi.

Diffuziyali model asosida oqimning strukturasi, molekulyar diffuziya tenglamasiga o'xshash tenglama bilan tavsiflanadi degan taxmin yotadi. Model parametri - bo'ylama aralashtirish koeffitsienti bo'lib, u yana turbulent diffuziya koeffitsienti deb ham ataladi (yoki teskari aralashtirish koeffitsienti).

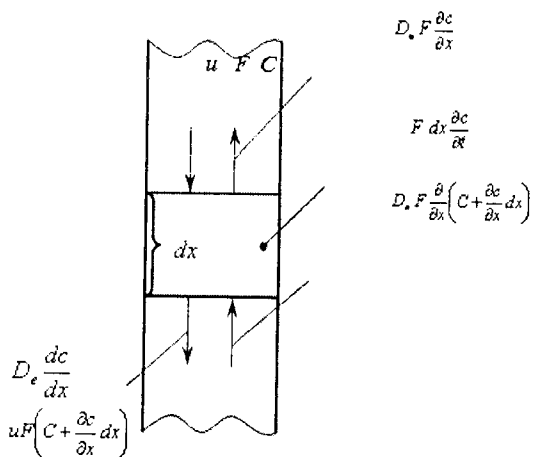
Model tenglamasini chiqarish uchun apparatning Δx elementi uchun material balans tenglamasini tuzamiz (2.12-rasmda ko'rsatilganidek). Quyidagi belgilanishlar qabul qilinadi: F – apparatning kesimi, m^2 ; i – oqimning tezligi, m/s ; t – vaqt, s ; C – indikatorning konsentratsiyasi, kg/m^3 ; D_l – bo'ylama aralashtirish koeffitsienti m^2/s .

Ko'rilayotgan elementga konvektiv oqim uFC va turbulent diffuziyasi hosil qiladigan oqim $D_l F \frac{\partial}{\partial x} \left(C + \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \right)$ kelib tushadi, ko'rilayotgan elementni esa konvektiv oqim $uF \left(C + \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \right)$ va turbulent diffuziya hosil qiladigan oqim $D_l F \frac{\partial C}{\partial x}$ lar tark etadi.

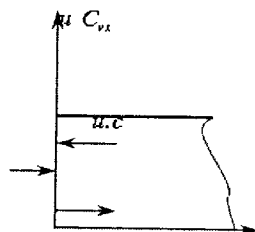
Moddani saqlashni qonuniga muvofiq kirish va chiqish oqimlari orasidagi ayirma ko'rilayotgan elementda modda (indikatorni) to'plashini tashkil qilishi kerak. U $F \Delta x \frac{\partial C}{\partial t}$ ga teng. Endi moddani saqlashni tenglamasini yozamiz:

To'plash=Moddaning kelishi–Moddaning sarflanishi (2.85)
yoki

$$F dx \frac{\partial C}{\partial t} = uFC + D_l F \frac{\partial}{\partial x} \left(C + \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \right) - uF \left(C + \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \right) - D_l F \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2.86)$$



2.12-rasm. Diffusion modeli tenglamasini chiqarishga oid



2.13- rasm. Apparatning chap chegarasidagi oqimlar sxemasi.

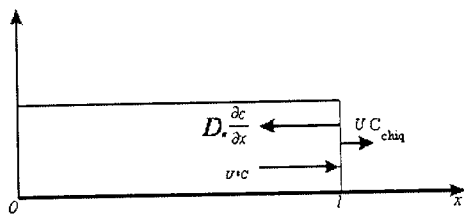
Oxirgi tenglamani o'zgartirgan holda $\Delta x \rightarrow 0$ limitga o'tib, quyidagini olamiz:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_l \frac{\partial^2 C}{\partial x_2^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2.87)$$

(2.87) tenglama diffuziyali modelning asosiy tenglamasidir. (2.87) tenglama uchun boshlang'ich va chegaraviy shartlariga to'xtalib o'tamiz. Ko'rinib turibdiki, bitta boshlang'ich va ikkita chegaraviy shartlar berilishi kerak. Boshlang'ich shart sifatida odatda vaqtning boshlang'ich momentida apparat bo'yicha konsentratsiyalar profili beriladi:

$$t = 0 \text{ da } S(0, x) = C_b(x) \quad (2.88)$$

Chegaraviy shartlar apparatning chegaralaridagi material balans shartlaridan (Dankverts bo'yicha shartlar) kelib chiqib berilishi mumkin. Apparatning oqim qandaydir o'rtacha tezlik bilan keladigan chap chegarasini ko'rib chiqamiz (2.13-rasm).



2.14-rasm. Apparatning o'ng chegarasidagi oqimlar sxemasi

$x = 0$ chegaraga yaqinlashayotgan modda oqimlarining yig'indisi chegaradan chiqayotgan moddaning oqimiga teng bo'lishi kerak. Unda quyidagini olamiz:

$$uC_{kir} + D_l \frac{dC}{dx} = uC \quad (2.89)$$

yoki

$$u(C_{kir} - C) + D_l \frac{dC}{dx} = 0 \quad (2.90)$$

Apparatning o'ng chegarasi uchun (2.14-rasm) quyidagi ifodaga egamiz:

$$uC = uC_{kir} + D_l \frac{dC}{dx} \quad (2.91)$$

Amalda ko'pincha $S \approx S_{chiq}$ deb qabul qilinadi. Buni hisobga olib (2.91) chegaraviy shart quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{dC}{dx} = 0 \quad (2.92)$$

(2.90), (2.92) shartlar *Dankverts bo'yicha chegaraviy shartlar* deb ataladi.

Ko'rilgan bir parametrlı diffuziyali model bilan bir qatorda gohida ikki parametrlı diffuziyali model ham ishlatiladi. Uning farqi shundaki, oqimning aralashtirilishi nafaqat bo'ylama, balki radial yo'nalishida hisobga olinadi. Shunday qilib, ikki parametrlı diffuziyali model ikki parametr bilan tavsiflanadi: bo'ylama D_l va radial D_r . aralashtirish koeffitsientlari. Bo'ylama va radial aralashtirish koeffitsientlari apparatning uzunligi va kesimi bo'yicha o'zgarmaydi deb qabul qilinadi. Silindrik shaklli apparatda

oqimning harakati bir o'lchamli va o'rtacha tezligi u uzunlik va kesim bo'yicha o'zgarmas bo'lganda diffuziyali modelning ikki parametrlil tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D_l \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{D_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (2.93)$$

Agar boshlang'ich va chegaraviy shartlar quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lsa

$$t = 0 \text{ da } C(0, x, r) = 0 \quad (2.94)$$

$$x = 0 \text{ da } r = 0, C(t, 0, 0) = C_0 \delta(0) \quad (2.95)$$

$$r = R \text{ da } \frac{\partial C(t, x, R)}{\partial r} = 0 \quad (2.96)$$

$$uC(t, 0, r) - D_l \frac{\partial C(t, 0, r)}{\partial x} = 0 \quad (2.97)$$

$$x = l \text{ da } \frac{\partial C(t, l, r)}{\partial x} = 0 \quad (2.98)$$

unda ikki parametrlil diffuziyali model tenglamasining yechimi quyidagicha bo'ladi:

$$C(z, \rho, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_0 \left(k_0 - \frac{1}{2D_z} \right)}{2k_0} e^{-\lambda_n^2 \theta} j_0(x_n \rho) * \left[e^{\left(\frac{1}{2D_z} - k_0 \right) z} + \frac{k_0 + D_z/2}{k_0 - D_z/2} e^{\left(\frac{1}{2D_z} \right) z} \right] \quad (2.99)$$

Bu erda $z = \frac{x}{l}$; $\rho = \frac{r}{R}$; $\theta = \frac{t}{\tau}$; $t = \frac{l}{u}$; $D_z = \frac{D_l \tau}{l}$; J_0 birinchi turdagi nolinchil tartibli Bessel funksiyasi; X_n - birinchi turdagi birinchi tartibli Bessel funksiyasining ildizi;

k_0 ildiz $e^k = \frac{\frac{1}{2} D_z + k}{\frac{1}{2} D_z - k}$ tenglamani qanoatlantiradi; R - apparatning radiusi.

Ikki parametrlil diffuziyali model uzunligining diametrga nisbati katta bo'lmagan va oqimlar tezligining ko'ndalang notekisligi katta bo'lgan kolonna tipidagi apparatlarda qo'llaniladi. Yechilishining murakkabligi tufayli bunday model bir parametrlilga nisbatan ancha kam ishlatiladi, shuning uchun keyinchalik faqat bir

parametrli diffuziyali modellarni ko'rib chiqamiz.

Diffuziyali modelning o'lchamsiz yozilish shakli. Quyidagi o'lchamsiz o'zgaruvchilarni kiritamiz:

$$z = \frac{x}{l} \quad (2.100)$$

$$\theta = \frac{t}{\bar{t}} \quad (2.101)$$

va (2.87) tenglamani quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$\frac{t}{\bar{t}} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{u}{l} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{D_l}{l^2} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (2.102)$$

Kiritilgan o'zgaruvchilarni hisobga olib, quyidagini olamiz:

$$\frac{1}{\bar{t}} \frac{\partial C}{\partial \theta} + \frac{u}{l} \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{D_l}{l^2} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2.103)$$

yoki

$$\frac{ul}{D_l} \frac{\partial C}{\partial \theta} + \frac{ul}{D_l} \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2.104)$$

(2.104) tenglamaning chap qismidagi ko'paytuvchi ul/D_l Pekle (Pe) o'lchamsiz sonni ifoda etadi. Unda oxirgi tenglamani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$Pe \frac{\partial C}{\partial \theta} + Pe \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (2.105)$$

(2.91), (2.92) chegaraviy shartlarni o'lchamsiz shaklga keltiramiz va quyidagilarni olamiz:

$$z = 0 \text{ da } (C_{kir} - C) + \frac{1}{Pe} \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad (2.106)$$

$$z = 1 \text{ da } \frac{dC}{dz} = 0 \quad (2.107)$$

Impulslı va pog'onali g'alayonlarga diffuziyali modelning javob funksiyasi.

Avval impulslı g'alayonga diffuziyali modelning javob funksiyasini ko'rib chiqamiz.

Foydalanilayotgan chegara shartlaridan kelib chiqib, cheksiz, yarim cheksiz apparatlar va cheklangan uzunlikdagi apparatlar uchun yechimlar olingan.

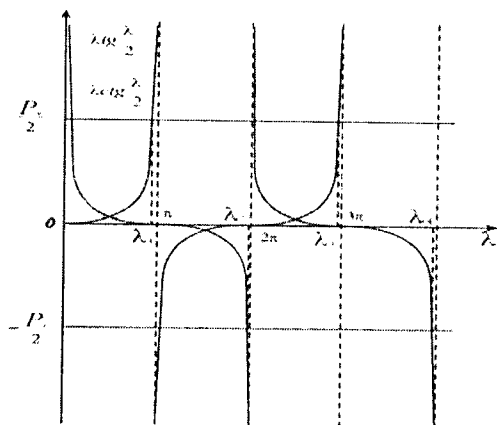
Oxirgi holda yechim cheksiz sekin yaqinlashayotgan qator ko'rinishida ifodalanadi:

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2\lambda_i^2 \exp\left(\frac{Pe}{2} - \frac{Pe}{4}\theta - \lambda_i^2 \frac{4\theta}{Pe}\right)}{\left(1 + \frac{Pe}{2}\right) \lambda_i \sin 2\lambda_i - \left[\frac{Pe}{4} + \left(\frac{Pe}{2}\right)^2 - \lambda_i^2\right] \cos 2\lambda_i} \quad (2.108)$$

bunda X – transcendent tenglamalarning ildizlari

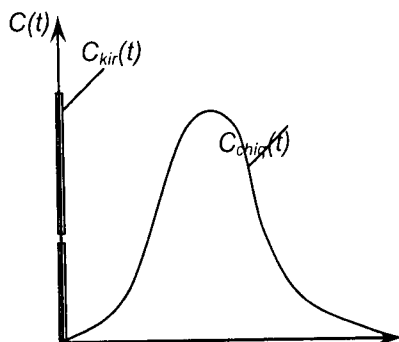
$$\frac{\lambda_i}{2} \operatorname{tg} \frac{\lambda_i}{2} = \frac{Pe}{4} \quad (i = 1, 3, 5 \dots) \quad (2.109)$$

$$\frac{\lambda_i}{2} \operatorname{ctg} \frac{\lambda_i}{2} = -\frac{Pe}{4} \quad (i = 2, 4, 6 \dots) \quad (2.110)$$

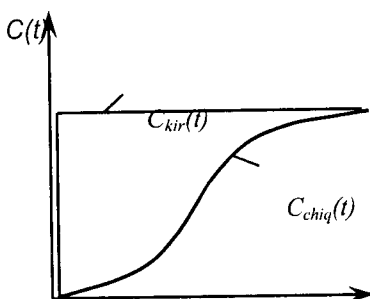


2.15-rasm. (2.109), (2.110) transcendent tenglamalar ildizlarining grafik talqini

$v > 0,01$ va $Pe < 10$ sohada (2.108) ni yechimi qoniqarli natijalarni beradi. Ko'rsatilgan limitlardan tashqarida approksimatsiyalangan yechimdan foydalanish kerak (2.16 va 2.17 rasmlar).



2.16-rasm. Diffuziyali model uchun impulsli g'alayonga javob



2.17-rasm. Diffuziyali model uchun pog'onali g'alayonga javob

Endi pog'onali g'alayonga javob funksiyasini ko'rib chiqamiz. Chekli o'lchamli apparat uchun Dankverts chegaraviy shartlariga muvofiq keluvchi javob funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$F(\theta) = 1 - 2Pe \exp\left(\frac{Pe}{2}\right) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} \lambda_i^2 \exp\left(-\frac{\lambda_i^2 + \frac{Pe^2}{4}}{Pe} \theta\right)}{\left(\lambda_i^2 + \frac{Pe^2}{4}\right) \left(\lambda_i^2 + \frac{Pe^2}{4} + Pe\right)} \quad (2.111)$$

Oldingi holdagidek, (2.111) tenglamaning yechimi sekin yaqinlashayotgan qator ko'rinishga ega. Qoniqarli yechimga $\theta > 0,01$ va $Pe < 10$ sohada erishish mumkin. X - qiymatlar (2.109), (2.110) tenglamalarning ildizlaridir.

Diffuziyali modelning uzatish funksiyasi. Diffuziyali modelning uzatish funksiyasini olish uchun boshlang'ich modelga ((2.105), (2.106), (2.107) tenglamalari) Laplas o'zgartirishini

qo'llaymiz. Bunda impulsli g'alayon sodir bo'lmoqda deb taxmin qilamiz.

Natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$Pep\tilde{C} + Pe\frac{d\tilde{C}}{dz} = \frac{d^2\tilde{C}}{dz^2} \quad (2.112)$$

yoki

$$\frac{d^2\tilde{C}}{dz^2} - Pe\frac{d\tilde{C}}{dz} - Pep\tilde{C} = 0 \quad (2.113)$$

Chegaraviy shartlar mos ravishda quyidagi ko'rinishlarda yoziladi:

$$z = 0 \text{ da } 1 - \tilde{C} + \frac{1}{Pe}\frac{d\tilde{C}}{dz} = 0 \quad (2.114)$$

$$z = 1 \text{ da } \frac{d\tilde{C}}{dz} = 0 \quad (2.115)$$

Vaqt bo'yicha yig'ishtirilgan (2.113) diffuziyali modelning tenglamasi ikkinchi tartibli chiziqli bir jinsli differensial tenglamani ifodalaydi. Uni Laplas bo'yicha o'zgartirib $\tilde{C}(p)$, izlanayotgan konsentratsiyaga nisbatan yechamiz. Xarakteristik tenglamani yozamiz

$$k^2 - Pek - Pep = 0 \quad (2.116)$$

Xarakteristik tenglamaning ildizlari quyidagicha:

$$k_{1,2} = \frac{Pe}{2} \pm \sqrt{\frac{Pe^2}{4} + Pep} \quad (2.117)$$

Bundan, quyidagilarni belgilab,

$$\beta = \frac{Pe}{2} \quad (2.118)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{Pe^2}{4} + Pep} \quad (2.119)$$

quyidagi ifodalarni olamiz:

$$k_1 = \beta + \alpha \quad (2.120)$$

$$k_2 = \beta - \alpha \quad (2.121)$$

Demak, (2.113) tenglamaning umumiy yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\tilde{C} = A_1 e^{k_1 z} + A_2 e^{k_2 z} = A_1 e^{(\beta+\alpha)z} + A_2 e^{(\beta-\alpha)z} \quad (2.122)$$

(2.114), (2.115) chegaraviy shartlardan foydalanib, A_1 va A_2 konstantalarni baholaymiz. Oldin $d\tilde{C}/dz$ hosilaning qiymatini topamiz:

$$\frac{d\tilde{C}}{dz} = A_1(\beta + \alpha)e^{(\beta+\alpha)z} + A_2(\beta - \alpha)e^{(\beta-\alpha)z} \quad (2.123)$$

$z = 0$ da birinchi chegaraviy shart bo'yicha quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$1 - A_1 - A_2 + \frac{1}{pe}(A_1(\beta + \alpha) + A_2(\beta - \alpha)) = 0 \quad (2.124)$$

Bundan $a = \alpha/\beta$ deb faraz qilib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$1 - A_1 - A_2 + A_1 \frac{1}{2}(1 + a) + A_2 \frac{1}{2}(1 + a) = 0 \quad (2.125)$$

Ikkinchi chegaraviy shartga muvofiq $z = 1$ da quyidagi kelib chiqadi:

$$A_1(1 + a)e^{(\beta+\alpha)} + A_2(1 - a)e^{(\beta-\alpha)} = 0 \quad (2.126)$$

(2.126) tenglamadan A_1 doimiyni aniqlaymiz:

$$A_1 = \frac{(a - 1)e^{-a}}{(a + 1)e^a} A_2 \quad (2.127)$$

uni (3.125) tenglamaga qo'yib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$1 + \frac{1}{2} \frac{(a - 1)^2}{(a + 1)} e^{-2a} A_2 - A_2 \frac{1}{2}(a + 1) = 0 \quad (2.128)$$

bu yerda

$$A_2 = \frac{2(a + 1)e^a}{(a + 1)^2 e^a - (a - 1)^2 e^{-a}} \quad (2.129)$$

(2.129) ni (2.127) ga qo'yib, A_1 ni topamiz:

$$A_1 = \frac{2(a - 1)e^{-a}}{(a + 1)^2 e^a - (a - 1)^2 e^{-a}} \quad (2.130)$$

Endi (2.113) tenglamaning yechimini quyidagicha yozish mumkin:

$$\tilde{C}(p) = \frac{4ae\beta}{(a + 1)^2 e^a - (a - 1)^2 e^{-a}} \quad (2.131)$$

Impulsli g'alayon uchun uzatish funksiyasi $W(p)$ ning ifodasi $C(p)$ yechim bilan mos keladi. Unda diffuziyali modelning uzatish funksiyasi uchun quyidagi ko'rinishga ega bo'lamiz:

$$W(p) = \frac{4ae\beta}{(a+1)^2 e^a - (a-1)^2 e^{-a}} \quad (2.132)$$

Diffuziyali modelning Pe parametr bahosi. Oqim tarkibi bo'yicha tipik g'alayonga tizim javobining tajribaviy funksiyalari bo'yicha Pe sonni aniqlash masalasini ko'rib chiqamiz. Aniqlash usullarini ikki guruhga bo'lish mumkin: 1) (2.105) tenglamaning yechimidan foydalanuvchi usullar; 2) javob funksiyasining statistik parametrlari va modelning parametrlari orasida aloqa tenglamalari asosida ifodalanuvchi usullar. Pe ni aniqlash uchun birinchi guruh usullari yordamida (2.105) tenglamaning yechimini bilish kerak. Bunda yechimlar mavjud ((2.108)-(2.110) tenglamalarga qarang). Bu yechimlar sekin yaqinlashuvchi qator ko'rinishiga ega bo'lganligi sababli bu yechimlardan amaliy foydalanish qiyin. Keyingi bosqichda analitik yechimdan foydalanib, Pe ning quyidagi mezonni qanoatlantiradigan qiymati tanlanadi:

$$\sum (C_i^E - C_i^P)^2 = \min \quad (2.133)$$

bu yerda C_i^E va C_i^P - mos ravishda tajriba va (2.105) tenglama bo'yicha hisoblangan konsentratsiya qiymatlari.

Ikkinchi guruh usullari eng ko'p tarqalgan bo'lib, ularni ko'rib chiqamiz.

Oqim elementlarining apparatda bo'lish vaqti taqsimlanishini tajribaviy egri chiziqlarining momentli tavsiflari va diffuziyali model parametrlari orasida aloqa tenglamalarini keltirib chiqaramiz.

Faraz qilamizki, bo'ylama aralashtirish bo'lib o'tuvchi yopiq apparatdan oqim oqib o'tadi. Sinovlar impulsli g'alayon usuli bilan olib borilmoqda. Oqimning tezligi (chiziqli) i ga (m/s); apparatning ko'ndalang kesimining yuzasi F (m^2)ga; apparat uzunligi l (m) ga teng. Apparatning kirishiga impulsli g'alayon berilmoqda, javob esa apparatning chiqishi (mos ravishda nuqtalar $x = 0$ va $x = 1$ da aniqlanadi. Apparatga kiritiluvchi indikator miqdori g ga teng.

Diffuziyali modelning tenglamasini yozamiz:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{u}{D_l} \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{1}{D_l} \frac{\partial C}{\partial t} \quad (2.134)$$

$x = 0$ da chegaraviy shartlarni moddiy balans tenglamasidan shu kesim uchun aniqlaymiz:

$$FuC_{kr} + g\delta(t) + FD_l \frac{\partial C}{\partial t} = FuC \quad (2.135)$$

Kirayotgan oqimdagi indikator konsentratsiyasi $C_{kir} = 0$ bo'lganligi uchun, (2.135) tenglamaning chap qismidagi birinchi a'zo ham nolga teng, unda

$$uC - D_l \frac{dC}{dx} = \frac{g}{F} \delta(t) \quad (2.136)$$

$x = l$ da moddiy balans tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$uCF = uC_{chiq}F + FD_l \frac{dC}{dx} \quad (2.137)$$

$x = l$ da $C = C_{chiq}$ bo'lganligi uchun:

$$D_l \frac{dC}{dx} = 0 \quad u \frac{dC}{dx} = 0 \quad (2.138)$$

Diffuziyali model tenglamasini o'zgartiramiz, buning uchun (2.134) tenglamaning ikkala qismini t ga ko'paytiramiz va 0 dan ∞ gacha bo'lgan oraliqda t bo'yicha integrallaymiz:

$$\int_0^\infty t \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} dt - \frac{u}{D_l} \int_0^\infty t \frac{\partial C}{\partial t} dt \quad (2.139)$$

$\int_0^\infty t C dt$ ni J deb belgilaymiz. qiymat $\int_0^\infty t^n C dt$ n -tartibli boshlang'ich momentdir. Unda (2.139) tenglama quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$\frac{d^2 J}{dx^2} - \frac{u}{D_l} \frac{dJ}{dx} = -\frac{1}{D_l} I \quad (2.140)$$

Haqiqatan ham

$$\int_0^\infty t \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} dt = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^\infty t C dt = \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} \quad (2.141)$$

$$\frac{u}{D_l} \int_0^\infty t \frac{\partial C}{\partial x} dt = \frac{u}{D_l} \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty t C dt = \frac{u}{D_l} \frac{dJ}{dx} \quad (2.142)$$

$$\int_0^{\infty} t \frac{\partial C}{\partial t} dt = dt = \int_0^{\infty} t dC = I \quad (2.143)$$

Bo'laklab integrallab, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$\int_0^{\infty} dt C = tC|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} C dt = \int_0^{\infty} C dt \quad (2.144)$$

Chunki indikatorning konsentratsiyasi vaqtning oxirgi momentida nolga teng. O'xshash tarzda (2.136) va (2.138) chegaraviy shartlarni o'zgartiramiz. $x = 0$ da quyidagi ifodani hosil qillamiz:

$$\int_0^{\infty} t C dt - \frac{D_l}{u} \int_0^{\infty} t \frac{dC}{dx} = \frac{g}{Fu} \int_0^{\infty} t \delta(t) dt \quad (2.145)$$

Bu yerda $\int_0^{\infty} t \delta(t) dt$ δ -funksiyaning xossasi hisobiga $\int f(t) \delta(t) dt = f(t)$ ga teng. G'alayon $t = 0$ vaqt mobaynida bo'lib o'tganligi uchun, bu nuqtada $f(t) = 0$ bo'ladi. Shuning uchun

$$J - \frac{D_l}{u} \frac{dJ}{dx} = 0 \quad (2.146)$$

$x = I$ da

$$\frac{dJ}{dx} = 0 \quad (2.147)$$

Endi (2.140) tenglamaning yechimini topamiz. Buning uchun uning tartibini pasaytiramiz. Faraz qilaylik

$$z = \frac{dJ}{dx} \quad (2.148)$$

Unda (2.140) tenglama quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l} z = -\frac{I}{D_l} \quad (2.149)$$

(2.149) tenglama bir jinsli emasligi uchun, avval quyidagi bir jinsli mos keluvchi tenglamaning yechimini topamiz:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l} z = 0 \quad (2.150)$$

o'zgaruvchilarni bo'lish usulini qo'llab, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{dz}{z} = \frac{u}{D_l} dx \quad (2.151)$$

yoki

$$\int \frac{dz}{z} = \int \frac{u}{D_l} dx + \ln C_1 \quad (2.152)$$

$$\ln z = \frac{u}{D_l} x + \ln C_1 \quad (2.153)$$

Bundan kelib chiqib

$$z = C_1 e^{\frac{u}{D_l} x} \quad (2.154)$$

Endi C_1 ni o'zgaruvchi $C_1(x)$ sifatida qaraymiz. Topilgan bir jinsli tenglama (2.150) ning yechimini boshlang'ich (2.149) tenglamaga qo'yib, quyidagini topamiz:

$$C_1(x) e^{\frac{u}{D_l} x} \frac{u}{D_l} + C_1'(x) e^{\frac{u}{D_l} x} - \frac{u}{D_l} C_1(x) e^{\frac{u}{D_l} x} = -\frac{I}{D_l} \quad (2.155)$$

$$[C_1(x)]_x' e^{\frac{u}{D_l} x} = -\frac{I}{D_l} \quad (2.156)$$

(2.156) tenglamani izlanayotgan funksiya $C_1(x)$ ga nisbatan echamiz:

$$\frac{dC_1(x)}{dx} = -\frac{I}{D_l} e^{-\frac{u}{D_l} x} \quad (2.157)$$

$$\int dC_1(x) = \int -\frac{I}{D_l} e^{-\frac{u}{D_l} x} + C \quad (2.158)$$

$$C_1(x) = \frac{I}{D_l} e^{-\frac{u}{D_l} x} + C \quad (2.159)$$

Endi bir jinsli bo'lmagan (2.149) tenglamaning umumiy yechimi (2.154) quyidagi ko'rinishni oladi:

$$z = \left(\frac{I}{u} e^{-\frac{u}{D_l} x} + C \right) e^{\frac{u}{D_l} x} \quad (2.160)$$

Izlanayotgan funksiya J uchun (2.160) yechimini yozamiz.

$$dJ = z dx \quad (2.161)$$

bo'lganligi sababli

$$\int dJ = \int \left(\frac{I}{u} + C e^{\frac{u}{D_l} x} \right) dx + C_2 \quad (2.162)$$

$$J = \frac{I}{u} x + C \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l} x} + C_2 \quad (2.163)$$

Chegaraviy shartlardan foydalanib (2.163) yechimda C va C_2 konstantalarni aniqlaymiz:

$$x = 0 \text{ da } J - \frac{D_l}{u} \frac{dJ}{dx} = 0 \quad (2.164)$$

ya'ni

$$C \frac{D_l}{u} + C_2 - \frac{D_l}{u} \left(\frac{l}{u} + C \right) = 0 \quad (2.165)$$

bu yerdan

$$C_2 = \frac{D_l l}{u^2} \quad (2.166)$$

O'xshash tarzda quyidagi shartdan foydalanib, (2.168) dagi ifodani topamiz:

$$x = l \text{ da } \frac{dJ}{dx} = 0 \quad (2.167)$$

$$\frac{l}{u} + C e^{\frac{u}{D_l} l} = 0 \quad (2.168)$$

Bundan quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$C = -\frac{l}{u} e^{-\frac{u}{D_l} l} = 0 \quad (2.169)$$

Unda (2.163) yechim quyidagi ko'rinishni oladi:

$$J = \frac{l}{u} x + \left(-\frac{l}{u} \right) e^{-\frac{u}{D_l} l} \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l} l} + \frac{D_l l}{u^2} = \frac{l}{u} x + \frac{D_l l}{u^2} - \frac{D_l l}{u^2} e^{\frac{u}{D_l} (x-l)} \quad (2.170)$$

$x = l$ da

$$J = \frac{l}{u} l + \frac{D_l l}{u^2} - \frac{D_l l}{u^2} e^0 = \frac{l}{u} l \quad (2.171)$$

Bu yerdan

$$\frac{J}{l} = \frac{\int_0^\infty t C dt}{\int_0^\infty C dt a} = \frac{l}{u} = \bar{t} \quad (2.172)$$

Agar javobning tajribaviy funksiyasi faqat apparatdan chiqish oqimidan aniqlansa, u holda (2.172) tenglama bo'yicha apparatda oqimning o'rtacha bo'lish vaqtini topish mumkin va bundan tashqari apparatning uzunligi ham ma'lum bo'lsa, undagi oqimning tezligini topish mumkin. Agarda javobning egri chiziqlarini ikki nuqtada, chiqishda va ixtiyoriy x nuqtada aniqlansa, u holda, (2.170), (2.172) tenglamalardan foydalanib, ham i ham D_j ni topish mumkin. Nihoyat, agar javob funksiyasi apparatning bir nechta kesimlarida aniqlansa, u holda (2.170) tenglamani model monandligini tekshirish uchun qo'llash mumkin. $J = \int_0^\infty t C dt$ kattalikni tajribaviy

taqsimlanishi (2.170) tenglamadagi statistik mezonlardan biriga muvofiq bo'lsa, model monanddir. D_l yoki Pe ni apparatdan oqimning chiqishida olingan bitta tajribaviy egri chiziqdan aniqlash mumkin. Javob funksiyadan ikkinchi tartibli moment va modelning parametri orasidagi aloqa tenglamasini topamiz. Buning uchun diffuziyali model tenglamalarining va chegaraviy shartlar $w t^2$ ning barcha a' zolarini ko'paytiramiz va 0 dan ∞ gacha oraliqda t bo'yicha integrallaymiz. U vaqtda diffuziyali model tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{d^2 J_\sigma}{dx^2} - \frac{u}{D_l} \frac{dJ_\sigma}{dx} = -\frac{2}{D_l} J \quad (2.173)$$

bu yerda

$$J_\sigma = \int_0^\infty t^2 C dt \quad (2.174)$$

(2.173) tenglamaning o'ng qismi quyidagi tarzda olingan:

$$\int_0^\infty t^2 C dt = \int_0^\infty t^2 dt = t^2 C|_0^\infty - \int_0^\infty 2t C dt = -2J \quad (2.175)$$

l uchun ilgari topilgan ifodani qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{d^2 J_\sigma}{dx^2} - \frac{u}{D_l} \frac{dJ_\sigma}{dx} = -\frac{2D_l l}{u^2 D_l} - \frac{2D_l l}{D_l u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{2l}{D_l u} x \quad (2.176)$$

O'xshash tarzda chegaraviy shartlarni yozamiz:

$$x = 0 \text{ da } J_\sigma - \frac{D_l}{u} \frac{dJ_\sigma}{dx} = 0 \quad (2.177)$$

$$x = 1 \text{ da } \frac{dJ_\sigma}{dx} \quad (2.178)$$

(2.176) tenglamani noma'lum moment J_σ nisbatan yechamiz. Bu uchun oldin quyidagi belgini kiritib uning tartibini pasaytiramiz:

$$\frac{dJ_\sigma}{dx} = z \quad (2.179)$$

Unda (2.176) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l} z = -\frac{2D_l l}{u^2 D_l} + \frac{2D_l l}{u^2 D_l} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2l}{D_l u} x \quad (2.180)$$

(2.180) tenglama birinchi tartibli differensial tenglamani ifodalaydi. Oldin bir jinsli tenglamaning yechimini topamiz:

$$\frac{dz}{dx} - \frac{u}{D_l} z = 0 \quad (2.181)$$

o'zgaruvchilarni ajratish usuli bilan bu tenglamani yechib, quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$z = C_1(x) e^{\frac{u}{D_l} x} \quad (2.182)$$

Endi bir jinsli bo'lmagan tenglama (2.180) yechimini topamiz. C_1 konstantani x ning funksiyasi sifatida qaraymiz. Keyin (2.182) ning yechimini bir jinsli bo'lmagan tenglama (2.180) ga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\begin{aligned} [C_1(x)]'_x e^{\frac{u}{D_l} x} + C_1(x) \frac{u}{D_l} e^{\frac{u}{D_l} x} - \frac{u}{D_l} C_1(x) e^{\frac{u}{D_l} x} = \\ = \frac{2I}{u^2} + \frac{2I}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2I}{uD_l} x \end{aligned} \quad (2.183)$$

Bu yerdan

$$[C_1(x)]_x = -\frac{2I}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l} x} + \frac{2I}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l} x} - \frac{2I}{uD_l} e^{-\frac{u}{D_l} x} \quad (2.184)$$

$$C_1(x) = -\frac{2I}{u^2} \left(-\frac{D_l}{u}\right) e^{\frac{u}{D_l} x} - \frac{2I}{uD_l} \int x e^{\frac{u}{D_l} x} + \frac{2I}{u^2} e^{\frac{u}{D_l} x} - x + C \quad (2.185)$$

$$\begin{aligned} \int x e^{\frac{u}{D_l} x} dx = -\frac{D_l x}{u} e^{-\frac{u}{D_l} x} - \int -\frac{D_l}{u} e^{-\frac{u}{D_l} x} dx = \\ = -\frac{D_l x}{u} e^{-\frac{u}{D_l} x} + \frac{D_l}{u} \left(-\frac{D_l}{u}\right) e^{-\frac{u}{D_l} x} = -\frac{D_l x}{u} e^{-\frac{u}{D_l} x} - \frac{D_l^2}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l} x} \end{aligned} \quad (2.186)$$

$$\begin{aligned} C_1(x) = \frac{2ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l} x} - \frac{2I}{uD_l} \left(-\frac{D_l x}{u} e^{-\frac{u}{D_l} x} - \frac{D_l^2}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l} x}\right) + \\ + \frac{2I}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l} x} + C = \frac{2Ix}{u^2} e^{\frac{u}{D_l} x} + \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l} x} + \frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l} x} + C \end{aligned} \quad (2.187)$$

Bu yerdan

$$z = \left(\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l}{u^3} + C e^{\frac{u}{D_l} x} \right) \quad (2.188)$$

J_σ noma'lum funksiya uchun quyidagi yechimni olamiz:

$$J_\sigma = \int \left[\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l}{u^3} + C e^{\frac{u}{D_l} x} \right] dx + C_2 \quad (2.189)$$

$$J_{\sigma} = \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2I}{u^2} \left(\frac{D_l x}{u} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{D_l^2}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l}{u^3} x + C \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} + C_2 \right) \quad (2.190)$$

So'nggi tenglamadagi C_2 va C konstantalarni aniqlaymiz. Buning uchun chegaraviy shartlardan foydalanamiz. Ulardan birinchisi quyidagini beradi:

$$x = 0 \text{ da } J_{\sigma} - \frac{D_l}{u} \frac{dJ_{\sigma}}{dx} = 0 \quad (2.191)$$

ya'ni

$$\frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + C \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{4ID_l}{u^3} x + C_2 - \frac{D_l}{u} \left[\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + C e^{\frac{u}{D_l}x} + \frac{4ID_l}{u^3} \right] = 0 \quad (2.192)$$

$$\frac{Ix^2}{u^2} - \frac{2ID_l}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{2ID_l}{u^3} x + C_2 - \frac{4ID_l}{u^2} = 0 \quad (2.193)$$

Bu yerdan

$$C_2 = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{Ix^2}{u^2} - \frac{2ID_l}{u^3} x \quad (2.194)$$

$x = 0$ tengligini hisobga olib, quyidagi ifodani olamiz:

$$C_2 = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{ul}{D_l}} \quad (2.195)$$

Ikkinchi chegaraviy shart quyidagini beradi:

$$x = l \text{ da } \frac{dJ_{\sigma}}{dx} = 0 \quad (2.196)$$

ya'ni

$$\frac{2Ix}{u^2} + \frac{2Ix}{u^2} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + C e^{\frac{u}{D_l}} + \frac{4ID_l}{u^3} = 0 \quad (2.197)$$

Bu yerdan

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + C e^{\frac{ux}{D_l}} + \frac{4ID_l}{u^3} = 0 \quad (2.198)$$

Oxirgi tenglamaga $x = l$ qo'yib, quyidagini topamiz:

$$C = -\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}x} - \frac{2Ix}{u^2} e^{-\frac{u}{D_l}l} \quad (2.199)$$

Shundan kelib chiqib

$$J_{\sigma} = \frac{Ix^2}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{D_l}{u} e^{\frac{u}{D_l}x} \left[-\frac{4ID_l}{u^3} e^{-\frac{u}{D_l}l} - \frac{4Il}{u^2} e^{\frac{ul}{D_l}} \right] \\ + \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{-\frac{u}{D_l}l} = \frac{Ix}{u^2} + \frac{2ID_l x}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} \\ - \frac{4ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} - \frac{4IlD_l^2}{u^3} e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{-\frac{u}{D_l}l} \quad (2.200)$$

Tugallovchi natija sifatida quyidagi ifodani olamiz:

$$J_{\sigma} = \frac{4ID_l^2}{u^4} + \frac{4ID_l x}{u^3} + \frac{Ix^2}{u^2} + \left[\frac{2ID_l x}{u^3} - \frac{6ID_l^2}{u^4} - \frac{4IlD_l}{u^3} \right] e^{\frac{u}{D_l}(x-l)} \\ + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{\frac{u}{D_l}l} \quad (2.201)$$

(2.201) tenglama tajribaviy kattalik J_{σ} ning o'zgarishini apparat uzunligiga bog'liqligini tavsiflaydi. (2.170) tenglamadek, u ham D_l ni aniqlash va modelning monandligini tekshirish uchun qo'llanilishi mumkin.

$x = l$ da ikkinchi tartibli moment miqdori J_{σ} quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$J_{\sigma} = \frac{2ID_l l}{u^3} - \frac{2ID_l^2}{u^4} + \frac{Il^2}{u^2} + \frac{2ID_l^2}{u^4} e^{-\frac{u}{D_l}l} \quad (2.202)$$

$\frac{l}{u} - \left(\frac{l}{u}\right)^2 = \sigma_t^2$ ikkinchi markaziy moment va dispersiya deb ataladi. Unda (2.202) tenglamani I ga bo'lib va undan $\left(\frac{l}{u}\right)^2$ ni ayirib, quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$\frac{J_{\sigma}^l}{I} - \left(\frac{l}{u}\right)^2 = \sigma_t^2 = \frac{2ID_l}{u^3} - \frac{2D_l^2}{u^4} + \frac{l^2}{u^2} + \frac{2D_l^2}{u^4} e^{-\frac{u}{D_l}l} - \left(\frac{l}{u}\right)^2 = \\ = 2 \left[\frac{lD_l}{u^3} - \frac{D_l^2}{u^4} + \frac{D_l^2}{u^4} e^{-\frac{u}{D_l}l} \right] \quad (2.203)$$

o'lchamsiz dispersiya $\sigma_{\theta}^2 = \frac{\sigma_t^2}{t^2}$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{\sigma_t^2}{t^2} = 2 \left[\frac{D_l l u^2}{u^3 l^3} - \frac{D_l^2 u^2}{u^4 l^2} + \frac{D_l^2 u^2}{u^4 l^2} e^{\frac{u}{D_l}l} \right] = \\ = 2 \left[\frac{D_l}{ul} - \left(\frac{D_l}{ul}\right)^2 + \left(\frac{D_l}{ul}\right)^2 e^{-\frac{u}{D_l}l} \right] = \frac{2}{Pe^2} [Pe - 1 + e^{-Pe}] \quad (2.204)$$

Pe ning qiymati 10 dan katta bo'lsa, quyidagini qabul qilish mumkin:

$$\sigma_{\theta}^2 \approx \frac{2}{Pe} \quad (2.205)$$

(2.204) tenglama tajribaviy ma'lumotlar bo'yicha Pe sonini hisoblash uchun qo'llanayotgan asosiy tenglamadir. Bunda hisoblashni quyidagi tartibi qo'llaniladi. Avval mos ravishda $\Sigma C\Delta t$, $\Sigma tC\Delta t$, $\Sigma t^2C\Delta t$ yig'indilar bilan almashtirish mumkin bo'lgan tajribaviy egri chiziq bo'yicha $\int_0^{\infty} Cdt$, $\int_0^{\infty} tCdt$, $\int_0^{\infty} t^2Cdt$ lar aniqlanadi.

Keyin (2.172) tenglama yordamida quyidagi qiymat topiladi:

$$\bar{t} = \frac{\Sigma tC}{\Sigma C} \quad (2.206)$$

Keyin quyidagi aniqlanadi:

$$\sigma_t^2 = \frac{\Sigma t^2C}{\Sigma C} - \bar{t}^2 \quad (2.207)$$

Bundan keyin σ_t^2 topiladi va nihoyat, (2.204) tenglama bo'yicha Pe kattaligi hisoblanadi.

Laplas o'zgartirishi yordamida model parametrlari va bo'lish vaqtining taqsimlanish egri chizig'i orasidagi aloqa tenglamalarini olish. Laplas o'zgartirishi haqiqiy o'zgaruvchining $C(\theta)$ funksiyasiga kompleksli o'zgaruvchi p ning $C(p)$ funksiyasiga mos kelganda (2.208) dagi munosabat yordamida o'tkaziladi:

$$\tilde{C}(p) = \int_0^{\infty} e^{-p\theta} C(\theta) d\theta \quad (2.208)$$

Integral ostidagi ifodadagi ko'rsatkichli funksiyani qatorga yoyish mumkin:

$$e^{-p\theta} = 1 - p\theta + \frac{p^2\theta^2}{2!} - \frac{p^3\theta^3}{3!} + \frac{p^4\theta^4}{4!} - \dots \quad (2.209)$$

Bu yoyilishdan foydalanib, $C(p)$ uchun ifodani quyidagi ko'rinishda olamiz:

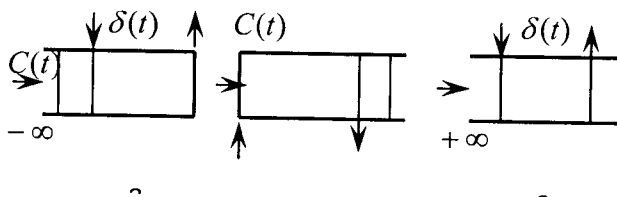
$$\tilde{C}(p) = \int_0^{\infty} C(\theta) d\theta - p \int_0^{\infty} \theta C(\theta) d\theta + \frac{p^2}{2} \int_0^{\infty} \theta^2 C(\theta) d\theta - \dots \quad (2.210)$$

Aytib o'tish kerakki:

$$\left[\frac{d\tilde{C}(p)}{dp} \right]_{p \rightarrow 0} = - \int_0^{\infty} \theta C(\theta) d\theta = -\bar{\theta} = -M_1 \quad (2.211)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{d^2 \tilde{C}(p)}{dp^2} \right] &= \left[- \int_0^{\infty} e^{-p\theta} \theta C(\theta) d\theta \right]_{p=0}' = \left[\int_0^{\infty} \theta^2 e^{-p\theta} C(\theta) d\theta \right]_{p=0} = \\ &= \int_0^{\infty} \theta^2 C(\theta) d\theta = M_2 \end{aligned} \quad (2.212)$$

Bu yerdan kelib chiqadiki, agar $\tilde{C}(p)$ funksiyasi topilib, ya'ni model tenglamasining Laplas bo'yicha o'zgartirilgan ko'rinishdagi tenglamasini yechib, keyin $p \rightarrow 0$ da hosila olinsa, unda model parametrlari va bo'lish vaqtining taqsimlanish egri chizig'i orasidagi izlanayotgan bog'liqlikni topish mumkin. Bu usulni uzunligi yarim cheksiz apparat misolida ko'rib chiqamiz. Uzunligi yarim cheksiz apparatning ma'nosini tushuntirib o'tamiz (2.18 a-rasm).



2.18-rasm. Uzunligi yarim cheksiz apparat

Bo'ylama aralashtirish sababli indikator oqim harakatiga teskari yo'nalishda tarqaladi. Faraz qilamizki, indikatorni kirish joyidan chapda istalgancha uzoq joylashgan nuqtalarda indikator konsentratsiyasi o'lchanadi. Kirish joyidan a dan kattaroq masofada joylashgan nuqtalardagi probalarda indikator mavjud emas. Shunday qilib, indikatorning kiritish joyidan a dan kattaroq masofadagi apparatning bir qismi jarayonga ta'sir ko'rsatmaydi. Indikatorni oqimning kirishidan a dan kichik bo'lmagan masofada kiritiluvchi real apparatni uzunligi yarim cheksiz apparat deb qarash mumkin. O'xshash fikrlar 2.18, b, c-rasmda ko'rsatilgan apparatlar uchun ham o'rinlidir.

Diffuziyali model tenglamasini o'lchamsiz shaklda yozib olamiz ((2.105) tenglamaga qarang):

$$\frac{\partial^2 C(\theta)}{\partial z^2} - Pe \frac{\partial C(\theta)}{\partial z} = Pe \frac{\partial C(\theta)}{\partial \theta} \quad (2.213)$$

Material balans tenglamasidan chegaraviy shartlarni aniqlaymiz. Apparat chekli uzunlikli apparat bo'lgan holda agar $z = 0$ bo'lsa (indikatori kiritish nuqtasida, 2.18, *b*-rasm), unda

$$uC - D_l \frac{dC}{dx} = \frac{g}{F} \delta(t) \quad (2.214)$$

yoki o'lchamsiz shaklda

$$C(\theta) = \frac{1}{Pe} \frac{\partial C}{\partial z} = \delta(\theta) \quad (2.215)$$

Agar $z = \infty$ bo'lsa, unda $C(v)$ ma'lum qiymatga ega.

(2.213) va (2.125) chegaraviy shartlarga Laplas o'zgartirishini qo'llab quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{d^2 \bar{C}}{dz^2} - Pe \frac{d\bar{C}}{dz} - Pe p \bar{C} = 0 \quad (2.216)$$

$z = 0$ da chegaraviy shart quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{C} - \frac{1}{Pe} \frac{d\bar{C}}{dz} = 1 \quad (2.217)$$

va $z = \infty$ da C — ma'lum kattalik bo'ladi.

(2.216), (2.217) tenglamalarning umumiy yechimi quyidagicha:

$$\bar{C} = A_1 e^{r_1 z} + A_2 e^{r_2 z} \quad (2.218)$$

unda r_1, r_2 — xarakteristik tenglamaning ildizlari

$$r_2 = Per - Pep = 0 \quad (2.219)$$

ya'ni

$$r_{1,2} = \frac{Pe}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pep} \quad (2.220)$$

Chegaraviy shartlardan foydalanib, A_x va A_2 konstantalarni topamiz. Agar $z = \infty$ bo'lsa, unda C — chekli kattalik quyidagiga teng:

$$\bar{C} = A_1 e^{r_1 \infty} + A_2 e^{r_2 \infty} \quad (2.221)$$

$r_1 = \frac{Pe}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pep}$ musbat kattalik bo'lganligi uchun, $A_1 = 0$ aks holda C cheksizlikka teng bo'lar edi.

Shunday qilib (2.218)ning yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{C} = A_2 e^{r_2 z} \quad (2.222)$$

Bu yerdan

$$\frac{dC}{dz} = A_2 r_2 e^{r_2 z} \quad (2.223)$$

$z = 0$ da

$$\bar{C} = \frac{1}{Pe} \frac{d\bar{C}}{dz} + 1 \quad (2.224)$$

va shu tenglamaga $\frac{d\bar{C}}{dz}$ ifodani qo'yib, quyidagilarni olamiz:

$$A_2 e^{r_2 z} = \frac{1}{Pe} A_2 r_2 e^{r_2 z} + 1 \quad (2.225)$$

$$A_2 = \frac{1}{Pe} A_2 r_2 + 1 \quad (2.226)$$

$$A_2 = \frac{Pe}{Pe - r_2} \quad (2.227)$$

Natijada quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\bar{C} = \frac{Pe}{Pe - r_2} e^{r_2 z} \quad (2.228)$$

$z = 1$ da, ya'ni javob funksiyasini aniqlash o'rnida:

$$\bar{C} = \frac{Pe}{Pe - r_2} e^{r_2} \quad (2.229)$$

$C r$ ning murakkab funksiyasi deb belgilaymiz. Quyidagilarni belgilaymiz:

$$x = \left(\frac{Pe}{2}\right)^2 + Pe p \quad (2.230)$$

$$r_2 = \frac{Pe}{2} - \sqrt{x} \quad (2.231)$$

Murakkab funksiyani differensiallash qoidasiga muvofiq quyidagilarni olamiz:

$$\frac{d\bar{C}}{dp} = \frac{d\bar{C}}{dr_2} \frac{dr_2}{dx} \frac{dx}{dp} \quad (2.232)$$

$$\frac{d\bar{C}}{dp_2} = \frac{Pe e^{r_2} (Pe - r_2) + Pe e^{r_2}}{(Pe - r_2)^2} \quad (2.233)$$

$$\frac{dx}{dp} = Pe; \quad \frac{dr_2}{dx} = -\frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (2.234)$$

$$\left. \frac{d\bar{C}}{dp} \right|_{p=0} = \left(1 + \frac{1}{Pe}\right) \left(-\frac{1}{Pe}\right) Pe = -1 - \frac{1}{Pe} \quad (2.235)$$

(2.211) tenglamani inobatga olib quyidagini topamiz:

$$\theta = 1 + \frac{1}{Pe} \quad (2.236)$$

Bu ifodaning fizik ma'nosini keltiramiz. $\theta = \theta \frac{v}{V} t$ va $C(\theta) = \frac{C(t)}{C_0}$ lardan foydalanib, quyidagi ifodani olamiz:

$$\bar{\theta} = \int \theta C(\theta) d\theta = \left(\frac{v}{V}\right)^2 \frac{\int_0^\infty t C(t) dt}{C_0} \quad (2.237)$$

Demak, $C_0 = \frac{g}{v}$ quyidagi ifoda bilan teng kuchli:

$$C_0 = \frac{g}{V} \int_0^\infty C(t) dt \quad (2.238)$$

Olingan qiymatlarni (2.235) ifodaga qo'yib, quyidagini topamiz:

$$\frac{\int_0^\infty t C(t) dt}{\int_0^\infty C(t) dt} = \frac{V}{v} + \frac{V}{v} \frac{1}{Pe} \quad (2.239)$$

(2.239) ifodadan ko'rinib turibdiki, indikatorni o'rtacha bo'lish vaqti (ifodaning chap qismi) tajribaviy seksiya $\frac{v}{V}$ dagi oqimning haqiqiy bo'lish vaqtiga teng emas. v – tajribaviy seksiyaning hajmi ekanligini belgilab o'tamiz. Bunga bo'ylama aralashtirish uchun indikatorning bir qismi tajribaviy seksiyaning tashqarisida tarqalayotganligi sabab bo'lmoqda.

Agar V va v ma'lum bo'lsa, (2.239) tenglamani Pe kattalikni aniqlash uchun qo'llash mumkin.

σ_θ^2 dispersiya va model parametrlari orasidagi aloqa tenglamasini topamiz. Buning uchun funksiya C ning r bo'yicha ikkinchi tartibli hosilasini hisoblab chiqamiz:

$$\frac{d}{dp} \left(\frac{d\bar{C}}{dr} \right) = \frac{d^2 \bar{C}}{dr^2} \frac{dr}{dp} = \frac{d^2 \bar{C}}{dr^2} \frac{dr}{dx} \frac{dx}{dp} \quad (2.240)$$

$$\frac{d}{dp} \left(\frac{dr}{dx} \right) = \frac{d^2 r}{dx^2} \frac{dx}{dp} \quad (2.241)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{C}}{dp^2} &= \frac{d\bar{C}}{dr} \frac{dr}{dx} \frac{d^2 x}{dp^2} + \frac{d\bar{C}}{dr} \frac{d}{dp} \left(\frac{dr}{dx} \right) \frac{dx}{dp} + \\ &+ \frac{d}{dp} \left(\frac{d\bar{C}}{dr} \right) \frac{dr}{dx} \frac{dx}{dp} = \frac{d\bar{C}}{dr} \frac{dr}{dx} \frac{d^2 x}{dp^2} + \frac{d\bar{C}}{dp} \frac{d^2 r}{dx^2} \left(\frac{dx}{dp} \right)^2 + \\ &+ \frac{d^2 \bar{C}}{dr^2} \left(\frac{dr}{dx} \right)^2 \left(\frac{dx}{dp} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.242)$$

Tenglamaga kiruvchi barcha hosilalar uchun ifodalarni topamiz. $\frac{dC}{dr}, \frac{dr}{dx}, u \frac{dx}{dp}$ hosilalar ilgari olingan edi, $\frac{d^2 x}{dp^2}$ ning hosilasi esa 0 ga teng. $\frac{dx}{dp} = Pe$ doimiy kattalik bo'lganligi uchun:

$$\left(\frac{dx}{dp} \right)^2 = Pe^2; \quad \frac{d^2 r}{dx^2} = \frac{1}{4x\sqrt{x}}; \quad \frac{dr}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}; \quad \left(\frac{dr}{dx} \right)^2 = \frac{1}{4x} \quad (2.243)$$

$r \rightarrow 0$ da $x = \left(\frac{Pe}{2} \right)^2$ ga egamiz va bundan kelib chiqib:

$$\frac{d^2 r}{dx^2} = \frac{1}{4 \frac{Pe^2}{4} \frac{Pe}{2}} = \frac{2}{Pe^3} \quad (2.244)$$

$$\left(\frac{dr}{dx} \right)^2 = \frac{1}{4 \left(\frac{Pe}{2} \right)^2} = \frac{1}{Pe^2} \quad (2.245)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{C}}{dr^2} &= \frac{[Pe^2 e^{r_2} - Pe r_2 e^{r_2} - Pee^{r_2} + Pee^{r_2}](Pe - r_2)^2}{(Pe - e^{r_2})^4} - \\ &- \frac{[-2Pe + 2r_2][Pe^2 e^{r_2} - Pe r_2 e^{r_2} + Pee^{r_2}]}{(Pe - e^{r_2})^4} \end{aligned} \quad (2.246)$$

$r \rightarrow 0$ da $r_2 = 0$ egamiz va bundan:

$$\frac{d^2 C}{dr^2} = \frac{Pe^2 Pe^2 + 2PePe^2 + 2PePe}{Pe^4} = \frac{Pe^4 + 2Pe^3 + 2Pe^2}{Pe^4} \quad (2.247)$$

Natijada quyidagi ifodalarni olamiz:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 \bar{C}}{dp^2} \right|_{p \rightarrow 0} &= \left(1 + \frac{1}{Pe} \right) \frac{2}{Pe^3} Pe^2 + \frac{Pe^4 + 2Pe^3 + 2Pe^2}{Pe^4} \cdot \frac{1}{Pe^2} Pe^2 = \\ &= \frac{4}{Pe^2} + \frac{4}{Pe} + 1 \end{aligned} \quad (2.248)$$

$$\left. \frac{d^2 \bar{C}}{dp^2} \right|_{p \rightarrow 0} = \int_0^{\infty} \theta^2 C(\theta) d\theta, \quad \sigma_{\theta}^2 = \int_0^{\infty} \theta^2 C(\theta) d\theta - \theta^2 \quad (2.249)$$

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{4}{Pe^2} + \frac{4}{Pe} + 1 - \frac{1}{Pe^2} - \frac{2}{Pe} - 1 = \frac{3}{Pe^2} + \frac{2}{Pe} = \frac{1}{Pe^2} (3 + 2Pe) \quad (2.250)$$

(2.250) ifoda tizim javobining tajribaviy egri chizig'i bo'yicha Pe kattaligini hisoblash uchun qo'llaniladi. Pog'onali g'alayon usuli bilan oqimlar strukturasi tadqiq qilishda model parametrlari (2.204) va (2.250) tenglamalar bo'yicha hisoblanadi. Pog'onali g'alayon ta'siriga javob funksiya dispersiyasi quyidagi tarzda aniqlanadi. Ko'rinib turibdiki,

$$\sigma_{\theta}^2 = \int_0^{\infty} \theta^2 dF - \theta^2 \quad (2.251)$$

Bu ifodadagi integralning qiymati F funksiya hosilasi bo'yicha emas, balki $1 - F$ kattalik bo'yicha sodda va aniqroq aniqlanadi. Buning uchun integralni o'zgartiramiz:

$$\int_0^1 \theta^2 dF = - \int_0^1 \theta^2 d(1 - F) \quad (2.252)$$

Bo'laklab integrallab, quyidagini olamiz:

$$- \int_0^1 \theta^2 d(1 - F) = 2 \int_0^{\infty} (1 - F) d\theta \quad (2.253)$$

Javob funksiyaning dispersiyasi quyidagiga teng:

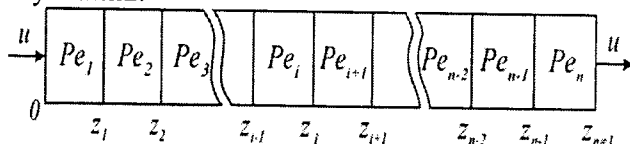
$$\sigma_{\theta}^2 = 2 \int_0^{\infty} \theta (1 - F) d\theta - \theta^2 \quad (2.254)$$

O'zgaruvchan bo'ylama aralashtirish apparatlarida diffuziyali model parametrlarini baholash. Kolonnali apparatlarni tadqiq qilishda odatda bo'ylama aralashtirishning o'rtalashtirilgan koeffitsienti aniqlanadi, real sharoitlarda esa u turli sohalarda har xil bo'lish mumkin. Bu apparatning balandligi va uning fizik xossalari bo'yicha oqim strukturalarining turg'unmasligiga, strukturalarning mahalliy buzilishlariga olib kelishi mumkin. Oddiy diffuziyali model bu hollarda jarayonning fizik mohiyatini yetarli aniq aks

ettirmaydi. Bu ayniqsa, jarayonni o'tkazish uchun eng yomon gidrodinamik muhitli sohalarini aniqlash zarur bo'lgan issiqlik va modda almashish apparatlari, kimyoviy reaktorlarni loyihalash va optimallashtirishda muhimdir. Buning uchun apparatning ayrim sohalarida bo'ylama aralashtirish parametrlari Pe ni aniqlash kerak.

2.19-rasmda ko'rsatilgan modellarning sxemasi o'zida bo'ylama aralashtirishning turli jadalliklariga ega n zonadan tashkil topgan chegaralangan kanal (apparat)ni ifodalaydi. Impulsli g'alayon birinchi zonaga kiritilmoqda deb faraz qilamiz.

Tanlangan sohalarining har biri uchun diffuziyali model tenglamalarini yozamiz:



2.19-rasm. Turli bo'ylama aralashtirishli n sohalarini o'z ichiga olib chegaralangan kanalning diffuziyali modelini grafik orqali tasvirlash

$$\frac{l}{Pe_1} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \frac{\partial C}{\partial z} + \delta(t) = \frac{\partial C}{\partial \theta}, \quad 0 \leq z \leq z_1$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{1}{Pe_1} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial \theta} \quad z_{n-1} \leq z \leq z_n;$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\frac{1}{Pe_1} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial C}{\partial \theta} \quad z_{n-1} \leq z \leq z_n \quad (2.255)$$

Bunda quyidagi muvofiq chegaraviy shartlar bajarilmoqda:

$$\frac{1}{Pe_1} \left(\frac{dC}{dz} \right)_0 = C_0$$

$$\frac{1}{Pe_1} \left(\frac{dC}{dz} \right)_{z_1} - C_{z_1} = \frac{1}{Pe_2} \left. \frac{dC}{dz} \right|_{z_1} - C_{z_1}^+$$

$$C_{\bar{z}_1} = C_{z_1}^+$$

$$\dots \dots \dots$$

$$C_{\bar{z}_k} = C_{z_k}^+ \quad \frac{1}{Pe_1} \left(\frac{dC}{dz} \right)_{\bar{z}_k} - C_{\bar{z}_k} = \frac{1}{Pe} \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right)_{z_k^+} - C_{z_k}^+$$

$$\frac{1}{P_{n-1}} \left(\frac{dC}{dz} \right)_{z_{n-1}} - C_{z_{n-1}} = \frac{1}{P_{e_n}} \left(\frac{dC}{dz} \right)_{z_{n-1}^+} - C_{z_{n-1}^+}$$

$$C_{z_{n-1}} = C_{z_{n-1}^+} \quad \left(\frac{dC}{dz} \right)_{z_{n-1}} = 0 \quad (2.256)$$

Apparatning boshlang'ich kesimiga trassiyorni impulsli kiritganda ($z = 0$) ixtiyoriy k – sohada javob egri chizig'ining birinchi boshlang'ich momenti uchun tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M_1 = A_k e^{P e_k z} + \frac{1}{P e_k} + z \quad z_{k-1} \leq z \leq z_k \quad (2.257)$$

agar $k = 1, 2, \dots, n-1$ bo'lsa, unda

$$A_k = \left(\frac{1}{P e_{k+1}} - \frac{1}{P e_k} + A_{k+1} e^{P e_{k+1} z_k} \right) e^{P e_k z_k} \quad (2.258)$$

agar $k = n$ bo'lsa, unda

$$A_n = \frac{e^{-P e_n}}{P e_n} \quad (2.259)$$

O'xshash tarzda ikkinchi boshlang'ich moment uchun quyidagi tenglama olinadi:

$$M_2 = \sum_{P e_k}^k a_i + \frac{4z}{P e_k} + \frac{4}{P e_k^2} + z^2 - (2A_k z - B_k) e^{P e_k z}$$

$$z_{k-1} \leq z \leq z_{k+1} \quad (2.260)$$

agar $k = 1$ bo'lsa, unda

$$a_1 = -\frac{2A_1}{P e_1}$$

agar $k = 2, 3, \dots, p$ bo'lsa, unda

$$a_k = \frac{2z_{k-1}}{P e_{k-1}} - \frac{2z_{k-1}}{P e_k} + \frac{2A_{k-1}}{P e_{k-1}} e^{P e_{k-1} z_{k-1}} -$$

$$- \frac{2A_k}{P e_k} e^{P e_{k-1} z_{k-1}} \quad (2.261)$$

agar $k = 1, 2, \dots, p-1$ bo'lsa, unda

$$B_k = 2A_k z_k - (2A_{k+1} z_k - B_{k+1}) e^{z_k (P e_{k-1} - P e_k)} +$$

$$+ \left(a_{k+1} - \frac{4z_k}{P e_k} - \frac{4}{P e_k^2} + \frac{4z_k}{P e_{k+1}} + \frac{4}{P e_{k+1}^2} \right) e^{-P e_k z_k} \quad (2.262)$$

agar $k = p$ bo'lsa, unda

$$B_n = - \left(\frac{4}{Pe_n} + \frac{6}{Pe_n^2} \right) e^{-Pe_n} \quad (2.263)$$

(2.257) - (2.263) tenglamalar apparatning ayrim sohalarida qayd qilingan javobning tajribaviy egri chizig'i bo'yicha bo'ylama aralashtirish jadalligini aniqlash imkonini beradi. Masalan, $z_u, z_1, z_2 \dots, z_n$ kesimlarda javob egri chiziqlarini qayd qilib, oxirgi sohadan boshlab ketma-ket har bir soha uchun $\Delta\sigma^2 = \sigma_{z_k}^2 - \sigma_{z_{k-1}}^2$ dispersiyaning orttirmasi kattaligi bo'yicha, Pe_k ning barcha qiymatlarini hisoblash mumkin. Model parametrlari bo'yicha $\Delta\sigma^2$ bog'liqlikni hisoblash uchun zaruriy ifoda (2.257) - (2.263) tenglamalardan kelib chiqadi. $\Delta\sigma^2$ ning umumiy ifodasi apparatning ixtiyoriy k -sohasi uchun quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma^2 = \sigma_{z_k}^2 - \sigma_{z_{k-1}}^2 = & \frac{2(z_k - z_{k-1})}{Pe_k} + \left(4A_k z_{k-1} + \frac{2A_k}{Pe_k} - \right. \\ & \left. - B_k \right) e^{Pe_k z_{k-1}} - \left(4A_k z_k + \frac{2A_k}{Pe_k} - B_k \right) e^{Pe_k z_k} \\ & + A_k^2 (e^{2Pe_k z_{k-1}} - e^{2Pe_k z_k}) \end{aligned} \quad (2.264)$$

(2.264) tenglamaga tadqiq qilinayotgan sohaning Pe qiymatidan tashqari keyingi sohalar uchun Pe qiymatlari kiradi, shuning uchun ketma-ket hisoblash bilan Pe_k ning barcha qiymatlarini topish mumkin. (2.264) tenglamani yechish natijasida apparatning ayrim sohalar uchun Pe ning o'rtacha qiymatlari topiladi. Oxirgi soha uchun (oqimning yo'nalishi bo'yicha) (2.264) tenglama quyidagi ko'rinishga keltiriladi:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma^2 = \sigma_{z_{n-1}}^2 - \sigma_{z_{n-1}}^2 = & \frac{2(1 - z_{n-1})}{Pe_n} - \frac{5}{Pe_n^2} + \\ & \left[\frac{4(1 - z_{n-1})}{Pe_n} + \frac{4}{Pe_n^2} \right] e^{-Pe_n(1 - z_{n-1})} + \frac{e^{-Pe_n(1 - z_{n-1})}}{Pe_n^2} \end{aligned} \quad (2.265)$$

(2.265) tenglamaning oxirgi ikki a'zosi ko'pincha juda kichik bo'ladi. Unda quyidagi qabul qilinadi:

$$Pe_n = \frac{1 - z_{n-1}}{\Delta\sigma^2} + \sqrt{\left(\frac{1 - z_{n-1}}{\Delta\sigma^2} \right)^2 - \frac{5}{\Delta\sigma^2}} \quad (2.266)$$

Bo'ylama aralashtirish jadalligi turlicha bo'lgan ikki sohadan iborat apparatlar uchun (2.257)–(2.263) tenglamalar asosida

quyidagini olish mumkin:

$$\sigma_1^2 = \frac{2(1-z_1)}{Pe_2} - \frac{2}{Pe_2^2} + \frac{2}{Pe_1} \left(z_1 + \frac{1}{Pe_2} \right) - \frac{2}{Pe_1^2} +$$

$$+ \left(\frac{1}{Pe_1} - \frac{1}{Pe_2} \right) \frac{2e^{-Pe_1 z_1}}{Pe_1} + \left(\frac{1}{Pe_2} - \frac{1}{Pe_1} + \frac{e^{-Pe_1 z_1}}{Pe_1} \right) \times \frac{2e^{-Pe_2(1-z_1)}}{Pe_2} \quad (2.267)$$

Pe ning katta qiymatlarida (2.267) tenglamaning oxirgi ikki a'zosi e'tiborga olinmaydigan darajada kichik. Bu holda quyidagi ifodani hisoblash mumkin:

$$Pe_1 = \frac{z_1 + \frac{1}{Pe_2}}{C_1} + \sqrt{\left(\frac{z_1 + \frac{1}{Pe_2}}{C_1} \right)^2 - \frac{2}{C_1}} \quad (2.268)$$

bu yerda

$$C_1 = \sigma_1^2 + \frac{2}{Pe_2^2} - \frac{2(1-z_1)}{Pe_2} \quad (2.269)$$

Pe_2 ni bilgan holda, birinchi sohadan chiqishda qayd qilingan javob funksiyasining dispersiyasi bo'yicha (2.268) tenglama yordamida Pe_1 ni topish mumkin.

Misol. Vibratsion ekstraktorda (diametri 300 mm, balandligi 6 m, tebranish amplitudasi 4,5 mm, chastotasi 61 min^{-1}) yaxlit fazalarning bo'ylama aralashtirilishini tadqiqoti natijasida $Z_1 = 0,224$ kesim va chiqishdagi $Z_2 = 1$ kesimlardagi C -egri chiziq dispersiyalarining quyidagi qiymatlari olinadi (2.4 jad).

2.4-jadval

C -egri chiziq dispersiyalarining qiymatlari

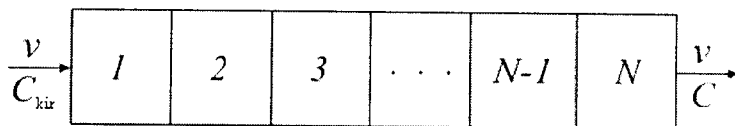
Tajriba nomeri	$i,$ m^3/s	$\sigma_{z_1}^2$	$\sigma_{z_2}^2$	Pe_1	Pe_2
1	3	0,0083	0,0191	52	141
2	4	0,0135	0,0201	63	134
3	5	0,0109	0,0187	38	194

(2.267), (2.268) tenglamalar bo'yicha izlanayotgan kattaliklar hisoblab chiqiladi. Ko'rinib turibdiki, bo'ylama aralashtirish jadalligi kolonnaning qolgan qismiga nisbatan kichik boshlang'ich

sohasida 2-5 marta yuqoriroq, bu oqimning apparatga kirish shartlarining ta'sirida yuzaga keladi.

2.5. Yacheykali model

Modelning asosiy tenglamalarini keltirib chiqarish. Aralashtirgichlar bilan reaktorlar kaskadi uchun ilk taklif qilingan model eng oddiylaridan biridir (2.20-rasm).



2.20-rasm. Yacheykali model sxemasi:

v – apparat orqali moddaning sarfi; C_{kir} – kirishdagi konsentratsiya

Quyidagi qo'yimlarni qabul qilamiz: 1) har bir yacheykada ideal aralashtirish bajarilmoqda; 2) yacheykalar orasida qayta aralashtirish mavjud emas. Bo'ylama aralashtirishni miqdoriy tavsiflovchi yacheykali model parametri bo'lib JV to'la aralashtirish yacheykalarning soni xizmat qiladi. N oshishi bilan oqimning strukturasi to'la siqib chiqarish modeliga yaqinlashadi, N kamayishi bilan – ideal aralashtirish modeliga yaqinlashadi.

Har bir yacheyka uchun moddani saqlashni tenglamalarini yozamiz (soddalashtirish uchun yacheykalar bir xil hajm V_{Ya} ga ega deb faraz qilamiz):

$$\begin{aligned}
 vC_{kir} - vC &= V_{Ya} \frac{dC_1}{dt}, \\
 vC_1 - vC_2 &= V_{Ya} \frac{dC_2}{dt}, \\
 &\dots \dots \dots \\
 vC_{j-1} - vC_j &= V_{Ya} \frac{dC_j}{dt}, \\
 &\dots \dots \dots \\
 vC_{n-1} - vC_n &= V_{Ya} \frac{dC_n}{dt}
 \end{aligned} \tag{2.270}$$

(2.275) ni (2.277) ga qo'yib, birinchi yacheykadan chiqishdagi javobning quyidagi ko'rinishini olamiz:

$$C_1 = C_b e^{-t/\bar{t}} \quad (2.278)$$

Ikkinchi yacheyka.

Birinchi yacheykaning chiqishi ikkinchi yacheykaning kirishini hosil qiladi. Bunda moddaning saqlanish tenglamasi quyida ko'rinishni oladi:

$$C_1 - C_2 = \bar{t} \frac{dC_2}{dt} \quad (2.279)$$

$$C_b e^{-t/\bar{t}} - C_2 = \bar{t} \frac{dC_2}{dt} \quad (2.280)$$

(2.280) tenglama – birinchi darajali bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamadir. Uni noma'lum ko'paytuvchilar usuli bilan yechamiz. Bunga mos keluvchi bir jinsli tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{t} \frac{dC_2}{dt} + C_2 = 0 \quad (2.281)$$

Uning yechimi quyidagiga tengdir:

$$C_2 = A(t) e^{-t/\bar{t}} \quad (2.282)$$

bu yerda $A(t)$ – noma'lum ko'paytuvchi.

(2.282) bir jinsli tenglamaning yechimini (2.280) ga qo'yamiz:

$$\frac{dC_2}{dt} = A_t^1 e^{-t/\bar{t}} + A \left(-\frac{1}{\bar{t}} \right) e^{-t/\bar{t}} \quad (2.283)$$

$$\bar{t} \left[A_t^1 e^{-t/\bar{t}} - \frac{A(t)}{\bar{t}} e^{-t/\bar{t}} \right] + A(t) e^{-t/\bar{t}} = C_N e^{-t/\bar{t}} \quad (2.284)$$

o'xshash a'zolarini keltirib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{C_b}{\bar{t}} \quad (2.285)$$

(2.285) differensial tenglamani noma'lum koeffitsienga nisbatan yechamiz:

$$A(t) = \frac{C_b}{\bar{t}} t + K \quad (2.286)$$

Endi (2.282) ga topilgan $A(t)$ ifodani qo'yib, quyidagini olamiz:

$$C_2 = \left[\frac{C_b}{\bar{t}} + K \right] e^{-t/\bar{t}} \quad (2.287)$$

K noma'lum konstantani boshlang'ich shartdan topish mumkin:

$$t = 0 \text{ da } C_2 = C_{2b} = C_b \quad (2.288)$$

Bu yerdan

$$K = C_b \quad (2.289)$$

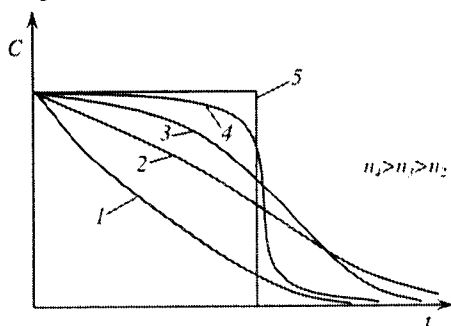
Shunday qilib, ikkinchi yacheykani chiqishida javob quyidagi ko'rinishga ega:

$$C_2 = \left[1 + \left(\frac{t}{\bar{t}} \right) \right] e^{-t/\bar{t}} \quad (2.290)$$

Uchinchi, to'rtinchi, ..., N – yacheykalar uchun o'xshash fikrni davom ettirib, konsentratsiyani sakrash ko'rinishda nolgacha kamayadigan yacheykali model javobi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$\frac{C_N}{C_b} = \left[1 + \left(\frac{t}{\bar{t}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{\bar{t}} \right)^2 + \dots + \frac{1}{(N-1)!} \left(\frac{t}{\bar{t}} \right)^{N-1} \right] e^{-t/\bar{t}} \quad (2.291)$$

2.21-rasmda yacheykalarining turli soni uchun yuvib ketish usuli bo'yicha chiqish konsentratsiyasining bog'liqligi ko'rsatilgan.



2.21-rasm. Yacheykalarining turli soni uchun konsentratsiyaning sakrash ko'rinishli kamayishiga yacheykali modelning javobi:

1 –ideal aralastirishda; 2, 3, 4 – mos ravishda n_2, n_3, n_4 yacheykalar sonida; 5 – ideal siqib chiqarishda.

(2.291) tenglamani quyidagi o'lchamsiz ko'rinishda yozish qulay:

$$C(\theta) = \left[1 + N\theta + \frac{1}{2} N^2 \theta^2 + \dots + \frac{N^{N-1}}{(N-1)!} \theta^{N-1} \right] e^{-N\theta} \quad (2.292)$$

Impulsli g'alayonga modelning javobi. Yacheykali model javob funksiyasini olish uchun oldingi holga o'xshash birinchi, ikkinchi va h.k. yacheykalardagi javoblarni topamiz.

Birinchi yacheyka.

Impulsli g'alayon uchun birinchi yacheykaga kirish C_{kir} konsentratsiyasi nolga teng bo'lganligi uchun, moddani saqlashni tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$-C_1 = \bar{t} \frac{dC_1}{dt} \quad (2.293)$$

Uning yechimi quyidagiga tengdir:

$$C_1 = K/e^{-\frac{t}{\bar{t}}} \quad (2.294)$$

K noma'lum kattalikni boshlang'ich shartdan topamiz:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_b \quad (2.295)$$

Bu yerdan

$$K = C_b \quad (2.296)$$

va

$$C_1 = C_b e^{-t/\bar{t}} \quad (2.297)$$

Ikkinchi yacheyka.

Birinchini yacheykaning chiqishi ikkinchi yacheykaning kirishini hosil qiladi. Unda ikkinchi yacheyka uchun quyidagiga ega bo'lamiz:

$$C_b e^{-t/\bar{t}} - C_2 = \bar{t} \frac{dC_2}{dt} \quad (2.298)$$

Avval o'zgaruvchilarini ajratgandan so'ng (2.300) ko'rinishni qabul qiluvchi mos bir jinsli tenglamani yechamiz:

$$\bar{t} \frac{dC_2}{dt} + C_2 = 0 \quad (2.299)$$

$$C_2 = A(t) e^{-t/\bar{t}} \quad (2.300)$$

$A(t)$ noma'lum ko'paytuvchini topish uchun (2.300) ning yechimini (2.298) boshlang'ich tenglamaga qo'yamiz:

$$t \left[A_t^1 e^{-t/\bar{t}} - \frac{A(t)}{\bar{t}} e^{-t/\bar{t}} \right] + A e^{-t/\bar{t}} = C_b e^{-t/\bar{t}} \quad (2.301)$$

(2.301) tenglamadagi o'xshash a'zolarini keltirgandan keyin $A(t)$ ga nisbatan birinchi tartibli differensial tenglamaga kelimiz:

$$\bar{t} \frac{dA(t)}{dt} = C_b \quad (2.302)$$

Uning yechimi quyidagiga teng:

$$A(t) = \frac{C_b}{\bar{t}} t + K \quad (2.303)$$

(2.303) tenglamani (2.300) ga qo'yib va $t = 0$ da C_2 boshlang'ich shartni hisobga olib, ikkinchi yacheyka chiqishidagi javob funksiyasini olamiz:

$$C_2 = C_b \frac{t}{\bar{t}} e^{-t/\bar{t}} \quad (2.304)$$

Uchinchisi, to'rtinchi, ..., $N - P_i$ yacheykalar uchun o'xshash yechimlar N -yacheykalarni o'z ichiga olgan quyidagi yacheykali modelning umumiy javob funksiyasini beradi:

$$C_N = C_b \left(\frac{t}{\bar{t}} \right)^{N-1} \frac{1}{(N-1)!} e^{-t/\bar{t}} \quad (2.305)$$

$C(\theta) = C_N/C_b$ o'lchamsiz konsentratsiyani va $\theta = t/\bar{t}$ vaqtni kiritib, (2.305) javob funksiyasini o'lchamsiz ko'rinishda quyidagicha keltirish mumkin:

$$C = \frac{N^N \theta^{N-1}}{(N-1)!} e^{N\theta} \quad (2.306)$$

Konsentratsiya sakrash ko'rinishida oshib boruvchi pog'onali g'alayonga yacheykali modelning javoblari. Har bir yacheykaning chiqishidagi konsentratsiyani aniqlaymiz.

Birinchi yacheyka.

C_{kr} kirish konsentratsiyasi berilgan g'alayon uchun noldan farq qilganligi sababli, modda saqlanish tenglamasi birinchi yacheyka uchun quyidagi tarzda yoziladi:

$$C_{kir} - C_1 = \bar{t} \frac{dC_1}{dt} \quad (2.307)$$

boshlang'ich shart esa quyidagi ko'rinishga ega:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = 0 \quad (2.308)$$

(2.307) tenglamani quyidagi ko'rinishda tavsiflash mumkin:

$$\frac{d(C_{kir} - C_1)}{C_{kir} - C_1} = -\frac{dt}{t} \quad (2.309)$$

Oxirgi tenglamani integrallash quyidagini beradi:

$$(C_{kir} - C_1) = K e^{-t/\bar{t}} \quad (2.310)$$

K integrallash konstantasini quyidagi boshlang'ich shartdan topamiz:

$$t = 0 \text{ da } K = C_{kir} \quad (2.311)$$

Unda birinchi yacheyka chiqishida quyidagi javob funksiyasini olamiz:

$$C_1 = C_{kir}(1 - e^{-t/\bar{t}}) \quad (2.312)$$

Ikkinchi yacheyka.

Birinchini yacheykaning chiqishi (2.312) ikkinchi yacheykaning kirishini hosil qiladi. U vaqtda ikkinchi yacheyka uchun modda saqlanish tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$C_{kir}(1 - e^{-t/\bar{t}}) - C_2 = \bar{t} \frac{dC_2}{dt} \quad (2.313)$$

Mos ravishda bir jinsli tenglamaning yechimi quyidagiga teng:

$$C_2 = A(t)e^{-t/\bar{t}} \quad (2.314)$$

$A(t)$ noma'lum ko'paytuvchini topish uchun (2.314) ning yechimini boshlang'ich bir jinsli bo'lmagan (2.313) tenglamaga qo'yamiz:

$$C_{kir}(1 - e^{-t/\bar{t}}) - A(t)e^{-t/\bar{t}} = \bar{t} \left[A'_t(t)e^{-t/\bar{t}} - \frac{A(t)}{t}e^{-t/\bar{t}} \right] \quad (2.315)$$

O'xshash a'zolarini keltirib, $A(t)$ nomalum ko'paytuvchiga nisbatan quyidagi tenglamani olamiz.

$$\frac{dA(t)}{dt} = \frac{C_{kir}}{t} (e^{-t/\bar{t}} - 1) \quad (2.316)$$

Uning yechimi quyidagiga teng:

$$A(t) = \frac{C_{kir}}{\bar{e}} (\bar{t}e^{t/\bar{t}} - t) + K \quad (2.317)$$

(2.317) ifodani (2.314) ga qo'yib, (2.313) bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning yechimini olamiz:

$$C_2 = \left[\frac{C_{kir}}{\bar{t}} (\bar{t}e^{t/\bar{t}} - t) + K \right] e^{-t/\bar{t}} \quad (2.318)$$

K konstantani boshlang'ich shartdan topamiz

$$t = 0 \text{ da } C_2 = 0, X = -C_{kir}. \quad (2.319)$$

(2.319) ni (2.318) tenglamaga qo'yish ikkinchi yacheyka chiqishidagi javobni beradi:

$$C_2 = C_{kir} \left[1 - \left(1 + \left(\frac{t}{\bar{t}} \right) \right) e^{-t/\bar{t}} \right] \quad (2.320)$$

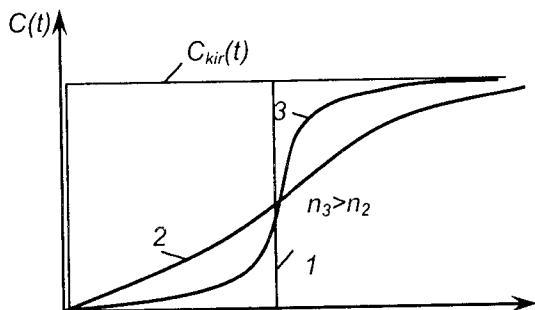
Uchinchi, to'rtinchi, ..., N - li yacheyka uchun o'xshash fikrni davom ettirib, quyidagi oxirgi N - yacheyka chiqishidagi javob funksiyasini olamiz:

$$\frac{C_N}{C_{kir}} = 1 - \left[1 + \left(\frac{t}{\bar{t}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{t}{\bar{t}} \right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{t}{\bar{t}} \right)^3 + \dots + \frac{1}{(N-1)!} \left(\frac{t}{\bar{t}} \right)^{N-1} \right] e^{-\frac{t}{\bar{t}}} \quad (2.321)$$

$F(\theta) = \frac{C_N}{C_{kir}}$ o'lchamsiz konsentratsiyani va $\theta = t/\bar{t}$ vaqtni kiritib, quyidagini topamiz:

$$F(\theta) = 1 - \left[1 + N\theta + \frac{N^2\theta^2}{2!} + \frac{N^3\theta^3}{3!} + \dots + \frac{N^{N-1}\theta^{N-1}}{(N-1)!} \right] e^{-N\theta} \quad (2.322)$$

2.22-rasmda turli yacheykalar soni uchun pog'onali g'alayonga chiqish konsentratsiyasining bog'liqligi ko'rsatilgan.



2.22-rasm. Pog'onali g'alayonga yacheykali modelning javobi: 1 – ideal siqib chiqarishda; 2, 3 – mos ravishda n_2 va n_3 yacheykalar sonida

Oldin belgilanganidek, $F(\theta)$ javob funksiyasi F – egri chiziq deb ataladi va oqim elementlarini bo'lish vaqti bo'yicha taqsimlanishini tavsiflaydi. Olingan javob funksiyasi (2.322) ni yuvib ketish usulidagi yacheykali model javobi (2.292) bilan solishtirib, ular orasidagi aloqa bog'liqligini olamiz:

$$F(\theta) = 1 - I(\theta) \quad (2.323)$$

bunda $I(\theta)$ – yuvib ketish usulidagi modelning o'lchamsiz javobi bo'lib, u quyidagiga teng:

$$I(\theta) = \left[1 + N\theta + \frac{N^2\theta^2}{2!} + \frac{N^3\theta^3}{3!} + \dots + \frac{N^{N-1}\theta^{N-1}}{(N-1)!} \right] e^{-N\theta} \quad (2.324)$$

Yacheykali model bilan tavsiflanadigan ob'yektlarning uzatish funksiyasi. $W(p)$ ob'yektning uzatish funksiyasi ta'rifiga muvofiq quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{chiq}}{\tilde{C}_{kir}} = \frac{\tilde{C}_N}{\tilde{C}_{kir}} \quad (2.325)$$

(2.325) tenglamaning o'ng qismini $\tilde{C}_{N-1}$ ga ko'paytiramiz va bo'lamiz:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{N-1}}{\tilde{C}_{kir}} \frac{\tilde{C}_N}{\tilde{C}_{N-1}} \quad (2.325)$$

(2.326) tenglamani o'ng qismidagi ikkinchi ko'paytuvchi $N - P$ yacheykaning uzatish funksiyasini, ya'ni $W_N(p)$ ni ifodalaydi. Unda oxirgi tenglamani quyidagi ko'rinishda qayta yozishimiz mumkin:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{N-1}}{\tilde{C}_{kir}} W_N(p) \quad (2.327)$$

O'xshash tarzda, (2.327) tenglamani o'ng qismini $\tilde{C}_{N-1}$ ga ko'paytirib va bo'lib, quyidagini olamiz:

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{N-2}}{\tilde{C}_{kir}} \frac{\tilde{C}_{N-1}}{\tilde{C}_{N-2}} W_N(p) \quad (2.328)$$

(2.328) tenglamani o'ng qismidagi ikkinchi ko'paytuvchi $(N - 1)$ - yacheykaning uzatish funksiyasidir. Unda (2.328) tenglamani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin

$$W(p) = \frac{\tilde{C}_{N-2}}{\tilde{C}_{kir}} W_{N-1}(p) W_N(p) \quad (2.329)$$

O'xshash o'zgartirishlarni olib borib, yacheykali model bilan tavsiflanadigan ob'yekt uzatish funksiyasining quyidagi ifodasiga kelimiz:

$$W(p) = W_1(p) W_2(p) \cdot \dots \cdot W_N(p) = \prod_{i=1}^N W_i(p) \quad (2.330)$$

Yacheykali modelda har bir yacheyka ideal aralashtirish modeli bilan tavsiflanayotganligi uchun:

$$W_i(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}p} \quad (2.331)$$

bunda $\bar{t}$ - yacheykada o'rtacha bo'lish vaqti (yacheykalar bir xil hajmga ega deb faraz qilinadi).

(2.331) ifodani hisobga olib, yacheyka modelining uzatish funksiyasi uchun yakuniy ifodani olamiz:

$$W(p) = \frac{1}{(1 + \bar{t}p)^N} \quad (2.332)$$

Endi quyidagi ayrim holatlarni ko'rib chiqamiz.

1. Yacheykali modelda yacheykalar soni $N = 1$ teng. Bu holda uzatish funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}p} \quad (2.333)$$

(2.333) ifoda ideal aralashtirish modelining uzatish funksiyasiga mos va yacheykali model ideal aralashtirish modeliga o'tadi.

2. Yacheykali modelda yacheykalar soni $N \rightarrow \infty$ ga intiladi. Bu holda quyidagiga egamiz:

$$W(p) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(1 + \bar{t}p)^N} \quad (2.334)$$

Deylik, $x = 1/\bar{t}p$ va t_{orr} - yacheykali model bilan tavsiflanadigan ob'yektda o'rta bo'lish vaqti. Unda

$$N = \bar{t}_{orr} p x \quad (2.335)$$

(2.335) ni (2.334) tenglamaga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$W(p) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\bar{t}_{orr} p x}} \right] = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{-x \bar{t}_{orr} p} \quad (2.336)$$

yoki

$$W(p) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x(-\bar{t}_{orr} p)} \right] \quad (2.237)$$

Quyidagini inobatga olib, uzatish funksiyasi uchun (2.339) ifodani olamiz:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e \quad (2.338)$$

$$W(p) = e^{-t_{orr} p} \quad (2.339)$$

(2.339) uzatish funksiyasi ideal siqib chiqarish modeliga mosdir. Demak, $N \rightarrow \infty$ holda, yacheykali model ideal siqib chiqarish modeliga o'tadi.

Yacheykali modelning N - parametrini baholash. Yacheykali modelning N - parametrini baholash uchun bu modelning uzatish funksiyasidan foydalanib, impulsli g'alayonga javob funksiyasi uchun ikkinchi tartibli boshlang'ich momenti M_2^t ni topamiz:

$$\begin{aligned} M_2^t &= W_p''(p=0) = N(N+1)(1 + \bar{t}p)^{-N-2} \bar{t}^2 \Big|_{p=0} = \\ &= N(N+1)\bar{t}^2 = N^2\bar{t}^2 + N\bar{t}^2 = \bar{t}_{orr}^2 \left(1 + \frac{1}{N}\right) \end{aligned} \quad (2.340)$$

Mos markaziy o'ldhamli ikkinchi tartibli moment quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$\mu_2^t = M_2^t - \bar{t}_c^2 = \frac{\bar{t}_c^2}{N} \quad (2.341)$$

(2.341) ifodani tizimda o'rta bo'lish vaqtining kvadratiga bo'lib, yacheykali model N parametri bilan yacheykali modelning impulsli g'alayonga javob funksiyasining o'ldhamsiz dispersiyasi σ_θ^2 orasidagi aloqa tenglamasini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2} \quad (2.342)$$

(2.342) ifoda - impulsli g'alayonga javobning tajribaviy egri chiziqlari bo'yicha yacheykali modelning N parametrini baholash uchun asosiydir. (2.342) va (2.204) ifodalarni solishtirib, diffuziyali va yacheykali modellar orasidagi bog'lanishning quyidagi tenglamasini olamiz:

$$\frac{1}{N} = \frac{2}{Pe^2} (Pe - 1 + e^{-Pe}) \quad (2.343)$$

$Pe > 10$ da oxirgi bog'lanishni soddalashtirish mumkin. Bu holda bog'lanish tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$N \approx \frac{Pe}{2} \quad (2.344)$$

Misol.

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasi impulsli usul bilan tadqiq qilinadi. Oqim strukturasi yacheykali model bilan tavsiflash taklif qilingan. Yacheykali model parametrini baholash va bu modelni qo'llash maqsadga muvofiq ekanligini aniqlash talab qilinadi.

Yechim. Nasadkali kolonnadan chiqishdagi suyuqlik oqimining olingan tajribaviy C - egri chizig'i ($C_t = C_t(t)$) ni qayta ishlash natijalari 2.5-jadvalda keltirilgan.

Indikatorning oqimda o'rta bo'lish vaqti $\bar{t}$ ni aniqlaymiz:

$$\bar{t} = \frac{\int_0^\infty t C_E(t) dt}{\int_0^\infty C_E(t) dt} \approx \frac{\sum_{i=1}^7 t_i C_i}{\sum_{i=1}^7 C_i} \approx 100 \quad (2.345)$$

Keyin me'yorlangan C – egri chiziqdan $C(t)$ ga o'tamiz (2.5-jadvalga qarang):

$$C(t) = \frac{C_E(t)}{\int_0^\infty C_E(t)dt} \approx \frac{C_E(t)}{\sum_{i=1}^7 C_{iE}\Delta t} \approx \frac{C_{iE}}{58}, \quad s^{-1} \quad (2.346)$$

2.5-jadval

Nasadkali kolonnada suyuqlikning oqim strukturasi tadqiq qilishdagi C – egri chiziqni qayta ishlash natijalari va boshlang'ich ma'lumotlar							
t, s	0	40	80	120	160	200	240
$C_{kir}(t), g/l$	0	0,30	0,50	0,35	0,20	0,10	0
$C(t), c^l$	0	0,3/58	0,5/58	0,35/58	0,2/58	0,1/58	0
θ	0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4
$C_E(\theta) = \bar{t}C(t)$	0	0,52	0,86	0,60	0,34	0,17	0
$C_T(\theta) \quad N = 5 \text{ da}$	0	0,55	0,98	0,73	0,40	0,20	0

M_2^t boshlang'ich o'lchamli ikkinchi tartibli momentni topamiz:

$$M_2^t = \int_0^\infty t^2 C(t)dt \approx \sum_{i=1}^7 t_i^2 C_i \Delta t \approx 12200, \quad s^2 \quad (2.347)$$

Demak, C – egri chiziqning o'lchamsiz dispersiyasi σ_θ^2 quyidagiga teng:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{M_2^t}{\bar{t}} - 1 = 1,22 - 1 = 0,2 \quad (2.348)$$

N yacheykalar soni bilan o'lchamsiz dispersiya σ^2 ning aloqa tenglamasidan foydalanib, quyidagini olamiz:

$$N = \frac{1}{\sigma_\theta^2} = \frac{1}{0,22} = 5 \quad (2.349)$$

Topilgan yacheykalar sonida $C_t(\theta)$ yacheykali model bo'yicha C – egri chiziqning o'lchamsiz qiymatini impulsli g'alayonga yacheykali model javob funksiyasi uchun olinadigan ifodadan aniqlaymiz (2.5-jadvalga qarang):

$$C_T(\theta) = \frac{N^N \theta^{N-1} e^{-N\theta}}{(N-1)!} = \frac{3125\theta^4 e^{-5\theta}}{4 \cdot 5 \cdot 2} \quad (2.350)$$

Mavjud tajriba ma'lumotlaridan tiklanish dispersiyasini baholab bo'lmaydi. Buning uchun Fisher mezoni yordamida S_{ort}^2 nisbiy o'rtacha dispersiyani S_{mon}^2 monandlik dispersiyasi bilan solishtirib, yacheykali modelni qo'llashning maqsadga muvofiqligini baholaymiz.

O'lchamsiz javob egri chizig'i $\bar{C}(\theta)$ ning o'rtacha qiymati quyidagini tashkil etadi:

$$\bar{C}(\theta) = \frac{0,52 + 0,86 + 0,60 + 0,34 + 0,17}{7} = 0,35 \quad (2.351)$$

Nisbiy o'rtacha dispersiyani topamiz:

$$S_{ort}^2 = \frac{\sum (C_{iE}(\theta) - \bar{C}(\theta))^2}{f_{ort}} = \frac{0,17^2 + 0,51^2 + 0,15^2 + 0,01^2 + 0,18^2 + 0,55^2 + 0,35^2}{7-1} = 0,1048 \quad (2.352)$$

Monandlik dispersiyani topamiz:

$$S_{mon}^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (C_{iE} - C_{iT})^2}{f_{mon}} = \frac{0^2 + 0,33^2 + 0,12^2 + 0,13^2 + 0,06^2 + 0,03^2 + 0^2}{7-1} = 0,00612 \quad (2.353)$$

F –bog'liqlikni tuzamiz:

$$F = \frac{S_{ort}^2}{S_{mon}^2} = \frac{0,1048}{0,00612} = 17,124 \quad (2.354)$$

$f_{ort} = 6$ va $f_{mon} = 6$ erkinlik darajasi sonlari hamda $\alpha = 1\%$ ahamiyatlilik darajasi uchun Fisher mezonining mos jadval qiymati quyidagiga teng:

$$F_{\alpha=0,01}^{jad}(6,6) = 8,47 \quad (2.355)$$

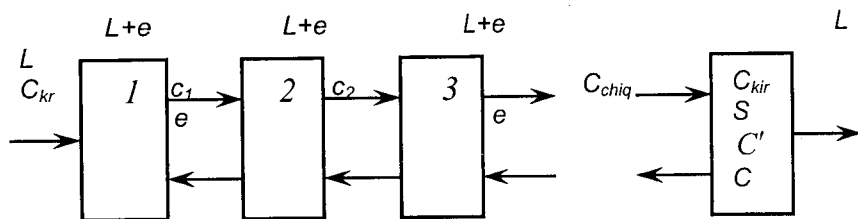
Bu yerdan $F > F_{\alpha=0,01}^{jad}(6,6)$ va nisbiy o'rtacha dispersiya monandlik dispersiyadan belgili farqlanadi. Shunday ekan, yacheykali modelni qo'llash maqsadga muvofiqdir.

2.6. Teskari oqimli (resirkulyatsiyali) yacheykali model.

Modelning asosiy tenglamalarini keltirib chiqarish

Yacheykali model real apparatda (masalan ekstraktorda oqimlar fazalarining harakatini tavsiflagandek) oqimlar strukturasi monand tiklanishini har doim ham ta'minlamaydi. Shu munosabat bilan bunday modelning modifikatsiyalari ishlab chiqiladi. Eng keng tarqalgan modifikatsiyalardan biri – bu teskari

oqimli yacheykali modelidir. Bu modellarga muvofiq apparat mujassamlashgan parametrlil sohalar ketma-ketligi sifatida qaralib, sohalarining har biri ideal aralashtirish yacheykasiga ekvivalent bo'ladi. Keyinchalik, yacheykalar orasida teskari oqimlar mavjud deb faraz qilinadi. 2.23-rasmda teskari oqimli yacheykali model bo'yicha oqimlar sxemasi ko'rsatilgan.



2.23-rasm. Teskari oqimli yacheykali model bo'yicha oqimlar sxemasi:
 L – apparat bo'yicha moddaning oqimi; e – apparat bo'yicha moddaning teskari oqimi; $C_i - i$ – yacheykaning chiqishidagi konsentratsiyasi

Yacheykalar orasidagi teskari (resirkulyatsiyali) oqimlarni hisobga olib, ularning har biri uchun modda saqlanish tenglamalarini yozamiz.

Birinchi yacheyka:

$$LC_{kir} + eC_2 - (L + e)C_1 = V_{ya} \frac{dC_1}{dt} \quad (2.356)$$

j – yacheyka:

$$(L + e)C_{j-1} + eC_{j+1} - (L + 2e)C_j = V_{ya} \frac{dC_j}{dt}$$

$$N\text{-yacheyka: } (L + e)C_{N-1} - (L + e)C_N = V_{ya} \frac{dC_N}{dt}$$

bu yerda V_{ya} – yacheyka hajmi (yacheykalar teng hajmga ega deb faraz qilinadi); bunda quyidagi boshlang'ich shartlar bajariladi:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_{1b}, \dots, C_j = C_{jb}, \dots, C_N = C_{Nb} \quad (2.357)$$

e/L kattalik **teskari oqim ulushi** deb ataladi va $e/L = f$ deb belgilanadi.

Mos ravishda V_{ya}/L nisbat yacheykada oqimning o'rtacha bo'lish vaqti $\bar{t}$ ni aniqlaydi.

Kiritilgan belgilanishlarni hisobga olgan holda (2.356) va (2.357) tenglamalar tizimi quyidagi ko‘rinishda qayta yoziladi:

$$\begin{aligned}
 &C_{kir} + fC_2 - (1+f)C_1 = \bar{t} \frac{dC_1}{dt} \\
 &\dots\dots\dots \\
 &(1+f)C_{j-1} + fC_{j+1} - (1+2f)C_j = \bar{t} \frac{dC_j}{dt} \\
 &\dots\dots\dots \\
 &(1+f)C_{N-1} + (1+f)C_N = \bar{t} \frac{dC_N}{dt} \\
 &t=0 \text{ da } C_1 = C_{1b}, \dots, C_j = C_{jb}, \dots, C_N = C_{Nb}
 \end{aligned}
 \tag{2.358}$$

(2.358) tenglamalar tizimi teskari oqimli yacheykali modelning matematik tavsifini ifodalaydi. $f \rightarrow 0$ da teskari oqimli yacheykali model yacheykali modelga, $f, N \rightarrow \infty$ da esa diffuziyali modelga aylanadi.

Standart g'alayonlarga teskari oqimli yacheykali modelning javoblarini ko'rib chiqamiz.

Impulsli g'alayonga modelning javobi. Bu holda $C(\theta)$ o'lchamsiz javob funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^N A_i \exp(K_i \theta) \quad (2.359)$$

bu yerda

$$K_i = \frac{N}{i=1} \left(2x^{\frac{1}{2}} \cos p_i - 1 - x \right) \quad (2.360)$$

$$A_j = -\frac{2N^{-N/2} \sin^2 p_i}{D'(p_i)} \quad (2.361)$$

$$D(p) = x^{-1/2} \sin[(N+1)p] - 2 \sin(Np) + x^{1/2} \sin[(N-1)p] \quad (2.362)$$

bu erda p_i – tenglamaning ildizlari bo‘lib, ularning soni N ga teng, qiymatlari esa $0 < p_i < \pi$ intervalda yotadi; $D'(p_i) - r = r_i$; $x = f/(1 + f)$ dagi (2.362) funksiya hosilasining qiymati.

Pog'onali g'alayonga modelning javobi. $F(\theta)$ javobning o'lchamsiz funksiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$F(\theta) = 1 - \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{K_i} \exp(K_i \theta) \quad (2.363)$$

bu erda A_i va K_i (2.360) — (2.362) tenglamalardan topiladi.

Teskari oqimli yacheykali model bilan tavsiflanadigan ob'ektlarning uzatish funksiyasi. Yacheykalar uchta bo'lgan hol uchun modelning uzatish funksiyasini olish sxemasini ko'rib chiqamiz va keyin N yacheykalar holiga natijani umumlashitiramiz. Deylik $N = 3$. Unda (2.358) tenglamalar tizimining matematik tavsifi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\begin{aligned} C_{kir} &= fC_2 - (1+f)C_1 = \bar{t} \frac{dC_1}{dt} \\ (1+f)C_1 + (1+2f)C_2 &= \bar{t} \frac{dC_2}{dt} \\ (1+f)C_2 - (1-f)C_3 &= \bar{t} \frac{dC_3}{dt} \end{aligned} \quad (2.364)$$

Kirish signali impulsli g'alayonga mosligini faraz qilib, (3.364) tenglamalar tizimining Laplas o'zgartirishini yozamiz:

$$\begin{aligned} 1 + f\tilde{C}_2 - (1+f)\tilde{C}_1 &= \bar{t}p\tilde{C}_1 \\ (1+f)\tilde{C}_1 + f\tilde{C}_3 - (1+2f)\tilde{C}_2 &= \bar{t}p\tilde{C}_2 \\ (1+f)\tilde{C}_2 - (1-f)\tilde{C}_3 &= \bar{t}p\tilde{C}_3 \end{aligned} \quad (2.365)$$

$\gamma = 1 + f$ va $q = N\bar{t}p$ belgilashlarni kiritib, quyidagilarni olamiz:

$$\begin{aligned} 1 + f\tilde{C}_2\gamma - \gamma\tilde{C}_1 &= \frac{q}{3}\tilde{C}_1 \\ \gamma\tilde{C}_1 + f\tilde{C}_3 - (\gamma+f)\tilde{C}_2 &= \frac{q}{3}\tilde{C}_2 \\ \gamma\tilde{C}_2 - \gamma\tilde{C}_3 &= \frac{q}{3}\tilde{C}_3 \end{aligned} \quad (2.366)$$

Oxirgi tenglamalar tizimini C_2 noma'lum kattalikka nisbatan yechamiz. (2.366) tizimning uchinchi tenglamasidan quyidagi kelib chiqadi:

$$\tilde{C}_2 = \tilde{C}_3 \frac{\left(\gamma + \frac{q}{3}\right)}{\gamma} \quad (2.367)$$

C_2 uchun olingan ifodalarni ikkinchi tenglamalarga qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\gamma\tilde{C}_1 + f\tilde{C}_3 - \frac{\left(\gamma + \frac{q}{3}\right)\left(\gamma + f + \frac{q}{3}\right)}{\gamma}\tilde{C}_3 = 0 \quad (2.368)$$

yoki

$$\tilde{C}_1 = \frac{\gamma^2 + 2\gamma \frac{q}{3} + f \frac{q}{3} + \left(\frac{q}{3}\right)^2}{\gamma^2} \tilde{C}_3 \quad (2.369)$$

Nihoyat, C_1 va C_3 uchun ifodalarni (2.366) tizimning birinchi tenglamasiga qo'yamiz:

$$\left(\gamma + \frac{q}{3}\right) \frac{\left(\gamma^2 + 2\gamma \frac{q}{3} + f \frac{q}{3} + \left(\frac{q}{3}\right)^2\right)}{\gamma^2} \tilde{C}_3 - \frac{f\left(\gamma + \frac{q}{3}\right)}{\gamma} \tilde{C}_3 = 1 \quad (2.370)$$

Bu yerdan $N = 3$ bo'lganda teskari oqimli yacheykali modelining uzatish funksiyasi $W(q)$ ni aniqlovchi C_3 uchun quyidagi ifodani topamiz:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_3 = W(q) &= \frac{1}{\frac{\left(\gamma + \frac{q}{3}\right)}{\gamma} \left[\frac{\gamma^2 + 2\gamma \frac{q}{3} + f \frac{q}{3} + \left(\frac{q}{3}\right)^2}{\gamma} - \gamma f \right]} = \\ &= \frac{1}{\frac{1}{27\gamma^2} q^3 + \frac{3\gamma + f}{q\gamma^2} q^2 + q + 1} \end{aligned} \quad (2.371)$$

O'xshash tarzda, yacheykalar soni N bo'lgan holda uzatish funksiyasi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$W(q) = \frac{1}{\frac{1}{\gamma^{N-1}} \sum_{y=0}^N \left(\frac{q}{N}\right)^y \sum_{x=0}^{N-y} \frac{(x+y)!(N-2-x)! \gamma^x f^{N-y-x}}{x! y! (y-2)!(N-y-x)!}} \quad (2.372)$$

(2.372) ifodaning o'ng qismidagi maxraj o'zgaruvchi q ga nisbatan $N - P_i$ darajali polinomdir, ya'ni:

$$P_0(q) = \lambda_N q^N + \lambda_{N-1} q^{N-1} + \dots + \lambda_1 q + \lambda_0 \quad (2.373)$$

bu yerda

$$\lambda_i = \frac{1}{\gamma^{N-1}} \frac{1}{N^i} \sum_{x=0}^{N-0} \frac{(x+i)!(N-2-x)! \gamma^x f^{N-i-x}}{x! i! (i-2)!(N-i-x)!} \quad (2.374)$$

Unda (2.372) uzatish funksiyasini quyidagi ko'rinishda keltirilish mumkin:

$$W(q) = \frac{1}{\lambda_N q^N + \lambda_{N-1} q^{N-1} + \dots + \lambda_1 q + \lambda_0} = \frac{1}{P_0(q)} \quad (2.375)$$

Teskari oqimli yacheykali modelning N va f parametrlarini baholash. Teskari oqimli yacheykali model bo'yicha javob funksiyasining momentlarini ko'rib chiqamiz.

(2.375) Uzatish funksiyasi yordamida momentlar qiymatlarini hisoblab chiqamiz. Birinchi tartibli boshlang'ich o'lchamsiz moment M_1^θ quyidagiga teng:

$$M_1^\theta = -W_q''|_{q=0} = \frac{P_0'(q)}{[P_0(q)]^2} = \lambda_1 = 1 \quad (2.376)$$

Ikkinchi boshlang'ich momentni topamiz:

$$M_2^\theta = W_q''|_{q=0} = \left(\frac{-P_0'}{P_0^2}\right)'_q = \frac{-P_0''P_0^2 + 2(P_0')^2P_0}{P_0^4} = 2(1 - \lambda_2) \quad (2.377)$$

bu yerda

$$\lambda_2 = \frac{1}{\lambda^{N-1}N^2} \sum_{x=0}^{N-2} \frac{(x+2)!}{x!2} \frac{(N-2-x)! \gamma^x f^{N-2-x}}{(N-2-x)!} \quad (2.378)$$

Uchinchi boshlang'ich moment quyidagiga teng:

$$\begin{aligned} M_3^\theta &= W_q'''|_{q=0} = -\left(\frac{2P_0(P_0')^2 - P_0''P_0^2}{P_0^4}\right)'_q = \\ &= \frac{(2(P_0')^2 - P_0''P_0)3P_0''P_0}{P_0^6} - \frac{(4P_0'P_0'' - P_0'''P_0 - P_0''P_0')P_0^3}{P_0^6} = 6(\lambda_3 - 2\lambda_2 + 1) \end{aligned} \quad (2.379)$$

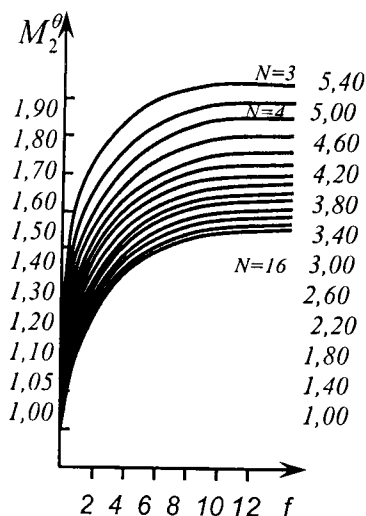
bu yerda

$$\lambda_3 = \frac{1}{\lambda^{N-1}N^3} \sum_{x=0}^{N-3} \frac{(x+3)!}{x!3!} \frac{(N-2-x)! \lambda^x f^{N-3-x}}{(N-3-x)!} \quad (2.380)$$

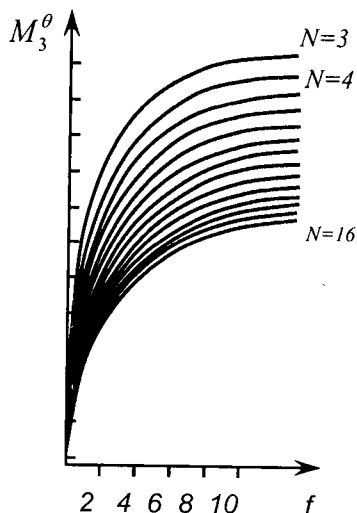
Ikkinchi va uchinchi boshlang'ich momentlar uchun (2.377) va (2.379) tenglamalar ikki izlanayotgan parametrlar - yacheykalar soni N va teskari oqim ulushi f ni o'z ichiga oladi. Bu tenglamalarni yechish N va f parametrlarni aniqlashga imkon beradi. Buning uchun tajribaviy ma'lumotlar bo'yicha M_2^θ, M_3^θ momentlar aniqlanadi, keyin noma'lum N va f larga nisbatan ikki nochiqli tenglamalar (2.377), (2.379) yechiladi. 2.24, 2.25 rasmlarda N yacheykalar soni va f teskari oqim ulushlarning ikkinchi va uchinchi boshlang'ich momentlarining bog'liqliklari ko'rsatilgan:

Agar $x = f/(1+f)$ deb qabul qilsak, unda (2.377), (2.379) tenglamalarni quyidagi ko'rinishda keltirishimiz mumkin:

$$M_2^\theta = 1 + \frac{N(1-x^2) - 2x(1-x^N)}{N^2(1-x^2)} \quad (2.381)$$



2.24-rasm. Yacheykalar soni N va teskari oqim ulushi f ga ikkinchi boshlang'ich moment M_2^θ ning bog'liqligi.



2.25-rasm. Yacheykalar soni N va teskari oqim ulushi f ga uchinchi boshlang'ich moment M_3^θ ning bog'liqligi

$$M_3^\theta = 1 + \frac{2}{N^2} + \frac{6x(1+3x^N)+3N(1-x^2)}{N^2(1-x)^2} - \frac{12x(1+x)(1-x^N)}{N^3(1-x)^3} \quad (2.382)$$

N va f parametrlarning qiymatlari (2.381) va (2.382) tenglamalarni birgalikda yechish natijasida aniqlanadi. Yacheykalar soni N , teskari oqim ulushi f va dispersiya σ_θ^2 orasidagi aloqa quyidagi ko'rinishga ega:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{(1+x)}{N(1-x)} - \frac{2x(1-x^N)}{N^2(1-x^2)} \quad (2.383)$$

Teskari oqimli yacheykali model nasadkali va seksiyalangan kolonnali apparatlardagi oqimlar strukturasi tavsiflash uchun eng ko'p qo'llanadi. 2.6-jadvalda turli xil modellarning qo'llanilish sohalari keltirilgan.

**Apparatda oqimlar strukturasi turli modellari
qo'llashning orientirlangan sohalar**

№	Modelning nomi	Qo'llash sohalar
1.	Ideal siqib chiqarish modeli	Uzunligining diametriga nisbati 20 dan katta bo'lgan quvurli apparatlar
2.	Ideal aralashtirish modeli	Qaytaruvchi devorli jadal aralashtirish usullaridagi sferik tagli silindrik apparatlar; jadal barbotaj sharoitidagi diametr va bo'yi o'lchamlari yaqin bo'lgan barbotaj apparatlari
3.	Yacheykali model	Aralashtirgichli reaktor kaskadlari; tarelkali kolonnalar; soxta suyultirilgan qatlamli apparatlar; nasadkali kolonnalar
4.	Resirkulyatsiyali model	Asosiy oqimining yo'nalishiga teskari tomonga moddani tashlovchi tarelkali, seksiyalangan nasadkali apparatlar (masalan, pulsatsiyali kolonna apparatlari)
5.	Diffuziyali model	Quvurli apparatlar; moddani o'q bo'yicha yoyuvchi nasadkali va nasadkasiz kolonna apparatlari

2.7. Kombinatsiyalangan modellar

Real oqimlar harakatlari tavsifida sanab o'tilgan gidrodinamik modellardan birortasi ham oqim xossalarini aniq tiklash imkonini bermasligi mumkin. Bunday hollarda oqimlarning ayrim qismlarini resirkulyatsiyasi va baypaslashni kiritib, turg'unlik sohalarini qo'shib, yuqorida keltirilgan oddiy modellar asosidagi murakkab **kombinatsiyalangan** modellar qo'llaniladi. Bunda jarayonning matematik tavsifi tabiiy ravishda murakkablashadi, lekin natijada modellashtirish ob'yekting xossalarini tiklashning zaruriy aniqligini olishga erishiladi.

Kombinatsiyalangan modellarni qurishda apparat turli mexanizm va aralashtirish darajasi bilan alohida sohalar qatoriga ajratiladi. Bu sohalar ketma-ket yoki parallel birlashishi mumkin, atrof fazadan nafaqat izolyatsiyalangan, balki qo'shni sohalar bilan o'zaro ta'sirlashishi ham mumkin. Odatda sohalar sifatida bu sohalaridagi oqimlar strukturalarining quyidagi modellari ega sohalar qo'llaniladi: ideal siqib chiqarish modeli, ideal aralashtirish modeli, diffuziyali model, turg'unlik sohalar. Umumiy oqim ketma-

ket–parallel oqimlar qatoriga bo‘linadi. Modelga resirkulyatsiya-
lanuvchi va baypaslanuvchi oqimlar kirishi mumkin. Kombinatsiyalangan modellardan foydalanib, ixtiyoriy murakkablikdagi oqimlarni tavsiflash mumkin. Modelning murakkablashishi undan foydalanishni qiyinlashtirishini esda tutish kerak va eng muhimi, model hodisaning fizik mohiyatini aks ettirishi kerak. Model yo tajribaviy, yo nazariy jihatdan qat’iy asoslangan bo‘lishi kerak.

Kombinatsiyalangan modellarning ayrim tashkil etuvchilarini tizimning javob funksiyasiga ta’sirini ko‘rib chiqamiz.

Turg‘unlik sohalar. Amaliyotda turg‘unlik sohalarining ikki ko‘rinishi uchraydi: asosiy oqim bilan modda (energiya) almashishi yuz bermaydigan – «o‘lik» sohalar va ular orasidagi almashish mavjud bo‘lgan sohalar. «O‘lik» turg‘unlik sohalarini indikatorli usullar bilan quyidagi bog‘liqliklardan oson aniqlanadi:

$$\bar{t}_a = \frac{\int_0^\infty t C dt}{\int_0^\infty C dt} \neq \frac{V_a}{v} \quad (2.384)$$

Apparatda o‘rtacha bo‘lish vaqtini quyidagicha tavsiflash mumkin:

$$V_a = \frac{V_p + V_{m3}}{v} = \bar{t}_l + t_{m3} \quad (2.385)$$

va

$$V_{m3} = V_a - \bar{t}_l v = v(t - \bar{t}_l) \quad (2.386)$$

bunda $\bar{t}_l$ - indikatorli usul bilan aniqlangan bo‘lishning o‘rtacha vaqti;

V_a, V_0, V_{tz} – butun apparatning hajmi, oqib o‘tuvchi va turg‘unlik sohalarining hajmi; v - oqimning hajmiy sarfi; $t = V_a/v$.

Oqib o‘tuvchi va turg‘unlik sohalarini o‘rtasidagi indikatorni almashish mavjudligida nafaqat turg‘unlik zona hajmini, balki oqib o‘tuvchi va turg‘unlik sohalar orasidagi almashishning samaradorligini aniqlash masalasi paydo bo‘ladi. Apparatda turg‘unlik sohalar mavjudligining xarakterli alomati – bu C – va F – egri chiziqlarning vaqt bo‘yicha cho‘zilganligi, ya’ni uzun «dumlar» borligi.

Apparatda turg‘un sohalar mavjud bo‘lganda impulsli g‘alayonga javob funksiyani momentlar tenglamasini keltirib chiqaramiz. Misol sifatida teskari oqimli yacheykali modelni olamiz.

Teskari oqimli yacheykali modelni uning parametrlarining chegaraviy qiymatlarida boshqa oddiyroq modellarga transformatsiya qilish yo'li bilan bu modellar uchun javob funksiyasi momentlarini topish mumkin.

Yacheykalarining oqib o'tuvchi va turg'un qismlarida teskari oqimli yacheykali model uchun trasserning massa saqlash tenglamalari tizimini yozamiz.

Birinchi yacheyka

$$a \frac{V_a dC_1}{N dt} = eC_2 - (L + e)C_1 + L'C'_1 - L'C_1$$

$$(1 + a) \frac{V_a dC'_1}{N dt} = L'C_1 - L'C'_1$$

k -yacheyka ($1 < k < N$):

$$a \frac{V_a dC_k}{N dt} = eC_{k+1} + (L + e)C_{k-1} - (L + 2e)C_k + V'C'_k - V'C_k$$

$$(1 - a) \frac{V_a dC'_k}{N dt} = V'C_k - V'C'_k \quad (2.387)$$

N -yacheyka:

$$a \frac{V_a dC_N}{N dt} = (L + e)C_{N-1} - (L + e)C_N + L'C'_N - L'C_N$$

$$(1 - a) \frac{V_a dC'_N}{N dt} = V'C_N - V'C'_N \quad (2.387)'$$

bu yerda $V_{ap} = +V_{tz}$ - apparatning to'la hajmi, oqib o'tuvchi (V_o) va turg'un (V_{tz}) sohalar yig'indisiga teng; $a = V_o/V_f$ - oqib o'tuvchi sohalar hajmining ulushi; V - yacheykadan oqib o'tuvchi va turg'un sohalar o'rtasidagi almashinish oqimi.

$\theta = \frac{t}{\tau}$, $f = \frac{e}{L}$, $b = \frac{L'}{L}$ o'lchamsiz o'zgaruvchilarni kiritib, (2.387) tizimni quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\frac{a dC_1}{N d\theta} = fC_2 - (1 + f)C_1 + b(C'_1 - C_1)$$

$$\frac{1 - a dC'_1}{N d\theta} = b(C_1 - C'_1)$$

.....

$$\frac{a dC_k}{N d\theta} = fC_{k+1} + (1 + f)C_{k-1} - (1 + 2f)C_k + b(C'_k - C_k)$$

$$\frac{1 - a dC'_k}{N d\theta} = b(C_k - C'_k)$$

.....

$$\begin{aligned} \frac{a}{N} \frac{dC_N}{d\theta} &= (1+f)C_{N-1} - (1+f)C_N + b(C'_N - C_N) \\ &\quad - \frac{1-a}{N} \frac{dC'_N}{d\theta} = b(C_N - C'_N) \end{aligned} \quad (2.388)$$

Apparatda oqimlar strukturasini impulsli usul bilan tadqiq qilishda trasserning kolonnali apparatining boshlang'ich kesimi, ya'ni birinchi yacheyka kiritiladi. Bunda trasserni nafaqat oqib o'tuvchi, balki turg'un sohaga ham kiritish mumkin. Birinchi yacheykaning oqib o'tuvchi sohasiga mos keluvchi boshlang'ich shartlari quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$t = 0 \text{ da } C_1 = C_{1b}, C'_1 = C_2 = C'_2 = \dots C_N = C'_N = 0 \quad (2.389)$$

(2.388) tenglamalar tizimini θ bo'yicha (2.389) boshlang'ich shartlarda 0 dan ∞ gacha integrallab va olingan tenglamalarni qo'shib, quyidagini topamiz:

$$M_{0N} = 1; \quad M_{0,1} = M'_{0,1} = \dots = M_{0,k} = M'_{0,k} = 1 \quad (2.390)$$

Olingan (2.388) tenglamalarni θ^i ($i = 1, 2, \dots$)ga ko'paytirib va ularni $0 < \theta < \infty$ oraliqda qaytadan integrallab, quyidagi tenglamalar tizimini olamiz:

$$\begin{aligned} k = 1 \quad i \frac{a}{N} M_{i-1,1} &= (1+f)M_{i,1} - fM_{i,2} + bM_{i,1} - bM'_{i,1} \\ i \frac{1-a}{N} M'_{i-1,1} &= bM'_{i,1} - bM_{i,1} \\ &\dots \dots \dots \\ 1 < k < N: \\ i \frac{a}{N} M_{i-1,k} &= (1+2f)M_{i,k} - fM_{i,k+1} - (1+f)M_{i,k-1} - bM'_{i,k} + bM_{i,k} \\ i \frac{1-a}{N} M'_{i-1,k} &= bM'_{i-1,k} - bM_{i,k} \\ &\dots \dots \dots \\ k = N: \\ i \frac{a}{N} M_{i-1,k} &= (1+f)M_{i,N} - (1+f)M_{i,N-1} - bM'_{i,N} + bM_{i,N} \\ i \frac{1-a}{N} M'_{i-1,N} &= bM'_{i,N} - bM_{i,N} \end{aligned} \quad (2.391)$$

k – yacheyka oqib o'tuvchi soha uchun o'lchamsiz C – egri chiziqning i – tartibli boshlang'ich momenti quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$M_{i,k} = \int_0^{\infty} \theta^i C_k d\theta \quad (2.392)$$

Mos ravishda k – yacheykaning turg'un sohasi uchun

o'Ichamsiz C – egri chiziqning i – tartibli boshlang'ich momenti quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$M'_{i,k} = \int_0^{\infty} \theta^i C_k d\theta \quad (2.393)$$

(3.391) tenglamalarni qo'shib, quyidagini hosil qilamiz:

$$M_{i,n} = \frac{i}{N} \left[a \sum_{k=1}^N M_{i-1,k} + (1-a) \sum_{k=1}^N M'_{i-1} \right] \quad (2.394)$$

k – yacheykaning oqib o'tuvchi va turg'un sohalar uchun C –egri chiziqning momentlari orasidagi aloqa quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$M'_{i,k} = M_{i,k} + \frac{i}{N} \frac{1-a}{b} M'_{i-1,k} \quad (2.395)$$

(2.391)-(2.394) tenglamalar bo'yicha javob funksiyasining turli momentlarini aniqlash mumkin. Masalan, birinchi boshlang'ich moment $M_{1,N}$ quyidagini tashkil etadi:

$$M_{1,N} = \frac{1}{N} \left[a \sum_{k=1}^N M_{1,k} + (1-a) \sum_{k=1}^N M'_{0,k} \right] \quad (2.396)$$

$b \neq 0$ da (2.396) tenglamaga (2.390) tenglamadagi $M_{0,k} = M'_{0,k} = 1$ qiymatlarini qo'yib, $M_{X < N} = 1$ olamiz. Shunday qilib, turg'un sohali va turg'un sohasiz apparatda oqim zarralarining bo'lish vaqtini taqsimlashning birinchi boshlang'ich momenti:

$$M_{1,N} = M_{1,N}^0 = 1 \quad (2.397)$$

bu yerda "0" indeks bilan turg'un sohalarsiz ($\alpha = 1$) modellarning taqsimlanish funksiyasini momentlari belgilangan.

(2.391) tenglamaga $N, N-1, N-2, \dots$, yacheykalarni boshlang'ich momentlarining qiymatlarini ketma-ket qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$M_{1,k} = M_{1,k}^0 = \frac{k-1}{N} + \frac{1-k^{N-k+1}}{N(1-x)} \quad (2.398)$$

k – yacheykani turg'un sohasi javobining egri chizig'i uchun (2.395) tenglama asosida:

$$M'_{1,k} = M_{1,k} + \frac{1-a}{Nb} \quad (2.399)$$

(2.394), (2.398) va (2.399) tenglamalar yordamida bo'lish vaqtini taqsimlash funksiyasining ikkinchi boshlang'ich momenti, ya'ni oxirgi yacheykaning oqib o'tuvchi sohasining C –egri chizig'i uchun quyidagi ifodani topamiz:

$$\begin{aligned} M_{2,N} &= \frac{2}{N} \left[a \sum_{k=1}^N M_{1,k} + (1-a) \sum_{k=1}^N M'_{1,k} \right] = \\ &= \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N M_{1,k} + \frac{2(1-a)}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1-a}{Nb} \end{aligned} \quad (2.400)$$

Shuningdek, quyidagi tenglik bajarilganligi sababli,

$$\frac{2}{N} \sum_{k=1}^N M_{1,k} = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N M_{1,k}^0 = M_{2,N}^0 \quad (2.401)$$

Unda

$$M_{2,N} = M_{2,N}^0 + \frac{2(1-a)^2}{Nb} \quad (2.402)$$

M_{XN} va M_{2N} ifodalar yordamida oxirgi yacheykaning oqib o'tuvchi sohasining C –egri chiziq dispersiyasini aniqlaymiz:

$$\sigma_N^2 = M_{2,N} - M_{1,N}^2 = \sigma_N^{2^0} + \frac{2(1-a)^2}{Nb} \quad (2.403)$$

Keyin, (2.391), (2.395) va (2.402) tenglamalardan foydalanib, quyidagilarni topamiz:

$$M'_{2,k} = M_{2,k} + \frac{2(1-a)}{Nb} M'_{1,k} = M_{2,k} + \frac{2(1-a)}{Nb} M_{1,k} + \frac{2(1-a)^2}{N^2 b^2} \quad (2.404)$$

$$M_{2,k} = M_{2,k}^0 + \frac{2(1-a)^2}{Nb} M_{1,k} \quad (2.405)$$

$$\sigma_k^2 = \sigma_k^{2^0} + \frac{2(1-a)^2}{Nb} M_{1,k} \quad (2.406)$$

$$\sigma_k^{2'} = \sigma_k^2 + \left(\frac{1-a}{Nb} \right)^2 \quad (2.407)$$

Turg'un sohali modellarning parametrlarini baholashni ko'rib chiqamiz. Yachkeykalarining oqib o'tuvchi va turg'un sohalari orasida faqat konvektiv almashinish mavjud bo'lganda, oqib o'tuvchi va turg'un sohalar orasidagi umumiy almashinish koeffitsienti K quyidagicha aniqlanadi:

$$K = \frac{NbL}{V_a} = \frac{NL'}{V_a} \quad (2.408)$$

Bu sharoitlarda K o'zida sohalar orasidagi solishtirma (tizim hajmining birligiga nisbatan) konvektiv oqimni namoyon etadi.

Umumiy holda apparatning oqib o'tuvchi va turg'un sohalar orasida konvektiv almashishdan tashqari diffuziyali almashinish ham bo'lib o'tishi mumkin. k - yacheykaning sohalar orasidagi J umumiy almashinish oqimini quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$J = \frac{V_a}{N} K(C'_k - C_k) \quad (2.409)$$

Oqib o'tuvchi va turg'un sohalarning o'zaro ta'sir tavsiflari va turg'un hamda noturg'un sohali resirkulyatsion model momentlari orasidagi aloqani o'rnatuvchi yuqorida olingan bog'liqliklar turg'un sohali boshqa modellar oqimining strukturasi uchun ham o'rinlidir. Bu bog'liqliklarda $f = 0$ (teskari oqimlar yo'qligi) ni qabul qilib, turg'un sohali yacheykali modelning javob funksiyasi momentlariga mos keluvchi ifodalarni olishimiz mumkin.

$f \rightarrow \infty$ va $N \rightarrow \infty$ da $M_{i,k}$ ifoda turg'un sohali diffuziyali model momentlarining tenglamalarida transformatsiyalanadi.

$N \rightarrow \infty$ da teskari oqimli va turg'un zonali yacheykali model turg'un sohali ideal siqib chiqarish modeliga aylanadi.

Turg'un zonali modellarning barcha uch parametri (ideal siqib chiqarish holatida ikkita parametr), ya'ni α , K va f (yoki Pe) miqdorlarini apparatdan chiqishda bo'lish vaqti taqsimlanishining ikki funksiyasi: birini oqib o'tuvchi sohada ikkinchisini apparatning barcha kesimida (o'rtacha konsentratsiyasi bo'yicha) tajribaviy aniqlash mumkin. Buni radioaktiv izotoplarni trasser sifatida qo'llab amalga oshirish mumkin.

Apparatning kesimi bo'yicha chiqishdagi trasser konsentratsiyasi ($C_{orr} = \alpha C + (1 - \alpha)C'$) ni o'rtacha taqsimlanishining birinchi ikki momentlari uchun ifodalar 2.7-jadvalda keltirilgan.

Keltirilgan ifodalardan foydalanib, turg'un sohalar bilan egallangan apparatning hajm ulushini:

$$1 - a = \frac{2(M_{1,orr} - 1)^2}{\sigma_{orr}^2 - \sigma_{Z-1}^2 + (M_{1,orr} - 1)^2} \quad (2.410)$$

hamda oqib o'tuvchi va turg'un sohalar orasidagi almashinish koeffitsienti

$$K = \frac{(1-a)^2 L}{V_a (M_{1,orr} - 1)} \quad (2.411)$$

ni topish mumkin, bu erda L – to'g'ri yo'nalishdagi oqim miqdori.

2.7 – jadval

Turg'un sohali turli modellar uchun C-egri chiziqning momentlari			
Yacheykali model	Teskari oqimli yacheykali model	Diffuziyali model	Ideal siqib chiqarish modeli
$M_1 = M_1^0 = 1$	$M_u = \frac{k}{N} + \frac{V(1-x^{N-k})}{N(1-x)} = M_1'$	$M_1 = M_1^0 = 1$	$M_1 = M_1^0 = 1$
$M_1' = 1 + \frac{(1-a)U}{kV}$	$M_{1k}' = M_{1k} + \frac{(1-a)U}{kV_a}$	$M_1' = 1 + \frac{(1-a)U^*}{Lk}$	$M_1' = 1 + \frac{(1-a)U^*}{Lk}$
$M_2 = 1 + \frac{1}{N} + \frac{2(1-a)^2 U}{kV_a}$	$M_{2k} = M_{2k}^0 + \frac{2(1-a)^2 U}{kV_a} M_{1k}$	$M_{1k}' = M_{1k} + \frac{(1-a)U}{kV_a}$	$M_2 = 1 + \frac{2(1-a)^2 U^*}{Lk}$
$M_2' = M_2 + \frac{2(1-a)U}{kV_a} + 2 \left[\frac{(1-a)U}{kV_a} \right]^2$	$M_{2k}' = M_{2k} + \frac{2(1-a)U}{kV_a} M_{1k} + 2 \left[\frac{(1-a)U}{kV_a} \right]^2$	$M_2' = M_2 + \frac{2(1-a)U^*}{Lk} M_1 + 2 \left[\frac{(1-a)U^*}{Lk} \right]^2$	$M_2' = M_2 + \frac{2(1-a)U^*}{Lk} + 2 \left[\frac{(1-a)U^*}{Lk} \right]^2$
$\sigma^2 = \frac{1}{N} + \frac{2(1-a)^2 U}{kV_a}$	$\sigma_k^2 = \sigma_k^{2*} + \frac{2(1-a)^2 U}{kV_a} M_{1k}$	$\sigma_k^2 = \sigma^{2*} + \frac{2(1-a)^2 U^*}{Lk} M_1$	$\sigma^2 = \frac{2(1-a)^2 U^*}{Lk}$
$\sigma^{2'} = \sigma^2 + \left[\frac{(1-a)U}{kV_a} \right]^2$	$\sigma_k^{2'} = \sigma_k^2 + \left[\frac{(1-a)U}{kV_a} \right]^2$	$\sigma^{2'} = \sigma^2 + \left[\frac{(1-a)U^*}{Lk} \right]^2$	$\sigma^{2'} = \sigma^2 + \left[\frac{(1-a)U^*}{Lk} \right]^2$
$(U^*$ - oqib o'tuvchi qisimdagi oqimning chiziqli tezligi; oqib o'tuvchi qisimdagi oqimning U - hajm tezligi; L - apparat uzunligi)			

Keyin bo'lish vaqtining taqsimlanish dispersiyasi $\sigma_{Z=1}^2$ bo'yicha Pe ni yoki $x = f/(f + l)$ ni aniqlash mumkin.

Berilgan apparatning qandaydir oraliq kesimining oqib o'tuvchi sohasida qayd qilingan bitta C – egri chiziq bo'yicha ham turg'un zonali modellarning parametrlarini aniqlash mumkin. Ko'rinib turibdiki, bu holda radioaktiv izotoplarni qo'llashga zarurat

sezilmaydi. Bu holda modellarning parametrlari tajribaviy C – egri chiziqning birinchi uchta momenti bo'yicha aniqlanadi. Birinchi boshlang'ich moment qiymati bo'yicha apparatning oqib o'tadigan qismidagi bo'ylama aralashtirish jadalligini tavsiflovchi parametr, ya'ni Pe yoki x topiladi. Keyin ikkinchi va uchinchi markazlashgan yoki boshlang'ich momentlarning tajribaviy qiymatlari bo'yicha α va K parametrlari aniqlanadi. α va K parametrlarni topish uchun C – egri chiziq markaziy momentlarining qiymatlaridan foydalangan holda quyidagi formulalar qo'llaniladi:

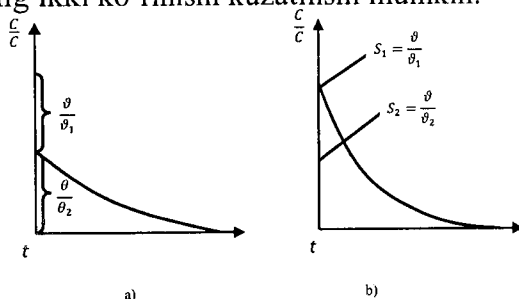
$$a = \frac{3(\sigma^2 - \sigma^{20})^2}{2[\mu_3 - \mu_3^0 - 3\sigma^{20}(\sigma^2 - \sigma^{20})]} \quad (2.412)$$

$$K = \frac{9M_1(\sigma^2 - \sigma^{20})\left(\frac{L}{V_a}\right)}{2[\mu_3 - \mu_3^0 - 3\sigma^{20}(\sigma^2 - \sigma^{20})]^2} \quad (2.413)$$

bu yerda σ^{20} va μ_3^0 - birinchi boshlang'ich moment yordamida topilgan Pe yoki x qiymatlarini noturg'un zonali modelning mos tenglamalariga qo'yib hisoblanadi.

Modellarning topilgan parametrlarini (a, K va Pe yoki x) hisoblanishini to'g'riligini tekshirish to'rtinchi moment bo'yicha bajarilishi mumkin. Buning uchun, parametrlarning topilgan qiymatlarini to'rtinchi momentning tenglamasiga qo'yib, M_4 hisoblanadi. Hisoblangan M_4 ning qiymatini tajribaviy C – egri chiziq bo'yicha bo'yicha solishtirish olingan ma'lumotlarning aniqligini baholashga imkon beradi.

Baypaslash. 2.26 a, b - rasmda ko'rsatilganidek, amaliyotda baypaslashning ikki ko'rinishi kuzatilishi mumkin:



2.26-rasm. Baypasli oqim strukturasi sxemasi: a - indikator baypasga kirmaydi; b - indikator baypasga kiradi

Deylik, javobning tajribaviy funksiyalari bo'yicha baypaslovchi oqim qismini aniqlash talab qilinsin.

Baypaslovchi oqimga indikator kirmagan holda indikatorning apparatda o'rtacha bo'lish vaqti quyidagiga teng:

$$\bar{t}_I = \frac{\int_0^\infty t C dt}{\int_0^\infty C dt} = \frac{V}{v_2} \quad (2.414)$$

yoki

$$\bar{t}_I = \frac{V}{(1-a)v} \quad (2.415)$$

bu yerda a - baypaslovchi oqimning ulushi.

Agar apparatning ishchi hajmi V ma'lum bo'lsa yoki qandaydir boshqa usul bilan aniqlansa, masalan «kesib tashlash» usuli bilan quyidagi bog'liqlikdan foydalanib, oqimning apparatda bo'lish vaqtini qisoblash mumkin:

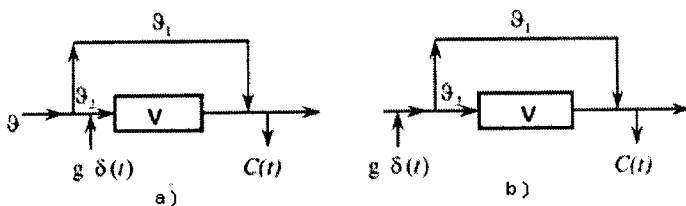
$$\bar{t} = \frac{V}{v} \quad (2.416)$$

(2.415), (2.416) bog'liqliklardan quyidagilarni olamiz:

$$\begin{aligned} \bar{t} / \bar{t}_I &= 1 - a \\ a &= 1 - \bar{t} / \bar{t}_I \end{aligned} \quad (2.417)$$

$\bar{t}$ va $\bar{t}_I$ kattaliklar tajribaviy aniqlanadi va (2.417) bog'liqlik yordamida baypaslovchi oqimning ulushi a hisoblanadi.

Indikatorni baypaslovchi oqimga kirish holatini baypaslangan to'la aralashtirish apparati misolida ko'rib chiqamiz. Yuvi ketish usuli bilan tadqiqot olib borilgan holda tizimning javob funksiyasi 27,a-rasmda ko'rsatilgan ko'rinishga ega:



2.27-rasm. Baypaslovchi oqimni aniqlash: a - yuvib ketish usuli bilan; b - indikatorni impulsli kiritish usuli bilan

Apparat orqali o'tayotgan oqim va baypaslovchi oqimning

miqdori 2.27, a - rasmda ko'rsatilgan grafikdan oson aniqlanadi. Amaliyotda egri chiziqlarning boshlang'ich sohalari yuvilib ketgan bo'lishi mumkin va shuning uchun baypaslovchi oqimni javobning barcha egri chizig'i bo'yicha aniqlash yaxshiroqdir.

Baypaslovchi oqim bilan aralashishguncha aralashtirgichdan chiqayotgan oqimdagi indikatorning konsentratsiyasi quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$C' = C_b e^{-\frac{v_2}{v} \bar{t}} \quad (2.418)$$

Apparatdan oqimning chiqishida indikatorning balans tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$vC = v_2 C' + v_1 C'' \quad (2.419)$$

bu erda C'' - baypaslovchi oqimdagi indikatorning konsentratsiyasi, $t > 0$ da nolga teng (chunki yuvib ketish usuli qo'llanadi). Unda:

$$C' = \frac{v}{v_2} C \quad (2.420)$$

(2.418) tenglamaga C qiymatni qo'yib va $\bar{t}$ ni $\theta V/v$ ga almashtirib, quyidagini olamiz:

$$\frac{C}{C_b} = \frac{v_2}{v} e^{-\frac{v_2}{v} \theta} \quad (2.421)$$

(2.421) bog'liqlikdan, $\ln \frac{C}{C_N} \leftrightarrow \theta$ yarim logarifmik koordinatalarda qurilgan $\frac{v_2}{v}$ ni qiyalik burchagining tangensi sifatida aniqlaymiz.

Impulsli g'alayonda (2.27,b-rasm) indikatorning v_1/v ga teng bir qismi apparatga kirmasdan oqimning chiqishiga tushadi. Yuqoridagiga o'xshash tarzda egri chiziqning quyidagi tenglamasini topamiz:

$$\frac{C}{C'_0} = \frac{v_2}{v} e^{-\frac{v_2}{v} \theta} \quad (2.422)$$

bu yerda $C'_0 - t = 0$ da apparatga indikatorning faqatgina $\frac{v_2}{v}$ qismi kiradi deb taxmin qilishdan aniqlanadigan indikatorning haqiqiy konsentratsiyasi. Bu kattalik noma'lumdir. Balans shartidan:

$$C'_0 = \frac{v_2}{v} C_0 \quad (2.423)$$

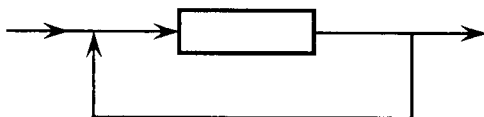
bunda C_0 - indikatorning konsentratsiyasi butun indikator aralashtirgichga kirdi deb faraz qilinganda hisoblangan.

Demak, egri chiziqning tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{C}{C_0} = \left(\frac{v_2}{v}\right)^2 e^{-\frac{v_2}{v}\theta} \quad (2.424)$$

(2.424) tenglama bo'yicha $\frac{v_2}{v}$ ni aniqlashimiz mumkin

Resikl. Apparatning kirishiga chiqishidagi oqimning qayta ta'siri (resirkulyatsiya qodisasini) ni ko'rib chiqamiz (2.28-rasm).



2.28-rasm. Resirkulyatsiyali apparatdagi oqimlarning strukturasi

Berilgan tizimdagi uzatish funksiyasi uchun ifodani topamiz. C tugun uchun material balans tenglamasi quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$vC_{kir} + v_k C = (v + v_k)C' \quad (2.425)$$

Bu tenglamaga Laplas o'zgartirishini qo'llasak:

$$v + v_k \tilde{C} = (v + v_k)\tilde{C}' \quad (2.426)$$

bu yerda $\tilde{C}$ va $\tilde{C}'$ – Laplas almashtirishi bo'yicha o'zgartirilgan konsentratsiyalar. Resirkulyatsiya oqimi v_k ni asosiy v ga nisbatini R bilan belgilaymiz. Unda, oxirgi tenglamani vC ga bo'lib, quyidagi tenglamani olamiz:

$$\frac{1}{\tilde{C}} + R = (1 + R) \frac{\tilde{C}^4}{\tilde{C}} \quad (2.427)$$

$\tilde{C}/\tilde{C}'$ nisbat resikl hisobga olinmagan apparatning uzatish funksiyasi $W(p)$ ni ifodalaydi. Resikl hisobga olinmagan uzatish funksiyasi $W(p)$ ideal aralashtirish modeliga mos keladi deb faraz qilamiz, ya'ni

$$W(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}p} \quad (3.428)$$

bu yerda t – resikl hisobga olinmagan o'rtacha bo'lish vaqti.

Endi (2.427) tenglama quyidagi shaklda qayta yozilishi mumkin:

$$\frac{1}{\bar{C}} + R = (1 + R)(1 + \bar{t}p) \quad (2.429)$$

yoki

$$\bar{C} = \frac{1}{1 + (1 + R)\bar{t}p} \quad (2.430)$$

Kirishdagi impulsli g'alayon uchun resikli apparatning $W_p(p)$ uzatish funksiyasi $\bar{C}$ ga teng. Demak,

$$W_p(p) = \frac{1}{1 + (1 + R)\bar{t}p} \quad (2.430)$$

(2.431) uzatish funksiyasidan foydalanib, resikli apparatning javob funksiyasining o'rtacha bo'lish vaqti $\bar{t}$ va dispersiyasi σ^2 ni topamiz. Me'yorlangan C — egri chiziqning birinchi boshlang'ich momenti quyidagiga teng:

$$M_1^t = \bar{t}_p = -W_p'(p=0) \quad (2.432)$$

(2.431) ifodani differensiallashdan keyin quyidagini olamiz:

$$\bar{t}_p = M_1^t = (1 + R)\bar{t} \quad (2.433)$$

Shunday qilib, resikli apparatda o'rtacha bo'lish vaqti resikli bo'lmagandagi o'rtacha bo'lish vaqtiga nisbata $1 + R$ marta katta.

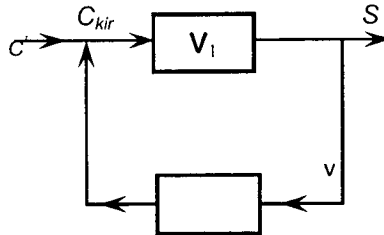
M_2^t ikkinchi boshlang'ich momentni (2.431) uzatish funksiyasi orqali ifodalaymiz:

$$M_2^t = W_p''(p=0) = 2(1 + R)\bar{t}(1 + R)\bar{t} = 2[(1 + R)\bar{t}]^2 \quad (2.434)$$

Bu yerdan dispersiyani topamiz:

$$\sigma_{\bar{t}}^2 = \mu_2^t / \bar{t}_p - 1 = 1 \quad (2.435)$$

Endi apparatning chiqishidan resirkulyatsion oqim kirishga ma'lum V_2 hajm orqali qaytadigan hodisani ko'rib chiqamiz (2.29-rasm).



2.29-rasm. Resirkulyatsiya oqimli apparatdagi hajm orqali o'tuvchi oqimlarning sxemasi

C tugun uchun moddiy balans tenglamasini yozamiz:

$$v_R C_2 + v C_{kir} = (v + v_R) C' \quad (2.436)$$

Kirishdagi C konsentratsiyasi impulsli g'alayonga mosligini inobatga olib, Laplas o'zgartirishini (2.436) ga qo'llaymiz. Natijada:

$$v_R \tilde{C}_2 + v = (v + v_R) \tilde{C}' \quad (2.437)$$

Bu tenglamani $\tilde{C}$ ga bo'lib, quyidagini olamiz:

$$\frac{1}{\tilde{C}} + R \frac{\tilde{C}_2}{\tilde{C}} = (1 + R) \frac{\tilde{C}'}{\tilde{C}} \quad (2.438)$$

bu yerda

$$R = \frac{v_R}{v} \quad (2.439)$$

Konsentratsiyalarning Laplas bo'yicha o'zgartirilgan nisbati $\tilde{C}_2/\tilde{C}$ o'zida V_2 hajmning uzatish funksiyasini, C/C' nisbat esa V_x hajmning uzatish funksiyasi $W_x(p)$ ni ifodalaydi. Shunday qilib,

$$\frac{1}{\tilde{C}} + R W_2(p) = \frac{(1 + R)}{W_1(p)} \quad (2.440)$$

Oxirgi tenglamani C ga nisbatan yechib, quyidagini topamiz:

$$\tilde{C} = \frac{W_1}{1 - R W_1 W_2 + R} \quad (2.441)$$

V_x va V_2 hajmlarda moddaning to'la aralashishi bo'lib o'tadigan hodisani qarab chiqamiz. Unda

$$W_1(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}_1 p} \quad (2.242)$$

$$W_2(p) = \frac{1}{1 + \bar{t}_2 p} \quad (2.443)$$

Bu yerda t_1, t_2 – mos ravishda V_x va V_2 hajmlarda o'rtacha bo'lish vaqti. (2.442), (2.443) ifodalarni (2.441) tenglamaga qo'yamiz:

$$\tilde{C} = \frac{1}{(1 + R)(1 + \bar{t}_1 p) - \frac{R}{(1 + \bar{t}_2 p)}} \quad (2.444)$$

Shunday qilib, agar kirishdagi signal impulsli g'alayonga mos bo'lsa, unda ko'rilayotgan resiklik tizimning uzatish funksiyasi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$W_2(p) = \tilde{C}(p) = \frac{1}{(1+R)(1+\bar{t}_p) - \frac{R}{(1+\bar{t}_2 p)}} \quad (2.445)$$

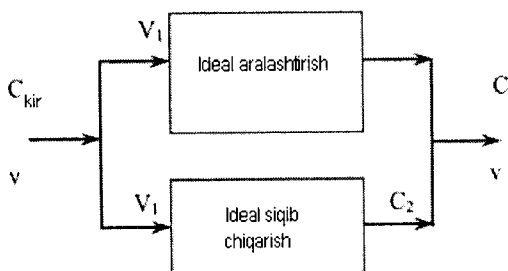
Resiklik tizimning javob funksiyasini o'rtacha bo'lish vaqti t va dispersiya σ_θ^2 ni baholaymiz. Javob funksiyaning birinchi boshlang'ich momenti quyidagiga teng:

$$M_1^t = \bar{t}_p = -W_p(p=0) = (1-R)\bar{t}_1 - (1-R)\bar{t}_2 \quad (2.446)$$

$W''(r=0)$ uzatish funksiyasining ikkinchi tartibli hosilasi bilan aniqlanadigan, javob funksiyaning σ_θ^2 dispersiyasi esa quyidagiga teng:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{2(1+R)(\bar{t}_2 + \bar{t}_1)[\bar{t}_1 + R(\bar{t}_2 + \bar{t}_1)]}{[(1+R)\bar{t}_1 - (1-R)\bar{t}_2]^2} - 1 \quad (2.447)$$

Parallel ulangan sohalardan tuzilgan kombinatsiyalangan modellar. Misol sifatida ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish sohalarining parallel ulanishini ko'rib chiqamiz (2.30-rasm).



2.30-rasm. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish sohalarining parallel ulanishi

z nuqtadagi material balansning shartidan quyidagini olamiz:

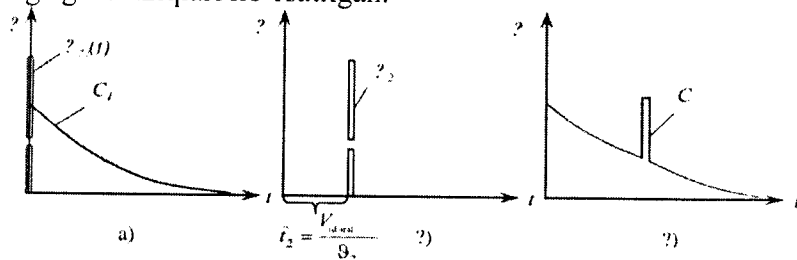
$$v_1 C_1 + v_2 C_2 = v C \quad (2.448)$$

Shuning uchun chiqishdagi konsentratsiya:

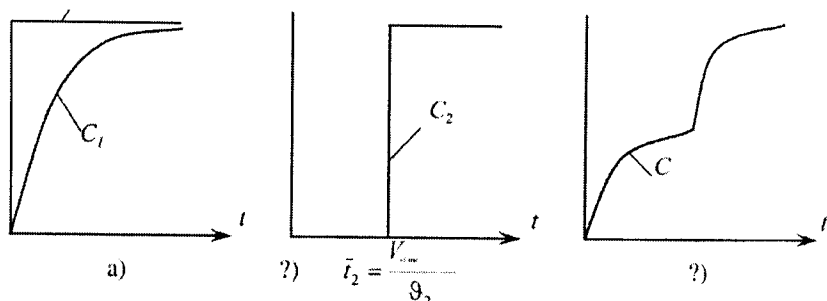
$$C = \frac{v_1}{v} C_1 + \frac{v_2}{v} C_2 \quad (2.449)$$

Impulsli va pog'onali g'alayonlarga tizimning javobini aniqlaymiz. (2.449) tenglamadan javob v_1/v va v_2/v

koeffitsientli ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish modellari javoblarining yig'indisidan tashkil topishi kelib chiqadi. 2.31 va 2.32 rasmlarda ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish sohalarining parallel ulanishidan tuzilgan tizimning standart g'alayonlarga javobining egri chiziqlari ko'rsatilgan.



2.31-rasm. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish sohalarining parallel ulanishidan tuzilgan tizimning impulsli g'alayonga javobi: *a* - ideal aralashtirish sohasining javobi; *b* - ideal siqib chiqarish sohasining javobi; *v* - tizimning javobi.



2.32-rasm. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish sohalarining parallel ulanishidan tuzilgan tizimning pog'onali g'alayonga javobi: *a* - ideal aralashtirish sohasining javobi; *b* - ideal siqib chiqarish sohasining javobi; *v* - tizimning javobi.

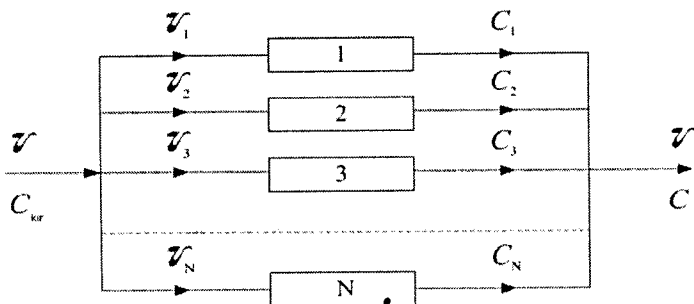
Parallel ulangan sohalaridan tuzilgan tizimning uzatish funksiyasini topamiz. Ko'rilayotgan tizim o'zaro parallel ulangan N sohalaridan tuzilgan deylik (2.33-rasm).

z tugun uchun material balans tenglamasini yozamiz:

$$v_1 C_1 + v_2 C_2 + \dots + v_N C_N = v C \quad (2.450)$$

bu yerda $k_i = v_i/v$ ni belgilab, quyidagini olamiz:

$$\sum_{i=1}^N k_i C_i = C \quad (2.451)$$



2.33-rasm. Parallel ulangan sohalardan tuzilgan tizimdagi oqimlarning strukturasi

(2.451) tenglamaga nisbatan Laplas o'zgartirishini qo'llab, olingan tenglamani Laplas bo'yicha o'zgartirilgan C kirish konsentratsiyaga bo'lib, quyidagini olamiz:

$$\sum_{i=1}^N k_i \frac{\tilde{C}_i}{\tilde{C}_{kir}} = \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_{kir}} \quad (2.452)$$

(2.452) tenglamaning chap qismidagi $\tilde{C}_i/\tilde{C}_{kir}$ nisbatlar mos ravishda sohalarning uzatish funksiyalari $W(p)$ ni, $\tilde{C}/\tilde{C}_{kir}$ nisbat esa butun tizimning uzatish funksiyasi, ya'ni $W_t(p)$ ni ifodalaydi. Unda tizimning uzatish funksiyasi bilan alohida sohalarning uzatish funksiyalari orasida quyidagi bog'liqlik topiladi:

$$W_m(p) = \sum_{i=1}^N k_i W_i(p) \quad (2.453)$$

Parallel ulangan sohalardan tuzilgan tizimda o'rtacha bo'lish vaqtini topamiz. Tizimning uzatish funksiyasining ifodasidan foydalanib:

$$M_1^t = -W'_m(p=0) = -\sum_{i=1}^N k_i W'_i(p=0) = -\sum_{i=1}^N k_i M_{1,i}^t \quad (2.454)$$

bu yerda $M_{1,i}^t$ tizimning alohida sohalarining birinchi boshlang'ich momentlari.

$M_{1,i}^t = \bar{t}_i$ ($\bar{t}_i - i$ – sohada o‘rtacha bo‘lish vaqti) va $M_1^t = \bar{t}_c$ bo‘lganligi uchun:

$$\bar{t}_{orr} = \sum_{i=1}^N k_i \bar{t}_i \quad (2.455)$$

Parallel ulangan sohalardan tuzilgan tizimning javob funksiyasi dispersiyasini aniqlaymiz. Avval javob funksiyasining ikkinchi boshlang‘ich momentini topamiz:

$$M_2^t = W_m''(p=0) = \sum_{i=1}^N k_i W_i''(p=0) = \sum_{i=1}^N k_i M_{2i}^t, m \quad (2.456)$$

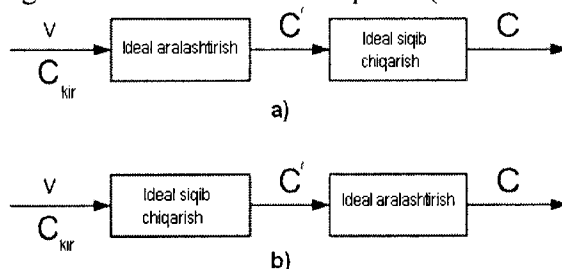
bu yerda M_{2i}^t - alohida sohalar javob funksiyalarining ikkinchi boshlang‘ich momentlari.

Ikkinchi boshlang‘ich moment va o‘lchamsiz dispersiya σ_θ^2 ning bog‘lanishidan foydalanib, quyidagi tenglama bilan ifodalanadigan (2,458) ni olamiz:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{M_2^t}{\bar{t}_c^2} - 1 \quad (2.457)$$

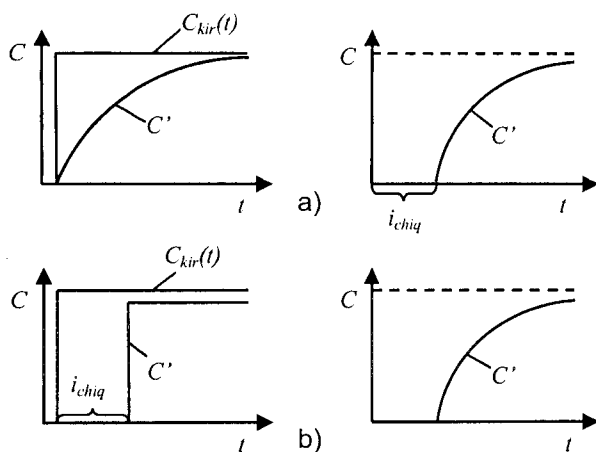
$$\sigma_\theta^2 = \frac{\sum_{i=1}^N k_i M_{2i}^t}{(\sum_{i=1}^N k_i \bar{t}_i)^2} - 1 \quad (2.458)$$

Ketma-ket ulangan sohalardan tuzilib, kombinatsiyalangan modellar. Avval ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish ketma-ket ulangan sohalardan tuzilgan kombinatsiyalangan modellarni ko‘rib chiqamiz (2.34-rasm).



2.34-rasm. Ideal aralashtirish va ideal siqib chiqarish sohalarining ketma-ket ulanishi

Bunday kombinatsiyalangan tizimda sohalar ulanishining ikki variantini ajratish mumkin: avval aralashtirish, keyin esa siqib chiqarish sohasi joylashgan (2.34, *a* -rasm) va aksincha (2.34, *b*-rasm). Sohalarining ulanish tartibi tizimning standart g'alayonlarga bo'lgan javobiga qanday ta'sir qiladi? Bu masalani pog'onali g'alayon misolida ko'rib chiqamiz. 2.34 *a*, *b* - rasmda keltirilgan sxemalar uchun pog'onali g'alayon holdagi sohalarining javob funksiyalari 2.35, *a*, *b*-rasmdagilarga mos keladi. Bu rasmdan ko'rinib turibdiki, sohalarining ulanish tartibi turlicha bo'lishiga qaramay berilgan hol uchun tizimning javobi bir xil, shuning uchun sohalarining ulanish tartibi ahamiyatga ega emas.



2.35-rasm. 2.34, *a*, *b* -rasmda ko'rsatilgan sxemalarga berilgan pog'onali g'alayonga tizimning javob funksiyasi

Chiqarilgan xulosa barcha hollar uchun o'rinlimi? Bu savolga javob berish uchun, quyidagi misolni ko'rib chiqamiz. Deylik, berilgan tizimda $A \xrightarrow{k} B$ reaksiya chiziqli kinetika (*A* moddaning konsentratsiyasini *C* orqali belgilaymiz) bilan oqib o'tsin. Bunday reaksiyaning tezligi quyidagi tarzda aniqlanadi:

$$\frac{dC}{dt} = -kC \quad (2.459)$$

2.35 *a*, *b* - rasmda ko'rsatilgan sxemalar uchun chiqishdagi konsentratsiyalarni solishtiramiz. 2.34, *a*-rasmdagi sxemani ko'rib chiqamiz. Ideal aralashtirish sohasi uchun quyidagi ifodaga egamiz:

$$v(C' - C_{kir}) = V_{CM} \frac{dC'}{dt} \quad (2.460)$$

bu yerda V_{aral} - ideal aralashtirish sohasining hajmi. Bu yerdan:

$$v(C_{kir} - C') = V_{aral} k C' \quad (2.461)$$

Demak, ideal aralashtirish sohasidan chiqishdagi konsentratsiya:

$$C' = \frac{C_{kir}}{1 + k\bar{t}_{CM}} \quad (2.462)$$

bu yerda $\bar{t}_{aral} = V_{aral}/v$ - ideal aralashtirish zonasida o'rtacha bo'lish vaqti.

Ideal siqib chiqarish sohasidagi konsentratsiyaning o'zgarishi quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$u \frac{dC}{dx} = -kC \quad (2.463)$$

bu yerda $u = v/s$ - oqimning harakat tezligi; x - siqib chiqarish sohasining ko'ndalang kesim yuzasi.

(2.463) tenglamani konsentratsiya bo'yicha C' dan C gacha va x koordinata bo'yicha (l - siqib chiqarish zonasining uzunligi) 0 dan l gacha oraliqlarda integrallab, quyidagini olamiz:

$$C = C' e^{-k\bar{t}_{c.chiq}} \quad (2.464)$$

Ideal siqib chiqarish sohasiga kirishdagi konsentratsiya C' (2.462) ifoda bilan aniqlanadi. Demak, aralashtirish va siqib chiqarish sohalarini ketma-ket ulash sxema (2.34, a-rasm) ning chiqishdagi konsentratsiya C quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$C = \frac{C_{kir} e^{-k\bar{t}_{c.chiq}}}{1 + k\bar{t}_{aral}} \quad (2.465)$$

2.34, b-rasmdagi sxemani ko'rib chiqamiz. Bu yerda siqib chiqarish zonasidagi konsentratsiya C' quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$u \frac{dC'}{dx} = -kC' \quad (2.466)$$

yoki

$$C' = C_{kir} e^{-k\bar{t}_{c.chiq}} \quad (2.467)$$

Aralashtirish zonasidagi konsentratsiyaning o'zgarishi quyidagiga teng:

$$v(C' - C) = V_{aral} k C \quad (2.468)$$

(2.467) ifodani oxirgi tenglamaga qo'yib, siqib chiqarish va aralashtirish sohalarining ketma-ket ulanish sxemasi (b) dan chiqishdagi konsentratsiya C ni hosil qilamiz.

$$C = \frac{C_{kir} e^{-k\bar{t}_{c.chiq}}}{1 + k\bar{t}_{aral}} \quad (2.469)$$

Shunday qilib, jarayon oqib o'tishining chiziqli kinetikasi uchun 2.34, a , b -rasmlarda ko'rsatilgan sxemalardagi tizimning chiqishdagi konsentratsiya bir xil va shuningdek, aralashtirish va siqib chiqarish sohalarining ulanish tartibi jarayonning oqib o'tishiga ta'sir qilmaydi.

Tizimdagi jarayon nochiziqli kinetika: $A + A \xrightarrow{k} B$ bilan oqib o'tadigan hollarda aralashtirish va siqib chiqarish sohalarining ulanish tartibini jarayonga ta'sirini ko'rib chiqamiz. Bunday kimyoviy o'zgarishning oqib o'tish tezligi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$\frac{dC}{dt} = -kC^2 \quad (2.470)$$

2.34, a -rasmda ko'rsatilgan ulanish sxemasi bo'yicha chiqishdagi moddaning konsentratsiyasini topamiz. Ideal aralashtirish sohasi uchun quyidagi ifodaga ega bo'lamiz:

$$v(C_{c.chiq} - C') = V_{aral}k(C')^2 \quad (2.471)$$

Bu yerdan

$$C' = \frac{\sqrt{1 + 4\bar{t}_{aral}kC_{kir}}}{2\bar{t}_{aral}k} \quad (2.472)$$

Ideal siqib chiqarish sohasidagi konsentratsiyaning o'zgarishi quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$u \frac{dC}{dx} = -kC^2 \quad (2.473)$$

(2.473) tenglamani integrallash quyidagi natijani beradi:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + k\bar{t}_{c.chiq} \quad (2.474)$$

(2.472) ifodani (2.474) ga qo'yib, tizimdan chiqishdagi konsentratsiyani topamiz:

$$C = \frac{2\bar{t}_{aral}k}{\sqrt{1 + 4\bar{t}_{aral}C_{kir}} + 2k^2\bar{t}_{c.chiq}\bar{t}_{c.aral} - 1} \quad (2.475)$$

2.34, b -rasmda ko'rsatilgan sxema uchun ideal siqib chiqarish

zonasidan chiqishda moddaning konsentratsiyasi:

$$u \frac{dC}{dx} = -kC^2 \quad (2.476)$$

yoki integrallashdan keyin:

$$C' = \frac{C_{kir}}{1 + k\bar{t}_{chiq}C_{kir}} \quad (2.477)$$

Ideal aralashtirish zonasidagi konsentratsiya quyidagi tenglama bilan aniqlanadi:

$$v(C' - C) = V_{aral}kC^2 \quad (2.478)$$

Bu yerdan (2.477) ni ifodaga qo'ygandan keyin quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$C = \frac{\sqrt{1 + \frac{4\bar{t}_{aral}kC_{kir}}{(1 + k\bar{t}_{c.chiq}C_{kir})}} - 1}{2\bar{t}_{aral}k} \quad (2.479)$$

2.34, *a*, *b*-rasmlarda ko'rsatilgan sxemalarning chiqishidagi konsentratsiyalar uchun (2.475), (2.479) ifodalar turli qiymatlarni berishiga ishonch hosil qilish qiyin emas. Shunday qilib, noxiziqli holda aralashtirish va siqib chiqarish sohalarining ulanish tartibi jarayonning oqib o'tishiga ta'sir ko'rsatadi.

Ketma-ket ulangan sohalardan tuzilgan tizimning uzatish funksiyani ko'rib chiqamiz. Deylik, o'zaro ketma-ket ulangan tizim *N* sohalarni o'z ichiga oladi. Bunda ta'rifga muvofiq uzatish funksiya W_t ni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$W_t(p) = \frac{\tilde{C}_N}{\tilde{C}_{kir}} \quad (2.480)$$

bu yerda $\tilde{C}_N, \tilde{C}_{kir}$ - mos ravishda Laplas bo'yicha o'zgartirilgan chiqish va kirish konsentratsiyalari.

Oxirgi tenglamaning o'ng qismini $\tilde{C}_{N-1}$ ga ko'paytirib va bo'lib, quyidagini olamiz:

$$W_t(p) = \frac{\tilde{C}_N}{\tilde{C}_{N-1}} \frac{\tilde{C}_{N-1}}{\tilde{C}_{kir}} \quad (2.481)$$

O'xshash tarzda, (2.481) tenglamaning o'ng qismini $\tilde{C}_{N-2}, \tilde{C}_{N-3} \dots \tilde{C}_1$ ga ko'paytirib va bo'lib, quyidagi tenglamaga kelimiz:

$$W_t(p) = \frac{\tilde{C}_N}{\tilde{C}_{N-1}} \frac{\tilde{C}_{N-1}}{\tilde{C}_{N-2}} \dots \frac{\tilde{C}_1}{\tilde{C}_{kir}} \quad (2.482)$$

$\tilde{C}_j/\tilde{C}_{j-1}$ ($j = 1, 2 \dots N$) ko'paytuvchilar alohida sohalarining uzatish funksiyalarini ifodalaydi. Unda (2.482) tenglamani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$W_t(p) = W_N(p)W_{N-1}(p) \dots W_1(p) = \prod_{j=1}^N W_j(p) \quad (2.483)$$

Demak, (2.483) olingan bog'liqlikka muvofiq, ketma-ket ulangan sohalarida tizimning uzatish funksiyasi $W_c(p)$ aloqida sohalarining uzatish funksiyalarining $W_j(p)$ ko'paytmasiga tengdir.

Ketma-ket ulangan sohalaridan tuzilgan tizimda bo'lishning o'rtacha vaqtini $\bar{t}_{orr}$ aniqlaymiz. Buning uchun tizimning uzatish funksiyasidan $W_j(p)$ foydalanamiz ((2.483) tenglamaga qarang). Deylik, $N = 2$. Bu holda

$$W_c(p) = W_1(p)W_2(p) \quad (2.484)$$

va tizimning birinchi boshlang'ich momenti M_x tengdir

$$M_1 = -W'_c(p=0) = -W'_1W_2 - W_1W'_2 \quad (2.485)$$

negaki $p = 0$ da $W_1 = W_2 = 1$ va $W'_1 = -M_{11}$, $W'_2 = -M_{12}$ (bu yerda M_{11} va M_{12} – mos ravishda birinchi va ikkinchi sohalarining birinchi boshlang'ich momentlari), unda

$$M_1 = M_{11} + M_{12} \quad (2.486)$$

O'xshash $N = 3, 4, \dots$, hollarni ko'rib, tizimda bo'lish o'rtacha vaqti uchun quyidagi formulani olamiz:

$$\bar{t}_c = \sum_{i=1}^N \bar{t}_i \quad (2.487)$$

Endi ketma-ket ulangan sohalaridan tuzilgan tizimning javob funksiyasining dispersiyasini topamiz. Oldingiga o'xshash (2.483) tizimning uzatish funksiyasidan foydalanamiz. $N = 2$ holni ko'rib chiqamiz. Unda ikkinchi boshlang'ich moment tengdir

$$M_2 = W''_c(p=0) = W''_1W_2 + 2W'_1W'_2 + W_1W''_2 \quad (2.488)$$

Negaki

$$W_i(p=0) = 1, a \quad W'_i(p=0) = -M_{1,i}$$

unda

$$M_2 = M_{21} + 2M_{11}M_{12} + M_{22} \quad (2.489)$$

Bu yerdan tizimning javob funksiyasining dispersiyasini

topamiz:

$$\sigma_t^2 = M_2 \bar{t}_c^2 (M_{21} - \bar{t}_1^2) + (M_{22} - \bar{t}_2^2) = \sigma_{t1}^2 + \sigma_{t2}^2 \quad (2490)$$

bunda σ_{t1}^2 , σ_{t2}^2 - tuzilgan sohalarning javob funksiyasining dispersiyalari.

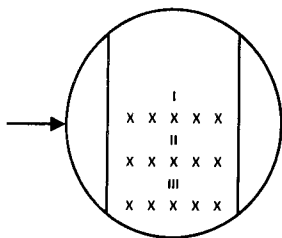
$N = 3, 4, \dots$, o'xshash hollarni ko'rib chiqib, N sohalardan tizimning javob funksiyasining dispersiyasi uchun quyidagi bog'liqlikni olamiz:

$$\sigma_t^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_{ti}^2 \quad (2.491)$$

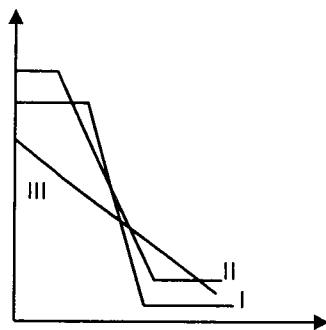
muvofig o'lchamsiz dispersiya quyidagiga teng:

$$\sigma_\theta^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{ti}^2}{(\sum_{i=1}^N \bar{t}_i)^2} \quad (2.492)$$

Misol. Modda almashish barbotajli tarelkalarda suyuqlikning oqim strukturasi tadqiq qildik. Avval turg'unlashgan holat usulidan foydalandik: indikatorni tarelkadan suyuqlikning oqim chiqishida kesim bo'yicha berdik va tarelka uzunligi bo'yicha turli nuqtalarda indikator konsentratsiyasining taqsimlanishini aniqladik. 2.36-rasmda konsentratsiyalarni o'lchash nuqtalarining joylashishi ko'rsatilgan.



2.36-rasm. Tarelka uzunligi bo'yicha indikator konsentratsiyalarini o'lchash nuqtalarining joylashishi



2.37-rasm. Tarelka yuzasidagi indikator konsentratsiyalarining o'zgarishi

Dastlabki tajribalar shuni ko'rsatdiki markazlashgan o'qqa nisbatan oqim strukturasi simmetrikdir, shuning uchun tarelkaning bir yarmida tahlilni o'tkazdik. 2.37-rasmda tarelkada indikator

konsentratsiyasining tipik taqsimlanishi ko'rsatilgan, qaysinda yarim logarifmik koordinatalarda turli kesimlar uchun masofalardan konsentratsiyaning bog'liqligi ko'rsatilgan.

Rasmni ko'rib quyidagi xulosalarni chiqarishimiz mumkin. Aralashtirish darajasi apparatning uzunligi va kesimi bo'yicha o'zgaradi. Qabul qiluvchi va quyuvchi to'siqlar oldida joylashgan sohalarida suyuqlikning to'la aralashtirish kuzatilmoqda – tarelka uzunligi bo'yicha konsentratsiya o'zgarmaydi. Markaziy zonada indikator konsentratsiyasining bog'liqligi masofadan yarim logarifmik koordinatalarda to'g'ri chiziq bilan ifodalanadi. Bu holda oqim strukturasi diffuziyali model bilan tavsiflanishi mumkin va Pe qiymati bu to'g'ri chiziqning qiyalik burchagining tangensi bilan aniqlanadi ((2.30) tenglama). Pekle mezonining kattaligi (qiyalik burchagining tangensi) apparatning kesimi bo'yicha o'zgaradi. Shunday qilib, kombinatsiyalangan model ideal aralashtirish sohalarini va diffuziyali model tenglamasi bilan tavsiflanadigan sohalarini o'z ichiga olishi kerak. 2.37-rasmda keltirilgan grafiklardan sohalarining o'lchamlari va Pe kattaligi turli sohalar uchun aniqlanishi mumkin. Keyin impulsli usul bilan tadqiqotlar o'tkazildi (indikatorni oqim kirishida bir onda kiritildi va apparatdan oqimning chiqishidagi C -egri chiziqlar aniqlandi, bunda chiquvchi oqimda o'rtacha konsentratsiyani o'lchadik) va otsechka usuli bilan tarelkada suyuqlikning miqdorini topdik. Tarelkadagi suyuqlikning miqdori bo'yicha bo'lishning o'rtacha vaqtini $\bar{t} = V/v$ aniqladik. Eksperimental C – egri chiziqlar bo'yicha bo'lishning o'rtacha vaqtini ham aniqladik

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\infty} t C dt}{\int_0^{\infty} C dt}$$

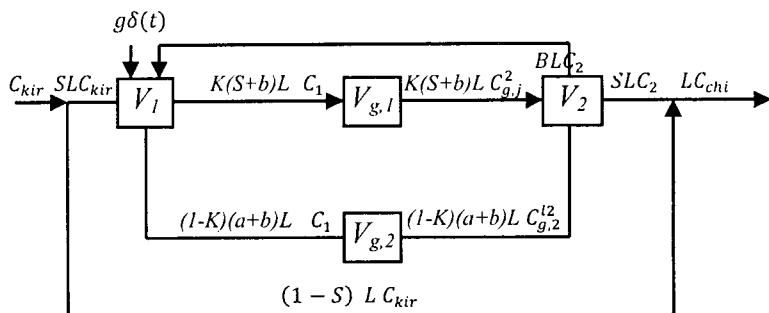
$\bar{t} = \bar{t}_l$ ekanligini aniqladik. Vizual kuzatishlar bilan shu narsa aniqlandiki, tarelka tagi bo'yicha va devorlarga yaqin oqimning bir qismi aeratsiyalanmagan suyuqlik ko'rinishida harakatlanadi, ya'ni bir qism suyuqlikning baypaslanishi kuzatildi. Impulsli usul bilan va otsechka usuli bilan olingan tadqiqotlar natijalaridan foydalanish baypaslanuvchi α oqimning ulushini baholash imkonini beradi.

Vizual kuzatishlar bilan shu narsa aniqlandiki oqimning bir qismi quyish to'siqdan kirish to'siqqacha qaytadi, ya'ni resirkulyatsiya mavjuddir. Resirkulyatsiya asosan apparatning

devorlariga yaqin joyda kuzatiladi.

Shunday qilib, tarelka bo'yicha suyuqlikning oqim strukturasi, o'z ichiga ideal aralashtirish, diffuziyali baypaslanuvchi va resirkulyatsion oqimlarning sohalarini ketma-ket – parallel ulangan kombinatsiyalangan model bilan tasniflanishi kerak. Sohalarining o'lchamlari Pe kattaliklari turg'unlashgan holat usuli bilan aniqlanadi. (2.417) tenglama bo'yicha baypaslanuvchi oqimning qiymati aniqlanadi. Resirkulyatsion oqimning qiymati noma'lum bo'lib qoladi. Bu qiymatni qanday topish mumkinligini quyiroqda ko'rsatiladi.

2.38-rasmda kombinatsiyalangan modelning blok-sxemasi ko'rsatilgan.



2.38-rasm. Tarekadagi suyuqlik oqimining kombinatsiyalangan modelini strukturaviy sxemasi:

L – suyuqlikning umumiy hajmiy sarfi; s – tarelka bo'yicha o'tayotgan suyuqlikning oqim ulushi; b – resirkulyatsion oqimning ulushi; k – tarelka o'rtasohasidan o'tayotgan oqimning ulushi; V_1, V_2 – to'la aralashtirish yacheykalarining hajmlari; V_{d1}, V_{d2} – diffuziyali sohalarining hajmlari; l_1, l_2 – diffuziyali sohalarining uzunliklari; C_1, C_2 – to'la aralashtirish mos sohalaridagi indikatorning konsentratsiyasi; C_{chiq} – diffuziyali sohalaridan oqimning chiqishida indikatorning konsentratsiyasi.

Diffuziyali sohalarida konvektiv diffuziya tenglamalarini o'z ichiga olgan kombinatsiyalangan modelning tenglamalari:

$$\frac{\partial^2 C_{D1}}{\partial^2 x_1^2} - \frac{k(s+b)L}{D_{l1}F_1} \frac{\partial C_{D1}}{\partial x_1} = \frac{1}{D_{l1}} \frac{\partial C_{D1}}{\partial t} \quad (2.493)$$

$$\frac{\partial^2 C_{D2}}{\partial^2 x_2^2} - \frac{(1-k)(s+b)L}{D_{l2}F_2} \frac{\partial C_{D2}}{\partial x_2} = \frac{1}{D_{l2}} \frac{\partial C_{D2}}{\partial t} \quad (2.493)$$

bunda C_{D1}, C_{D2} – muvofiq diffuziyali sohalarida indikatorning konsentratsiyasi; D_{l1}, D_{l2} – bo‘ylama aralashtirish koeffitsientlari;

F_1, F_2 – muvofiq sohalaridagi oqimlar kesimlari.

To‘liq aralashtirish yacheykalari uchun material balansi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$sLC_{kir} + D\partial(t) + bLC_2 = k(s+b)LC_1 + (1-k)(s+b)LC_1 + V_1 \frac{dC_1}{dt} \quad (2.495)$$

$$k(s+b)LC_{D1}^{l1} + (1-k)(s+b)LC_{D2}^{l2} = sLC_2 + V_2 \frac{dC_2}{dt} \quad (2.496)$$

bunda C_{D1}^{l1}, C_{D2}^{l2} – muvofiq sohalaridan oqimning chiqishida indikatorning konsentratsiyasi.

Apparatdan oqimning chiqishida indikatorning moddiy balansi quyidagi ko‘rinishga ega

$$sLC_2 + (1-s)LC_{kir} = LC_{kir} \quad (2.497)$$

(2.493)-(2.497) tenglamalar tizimi 2.38-rasmda ko‘rsatilgan sxema oqim kombinatsiyalangan strukturaning matematik modelidir.

(2.493), (2.494) tenglamalarni yechish uchun chegaraviy shartlarni bilish zarur. Diffuziyali sohalar chegaralarida tuzilgan material balansdan quyidagi chegaraviy shartlarni olamiz:

$$k(s+b)LC_1 + D_{l1}F_1 \frac{dC_{D1}}{dx_1} = k(s+b)LC_{D1} \quad (2.498)$$

$$(1-k)(s+b)LC_1 + D_{l2}F_2 \frac{dC_{D2}}{dx_2} = (1-k)(s+b)LC_{D2} \quad (2.499)$$

$$\begin{aligned} x_1 = l_1, \quad x_2 = l_2 \text{ da} \\ \frac{dC_{D1}}{dx_1} = 0, \quad \frac{dC_{D2}}{dx_2} = 0 \end{aligned} \quad (2.500)$$

(2.493) – (2.497) tenglamalar tizimini (2.498)-(2.500) chegaraviy shartlar bilan momentli tavsiflarga nisbatan yechib (diffuziyali modelni ko‘rishdagi bajarishga o‘xshash), javob funksiyasining eksperimental tavsiflari va model parametrlari orasidan aloqa tenglamasini olishimiz mumkin.

Jumladan, o'lcamsiz dispersiya va model parametrlari orasidagi bog'liqlik quyidagi ko'rinishga ega:

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{1}{1+R} \left\{ \frac{\xi_3^2}{k} \left[1 + \frac{2}{Pe_1} - \frac{2}{Pe_1^2} (1 - e^{-Pe_1}) \right] + \frac{\xi_4}{(1+k)} \left[1 + \frac{2}{Pe_2} - \frac{2}{Pe_2^2} (1 - e^{-Pe_2}) \right] + 2(1 - \xi_2)(R + \xi_1) \right\} + 2\xi_2 - 1 \quad (2.501)$$

yoki

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{1}{1+R} + \left\{ \frac{\xi_3^2}{k} (1 + \sigma_{D1}^2) + \frac{\xi_4^2}{1-k} (1 + \sigma_{D2}^2) + 2(1 - \xi_2)(R + \xi_1) \right\} + 2\xi_2 - 1 \quad (2.502)$$

bunda $\xi_1 = \frac{v_1}{v_{an}}, \xi_2 = \frac{v_2}{v_{an}}, \xi_3 = \frac{v_{D1}}{v_{an}}, \xi_4 = \frac{v_{D2}}{v_{an}}, R = b/s$

- resirkulyatsiya koeffitsienti;

$\sigma_{D1}^2, \sigma_{D2}^2$ - mos ravishda diffuziyali sohalarning dispersiyalari.

Oldin belgilangandek, muvofiq sohalarning barcha sohalarning o'lcamlari va Pe kattaliklari turg'unlashgan holat usuli bilan aniqlanadi, baypaslanuvchi oqim kattaligi (2.417) tenglama bo'yicha aniqlanadi.

Bu barcha parametrlarning olingan qiymatlarini (2.502) tenglamaga qo'yib, dispersiya va resirkulyatsiya koeffitsienti orasidagi aloqani olamiz.

Shunday qilib, kombinatsiyalangan modelning strukturasi va modelning parametrlari eksperimental metodikalar to'plami bilan aniqlanadi.

2.8. Maxsus funksiyalar yordamida apparatdagi oqimlarning strukturalarini baholash

Apparatlarda oqimlar notekisligini baholash uchun taqsimlanish funksiyalaridan foydalaniladi, ularning har biri oqimning ixtiyoriy zarrachasi uchun vaqt oralig'idagi bir qiymatli bog'liklarni aniqlashning natijasidir.

Apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim zarralarining taqsimlanishi $F(t)$ funksiya bilan tavsiflanadi. Bo'lish vaqi t bo'yicha zarralarning ulushi to'ldiruvchi funksiya ko'rinishida ifodalanadi:

$$F^*(t) = 1 - F(t) \quad (2.503)$$

$F(t)$ funksiya $f = 0$ da nol qiymatni qabul qiluvchi va $t \rightarrow \infty$ da birga asimptotik yaqinlashuvchi t ning kamaymaydigan funksiya hisoblanadi. $F^*(t)$ to'ldiruvchi funksiya o'zida $t = 0$ da birga teng va vaqtning o'sishi bilan nolga asimptotik intiluvchi ko'paymaydigan funktsiyani namoyon etadi. Shunday qilib, $F(t)$ berilgan oqim zarrachalarining apparatda bo'lish vaqti t dan oshmasligining ehtimolligi, $F^*(t)$ esa - bo'lish vaqtining t dan oshish ehtimolligi.

$F(t)$ ehtimollikning t bo'yicha differensial taqsimlanish funksiyasini ehtimollikning taqsimlanish zichligi funksiyasini beradi:

$$C(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dF^*(t)}{dt} \quad (2.504)$$

Bundan berilgan zarrachaning apparatda bo'lish vaqti t va $t + dt$ orasida bo'lganda ehtimollik $C(t)dt$ ga teng bo'lishi kelib chiqadi.

$C(t), F(t), F^*(t)$ funksiyalar tizimni chiqishida zarrachalarning bo'lish vaqtini taqsimlanish tavsiflari hisoblanadi, chunki $C(t)$ oshishlar taqsimlanishi zichligining tashqi funksiyasi.

Tizim ichidagi zarrachalarning tavsiflari uchun ularni apparatga kirish momentidan boshlanuvchi vaqt kesmasi bilan aniqlanuvchi zarrachaning yoshi t^* tushunchasi kiritiladi. Bo'lish vaqtining taqsimlanish funksiyasi yosh bo'yicha tizim elementlarining taqsimlanish funksiyasini $B(t)$ ga o'xshash tarzda aniqlanadi. Zarrachalarning yoshlar bo'yicha taqsimlanish zichligi funksiyasi $b(t)$ quyidagicha aniqlanadi:

$$b(t) = \frac{dB(t)}{dt} \quad (2.505).$$

Demak, $b(t)dt$ - tizim ichidagi zarrachalarning t dan $t + dt$ gacha bo'lgan vaqt oralig'ida apparatda bo'lishining ehtimolligidir.

$b(t)$ funksiya bo'lish yoshlari bo'yicha oqim zarrachalari taqsimlanishining ichki funksiyasi deyiladi va $I(t)$ bilan belgilanadi.

Bo'lish yoshlari bo'yicha oqim elementlarining taqsimlanish funksiyasi bilan bir qatorda, oqimlarda turli xildagi turli jinsli harakatsiz sohalar, baypas, turli resikllarni aniqlashning samarali vositasi jadallik funksiyasi hisoblanadi.

Quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan tasodifiy hodisalarning oqimini ko'rib chiqamiz: bir vaqtda birdan ortiq hodisaning sodir bo'lish ehtimolligi bitta hodisaning bo'lish ehtimolligiga nisbatan inobatga olinmaydigan darajada kichik (ordinarlik gipotezasi); k hodisalarni $(t, t + \Delta t)$ vaqt oralig'ida sodir bo'lish ehtimolligi t vaqt momentigacha nechta hodisalar sodir bo'lganligiga bog'liq emas (harakatdan keyingi hodisalar yo'qligi gipotezasi); berilgan vaqt oralig'ida ma'lum sondagi hodisalarni sodir bo'lish ehtimolligi nafaqat oraliq uzunligiga, balki uning vaqt o'qidagi holatiga ham bog'liqdir (oqimning nostasionarligi gipotezasi). Bunday oqimlarning asosiy sonli tavsifi *oniy zichlik* (yoki *oqimning jadalligi*), ya'ni $(t, t + \Delta t)$ vaqt oralig'idagi hodisalarning o'rtacha sonini oxirgi vaqt oralig'i nolga intiladigan oraliqning uzunligiga nisbatining chegarasi hisoblanadi:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{\Delta t} = \frac{dm(t)}{dt} \quad (2.506)$$

bunda $m(t) - (0, t)$ oraliqdagi hodisalar sonining matematik kutilmasi.

Bunday usul bilan aniqlangan tasodifiy hodisalarning oqimi *nostatsionar puasson oqimi* deyiladi. Bunday oqim uchun (t_0, t) oraliqda yuz beruvchi hodisalar soni Puasson qonuniga bo'ysunadi:

$$P_k(t_0, t) = \frac{a_{t_0, t}^k}{k!} \exp(-a_{t_0, t}) \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.507)$$

bunda $P_k(t_0, t) - (t_0, t)$ intervalda k qodisalarini yuz berish ehtimolligi;

$a_{t_0, t}$ — bu intervaldagi hodisalar sonining matematik kutilmasi bo'lib, quyidagiga teng:

$$a_{t_0, t} = \int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(\xi) d\xi \quad (2.508)$$

Nostatsionar Puasson oqimi uchun $a_{t_0,t}$ kattalik nafaqat (t_0, t) oraliq uzunligiga, balki uning vaqt o'qidagi holatiga ham bog'liq ekanligini belgilab ketamiz.

Endi nostatsionar Puasson oqimi uchun qo'shni hodisalar orasidagi τ oraliqda taqsimlanish qonunini topamiz. Qo'shni hodisalardan birinchisi t_0 momentida yuz bersin. Izlanayotgan $F_{t_0}(t)$ taqsimlanish qonuni keyingi hodisa t momentgacha yuz berishining ehtimolligidir:

$$F_{t_0}(t) = P(\tau < t) \quad (2.509)$$

$P(\tau \geq t) - t_0$ dan $t_0 + t$ gacha bo'lgan intervalda bitta ham hodisa yuz bermasligining ehtimolligi bo'lsin. Unda oxirgi bog'liqlikni quyidagi ko'rinishda keltirish mumkin:

$$F_{t_0}(t)P(\tau < t) = 1 - P(\tau \geq t) \quad (2.510)$$

$P(\tau \geq t)$ hisoblashlar uchun $k = 0$ bo'lgandagi Puasson qonunidan foydalanish mumkin:

$$P(\tau \geq t) = \exp(-a_{t_0,t}) = \exp\left(-\int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(\xi)d\xi\right) \quad (2.511)$$

Bu yerdan quyidagi ifodani topamiz:

$$F_{t_0}(t) = 1 - \exp\left(-\int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(\xi)d\xi\right) \quad (2.512)$$

Bu tenglamani differensiallab, taqsimlanishning zichlik funksiyasini hosil qilamiz:

$$p(t) = \lambda(t_0 + t) \exp\left(-\int_{t_0}^{t_0+t} \lambda(\xi)d\xi\right) \quad (2.513)$$

$t_0 = 0$ da quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$p(t) = \lambda(t) \exp\left(-\int_0^t \lambda(\xi)d\xi\right) \quad (2.514)$$

Endi oqimining Puasson taqsimlanish funksiyasining zichligi uchun olingan ifoda aniqligiga ko'ra apparatda oqimning bo'lish vaqtining taqsimlanish funksiyasiga mos kelishi va $C(t)$ ga tengligini ko'rsatib o'tamiz. Faraz qilamiz, $t = 0$ momentda apparatning kirishidagi suyuqlik yoki gaz oqimining ko'ndalang

kesimidagi barcha zarrachalarni qandaydir usul bilan belgilash imkoni bo'lsin. Fizik mjhiyatiga ko'ra apparat chiqishida belgilangan zarrachalarning paydo bo'lishidan iborat tasodifiy hodisalarning oqimi barcha sanab o'tilgan gipotezalarni qanoatlantiradi (ordinarlik, ta'sirdan keyingi hodisalarning yo'qligi, nostasionarlik). Apparatni $(f, t + dt)$ vaqt oralig'ida tark etuvchi $\bar{t}$ yoshdagi zarrachalarning ulushi $\lambda(t)dt$ ga teng, bunda $\lambda(t)$ – ko'rilayotgan oqimning jadallik funksiyasi. Apparatni tark etayotgan zarralar uchun moddiy balans tenglamasini tuzamiz. Bir tomondan qaraganda, C – egri chiziqlarning mohiyatiga ko'ra apparatdan t va $t + dt$ orasida chiquvchi zarrachalarning ulushi $C(t)dt$ ga teng yoki hajmli birliklarida ifodalasak $vC(t)dt$ (v – apparat orqali o'tuvchi muhitning hajmiy sarfi). Boshqa tomondan qaraganda, oqimning miqdori tizimni t momentgacha tark etmagan oqimning miqdori $V_a I(t)$ ga teng bo'lib (V_a – apparatning hajmi), $(t, t + dt)$ vaqt oralig'ida tark etgan t yoshli oqim $\lambda(t)dt$ teng. Shundan kelib chiqqan holda quyidagi bog'liqlikni hosil qilamiz:

$$vC(t)dt = V_a I(t)\lambda(t)dt \quad (2.515)$$

Bu yerdan

$$\lambda(t) = \frac{C(t)}{\bar{t}I(t)} \frac{d}{dt} \ln(\bar{t}I(t)) \quad (2.516)$$

bunda $\bar{t} = V_a/v$.

So'nggi ifodani integrallab, $t_0=0$ da $p(t)$ taqsimlanish funksiyaning zichligi uchun ilgari topilgan ifodaga o'xshash tenglamani keltirib chiqaramiz:

$$C(t) = \lambda(t) \exp\left(-\int_0^t \lambda(\xi)d\xi\right) \quad (2.517)$$

Bundan

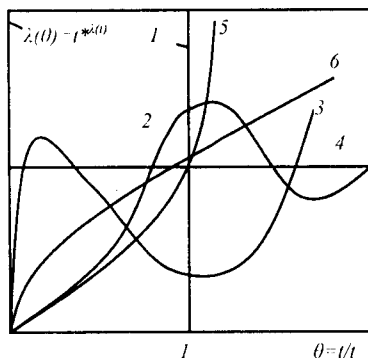
$$C(t) = p(t) \quad (2.518).$$

Shuning uchun apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim zarralarining taqsimlanishi nuqtai nazaridan qaraganda fizik-kimyoviy jarayolar yuz beruvchi kimyo-texnologiyani ixtiyoriy uzluksiz ob'yektini Puasson tizimi sifatida qarash mumkin.

$\lambda(t)$ kattalikni t vaqt mobaynida apparatdan chiquvchi zarrachalarning ehtimollik o'lchami sifatida qarash mumkin.

Shunday qilib, ideal aralashtirish apparati uchun λ – funksiya doimiy bo‘lishi kerak, chunki bunday tizimdan zarrachalarning chiqish ehtimolligi barcha zarrachalar uchun bir xil.

Ideal siqib chiqarishda oqim zarrachalarining barchasi apparatni $\bar{t} = V_a/v$ vaqt momentida tark etadi va shuning uchun jadallik funksiyasi $\theta = 1$ nuqtadagi ordinatar o‘qiga parallel to‘g‘ri chiziqlarning kesmalari ko‘rinishidagi grafikni ifoda etadi (2.39-rasm).



2.39-rasm. Oqimning turli strukturasi uchun jadallik funksiyasi:

1 – ideal siqib chiqarish; 2 - sust sohalar bilan oqim; 3 – baypaslanish bilan oqim; 4 – ideal aralashtirish; 5,6- oraliq strukturasi bilan oqimlar

Strukturalari notekis aniq ifodalanmagan oqimning oraliq strukturasi uchun jadallik funksiyasi ideal aralashish va siqib chiqarishning λ –funksiyalarini ikkita o‘zaro perpendikulyar chiziqlari orasida joylashadi. Bu funksiyalarning o‘sib borishi apparatda qancha ko‘p suyuqlik qolsa, uning apparatdan chiqish ehtimolligini shuncha katta bo‘lishi bilan tushuntiriladi.

Agar apparatdan oqimning bosh (oqib o‘tuvchi) qismi chiqib ketsa, unda sust sohalar tizimi uchun λ –funksiya o‘sib boradi. Oqib o‘tuvchi sohadan zarralarning asosiy massasi chiqib ketgandan keyin qolgan zarralar uchun tizimni tark etish ehtimolligi kamayadi, chunki ularning ko‘pchiligi sust sohalarga tegishlidir. Shunday qilib, jadallik funksiyasi cheksiz o‘sib bormaydi, maksimumdan o‘tib kamayadi (2.39-rasm). Vaqt o‘tishi bilan sust sohalarga tushib qolgan muhit zarralari tizimni asta sekin tark eta boshlaydi. Bunda ular apparatda qancha uzoq qolib ketsa, tizimdan ularni chiqish ehtimolligi shuncha katta bo‘ladi, ya’ni λ –funksiya minimumdan o‘tib cheksiz o‘sa boshlaydi.

Oqimlar uchun jadallik funksiyalarining xarakteri baypaslanish bilan tushuntiriladi, bunda tizimning faqatgina oqib o'tuvchi (baypasli) va sust (berilgan holda asosiy) qismlarining solishtirma hajmlari o'zgaradi.

C - va I - funksiyalarning tashqi ko'rinishi har doim ham tizimda u yoki bu bir jinsli bo'lmaganliklarning borligi haqida bir xil javobni beravermaydi. Oqimning o'rtacha bo'lish vaqti noma'lum bo'lganda bu funksiyalar bo'yicha bir jinsli bo'lmaganlikning parametrini miqdoriy aniqlash katta qiyinchiliklarga olib keladi. Jadallik funksiyaning asosiy afzalligi shundaki, ular yordamida tizimda oqimning u yoki bu bir jinsli bo'lmaganliklari mavjudligi oson va yaqqol aniqlanadi va shundan keyin mos parametrlarni miqdoriy aniqlash mumkin.

k - funksiya apparatdagi oqimning bir jinsli emasligiga yanada sezgirroq bo'lib, u sezgirlik λ - funksiya va uning logarifmik hosilasini chiziqli kombinatsiyasi ko'rinishida aniqlanadi:

$$k(t) = \lambda(t) - \frac{d}{dt} \ln \lambda(t) \quad (2.519)$$

k - funksiyaning ta'rifidan ko'rinishida, u nafaqat oqim zarrachalarini o'sish jadalligi (apparatdan chiqarib tashlash) ni, balki jadallik logarifmining o'zgarish tezligini ham aks ettiradi. Bundan jadallikning k - funksiyasini apparatdagi gidrodinamik muhitga sezgirligi λ - funksiyani kam emasligi kelib chiqadi.

(2.516) ni (2.519) ga qo'yib, k - funksiyaning boshqacha izohini olishimiz mumkin:

$$k(t) = -\frac{1}{C(t)} \frac{dC(t)}{dt} = -\frac{d}{dt} \ln C(t) \quad (2.520)$$

ya'ni k - funksiya apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarining taqsimlanish zichligi funksiyasidan olingan logarifmik hosiladir. (2.520) va (2.516) solishtirib, apparatdagi oqimlar strukturalarining eng muhim turlari uchun k - funksiyaning analitik ifodalari λ - funksiya ifodalariga nisbatan osonroq olinishini ko'rish mumkin.

$I(\theta)$, $F(\theta)$ va $C(\theta)$ o'lchamsiz funksiyalar orasidagi o'zaro bog'liqliklarning asosiy tenglamalari quyidagi ko'rinishga ega:

$$F(\theta) + I(\theta) = 1 \quad (2.521)$$

$$F(\theta) = 1 - I(\theta) = \int_0^{\theta} C(\theta) d\theta \quad (2.522)$$

$$C(\theta) = \frac{dF(\theta)}{d\theta} = -\frac{dI(\theta)}{d\theta} \quad (2.523)$$

$\lambda(\theta) = \bar{\epsilon}\lambda(t)$ deb belgilaymiz va o'lcamsiz o'zgaruvchilar uchun (2.516) formula quyidagi ko'rinishni oladi:

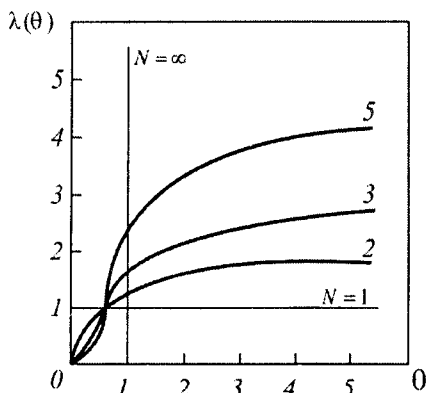
$$\lambda(\theta) = \frac{C(\theta)}{I(\theta)} = \frac{C(\theta)}{1 - F(\theta)} = -\frac{d}{d\theta} \ln I(\theta) = -\frac{d}{d\theta} \ln[1 - F(\theta)] \quad (2.524)$$

2.8-jadval

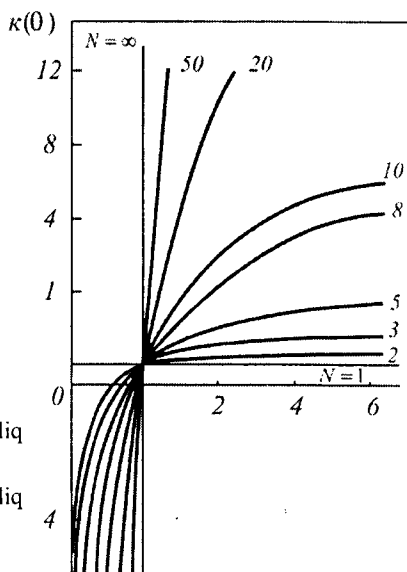
Apparatdagi oqimlar strukturasi asosiy ko'rinishlari uchun λ va k - funksiyalar

N ^o	Model	Modelning tenglamasi	λ - funksiya	k - funksiya
1	Ideal aralashti rish	$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{\bar{t}} (C_{kr} - C)$ ($0 \leq x \leq l$)	$\lambda(\theta) = \frac{C(\theta)}{1 - F(\theta)} = \frac{\exp(-\theta)}{\exp(-\theta)} = 1$ $\eta(t - \bar{t}) = \begin{cases} 0, t < \bar{t} \\ 1, t \geq \bar{t} \end{cases}$	$k(\theta) = -\frac{1}{C(\theta)} \frac{dC(\theta)}{d\theta} = 1$
2	Ideal siqib chiqarish	$\frac{dC}{dt} = -u \frac{dC}{dx}$	$\lambda(\theta) = \frac{\delta(\theta - 1)}{1 - \eta(\theta - 1)} = \delta(\theta - 1)$	$k(\theta) = -\frac{d}{d\theta} [\delta(\theta - 1)] = \delta(\theta - 1)$
3	Yacheykali model	$\frac{\bar{t}}{N} \frac{dC_i}{dt} = C_{i-1} - C_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$)	$\lambda(\theta, N) = \frac{N^N \theta^{N-1}}{(N-1)! \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{k!} (N\theta)^k}$	$k(\theta, N) = \frac{1 + N(\theta - 1)}{\theta}$
4	Diffuziyali model	$\frac{dC}{dt} + u \frac{dC}{dt} = D_1 \frac{d^2 C}{dx^2}$ (<i>cheksiz uzun apparat</i>)	$\lambda(\theta) = \left\{ \frac{Pe}{\pi \theta} \right\}^{1/2} \exp \left[-\frac{Pe(1-\theta)^2}{4\theta} \right] \cdot \left\{ \frac{Pe}{\pi \theta} \right\}^{1/2} \exp \left[-\frac{Pe(\theta-1)^2}{4\theta} \right] + \exp(Pe) \exp \left[\frac{Pe(1+\theta)^2}{4\theta} \right]$	$k(\theta) = \frac{1}{2\theta} - \frac{Pe(1-\theta^2)}{4\theta^2}$

2.8-jadvalda apparatdagi oqimlar stukturasi asosiy ko'rinishlari uchun λ va k - funksiyalarning ifodalari keltirilgan, 2.40, 2.41-rasmlarda esa N yacheykalarining turli sonlari uchun yacheykali model holida λ va k - funksiyalarning grafiklari ko'rsatilgan.



2.40- rasm. Yacheykalar soniga bog'liq yacheykali model uchun λ -funksiyalari.



2.41- rasm. Yacheykalar soniga bog'liq yacheykali model uchun κ -funksiyalari.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar

1. Oqimlarning strukturalarini tadqiq qilishning qanday usullarini bilasiz?
2. Apparatda bo'lish vaqti bo'yicha oqim elementlarining taqsimlanishini asosiy tavsiflarini sanang.
3. Oqim elementlari taqsimlanishining momentlarini ob'yektning uzatish funksiyasi orqali aniqlashni tushuntirib bering.
4. Diffuziyali modellarga misol keltiring.
5. Yacheykali model deb qanday modellarga aytiladi?
6. Teskari oqimli yacheykali modellarga misol keltiring.
7. Modellarning impulsli g'alayon ta'sirlarga javobi qay tarzda yuzaga keladi?
8. Kombinatsiyalashgan modellardan qachon v anima maqsadda foydalaniladi?
9. Maxsus funksiyalar yordamida apparatlardagi oqimlarning strukturalarini baholash qanday amalga oshiriladi?
10. Oqimlarning taqsimlanish va jadallik funksiyalari orasida qanday bog'liqlik mavjud?

3-BOB. MODELLARNING PARAMETRLARINI IDENTIFIKATSIYALASH VA MONANDLIGINI O‘RNATISH

3.1. Identifikatsiyalash masalasining qo‘yilishi

Ob’ektni matematik tavsifini identifikatsiyalash jarayonlarning matematik modellari monandligini qurishda asosiy bosqich hisoblanadi va shuning uchun kimyo texnologik jarayonlarni matematik modellashda markaziy masalalardan biri hisoblanadi. Yuqorida ko‘rsatib o‘tilganidek bunday jarayonlarning ko‘pchiligi fazo va vaqt bo‘yicha taqsimlangan ko‘p fazali ko‘p komponentli muhitni ifodalaydi. Bunday jarayonlarning muhim xususiyatlari ularning massa va issiqlik o‘tkazish apparatlaridagi jarayonlarning gidrodinamik holati aniqlanganligi - stoxastik tabiatga egaligi bilan belgilanadi. Buning natijasi sifatida matematik modellarning parametrlari jarayon o‘tishining stoxastik xususiyatlarini akslantiradi va statistik usullar orqali aniqlanadi.

Hozirgi vaqtda parametrlari bo‘yicha chiziqli bo‘lgan matematik modellarni baholash nazariyasi ko‘proq ishlab chiqilgan. Lekin kimyo texnologik jarayonlarning ko‘pchiligi parametrlari bo‘yicha nochiziqli hisoblanadi, bu o‘z navbatida ularni identifikatsiyalash masalalarini yechishda ancha qiyinchiliklar tug‘diradi. Shuning uchun nochiziqli modellarni identifikatsiyalash yoki taxminiy baholash yordamida yoki kimyo texnologik jarayonni dastlabki modelini chiziqlantirish yo‘li bilan amalga oshiriladi. Ushbu bobda chiziqli va nochiziqli matematik modellarni identifikatsiyalash usullari ko‘rib chiqiladi.

Noma‘lum parametrlarni baholash bilan bir qatorda identifikatsiyalash masalasi kimyo texnologik jarayonni modeli bo‘yicha hisoblanadigan holat o‘zgaruvchilarini tajriba asosida olinadigan qiymatlari bilan taqqoslanishini ko‘zda tutsa, undan tashqari ushbu bobda modelni real ob’ektga mos kelishi (monandligi) ni o‘rnatish usullari ham ko‘rib chiqiladi.

Statsionar modellar uchun modelni identifikatsiyalash aniq ko‘rinishdagi F funktsional operatorni yoki dinamik modellar uchun F/I operatorni aniqlashga keltiriladi:

$$\bar{y}^j = \Phi(\bar{X}, \bar{a})$$

$$\bar{y}'(t) = \Phi_t(\bar{X}(t), \bar{a}(t), t),$$

bu yerda

t - vaqtni bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchisi;

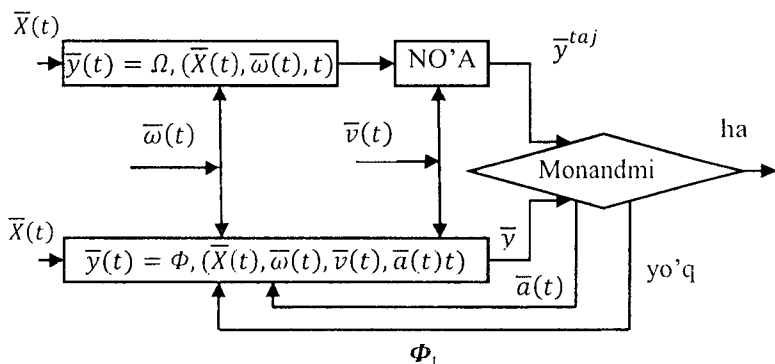
$\bar{X}$ - kirish ta'sirlari vektori;

$\bar{a}$ - matematik modelning koeffitsientlari.

Identifikatsiyalash masalasi tenglamalar sistemasi matematik tavsifining strukturasini va jarayonni bir xil kirish ta'sirlarida ($\bar{X}$) va modelni chiqish o'zgaruvchilarini eng yaxshi mos kelishini ta'minlaydigan ularning koeffitsientlarni aniqlashdan iborat. Identifikatsiyalash protsedurasi modelni modellanayotgan ob'ektga monandligini (mosligini) ta'minlaydi.

3.2. Identifikatsiyalash protsedurasi

Identifikatsiyalash protsedurasi sxematik ravishda quyidagicha ifodalanishi mumkin (3.1-rasm):



3.1- rasm. Identifikatsiyalash protsedurasining sxematik ko'rinishi

bu yerda $\bar{y}$ – chiqish o'zgaruvchilari vektori,

$\hat{y}$ - chiqish o'zgaruvchilari vektorining hisoblangan qiymati,

$\hat{y}^{\max}$ - NO'A yordamida chiqish o'zgaruvchilarini kuzatish vektori.

Matematik modelni strukturaviy identifikatsiyalash kuzatish vektorlarining ma'lumoti (agar matematik tavsif tenglamasi strukturasini (MTTS), ya'ni ko'rinishi va MTTS ni o'lchamlarini hamda noma'lum koeffitsientlarni aniqlash mumkin bo'lsa) bo'yicha aniqlash mumkin deb taxmin qilinadi.

Strukturaviy identifikatsiyalash masalasini yechishda raqobatlashuvchi modellar orasidan eksperimental ma'lumotlarni eng aniq akslantiradigan modelni tanlashga to'g'ri keladi.

Matematik modelni parametrik identifikatsiyalash modelni shakli taxminan tanlab olinib, jarayonning kirishi va chiqishidagi o'zgaruvchilari to'g'risidagi ma'lumotlar aniqlangandan keyin o'tkaziladi va MTTS ni noma'lum koeffitsientlarini aniqlashdan iborat bo'ladi.

Matematik model statik (statsionar) bo'lganda MTTS tenglamalarida bog'liq bo'lmagan vaqt o'zgaruvchisi ishtirok etmaydi va sistemani o'zgaruvchilari t ga bog'liq bo'lmaydi.

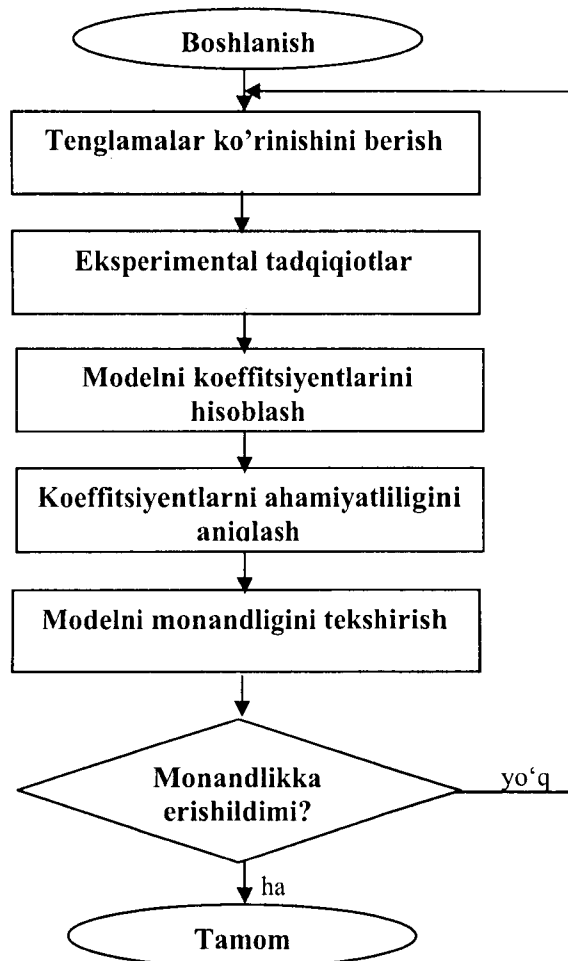
Boshqaruvchi kompyuterlardan jarayonlarni to'g'ridan to'g'ri boshqarishda foydalanilganda, dinamik (nostatsionar) matematik modellar uchun identifikatsiyalash masalasini yechish muhim hisoblanadi.

Bu holda vektorlarni real vaqtda uzluksiz o'zgartirib, $\bar{v}(t)$ ni eng yaxshi (strukturaviy identifikatsiyalash) modelni tanlash va uni koeffitsientlarini baholash, ya'ni undagi hisoblashlarni $\bar{y}^{exp}(t)$ kuzatish ma'lumotlari bilan mos kelgan holda adaptiv identifikatsiyalash masalasi yechiladi.

Identifikatsiyalash masalasini yechishni umumiy strategiyasi quyidagi rasmda keltirilgan (3.2-rasm).

3.3. Tasodifiy jarayonlarning sonli tavsiflarini statistik baholash

Masalani quyidagicha umumiy qo'yilishini ko'rib chiqamiz. Ba'zi bir tajribalarda tasodifiy kattalik X kuzatilib, uni taqsimlanish funksiyasi θ parametriga bog'liq bo'lsin. Parametrning qiymati noma'lum va uni aniqlash kerak. Buning uchun noma'lum parametr θ ga nisbatan ma'lumot manbai hisoblanadigan $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ kattaliklar ustidagi ba'zi bir hajmdagi kuzatishlarning tasodifiy kattaliklari tanlab olinadi.



3.2-rasm. Identifikatsiyalash masalasini yechishni umumiy strategiyasi

Kuzatishlar ketma-ketligi $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ni bir xil zichlikdagi taqsimlanish $f(x, \theta)$ funksiyali n ta bog'liq bo'lmagan tasodifiy kattalik ko'rinishida ifodalash mumkin. U vaqtda tanlanma n o'lchamli $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ quyidagi ko'rinishdagi tasodifiy taqsimlanish zichligi funksiyasi hisoblanadi va haqiqatnamo funksiya deb nomlanadi:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta), \quad (3.1)$$

Faqat kuzatishlar natijalari $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ga bog'liq bo'lgan funksiyani statistik (tanlanma tavsif) deb ataladi:

$$Q = \psi(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (3.2)$$

Bunday statistika o'zida haqiqatnamo funksiya va tasodifiy kattalikni taqsimlanish qonuni orqali aniqlanadigan tasodifiy kattalikni ifodalaydi.

Tanlanma tavsiflarni taqsimlanish qonunlari. Tanlanma tavsiflarni taqsimlanish qonunlarini ko'rib chiqishdan oldin muhim tushunchani kiritamiz. Argument t dan tasodifiy funksiya e^{itx} ning matematik kutilishi tasodifiy kattalik X ning xarakteristik funksiyasi $m_x(t)$ deb ataladi, ya'ni

$$m_x(t) = Me^{itx}, \quad (3.3)$$

bu yerda t - ixtiyoriy haqiqiy son.

Ta'rifga asosan $f(x)$ ehtimollik zichlikli uzluksiz tasodifiy kattalik X ning xarakteristik funksiya hisoblanadi:

$$m_x(t) = \int_0^b e^{itx} f(x) dx, \quad (3.4)$$

bu yerda (a, b) - tasodifiy kattalik X ning o'zgarish oralig'i.

Endi tanlanma tavsiflarni aniq taqsimlanishini, ya'ni istalgan n uchun haqiqiy bo'lgan statistik taqsimlanish Q ni qonunlarini ko'rib chiqamiz. $F(x)$ taqsimlanish funksiyali bir o'lchamli bosh to'plamli tanlanma bor deb faraz qilamiz va $Q(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ni statistik taqsimlanish qonunini aniqlash talab qilinadi. Bu masala $F(x)$ funksiyali n ta $X_1, X_2, \dots, X_n$ bog'liq bo'lmagan tasodifiy kattalikdan $Q(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyani taqsimlanish qonunini topishga olib kelinadi.

Agar F va Q funksiyasi berilgan bo'lsa, nazariy jihatdan uni yechimi yagona ekanligi isbotlangan. Lekin matematik statistikaning zamonaviy holatida juda kam hollarda uni aniq yechimini olishga erishilmoqda.

Yetarli darajada to'liq natija olingan holda normal bosh to'plamdan xususiy tanlanma olinishi mumkin. Keyinchalik aynan shu holni ko'rib chiqamiz.

Agar $X_1, X_2, \dots, X_n$ lar - bog'liq bo'lmagan, normalangan normal taqsimlangan tasodifiy kattaliklar $N(0, 1)$ ya'ni $i = 1, 2, \dots, k$ uchun

($MX_i=0$) va $DX_i=0$ bo'lsa, u holda tasodifiy kattalik ko'rinishda keltirilishi mumkin:

$$U^2 = \sum_{i=1}^k X_i^2 \quad (3.5)$$

Erkinlik darajasi k bo'lgan taqsimlanish χ^2 ga ega, bu yerda $k - \chi^2$ (3.5) ifodada bog'liq bo'lmagan qo'shiluvchilarning sonini xarakterlaydigan taqsimlanishning yagona parametri.

Taqsimlanish ehtimolining zichligi χ^2 quyidagi ko'rinishga ega

$$f(u^2) = \frac{1}{2^{k/2} G(\frac{k}{2})} (u^2)^{k/2-1} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (3.6)$$

bu yerda $G \frac{k}{2}$ - quyidagi tenglik bilan aniqlanadigan gamma-funksiya

$$G(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \quad z > 0 \text{ uchun} \quad (3.7)$$

Tasodifiy kattalik U^2 ning matematik kutilishi erkinlik darajasi k ga teng, dispersiyasi esa erkinlik darajasi sonini ikkilanganiga teng,

$$MU^2 = k, \quad DU^2 = 2k. \quad (3.8)$$

χ^2 - taqsimlanishga ega bo'lgan statistiklarni ko'rib chiqamiz. Tanlanma dispersiyasini taqsimlanishi ushbu taqsimlanish qonuni bilan yaqin bog'langan

$$S^2 = S^2(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Agar normal taqsimlangan bosh to'plamni matematik kutilishi ($MX=\mu$) ma'lum bo'lsa, unda tanlanma dispersiya S_*^2 quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$S_*^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (3.9)$$

Unda statistika

$$\chi_*^2 = \frac{n S_*^2}{\sigma^2} \quad (3.10)$$

Erkinlik darajasi n bo'lgan χ^2 -taqsimlanishga ega bo'lamiz. Haqiqatan ham (3.9) ni (3.10) ga qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right)^2 = \sum_{i=1}^n y_i^2 \quad (3.11)$$

Tanlanmani hosil bo'lish shartidan

$$y_i = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$$

$N(0,1)$ bog'liq bo'lmagan normallashtgan tasodifiy kattaliklar. U holda ta'rifga asosan χ^2_f tasodifiy kattalik erkinlik darajasi n li taqsimlanishga ega, shuni isbot qilish talab qilingan edi.

Agar tasodifiy kattalikni matematik kutilishi oldindan ma'lum bo'lmasa, unda tanlanma dispersiya S^2 quyidagicha aniqlanadi:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad (3.12)$$

Bu yerda $\bar{x} = x_i$ tasodifiy kattaliklarning o'rtacha arifmetik qiymati. Bu holda $n - 1$ erkinlik darajasiga ega χ^2 - taqsimlanish quyidagi statistikaga ega,

$$\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2} \quad (3.13)$$

Amalda tasodifiy kattalikning σ o'rtacha kvadratik og'ishi ko'pincha noma'lum bo'ladi. Shuning uchun σ ga bog'liq bo'lmagan x ni o'rtacha taqsimlanish qonunini aniqlash masalasi paydo bo'ladi, bu masalani ingliz statistigi Styudent yechishga muvassar bo'ldi. Styudent taqsimlanishi parametrlarni statistik baholash nazariyasi va statistik gipotezalarni tekshirishda keng qo'llaniladi. Quyida uni ta'rifini keltiramiz.

Agar tasodifiy kattalik $Z \sim N(0, 1)$ normallashtgan normal taqsimlanishga, U^2 kattaligi esa k erkinlik darajali χ^2 taqsimlanishga ega bo'lib, bunda Z va U o'zaro bog'liq bo'lmasa, u holda tasodifiy kattalik

$$T = \frac{Z}{U} \sqrt{k} \quad (3.14)$$

Styudent taqsimlanishi k erkinlik darajali t -taqsimlanishga ega.

Styudent taqsimlanishiga ega bo'lgan tasodifiy kattalikning ehtimollik zichligi quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$t_k(t) = \frac{G\left(\frac{k+1}{2}\right)}{G\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)\sqrt{k}} * \frac{1}{\left(\frac{t^2}{k} + 1\right)\frac{k+1}{2}} \quad (3.15)$$

Styudent taqsimlanishiga ega bo'lgan statistikaga misol ko'rib chiqamiz. Normal taqsimlanish qonuniga ega $N(\mu, \sigma)$ bosh to'plam X dan n hajmli tasodifiy tanlanma olingan bo'lsin. U vaqtda $n - 1$ erkinlik darajali Styudent taqsimlanishi quyidagicha aniqlanadi:

$$T = \frac{x - \mu}{S} \sqrt{n - 1} \quad (3.16)$$

Yuqorida ko'rib chiqilgan taqsimlanishlar bilan bir qatorda dispersiyaviy tahlilda F -taqsimlanish ham muhim rol o'ynaydi. Bu taqsimlanish ikkita tanlanmalar dispersiyalarining nisbati, ingliz statistigi R.Fisher tomonidan tadqiq qilingan. Uni ta'rifini keltiramiz.

Agar U_1^2 va U_2^2 lar - mos ravishda k_1 va k_2 erkinlik darajali X^2 taqsimlanishga ega bog'liq bo'lmagan tasodifiy kattaliklar bo'lsa, u holda tasodifiy kattalik

$$F = \frac{U_1^2}{U_2^2} \frac{k_2}{k_1} \quad (3.17)$$

k_1 va k_2 erkinlik darajali Fisher taqsimlanishi (F -taqsimlanish) ga ega, bunda $U_1^2 \geq U_2^2$.

k_1 va k_2 erkinlik darajali F -taqsimlanishning ehtimollik zichligi quyidagi tenglik bilan aniqlanadi:

$$\varphi(f) = \frac{G\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)}{G\left(\frac{k_1}{2}\right)G\left(\frac{k_2}{2}\right)} \cdot \frac{f^{\frac{k_1}{2}-1}}{(f+1)\frac{k_1 + k_2}{2}} \quad (f > 0). \quad (3.18)$$

Bu nosimmetrik taqsimlanish bo'lib; uning ehtimollik zichligi 3.3-rasmda tasvirlangan.

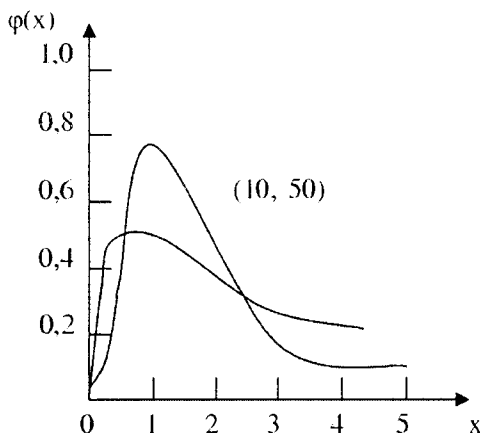
F -taqsimlanish jadvallari mavjud bo'lib, turli ehtimolliklarning α qiymatlari uchun va $P(F > f_\alpha) = \alpha$ uchun ushbu tenglik k_1 va k_2 kattaliklarini birgalikda olib qaralganda f_α ni qiymatini ushbu jadvaldan olish mumkin.

Quyidagi tanlanma dispersiyasini ko'rib chiqamiz:

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.19)$$

Agar S_1^2 va S_2^2 lar teng σ o'rtacha kvadratik og'ishli X va Y li normal bosh to'plamlardan n_1 va n_2 hajmli ikkita bog'liq bo'lmagan tanlab olingan dispersiyalar bo'lsa, u holda statistika quyidagicha bo'lishini ko'rsatamiz:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (3.20)$$



3.3-rasm. Erkinlik darajalarining soni $k_1 = 10$, $k_2 = 50$ va $k_1 = 10$, $k_2 = 4$ bo'lgan Fisher (F - taqsimlanish) taqsimlanishi zichligining xarakterli ko'rinishi

(3.20) ifoda erkinlik darajasi $n_1 - 1$ ba $n_2 - 1$ bo'lgan Fisher taqsimlanishiga ega, bu yerda

$$\bar{S}_1^2 > \bar{S}_2^2 \quad (3.13)$$

$$\chi_1^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2}{\sigma^2} \quad \text{va} \quad \chi_2^2 = \frac{(n_2 - 1)S_2^2}{\sigma^2}$$

(3.13) ga asosan larning to'plamli tavsiflari erkinlik darajasi mos ravishda $n_1 - 1$ va $n_2 - 1$ li χ^2 taqsimlanishga ega. Shart bo'yicha χ_1^2 va χ_2^2 to'plamlar

bir-biriga bog'liq emas. U holda ta'rifga asosan statistikaning F - taqsimlanishi quyidagicha aniqlanadi

$$F = \frac{x_1^2}{x_2^2} \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (3.21)$$

Erkinlik darajasining soni $n_1 - 1$ va $n_2 - 1$ li F - taqsimlanishga ega.

Parametrlarni statistik baholashning turlari. Funktsional shakli ma'lum bo'lgan $F(x, \theta)$ taqsimlanish qonunli real bosh to'plam X dan θ taqsimlanishning noma'lum parametrini baholashni talab etuvchi $x_1, x_2, \dots, x_n$ tanlanmani olamiz (yagona - soddalashtirish uchun). Har doim $\theta_n^*(x_1, x_2, \dots, x_n)$ kuzatish natijalaridan kelib chiquvchi funksiyada q parametrning bahosi sifatida keltirish mumkin bo'lgan cheksiz son mavjud bo'ladi. Savol tug'iladi: θ_n^* funksiyani u yaxshi bahoga ega bo'ladigan qanaqa xossalari bilan olish zarur? Qaralayotgan $x_1, x_2, \dots, x_n$ xuddi har biri $F(x, \theta)$ taqsimlanish qonuniga ega bir xil taqsimlangan $x_1, x_2, \dots, x_n$ mustaqil tasodifiy miqdorlar tizimlarining qiymati sifatida kuzatiladi va biz taqsimlanish qonunini θ parametrga bog'liq bo'lgan $\theta_n^*(x_1, x_2, \dots, x_n)$ tasodifiy miqdorga ega bo'lamiz.

Shuning uchun ham baho sifatida alohida uning qiymati emas, qiymatning katta seriyalardagi sinovlarda taqsimlanishi, ya'ni bahoning taqsimlanish qonuni sifatida qaraladi. Chunki $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ qiymat θ ga yaqin bo'lishi lozim, ravshanki, θ_n^* tasodifiy miqdorning θ ga nisbatan yoyilishi imkon boricha kichik bo'lishi talab qilinadi.

Shunday qilib, eng yaxshi baho imkoni boricha eng kichik dispersiyaga ega bo'lishi kerak. Bu bahoga bo'lgan asosiy talabdir.

Statistik baholash nazariyasi baholarning ikkita asosiy turini nazarda tutadi: nuqtali va intervalli.

Nuqtali baho deb, qiymati berilgan shartlarda bosh to'planning q parametrining qiymatiga eng ko'p yaqinlashish uchun qo'llaniladigan $\theta_n^*(x_1, x_2, \dots, x_n)$ kuzatish natijalarining bir qancha funksiyalariga aytiladi.

Biroq kichik hajmli tanlanmalarda nuqtali baho parametrning qiymatidan farq qilishi mumkin, ya'ni qo'pol xatolikka olib keladi. Shuning uchun ham kichik hajmli tanlanmalarda ba'zida intervalli baholardan foydalaniladi.

Intervalli baho deb, bosh to'plamning baholanayotgan parametri qiymatini tashkil qilish ehtimolligiga ega bo'lgan, nisbiy ravishda birga yaqin aniqlik bilan tasdiqlangan, tanlanmalar natijalari bo'yicha aniqlanuvchi (θ_1^*, θ_2^*) sonli intervalga aytiladi. Avval nuqtali baholarni ko'rib chiqamiz. Nuqtali baholardan ba'zida boshlang'ich moment

$$M_\beta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^\beta \quad (3.22)$$

va markaziy moment

$$\mu_\beta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^\beta, \quad (3.23)$$

lar ishlatiladi, bu yerda $i=1, 2, 3, 4, \dots$ - momentlar tartibi.

Nuqtali baholar nazariyasining asosiy muammosi - siljimaslik, samaradorlik va asoslanganlik talablariga javob beruvchi eng yaxshi bahoni tanlab olishdir.

Agar θ_n^* nuqtali bahoning matematik kutilmasi baholanayotgan parametr θ ga teng bo'lsa, u ajratilgan deyiladi:

$$M\theta_n^* = \theta \quad (3.24)$$

B_n aralashish bilan mos keluvchi θ_n^* baho farq deb ataladi:

$$B_n = M\theta_n^* - \theta \quad (3.25)$$

Agar $n \rightarrow \infty$ da θ_n^* baho ehtimollik bo'yicha baholanayotgan parametrga intilsa, ya'ni ixtiyoriy $\varepsilon > 0$ uchun

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\theta_n^* - \theta| < \varepsilon\} = 1 \quad (3.26)$$

shart bajarilsa, θ parametrning θ_n^* nuqtali bahosi asoslangan deyiladi.

Amaliyotda asoslangan baho odatda quyidagi shartlar bilan aniqlanadi:

1) qo'shilgan baho nolga teng bo'lganda $B_n = 0$ ёки $n \rightarrow \infty$ da nolga intilganda;

2) $D\theta_n^*$ dispersiya bahosi $\lim_{n \rightarrow \infty} D\theta_n^* = 0$ tenglikni qanoatlantirganda.

Tanlanma bahosining dispersiyasi uning yana bir muhim xossasi - foydalilik bilan bog'liq. Bahoning foydaliligiga bo'lgan talab mantiqiy qoidalarga asoslanadi, agar parametrning bir qancha

ajratilgan baholariga ega bo'lsin, unda bahoni $D(\theta_n^*)$ eng kichik dispersiya bilan hisoblashga o'tiladi va bu holda baholashning olingan mavjud xatolari eng kichik bo'ladi.

Biroq foydali bahoni qidirish juda mashaqqatli va uzoq davom etadi hamda har doim ham yechimga ega bo'lavermaydi.

Shuning uchun ham amaliyotda ba'zan nisbiy foydalilik tushunchasi ishlatiladi. θ_1^* va θ_2^* lar θ parametrning ajralgan baholari bo'lsin, unda bahoning nisbiy foydaliligi quyidagi munosabatdan aniqlaniladi:

$$I = \frac{D(\theta_1^*)}{D(\theta_2^*)} \quad (3.27)$$

Agar $I > 1$ bo'lsa, unda θ_2^* baho θ_1^* ga nisbatan foydaliroq bo'ladi.

Foydali baho dispersiya minimumi nuqtai nazaridan parametrning eng yaxshi bahosi hisoblanadi. Biroq bunday bahoni olishni har doim ham imkoni mavjud emas. Baholarning foydali bahoga nisbatan yanada kengroq sinfini yyetarli baholar tashkil qiladi. Yetarlilik tanlash paytida to'plangan va bosh to'plamning parametriga nisbatan qaror qabul qilish uchun lozim bo'lgan informatsiyalarning hajmiga bog'liq. Agar $p(x_1, x_2, \dots, x_n, I | \theta_n^* = d)$ (bu yerda $d - \theta_n^*$ statistikaning konkret qiymati) shartli taqsimlanish bo'lishi mumkin bo'lgan barcha θ_n^* qiymatlardagi noma'lum parametrlardan kelib chiqmagan bo'lsa, θ parametrning θ_n^* bahosi yyetarli deyiladi.

Amaliyotda statistikaning yyetarliligi odatda faktorlashtirish mezoni yordamida tekshiriladi. Ushbu mezonga asosan baho faqat va faqat to'g'ri o'xshashlik fuksiyasi $L(x_1, x_2, \dots, x_n, I | \theta)$ ni ikki ko'paytuvchining ko'paytmasi ko'rinishida keltirish mumkin bo'lsa, ko'paytuvchilardan biri θ parametr va statistika θ_n^* larga bog'liq bo'lsa, ikkinchisi esa $x_1, x_2, \dots, x_n$ kuzatishlarning natijalariga bog'liq va θ ga bog'liq emas, ya'ni

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = G(\theta, \theta_n^*) H_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.28)$$

bo'lganda yetarli deb hisoblanadi.

Endi intervalli baholarni ko'rib chiqamiz. Yuqorida ko'rib o'tilgan barcha baholar nuqtali bo'lib, bosh to'plamning noma'lum parametrini mos keluvchi statistika yordamida baholaniladi.

Biroq nuqtali baho aniqlik darajasi va ishonchlilikning kam informatsiyalashganligi ko'rsatmasiz statistikaning kuzatilayotgan qiymati kabi shunchaki tasodifiy miqdorning xususiy qiymati hisoblanib qoladi. Bu asosan kam hajmdagi tanlanmalarga tegishli bo'lib, nuqtali baho baholanayotgan parametrdan farq qilishi mumkin bo'lsa, unda u qo'pol xatolikka olib boradi.

Chunki θ parametrning θ^* bahosini ishonchliligi va aniqligi haqidagi ko'rsatmalarni olishda har bir ehtimolligi birga yaqin bo'lgan γ ni Δ bilan ko'rsatish mumkin, unda

$$P(|\theta^* - \theta| < \Delta) = P(-\Delta < \theta^* - \theta < \Delta) = \\ P(\theta^* - \Delta < \theta^* - \theta < \theta^* + \Delta) = \varphi \quad (3.29).$$

θ^* baho Δ qanchalik kichik bo'lsa, berilgan γ ga nisbatan aniqroq bo'ladi. (3.29) munosabatdan kelib chiqib, tasodifiy chegarasi bilan q parametrni qoplab oluvchi ishonchli interval γ ga teng.

Berilgan γ uchun Δ qanchalik kichik bo'lsa, θ^* baho shunchalik aniq bo'ladi. (3.29) munosabatdan kelib chiqadiki, ma'lum θ parametrni qoplab oluvchi tasodifiy chegarali $(\theta^* - \Delta), (\theta^* + \Delta)$ ishonchli interval γ ga teng. Δ kattalik ishonchli intervalning yarmiga teng bo'lib, bahoning aniqligi, γ ehtimollik esa baholarning ishonchli ehtimolligi (yoki ishonchliligi) deyiladi.

Iшонchli intervalning qurilishini ko'rib chiqamiz. $N(\mu, \sigma)$ taqsimlanish qonunli, $x_1, x_2, \dots, x_n$ tasodifiy tanlanmadan olingan σ noma'lum o'rtacha kvadratik og'ishli, n hajmli va x o'rtacha qiymati hisoblangan X bosh to'plam bo'lsin. $\bar{x}$ statistikadan foydalanib μ uchun interval bahoni topish talab qilinadi.

μ parametrning interval bahosini qurish uchun quyidagi statistikadan foydalanamiz:

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \quad (3.30)$$

Yuqorida biz berilgan statistika $n-1$ erkinlik darajasiga ega bo'lgan Student taqsimlanishiga ega ekanligini ko'rsatib o'tgan edik. O'rta arifmetik qiymat - $\bar{x}$ va S tanlamaviy o'rta kvadratik

og'ish X general to'plamdan olingan n hajmli tanlanmalarning natijalari bo'yicha aniqlanishini keltirib o'tamiz.

Unda t - taqsimlanish jadvali bo'yicha $n-1$ erkinlik darajasi uchun quyidagi tenglik bajariladigan t_γ ning qiymatini topamiz:

$$P\left\{-t_\gamma \leq \frac{\bar{x} - \mu}{S} \sqrt{n-1} \leq t_\gamma\right\} = \gamma \quad (3.31)$$

Tengsizlik o'zgartirilgandan so'ng μ parametrning ishonchli intervali uchun Styudent taqsimoti yordamida topilgan munosabatni olamiz:

$$P\left\{\bar{x} - t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n-1}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_\gamma \frac{s}{\sqrt{n-1}}\right\} = \gamma \quad (3.32)$$

bu yerda baholarning aniqligi quyidagi tenglikdan aniqlanadi:

$$\Delta = t_\gamma \frac{S}{\sqrt{n-1}}, \quad (3.33)$$

3.4. Modellarning parametrik identifikatsiyasi. Parametrlarning nuqtali baholarini topish uchun eng kichik kvadratlar va maksimal haqiqatnamolik usullarining qo'llanilishi

Tajriba yoki tajribaviy - analitik usullar yordamida qurilgan matematik modellar qiymati tajriba ma'lumotlari bo'yicha aniqlanadigan noma'lum o'zgarmaslardan tashkil topadi. Agar foydalanilayotgan modellar izlanayotgan parametrlarga nisbatan chiziqli bo'lsa, unda ularni baholash masalasi chiziqli regressiya analizi usuli bilan, ba'zida eng kichik kvadratlar usuli bilan oson yechiladi.

Noma'lum parametrlarning bahosi eng kichik kvadratlar usulida nomuvofiqliklar kvadratlarining yig'indisini minimumlashtirish yordamida olib boriladi. Bunday yondoshuv ko'pgina muhim xolatlarda optimallik xususiyatlarni baholashga olib boradi.

Kuzatilayotgan y_i qiymatni

$$y_i = \sum_{j=1}^p \lambda_{ij} \theta_j + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.34)$$

ko'rinishiga keltiramiz, bu yerda $(\theta_1, \dots, \theta_p)$ bahoga ega parametrlar; λ_{ij} -ma'lum koeffitsientlar; $(y_1, \dots, y_n)$ - kuzatuv natijalari; $(e_1, \dots, e_n)$ - kuzatuvning mo'ljaldagiga nisbatan xatosi, chunki

$$M\{e_i\} = 0, M\{e'_i, e''_i\} = \begin{cases} 0, & 1 \leq i' < i'' \leq n \\ \sigma^2, & i' = i'', \end{cases} \quad (3.35)$$

Y'ani kuzatuvning xatoliklari bir xil nolinchii matematik kutilma va mustaqil dispersiyaga ega bo'ladi.

(3.34) kuzatish sxemasi chiziqli model deb ataladi. Bu modelni matritsa shaklida yozish qulay. $\bar{y}$ - kuzatuvning vektor-ustuni;

Λ - $(n \times p)$ - to'g'ri burchakli matritsaning koeffitsientlari; $\vec{\theta}$ - parametrlarning vektor-ustuni; $\vec{y}$ - xatoarning vektor-ustuni, ya'ni

$$\bar{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1p} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \dots & \lambda_{np} \end{pmatrix}, \vec{\theta} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_p \end{pmatrix}, \vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Unda (3.34) shartning matritsa shakli

$$\bar{y} = \Lambda \vec{\theta} + \vec{\varepsilon} \quad (3.37)$$

munosabat bilan, (3.35) shart esa

$$M\{\vec{\varepsilon}\} = 0, V(\vec{\varepsilon}) = M\{\vec{\varepsilon}^T \vec{\varepsilon}\} = \sigma^2 I, \quad (3.38)$$

munosabat bilan teng kuchli bo'ladi, bu yerda $V(\vec{y})$ - kuzatuv xatolarining kovariatsion matritsasi; I - birlik $(n \times n)$ matritsa; T - transponirlash belgisi.

Ushbu holda eng kichik kvadratlar usuli quyidagi kvadratlar yig'indisini minimumlashtirishga qo'llaniladi.

$$Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^p \lambda_{ij} \theta_j)^2 \quad (3.39)$$

Q minimum mavjud bo'lishining zaruriy sharti

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta_j} = 0 \quad (j=1, 2, \dots, p), \quad (3.40)$$

yoki

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta_j} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \sum_{j=1}^p \lambda_{ij} \theta_j) = 0. \quad (3.41)$$

ko'rinishga ega.

(3.41) shart θ_j parametrga nisbatan chiziqli tenglamalar tizimi ko'rinishida yoziladi:

$$\sum_{k=1}^p L_{jk} \theta_k = \sum_{i=1}^n y_i \lambda_{ij}, \quad (j=1, 2, \dots, p) \quad (3.42)$$

bu yerda

$$L_{jk} = \sum_{i=1}^n \lambda_{ij} \lambda_{ik}, \quad (j, k=1, 2, \dots, p). \quad (3.43)$$

Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, bu tizim yomon tomonga

$$\Delta = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \dots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \dots & L_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_{n1} & L_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \neq 0$$

o'zgarmagan, ya'ni uning aniqlovchisi

(3.44)

bo'lib, uning yagona $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ yechimini toppish mumkin. Bu kattaliklar eng kichik kvadratlar usuli bo'yicha olingan baholar deb ataladi. Ularni matritsa shaklida qidirish qulay. (3.36) belgilashdan foydalanib (3.39) ni quyidagi ko'rinishda yozamiz:

$$Q = (\bar{y} - \Lambda \bar{\theta})^T (\bar{y} - \Lambda \bar{\theta}). \quad (3.45)$$

Bunda (3.42) tizim quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\Lambda^T \bar{y} - \Lambda^T \Lambda \bar{\theta} = 0 \quad (3.46).$$

Matritsa $\Lambda^T \Lambda$ - buzilmaganligini, bu shart $\Delta \neq 0$ shartga teng kuchliligini ta'kidlab, (3.46) dan qidirilayotgan $\vec{\theta}$: bahoning vektor ustunini topamiz:

$$\vec{\theta} = (\Lambda^T \Lambda)^{-1} \Lambda^T \vec{y} \quad (3.47).$$

Biroq modellarning ko'pchiligi parametrlar bo'yicha noxiziqli, chunki ularni baholashning usullari ahamiyatli darajada murakkablashgan. Bunday modellarni identifikatsiyalash protseduralarini yanada to'liqroq ko'rib chiqamiz. Apparatda jarayon o'tishi mexanizmining m ta modellariga ega bo'linsin va ular quyidagi ko'rinishda keltirilsin:

$$\vec{\eta}_u^{(j)}(\vec{\theta}_j) = f^{(j)}(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j), \quad \vec{y}_u = \vec{\eta}_u^{(j)}(\vec{\theta}_j) + \vec{\varepsilon}_u, \quad (3.48)$$

$$M\vec{\varepsilon}_u = 0, \quad D\vec{\varepsilon}_u = \sigma^2 V \quad (3.49)$$

yoki

$$\frac{d\vec{\eta}_u^{(j)}}{dt} = \vec{\varphi}^{(j)}(\vec{\eta}_u^{(j)}, \vec{x}_u, (\vec{\theta}_j), \vec{y}_u) = \vec{\eta}_u^{(j)}(\vec{\theta}_j) + \vec{\varepsilon}_u \quad (3.50)$$

$$M\vec{\varepsilon}_u = 0, \quad D\vec{\varepsilon}_u = \sigma^2 V, \quad (3.51)$$

bu yerda:

$\vec{\theta}_j$ - j -nchi model uchun noma'lum parametrlarning p_j - o'lchamli vektori;

$\vec{x}_u$ - boshqariladigan o'zgaruvchilarning o'lchamli vektori;

$\vec{\varepsilon}_u$ - kuzatishlarni qayta tiklanuvchanligining xatolik vektori;

u - tajriba raqami;

M - matematik kutilmaning belgisi;

D - o'lchashlarning dispersion-kovariatsiya matritsasi;

σ^2, V - D ni tavsiflovchi skalyar ko'paytuvchi va ijobiy aniqlangan matritsa;

$\vec{y}_u$ - o'lchashlarning Q o'lchamli vektori;

$\vec{\eta}_u(\vec{\theta}_j)$ - tizimlar javobining Q o'lchamli vektori.

Tasodifiy kattaliklarning o'rtasida odatda shunday bog'liqlik mavjud, bir kattalikning o'zgarishi boshqalarining taqsimlanishini

o'zgartirib yuboradi. Bunday bog'liqlik stoxastik bog'liqlik deb ataladi.

Agar ikki X va Y tasodifiy kattaliklar bog'liq bo'lmasa, unda bu kattaliklar yig'indisining dispersiyasi bu kattaliklar dispersiyalari yig'indisiga teng bo'ladi:

$$D(X + Y) = D(X) + D(Y). \quad (3.52)$$

Agar ushbu tenglik bajarilmasa, unda X va Y kattaliklar bog'liq hisoblanadi. Dispersiya va matematik kutilmaning xossalari ta'riflaridan quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} D\{X + Y\} &= M[X + Y - M(X + Y)]^2 = M[X - M(X)]^2 + \\ &+ 2M\{[X - M(X)][Y - M(Y)]\} + M[Y - M(Y)]^2 = \\ &= D(X) + 2M\{[X - M(X)][Y - M(Y)]\} + D(Y). \end{aligned} \quad (3.53)$$

Agar quyidagi shart o'rinli bo'lsa, X va Y kattaliklar orasida bog'liqlik mavjud bo'ladi. Oxirgi kattalik X va Y tasodifiy kattaliklarning kovariatsiyasi deb ataladi va Cov_{xy} bilan belgilanadi:

$$M[(X - m_x)(Y - m_y)] \neq 0. \quad (3.54)$$

β - tasodifiy kattaliklar matematik kutilmasining vektor ustuni, B - tasodifiy kattaliklarni tanlanmaviy qiymatlarini vektori bo'lsin. Unda

$$M[(B - \beta)(B - \beta)^T] = \begin{bmatrix} \sigma_{b1}^2 & cov_{b1b2} & \dots & cov_{b1bn} \\ cov_{b2b1} & \sigma_{b2}^2 & \dots & cov_{b2bn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ cov_{bnb1} & cov_{bnb2} & \dots & \sigma_{bn}^2 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

bu yerda σ_{bj}^2 - b_j tasodifiy kattaliklarning dispersiyasi; cov_{bjb_n} - b_j va b_n tasodifiy kattaliklarning kovariatsiyasi.

Oxirgi tenglamaning o'ng qismidagi matritsa dispersiyaviy - kovariatsiya matritsasi deyiladi. Uning diagonal elementlari o'zida tasodifiy kattaliklarning dispersiyasini, diagonal bo'lmaganlari esa ular o'rtasidagi statistik bog'liqlikni aniqlovchi tasodifiy kattaliklarga mos keluvchi kovariatsiyani nomoyon qiladi.

Avval *yagona javobli*, ya'ni bitta chiqish o'zgaruvchili modellarni ko'rib chiqamiz. Modellarning noma'lum parametrlarini

baholashda R.Fisher tomonidan taklif qilingan va katta tanlanmalar uchun olingan baholashning ishonchlilik intervali hamda gipotezalarning ko'p protsedurali tekshiruvlariga asoslangan *maksimal haqiqatnamolik usulidan* juda kam foydalaniladi.

Taqsimlanish qonuni $f(x, \theta)$ ehtimollik zichligi bilan berilgan uzluksiz tasodifiy kattalikka ega bo'linsin. Haqiqatnamolik funksiyasini tuzamiz:

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta) f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) \quad (3.56)$$

bu yerda $x_1, x_2, \dots, x_n$ - tasodifiy kattaliklarning qayd qilingan qiymatlari, θ esa - parametrlarning vektori.

Usulning mohiyati shundaki, maksimal haqiqatnamolik $\theta_n = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)$ parametrlarning bahosi sifatidagi f_n ni imkoni boricha katta qiymatga erishtiradigan $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ qiymatlardan tashkil topadi.

Shunday qilib f_n ning o'zi θ qiymatlarda ham maksimumga erishadi, lekin amaliyotda ba'zan haqiqatnamolikning logarifmik funksiyasi deb ataluvchi $\ln f_n = L$ funksiyadan foydalanish qulayroq. $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ qiymatlar $x_1, x_2, \dots, x_n$ tanlanmaning funksiyasi hisoblanadi va maksimal haqiqatnamolikning bahosi deb ataladi.

Maksimal haqiqatnamolik bahosini topish uchun quyidagi haqiqatnamolik tenglamalar tizimini $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ ga nisbatan yechish lozim:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0, \dots, \frac{\partial L}{\partial \theta_p} = 0 \quad (3.57)$$

Agar xatolarning qayta tiklanuvchanlik taqsimoti ε_n oilasi muntazamlilik shartlariga javob bersa, unda ko'p hollardagi maksimal haqiqatnamolik baholari tajribalar hajmi chegaralanmagan holda o'sganda haqiqiy qiymatga intilish ehtimolligi bo'yicha olingan parametrlarning baholari mohiyatidan kelib chiqib asoslangan hisoblanadi. Muntazamlilik va asoslanganlik shartlari parametrlar baholarining asimptotik foydaliligini ta'minlaydi. Bundan tashqari, agar o'lchash xatolarining taqsimlanishi parametrik eksponensial tipga tegishli bo'lsa, unda $\vec{\theta}_j$ noma'lum parametrlarning vektor bahosi yetarli hisoblanadi, ya'ni boshlang'ich tajriba ma'lumotlarida ega bo'linadigan barcha zaruriy informatsiyalardan tashkil topadi. Shunday qilib, noma'lum parametrlarning maksimal haqiqatnamolik

usuli bo'yicha topiluvchi baholari $\vec{\epsilon}_u$ xatolar taqsimoti funksiyasiga yetarlicha kuchsiz chegaralanish berilganda va katta tanlanmalarda ko'pgina muhim optimal xususiyatlarga ega.

Maksimal haqiqatnamolik usulidan amaliy foydalanilganda odatda modellarning noma'lum parametrlarini baholash bilan bir qatorda taqsimot zichligining noma'lum parametrlarini ham baholash mumkin bo'lganligi sababli kuzatish xatolarining taqsimot zichligining ma'lum turi talab qilinadi.

Faraz qilamiz, M_j modellar uchun bir nechta yo'l orqali $\vec{\theta}_j^*$ parametrlarning baholari olingan. Unda (3.48) tenglama bilan mos ravishda j -modelni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$e_u^{(j)} = y_u^{(j)} - f(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j^*) \quad (u = 1, \dots, n), \quad (3.58)$$

bu yerda $e_u^{(j)}$, $\vec{\theta}_j$ va M_j - berilganlar uchun e_u tajriba xatolarining baholari; n - kuzatishlar soni.

n ta tajribalar o'tkazilgan bo'lsin. e_u tasodifiy kattaliklarning taqsimlanish zichligini $p(e_u, \vec{\psi})$ orqali, $\vec{e} = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$ tasodifiy vektorning qo'shma taqsimlanish zichligini esa $p(e_u, \vec{\psi})$ orqali belgilaymiz, bu yerda $\vec{\psi}$ -taqsimlanish zichligining parametrlar vektori bo'lib, xususan qayta tiklanish dispersiyasi va matematik kutilmalar kattaliklarining normal zichliklari uchun tashkil qilinadi.

Unda $p(e_u, \vec{\psi})$ ifodaga (3.58) munosabatdagi $e_u^{(j)}$ kattalikni qo'yish natijasida olingan tanlanmalarning $L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi})$ haqiqatnamolik funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi}) = p(e^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi})) \quad (3.59).$$

$e_u (u=1, 2, \dots, n)$ mustaqil tasodifiy kattaliklar uchun tanlamalarning haqiqatnamolik funksiyasi quyidagicha aniqlaniladi:

$$L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi}) = \prod_{u=1}^n p(e^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi})) \quad (3.60).$$

Shunday qilib, kuzatishlar xatoliklari tanlanmalarining haqiqatnamolik funksiyasi $L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi})$ kuzatishlarning bir qancha fiksatsiyalangan kattaliklari o'zgaruvchilar sifatida qaralganda $\vec{\theta}_j$ va $\vec{\psi}$ parametrlar uchun ham $y_1, y_2, \dots, y_n$ kuzatishlar to'plami uchun ham

$p(e^{(i)}(\vec{\theta}_j), \vec{\psi})$ tanlanmalarning taqsimlanish zichligi funksiyasi hisoblanadi.

Maksimal haqiqatnamolik usuliga muvofiq parametrlarning eng yaxshi baholari kuzatishlarning olingan haqiqiy qiymatlariga mos kelishining maksimal ehtimolligi bilan yoziladigan baholar hisoblanadi. Shuning uchun parametrlarni baholash masalasi quyidagi shartni qanoatlantiruvchi $\vec{\theta}_j$ va $\vec{\psi}$ aniqlikda olib boriladi:

$$L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi}^*) = \max_{\vec{\theta}_j, \vec{\psi}} L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi}) \quad (3.61)$$

Taqsimlanish zichligidan kelib chiqib kuzatishlar xatolarining ehtimolligi e aniq ko'rinishli $L^{(i)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi})$ funksiya bilan aniqlanadi. Agar e_u ($u = 1, 2, \dots, n$) tasodifiy kattaliklar mustaqil va nolli o'rtacha va ma'lum dispersiya bilan normal taqsimlangan bo'lsa, unda $L^{(i)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi})$ funksiya quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{n/2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \sum_{u=1}^n \frac{(y_u - f(\bar{x}_u, \vec{\theta}_j))^2}{\sigma_u^2}\right) \quad (3.62)$$

Unda $\vec{\theta}_j^*$ parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usuli asosida olingan baholari eng kichik kvadratlar usuli bilan olingan baholarga, ya'ni kuzatish xatoliklari kvadratlarining mutloq yig'indisi minimallashtirilgandagi baholarga ekvivalent bo'ladi:

$$\phi^{(j)}(\vec{\theta}_j^*) = \min_{\vec{\theta}_j} \phi^{(j)}(\vec{\theta}_j) = \min_{\vec{\theta}_j} \sum_{u=1}^n \frac{[e_u^{(j)}(\vec{\theta}_j)]^2}{\sigma_u^2} \quad (3.63)$$

Noma'lum, lekin teng dispersiyalardagi kuzatishlarning (3.63) ifodasi quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$F^{(j)}(\vec{\theta}_j^*) = \min_{\vec{\theta}_j} F^{(j)}(\vec{\theta}_j) = \min_{\vec{\theta}_j} \sum_{u=1}^n [e_u^{(j)}(\vec{\theta}_j)]^2 \quad (3.64)$$

Shuni ta'kidlab o'tish joizki, kuzatishlarning xatoliklari normal taqsimlanganda θ_j parametrlarning maksimal haqiqatnamolik usuli va eng kichik kvadratlar usuli bilan topilgan baholari bir-biriga mos keladi va shuning uchun ham ular umumiy optimal xossalarga ega bo'ladi.

Ko'p yechimli modellar uchun, ya'ni bir qancha o'zgaruvchi diodli modellar uchun tanlanmalarning haqiqatnamolik funksiyasi $L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi})$ tanlanmalar xatoliklarining mustaqil normal taqsimlanishida quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{aligned} L^{(j)}(\vec{\theta}_j^*, \vec{\psi}^*) &= \prod_{u=1}^b p(\vec{e}^{(j)}(\vec{\theta}_j^*), \vec{\psi}^*) = \\ &= (2\pi)^{-Qn/2} \det(\Sigma)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{k=1}^Q \sum_{l=1}^Q \sigma^{kl} \sum_{u=1}^n e_{uk} e_{ul}\right] = \\ &= ((2\pi)^{-Qn/2} \det(\Sigma)^{-n/2} \exp\left[-\frac{1}{2} Sp(\Sigma^{-1} A(\vec{\theta}_j^*))\right]), \end{aligned} \quad (3.65)$$

bu yerda

$$\vec{e}_u^j = \vec{y}_u - \vec{f}^{(j)}(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j^*) = (e_{u1}^j(\vec{\theta}_j^*), \dots, e_{uQ}^j(\vec{\theta}_j^*))^T, \quad \vec{y}_u -$$

u -o'lchamli o'lchashlar vektori;

$f^{(j)}(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j^*)$ - o'lchamli vektor funksiya bo'lib, o'lchashlarning $M_j, \Sigma^{uQ} = \{\sigma_{kl}\}_{Q \times Q}$ dispersiyaviy-kovariatsiya matritsasi modeliga mos keladi; τ -transponirlash indeksi; bunda

$$A(\vec{\theta}_j^*) = \sum e_u^j(\vec{\theta}_j^*) e_u^j(\vec{\theta}_j^*)^T, \quad (3.66)$$

$$\Sigma^{-1} = \{\sigma^{kl}\}_{Q \times Q} \quad (3.67)$$

Maksimal haqiqatnamolik tamoyili bilan mos ravishda parametrlarning maksimal haqiqatnamoligi bahosi $\vec{\theta}_j^*$ o'zgarishlarning ma'lum dispersion-kovariatsiyali matritsasi $L^{(j)}(\vec{\theta}_j, \vec{\psi})$ ni maksimallashtiradi, agar $\vec{\theta}_j^*$ vektor parametrlar $Sp(\Sigma^{-1} A(\vec{\theta}_j^*))$ kattalikni minimalashtirsa, unda quyidagi ifoda kelib chiqishi mumkin:

$$SS_1(\bar{\theta}_j^*) = Sp(\Sigma^{-1} A(\bar{\theta}_j^*)) = \min_{\bar{\theta}_j^*} Sp(\Sigma^{-1} A(\bar{\theta}_j^*)). \quad (3.68)$$

Agar matritsa Σ - diagonal matritsa bo'lsa, unda $Sp(\Sigma^{-1} A(\bar{\theta}_j^*))$ o'zida qoldiqlar kvadratlarining mutloq yig'indisini namoyon qiladi.

Ravshanki, $Q=1$ da (3.68) ifoda (3.63) ifoda bilan mos tushadi.

Agar kuzatishlar xatoliklarining dispersiyaviy-kovariatsiya matritsasi tekshirilmaganligi noma'lum bo'lsa, unda Bayes yondoshuvidan foydalanib $Sp(\Sigma^{-1} A(\bar{\theta}_j^*))$ parametr bo'yicha minimumlashtirilib maksimal haqiqatnamolik parametrlarining baholari olinadi:

$$SS_2(\bar{\theta}_j^*) = \det A(\bar{\theta}_j^*) = \min_{\bar{\theta}_j^*} \det(\bar{\theta}_j^*). \quad (3.69)$$

Kuzatishlarning xatolikari me'yordan eng yaxshi taqsimlangan hollarda maksimal haqiqatnamolik usulidan foydalanish (3.63), (3.64), (3.68) larga qaraganda hisobiy va tajribaviy ma'lumotlarning yaqinligi darajasini tavsiflovchi boshqa mezonlarga olib boradi. Kamdan-kam hollarda, agar xatolik Laplas bo'yicha taqsimlangan bo'lsa, unda yagona javobli vaziyatlar uchun eng kichik modullar usulidan quyidagi mezonga mos ravishda foydalanish lozim:

$$SS_3(\bar{\theta}_j^*) = \sum_{u=1}^n |e_u^{(j)}(\bar{\theta}_j^*)| = \min_{\bar{\theta}_j^*} |e_u^{(j)}(\bar{\theta}_j^*)|. \quad (3.70)$$

Parametrlarning intervalli baholari. Yuqorida modellarning qidirilayotgan parametrlarining maksimal haqiqatnamolik usuli bilan topiladigan nuqtali baholari haqida so'z yuritildi. Oxirgi baho hech bo'lmaganda bir qancha asimptotik xossalarga ega, lekin aynan kichik tanlanmalarda modellarning nochiziqli o'lchami va aniqlanilayotgan baholarning aniqligi haqidagi muhim qo'shimcha axborotlarni ta'minlab bera olmaydi. Bunday axborot ishonchli sohalarning tavsiflaridan tashkil topadi.

Taqsimlanish funksiyalarining bir nechta parametrlari (parametrlar to'plami) uchun ishonchlilik intervali (ishonchlilik sohasi) parametrik fazodagi interval (soha) bo'lib, o'lchanayotgan kattaliklarning yetarlilik statistikasi va ular ega bo'lgan xossalar bilan aniqlaniladi, chunki u parametrlarning "haqiqiy" qiymatini tashkil qilish ehtimoli bo'lib, oldindan berilgan α qiymatga eng oxirgi o'lcham bo'yicha tengdir. α kattalik ishonchli sath deb ataladi.

Avval $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ model parametrlar (ya'ni $f(\vec{x}, \vec{\theta}) = x\vec{\theta}$) ning chiziqli funksiyasi hisoblangan holni ko'rib chiqamiz. Maksimal haqiqatnamolikning $\vec{\theta}$ baholari bu yerda eng yaxshi chiziqli ajratilgan $\vec{\theta}$ baholar hisoblanadi va $\vec{\theta}$ ning aniq ishonchli sohasini $\text{res}(\vec{e})$ kvadratlarning qoldiq yig'indisiga $\text{reg}(\vec{e})$ shartli regressiyalar kvadratlarning yig'indisini qo'shib, $\vec{e}^T \vec{e}$ kvadratlar yig'indisining dekompozitsiyalaridan foydalanib qurish mumkin, ya'ni

$$\vec{e}^T \vec{e} = \text{reg}(\vec{e}) + \text{res}(\vec{e}), \quad (3.71)$$

bu yerda $\vec{e} = (e_1, e_2, \dots, e_n)^T$, $\text{res}(\vec{e}) = (x^T \vec{e})^T (x^T x)^{-1} (x^T \vec{e})$ r rangga ega va $\text{reg}(\vec{e})/\sigma^2$ tasodifiy kattalik r erkinlik darajali x^2 - taqsimlanishga ega. Bu yerda

$$\text{res}(\vec{e}) = \vec{e}^T \vec{e} - \text{reg}(\vec{e}), \quad (3.72)$$

$n - r$ rangga va $n - r$ erkinlik darajali $\sigma^2 x^2$ -taqsimlanishga ega. Unda θ uchun aniq $100\alpha\%$ li ishonchli soha quyidagi tengsizlikdan aniqlanadi:

$$\text{reg}(\vec{y} - x\vec{\theta}) / \text{res}(\vec{y} - x\vec{\theta}) \leq pF(a, p, n - p) / (n - p), \quad (3.73)$$

bu yerda $F(a; r, n - r)$ - r va $n - r$ erkinlik darajalari uchun F -taqsimlanishning $100\alpha\%$ li yuqori nuqtasi; $\vec{y}_j$ - kuzatishlar vektori.

Kvadratlar qoldiq yig'indisining $\vec{\theta}$ yetarlilik bahosi θ ga bog'liq bo'lmagan hollarda faqatgina x va $\vec{y}$ larga bog'liq bo'ladi.

Endi umumiy integral ko'rinishi xuddi $(\vec{x}, \vec{\theta})$ kabi yozilishi mumkin bo'lgan modellarning nochiziqli nisbiy parametrlari holatidagi θ parametrlar uchun aniq ishonchli sohalarni qurish masalalarini ko'rib chiqamiz. Berilgan masala chiziqli holatlar bilan solishtirilganda, xuddi parametrlari bo'yicha nochiziqli modellar statistik yetarli to'plamga ega bo'lmagani kabi keskin

murakkablashib ketadi. Biroq $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ uchun muntazamlikning ma'lum shartlarida va ko'p o'lchamli $y_u, (u=1, \dots, n)$ normal taqsimlanishda θ uchun yetarlilik bilan birga statistik to'plamga ega bo'linadi; bu faqat va faqat $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ chiziqli bo'lganda o'rinli bo'lib, quyidagi ko'rinishda keltirilishi mumkin:

$$f(\vec{x}_u, \vec{\theta}) = \sum w_i(\vec{\theta}) U_{ui}. \quad (3.74)$$

bu yerda $w_i(\vec{\theta})$ ($i=1, \dots, p$) - $\vec{\theta}$ - ning uzluksiz funksiyalari; $U=\{u_{ui}\}$ - x^*p - o'lchamli va r rangli matritsa. U matritsaning elementlari θ ga funksional bog'lanmagan. Biroq umumiy holda $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ (3.74) dagi ko'rinishda keltirilishi mumkin emas, hech bo'lmaganda ba'zida yetarlicha aniq r a'zoli chiziqli (3.74) shaklida silliqlantiriladi. Bunda ba'zan $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ funksiyalarni dastlabki qayta parametrlashtirishni o'tkazish talab qilinadi.

$f(\vec{x}, \vec{\theta})$ ni chiziqli shaklda silliqlantirish uchun $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ ni oxirgi qisqartirishlar bilan ko'p o'lchamli qatorlarga yoyish lozim. $w_i(\vec{\theta})$ tanlov shunday bo'ladiki, unda qisqartirilgan qatorlar orqali $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ ga eng yaxshi yaqinlashishga erishiladi. Keyin quyidagi kvadratik shakllar tanlanadi,

$$reg(\vec{e}) = (U^T \vec{e})^T (U^T U)^{-1} (U^T \vec{e}), \quad (3.75)$$

$$res(\vec{e}) = \vec{e}^T \vec{e} - reg(\vec{e}), \quad (3.76)$$

chunki θ uchun 100α % li ishonchli soha quriladi. Bunda silliqlantirish (3.74) ning aniqligi (3.73) da bajariladigan ehtimollik baholarining aniqligiga amaliy jihatdan ta'sir qilmaydi. Biroq $res(\vec{e}) = res(\vec{y} - f(\vec{x}, \vec{\theta}))$ va (3.73) tengsizlikning maxraji nochiziqli bo'lganda $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ modellar $\vec{\theta}$ ga bog'liq bo'lib, bu bog'liqlik "yaxshi" silliqlantirishlarda ham "kuchsiz"dir. Albatta, nochiziqli hollarda (3.75) dagi U tanlanma ($res(\vec{e})$) ga ham tegishli) yagona emas.

Shunday qilib, umumiy hollarda nochiziqli parametrlashtirilgan modellar uchun olingan natijalarining katta qismini chiziqli modellar uchun qo'llab bo'lmaydi. Ayni payti agar o'lchash xatoligi normal bo'lsa, parametrlar vektori kattaliklar bilan normal taqsimlanmagan bo'lishi mumkin.

Keyin, $\text{res}(\vec{e})/(n-p) = \text{res}(\vec{y} - f(\vec{x}, \vec{\theta})) / (n-p) = S^2 \sigma^2$ baholar bilan olinmagan bo'lishi majburiy emas. Bundan tashqari $\vec{\theta}$ vektor parametrlar bahosining dispersiyaviy-kovariatsiya matritsasi $\sigma^2 (x^T x)^{-1}$ matritsadan farq qilishi mumkin.

Taxminan 100α % li ishonchli sohani quyidagi tengsizlik yordamida aniqlash mumkin:

$$S(\vec{\theta}) \leq \hat{S}(\vec{\theta}) \left\{ 1 + \frac{p}{n-p} F_{\alpha}(p, n-p) \right\}, \quad (3.77)$$

bu yerda $\vec{\theta}$ - parametrlar vektorining maksimal haqiqatnamolik bahosi, $\vec{\theta}$ -doimiy dispersiyali normal taqsimlangan o'lchashlar uchun quyidagi tenglik o'rinli bo'lishi uchun berilgan:

$$\hat{S}(\vec{\theta}) = \sum_{u=1}^n (y_u - f(x_u, \vec{\theta}))^2. \quad (3.78)$$

Chiziqli hollarda (3.77) ifoda aniq 100α % li ishonchli sohani beradi, biroq nochiziqli hollarda ishonchli ehtimollik shunchaki 100α % ga yaqinlashadi.

Chiziqli modellar uchun $S(\vec{\theta})$ o'zida kvadratik shaklni namoyon qiladi va shundan kelib chiqib, ishonchli soha elliptik hisoblanadi hamda ushbu qoidaga ko'ra nosimmetrik va bananga o'xshash shaklda bo'ladi. Agar nochiziqli parametrlashtirilgan model faqat ikkita parametrdan tashkil topgan bo'lsa, unda ishonchli intervallar konturini bir oz oson qursa bo'ladi. Agar parametrlar soni ikkitadan ko'p bo'lsa, unda koordinata tekisliklarining kesishishiga to'g'ri keladiganlarini o'chirish mumkin.

Ko'rilayotgan protsedura ishonchli sohani qurishga tegishli, biroq, asimptotik xossasi jihatidan haqiqiy ishonchli ehtimollik tanlanma hajmi cheksiz o'sganda tanlab olinmagan qiymatlarga intiladi. $\vec{\theta}$ parametrlar baholarining muntazamligi ma'lum shartlarda asoslangan va asimptotik normal ekanligi ko'rsatilgan. Bunday hollarda quyidagi tengsizlikni qanoatlantiruvchi $\vec{\theta}$ to'plam $\vec{\theta}$ uchun asimptotik 100α % li ishonchli sohani aniqlaydi:

$$S(\vec{\theta}) - \hat{S}(\vec{\theta}) \leq \chi_{\alpha}^2(p), \quad (3.79)$$

Ko'p hollarda nochiziqli modellardagi parametrlarni baholashning barchasi tajriba ma'lumotlarining katta bo'lmagan

to'plamida o'tkaziladi va shuning uchun ham asimptotik nazariya natijalaridan amaliyotda kam foydalaniladi.

Nochiziqli modellar parametrlarining ishonchli intervallarini qurish nochiziqli modellarning darajalarini hisobga olgan holda olib boriladi. $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ nochiziqlilik darajasida qatnashuvchi o'lchashlar qandaydir nochiziqli - parametrlashgan $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ modellar uchun sezilarli xatoliklarsiz $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ ning o'rniga chiziqlantirilgan modellardan foydalanib, ishonchli sohani qurish mumkinligini o'rnatishni taqazo etadi. Biroq nochiziqli o'lchash kattaliklarida ishonchli sohani qurishning ushbu usuli befoйда hisoblanadi.

Nochiziqli modellar parametrlarining intervalli baholarini hisoblash, ularni nisbatan kam xarajatlar bilan izlanayotgan parametrlarning bahosiga ketma - ket yaqinlashish usuli (jek - nayf - usuli) bilan olishga yo'l qo'yadi. Bu usul o'lchash xatoliklarining normalligi yoki ularning bir xilligi (o'xshashligi) haqida hech qanday farazlarni talab qilmaydigan usul hisoblanib, asimptotik normal taqsimlangan baholarni aniqlash imkonini beradi.

Izlanayotgan parametrlarning bahosiga ketma-ket yaqinlashish usuli.

$n=gh$ bo'lsin, bu yerda n, g, h algebraik ko'rinishda keltirilgan $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ yagona javobli modelning butun sonlari. n -o'lchamli o'lchashlar vektori $\vec{y}$ ni har biri h o'lchamli nimvektorlar $\vec{y}_i (i=1, \dots, g)$ ga ajratamiz. Shundan so'ng $\vec{\theta}$ - izlanayotgan parametrlarning o'lchashlar vektori $\vec{y}$ bo'yicha eng kichik kvadratlar usuli bilan olingan bahosi, $\vec{\theta}$ esa - $\vec{\theta}$ ning o'lchashlar vektori $\vec{y}$ bo'yicha eng kichik kvadratlar usuli bilan olingan bahosi bo'lib, $\vec{y}$ nimvektorlardan olingan bo'lsin, unda soxta baho $\vec{\theta}$ quyidagi ko'rinishda hisoblanadi:

$$\vec{\theta}_i = g \hat{\vec{\theta}} - (g-1) \hat{\vec{\theta}}_{-1} \quad (i=1, \dots, g) \quad (3.80)$$

(3.80) munosabat nochiziqli modellardagi parametrlarning interval baholarini qurish uchun ishlatiladi. Buning uchun $\vec{\theta}_j$ jeknayf bahosini xuddi o'rtacha tanlanmali $\vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2, \dots, \vec{\theta}_g$ tanlanma vektori sifatida aniqlaymiz, ya'ni

$$\hat{\bar{\theta}}_j = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \tilde{\theta}_i \quad (3.81)$$

va θ_j ($i=1, \dots, g$) uchun tanlanmaviy dispersiyaviy-kovariatsiya matritsasi S :

$$S = \frac{1}{g-1} \sum_{i=1}^g (\tilde{\theta}_i - \hat{\bar{\theta}}_j)(\tilde{\theta}_i - \hat{\bar{\theta}}_j)^T \quad (3.82)$$

Bir o'lchamli hollardagi ishonchli intervalni hisoblash va o'rtacha qiymat haqidagi farazlarni tekshirish uchun odatda tanlanmali o'rtacha qiymat θ va bosh to'plamning gipotetik matematik kutilmasi θ o'rtasidagi farqni o'rtacha kvadratik og'ish σ ga bo'lish natijasida olinadigan statistikadan foydalaniladi. Agar tanlanma (θ, σ^2) to'plamdan olingan bo'lsa, unda

$$t = \sqrt{g} \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma} \quad (3.83)$$

kattalik yaxshigina ma'lum bo'lgan $g-1$ erkinlik darajasiga ega Student taqsimlanishiga ega bo'ladi, bu yerda g -tanlanmaning hajmi. Bunga asoslanib, $\theta - \theta_0$ farazlarni tekshirish uchun mezonlarni tuzish mumkin, bu yerda θ_0 - berilgan son yoki noma'lum parametr θ uchun ishonchli interval.

Ko'p o'lchamli analog bilan t kattalikning kvadrati (3.83) formuladan aniqlanadi va quyidagi kattalik hisoblanadi:

$$T^2 = g(\hat{\bar{\theta}} - \bar{\theta})^T S^{-1}(\hat{\bar{\theta}} - \bar{\theta}), \quad (3.84)$$

bu yerda $\bar{\theta}$ - o'rtacha qiymat vektori, S - g hajmli tanlanmaning kovariatsiyaviy matritsasi.

Ikkita tanlanma uchun T^2 - statistika Xotelling tomonidan taklif qilingan. Xotellingning T^2 - statistikasini quramiz. Agar $\bar{\theta}$ - ko'p o'lchamli $N(\bar{\theta}, \Sigma)$, normal taqsimlanishning o'rtacha qiymati bo'lsa, g hajmli tanlanma o'rtacha $\bar{\theta}_j$ va tanlanmali kovariatsiyaviy matritsa S bilan shunday olinadiki, unda

$$g(\bar{\theta} - \hat{\bar{\theta}}_j) S^{-1}(\bar{\theta} - \hat{\bar{\theta}}_j) \leq T_0^2(\alpha), \quad (3.85)$$

$(1 - \alpha)$ ga teng bo'ladi, bu yerda α - qiymat darajasi va

$$T_0^2(a) = \frac{(g-1)p}{g-p} F_{p,g-p}(a) \quad (3.86)$$

Koordinatalari (3.85) shartni qanoatlantiruvchi $\vec{\theta}$ nuqtalar to'plami r - o'lchamli fazoda o'lchami va shakli S^{-1} va qiymat darajasi α ga bog'liq bo'lgan giperellipsoidni aks ettiradi. Albatta (3.85) shartni qanoatlantiruvchi ellipsoid xuddi $\vec{\theta}_1, \vec{\theta}_2, \dots, \vec{\theta}_g$, tasodifiy tanlanma kabi tasodifiy hisoblanishini aytib o'tamiz.

$g \neq n$ da $\vec{\theta}_g$ bahoning raqamli qiymati kuzatish vektorini $\vec{y}_1, \vec{y}_2, \dots, \vec{y}_g$, nimvektorlarga dastlabki tarqatilishiga bog'liq, shuningdek shaxsiy kuzatuv umumiy holda bir xil bo'lmagan taqsimlanishga ega. Agar tajriba rejasining har biri m nuqtalarida $n=km$ dan iborat k takroriy o'lchashlarni o'tkazish nazarda tutilgan bo'lsa, unda $g=k$ tanlanadi. Ba'zan bu protseduralarni qo'llashda $h=1$ bo'ladi, chunki u $\vec{y}_1, \vec{y}_2, \dots, \vec{y}_g$ nimvektorlarga tarqatishdagi noaniqliklarni bartaraf qilishda yanada ishonchliroq natijalarni beradi.

Parametrlarning Beyes bo'yicha baholanishi. Yuqorida ko'rib chiqilgan nochiziqli modellar parametrlarini baholash usullarida ko'p hollarda izlanuvchining ixtiyorida bo'ladigan parametrlar haqidagi tekshirilmagan (tajribagacha ma'lum bo'lgan) axborotlar umuman ishlatilmaydi. Ishning mohiyati shundaki, amaliy jihatdan har doim tadqiqotchi tajriba tashkil etilguncha modellarning raqamli parametrlari haqida bir qancha ko'rsatmalarga ega bo'ladi. Xususan, o'rganilayotgan jarayonning fizik mohiyatidan kelib chiqib, u iloji bo'lmagan qiymatlarni parametrlar qatoridan olib tashlashi mumkin yoki parametrlarning raqamli qiymatlarining birorta afzal ko'rilganini boshqasining o'rniga qo'yadi. Tadqiqodchi o'zining tajribada tekshirilmagan barcha ma'lumotlarini parametrlarning tekshirilmagan $F_0(\vec{\theta})$ taqsimlanishi yoki $p_0(\vec{\theta})$ tekshirilmagan taqsimlanish zichligi deb ataluvchi tekshirilmaganlarga solib qo'yadi. Agar $\vec{\theta}_1$ parametrlarning vektor qiymati $\vec{\theta}_2$ qiymatga o'xshash bo'lsa, parametrlarning taqsimlanish zichligining funksiyasi $p_0(\vec{\theta})$ ijobiy hisoblanadi va quyidagi xossalarga ega bo'ladi: $p_0(\vec{\theta}_1) p_0(\vec{\theta}_2) > 1$. Bunda $\int p_0(\vec{\theta}) d\vec{\theta} = 1$ normallashtirish shartining bajarilishi talab qilinmaydi. Ko'rinib turibdiki, parametrlar taqsimlanishining tekshirilmagan teng

o'lehamli zichligi $p_0(\vec{\theta})$ - const vaziyatni parametrlar mavjud bo'lishining ruxsat etilgan sohasidagi barcha qiymatlari teng ehtimollikka ega bo'lganda tavsiflaydi.

O'rganilayotgan jarayon va parametrlar taqsimlanishini tekshirilmagan zichligining tuzilishi haqidagi ma'lumotlar shakllantirilgandan keyin tadqiqodchi tajribani o'tkazadi. Bunda barcha tajribaviy axborotlar haqiqatnamolik funksiyasi $L(\vec{\theta}|\vec{y})$ ga mujassamlashtiriladi. Unda $\vec{\theta}$ parametrlarni tavsiflovchi barcha axborotlar tekshirilgan (tajribadan keyin olingan) taqsimlanish zichligi $p(\vec{\theta}|\vec{y})$ ga to'planadi va $p(\vec{\theta}|\vec{y})$ Beyes teoremasiga muvofiq quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$p(\vec{\theta}|\vec{y}) = \text{const } L(\vec{\theta}|\vec{y}) p_0(\vec{\theta}) \quad (3.87)$$

bu yerda

$$\text{const} = \int L(\vec{\theta}|\vec{y}) p_0(\vec{\theta}) d\vec{\theta} \quad (3.88)$$

$p(\vec{\theta}|\vec{y})$ taqsimlanishning tekshirilgan zichligi tuzilgandan keyin $\vec{\theta}$ parametrlar vektorining nuqtali baholarini bevosita hisoblashga o'tiladi. Statistika tekshirilmagan axborotlardan foydalanib $p(\vec{\theta}|\vec{y})$ taqsimlanishning tekshirilgan zichligi bo'yicha hisoblanadigan $\vec{\theta}$ baholar beyes baholari nomini oladi, deyarli barcha fizik-kimyoviy izlanishlarda parametrlarning beyesov baholari sifatida quyidagi shartni qanoatlantiruvchi $\vec{\theta}^*$ baholar ishlatiladi,

$$p(\vec{\theta}^*|\vec{y}) = \max_{\vec{\theta}} p(\vec{\theta}|\vec{y}), \quad (3.89)$$

bu shart maksimal haqiqatnamolik usulini beyesning yagona masalasiga umumlashtirish sharti hisoblanadi.

$\vec{\theta}^*$ baholar ba'zida umumlashtirilgan maksimal haqiqatnamo baholar deyiladi. Xususan, agar $p_0(\theta)$ taqsimlanish zichligi teng o'lehamli bo'lsa, unda ular maksimal haqiqatnamolik baholari bilan mos tushadi. Bundan tashqari, parametrlarni haqiqiy qiymatlarining vektori $\vec{\theta}_{\text{haq}}^*$ ixtiyoriy $p_0(\theta)$ va tanlanmaning hajmi chegaralanmagan holda oshganda $\vec{\theta}^*$ ga intiladi. Shundan kelib

chiqib, $\vec{\theta}^*$ baholar asoslanganlik va asimptotik foydalilik xossalriga ega bo'lgan maksimal haqiqatnamolik baholari hisoblanadi.

Xulosa qilib shuni aytish mumkinki, parametrlar taqsimlanishining aniq tekshirilgan zichligi $\vec{\theta}$ ni faqat chiziqli parametrlashtirilgan modellar uchun qurish mumkin. Biroq kimyoviy texnologiya jarayonlarining modellarini ko'pchiligi nochiziqli parametrlarga ega. Shuning uchun odatda parametrlar bo'yicha chiziqlantirish talab qilinadi.

3.5. Modellarning monandligini tekshirish

Modellarning monandlik mezonlari. Ob'ektning matematik modeli uni qabul qilingan taxminiy o'xshashlik doirasida aniqlash hisoblanadi. Shuning uchun ham model va ob'ektda olinadigan o'zgaruvchilarning qiymatlari bir-biridan farq qiladi. Bu yerda modellarni haqiqiy ob'ektga yaqinligini o'rnatish (modellarning monandlini o'rnatish) masalasi yuzaga keladi. Avvalo, monandlikka tekshirish va o'rnatishga yaqinlashish uchun ob'ekt va modellarning mosligi haqida xulosa qilishga imkon beruvchi mezonlarni ishlab chiqish zarur. Ular asosan dispersiyaviy tahlil va qoldiqlar tahlili usullariga asoslanadi. Modellarning dispersiyaviy tahlili usuli $e_u^{(j)}(\vec{\theta}_j) = y_u^{(j)} - f_u^{(j)}(\vec{x}_u, \vec{\theta}_j)$ qoldiq kattaliklarini o'lchash xatoliklarini tavsiflovchi kattaliklar bilan solishtirish uchun ishlatiladi. Bunday solishtirishdan foydalanib, tadqiqodchi modelning umumiy monandligini o'rnatgani kabi keyinchalik ham modelning ahamiyatsiz a'zolarini o'chirish yordamida uni soddalashtiradi.

Buning uchun javobning qiymatlari model bo'yicha hisoblanadigan yoyilma va tajriba ma'lumotlarining yoyilmasiga muvofiq tavsiflanuvchi kvadratlar yig'indisi kattaliklari hisoblanadi:

$$SS(1) = \sum_{u=1}^n y_u^2 \text{ va } SS(2) = \sum_{u=1}^n \eta_u^{(j)2} = \sum_{u=1}^n f_u^{(j)2}, \quad (3.90)$$

qoldiqlar deb ataluvchi $e_u^{(j)} = y_u - f_u^{(j)}$, ayirmalar o'zida tajriba ma'lumotlarini aniq tavsiflovchi modellarning noqobil chegaralarini nomoyon qiladi. Ko'rinib turibdiki, agar sinalayotgan model haqiqiy bo'lsa, unda o'lchashlarning tajribaviy xatolari baholarida shubhasiz qoldiqlar bo'ladi. Shuning uchun ham modellarning tajriba

natijalariga nomuvofiqligining umumiy o'lchami $SS(3)$ quyidagi ko'rinishda keltiriladi:

$$SS(3) = \sum_{u=1}^n (y_u - f_u^{(j)})^2, \quad (3.91)$$

Statistikada $SS(1)$ - kattalik kvadratlarning umumiy yig'indisi; $SS(2)$ - shartli regressiya kvadratlarning yig'indisi va $SS(3)$ - kvadratlarning qoldiqli yig'indisi deb ataladi. Eng kichik kvadratlar usuliga asoslanib, hisoblangan yig'indilar uchun quyidagi tenglik to'g'riligi ko'rsatiladi:

$$SS(1) = SS(2) + SS(3). \quad (3.92)$$

Dispersiyaviy tahlilni o'tkazishda har bir o'lchash javobi bir erkinlik darajasi bilan yoziladi. Shundan kelib chiqib, yagona javobli vaziyatlar (chiqish o'zgaruvchilari bir marta qlchanadigan vaziyatlar) uchun n tajribalarni tashkil qilishda kvadratlarning umumiy yig'indisi $SS(1)$ n erkinlik darajasiga ega bo'ladi; $SS(3)$ $(n - p_j)$ erkinlik darajasiga va $SS(2)$ p_j erkinlik darajasiga ega ($p_j - j$ modellardagi parametrlar soni, $SS(2)$ baholardan foydalanib hisoblanadigan yig'indi).

Tajribaning bir xil shartlarida o'lchashlar takroran o'tkazilganda kvadratlar yig'indisi $SS(4) = \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y})^2$ bu yerda, $\bar{y} = \sum_{u=1}^N y_u / N$, o'lchash xatoliklari haqidagi barcha zaruriy axborotlardan tashkil topadi. Unda $SS(5)$ kattalik $SS(3)$ va $SS(4)$ qratsidagi farqqa teng bo'ladi, ya'ni

$$SS(5) = \sum_{u=1}^n (y_u - f_u^{(j)})^2 - \sum_{u=1}^N (y_u - \bar{y})^2, \quad (3.93)$$

modellarning tajriba natijalarini aks ettirish qobiliyatini aniqlaydi, qisqacha aytganda, kvadratlar yig'indisi $SS(5)$ modellarning monandlik darajasini tavsiflaydi, $SS(5)$ yig'indi qanchalik kichik bo'lsa, tajriba shunchalik yaxshi modelni aks ettiradi.

Agar tajriba o'tkazishning turli xil q shartlarining har birida tajribalar takroran o'tkazilsa, unda kvadratlar yig'indisi $SS(4)$ bir marta qaytariladigan tajribada $\tilde{n} - 1$ erkinlik darajasiga ega bo'ladi (bir erkinlik darajasi u baholar uchun ishlatiladi), shu vaqtda kvadratlar yig'indisi $SS(5)$ $n - p_j - q(\tilde{n} - 1)$ erkinlik darajasiga ega

bo'ladi: oxirgi son xuddi qoldiq kvadratlarining yig'indisi $SS(3)$ va o'ldash xatoliklarining kvadrlatlari yig'indisi $SS(5)$ larning erkinlik darajalari sonlari orasidagi farq kabi aniqlanadi.

Mos erkinlik darajalariga bo'lingan, turli xil manbalar bilan shartli belgilangan kvadrlatlar yig'indisi mos dispersiyalarni aniqlaydi. Ko'rinib turibdiki, modellarning monandligi modellar monandligi dispersiyasini qayta tiklanish dispersiyasi (F - statistika) ga bo'lgan munosabatidan aniqlanishi mumkin. Agar bu munosabat katta bo'lsa (oxirgi o'ldhami bo'yicha birdan katta), unda sinalayotgan model tajriba natijalarini aks ettirmasligi jihatidan yetarlicha jiddiy asosga ega bo'linadi.

Agar model ob'ektning xususiyatlarini to'g'ri aks ettirsa, unda tajriba qiymatlari va model bo'yicha olingan qiymatlarga mos keluvchi qiymatlar qrtasidagi tafovut xuddi tasodifiy kattaliklar sifatida qaralishi mumukin. Unda monandlikni o'rnatish bir qancha statistik farazlarni tekshirish yordami bilan olib borilishi mumkin. Statistik farazlar bo'lib tasodifiy kattaliklar bosh to'plamlari nisbiy taqsimlanishining bir qancha farazlari tushiniladi. Statistik farazlarni tekshirish, tekshirilayotgan faraz to'g'ri bo'lishi aniqlanadigan tekshirishlar mezonlarining statistik ko'rsatkichlarni bu ko'rsatkichlarning tanlanma bo'yicha hisoblanadigan qiymatlari bilan solishtirishlarni o'zichiga oladi. Farazni qabul qilish yoki qabul qilmaslik uchun to'g'ri faraz tanlanmalarning tahliliga asoslanib qabul qilinmaganligi ehtimolligini aniqlovchi qiymatlilik darajasi r (odatda 0.1 dan 5% gacha) beriladi.

Bir javobli modellarning monandligini Fisher mezoni yordamida baholash. Modellar bir javobli bo'lgan hollarda monandlik Fisher mezoni yordamida tekshirilishi mumkin (F - mezon). Buning uchun quyidagi munosabat topiladi:

$$F = \frac{S_{monand}^2}{S_{qayta tik.}^2}, \quad (3.94)$$

bu yerda S_{monand}^2 $S_{qayta tik.}^2$ - mos ravishda quyidagi tengliklardan aniqlanuvchi monandlik va qayta tiklanish dispersiyalari:

$$S_{monand}^2 = \frac{SS(5)}{f_{monand}} = \frac{SS(3) - SS(4)}{f_{monand}} \quad (3.95)$$

$$S_{qayta\ tik.}^2 = \frac{SS(4)}{f_{qayta\ tik.}} \quad (3.96)$$

Agar qayta tiklanish dispersiyasi tajribalarning alohida qatorlarida aniqlangan bo'lsa (p_j - j-nchi modelning o'rnatiladigan parametrlari soni), monandlik dispersiyasining erkinlik darajalari soni

$$f_{monand} = n - p_j, \quad (3.97)$$

va agar tajriba o'tkazishning q xil shartlarining har birida $\tilde{n}$ takroriy tajribalar o'tkazilsa bo'ladi.

$$f_{monand} = n - p_j - q(\tilde{n} - 1), \quad (3.98)$$

$\tilde{n}$ takroriy tajribalarning alohida qatorlari o'tkazilayotgan hollarda qayta tiklanish dispersiyasining erkinlik darajalari soni,

$$f_{qayta\ tik.} = \tilde{n} - 1, \quad (3.99)$$

Tajribaning q turli shartlarining har birida n tajribalar bajarilgan hollarda u quyidagiga teng bo'ladi:

$$f_{qayta\ tik.} = q(\tilde{n} - 1). \quad (3.100)$$

Bunda tekshiriladigan asosiy faraz quyidagidan tashkil topadi: tanlanmali dispersiyalarni bir yoki boshqa bosh dispersiyalarning baholari bilan solishtiriladigan deb hisoblash mumkinmi? Agar mumkin bo'lsa, unda dispersiyalar bir biridan ahamiyatsiz darajada farq qiladi. Model bo'yicha hisoblangan $f(\vec{x}, \vec{\theta})$ qiymat tajribaviy y_u bilan qoniqarli darajada mos tushadi va model ob'ektga tajriba aniqligi chegarasida monand bo'ladi. Aks holda model ob'ektga monand emas.

Dispersiyalarning farqlari mezoni sifatida ba'zan tasodifiy kattaliklarning y^2 taqsimlanishi uchun aniqlangan Fisher mezoni (F -mezon) dan foydalaniladi. Bunda F - taqsimlanish (v^2 taqsimlanish) faqat f_{monand} va $f_{qayta\ tik}$ erkinlik darajalari sonlariga bog'liq.

F - taqsimlanishning turli f_{monand} va $f_{qayta\ tik}$ erkinlik darajalari uchun qiymatlari statistika adabiyotlarida keltirilgan.

Agar $F = (S_{monand}^2) / (S_{qayta\ tik}^2)$ qiymatlilik darajasi r hamda $f_1 = f_{monand}$ va $f_2 = f_{qayta\ tik}$ erkinlik darajalari sonlari uchun $F_{1-p}(f_1, f_2)$

Fisher mezonining kam miqdordagi jadval qiymatiga ega bo'lsa, unda faraz to'g'ri bo'ladi, ya'ni S^2_{monand} va $S^2_{\text{qayta tik}}$ bir biridan ahamiyatsiz darajada farq qiladi va model ob'ektga monand bo'ladi.

Nisbiy o'rtacha qiymatli modellarning bahosi. Parallell tajribalar va qayta tiklanish dispersiyalari bo'lmaganda modellar sifatini S^2_{monand} va nisbiy o'rtacha dispersiya

$$S^2_{o'r} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}, \text{ buyerda } \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.101)$$

larni solishtirib baholash mumkin.

Buning uchun Fisher mezonidan foydalaniladi va tekshirilayotgan u o'zgaruvchining nisbiy o'rtacha qiymatini yoyilish bilan solishtirganda model bo'yicha olingan nisbiy natijadan yoyilish necha marta kamayganligini ko'rsatuvchi nisbat quyidagini tashkil qiladi:

$$F = \frac{S^2_{o'r}(f_1)}{S^2_{\mu}(f_2)} \quad (3.102)$$

Xuddi oldingi holdagi kabi tanlanmaviy dispersiya munosabati $S^2_{o'r}/S^2_{\text{monand}}$ Fisher mezonining berilgan qiymatlilik darajasi r uchun olingan jadvaldagi qiymati

$F^{jad}_{1-p}(f_{o'r}, f_{\text{monand}})$ bilan solishtiriladi. Agar

$$\frac{S^2_{o'r}}{S^2_{\text{monand}}} > F^{jad}_{1-p}(f_{o'r}, f_{\text{monand}}), \quad (3.103)$$

bo'lsa, unda dispersiyalar bir biridan ahamiyatsiz darajada farq qiladi, shuningdek, $S^2_{o'r}$ va S^2_{monand} dispersiyaning u yoki bu bosh to'plamga tegishliligi to'g'risidagi faraz ham to'g'ri bo'ladi. Unda o'rtacha qiymat bilan bir xil bashorat qilish imkoniga ega bo'lgan modeldan foydalanish maqsadga muvofiq emas, lekin model sifatida doimiy kattalikdan foydalanish qulayroq. Aksincha, agar

$$\frac{S^2_{o'r}}{S^2_{\text{monand}}} > F^{jad}_{1-p}(f_{o'r}, f_{\text{monand}}), \quad (3.104)$$

bo'lsa, unda dispersiyalar bir biridan ahamiyatli darajada farq qiladi (chunki $S^2_{o'r} > S^2_{\text{monand}}$). Model sifatida doimiy kattalikni qabul

qilish mumkin emas va tekshiriladigan modellardan foydalanish maqsadga muvofiq.

Ko'rib chiqilgan tekshirish ba'zan modellardan foydalanishning maqsadga muvofiqligini tekshirish deb ataladi.

Taqsimot qonuni haqidagi gipotezalarni χ^2 - mezon va w^2 - mezon yordamida tekshirish.

Agar biror bir kattaliklarning (tajribadan olinadigan) ning tanlanmaviy taqsimot qonuni va bosh to'plam (modelda aniqlanadigan) ning taqsimot qonuniga ega bo'linsa, unda modelning tajribaga monandligini mo'ljallangan taqsimot qonuni haqidagi gipotezani tekshirish yo'li bilan o'rnatish mumkin. Mezonlar yordamida amalga oshiriluvchi tekshirish gipotezadagi xatolarni emas, balki, gipotetik taqsimot qonunida tasodifiy sabablar bilan ko'rib chiqilayotgan tanlanmada og'ishlar kuzatilishi ehtimolligini aniqlaydi.

Agar bu ehtimollik katta bo'lsa, unda gipotetik taqsimot qonunidan og'ish tasodifiyligini bilishga olib keladi va aniqlanilayotgan modelga taklif qilinayotgan taqsimot qonuni haqidagi gipoteza inkor qilinmaydi. Ba'zida statistik gipotezani tekshirish mezoni sifatida Pirson mezoni (χ^2 -mezon) ishlatiladi.

χ^2 -mezonni qo'llash uchun n hajmli tanlanmadagi tasodifiy kattaliklarning diapazonini k intervallarga bo'lib chiqiladi. K intervallarning soni odatda tanlanmaning hajmidan kelib chiqib taxminan 8 dan 20 gacha qilib beriladi va har bir intervalda 5-8 tadan nuqta bo'ladi. i -nchi intervalga to'g'ri keluvchi tanlanma elementlarining sonini n_i orqali belgilaymiz. i -nchi intervalga X tasodifiy kattalikning to'g'ri kelishining nazariy ehtimolligi (modellar bo'yicha) p_j ga teng. Unda nazariy jihatdan tanlanmali taqsimotdan og'ishni tavsiflovchi kattalik quyidagicha aniqlanadi:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \quad (3.105)$$

so'nggi yig'indi $f=k-c-l$ erkinlik darajali χ^2 taqsimlanishga ega (s - modellarning tanlanma bo'yicha aniqlanayotgan parametrlar soni). Agar berilgan qiymatlilik darajasi r da

$$\chi^2 < \chi_{1-p}^{2jad}(f), \quad (3.106)$$

bo'lsa, qabul qilingan taqsimot qonuni haqidagi gipoteza qabul qilinadi, bu yerda $x^2_{1-p}^{\text{jad}}$ - r qiymatlilik darajasi uchun x^2 - taqsimotning kvantili. Sezamizki, x^2 - taqsimotdan foydalanish uchun tanlanmaning hajmi yetarli darajada katta ($n > 50$) bo'lishi maqsadga muvofiqdir.

w^2 -mezon (Kramer - Mizes - Smirnov mezoni) x^2 - mezondan farqli ravishda X tasodifiy kattaliklarning bevosita kuzatiladigan guruhlashtirilmagan qiymatlariga asoslanadi.

X tasodifiy kattaliklarning n hajmli tanlanmasiga ega bo'lsin. Tasodifiy kattaliklarning taqsimot funksiyasi $F(x)$ ning mavjudligi haqidagi gipoteza tekshiriladi. Empirik taqsimot funksiyasi $F_n(x)$ ni taklif qilinayotgan nazariy $F(x)$ (modellar bo'yicha) bilan solishtirish uchun quyidagi kattalikni ko'rib chiqamiz:

$$w^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 dF(x). \quad (3.107)$$

Integrallash sohasini $(-\infty, x_1), (x_1, x_2), \dots$, qismlarga ajratib, quyidagi ifodaga o'tamiz:

$$w^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[F(x_i) - \frac{2i-1}{2n} \right]^2 \quad (3.108)$$

$n > 40$ da ko'paytmaning taqsimlanishi taxminan, jadval tuzish uchun olinadigan -taqsimlanishga yaqin bo'ladi.

Agar hisoblangan nw_n^2 qiymat jadvaldagi nw_{1-p}^2 dan kichik bo'lsa, unda nazariy taqsimot qonuni $F(x)$ ning tanlanmaviy $f_n(x)$ bilan mos kelishi to'g'risidagi gipoteza qabul qilinadi.

Modellarning alohida tashkil etuvchilarini ahamiyatliligining tahlili. Bir javobli modellarning monandligini tekshirishning bayon qilingan protseduralari ham ularning alohida a'zolarining statistik ahamiyatliligini kafolatlay olmaydi. Shundan kelib chiqib, modellarning tashkil etuvchilarini yanada batafsil tekshirish lozim. Buning uchun qo'shimcha tarzda tashkil etuvchilar qatoriga shartli regressiya kvadratlarining yig'indisi kiritiladi. Bunda odatda tahlilni osonlashtirish uchun shartli, umumiy regressiyali modellar va a'zolari bittadan yoki guruhlab tanlanadigan soddalashtirilgan modellardagi kvadratlar yig'indisi hisoblanadi. Bu

ikki kvadratlar yig'indilari orasidagi farq qzida modellarning sinalayotgan komponentlariga bo'lgan ta'sirni tavsiflovchi kvadratlar yig'indisini nomoyon qiladi.

Ma'lumki, monand modellar uchun qoldiqlarning o'rtacha kvadrati qayta tiklanish dispersiyasini tavsiflaydi va quyidagi shart bajariladi:

$$\frac{SS(6)}{SS(5)} > F_a(1, n - p_j - q(n - 1)), \quad (3.109)$$

bu yerda $SS(6)$ - modellarning sinalayotgan shartli komponentlarining o'rtacha kvadrati, $SS(5)$ esa - modellarning sinalayotgan komponentlarini ahamiyatliligini aniqlovchi qoldiqlarning o'rtacha kvadrati. Ko'rinib turibdiki, bunday sinovlarni matematik modelning barcha a'zolari (komponentlari) uchun o'tkazilishi kerak.

Dispersiyaviy tahlilning natijalari shunchaki modellarning umumiy afzalliklari yoki uning alohida a'zolarining ahamiyatliligi haqida xulosa chiqarishga imkon beradi. so'nggi monandlik ham, hattoki agar Fisher tipidagi mezonlar modellarning tajriba ma'lumotlari bilan mosligini ko'rsatgan taqdirda ham katta o'ringa ega bo'lishi mumkin. Buning uchun modellar ustida qoldiqlarning tahlili usuli yordami amalga oshiriladigan yanada batafsilroq sinovlarni o'tkazishni talab qilinadi.

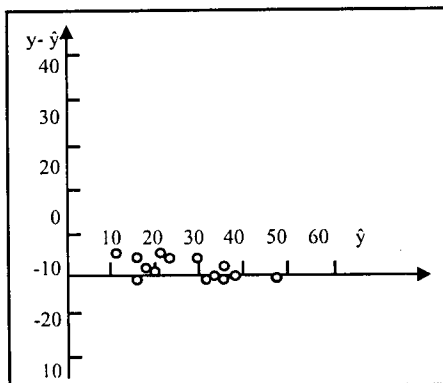
$e_u = y_u - f^{(j)}(\vec{x}, \vec{\theta}_j)$ qoldiqlar xuddi tasodifiy kattaliklar kabi to'liq aniqlangan ehtimollarning σ^2_{qol} taqsimot funksiyasiga ega, sababi u amaliyotda uchratiladigan ko'p hollarda o'zida nolli o'rtacha va dispersiyali normal taqsimot funksiyalarini nomoyon qiladi.

Ko'rinib turibdiki, faqat biror bir taqsimot funksiyalarining bitta tavsifi (Fisher mezoni uchun bunday tavsif dispersiya hisoblanadi) bo'yicha modellarning monandligini o'rnatish modellar monandligining to'liq kafolatini bera olmaydi. Shuning uchun ham tajriba ma'lumotlariga ega modellarni majmuaviy tekshirish uchun yo ko'p sonli tajribalarni o'tkazishni talab qiluvchi ehtimolliklar taqsimotining barcha funksiyalaridan yo uning asosiy tavsiflaridan foydalanish lozim. Ba'zan bunday tekshirish qoldiqlar taqsimoti normalligining tahlili va ularda tasodifiy bo'lmagan tashkil etuvchilar qatnashmasligining tahlilini amalga oshiradi.

Taqsimot normalligining tahlilida qoldiqlarning sonli qiymatlaridan kelib chiqib, qoldiqlar paydo bo'lishini normal chastotalari taqsimotining gistogrammasi quriladi. qxshash gistogrammalar taxminan normal taqsimlanish qonuniga javob berishi kerak. Bunda normallik haqidagi gipoteza turli statistik mezonlar bo'yicha tekshirilgan bo'lishi mumkin. Ular bilan bir qatorda qo'shimcha ravishda tanlanmaviy taqsimotning matematik kutilmasini nolga tengligi haqidagi gipotezasi ham tekshiriladi va grafik usullar kabi chiziqli yoki nochiziqli regressiya tahlilidan ham foydalaniladi.

Qoldiqlarda tasodifiy bo'lmagan tashkil etuvchilarning qatnashmasligining tahlili, modellarning tajriba ma'lumotlari bilan muvofiqligini o'rnatish imkonini beradigan, qoldiqlarni javobning oldindan aytilgan qiymatlari bilan grafik bog'liqligini tuzish va o'rganish yordamida amalga oshiriladi.

Masalan, javoblar grafigi (3.4 - rasm) ning tahlili natijalaridan bevosita modellarning umumiy monandligiga javoblarning kichik va katta kattaliklari uchun e_u javoblarni balanslash hisobiga erishilishi kelib chiqadi.



3.4. Rasm. Qoldiqlarni javobning oldindan aytilgan qiymatlari bilan bog'liqligi

Shundan kelib chiqib, model xuddi monand bo'lmagan kabi qabul qilinmasligi lozim. Qoldiqlarni model bo'yicha hisoblangan javoblarning qiymatlari bilan grafik bog'liqligining tahlili o'lchash xatoliklarining tavsiflariga nisbatan boshlang'ich statistik xabarlarning saqlanishi, xususan, tajribalashtirishning (3.3-rasm)

tanlangan sohasidagi qayta tiklanish dispersiyalarini doimiylik shartining nisbiy saqlanishi haqida qo'shimcha axborotlar olish imkonini beradi.

Bunda agar, misol uchun, bunday grafiklarda qoldiq kattaliklarning yoyilmasi monoton oshsa, yoki monoton kamaysa, unda xatolarning qayta tiklanish dispersiyasi o'zgaruvchan kattalik hisoblanadi va o'zgaruvchan vazn koeffitsientlarida eng kichik kvadratlar usulidan foydalanish yoki dispersiyalar doimiyligini saqlash uchun $\eta=f^{(j)}(\vec{x},\vec{\theta}_j)$ o'zgaruvchili o'zgartirish o'tkazish lozim.

Qoldiqlarning boshqariluvchan o'zgaruvchilar va vaqt bilan grafik bog'liqligini qurish, shuningdek parametrlar baholarining boshqariluvchan o'zgaruvchilar bilan grafik bog'liqligini qurish qxshash tarzda, modellarda yashirin monandlik bo'lishi mumkinligi haqida muhim axborotlarni olish imkonini beradi. Buning uchun qoldiqlarning mustaqil boshqariluvchan o'zgaruvchilar darajalari bilan bog'liqligi grafigi tadqiq qilinadi. qxshash bog'liqliklarni batafsil tadqiq qilish modellarning tajriba ma'lumotlari bilan mosligini sifatli tahlilini o'tkazish, shuningdek bo'lishi mumkin bo'lgan nomonandlikni bartaraf qilish yo'llarini belgilash imkonini beradi.

Ko'p javobli modellarning monandligini o'rnatish. Ko'p javobli modellarning monandligini o'rnatish protsedurasi ahamiyatli darajada murakkab va tajriba axborotlari hajmidan ko'proq foydalanishni talab qiladi, bu yerda bir javoblilik holatlariga teskari ravishda ikki dispersiyalarning tengligi haqidagi emas, balki ikki kovariatsion matritsalar $\sum_1$ va $\sum$ ning tengligi haqidagi gipotezaning tekshirilishi talab qilinadi.

Javobning qoldiq kattaliklariga ta'siri quyidagicha aniqlanadi:

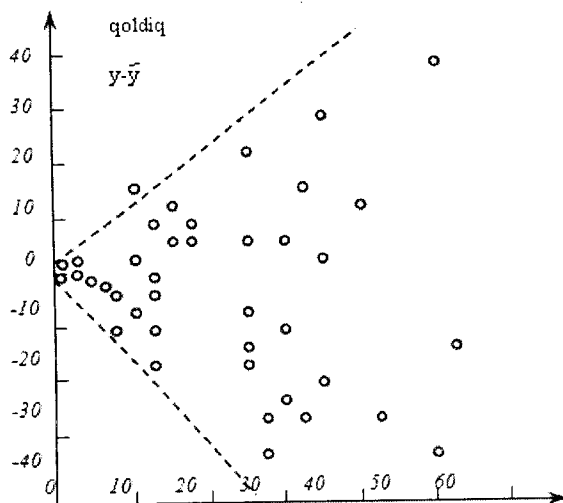
$$A_1(\vec{\theta}_j) = \sum_{u=1}^n \vec{e}_u(\vec{\theta}_j^+) \vec{e}_u^T(\vec{\theta}_j^+)$$

bu yerda n - o'lchashlarning umumiy soni; p_j - modellar parametrlarining baholari uchun zaruriy tajribalarning minimal soni.

O'lashlarning tanlanmaviy kovariatsiya matritsasi Σ quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$\Sigma = \sum_{u=1}^{n_1} (\bar{y}_u - \bar{y})(\bar{y}_u - \bar{y})^T / (n_2 - 1) = A / (n_2 - 1), \quad (3.110)$$

bu yerda $\vec{y}_1, \dots, \vec{y}_{n_2} - \vec{y} = \sum_{u=1}^{n_1} \vec{y}_u / n_2$ - hajmning takroriy tanlanmasi.



3.5. Rasm. Javobning qoldiq kattaliklariga ta'siri

$H: \Sigma_1 = \Sigma$ gipotezalarni tekshirish uchun ba'zan quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan Barlett V_1 statistikasiidan foydalaniladi:

$$V_1 = \frac{\det(A_2^{0,5n_1} \det(A_1(\theta_1))^{0,5(n-p_1)})}{\det(A)^{0,5n_3}} \quad (3.111)$$

bu yerda $A = A_1(\vec{\theta}) + A_2$; $n_1 = n_2 - 1$; $n_3 = n_1 + n - p_j$.

Biroq foydalanishda V_1 dan emas, balki uning funksiyasi hisoblanuvchi W_1 kattalikdan foydalanish qulay hisoblanadi.

$$W_1 = V_1 \left[\left(\frac{1}{k_1} \right)^{k_1} \left(\frac{1}{k_2} \right)^{k_2} \right]^{(1/2)pn_3} \quad (3.112)$$

bu yerda $k_2=n_1/n_2$; $k_2=(n-p_j)/n_3$; $k_1+k_2=1$; $k_1>0$; $k_2>0$ va $r = \sum_1$ va $\sum$ matritsalar qator (ustunlar soniga mos) larining soni.

Agar

$$P\{-\rho \lg W_1 \leq z\} = P\{\chi_F^2 \leq z\} + P[\{\chi_{F+4}^2 \leq z\} + P\{\chi_F^2 \leq z\}] + O(n^{-3}) \geq 1 - a, \quad (3.113)$$

bo'lsa, gipoteza N tajriba natijalari bilan mos keluvchilar kabi qabul qilinadi, bu yerda a - ahamiyatlilikning tanlangan darajasi;

x^2_{F-} - f erkinlik darajasiga ega x^2 qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy o'zgaruvchi;

bunda

$$f = 0,5p(p+1), \quad (3.114)$$

$$p = 1 - \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n-p_j} + \frac{1}{n_3} \right) \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)}, \quad (3.115)$$

$$w^2 = \frac{p(p+1)}{48\rho^2} [(p-1)(p+2)(1/n_1^2 + 1)(n-p_j) - 1/(n)^2 - 6(1-\rho)^2]. \quad (3.116)$$

Misol 1. Izlanayotgan parametrning bahosiga ketma ket yaqinlashish usulidan foydalanib, to'liq aralashtirish apparatiga oqib keluvchi monomolekulyar reaksiya $A^{01} \rightarrow B^{02} \rightarrow C$ larning θ_1 va θ_2 parametrlarini baholash amalga oshirilsin.

B mahsulot konsentratsiyasining vaqt bo'yicha o'zgarishini quyidagi ko'rinishda keltirish mumkin,

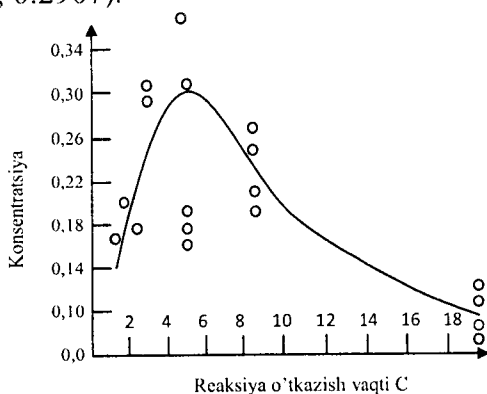
$$C_B = \frac{\theta_1}{\theta_1 - \theta_2} (e^{-\theta_1 t} - e^{-\theta_2 t}), \quad (3.117)$$

bu yerda t - jarayonning kyechish vaqti. (3.117) munosabat ko'ra, apparatga birinchi faqat A modda solinadi va uning boshlang'ich konsentratsiyasi 1 mol/l ga teng. B va C moddalarning boshlang'ich konsentratsiyalari nolga teng. Ushbu holdagi parametrik

identifikatsiyalash masalasi algebraik modellardagi parametrlarni baholash masalasiga olib kelinadi.

Yechilishi. Cg o'lchashlar oltita vaqt nuqtalarida amalga oshiriladi deb hisoblaymiz, ya'ni $\vec{x}=(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6)^T = (0.5; 1; 2; 4; 8; 16)^T$ bo'lganligi sababli har bir $t_i=(i=1, \dots, 6)$ nuqtada to'rt marta takroriy tajribalarni o'tkazish nazarda tutiladi. Bu tajribalarning natijalari bo'yicha eng kichik kvadratlar usuli yordamida parametrlarining baholari olinadi: $\theta_1=0,2116$, $\theta_2=0,4461$. Regressiya egri chizig'i va o'lchash natijalari 3.6 rasmda tasvirlangan. An'anaviy protseduradan foydalanib, θ_1 va θ_2 uchun 95 % li ishonchli intervalni topamiz va shunga muvofiq $0,2116 \pm 0,0533=(0,1583, 0,2649)$ va $0,4461 \pm 0,1100=(0,3361, 0,5561)$ ni olamiz. 3.7 rasmda θ_1 va θ_2 uchun 95 % li ishonchli soha (tutash egri chiziq) tasvirlangan. Bu soha elliptik ham asimmetrik ham emas.

Endi parametrlarni baholash hamda ishonchli interval va sohani qurish uchun izlanayotgan parametr bahosiga ketmaket yaqinlashish usulidan foydalanamiz ((3.80) - (8.84) munosabatlar). $n=g=24$ ni belgilab olamiz; shunday qilib soxta baholarni hisoblashdagi bitta kuzatish ketmaketligi olib tashlanadi. Bu 24 ta soxta baholar (2.80) formula bo'yicha hisoblanadi. Birinchi soxta bahoni olgach, birinchi kuzatishni o'lchashlar to'plamidan o'chirib tashlaymiz va qolgan o'lchashlar bo'yicha θ_1 va θ_2 uchun baholarni eng kichik kvadratlar usuli bilan topamiz. Natijada $\Theta_{-1}=(0,2191, 0,4529)$ ga ega bo'lamiz. Bu yerdan θ_1 soxta baholarning qiymatlarini olamiz: $\hat{\theta}_1=24(0.2116, 0.4461)-32(0.2191, 0.4529)=(0.0395, 0.2907)$.

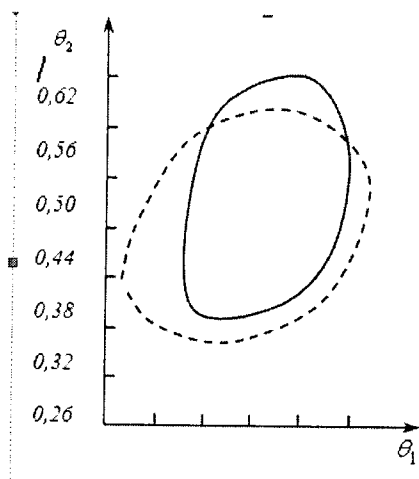


3.6-rasm. Regressiya egri chizig'i va o'lchash

3.1-jadvalda 24 ta soxta baholarning barchasi keltirilgan. Izlanayotgan parametrning bahosiga ketma ket yaqinlashish usuli bilan topiladigan $\vec{\theta}$ vektorning bahosi $\vec{\theta}_i (i=\overline{1,24})$ yoki $\vec{\theta}_j=(0.2103, 0.4443)$ tuplamlarning o'rtacha qiymatiga teng. Dispersiyaviy - kovariatsiya matritsa $\vec{\theta}_j$ ham soxta xatolarning tanlanmali dispersiyaviy - kovariatsiya matritsalarini to'plamining o'rtacha qiymatiga teng, ya'ni

$$\frac{1}{24} S = \frac{1}{24} \begin{Bmatrix} 0,02022 & 0,01536 \\ 0,01536 & 0,06441 \end{Bmatrix} = 10^{-4} \begin{Bmatrix} 8,34 & 6,40 \\ 6,40 & 26,84 \end{Bmatrix}.$$

θ_1 va θ_2 uchun 95 % li ishonchli intervalni topamiz va mos ravishda $0,2103 \pm 0,06019 - (0,1501, 0,2705)$ va $0,4443 \pm 0,1075 = (0,3368, 0,5518)$ ni olamiz



3.7-rasm. θ_1 va θ_2 parametrlar baholarning birgalikdagi ishonchli sohalari
 — - (uzliksiz chiziq) nochiqlik eng kichik kvadratlar usuli;
 ---- - izlanayotgan parametr bahosiga ketma-ket yaqinlashish usuli.

3.1.Jadval

Soxta baholar-ning tartibi	Parametrlar		Soxta baholar-ning tartibi	Parametrlar	
	θ_1	θ_2		θ_1	θ_2
1	0,0395	0,2907	13	0,1161	0,7626
2	0,1187	0,3620	14	0,1793	0,6762
3	0,0411	0,2921	15	0,2320	0,2821
4	0,1359	0,3775	16	0,1470	0,8789
5	0,2126	0,4466	17	0,2823	0,6977
6	0,2803	0,4936	18	0,0026	0,0757
7	0,1134	0,4471	19	0,0756	0,0270
8	0,3712	0,5571	20	0,3392	0,9037
9	0,6897	0,4816	21	0,1713	0,3614
10	0,0915	0,4448	22	0,2385	0,5029
11	0,3108	0,4492	23	0,1629	0,3440
12	0,3261	0,4500	24	0,2198	0,4635

θ_1 va θ_2 uchun izlanayotgan parametr bahosiga ketma - ket yaqinlashish usuli bilan topilgan ishonchli soha uzun chiziqli egri chiziqning ichki sohasi ko'rinishida keltirilgan. Bu ishonchli soha elliptikdir. Xususan, 3.5 rasmdan θ_1 va θ_2 uchun ishonchli soha sezilarli farq qilsa ham ularning shaxsiy ishonchli intervallari amaliy jihatdan mos kelishi kelib chiqadi.

Misol 2. Rektifikatsiya kolonnasining tarelkalaridagi suyuqlik oqimini gidrodinamikasi tadqiq qilindi. Trasser kiritilib tarelkaning chiqishidagi javobi o'Ichandi. Suyuqlik oqimi harakatini tavsiflash uchun bitta o'rnatiluvchi parametr - yacheykalar sonidan tashkil topadigan yacheykali model taklif qilindi. Tajriba ma'lumotlari kelib chiqib, yacheykalarining soni 6 ga teng qilib o'rnatildi. Yacheykali modelning tajriba bilan monandligini o'rnatish talab qilinadi. Tajriba natijalari va model bo'yicha hisoblar 3.2 jadvalda keltirilgan.

Qayta tiklanish dispersiyasining baholari uchun tajribalarning alohida seriyalari berilgan (3.3 jadval).

Model bo'yicha hisob va tajriba natijalari

τ , min	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$C_{g/l}$	3	30	135	253	266	210	135	77	43	26
$C_{g/l}$	4,9	54	143	210	223	194	145	99	62	36
τ , min	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$C_{g/l}$	17	12	9	7	5	3	2	1,5	1	0
$C_{g/l}$	20	11	6	3	1,4	0,7	0,3	0,2	0,1	0,03

O'zgarmas shartlarda tajriba seriyalaridagi konsentratsiyalarning qiymatlari tajriba raqami

Tajriba raqami	1	2	3	4	5	6
$C_i, g/l$	25	18	22	29	35	23

Yechimi. Fisher mezonidan foydalanib monandlikni o'rnatamiz. F - nisbatni tuzamiz:

$$F = \frac{S_{monand}^2}{S_{qayta\ tik.}^2},$$

Avval uning qiymatini mavjud tanlanma bo'yicha topib, monandlik va qayta tiklanish dispersiyalarining qiymatlarini hisoblaymiz:

$$S_{monand}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (C_i^E - C_i^p)^2}{n - p} = \frac{5701,3}{20 - 1} = 300,1 \quad (3.118)$$

$$S_{qayta\ tik.}^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 (C_i^E - \bar{C})^2}{m - 1} = 35,6 \quad (3.119)$$

bu yerda $\bar{C}$ - konsentratsiyaning qayta tiklanish bahosi bo'yicha tajriba seriyalaridagi o'rtacha qiymati bo'lib quyidagiga teng

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^6 C_i^E}{6} = 25,3 \quad (3.120)$$

n-p va (m-1) - monandlik va qayta tiklanish dispersiyalariga mos keluvchi erkinlik darajalari soni.

Endi F -nisbat kattalikni topamiz:

$$F = \frac{S_{monand}^2}{S_{qayta\ tik.}^2} = 8,4 \quad (3.121)$$

Fisher mezonining 19 va 5 erkinlik darajalari hamda $\alpha = 0,01$ ahamiyatlilik qiymatiga to'g'ri keluvchi jadval qiymati $F < F_{001}^{jad}(19,5) = 9.5$ ni tashkil etadi. Shunday qilib tanlanmali nisbat $F < F_{001}^{jad}(19,5) = 9.5$ va shundan kelib chiqib yacheykali model tajribaga monand bo'ladi.

Nisbiy o'rtacha $S_{o'r}^2$ dispersiya va S_{mon}^2 monandlik dispersiyalarini solishtirib, rektifikatsiya tarelkalaridagi suyuqlik oqimining harakatini tavsiflash uchun yacheykali modeldan foydalanishning maqsadga muvofiqligini baholaymiz. Buning uchun F - nisbatni

$$F = \frac{S_{o'r}^2}{S_{monand}^2} \quad (3.122)$$

ko'rinishida tuzib olamiz. Bu yerda

$$S_{o'r}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (C_i^E - \bar{C})^2}{n-1} = 7837,5 \quad (3.123)$$

$\bar{C}$ - esa barcha 20 ta tajribalarning o'rtacha konsentratsiyasi kabi aniqlanadi.

Ya'ni

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^{20} C_i^E}{20} = 60,8 \quad (3.124)$$

F-nisbat kattaligini topamiz:

$$F = \frac{7837,5}{300,1} = 26,1. \quad (3.125)$$

19 va 19 erkinlik darajalari uchun Fisher mezonining mos jadval qiymati $F^{\text{jad}}(19.19)=3.0$ ni tashkil qiladi va $F > F^{\text{jad}}$ bo'lganligi uchun yacheykali modeldan foydalanish maqsadga muvofiq.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar

1. Matematik modellarni identifikatsiyalashga ta'rif bering.
2. Identifikatsiyalash masalalarini yechish uchun qanday tajriba ma'lumotlari zarurq
3. Strukturaviy identifikatsiya nimaq
4. Parametrik identifikatsiya nimaq
5. Matematik modellarni identifikatsiyalash masalasini yechish algoritmini keltiring.
6. EKKU ning matritsali nisbatidan foydalanib $\hat{y} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j$ tenglamaning koeffitsientlarini hisoblash uchun formula oling.
7. Quyidagi tenglama koeffitsientlarining dispersiyasi qanday hisoblanadi: $\hat{y} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j$

4-BOB. TEXNOLOGIK JARAYONLARNING MATEMATIK MODELLARINI OPTIMALLASHTIRISH

4.1. Optimallashtirish masalasining qo'yilishi

Optimallashtirish - bu kimyoviy jarayonni amalga oshirishning eng yaxshi shartlarini topish amali.

Optimallashtirish masalasi xuddi ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning ekstremumlarini qidirishning matematik masalasi kabi qaraladi. Ko'p o'zgaruvchilar uchun optimallashtirish masalasining ifodalanishi: optimallashtirilayotgan $\bar{u}$ o'zgaruvchilarning (optimallashtirish resurslari) $\bar{u}^{ruxsat etil}$ ta'rifining ruxsat etilgan sohasidagi, optimallik mezonining ekstremum (eng katta yoki eng kichik) kattaliklarini ta'minlovchi qiymatini topish lozim.

Natijada optimallashtirish masalasini quyidagi k o'rinishga keltirish mumkin:

$$optR(\bar{y})$$

$$\bar{u} \in \bar{u}^{ruxsat etil}$$

Chiqish o'zgaruvchisi bilan boshqa o'zgaruvchilarning bog'liqligi fizik-kimyoviy operatorli aks ettirish bilan beriladi: $\bar{y} = \Omega(\bar{x}) = \Omega(\bar{u}, \bar{x})$, bu yerda modellashtirilayotgan ob'ektning holatini aniqlovchi kirish o'zgaruvchisi ikki guruhdagi o'zgaruvchilarga ajratiladi: $\bar{u}$ -nazorat qilish va rostdash mumkin bo'lgan optimallashtiriluvchi o'zgaruvchi va $\bar{x}$ - nazorat qilinadigan, lekin rostlanmaydigan o'zgaruvchi (xuddi optimallashtirish resurslari kabi ishlatib bo'lmaydi).

Natijada optimallashtirish masalasi quyidagi ko'rinishda keltiriladi:

$$optR(\bar{u})$$
$$\bar{u} \in \bar{u}^{ruxsat etil}$$

Optimallashtirilayotgan o'zgaruvchi va chiqish o'zgaruvchilariga chegaralanishlar qo'yish mumkin (o'zgaruvchilarni faqat ma'lum chegaralarda o'zgartirish imkoni). Amaliyotda optimallashtirish masalalarini yechishda chiqish o'zgaruvchilari yo tajriba ma'lumotlari – optimallashtirishning tajribaviy-statistika

usulidan yo jarayonlarning matematik modellari optimallashtirishning sonli usuli yordamida aniqlanadi.

Matematik modellar ushbu holda funksional operatorli aks ettirish yordamida ifodalanadi:

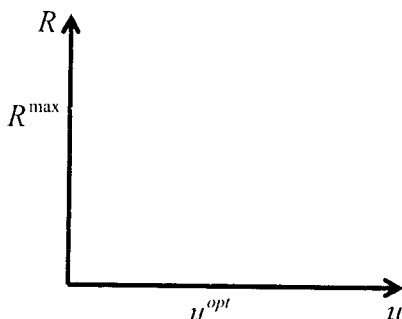
$$\hat{\bar{y}} = \Phi(\bar{u}, \bar{x})$$

$\bar{y}$ chiqish o'zgaruvchilarining vektorini matematik modellar bo'yicha hisoblashda olingan $\hat{\bar{y}}$ chiqish o'zgaruvchilari baholarining vektoriga almashtirish optimallashtirish masalasiga xuddi kompyuterda Ko'p o'zgaruvchili funksiyalarning ekstremumlarini qidirishning matematik masalalari kabi qarash imkonini beradi.

Masala: $R=R(u)$ funksiyani maksimumini aniqlash

Yechish natijalari:

$$u^{opt}, R^{max}$$



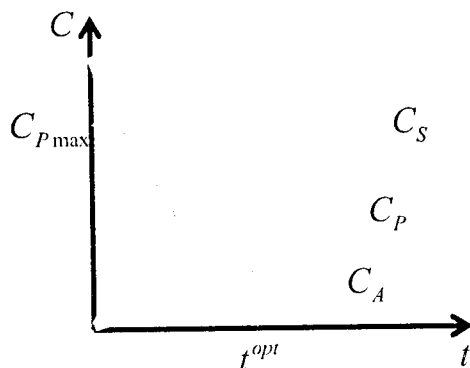
Misol:

Quyidagi rasmda keltirilgan komponentlar konsentrat-siyalarining o'zgarishini $A \rightarrow P \rightarrow C$ ketma-ket reaksiyalar uchun quyidagi optimallashtirish masalasini ifodalash mumkin: R oraliq mahsulotning konsentratsiyasi maksimal bo'lganda reaksiyaning optimal vaqti (t_{opt}) ni toping.

Optimallashtirish masalasini yechish uchun quyidagilar zarur:

- optimallik mezoni (R) ni shakllantirish;
- optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar ($\bar{u}$) ni tanlash;
- optimallik mezoni qiymatini aniqlashning aniq usulini amalga oshirish (sonli yoki tajribaviy-statistik).

Optimallik mezoni jarayon shakllanishi sifatining miqdoriy tavsifi hisoblanadi.



Optimallik mezonlari fizik-kimyoviy (butun mahsulot, aralashma, mahsulot chiqishining konsentratsiyasi) va iqtisodiy (tannarx, foyda, rentabellik) ga farqlanadi.

Optimallik mezonining qiymati matematik modelar (optimallashtirishning taqribiy usuli), ya'ni avvalroq optimallashtirishda identifikatsiyalash masalasi yechish uchun qo'llanilgan matematik modelar yordamida aniqlanadi. Shunga mos ravishda modellarning koeffitsientlari quyidagi tenglikda ko'rsatilgan:

$$\hat{y} = \Phi(\bar{u}, \bar{x})$$

Agar jarayonning monand matematik modelini qurishning iloji bo'lmasa, unda chiqish o'zgaruvchining $\bar{y} = \Omega(\bar{u}, \bar{x})$ tenglamadagi qiymati tajribalar (optimallashtirishning tajribaviy-statistik usuli) dan aniqlanadi.

Bunday hollarda tajriba (faol tajriba) o'tkazishning optimal strategiyasi amalga oshiriladi.

Optimallik mezonlariga talablar:

- optimallik mezonlari miqdoriy bo'lishi kerak;
- optimallik mezonlari yagona bo'lishi kerak;
- optimallik mezonlari optimallashtirilayotgan o'zgaruvchilarga bog'liq holda monoton o'zgarishi kerak.

Shunday qilib, optimallik mezonini tanlashda uning funksiyasi bir ekstremumli funksiya bo'lishi va uzilish nuqtalaridan tashkil topmasligi kerak.

4.2. Optimallashtiriladigan o'zgaruvchilarning tavsifi

Bu o'zgaruvchilar jarayonning kirish o'zgaruvchilari sonidan olinadi. Agar optimallashtirilayotgan o'zgaruvchilarning soniga jarayonning konstruktiv tavsiflari (konstruksiyaning tipi, o'lchamlari va h.z.) kiritilgan bo'lsa, unda optimal loyihalash masalasi hal qilinadi.

Agar optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar soniga jarayonning konstruktiv tavsiflari (konstruksiyalarning tiplari, o'lchamlari va h.z.) kiritilmagan bo'lsa, unda optimal boshqaruv masalasi hal qilinadi.

Bunday hollarda hisoblanadigan chiqish o'zgaruvchisi U ga bog'liq. Optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar boshqariluvchi o'zgaruvchilar deb ataladi va ularning optimal qiymatlarini qidirish jarayonlarni harakatga keltiruvchi eng yaxshi rejim parametrlarini aniqlash maqsadida amalga oshiriladi.

4.3. Optimallashtirishning taqribiy usullari

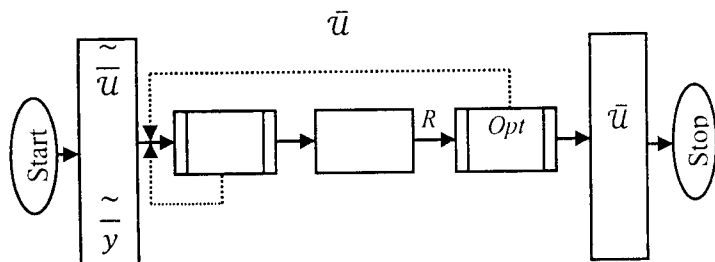
Optimallashtirish masalalarini kompyuterda sonli usul bilan yechish uchun quyidagilarga ega bo'lish lozim:

- kompyuterda amalga oshiriladigan optimallashtiriluvchi jarayonning monand matematik modeli;
- optimallik mezonini nimdasturli hisobi;
- optimallashtirishning dasturli aniq usuli (gradientli usullar, simpleksli usullar va tasodifiy qidirishlar usuli).

4.4. Optimallashtirishning tajribaviy - statistik usuli

Bu usullar matematik modelni qurish imkoni bo'lmaganda qo'llanadi. Faqatgina faktorlar (optimallashtiriladigan o'zgaruvchilar) va chiqish o'zgaruvchisi u (optimallik mezon) larning tajriba yo'li bilan aniqlanadigan qiymatlari ma'lum bo'ladi.

Sonli usul bilan optimallashtirishning umumlashtirilgan blok-sxeması:

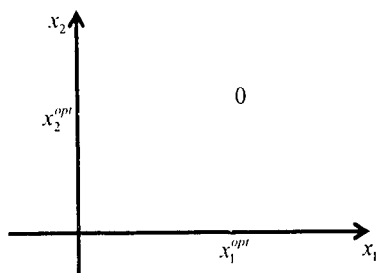


Optimallashtirish masalalarining ifodalanishi:

$$\text{Opt } y(\bar{x})$$

$$\bar{x} \in \bar{x}^{\text{ruxsat etil.}}$$

Tajriba ma'lumotlaridan aniqlanadigan chiqish o'zgaruvchilari kabi ularning ekstremum qiymatlarini qidirish uchun ham tajribalashtirishning optimal strategiyasini amalga oshirish lozim. Ushbu holda optimallik mezonining funksiyasi $y=y(x_1, x_2, \dots, x_m)$ ni javob yuzasi ko'rinishida keltirish mumkin va ikki faktor (x_1, x_2) ning bir xil qiymatlari doimiy sathli ($y=\text{const}$) chiziqlar bilan tasvirlanadi. Bu chiziqlar javob yuzasining faktorlar tekisligiga kesishgan proektsiyasi hisoblanadi. Javob yuzasining izlanayotgan ekstremum nuqtasi "0" nuqtaga mos keladi.



Ushbu holda javobning ekstremum qiymatini aniqlash maqsadida javob yuzasi bo'yicha "qadamli" harakatlanish usuli ishlatiladi.

Bunda tajribani rejalashtirish ikki bosqichga ajratiladi:

- “deyarli statsionar sohalar” dagi faktorli fazoda harakatlanish;
- “deyarli statsionar sohalar” dagi ekstremum holatini aniqlash.

4.5. Ekstremumga keskin ko‘tarilish usuli bilan yaqinlashish

Ekstremumga yaqinlashish u javob funksiyasi gradienti (antigradient) yo‘nalishi bo‘yicha amalga oshiriladi.

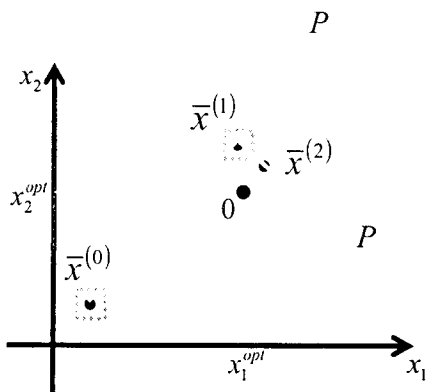
Gradient vektori funksiyaning tezkor ko‘tarilish yo‘nalishini aniqlaydi va $y=y(x_1, x_2, \dots, x_m)$ uchun quyidagiga teng:

$$\text{grad } \bar{y} = \frac{\partial y}{\partial x_1} \bar{i} + \frac{\partial y}{\partial x_2} \bar{j} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_m} \bar{m},$$

bu yerda: $\bar{i}, \bar{j}, \dots, \bar{m}$ - koordinata o‘qlari yo‘nalishidagi birlik vektorlar;

$\frac{\partial y}{\partial x} (i=1, \dots, m)$ - gradient vektorining $(x_1, x_2, \dots, x_m)$ koordinata o‘qlariga proektsiyalari.

$m=2$ uchun keskin ko‘tarilish usuli bilan yaqinlashishni quyidagicha keltirish mumkin:



$\bar{x}^{(0)}, \bar{x}^{(1)}$ - birinchi tartibli tajriba (TFT - To‘liq faktorli tajriba) rejalarining markazi;

$\bar{x}^{(0)}$ - ikkinchi tartibli tajriba (TOMKR - tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi) rejasining markazi.

Faktorli fazoda ekstremumni qidirishning koordinatalar ketma ketligi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$x_i^{(s+1)} = x_i^{(s)} \pm h \frac{\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_j}\right)^2}}$$

$$s = 0, 1, 2, 3 \dots$$

bu yerda

h - gradient vektorining yo'nalishi bo'yicha qadamning berilgan faktori;

s - tajribalashtirilayotgan nuqtalar raqami;

$\pm$ - maksimumga (+) yoki minimumga (-) ga yaqinlashish.

Bu yerda y kattalik faktorlari va koeffitsientlari nisbatan chiziqli bo'lgan regressiya tenglamasidan aniqlaniladi:

$$\hat{\bar{y}} = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j x_j$$

Bu tenglama javobning ekstremum qiymatidan uzoqda bo'lgan sohalarda javob sirtini tavsiflash uchun ishlatiladi.

Faktorli fazoning bu regressiya tenglamasi haqiqiy bo'ladigan chegaralangan sohasi ($\bar{x}^{(0)}_j, j=1, \dots, m$) - tajriba rejasining markazi bo'lgan sohaning markazi:

$$x_j^{(0)} = \frac{x_j^{\min} + x_j^{\max}}{2}$$

$$j = 1, \dots, m$$

va faktorlarni o'zgartirish intervali (aniq, yarim interval):

$$\Delta x_j = \frac{x_j^{\max} - x_j^{\min}}{2}$$

$$j = 1, \dots, m$$

bilan beriladi.

Faktorli fazoning mahalliy sohalari uchun regressiya tenglamasi kodlangan faktorlar bilan yoziladi:

$$\hat{\bar{y}} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j$$

bu yerda

$$z_j = \frac{x_j - x_j^{(0)}}{\Delta x_j}$$

$$j = 1, \dots, m$$

Natijada faktorning minimal qiymati $z_j = -1$ ga, maksimal qiymati $z_j = 1$ ga, tajriba rejasining markazi esa $z_j = 0$, $j = 1, \dots, m$ koordinatali nuqta bilan mos keladi.

Kodlangan $\tilde{a}_j$ faktorli regressiya tenglamasining koeffitsientlari natural qiymatli x_j faktorli regressiya tenglamalarining koeffitsientlaridan farq qiladi va k o'rib chiqilayotgan chegaralangan sohada o'tkazilgan to'liq faktorli tajriba (TFT) dan aniqlanadi.

Bunday xossalardan biri reja markazidan bir xil masofaga kodlangan faktorli regressiya tenglamalarini bashorat qilish qobiliyatini tavsiflovchi rotatabellik xossasidir. Regressiya tenglamalarining bashorat qilish qobiliyatining tavsiflari uchun chiqish o'zgaruvchilarining $\tilde{a}_j$ koeffitsientlarning mustaqilligidan kelib chiquvchi dispersiya baholari $-S^2$ dan foydalaniladi va ularning bir xil dispersiyalari TFT hollarida quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

bu yerda $S_{a_0}^2 - \tilde{a}_j$ barcha koeffitsientlar uchun bir xil dispersiya baholari

$$S_y^2 = S_{a_0}^2 + \sum_{j=1}^m z_j^2 S_{a_j}^2 = S_{a_0}^2 (1 + \rho^2),$$

bu yerda

n - TFT sinovlarining soni

$$S_a^2 = \frac{S_e^2}{n},$$

S_e^2 - n chiqish o'zgaruvchilarining parallel sinovlar bo'yicha aniqlanadigan qayta tiklanish dispersiyasi ρ^2 - reja markazidan faktorli fazoning k o'rilyotgan nuqtasigacha bo'lgan masofaning kvadrati:

$$\rho^2 = \sum_{j=1}^m z_j^2.$$

Teskari $S_{\bar{y}}^2$ kattalik regressiya tenglamasining aniqlik o'lchami uchun qabul qilingan.

$S_{\bar{y}}^2$ uchun tenglamaning aniqligi sfera radiusining kvadrati ρ^2 ga proporsional kamayadi va barcha ekvimasofali nuqtalari uchun bir xil bo'ladi.

Shuning uchun ham faktorli fazoda birorta ham ustivorroq yo'nalishni belgilash mumkin emas va boshqa ixtiyoriy yo'nalishga qaraganda y o'zgaruvchisini bashorat qilish jihatidan gradient vektori ($\text{grad } \bar{y}$) yomon emas.

Biroq gradient - vektor ($\text{grad } \bar{y}$) y funksiyaning tezroq ko'tarilish yo'nalishini tavsiflaydi va bu jihatdan unga yaqinlashish yanada q taxmini hisoblanadi.

Gradient - vektor ($\text{grad } \bar{y}$) ning koordinatalarini aniqlash uchun regressiyaning TFT natijalari bo'yicha olinadigan monand tenglamasi ishlatiladi:

$$\hat{\bar{y}} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j$$

h qadamning faktori beriladi va qadam gradient bo'yicha TFT rejasi markazi ($\bar{x}^{(0)}$ -boshlang'ich yaqinlashish) dan funksiya javobining ekstremum qiymatiga tomon amalga oshiriladi va faktorli fazodagi rejaning yangi markazi $\bar{x}^{(1)}$ ning koordinatalari aniqlanadi.

Bu yerda yana TFT o'tkaziladi va uning natijalari qayta ishlanadi, hamda gradient - vektorning ekstremum tomonga

$$x_i^{(s+1)} = x_i^{(s)} \pm h \frac{\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_i}}{\sqrt{\sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial y^{(s)}}{\partial x_j}\right)^2}}$$

$$s = 0, 1, 2, 3, \dots$$

qadam bilan amalga oshiriladigan yangi yo'nalishi hisoblanadi:

$$\text{grad } \bar{y} = \frac{\partial y}{\partial x_1} \bar{i} + \frac{\partial y}{\partial x_2} \bar{j} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_m} \bar{m},$$

Ketma-ket tajribalashtirish amali soha, javob funksiyaning ekstremum qiymatiga yaqin sohaga erishmaguncha davom ettirilaveradi.

Deyarli statsionar soha bilan yaqinlikni reja markazidagi tajribaviy $y^{(c)}$ va hisobiy $\hat{y}^{(c)}$ kattaliklar o'rtasidagi farq qiymatining bahosi bilan amalga oshiriluvchi Styudent mezon - t yordamida o'rnatish mumkin.

$$y^{(c)} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^{(c)}}{n}$$

$$\hat{\bar{y}}^{(c)} = \tilde{a}_0$$

Javob funksiyasi ekstremumining yaqinlik sharti quyidagi ko'rinishga ega:

$$\frac{|y^{(c)} - \tilde{a}_0|}{S_e} > t_{\beta(f_e)}^{jad}$$

bu yerda

$f_e = k-1$ - erkinlik darajalari soni

k - parallel sinovlar soni

β - berilgan ishonchli ehtimollik (odatda 0,95).

4.6. Statsionar sohaga yaqin sohadagi ekstremumning holatini aniqlash

Chiqish o'zgaruvchisi uning ekstremum qiymatini ta'minlovchi faktorlarning optimal kattaliklarini aniqlash uchun ko'p o'zgaruvchili funksiyalar ekstremumining zaruriy shartidan kelib chiqadigan tenglamalar tizimi yechiladi:

$$\frac{\partial \hat{\bar{y}}}{\partial z_1} = 0; \frac{\partial \hat{\bar{y}}}{\partial z_2} = 0; \dots \frac{\partial \hat{\bar{y}}}{\partial z_m} = 0$$

Bunday hollarda kodlangan faktorlar z_j ni qo'llash qulayroq.

Ekstremumga yaqin bo'lgan sohani tavsiflash uchun ikki o'zaro ta'sirlashuvchi faktorli ikkinchi tartibli tenglamadan foydalanish mumkin:

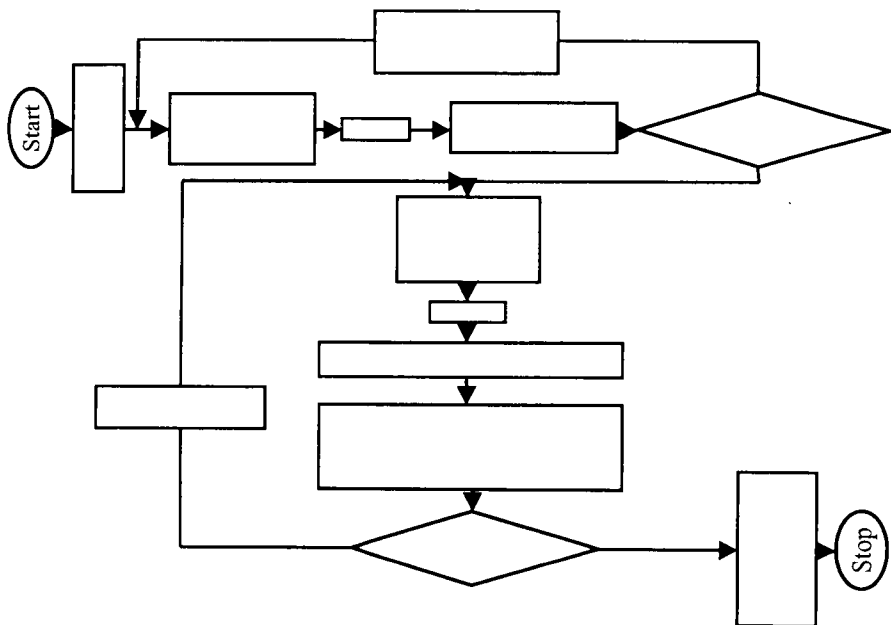
$$\hat{y}^{II} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=2}^m \tilde{a}_{ju} z_j z_u + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_{jj} (z_j^2 - S)$$

Kiritilgan kattalik S bu modellarning koeffitsientlari ($\tilde{a}_j, \tilde{a}_{ju}, \tilde{a}_{jj}$) ni aniqlash maqsadida o'tkaziladigan tajribaning matritsalarini ortogonalligini ta'minlaydi.

$\hat{y}^{II}$ uchun tenglamaning koeffitsientlarini hisoblashda deyarli statsionar sohadagi tajribaning TOMKR amalga oshiriladi. Agar quyidagi shart bajarilmasa, ekstremum holatini aniqlash masalasini yechish natijalarini muvaffaqiyatli deb hisoblab bo'lmaydi:

$$|z_j^{\text{opt}}| \leq 1 \\ j=1, \dots, m,$$

shuningdek regressiya tenglamasi faqatgina tajribada joylashgan ($-1 \leq z_j \leq 1$) kodlangan faktorlar diapazonidagina tqgri bo'ladi. Bu shart bajarilmaganida tajribaning TOMKR ni rejaning yangi, xususan z_j^{opt} nuqtadagi markazi bilan qaytadan amalga oshirish tavsiya etiladi. Ushbu ekstremum atrofidagi ketma-ket tajribalashtirish protsedurasi yuqorida keltirilgan tengsizlik bajarilmaguncha davom ettirilishi tavsiya etiladi.



Optimallashtirishning tajribaviy-statistik usuli algoritmining blok-sxemasi

O‘z - o‘zini tekshirish uchun savollar

1. Optimallashtirilayotgan o‘zgaruvchilarga chegaralanishlar qo‘yilgan va chegaralanishlari bo‘lmagan optimallashtirish masalalarining ifodalanishiga aniq misollar keltiring.
2. Optimallik mezonlariga bo‘lgan asosiy talablarni sanang.
3. Optimal loyihalash va optimal boshqarish masalalari qanday ifodalandi?
4. Kompyuterda jarayonni optimallashtirish masalasi qanday yechiladi?
5. Sizga optimallashtirishning qanday usullari ma‘lum? Ularning qanday ishlashini esga oling.
6. Qachon funksiya ekstremumini qidirishning optimallik mezoni o‘rniga tenglamalar tizimi yechiladi?
7. Optimal tajribalashtirishning qanaqa strategiyasi mavjud? Uning natijalarini qayta ishlash uchun kompyuterdan qanday foydalaniladi?
8. To‘liq faktorli tajriba qanday o‘tkaziladi va uning natijalari qanday qayta ishlanadi?
9. Tajribani ortogonal markaziy kompozitsion rejalashtirish va uning natijalarini qayta ishlash qanday amalga oshiriladi?

5-BOB. KIMYOVIY TEXNOLOGIYA TIPIK APPARATLARINING KOMPYUTERLI MODELLARINI TUZISH

5.1. Issiqlik almashish apparatlarining kompyuterli modellarini tuzish

Haroratning fazaviy bir jinsli bo'lmagan maydonlari ta'siri ostida yuzaga keladigan, issiqlik tashish o'z-o'zidan yuz beradigan jarayoniga issiqlik almashish jarayoni deyiladi.

Issiqlik tashishning miqdoriy o'lchami o'tish yo'nalishiga perpendikulyar bo'lgan birlik yuzadan birlik vaqt ichida o'tadigan issiqlik miqdoriga teng va o'tish yo'nalishini ko'rsatuvchi q issiqlik oqimi zichligining vektori hisoblanadi.

Issiqlik almashish apparatlarini hisoblashning muhim masalasi harorat maydonlari $T(t, x, u, z)$ ni aniqlash, shuningdek issiqlik oqimlari $q(t, x, u, z)$ ni topish hisoblanadi. Agar q oqim maydonining zichligi ma'lum bo'lsa, unda issiqlik tashishning yig'indisi Q ni ixtiyoriy F sirt orqali hisoblash qiyin emas:

$$Q = \int (\vec{q}_F \cdot \vec{n}_F) \partial F \quad (5.1)$$

bu yerda $\vec{n}_F$ - F sirtga perpendikulyar bo'lgan birlik vektor. Odatda qattiq devorlar, suyri issiqlik tashuvchilar va fazalar qismlarining yuzalari (kondensatsiya va bug'lanishda) yuza (sirt) sifatida qoraladi.

Issiqlik almashish masalasining matematik ifodalanishi o'tkazich va saqlanish qonunlariga asoslanadi. Mos chegaraviy shartlar tadqiq etilayotgan ob'ektning boshlang'ich holati va uning atrof muhit bilan o'zaro ta'sirini belgilaydi.

Issiqlik almashish nazariyasi uzluksiz (tutash) muhitlar modellariga asoslanadi. Bu molekulalar o'rtasidagi masofa qaralayotgan tizimning, hattoki uning elementar hajmlarining xarakterli o'lchamlaridan juda kichikligini bildiradi.

Energiya tashish qonunlarini ko'rib chiqamiz. Ko'rsatib o'tganimizdek energiya oqimi turli jinsli harorat maydonlari natijasida yuzaga keladi. Harorat maydonining fazaviy o'lchami haroratning maksimal o'sish yo'nalishini ko'rsatuvchi harorat

gadianti $grad\ T$ hisoblanadi va haroratning shu yo‘nalish bo‘yicha olingan hosilalariga miqdor jihatidan teng bo‘ladi:

$$gradT = \vec{n}_o \frac{\partial T}{\partial n} = \vec{i} \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial T}{\partial z} \quad (5.2)$$

bu yerda $\vec{n}_o$ - izotermik yuza normalining birlik vektori;

$T(t, x, y, z) = const$, harorat o‘sishi tomonga yo‘naltirilganlik;

$\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z}$ -harorat gradiyentining to‘g‘ri burchakli koordinata o‘qlariga proyeksiyalari.

Issiqlik o‘tkazuvchanlik nazariyasida, o‘rganiladigan tinch holatdagi deformatsiyanmaydigan bir komponentli muhitlarda, issiqlik uzatish uchun uzatish qonuni bir tomondan, issiqlik oqimi boshqa tomondan harorat gradienti bilan molekularlar o‘rtasidagi bog‘liqlikni o‘rnatadi. Amaliyotda yuzaga keladigan ko‘pgina masalalarda ushbu kattaliklar o‘rtasida Furening issiqlik o‘tkazuvchanlik qonuni bilan o‘rnatiladigan chiziqli munosabat o‘rinlidir:

$$q_T = -\lambda gradT \quad (5.3)$$

bu yerda λ - muhitning issiqlik o‘tkazuvchanligi.

Harkatlanuvchi gaz va suyuqliklarda konvektiv issiqlik almashish jarayoni yuz beradi. Bu yerda molekulyar tashishga konvektsiya - bir qancha u tezliklar bilan ko‘chuvchi makroskopik hajmli muhitlar energiyasi, impulsi va moddalarining ko‘chishi ham qo‘shiladi. Bunda tezlik vektori xuddi sarf tavsiflari kabi qo‘yiladi: uning miqdoriy qiymati tezlik yo‘nalishiga perpendikulyar bo‘lgan birlik yuzadan birlik vaqt ichida tashilgan moddaning hajmiga teng. Tezlik u ni issiqlik miqdorining zichligi (entalpiya) ph ga ko‘paytirib, issiqlikning konvektiv oqimini olamiz:

$$q_K = \rho hu, \quad (5.4)$$

bu yerda ρ - moddaning zichligi; h -entalpiya.

Shunday qilib, konvektiv issiqlik almashishda issiqlik oqimi q ning zichligi molekulyar va konvektiv tashkil etuvchilarning yig‘indisi bilan aniqlanadi:

$$q = q_T + q_K = -\lambda gradT + \rho hu \quad (5.5)$$

Energiya o'tkazishning ko'rib chiqilgan turlari bilan bir qatorda energiyani elektromagnit to'lqinlar bilan o'tkazish ham mavjud. Bunda issiqlik o'tkazish jismlarga yutilgan nur energiyasi jismning issiqlik holatini o'zgartirishi bilan amalga oshiriladi, shuningdek nurlanish jismning issiqlik holati (harorati) bilan aniqlanadi. Agar muhit issiqlik nurlanish uchun ochiq bo'lgan turli haroratli yuzalarga ajralsa, unda radiatsion va konvektiv issiqlik almashishlar bir-biridan mustaqil holda parallel ro'y beradi. Ushbu holda nurlanish energiyasining natijaviy oqimi faqatgina jism yuzasining geometriyasi, harorati va radiatsiyaviy xususiyatlari bilan aniqlanadi.

Muhit kuchli yutuvchi va nurlanuvchi bo'lgan hollarda energiya oqimining radiatsiyaviy tashkil etuvchisi uchun gradient tipidagi ifoda quyidagi ko'rinishga ega:

$$q_{rad} \approx grad(T^4) \quad (5.6)$$

Energiya o'tkazishning uchta mexanizmi, ya'ni issiqlik o'tkazuvchanlik, konveksiya va nurlanish qatnashadigan qo'shma (kombinatsiyali) issiqlik o'tkazish murakkab issiqlik almashish deb ataladi.

5.1.2. Issiqlik almashish jarayonini tavsiflashda qatnashuvchi stoxastik tashkil etuvchilar hisobi

Issiqlik almashishni real sharoitlarda yuz berishini e'tiborga olib uni hisoblash va tavsiflashning murakkabligi ko'p hollarda issiqlik almashish apparatlari issiqlik tashuvchilarning to'la siqib chiqarilishi yoki uning aralashish rejimi bilan amalga oshiriluvchi modellari bo'yicha hisoblanishi bilan tushuntiriladi. Ushbu issiqlik tashuvchilarning rejimlari issiqlik almashishning ma'lum turlari va issiqlik almashishning apparatlarining konstruksiyalari uchun asoslangan.

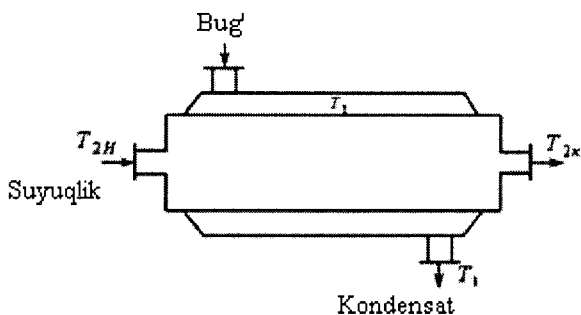
Biroq, ko'p hollarda issiqlik eltuvchilarning ideal aralashish va ideal siqib chiqarish modellaridan foydalanish hisoblashda xatoliklar beradi. Shundan kelib chiqib, issiqlik eltuvchilar harakatining yanada realroq va shu bilan bir vaqtda yetarlicha sodda bo'lgan modellaridan foydalanish lozim.

Real issiqlik almashish apparatlarida jarayonning stoxastik tabiatiga ko'ra oqim elementlarining vaqt bo'yicha taqsimlanishi notekisdir. Bunday notekislikning mavjudligini quyidagi manbalar orqali ko'rsatish mumkin: tizimlar kesimlarida tezliklarning turli o'lchamdaligi; oqimlarning turbulentlashishi; oqimlarda turg'un sohalarining mavjudligi; tizimda baypas oqimlar va kanallarning vujudga kelishi. Oqimlarning notekisligini baholash uchun zarrachalarni apparatda bo'lish vaqti bo'yicha taqsimlanish funksiyasi kiritiladi va bu funksiya tizimlarning impulsli, pog'onali yoki chastotali g'alayonlarga javobidan aniqlanadi hamda real oqimning ideal aralashish va ideal siqib chiqarish modellaridan og'ishini miqdoriy baholash imkonini beradi. Tizimlarning g'alayonlarga bo'lgan javobini miqdoriy tavsiflari (o'rtacha qiymat, dispersiya va h.k.) modellarning (diffuziyali va yacheykali) jarayonlar stoxastik tabiatida qatnashuvchi parametrlarini hisoblash imkonini beradi.

Suyuqliklar oqimidagi uning harakatini yuzaga keltiruvchi haroratning taqsimlanishini oqimlar harakatining ilgari ko'rib chiqilgan modellari yordamida monand tavsiflash mumkin. Bunda oqimdagi moddaning konsentratsiyasi boshqa tavsif - harorat bilan almashtiriladi. "Quvur ichida quvur" apparati tizimida oqimni kondensatsiyalanuvchi bug' bilan T_1 haroratda qizdirishni ko'rib chiqamiz. Issiqlik almashish apparatining sxemasi 5.1-rasmda keltirilgan.

Ideal siqib chiqarish modeli. Bu modelning asosida quyidagi farazlar yotadi:

- 1) ko'ndalang kesimlarda haroratlar doimiyligi;
- 2) bo'ylama aralashishning mavjud emasligi.



5.1-rasm. Issiqlik almashish apparatining sxemasi

Modellarning matematik tavsiflari quyidagi ko‘rinishga ega:

$$v_2 \frac{dt}{dx} = \frac{KP(T_1 - T)}{Sc_{p_2}} \quad (5.7)$$

bu yerda v_2 - qizdirilayotgan sovuq agentning oqish tezligi; K - issiqlik uzatish koeffitsienti; P va S - qizdirilayotgan yuza perimetri va ichki quvurning ko‘ndalang kesim yuzasi; c_{p_2} - sovuq agentning issiqlik sig‘imi; x - kirishdan issiqlik almashish apparatigacha bo‘lgan masofa.

(5.7) tenglamani integrallash kirishdan x masofada bo‘lgan sovuq agentning harorati uchun quyidagi ifodani beradi:

$$T = T_1 - (T_1 - T_{2b}) \ell^{\frac{KP}{Sc_{p_2} v_2} \chi} \quad (5-8)$$

Ideal aralashtirish modeli. Bu model sovuq agentning to‘liq aralashishida amalga oshiriladi. Shuning uchun ham uning temperaturasi issiqlik almashish apparatining uzunligi bo‘yicha o‘zgarmaydi. Sovuq agentni qizdirishgacha bo‘lgan harorat quyidagi issiqlik balans tenglamasidan aniqlanadi:

$$G_2 c_{p_2} (T_{2s} - T_{2b}) = KF (T_1 - T_{2s}) \quad (5.9)$$

Yacheykali model. Bu yerda sovuq agent oqimi ideal aralashishning ketma ket bog‘langan yacheykalari qatorlariga ajratilgan ko‘rinishida keltiriladi. Modellarning matematik tavsifi yacheykalarining har biri uchun issiqlik balans tenglamasini o‘z ichiga oladi:

$$G_2 c_{p_2} (T_2^{(1)} - T_{2H}) = \frac{KF}{n} (T_1 - T_2^{(1)})$$

$$G_2 c_{p_2} (T_2^{(2)} - T_2^{(1)}) = \frac{KF}{n} (T_1 - T_2^{(2)}),$$

.....

$$G_2 c_{p_2} (T_{2K} - T_2^{(n-1)}) = \frac{KF}{n} (T_1 - T_{2K})$$

(5.10)

(5.10) tenglamalar tizimining yechimi yacheykalar bo'yicha harorat o'zgarishini hisoblash imkonini beradi.

Diffuziyali model. Matematik modellarni tuzishda murakkab teskari aralashishli ideal siqib chiqarish modeli asos bo'lib xizmat qiladi.

$$-D_l \frac{d^2 T}{dx^2} + v_2 \frac{dT}{dx} = \frac{KP(T_1 - T)}{Sc_{p_2}} \quad (5.11)$$

bu yerda D_l -issiqlik tashuvchi oqimidagi bo'ylama aralashish koeffitsienti. (5.11) tenglamaning yechimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$T = C_1 e^{s_1 x} + C_2 e^{s_2 x} + T_1 \quad (5.12)$$

bu yerda

$$s_{1,2} = \frac{-v \pm \sqrt{v^2 + 4D_l \frac{KP}{Sc_{p_2}}}}{-2D_l} \quad (5.13)$$

C_1, C_2 o'zgarmaslarni quyidagi $X = 0$ da $T = T_{2H}$ chegaraviy shartidan topish mumkin,

$$x = 0 \text{ da } \frac{dT}{dx} = 0 \quad (5.14)$$

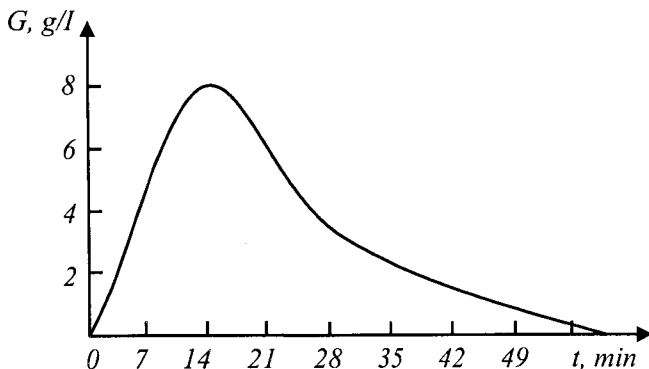
Natijada quyidagilarni olamiz

$$C_1 = T_{2H} - T_1 - \frac{s_1 e^{s_1 L} (T_1 - T_{2H})}{s_2 e^{s_2 L} - s_1 e^{s_1 L}} \quad (5.15)$$

$$C_2 = \frac{s_1 e^{s_1 L} (T_1 - T_{2H})}{s_2 e^{s_2 L} - s_1 e^{s_1 L}} \quad (5.16)$$

Misol. Sovuq agent harakatining turli modellaridan kelib chiqib, suyuqliklar kondensatsiyalanuvchi bug' bilan qizdiriladigan holatlar uchun sovuq agentning kesimlardagi haroratlarini baholaymiz. Issiqlik almashish sharoiti quyidagicha: suyuqlik sarfi G_2 - 1000 kg/soat ni tashkil qiladi; uning issiqlik sig'imi $c_p = 2520$ J/(kg·K); zichligi ρ - 1200 kg/m³. Qizdirish $T_1 = 120$ °C haroratli to'yingan suv bug'i bilan amalga oshiriladi. Issiqlik almashishning

silindrik yuzasini diametri $D_T=0,5$ m ga teng. Issiqlik uzatish koeffitsienti $600 \text{ Wt/(m}^2\cdot^\circ\text{K)}$ ni tashkil etadi. Issiqlik almashish apparatining uzunligi $1,5$ m.



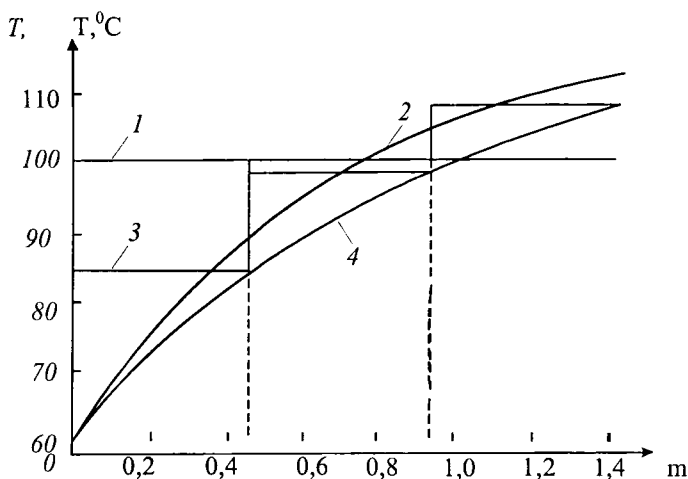
5.2-rasm. Tizim javobining C - egri chizig'i

Issiqlik almashish apparatida qizdirilayotgan suyuqlik oqimining strukturasi baholash uchun tajribada tizimlar javobining C - egri chizig'i olindi (5.2-rasm) va bunda oldin hisoblangan yacheykali va diffuziyali modellarning parametrlaridan foydalaniladi:

$$n = 3 \text{ va } D_L = 3,54 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}.$$

Keyin keltirilgan modellar bo'yicha sovuq agentning issiqlik almashish apparati uzunligi bo'yicha haroratlarning taqsimlanishi hisoblandi. Natijalar 5.3-rasmda ko'rsatilgan.

Ular turli modellar uchun olingan haroratlarning sezilarli tarqalishi haqida ma'lumot beradi. Shunday qilib, ideal siqib chiqarish modeli yuqori haroratlar ($T_{2K}=112^\circ\text{C}$) ni beradi, to'liq aralashish modeli esa past haroratlar ($T_{2K}=100^\circ\text{C}$) ni beradi. Issiqlik almashish apparatidagi harorat o'zgarishining yanada realroq xarakterini yacheykali va diffuziyali modellar aks ettiradi ($T_{2K}=100^\circ\text{C}$). Bunda berilgan modellar uchun chekli haroratlarni amaliy jihatdan mos keladi, lekin juda kichik kesimlardagi haroratlarni farq qiladi. Ideal siqib chiqarish va diffuziyali modellar uchun issiqlik almashish apparatlarini hisoblashda chekli haroratlarning farqi 5° (5% ga yaqin) ni tashkil etadi. Sovuq agentning ideal siqib chiqarish va to'liq aralashish modellari yanada katta farqni beradi.



5.3-rasm. Turli modellar bo'yicha harorat profilining hisobi:
1-ideal aralashish; 2-ideal siqib chiqarish; 3-yacheykali model; 4-diffuziyali model

Keltirilgan natijalar issiqlik eltuvchilarining real oqimlarini to'la siqib chiqarish va aralashish rejimlaridan og'ishini o'rganish muhimligini ko'rsatadi.

5.1.3. Rekuperativ issiqlik almashish apparatlarining ishlashini modellashtirish

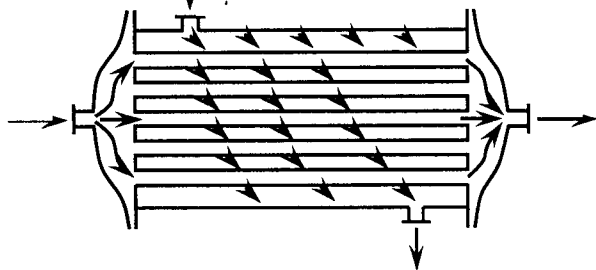
Umumiy bo'g'lanishlar. Issiqlik almashish apparatlarining berilgan turi kimyo sanoatida keng tarqalgan; unga birinchi navbatda rekuperativ qobiq - quvurli issiqlik almashish apparatlari tegishli(5.4-rasm).

Issiqlik almashish apparatlarining hisobi odatda kerakli miqdordagi issiqlik Q uzatish uchun lozim bo'ladigan issiqlik almashish sirti F ning maydonini aniqlash maqsadida (loyihaviy hisob) yoki berilgan malum konstruksiyali va issiqlik almashish yuzali issiqlik almashish apparatlaridagi issiqlik eltuvchilarning harorati va issiqlik miqdorini aniqlash maqsadida (tekshiruv hisobi) amalga oshiriladi. Bu variantlarning prinsipial farqlari yo'q. Shuning uchun ham kelgusida loyihaviy hisobni ko'rib chiqamiz.

Devor bilan ajratilgan, turli haroratli ikki issiqlik tashuvchilar oʻrtasidagi issiqlik uzatish jarayonini koʻrib chiqamiz. Elementar df issiqlik almashish maydoni orqali oʻtadigan issiqlik miqdori dQ

$$dQ = K(T_1 - T_2)df \quad (5.17)$$

ni tashkil etadi.



5.4-rasm. Qobiq-quvurli issiqlik almashish apparatidagi issiqlik tashuvchi oqimlarining sxemasi

Bu yerda T_1 va T_2 - issiqlik tashuvchilarning issiqlik almashish yuzasiga perpendikulyar boʻlgan oʻrtacha haroratlari; K - termik oʻtkazuvchanlik mohiyatiga ega boʻlgan proporsionallik koeffitsienti va u issiqlik eltuvchilar haroratlarning farqi 1°C boʻlganda birlik issiqlik almashish yuzasi orqali birlik vaqt ichida oʻtuvchi issiqlik miqdoriga teng.

Termik oʻtkazuvchanlikka teskari kattalik termik qarshilik boʻlib, issiqlik oqimi yoʻnalishidagi bir biriga bogʻliq termik qarshiliklardan, xususan qattiq devor yuzasining birinchi issiqlik tashuvchining issiqlik oʻtkazishini asosiy massasiga boʻlgan termik qarshiligi $1/\alpha_1$; qattiq devorning xususiy qarshiligi δ_d/λ_d , devor yuzasining ikkinchi issiqlik tashuvchining asosiy massasiga boʻlgan termik qarshilik $1/\alpha_2$ lardan tashkil topadi. Qoʻshimcha qatlamlarning termik qarshiligi ularning qalinligi δ_i va issiqlik oʻtkazish koeffitsienti λ_i bilan ifodalanadi.

Yassi issiqlik almashish yuzalari uchun issiqlik uzatish koeffitsientining qiymati xususiy termik qarshilik orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$K = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1} \quad (5.18)$$

Endi kinetik va issiqlikning fizik koeffitsientlari o'zgarmas bo'lgan hollardagi issiqlik almashish apparatining hisobini ko'rib chiqamiz.

Issiqlik almashish sirtining zaruriy maydoni (5.17) differensial tenglamani izlanayotgan butun F sirt bo'yicha integrallab aniqlanadi:

$$F = \int_0^F \frac{dQ}{K(T_1 - T_2)} \quad (5.19)$$

Shunday qilib, integral ostidagi funksiya issiqlik eltuvchining harorati va integrallashning noma'lum yuqori chegarasiga bog'liq bo'ladi va (5.19) tenglamani integrallash issiqlik eltuvchilarning o'zgaruvchan haroratlariga nisbatan amalga oshiriladi. df elementar issiqlik almashish yuzasidagi issiqlik eltuvchilar uchun issiqlik balansining tenglamasini yozib quyidagini olamiz (issiqlik eltuvchilar teskari oqimli bo'lgan hollar uchun):

$$dQ = -c_1 G_1 dT_1 = -c_2 G_2 dT_2 \quad (5.20)$$

bu yerda c_1, c_2, G_1, G_2 - birinchi va ikkinchi issiqlik eltuvchilarning issiqlik sig'imlari va massaviy sarflari.

(5.20) nisbat faqatgina molekulyar issiqlik o'tkazuvchanlik va turbulent issiqlik o'tkazish tufayli kondalang yuza orqali o'tgan issiqlik miqdori konvektiv o'tishdagiga qaraganda ahamiyatsiz darajada bo'lganda o'rinlidir. (5.20) tenglamadan quyidagi kelib chiqadi:

$$d(T_1 - T_2) = -\left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right) K(T_1 - T_2) df \quad (5.21)$$

bu yerda $\omega_1 = c_1 G_1, \omega_2 = c_2 G_2$ - issiqlik eltuvchilarning suvdagi ekvivalentlari.

T_1 va T_2 - haroratlar o'zgarish diapazonlari kichik bo'lganda c_1, c_2 va K kattaliklarni o'zgarmas deb qabul qilish mumkin. Unda (5.21) tenglama integrallansa issiqlik eltuvchilarning bo'ylama issiqlik almashish yuzasi bo'yicha haroratlarining o'zgarish farqi eksponensial ko'rinishga o'tadi:

$$T_1 - T_2 = \Delta_1 \exp\left[-K\left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2}\right)f\right] \quad (5.22)$$

bu yerda ΔT_1 - issiqlik eltuvchilarning $f=0$ dagi haroratlar farqi.
(5.22) tenglamadan yuza bo'yicha haroratlarning o'rtacha farqi quyidagicha aniqlanadi:

$$\Delta T_{o'r} = \frac{1}{F} \int_0^F \Delta T_1 \exp \left[-K \left(\frac{1}{\omega_1} - \frac{1}{\omega_2} \right) f \right] df = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}} \quad (5.23)$$

ΔT_1 - issiqlik almashish apparatining $f = F$ - bo'lganda ikkinchi oxiridagi issiqlik elthuvchilar haroratlarining farqlari.

Issiqlik sig'imi va issiqlik berish koeffitsientlari o'zgarmas bo'lgan hollarni ko'rib chiqamiz. (5.17) tenglamani $K = \text{const}$ shartga ko'ra integrallab quyidagi ifodani hosil qilamiz:

$$Q = \int_0^F K(T_1 - T_2) df = K \Delta T_{o'r} F \quad (5.24)$$

Issiqlik balans tenglamasi:

$$W_1(T_{1H} - T_1) = W_2(T_{2K} - T_2) \quad (5.25)$$

(5.25) ni hisobga olib issiqlik almashish apparatining ixtiyoriy kesimi uchun issiqlik tashuvchilar haroratlarining bog'liqligini olish qiyin emas:

$$T_1 = T_{2K} + \frac{W_2}{W_1} \left\{ T_{1H} + \Delta T_1 \exp \left[-K \left(\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} \right) f \right] \right\} \quad (5.26)$$

o'xshash tarzda ikkinchi issiqlik eltuvchi haroratlarining taqsimlanishi topiladi. Devorlarning tashqi yuzalaridagi harorat T_c issiq issiqlik eltuvchining devor va termik qarshiliklarning butun tizimi orqali eltadigan issiqlik miqdorlarining tengligidan aniqlanadi:

$$\alpha_1(T_1 - T_{d1}) = K(T_1 - T_2) \quad (5.27)$$

Issiqlik almashish apparatidagi ixtiyoriy kesimidagi T_{d2} yuqoridagiga o'xshash tarzda topiladi. Shunday qilib, ushbu holdagi issiqlik apparatining ichidagi barcha haroratlarning taqsimlanishini oson topish mumkin.

Issiqlik almashish apparatini hisoblashning ko'rib chiqilgan usullarining asosiy kamchiligi – devorning α_1 va α_2 haroratlariga bo'lgan ta'sirning hisobga olinmasligi hisoblanadi.

Amaliyotda issiqlik almashish apparatlarini hisoblash uchun butun issiqlik almashish yuzasi bo'yicha issiqlik eltuvchilarning

issiqlik sig'imi va issiqlik uzatish koeffitsientlari o'zgarmas deb olingan usullar keng tarqalgan, biroq bu yerda dastlabki usullardan farqli ravishda issiqlik uzatish koeffitsienti K ning qiymati issiqlik almashish yuzasi bo'yicha olingan o'rtacha $\bar{T}_1, \bar{T}_{d1}, \bar{T}_{d2}, \bar{T}_2$ larning qiymatlariga bog'liq. $\bar{T}_{d1}, \bar{T}_{d2}$, berilmaganligi sababli va ularning o'zi issiqlik almashishning hosil bo'lgan jadalligiga bog'liq bo'lganligi sababli, ular iterativ tarzda aniqlanadi. Ushbu usul bo'yicha hisoblash algoritmi quyidagilardan tarkib topadi.

Issiqlik almashish apparatining chetlarida issiqlik eltuvchining ma'lum harorati bo'yicha haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{o,r}$ hisoblanadi ((5.23) tenglama). Suv ekvivalenti katta bo'lgan issiqlik eltuvchi uchun apparatning uzunligi bo'yicha haroratlarning o'rtacha qiymati $\bar{T}_1 = 0.5(T_{lb} + T_{ls})$ hisoblanadi. Ikkinchi issiqlik eltuvchi uchun o'rtacha harorat $\bar{T}_2 = \bar{T}_1 - \Delta T_{o,r}$ formula orqali hisoblanadi.

Devorning birinchi issiqlik eltuvchi tomonidagi $\bar{T}_{d1}$ boshlang'ich yaqinlashish harorati $\bar{T}_1 - \bar{T}_2$ diapazonda tanlandi. Keyinchalik birinchi issiqlik eltuvchining devorga issiqlik berish koeffitsientini baholash mumkin. Unda birinchi issiqlik eltuvchidan devorga beriluvchi issiqlik oqimi quyidagini tashkil etadi:

$$q_1 = \alpha_1(\bar{T}_1 - \bar{T}_{d1}) \quad (5.28)$$

Ifloslangan devorning ma'lum termik qarshiligi bo'yicha devorning ikkinchi issiqlik eltuvchi tomonidagi yuzasining harorati aniqlanadi, ya'ni

$$\bar{T}_{d2} = \bar{T}_{d1} - q(r_T - \frac{\delta_d}{\lambda_d}) \quad (5.29)$$

Issiqlik berish koeffitsientining qiymati ma'lum $\bar{T}_{d2}$ va $\bar{T}_2$ lar bo'yicha hisoblanadi. Nihoyat, devordan ikkinchi issiqlik eltuvchi tomonga beriladigan issiqlik oqimi topiladi:

$$q_2 = \alpha_2(\bar{T}_{d2} - \bar{T}_1) \quad (5.30)$$

Statsionar issiqlik uzatishda q_1 va q_2 issiqlik oqimlari bir biriga teng bo'lishi kerak. Ko'rinib turibdiki, boshlang'ich iteratsiyalarda bu shart bajarilmaydi va o'rtacha harorat taxminiy beriladi. Bunday holda devor harorati quyidagi shartdan kelib chiqib aniqlanadi:

$$q_1 = \alpha_1(\bar{T}_1 - \bar{T}_{d1}) \quad (5.31)$$

q_1 va q_2 oqimlar hisobining berilgan aniqligiga erishishda issiqlik almashish sirtining maydoni F va issiqlik uzatish

koeffitsienti K ning qiymatlari hisoblanadi. Olingan F va K larning qiymatlari birinchi issiqlik eltuvchining ((5.26) tenglamaga asosan) o'rtacha harorati $\bar{T}_1$ ni aniqlash imkonini beradi. Keyin ikkinchi issiqlik eltuvchining o'rtacha harorati $\bar{T}_2$ aniqlanadi va iteratsiya jarayoni toki ikkita ketma-ket iteratsiyalardagi o'rtacha haroratlarning farqlari berilgan aniqlikdan kam bo'lmaguncha davom ettiriladi.

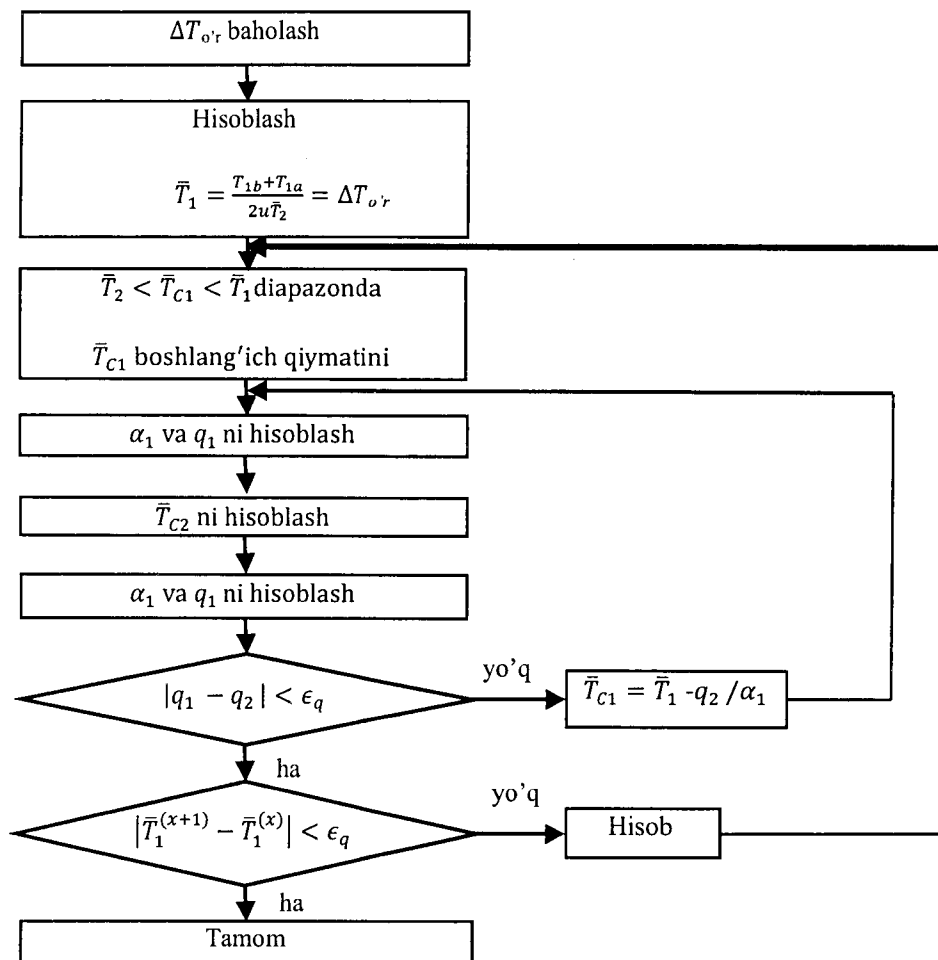
Qaynatgichlar yoki kondensatorlarni hisoblashda issiqlik eltuvchilardan birining harorati o'zgarmas bo'lsa, issiqlik eltuvchilarning bo'ylama issiqlik o'tkazish yuzasidagi o'rtacha harorati bo'yicha amalga oshiriladigan iteratsiya sikli qatnashmaydi, umumiy qilib aytganda, masala osonlashtiriladi. 5.5-rasmda bo'ylama issiqlik almashish yuzasining o'rtacha parametrlari bo'yicha hisoblanadigan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash algoritmining blok-sxemasi keltirilgan.

Endi issiqlik sig'imi va issiqlik berish koeffitsientlari o'zgaruvchan bo'lgan hollarni ko'rib chiqamiz. Ko'pgina amaliy hollarda issiqlik sig'imi va issiqlik berish koeffitsientlari issiqlik eltuvchilarning harorati va devor yuzasiga bog'liq bo'ladi. Bularga bog'liq holda ilgari ko'rib o'tilgan issiqlik almashishning o'rtacha parametrlari bo'yicha issiqlik almashish apparatlarini hisoblash algoritmini issiqlik eltuvchilar haroratlarining o'zgarishi katta bo'lmagan hollar uchun qo'llab ko'ramiz. Ko'rsatilgan mulohaza issiqlik almashish apparaturalarini hisoblashning intervalli usuli deb ataluvchi usul sifatida o'rganiladi. Usulning mohiyati quyida keltirilgan.

$[T_{1b}, T_{2s}]$ issiqlik eltuvchilardan biri ega bo'lgan harorat o'zgarishining diapazoni bir necha sondagi intervallarga bo'linadi va har bir interval chegaralarida issiqlik tashuvchilar va devorning haroratlarini o'zgarmaydi deb hisoblanadi.

Birinchi issiqlik eltuvchining harorati tanlangan intervallarning birinchisini oxirida T_1^1 ni tashkil qilsin. Ushbu issiqlik tashuvchining birinchi interval chegaralaridagi haroratini doimiy va $\bar{T}_1^1 = 0.5(T_{1b} + T_1^1)$ ga teng deb qabul qilish mumkin. Ikkinchi issiqlik eltuvchining birinchi interval oxiridagi haroratini (misol to'g'ri oqim hollari uchun qaralmoqda) issiqlik balansi tenglamasidan oson aniqlash mumkin.

$$T_2^1 = T_{2b} + \frac{c_1 G_1}{c_1 G_1} (T_{1b} - T_1^1) \quad (5.32)$$



5.5-rasm. O'rtacha parametrli issiqlik almashishning bo'ylama yuzasi bo'yicha issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok-sxemasi

Va mos ravishda ikkinchi issiqlik eltuvchining birinchi hududdagi harorati quyidagi tenglikni qabul qilish i mumkin

$$T_2^1 = 0.5(T_{2b}^1 - T_2^1) \quad (5.33)$$

Endi birinchi intervalga yuqorida ko'rib o'tilgan issiqlik almashishni o'rtacha parametrlar bo'yicha hisoblash algoritmini qo'llash mumkin, ya'ni $T_1^1 \div T_2^1$ harorat intervalida devorning T_{d1}^1

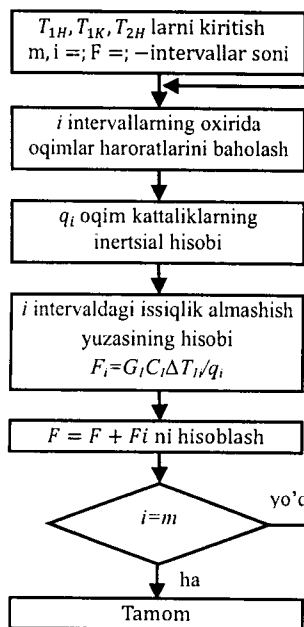
haroratiga boshlang'ich yaqinlashish tanlanadi va α_1^1 , T_{d2}^1 , q_1^1 , α_2^1 , q_2^1 qiymatlar iteratsion usulda hisoblanadi. Hisobning berilgan aniqligi ($|q_1 - q_2| < \xi$) ga erishilgandan so'ng berilgan issiqlik miqdorini o'tkazishni ta'minlovchi issiqlik almashish yuzasining maydoni aniqlanadi.

Keyin ketma-ket ravishda issiqlik eltuvchi harorati o'zgarishining ikkinchi va undan keyingi intervallari T_{is} gacha hisoblanadi. Har bir interval uchun olingan issiqlik almashish yuzalarining barchasi qo'shiladi va bu yig'indi issiqlik almashish apparatining yuzalarida issiqlik eltuvchilarning berilgan haroratida talab qilinadigan issiqlik almashish yuzasini beradi. 5.6-rasmda issiqlik almashish apparatini intervalli hisoblashning blok-sxemasi keltirilgan.

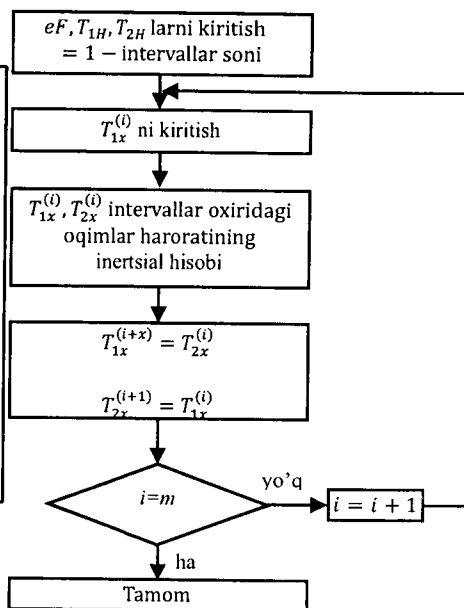
Issiqlik apparatlarini intervalli hisoblash algoritmlari yordamida tekshiruv hisoblari (issiqlik almashish yuzasi ma'lum va issiqlik eltuvchining chiqishdagi haroratini topish talab qilinadi) issiqlik almashish yuzalarini intervallarga bo'lish bilan amalga oshiriladi. Keyin issiqlik eltuvchilardan birining interval chiqishidagi haroratining qiymati beriladi va iteratsion yo'l bilan issiqlik eltuvchilarning interval chiqishidagi haroratlari aniqlanadi, shundan so'ng keyingi intervalga o'tiladi.

Issiqlik almashish apparatini tekshiruv o'tkazishda intervalli hisoblash algoritmi 5.7-rasmda keltirilgan.

Issiqlik eltuvchilarining ikkalasini ham agregat holati o'zgaradigan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash. Qaralayotgan issiqlik almashish apparatlarida odatda bir issiqlik eltuvchi bug'larining kondensatsiyalanishi va ikkinchi suyuq issiqlik eltuvchining qaynashi amalga oshiriladi (masalan, rektifikatsiya kolonnalarining qaynatgichlari, bug'latish apparatlarining yonish kameralari). Ushbu issiqlik almashish jarayonlarining asosiy xususiyati shundaki, issiqlik eltuvchilarning bo'ylama issiqlik almashish yuzasi bo'yicha harorati o'zgarmas va buning natijasida issiqlik eltuvchilarning xossalari va issiqlik uzatish koeffitsienti ham o'zgarmasdir.



5.6-rasm. Issiqlik almashish apparatini intervalli hisoblash algoritmining blok-sxemasi



5.7-rasm. Issiqlik almashish apparatini tekshiruv o'tkazishda intervalli hisoblash algoritmining blok-sxemasi

Issiqlik almashish apparatlari bir yo'lli qobiq-quvurli bo'lgan hollarda issiqlik almashish yuzasini hisoblash algoritmini ko'rib chiqamiz. Quvur devoridan qaynaydigan suyuqlik quvuriga issiqlik uzatish koeffitsienti α_{quv} quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi

$$\alpha_{quv} = 780 \frac{\lambda_j^{1.3} \rho_j^{0.5} \rho_{\pi}^{0.5} q^{0.6}}{\sigma_j^{0.5} r_j^{0.6} \rho_0^{0.6} c_j^{0.3} \mu_j^{0.3}} = Aq^{0.6} \quad (5.34)$$

bu yerda q - solishtirma issiqlik oqimi, Vt/m^2 ; ρ_o - suyuqlik bug'larining atmosfera bosimidagi zichligi; r_j - bug' hosil bo'lishining solishtirma issiqligi; σ_j -sirt tarangligi; c_j - issiqlik sig'imi; μ_j - qovushqoqlik; λ_j - issiqlik o'tkazuvchanlik. (5.34) formuladagi barcha kattaliklar qaynash haroratida berilgan.

Quvurning tashqi yuzasida kondensatsiyalanuvchi bug'ning issiqlik berish koeffitsienti solishtirma issiqlik yuklamasining bog'liqligi ko'rinishida ifodalanishi mumkin:

$$\alpha_{Quv.or} = 1.21 \lambda_k \left(\frac{\rho_k^2 r_k g}{\mu_k H q} \right)^{1/3} = B q^{-1/3} \quad (5.35)$$

bu yerda r_k - kondensatsiyalanishning solishtirma issiqligi; λ_k , ρ_k , μ_k mos ravishda kondensatning issiqlik o'tkazuvchanligi, zichligi va qovushqoqligi; H - quvurning balandligi.

Solishtirma issiqlik oqimi q ni topish uchun issiqlik uzatish yuzasi

$$F = Q/q \quad (5.36)$$

va issiqlik uzatishning asosiy tenglamasi

$$q = K \Delta T \quad (5.37)$$

dan foydalanib, uni quyidagi ko'rinishga keltiramiz,

$$\frac{1}{K} = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{\alpha_{quv}} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{Quv.or}} \quad (5.38)$$

bu yerda K - issiqlik uzatish koeffitsienti; ΔT - issiqlik eltuvchilar haroratlarning farqi; $\sum \frac{\delta}{\lambda} = \delta_d / \lambda_d + r_{chl} + r_{ch2}$ - quvur devori va iflos cho'kmalarning termik qarshiliklari yig'indisi; Q - apparatning issiqlik balansidan aniqlanadigan issiqlik yuklamasi.

(5.38) tenglamaga (5.34) va (5.35) ifodalar qo'yilgandan so'ng u quyidagi ko'rinishga keladi:

$$f(q) = \frac{1}{A} q^{0.4} + \left(\sum \frac{\delta}{\lambda} \right) q + \frac{1}{B} q^{4/3} - \Delta T = 0 \quad (5-39)$$

Oxirgi tenglamani solishtirma issiqlik yuklamasi q ga nisbatan echishni *oraligni teng ikkiga bo'lish* usuli bilan amalga oshirish mumkin (5.11-rasm). Usulning mohiyati kesmani ketma-ket qisqartirishdan iborat bo'lib, qisqartirish izlanayotgan ildizga olib

boruvchi bu kesmani ikkiga bo'lish yordamida amalga oshiriladi:

$$c_i = \frac{a_i + b_i}{2} \quad (5.40)$$

tekshirish sharti quyidagicha

$$f(a_i)f(c_i) < 0 \quad (5.41)$$

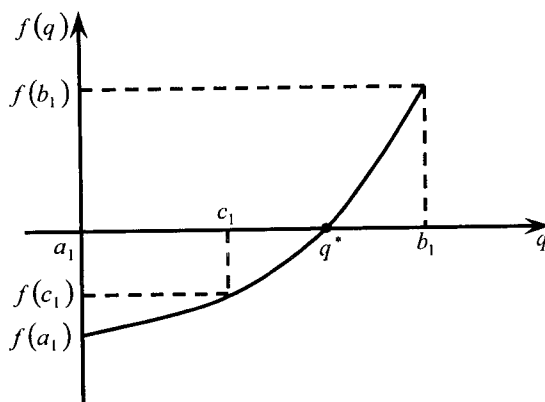
Agar (5.41) shart bajarilsa, $[a_i, c_i]$ kesma tanlanadi; aks holda $[b_i, c_i]$ kesma tanlanib izlash amali takrorlanadi. Kesmani bo'lish uning uzunligi $b_i - a_i$ berilgan aniqlikdan kichik bo'lmaguncha davom ettiriladi.

Qidirish intervalining quyi chegarasi a_i nolga yaqin qilib, yuqori chegarasi b_i esa solishtirma issiqlik yuklamasining kritik qiymati q_{kr} ga yaqin qilib qabul qilinadi.

Topilgan solishtirma issiqlik yuklamasi q uchun talab qilinadigan issiqlik almashish apparatining yuzasi (5.36) tenglikdan aniqlanadi.

Misol 1. Kondensatning kodensatsiyalanish haroratidagi fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_k = 0,683 \text{ Vt/(m}\cdot\text{K)}$, zichligi $\rho_k = 908 \text{ kg/m}^3$, solishtirma bug'lanish issiqligi $r_k = 2\,095\,000 \text{ J/kg}$, qovushqoqligi $\mu_k = 0,000177 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Suyuqligining qaynash haroratidagi fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_j = 0,686 \text{ Vt/(m}\cdot\text{K)}$, zichligi $\rho_j = 957 \text{ kg/m}^3$, issiqlik sig'imi $c_j = 4190 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, qovushqoqligi $\mu_j = 0,00024 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, sirt tarangligi $\sigma_j = 0,0583 \text{ N/m}$, qaynash haroratidagi bug'larning zichligi $\rho_n = 0,65 \text{ kg/m}^3$, solishtirma bug'lanish issiqligi $\rho_n = 0,65 \text{ kg/m}^3$ bo'lgan suv bug'i bilan qizdiriladigan qaynatgich berilgan. Haroratlar farqi $\Delta T = 55,6 \text{ }^\circ\text{C}$, quvur devori va iflos cho'kmalar termik qarshiliklarining yig'indisi $\sum \delta_i / \lambda_i = 0,0004787 \text{ m}^2 \cdot \text{K/Vt}$,

Umumiy issiqlik yuklamasi $Q = 1005\,000 \text{ Vt}$ bo'lsa, berilgan rektifikatsiya kolonnasining qaynatgichini hisoblansin.



5.8-rasm. Oraliqni teng ikkiga bo'lish usulining grafik tasviri.

Echim. Rektifikatsiya kolonnalarining qaynatgichlari sifatida odatda vertikal bir yo'lli qobiq-quvurli issiqlik almashish apparatlaridan foydalaniladi. Quvurning sirtki yuzasini kondensatsiyalovchi, qizdiruvchi bug'ning issiqlik berish koeffitsienti quvurning balandligiga bog'liq, shuning uchun ham avval quvurning balandligini $H = 2\text{m}$ deb olamiz. Boshlang'ich ma'lumotlar asosida talab qilingan issiqlik almashish yuzasi F ni hisoblaymiz. Hisoblash natijalari quyidagicha:

$A_{quv} = 10478,2 \text{ Vt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $a_{Quv.or} = 7073,0 \text{ Vt}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$ $K = 1395 \text{ t}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $F = 12,9 \text{ m}^2$.

Balandligi $H=2\text{m}$ bo'lgan bir yo'lli qobiq-quvurli issiqlik almashish apparatlari yuzasining Davlat standartidagi (Dav.ST) qiymatga yaqin qiymati 18 m^2 . Shundan kelib chiqib, issiqlik almashish apparatining zahira yuzasi talab etilgani bilan solishtirilganda quyidagini tashkil etadi:

$$\Delta = \frac{18 - 12,9}{12,9} \cdot 100\% = 39,5\%$$

Issiqlik almashish apparatini Dav.ST bo'yicha yanada aniqroq tanlashga harakat qilamiz. Buning uchun quvurning balandligini $H=1,5 \text{ m}$ deb olamiz. Ushbu holda issiqlik apparatining hisobi quyidagilarni beradi $a_{quv}=10596,5 \text{ Vt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $a_{Quv.or} = 7698,1 \text{ Vt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $K=1422,3 \text{ Vt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$, $F=12,7\text{m}^2$. Dav.ST 15122-79 dagi issiqlik almashish apparatiga yaqin, 14 m^2 yuzali issiqlik almashish apparati yuza bo'yicha to'la qanoatlantiruvchi zahirani ta'minlaydi.

Shunday qilib, ikkinchi holatda hisoblangan qaynatgich afzal bo‘lib, u issiqlik almashish yuzasi bo‘yicha ko‘proq asoslangan zahirani ta’minlaydi va kichik issiqlik almashish yuzasiga ega.

Issiqlik eltuvchilardan birining agregat holati o‘zgaradigan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash. Issiqlik almashish apparatlarining ushbu sinfiga qizdiruvchi agent sifatida kondensatsiyalanuvchi bug‘ ishlatiladigan suyuqlik bug‘larining kondensatorlari va qizdirgichlarini kiritish mumkin.

Bunday issiqlik almashish apparatlarida agregat holati o‘zgaruvchi issiqlik eltuvchining harorati issiqlik uzatish yuzasi bo‘yicha o‘zgarmas bo‘ladi va fazaviy o‘tish haroratiga mos keladi, ikkinchi issiqlik eltuvchining harorati esa monoton ravishda o‘zgaradi. Shunday qilib, issiqlik uzatishni harakatga keltiruvchi kuch va issiqlik uzatish koeffitsienti yuza bo‘yicha o‘zgaradi. Bu holatda issiqlik apparatlarini hisoblash yuza bo‘yicha olingan o‘rtacha issiqlik almashish parametrlari asosida yoki intervalli bo‘lsa, butun issiqlik almashish yuzasi bo‘laklarga bo‘linadi va ularning har biri doimiy issiqlik almashish parametriga ega deb hisoblanadi. Bundan keyingi hisoblashlarda butun issiqlik almashish yuzasi bo‘yicha parametri o‘rtacha qilib olingan issiqlik almashish apparatlarini o‘rganamiz. Hisoblashning taklif qilinadigan algoritmi bir va ko‘p yo‘lli qobiq-quvurli issiqlik almashish apparatlariga tegishli bo‘lib, quvurlar orasidagi fazoda suyuqlik bug‘lari kondensatsiyalanadi, kondensatsiyalanish issiqligi yordamida quvurlarning ichidagi suyuqlik yoki gazlar qizdirilishi amalga oshiriladi. Quvurlardagi issiqlik eltuvchilarning issiqlik uzatish koeffitsienti quyidagi ko‘rinishda keltirilishi mumkin:

$$\alpha_{quv} = \frac{\lambda_{quv}}{d} x Re_{quv}^Y Pr^{0.43} = CN^{-Y} \quad (5.42)$$

bu yerda

$$Re_{quv} = \frac{u_{quv} d \rho_{quv}}{\mu_{quv}} = \frac{4 G_{quv} Z}{\pi \mu_{quv} d N},$$

$$Pr_{quv} = \frac{c_{quv} \mu_{quv}}{\lambda_{quv}}$$

Agar $Re_{quv} > 10^4$ bo'lsa, $x = 0,023$, $y = 0,8$; agar $x=0,023$, $y=0,8$ bo'lsa, $x=0,008$, $y=0,9$.

G_{quv} quvurlardagi issiqlik eltuvchilarning massa sarfi; $d=d_b-2\delta_d$ -quvurlarning ichki diametri; N -quvurlar soni; Z -quvurlar fazosidagi yo'llar soni.

Diametri d_b va balandligi H bo'lgan vertikal quvurning to'la yuzasida kondensatsiyalanuvchi bug'ning issiqlik berish koeffitsientiga muvofiq

$$\alpha_{quv.or} = DN^{-1/3} \quad (5.43)$$

bu yerda

$$D = 3.78\lambda_K^3 \sqrt{\frac{\rho_K^2 d_H}{\mu_K G_P}} \quad (5.44)$$

quvurlar gorizontol bo'lgan hollarda, o'xshash tarzda quyidagi nisbatga ega bo'lamiz:

$$\alpha_{quv.or} = DN^{-1/3} \quad (5.45)$$

lekin

$$D = 2.02\lambda_K^3 \sqrt{\frac{\rho^2 L}{\mu_K G_P}} \quad (5.46)$$

Bu yerda L - quvur uzunligi; R - issiqlik almashish apparatining diametr bo'yicha kesimida vertikal quvurlar qatorining joylashish koeffitsienti.

Issiqlik almashish yuzasi kattaligi F ning quvurlar soni N bilan bog'liqligi quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$F = \pi \left(\frac{d_H + d}{2} \right) HN \quad (5.47)$$

Unda issiqlik almashish yuzasini aniqlash masalasini uzunligi (balandlik) va diametri berilgan quvurlar soni N ni aniqlash masalasi bilan almashtirish mumkin. Buning uchun issiqlik uzatish tenglamasi

$$KF\Delta T_{quv} = G_P r_k \quad (5.48)$$

yoki

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_{quv}} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{quv.or}} = \frac{\pi d_{o'r} H N \Delta T_{o'r}}{G_p r_k} \quad (5.49)$$

dan foydalanamiz. Bu yerda $\Delta T_{o'r}$ - o'rtacha logarifmik harakatlantiruvchi kuch; $G_p r_k$ - umumiy issiqlik yuklamasi; $\sum \frac{\delta}{\lambda} = \delta_d / \lambda_d + r_{ch1} + r_{ch2}$ - quvur devorlari va cho'kma termik qarshiliklarining yig'indisi.

(5,49) tenglamaga (5.42) va (5.43) ifodalarni qo'ygach u quyidagi ko'rinishga o'tadi:

$$f(N) = \frac{1}{D} N^{-4/3} + \left(\sum \frac{\delta}{\lambda} \right) N^{-1} + \frac{1}{C} N^{(Y-1)} - \frac{\pi d_{o'r} H \Delta T_{o'r}}{G_p r_k} = 0 \quad (5.50)$$

Oxirgi tenglamani issiqlik almashish apparatidagi quvurlar soni N ga nisbatan mohiyati oldinroq ko'rib o'tilgan *oralig'ni teng ikkiga bo'lish* usuli bilan yechish mumkin. Quvurlar soni N aniqlangandan so'ng (5.47) tenglamadan zaruriy issiqlik almashish yuzasi F aniqlanadi.

Issiqlik almashish yuzasini (5.47) tenglama bo'yicha hisoblash uchun oldindan bir qator konstruktiv parametrlar berilgan bo'lishi lozim, aynan: issiqlik almashish apparatining tipi (gorizontal, vertikal), quvurlarning diametri d_i , yo'llar soni Z va quvurlarning balandligi (uzunligi) H . 5.9-rasmda issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok-sxemasi keltirilgan.

Dasturda issiqlik eltuvchilarning quvur ichidagi harakati turbulent rejimini kuchaytirish ($x=0,023$, $y=0,8$) formulasi bo'yicha α_{quv} ni hisoblash nazarda tutilgan.

Agar tanlangan diametr va balandliklarda quvurlar sonining hisoblash natijasida o'lchamsiz Reynolds soni $2300 \leq Re_{TP} \leq 10^4$ diapazonda yotsa, $x=0,008$, $y=0,9$ ning yangi qiymatlarida xuddi shu diametr va balandlikka ega quvurlar soni uchun issiqlik uzatishni qaytadan hisoblash zarur. Dasturda laminar rejim uchun α_{quv} hisoblash nazarda tutilmagan, shuning uchun ham issiqlik almashish apparatining konstruktiv tavsiflari (z sondagi quvurlarning diametri d_i va quvurning balandligi H) ni tanlashda quvurlar soni N ni hisoblash natijalari $Re_{quv} > 2300$ shartni bajarilishini ta'minlay olishi kerak degan shartga duch kelinadi.

Misol2. Rektifikatsiya kolonnasi boshlang'ich aralashmasining qobiq-quvurli qizdirgichini hisoblash. Qizdirish suv bug'i bilan olib boriladi.

Kondensatsiyalanish haroratidagi kondensatning fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_k = 0,683 \text{ Vt/(m}\cdot\text{K)}$, zichligi $\rho_k = 908 \text{ kg/m}^3$, solishtirma bug'lanish issiqligi $r_k = 2095 \text{ 000 J/kg}$, qovushqoqligi $\mu_k = 0,000177 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, bug' sarfi $G_B = 0,170 \text{ kg/s}$. quvurdagi o'rtacha haroratli suyuqliklarning fizik xossalari: issiqlik o'tkazuvchanligi $\lambda_{quv} = 0,458 \text{ Vt/(m}\cdot\text{K)}$, qovushqoqligi $\mu_{quv} = 0,000534 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, issiqlik sig'imi $c_{quv} = 3730 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$. quvur devorlari va ifloslanishning termik qarshiliklari yig'indisi $\sum \frac{\delta}{\lambda} = 0,000479 \text{ m}^2 \cdot \text{K/Vt}$

Haroratlarning o'rtacha farqi $\Delta T_{o'r} = 106 \text{ }^\circ\text{C}$. Suyuqlik sarfi $G_{quv} = 0,973 \text{ kg/c}$.

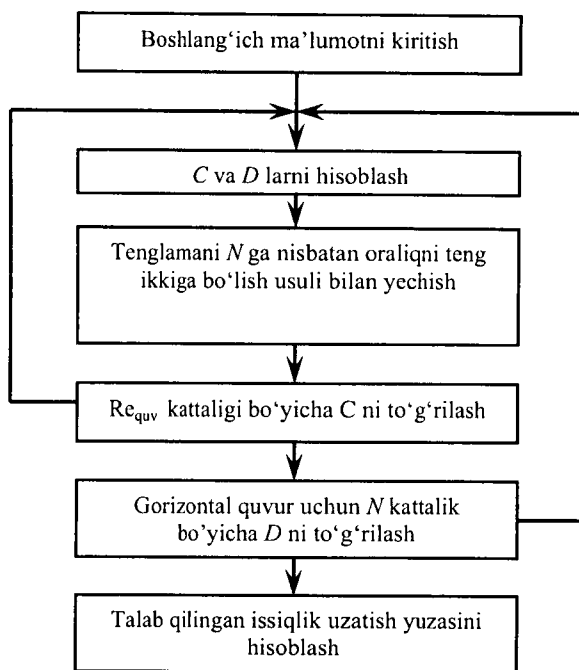
Echim. Quvurining tashqi diametri $d_t = 0.02$, yo'llari $Z=1$ va quvur uzunligi $L=3 \text{ m}$ bo'lgan gorizontal issiqlik almashish apparati ($T=1$) keltirilgan variantni ko'rib chiqamiz. COND dasturi bo'yicha boshlang'ich ma'lumotlarni kiritgandan so'ng quyidagi natijalarni olamiz $\alpha_{quv} = 865,1 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $\alpha_{quv.or} = 13118,3 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $K = 584,5 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $Re_{quv} = 4674,4$, $N=31$

Ko'rsatilgan konstruktiv tavsiflarga ega issiqlik almashish apparatining Dav.ST ga mos keladigan turining quvurlari soni $N=61$, ya'ni quvurlar soni bo'yicha zahira yuzasi deyarli ikki marta ko'p:

$$\Delta = \frac{61-31}{31} \cdot 100\% = 96.8\%$$

Issiqlik almashish apparatining uzunligini 2m gacha kamaytiramiz va qolgan konstruktiv tavsiflarni o'zgarishsiz qoldiramiz. Hisoblash natijasida $a_{quv} = 247,0 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $a_{quv.or} = 15625,8 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $K = 217,2 \text{ Vt/(m}^2\cdot\text{K)}$, $Re_{quv} = 1161,1$, $N=124$ larni olamiz.

Shunday qilib, quvurlar uzunligining kamayishi ularning sonini oshishi va Re sonini (shuningdek a_{quv} ham) kamayishiga olib keladi va Re soni 2300 dan kam bo'ladi. Ushbu variant maqsadga to'g'ri kelmaydi.



5.9-rasm. Issiqlik eltuvchilaridan birining agregat holati o'zgaradigan qobiq-quvurli issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok-sxemasi

Natijalar tahlili shuni ko'rsatadiki, ikki yo'lli issiqlik almashish apparatlarini hisoblashda quvur uzunligini 2 m qilib olish maqsadga muvofiqdir. Tashqi diametri $d_t=0,025$ m bo'lgan quvurli issiqlik almashish apparatini hisoblaymiz.

Hisoblash natijalari quyidagicha: $a_{quv}=740,9$ Vt/(m²·K), $a_{quv,or}=12628,1$ Vt/(m²·K), $K=524,2$ Vt/(m²·K), $Re_{quv}=5323,3$, $N=41$.

Dav.STga mos keluvchi uahbu turdagi issiqlik almashish apparatining quvurlari soni $N=52$. Shunday qilib, quvurlar soni bo'yicha zahira $\Delta=\frac{52-41}{41} \cdot 100\%=26.8\%$ ni tashkil etadi. Bu natijani qoniqarli deb hisoblash mumkin. Tanlangan gorizontal issiqlik almashish apparatining qobig'ining diametri 0,325 m, $d_t=0,025$ m, yo'llari soni 2 ta, quvurlar soni 52 ta, quvurlar uzunligi 2 m va issiqlik almashish yuzasi 8 m².

Issiqlik eltuvchilarining agregat holati o'zgarmaydigan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash. Issiqlik almashish apparatlarining ushbu guruhiga issiqlik eltuvchilarning birortasi ham agregat holatini o'zgartirmaydigan issiqlik uzatish jarayonlaridagi qizdirgichlar va sovutgichlar kiradi. Qizdirish va sovitishda issiqlik eltuvchilarning har birini harorati issiqlik almashish yuzasi bo'yicha uzluksiz va monoton ravishda almashinadi.

Mos ravishda issiqlik uzatish parametrlari (issiqlik uzatish koeffitsienti, harakatlantiruvchi kuch) ham o'zgaradi. Butun issiqlik almashish yuzasi bo'yicha issiqlik uzatish koeffitsienti va issiqlik eltuvchilar haroratlari farqining o'rtacha qiymatlari asosida issiqlik almashish apparatlarini hisoblashni ko'rib chiqamiz. Bunda issiqlik eltuvchilarning o'rtacha haroratlardagi xossalari beriladi. Issiqlik almashishdagi issiqlik eltuvchilar fazaviy aralashishlarda ishtirok etmaydi, issiqlik eltuvchidan devorga, devordan sovuq issiqlik eltuvchiga issiqlik berish jarayoni o'lchamsiz Reynolds soni bilan aniqlanuvchi issiqlik oqimining rejimi, o'lchamsiz Prandtl soni bilan aniqlanuvchi issiqlik eltuvchilarning xossalariga va devorning haroratlariga bog'liq.

Segmentli pardevorga ega issiqlik almashish apparatlarining quvurlari orasidagi fazo $\alpha_{quv.or}$ da harakatlanuvchi ikki issiqlik eltuvchining issiqlik berish koeffitsientlari quyidagi ifodalar bilan aniqlanadi:

$$\text{agar } Re_{Quv.or} > 1000 \text{ bo'lsa, } \alpha_{quv.or} = \frac{\lambda_{quv.or}}{d_e} \varepsilon_\varphi 0.4 Re_{Quv.or}^{0.6} Pr_{Quv.or}^{0.36} \quad (5.51)$$

$$\text{agar } Re_{Quv.or} < 1000 \text{ bo'lsa, } \alpha_{quv.or} = \frac{\lambda_{quv.or}}{d_e} \varepsilon_\varphi 0.56 Re_{Quv.or}^{0.5} Pr_{Quv.or}^{0.36} \quad (5.52)$$

(Quv.or - quvurlar orasidagi fazo)

$$\text{Bu yerda } Re_{Quv.or} = \frac{G_{quv.or} d_e}{\mu_{quv.or} S_{quv.or}}; \quad Pr_{Quv.or} = \frac{c_{quv.or} \mu_{quv.or}}{\lambda_{quv.or}} \quad -$$

quvurlar orasidagi fazodagi issiqlik eltuvchilar uchun o'lchamsiz Reynolds va Prandtl sonlari; $\varepsilon_\varphi = 0,6$ - quvurlar to'plamiga oqimlarning bostirib kirish burchagiga ta'sir etuvchi koeffitsient; $S_{quv.or}$ - segmentli pardevorli issiqlik almashish apparatining quvurlari orasidagi fazodagi oqimning normal bilan aniqlanuvchi eng tor kesim yuzasi. Taxminan uni quyidagi formula bo'yicha aniqlash mumkin: agar $D \leq 0.3$ bo'lsa, $S_{quv.or} \approx 0.3S$,

agar $D > 0,3m$ bo'lsa, $S_{quv.or} \approx 0.16S$, bu yerda $S = \frac{\pi D^2}{4}$ - issiqlik almashish apparatining kesim yuzasi; D - qobiqning diametri.

(5.51), (5.52) tenglamalarda aniqlovchi o'lcham sifatida ekvivalent diametr d_e qabul qilingan.

Quvurlar orasida harakatlanuvchi issiqlik eltuvchilar uchun issiqlik berish koeffitsienti quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$\text{agar } Re_{Quv} \geq 10^4 \text{ bo'lsa, } \alpha_{Quv} = 0.023 \frac{\lambda_{quv}}{d} Re_{Quv}^{0.8} Pr_{Quv}^{0.43}, \quad (5.53)$$

$$\text{agar } 2300 \leq Re_{Quv} < 10^4 \text{ bo'lsa, } \alpha_{Quv} = 0.008 \frac{\lambda_{quv}}{d} Re_{Quv}^{0.9} Pr_{Quv}^{0.43}, \quad (5.54)$$

$$\text{agar } Re_{Quv} < 2300 \text{ bo'lsa, } \alpha_{Quv} = 0.15 \frac{\lambda_{quv}}{d} Re_{Quv}^{0.33} Pr_{Quv}^{0.43} Gr_{quv}^{0.1} \quad (5.55).$$

Bu yerda $Re_{quv} = \frac{4G_{quv}z}{\pi\mu_{quv}dN}$; $Pr_{quv} = \frac{c_{quv}\mu_{quv}}{\lambda_{quv}}$; $Gr_{quv} = \frac{gd^3\beta_{quv}\rho_{quv}^2}{\mu_{quv}^2}\Delta T$ - quvurlardagi issiqlik eltuvchilar uchun o'lchamsiz Reynolds, Prandtl va Grasgof sonlari; β_{quv} - hajmiy kengayish koeffitsienti; z - quvurli sohadagi yo'llar soni. (5.53)-(5.55) tenglamalarda aniqlovchi o'lcham sifatida quvurning ichki diametri $d=d_i-2\delta_u$ qabul qilingan.

Quvurlardagi issiqlik eltuvchilar uchun issiqlik berish koeffitsienti α_{quv} quvurning ichki yuzasi va quvurdagi issiqlik eltuvchilarning oldindan noma'lum bo'lgan haroratlari farqi ΔT ga bog'liq. Shuning uchun ΔT ning miqdori issiqlik almashish apparatlarida issiqlik berishning quyidagi statsionarlik shartidan foydalanib, iteratsiya usulida aniqlanadi:

$$\alpha_{quv}\Delta T = K\Delta T_{o'r} \quad (5.56)$$

yoki

$$\Delta T = \frac{K\Delta T_{o'r}}{\alpha_{quv}} \quad (5.57)$$

Haroratlarning o'rtacha farqi issiqlik eltuvchilar harakati sxemasining quyidagi formulasi bo'yicha aniqlanadi:

$$\Delta T_{o'r} = \varepsilon_{\Delta T} \Delta T_{O'R.LOG} \quad (5.58)$$

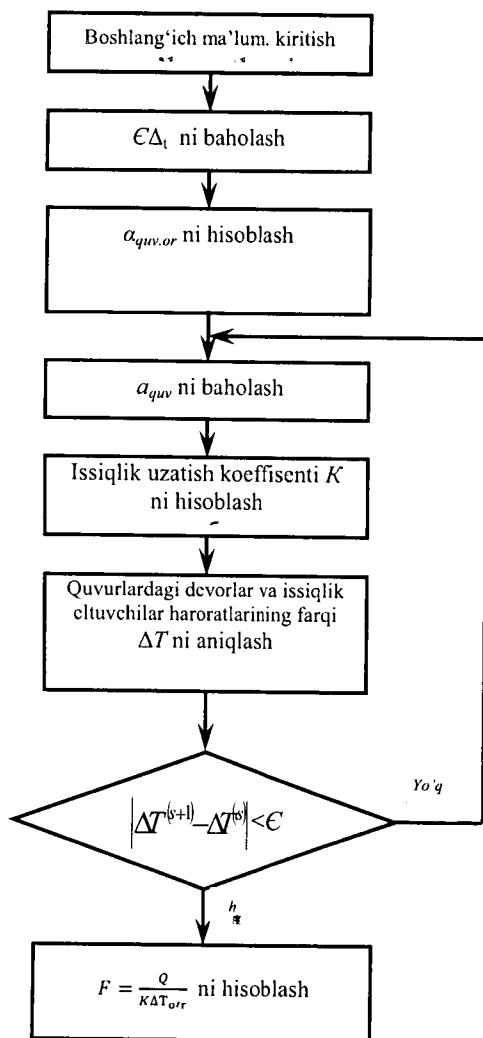
bu yerda $\Delta T_{O'R.LOG}$ - haroratlarning o'rtacha logarifmik farqi; $\varepsilon_{\Delta T} < 1$ - teskari oqim ($z=1$ da $\varepsilon_{\Delta T}=1$) bilan solishtirish bo'yicha aralash oqim ($z=2, 4, 6$) da o'rtacha harakatlantiruvchi kuchning kamayishida qatnashuvchi koeffitsient. Issiqlik uzatish koeffitsienti K va o'rtacha harakatlantiruvchi kuch $\Delta T_{o'r}$ lar aniqlangandan so'ng, ma'lum umumiy issiqlik yuklamasi Q uchun issiqlik uzatish tenglamasidan issiqlik uzatish yuzasi hisoblanadi:

$$F = \frac{Q}{K\Delta T_{o'r}} \quad (5.59)$$

Shuningdek issiqlik uzatish jarayoni issiqlik almashish apparatining konstruktiv tavsiflariga bog‘liq va hisoblash boshlanishidan oldin quyidagi konstruktiv parametrlarni berish lozim: quvurning tashqi diametri d_t , yo‘llar soni z , koeffitsient ϵ_{AT} , N to‘plamdagi quvurlar soni va quvurlar orasidagi fazoni eng tor kesim yuzasi $S_{quv.or}$. 5.10 - rasmda ko‘rilayotgan hol uchun issiqlik almashish apparatini hisoblash algoritmining blok-sxemasi keltirilgan.

Misol 3. Rektifikatsiya kolonnalarining kub qoldiqlari sovitgichini hisoblash. Umumiy issiqlik yuklamasi $q=402\,980$ Vt. Quvur bo‘yicha harakatlanuvchi kub qoldiqlari $G_{quv}=1,24$ kg/s, uning issiqlik o‘tkazuvchanligi $\lambda_{quv}=0,662$ Vt/(m·K), zichligi $\rho_{quv}=986$ kg/m³, qovushqoqligi $\mu_{quv}=0,00054$ Pa·s, issiqlik sig‘imi $c_{quv}=4190$ J/(kg·K), hajmiy kengayish koeffitsienti $\beta_{quv}=0,00048$. Quvurlar orasidagi fazoda sovituvchi suv $G_{quv.or}=4,36$ kg/s sarf bilan harakatlanadi va o‘rtacha haroratda issiqlik o‘tkazuvchanligi $\lambda_{Tquv.or}=0,61$ Vt/(m·K), qovushqoqlik $\mu_{quv/or}=0,00085$ Pa·s, issiqlik sig‘imi $c_{quv.or}=4190$ J/(kg·K).

Echim. Qobiq-quvurli sovitgichlarning ikki variantini tanlaymiz. Birinchi variant: $d_t=0,020$ m, $z=2$, $N=166$ va ushbu holda agar qobiqning diametri (0.4 m) uchun quvurning maksimal uzunligi (6 m) kamlik qilsa, uni so‘nggi 600 mm gacha uzaytiramiz.



5.10.-rasm. Issiqlik eltuvchilarning fazaviy o'tishi mavjud bo'lmagan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash algoritmining blok-sxemasi

Ikkinchi variant: $d_i=0,020$ m, $z=2$, $N=314$. Issiqlik almashish apparatining hisoblanayotgan variantlari uchun $\varepsilon_{\Delta T}=0.9$.

Normallar bo'yicha birinchi variant uchun $S_{quv.or}=0,021$ m² va ikkinchi variant uchun $S_{quv.or}=0,047$ m² ni aniqlaymiz.

Boshlang'ich axbrotlarni kiritgach COOLER dasturi bo'yicha birinchi variantdagi holat uchun: $a_{quv}=531,9$ Vt/(m²·K),

$a_{quv.or}=2257,9 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $K=364,6 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $F=48,3 \text{ m}^2$,
 $Re_{quv}=2205,1$, $Re_{quv.or}=4885,1$ larni olamiz.

Issiqlik eltuvchilar haroratlarining o'rtacha logarifmik farqi $\Delta T_{O.R.LOG}=25,4 \text{ }^\circ\text{C}$ ga teng, quvur devorlari va ifloslanishning termik qarshiliklari yig'indisi $\sum \delta/\lambda=0,00042 \text{ m}^2 \cdot \text{K/Vt}$.

Normalga ko'ra quvurining uzunligi 6 m va yuzasi $F=62 \text{ m}^2$ bo'lgan issiqlik almashish apparati mos keladi. Zahirayuzasi 62 - 48,3 ni tashkil qiladi:

$$\Delta = \frac{62 - 48.3}{48.3} \cdot 100\% = 28.4\%$$

Ikkinchi variant: $a_{quv}=406,7 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $a_{quv.or}=1392,4 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$,
 $K=278,0 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $F=63,4 \text{ m}^2$, $Re_{quv}=978,7$, $Re_{quv.or}=2182,7$.

Bu issiqlik almashish apparatlari ikkala oqim uchun olingan bo'ylama kesimning kattaligi, Reynolds sonining qiymati kichikligi, issiqlik berish va uzatish koeffitsientlarining kichikligi tufayli katta yuzaga ega, biroq uning afzalligi kichik gidravlik qarshilik va qobiqning diametri 0,6 m bo'lganda quvurning zaruriy uzunligining kichikligi: $L=3 \text{ m}$ hisoblanadi. Yuza zahirasi

$$\Delta = \frac{70-63.4}{63.4} \cdot 100\% = 10.4\% \text{ ni tachkil etadi.}$$

Zaruriy yuzani kamaytirish va shu bilan birgalikda quvurlar uzunligini ham kamaytirish uchun quvurlar o'rasidagi yo'llar sonining teng shartlarda $z=4$ ($N=338$, $S_{quv.or}=0,047$) ba $z=6$ ($N=320$, $S_{quv.or}=0,047$) gacha oshadigan yana ikkita variantni ko'rib chiqamiz. Yo'llari soni $z=4$ bo'lgan issiqlik almashish apparatlarini hisoblash natijasida $a_{quv}=524,0 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $a_{quv.or}=1392,4 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $K=328,2 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $F=53,7 \text{ m}^2$, $Re_{quv.or}=2166,0$, $Re_{quv.or}=2182,7$ larni olamiz.

$$\text{Yuza zahirasi } \Delta = \frac{64-53.7}{53.7} \cdot 100\% = 19.2\% \text{ ni tashkil etadi.}$$

Uzunligi 3m ga teng bo'lgan issiqlik almashish apparatining ushbu varianti issiqlik berish koeffitsientining oshishi va talab qilingan issiqlik almashish yuzasining mos kamayishi tufayli ikkinchi variant oldida uncha katta afzallikka ega emas.

To'rtinchi variantning ($z=6$) hisob natijalari: $a_{quv}=853,7 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $a_{quv.or}=1392,4 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $K=432,9 \text{ Vt/(m}^2 \cdot \text{K)}$, $F=40,7 \text{ m}^2$, $Re_{quv}=3431,7$, $Re_{quv.or}=2182,7$.

Bu variantdagi issiqlik almashish apparatlarining afzalligi shundaki, u $L=2 \text{ m}$ uzunlikdagi kichik quvur va diametri $D=0,6 \text{ m}$ li

qobiqqa ega. Yuza zahirasi $\Delta = \frac{41-40.7}{40.7} * 100\% = 0.7\%$ ni tashkil etadi. Biroq, ko‘rilayotgan issiqlik almashish apparatining variantida ikkinchi variantdagiga qaraganda gidravlik qarshilik katta.

Shunday qilib, ikkita: ikkinchi va to‘rtinchi variantlarni qabul qilishimiz mumkin. Ular gidravlik hisobdan keyin iqtisodiy mezon asosida tanlanishi mumkin.

5.1.4. Issiqlik almashish apparatlarini hisoblash va algoritmlashtirish

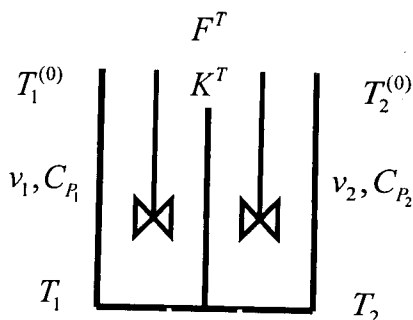
5.1.4.1. “Aralashtirish-aralashtirish” tipidagi issiqlik almashish apparatlari

Sirtiyl issiqlik almashish apparatlarining turlari:

- qobiql-quvurli;
- quvurli;
- havo bilan sovitish apparatlari;
- plastinkali;
- zmeevik (burama naycha) li va h.k.

Kompyuterli modellarni tuzish quyidagi bosqichlardan iborat:

- nazariya bilan tanishish yoki o‘rganish;
- jarayonning matematik tavsifi (MT) ni tuzish;
- MT tenglamalarini yechish algoritmlarini (MA -modellash algoritmi) tanlash va amalga oshirish.



Asosiy qo‘ymlar:

1. Faqat statsionar rejim ko‘riladi;
2. Ikkala oqimlar uchun ham ideal aralashish modeli qabul qilinadi;

3. Faqat issiqlik uzatish jarayoni amalga oshiriladi;
 4. Fizik-kimyoviy o'zgaruvchilar - oqimlarning issiqlik sig'implari C_{p1} , C_{p2} - doimiy kattaliklar hisoblanadi.

Matematik tavsif tenglamasi:

$$A) \quad \nu_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)} - \nu_1 C_{P_1} T_1 + F^T \Delta q_1^T = 0$$

Δq_1^T - Issiqlik uzatishning lokal tezligi

$$B) \quad \Delta q_1^T = K^T \cdot (T_2 - T_1)$$

$$C) \quad \nu_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^{(0)} - \nu_2 C_{P_2} T_2 + F^T \Delta q_2^T = 0$$

$$D) \quad \Delta q_2^T = K^T \cdot (T_1 - T_2)$$

$$\Delta q^T = \Delta q_1^T = -\Delta q_2^T$$

Chiziqli algebraik tenglamalar tizimi (ChATT)

$$1) \quad \nu_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)} - \nu_1 C_{P_1} T_1 + F^T \Delta q^T = 0$$

$$2) \quad \nu_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^{(0)} - \nu_2 C_{P_2} T_2 + F^T (-\Delta q^T) = 0$$

$$3) \quad \Delta q^T = K^T \cdot (T_2 - T_1)$$

Birinchi xususiy holni ko'rib chiqamiz: $K^T = \text{const}$ bo'lsin - bu ham qo'yim. T_1 , T_2 , Δq^T larni topamiz.

1) va 2) tenglamalarga Δq^T ni qo'yish yo'li bilan tenglamalar tizimini o'zgartiramiz:

$$1. \quad \underbrace{(\nu_1 C_{P_1} T_1 - F^T K^T)}_{a_{11}} T_1 + \underbrace{(-F^T K^T)}_{a_{12}} T_2 = \underbrace{\nu_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)}}_{b_1}$$

$$2. \quad \underbrace{(-F^T K^T)}_{a_{21}} T_1 + \underbrace{(\nu_2 C_{P_2} + F^T K^T)}_{a_{22}} T_2 = \underbrace{\nu_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^{(0)}}_{b_2}$$

ChATT matritsa shaklida quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\Delta q^T = \Delta q_1^T = -\Delta q_2^T$$

$$\overline{A} \cdot \overline{x} = \overline{b} \Rightarrow \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} T_1 \\ T_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \end{vmatrix}$$

Ikkinchi xususiy hol:

$K^T = \text{const}$ ning 1), 2), 3) tenglamalariga 4), 5), 6) tenglamalar qo'shiladi

$$4) \quad K^T = K^T(T_1, T_2, v_1, v_2, C_{p_1}, C_{p_2})$$

$$5) \quad C_{p_1} = a_1 + b_1 T_1 + c_1 T_1^2 + d_1 T_1^3$$

$$6) \quad C_{p_2} = a_2 + b_2 T_2 + c_2 T_2^2 + d_2 T_2^3$$

$a, b, c, d - \text{const}$

(ma'lumlar)

$$T_1 - ? \quad T_2 - ? \quad \Delta q^T - ? \quad K^T - ? \quad C_{p_1} - ? \quad C_{p_2} - ?$$

larni aniqlash zarur.

Nochiziqli tenglamalar tizimi (NChTT):

$$\bar{f}(\bar{x}) = 0$$

$$\begin{cases} f_i(x_1, \dots, x_n) = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{cases}$$

bu yerda $f - x$ ning nochiziqli funksiyasi.

Nochiziqli tenglamalar quyidagi usullar bilan yechilishi mumkin:

1. Nyuton-Rafson usuli;
2. Oddiy iteratsiyalar usuli;
3. Matematik dekompozitsiya usuli.

Birinci va ikkinchi usullardan foydalanilganda bir vaqtda 6 o'zgaruvchi ketma-ket yaqinlashish usuli bilan (iteratsiyaviy) aniqlanadi. Uchinchi usuldan foydalanilganda iteratsiya yo'li bilan kam sonli o'zgaruvchilarni qidirish imkonini beruvchi shunday algoritm tanlanadiki (matematik tavsif tenglamalarini axborot matritsalarini tahlil qilish yo'li bilan), bunda qolgan o'zgaruvchilar

keyingi (oxirgi) iteratsiyalar (iteratsiya) da olingan hisoblash natijalari bo'yicha avtomatik tarzda aniqlanadi.

Axborot matritsasi

MT(matematik tavsif) tenglamalari tizimining axborot matritsasi qatorlari tenglamalar soniga, ustunlari esa aniqlanayotgan o'zgaruvchilar soniga mos keluvchi kvadrat matritsani namoyon etadi. Axborot matritsasi quyidagicha shakllantiriladi: agar i -tenglamaga aniqlanayotgan j -o'zgaruvchi kirsa, i -tenlamaga mos keluvchi i - qator bilan j - ustunning kesishishiga plus belgisi qo'yiladi. Bu amal barcha mustaqil tenglamalar va tizimning aniqlanayotgan o'zgaruvchilari uchun takrorlanadi.

Axborot matritsaga mos keluvchi jadvalning o'ng tomoniga raqam belgisi (N^0) ga ega ustun qo'shilgan. Ushbu ustunda tanlangan hisoblash algoritmiga mos keluvchi hisoblashlar ketma-ketligi aks ettiriladi:

$n \backslash P$	T_1	T_2	Δq^T	K^T	C_{p1}	C_{p2}	N^0
1							2
2_{ten}							4
3_{ten}							6
4							5
5							1
6							3

Belgilanishlar:

- 1 - boshlang'ich yaqinlashish topshirig'i
- 2 - o'zgaruvchi qiymatini aniqlash
- 3 - o'zgaruvchining qiymati ma'lum
- 4 - o'zgaruvchi qiymatiga to'g'rilash kiritish (korrektsiyalash)
- 5 - o'zgaruvchi qiymatini aniqlashtirish



4-qadamda berilgan kattaliklardan ixtiyoriy birortasiga to'g'rilash kiritish mumkin. Axborot matritsasidagi birinchi ustun - tenglamalarning tartib raqami. Axborot matritsasidagi oxirgi ustun tenglamani yechish tartibini ko'rsatadi.

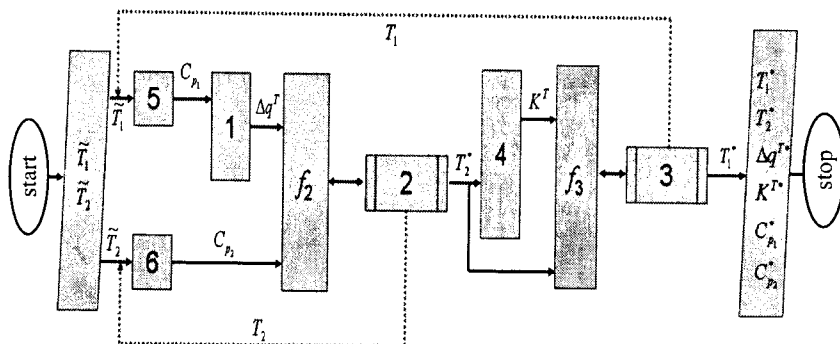
Ichki iteratsiya sikli:

$$\nu_2^{(0)} C_{P_2}^{(0)} T_2^{(0)} - \nu_2 C_{P_2} \{T_2\} + F^T (\Delta q^T \{T_2\}) = 0 \rightarrow T_2^*$$

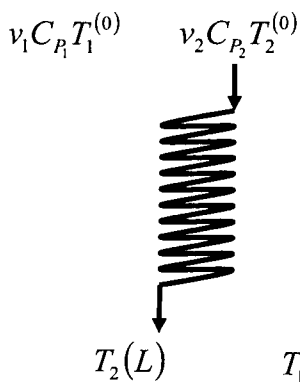
Tashqi iteratsiya sikli:

$$\Delta q^T \{T_1\} - K^T \{T_1\} \cdot (T_2 \{T_1\} - T_1) = 0 \rightarrow T_1^*$$

Algoritmning blok-sxemasi



5. 1.4.2. Zmeevikli issiqlik almashish apparatlari



L - zmeevikning uzunligi

Asosiy qo'yimlar:

• Rezervuarlar orqali oqib o'tadigan oqimni ideal aralashish modeli (IAM) deb qabul qilamiz

• Zmeevskidagi oqimni ideal siqib chiqarish modeli (ISCHM) deb qabul qilamiz

• Ish rejimini statsionar deb qaraymiz

• Issiqlik uzatish koeffitsienti $q = \text{const}$

• Issiqlik uzatishdan boshqa hech qanday jarayon yuz bermaydi

• Issiqlik sig'implari bir xil va harorat o'zgarishi bilan almashmaydi:

$$a) \quad v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)} - v_1 C_{P_1} T_1 + F^T \Delta q_1^T = 0$$

$$b) \quad \Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$$

$$c) \quad v_2 C_{P_2} \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{L} \Delta q_2^T$$

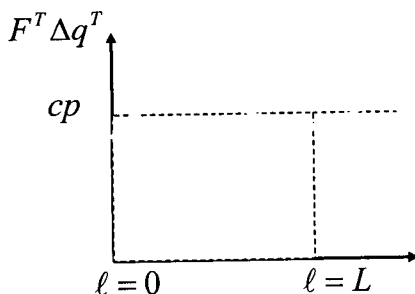
$$d) \quad \Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$$

$$\Delta q_1^T = -\Delta q_2^T = \Delta q^T$$

Umumiy issiqlik balansi tenglamasining natijasi:

$$v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)} - v_1 C_{P_1} T + [F^T \Delta q^T]_{\ell=0}^{\ell=L} = 0$$

$$\frac{F^T}{L} (-\Delta q^T) = v_2 C_{P_2} \frac{dT_2}{d\ell}$$



Issiqlik o'tkazish yuzasi shtrixlangan maydonga teng
 $T_2(\ell) = ?$

$$[F^T \Delta q^T]_{o,r} = \frac{1}{L} \int_0^L F^T \Delta q^T dl$$

$$[F^T \Delta q^T]_{o,r} = -v_2 C_{P_2} \frac{1}{L} \int_0^L \frac{dT_2}{dl} dl = -v_2 C_{P_2} [T_2(L) - T_2(0)]$$

Matematik tavsifning tenglamalar tizimi:

$$1) \quad -v_2 C_{P_2} [T_2(L) - T_2(0)] + v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)} - v_1 C_{P_1} T_1 = 0$$

Yaqqol ko‘rinishdagi oddiy differentsial tenglama:

$$2) \quad \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_2 C_{P_2}} (-\Delta q^T)$$

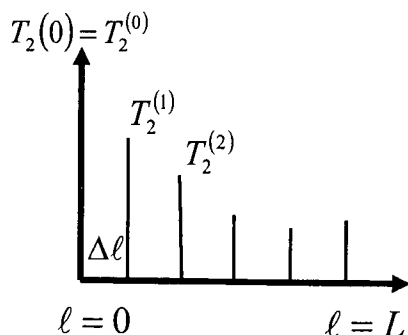
$$3) \quad \Delta q^T = K^T (T_2 - T_1)$$

$$2') \quad T_2(0) = T_2^{(0)}$$

Integral-differentsial tenglamalar tizimi

$$T_2 = T_2(\ell) \rightarrow ? \quad T_1 \rightarrow ? \quad \Delta q^T \rightarrow ?$$

Kompyuterda faqat xususiy yechimlarni hisoblash mumkin, buning uchun Koshi masalasining boshlang‘ich sharti (barcha qo‘shimcha shartlar mustaqil o‘zgaruvchining bitta qiymatida beriladi) ni berish lozim.



$$2) \quad \frac{T_2(L) - T_2(0)}{\Delta \ell} \cong \frac{F^T}{Lv_2 C_{P_2}} (-\Delta q^T)$$

$$3) \quad \Delta q^T = K^T (T_2 - T_1)$$

Axborot matritsasi

$\begin{matrix} p \\ n \end{matrix}$	T_1	$T_2(0)$	$T_2(L)$	Δq^T	N^0
1. ten.il					4
2. dif.m					3
3.					2
2'.					1

1 -korrektlovchi tenglamalar - masala yechimining tahqi sikli;

2 -differensial tenglamalarni yechish sikli - masala yechimining ichki sikli.

Korrektlovchi tenglamalar:

$$1) \quad v_1^{(0)} C_{P_1}^{(0)} T_1^{(0)} - v_1 C_{P_1} T_1 - v_2 C_{P_2} [T_2(L) \{T_1\} - T_2(0)] = 0$$

Tashqi siklda oraliqni teng ikkiga bo'lish usuli qo'llaniladi.

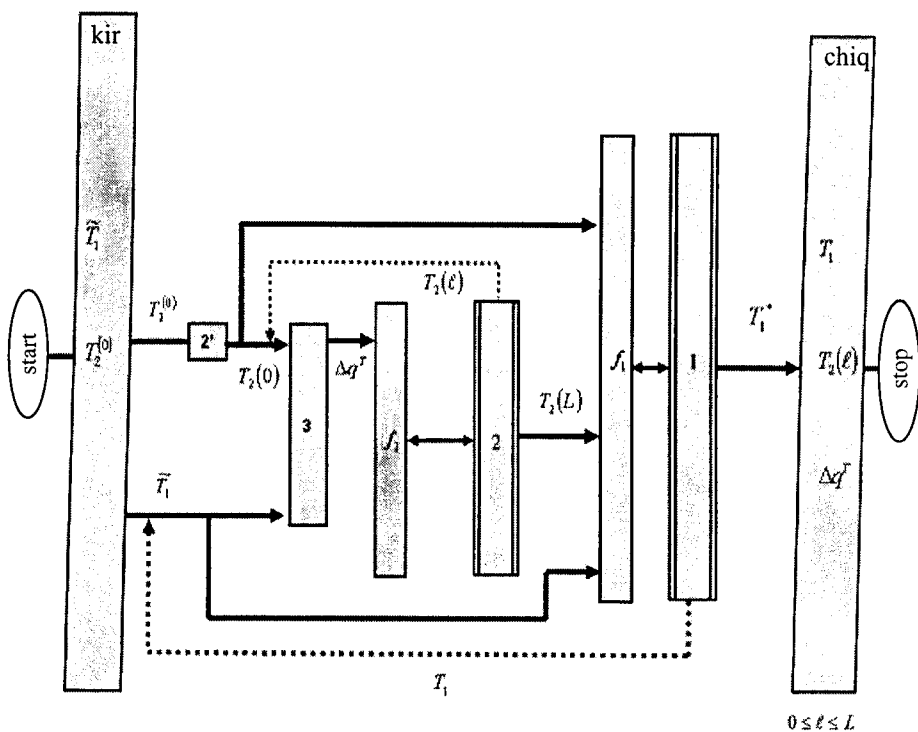
Ichki siklda har bir yaqinlashish T_1 da 2-differensial tenglama yechiladi (Euler usuli).

$$1) \quad v_2 C_{P_2} \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{L} \Delta q_2^T$$

$$2) \quad \Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$$

$$\Delta q^T = \Delta q_1^T = -\Delta q_2^T$$

Algoritmning blok-sxemasi



Foydalaniladigan sonli usullar:

- 1 - oraliqni teng ikkiga bo'lish usuli;
- 2 - Eyler usuli.

5.1.4.3. To'g'ri (bir xil yo'nalishli) oqimli «quvur ichida quvur» turidagi issiqlik almashish apparatlari.

Koshi masalasini yechish

$$\begin{array}{ccc}
 T_1^{(0)} & \begin{array}{c} \nu_1 C_{P_1} \\ \hline F^T K^T \\ \hline \nu_2 C_{P_2} \end{array} & T_1(L) \\
 T_2^{(0)} & & T_2(L)
 \end{array}$$

1. Statsionar rejim
2. Faqat issiqlik uzatish yuz beradi
3. Issiqlik uzatish koeffitsienti = const

4. Oqimlarning issiqlik sig'imi = const

5. Bo'ylama soha bir xil taqsimlangan

$$\Pi = \frac{F^T}{L}$$

Birinchi oqim uchun tenglama:

$$1) \quad v_1 C_{P_1} \frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{L} \Delta q_1^T$$

$$2) \quad \Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$$

Ikkinchi oqim uchun tenglama:

$$1) \quad v_2 C_{P_2} \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{L} \Delta q_2^T$$

$$2) \quad \Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$$

$$\Delta q^T = \Delta q_1^T = -\Delta q_2^T$$

Matematik tavsifning tenglamalar tizimi:

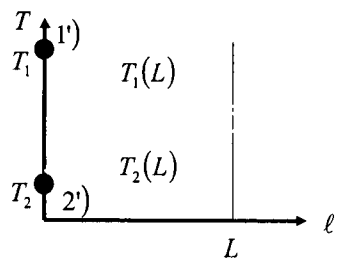
(oddiy differentsial tenglamalar tizimi)

$$\left. \begin{array}{l} 1) \quad \frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_1 C_{P_1}} \Delta q^T \\ 2) \quad \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_2 C_{P_2}} (-\Delta q^T) \\ 3) \quad \Delta q^T = K^T (T_2 - T_1) \end{array} \right\}$$

Boshlang'ich shart:

$$\left. \begin{array}{l} 1') \quad T_1(0) = T_1^{(0)} \\ 2') \quad T_2(0) = T_2^{(0)} \end{array} \right\} \ell = 0$$

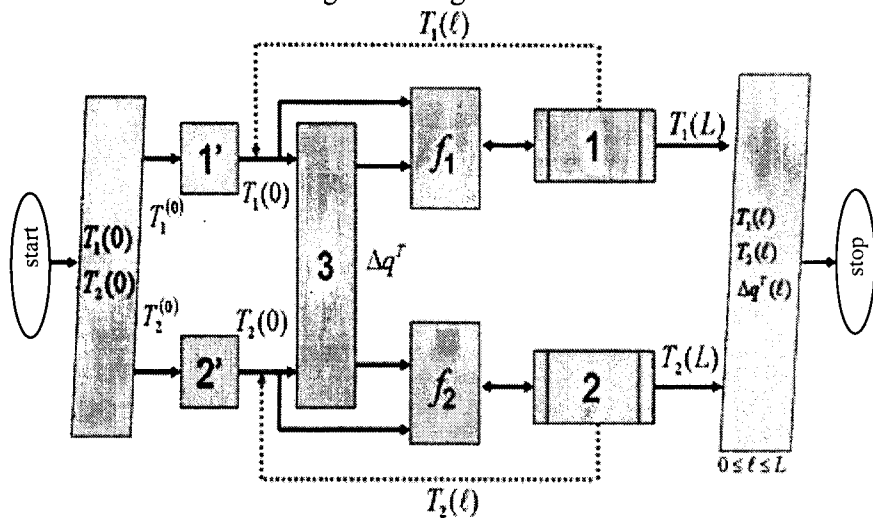
Qo'shimcha shartlari mustaqil o'zgaruvchining bitta qiymatida berilib, xususiy yechimi olinadigan masala Koshi masalasi deb ataladi. Bu tizimni analitik jihatdan aniq yechish mumkin.



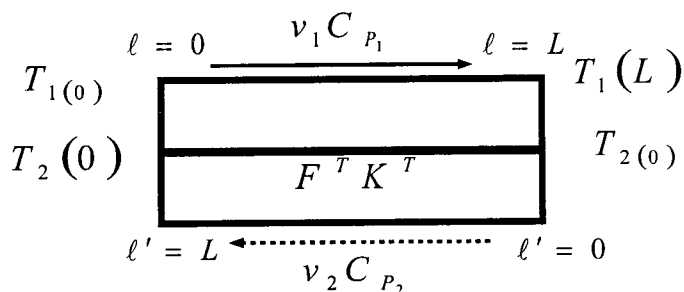
Axbort matritsasi

$\begin{matrix} p \\ n \end{matrix}$	$T_1(0)$	$T_1(L)$	$T_2(0)$	$T_2(L)$	Δq^T	N^o
1 Dif.tn						4
2 Dif.tn						5
3						3
1'						1
2'						2

Algoritmnng blok-sxemasi



**5.1.4.4. Teskari (qarama-qarshi) oqimli «quvur ichida quvur» turidagi issiqlik almashish apparatlari.
Chegaraviy masalalarni yechish**



$$\left. \begin{matrix} T_{1(0)} \\ T_{2(0)} \end{matrix} \right\} \ell = 0$$

$$\ell' = L - l$$

$$d\ell' = -d\ell$$

$$1) \quad \frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_1 C_{P_1}} \Delta q_1^T$$

$$2) \quad \Delta q_1^T = K^T (T_2 - T_1)$$

.....

$$3) \quad \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_2 C_{P_2}} \Delta q_2^T$$

$$4) \quad \Delta q_2^T = K^T (T_1 - T_2)$$

$$\Delta q^T = \Delta q_1^T = -\Delta q_2^T$$

Matematik tavsifning tenglamalar tizimi:

$$1) \quad \frac{dT_1}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_1 C_{P_1}} \Delta q^T$$

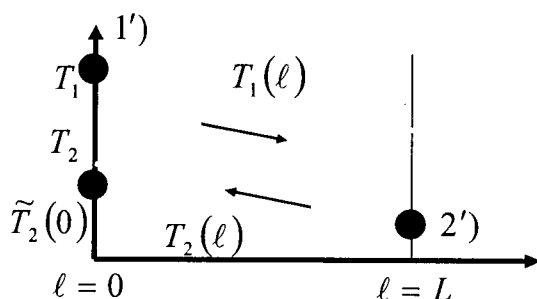
$$2) \quad \frac{dT_2}{d\ell} = \frac{F^T}{Lv_2 C_{P_2}} \Delta q^T$$

$$3) \quad \Delta q^T = K^T (T_2 - T_1)$$

$$1') \quad T_1(0) = T_{1(0)}$$

$$2') \quad T_2(L) = T_{2(0)}$$

Chegaraviy shart - mustaqil o'zgaruvchi L ning turli qiymatlarida berilgan qo'shimcha shart. Bunday shartlarda oddiy differensial tenglamalar tizimlarining xususiy yechimlarini olish masalasi chegaraviy masala deb ataladi.



1-qadam - mustaqil o'zgaruvchining bitta qiymatida barcha qo'shimcha shartlar beriladi, masalan, $\ell=0$, shu jumladan, masalaning boshlang'ich berilishida qatnashmaganlari ham beriladi. Oxirgisi huddi boshlang'ich yaqinlashish kabi beriladi: $\tilde{T}_2(0)$

2-qadam - oddiy differensial tenglamalar tizimlarini yechish. Biroq, olingan yechim noaniq bo'ladi, xuddi qo'shimcha shartlardan biri kabi: $\tilde{T}_2(0)$ - yaqinlashish sifatida berilgan bo'ladi.

3-qadam - 2') chegaraviy shart bajarilishi tekshiriladi.

$$T_2(L) - \tilde{T}_2(0) = 0$$

Agar bajarilmasa, unda 4-qadam bajariladi.

4-qadam - 2') chegaraviy shart xuddi $\tilde{T}_2(0)$ yangi yaqinlashishni tanlash uchun to'g'rilovchi tenglama sifatida

qaraladi, ya'ni tenglamani yechish amali quyidagi ko'rinishda amalga oshiriladi:

$$T_2(L) \{ \tilde{T}_2(0) \} - T_{2(0)} = 0$$

Masalani echishning eltqi siklida echim aniqlanadi:

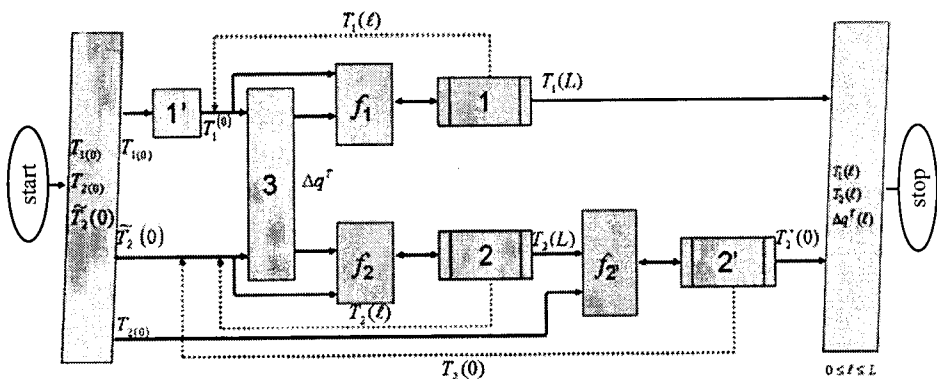
$$T_2(0) = ?$$

5-qadam - faqat masalani yechishning tashqi siklidagi tenglamaning oxirgi yechimi olinadi va masalani yechishning ichki siklida 1) va 2) ODTT (oddiy differensial tenglamalar tizimi) yechimining natijalari to'g'rilanadi.

Axborot matritsasi

$n \backslash p$	$T_1(0)$	$T_1(L)$	$T_2(0)$	$T_2(L)$	Δq^r	N^o
1 Dif.tn						3
2 Dif.tn						4
3						2
1' Tengil						1
2'						5

Algoritmnining blok-sxemasi



O‘z-o‘zini tekshirish uchun masalalar

1. Issiqlik almashish apparatida statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va ikkala issiqlik eltuvchilar oqimlarining harakatlari ideal aralashish modellari bilan keltirilishi mumkin bo‘lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok-sxemasini tuzish.

2. Zmeevikli issiqlik almashish apparatlarida statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va rezervuardagi issiqlik eltuvchilar oqimining harakatini ideal aralashish modeli bilan, zmeevikdagisini esa ideal siqib chiqarish modeli bilan keltirish mumkin bo‘lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok-sxemasini tuzish.

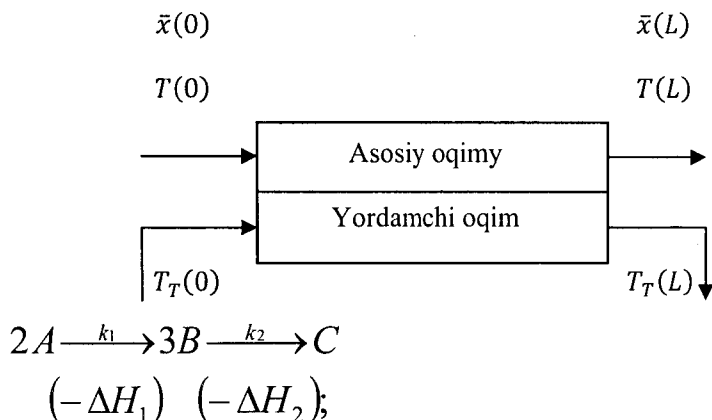
3. Issiqlik almashish apparatlaridagi statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va ikkala issiqlik eltuvchilar oqimlarining harakati (issiqlik eltuvchilar harakatining rejimi - to‘g‘ri oqim) ni ideal siqib chiqarish modeli bilan keltirish mumkin bo‘lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok-sxemasini tuzish.

4. Issiqlik almashish apparatlaridagi statsionar issiqlik uzatish rejimining matematik tavsifini qurish va ikkala issiqlik eltuvchilar oqimlarining harakati (issiqlik eltuvchilar harakatining rejimi - teskari oqim) ni ideal siqib chiqarish modeli bilan keltirish mumkin bo‘lgan shartlarda uning tekshiruv (baholash) hisoblash algoritmining blok-sxemasini tuzish.

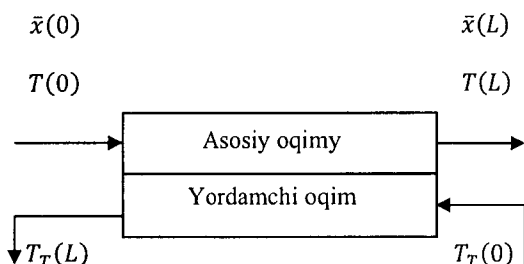
5.1.5 Quvurli reaktorlarni hisoblash va algoritmlashtirish.

5.1.5.1. Politropik reaktorning statsionar rejimi

a) Issiqlik eltuvchi to'g'ri oqim rejimida harakatlanadi (Koshi masalasi va boshlag'ich shartli masala).

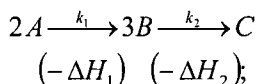


b) Issiqlik eltuvchi teskari oqim rejimida harakatlanadi (Chegaraviy masala).



Asosiy qo'yimlar:

- mikrokinetika: reaksiya



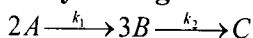
- oqimlar harakati ideal siqib chiqarishning gidrodynamic modellari bilan keltiriladi;

- bosqichlarning issiqlik samaralari haroratlarga bog'liq emas;

- asosiy oqim va qobiqdagi oqimlar o'rtasidagi issiqlik almashuvida faqat issiqlik uzatish ishtirok etadi;

- issiqlik uzatish koeffitsienti = const.

Jarayonning mikrokinetikasi



Quyidagilarni aniqlash zarur:

$$g_A^R, \quad g_B^R, \quad g_C^R, \quad \Delta q^R$$

$$\begin{bmatrix} g_A^R \\ g_B^R \\ g_C^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_1 x_A^2 \\ k_2 x_B^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2k_1 x_A^2 \\ 3k_1 x_A^2 + 3k_2 x_B^3 \\ k_2 x_B^3 \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}^R = \bar{\alpha} \cdot \bar{r}$$

$$g_A^R = -2 \cdot r_1$$

$$g_B^R = 3 \cdot r_1 - 3 \cdot r_2$$

$$g_C^R = r_2$$

$$\text{rang}(\bar{\alpha}) = 2.$$

2 ta asosiy A va V komponentlarni tanlaymiz:

$$g_C^R = -\frac{1}{2} g_A^R - \frac{1}{3} g_B^R.$$

Muhim bo'lmagan S komponent uchun stexiometrik munosabat:

$$\Delta q^R = \sum_{j=1}^2 |\alpha_{p_j}| (-\Delta H_{p_j}) \cdot r_j = 3(-\Delta H_{B1}) \cdot r_1 + 1(-\Delta H_{C2}) \cdot r_2.$$

Jarayonning matematik tavsifi (to'g'ri oqim).

$$1.2) \quad \frac{dx_B}{d\ell} = \frac{V_R}{L} g_B^R - \frac{x_B}{v} \frac{dv}{d\ell}$$

$$1.3) \quad x_C = x_C^{(0)} - \frac{1}{2} (x_A - x_A^{(0)}) - \frac{1}{3} (x_B - x_B^{(0)})$$

$$2.1) \quad g_A^R = -2r_1$$

$$2.2) \quad g_B^R = 3r_1 - 3r_2$$

$$2.3) \quad g_C^R = r_2$$

$$3.1) \quad r_1 = k_1 x_A^2$$

$$3.2) \quad r_2 = k_2 x_B^3$$

$$4.1) \quad k_1 = A_1 \exp(-E_1 / RT)$$

$$4.2) \quad k_2 = A_2 \exp(-E_2 / RT)$$

$$5) \quad \frac{dv}{d\ell} = \frac{V_R}{L} (g_A^R + g_B^R + g_C^R)$$

$$6) \quad \frac{d(vT)}{d\ell} = \frac{V_R}{C_p L} \Delta q^R + \frac{F_T}{C_p L} \Delta q^T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{d\ell} = \frac{V_R}{v C_p L} \Delta q^R + \frac{F_T}{v C_p L} \Delta q^T - \frac{T}{v} \cdot \frac{dv}{d\ell}$$

$$7) \quad \Delta q^R = 3(-\Delta H_{B1}) \cdot r_1 + (-\Delta H_{C1}) \cdot r_2$$

$$8) \quad \Delta q^T = K^T (T_T - T)$$

$$9) \quad C_p = C_{pA}^{ind} x_A + C_{pB}^{ind} x_B + C_{pC}^{ind} x_C$$

$$10.1) \quad C_{pA}^{ind} = a_A + b_A T + c_A T^2 + d_A T^3$$

$$10.2) \quad C_{pB}^{ind} = a_B + b_B T + c_B T^2 + d_B T^3$$

$$10.3) \quad C_{pC}^{ind} = a_C + b_C T + c_C T^2 + d_C T^3$$

Issiqlik eltuvchilarning oqimlari uchun tenglama:

$$11) \quad \frac{dT_T}{d\ell} = \frac{F^T}{C_{pT} L v_T} (-\Delta q^T)$$

$n+3$ differensial tenglama.

Boshlang'ich shart:

$$(1.1') \quad x_A(0) = x_A^{(0)}$$

$$(1.2') \quad x_B(0) = x_B^{(0)}$$

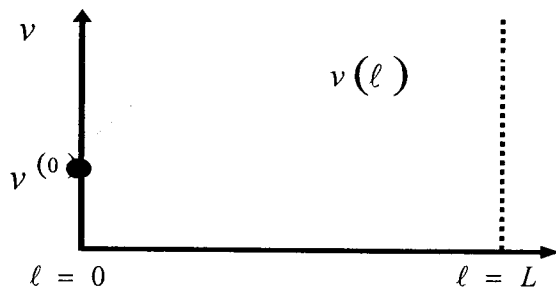
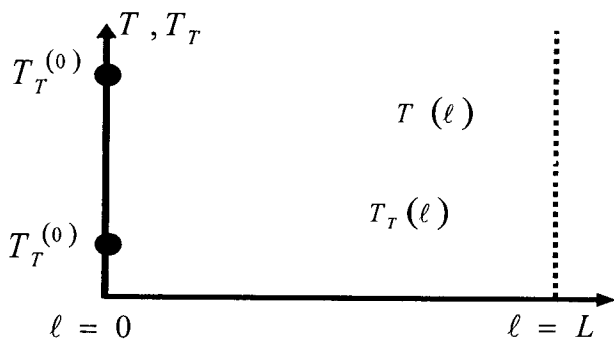
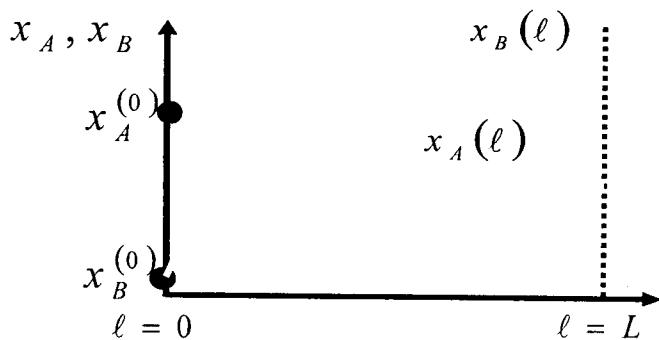
$$(5') \quad v(0) = v^{(0)}$$

$$(6') \quad T(0) = T^{(0)}$$

$$(11') \quad T_T(0) = T_T^{(0)}$$

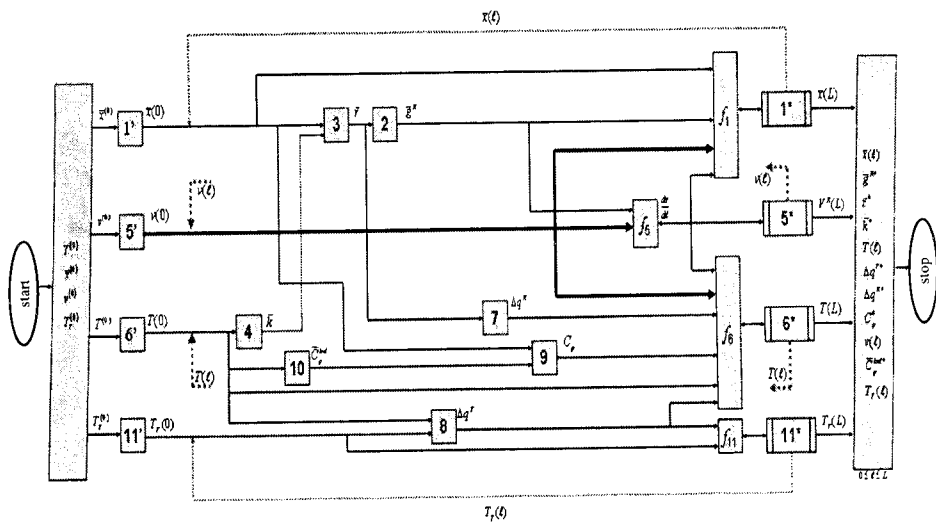
Kompyuterda xususiy yechimni aniqlash uchun Koshi masalasi yoki boshlang'ich shartli masala yechiladi ("siqib

chiqarish-siqib chiqarish” issiqlik almashish apparatiga qarang (to‘g‘ri oqim).



Axborot matritsasi (to'g'ri oqim).

n	$\tilde{p}$	$\tilde{z}_{(p)}$	$\tilde{z}_{(p)}^2$	$\tilde{z}_{(p)}^3$	$\tilde{z}_{(p)}^4$	$\tilde{z}_{(p)}^5$	$\tilde{g}_{(p)}^R$	$\tilde{f}_{(p)}$	$\tilde{k}_{(p)}$	$\tilde{\pi}(p)$	$\tilde{\pi}(2)$	Δq^T	Δq^R	C_p	$\kappa(0)$	$\kappa(2)$	f_3	$\tilde{f}_{ind}^{(ind)}$	$\tilde{r}_{(p)}$	$\tilde{r}_{(2)}$	N^p
1	$\tilde{y}_{(p)}$	$\oplus$	$\diamond$	$\oplus$	$\diamond$	$\oplus$	$\oplus$								$\oplus$		$\oplus$				14
2	$\tilde{y}_{(p)}$						$\diamond$	$\oplus$													8
3	$\tilde{y}_{(p)}$	$\oplus$		$\oplus$		$\oplus$		$\diamond$	$\oplus$												7
4	$\tilde{y}_{(p)}$							$\diamond$	$\oplus$												5
5	$\tilde{y}_{(p)}$						$\oplus$								$\oplus$	$\diamond$	$\oplus$				13
6	$\tilde{y}_{(p)}$							$\oplus$							$\oplus$		$\diamond$				12
7	$\tilde{y}_{(p)}$								$\oplus$	$\diamond$	$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$	$\oplus$		$\oplus$				15
8	$\tilde{y}_{(p)}$							$\oplus$				$\diamond$									10
9	$\tilde{y}_{(p)}$								$\oplus$		$\diamond$								$\oplus$		9
10	$\tilde{y}_{(p)}$	$\oplus$		$\oplus$		$\oplus$									$\diamond$				$\oplus$		11
11	$\tilde{y}_{(p)}$								$\oplus$									$\diamond$			6
12	$\tilde{y}_{(p)}$										$\oplus$			$\oplus$					$\oplus$	$\diamond$	16
13	$\tilde{y}_{(p)}$	$\diamond$		$\diamond$		$\diamond$										$\diamond$					1
14	$\tilde{y}_{(p)}$										$\diamond$										2
15	$\tilde{y}_{(p)}$									$\diamond$											3
16	$\tilde{y}_{(p)}$																		$\diamond$		4



Hisoblash algoritmining blok-sxemasi (to'g'ri oqim)

Jarayonning matematik tavsifi (teskari oqim).

Ideal siqib chiqarish modelining komponentli balansi:

$$1.3) \quad x_C = x_C^{(0)} - \frac{1}{2}(x_A - x_A^{(0)}) - \frac{1}{3}(x_B - x_B^{(0)})$$

$$2.1) \quad g_A^R = -2r_1$$

$$2.2) \quad g_B^R = 3r_1 - 3r_2$$

$$2.3) \quad g_C^R = r_2$$

$$3.1) \quad r_1 = k_1 x_A^2$$

$$3.2) \quad r_2 = k_2 x_B^3$$

$$4.1) \quad k_1 = A_1 \exp(-E_1 / RT)$$

$$4.2) \quad k_2 = A_2 \exp(-E_2 / RT)$$

$$5) \quad \frac{dv}{d\ell} = \frac{V_R}{L} (g_A^R + g_B^R + g_C^R)$$

$$6) \quad \frac{d(vT)}{d\ell} = \frac{V_R}{C_p L} \Delta q^R + \frac{F_T}{C_p L} \Delta q^T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{d\ell} = \frac{V_R}{vC_p L} \Delta q^R + \frac{F_T}{vC_p L} \Delta q^T - \frac{T}{v} \cdot \frac{dv}{d\ell}$$

$$7) \quad \Delta q^R = 3(-\Delta H_{B1}) \cdot r_1 + (-\Delta H_{C1}) \cdot r_2$$

$$8) \quad \Delta q^T = K^T (T_T - T)$$

$$9) \quad C_p = C_{pA}^{ind} x_A + C_{pB}^{ind} x_B + C_{pC}^{ind} x_C$$

$$10.1) \quad C_{pA}^{ind} = a_A + b_A T + c_A T^2 + d_A T^3$$

$$10.3) \quad C_{pC}^{ind} = a_C + b_C T + c_C T^2 + d_C T^3$$

$$10.2) \quad C_{pB}^{ind} = a_B + b_B T + c_B T^2 + d_B T^3$$

Issiqlik eltuvchilarning oqimi uchun tenglama:

$$11) \quad \frac{dT_T}{d\ell} = \frac{F^T}{C_{pT} L v_T} \cdot \Delta q^T$$

$n+3$ differensial tenglamalarni to'g'ri oqim bilan solishtirilganda faqat (11) tenglama o'zgaradi.

Boshlang'ich shartlar tizimi:

$$(1.1') \quad x_A(0) = x_A^{(0)}$$

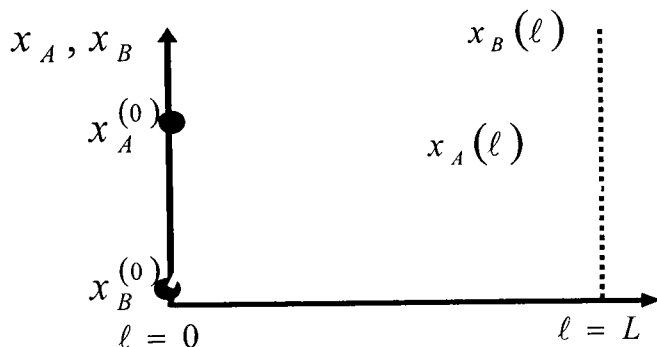
$$(1.2') \quad x_B(0) = x_B^{(0)}$$

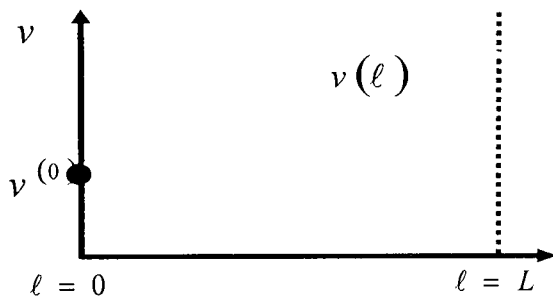
$$(5') \quad v(0) = v^{(0)}$$

$$(6') \quad T(0) = T^{(0)}$$

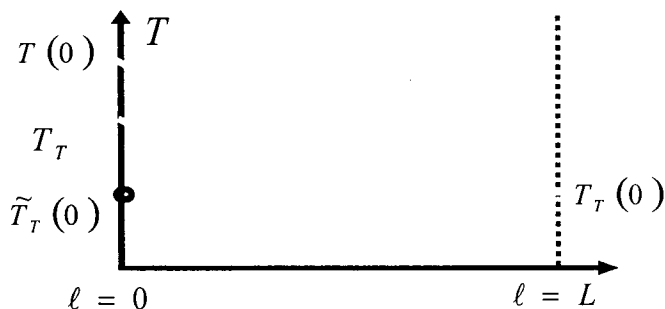
$$(11') \quad T_T(L) = T_T^{(0)}$$

Kompyuterda xususiy yechimni aniqlash uchun chegara shartli chegaraviy masala yechiladi ("siqib chiqarish-siqib chiqarish" issiqlik apparatiga qarang (teskari oqim)).





Boshlang'ich yaqinlashish: $\tilde{T}_T(0)$

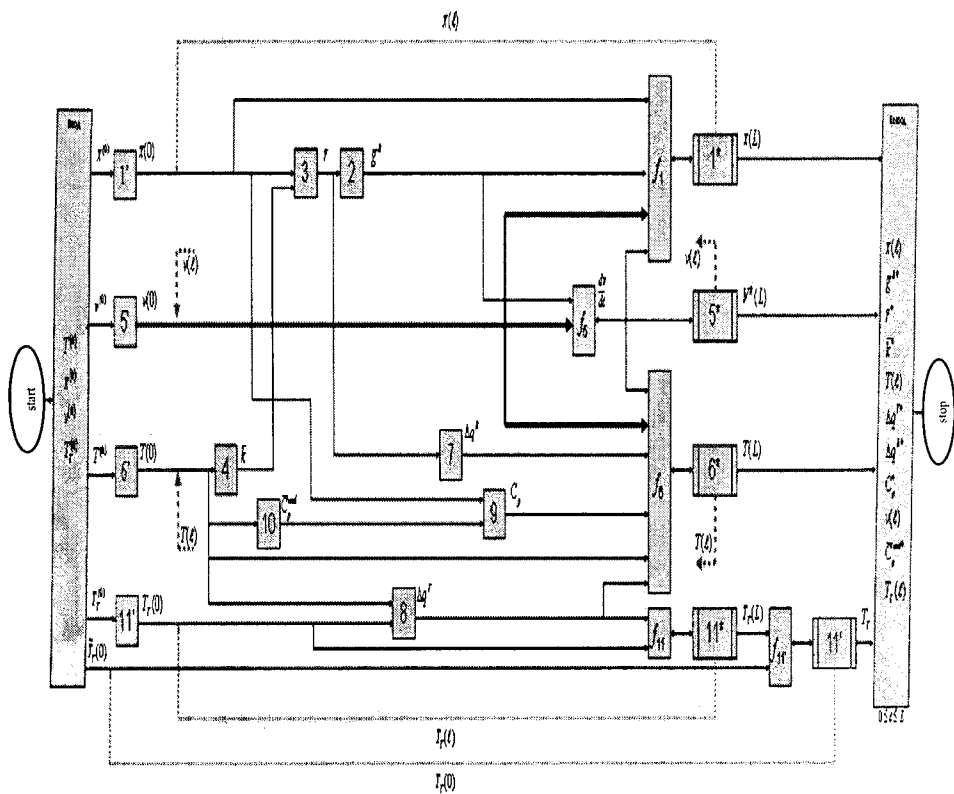


Chegaraviy shart $\tilde{T}_T(0)$ ni, ya'ni kirishdagi issiqlik eltuvchi haroratining miqdorini aniqlovchi tenglamaga aylantiriladi.

Axborot matritsasi (teskari oqim)

$\begin{smallmatrix} \text{№} \\ \text{qat} \end{smallmatrix}$	$\gamma_{10}(0)$	$\gamma_{10}(L)$	$\gamma_{20}(0)$	$\gamma_{20}(L)$	$\gamma_{30}(0)$	$\gamma_{30}(L)$	$\tilde{E}_{(0)}^R$	$\tilde{E}_{(0)}$	$\tilde{E}_{(0)}$	γ_{10}	γ_{20}	Δq^T	Δq^R	C_p	$\alpha(0)$	$\alpha(L)$	f_s	$C_{p,ind}^{(0)}$	γ_{10}	$\gamma_{20}(L)$	N^o
$\begin{smallmatrix} 1^+ \\ 1 \end{smallmatrix}$	+	+	+	+	+	+	+								+	+					14
$\begin{smallmatrix} 2^+ \\ 2 \end{smallmatrix}$							+	+													8
$\begin{smallmatrix} 3^+ \\ 3 \end{smallmatrix}$	+		+		+			+	+												7
$\begin{smallmatrix} 4^+ \\ 4 \end{smallmatrix}$									+	+											5
$\begin{smallmatrix} 5^- \\ 5 \end{smallmatrix}$															+	+	+				13
$\begin{smallmatrix} 5^+ \\ 5 \end{smallmatrix}$							+								+	+	+				12
$\begin{smallmatrix} 6^+ \\ 6 \end{smallmatrix}$									+	+	+	+	+	+	+	+	+				15
$\begin{smallmatrix} 7^+ \\ 7 \end{smallmatrix}$								+				+									10
$\begin{smallmatrix} 8^+ \\ 8 \end{smallmatrix}$									+			+							+	+	9
$\begin{smallmatrix} 9^+ \\ 9 \end{smallmatrix}$	+		+		+									+					+		11
$\begin{smallmatrix} 10^+ \\ 10 \end{smallmatrix}$									+										+		6
$\begin{smallmatrix} 11^+ \\ 11 \end{smallmatrix}$										+		+	+	+					+	+	16
$\begin{smallmatrix} 1^+ \\ 1 \end{smallmatrix}$	+		+		+																1
$\begin{smallmatrix} 5^+ \\ 5 \end{smallmatrix}$															+						2
$\begin{smallmatrix} 6^+ \\ 6 \end{smallmatrix}$										+											3
$\begin{smallmatrix} 11^+ \\ 11 \end{smallmatrix}$																			+	+	4

Hisoblash algoritmining blok-sxemasi (teskari oqim)



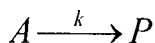
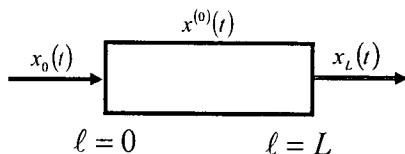
$$T_T(\ell=0) \Rightarrow \tilde{T}_T(0)$$

11') tenglamaning yechimi:

$$T_T(0)^*$$

$$f_{11'} = T_T(L)\{T_T(0)\} - T_T^{(0)} = 0$$

5.1.5.2. Nostatsionar rejimdagi quvurli reaktorlar



Asosiy qo'yimlar:

- Izotermik rejim;
- Bir parametrlı diffuziyali model.

Matematik tavsifning tenglamasi:

$$\frac{V^R}{L} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{DV^R}{L} \frac{\partial^2 x}{\partial \ell^2} - v \frac{\partial x}{\partial \ell} + G_{A(\ell)}^R$$

$$x = [A]; \quad S = \frac{V^R}{L}; \quad G_{A(\ell)}^R = \frac{V^R}{L} g_A = -kx; \quad V = S \cdot W$$

$$1) \quad \frac{\partial x}{\partial t} = D \frac{\partial^2 x}{\partial \ell^2} - W \frac{\partial x}{\partial \ell} - kx.$$

1) tenglama ikki mustaqil o'zgaruvchi t va ℓ ga ega parabolik tipdagi ikkinchi tartibli xususiy hosilali differensial tenglama hisoblanadi va agar oqim uchun bir parametrlı diffuziyali model qabul qilingan bo'lsa, yagona oddiy reaksiya oqib o'tuvchi reaktorning nostatsionar rejimini tavsiflaydi.

Quyidagilarni topish lozim:

$$t^{(0)} \leq t \leq t^{(k)}$$

$$0 \leq \ell \leq L$$

Boshlang'ich shart:

$$1') \quad x(t^{(0)}, \ell) = x^{(0)}(\ell), \quad 0 \leq \ell \leq L$$

Chegaraviy shart:

$$1'') \quad \begin{cases} x(t, 0) = x_0(t) \\ x(t, L) = x_L(t) \end{cases} \quad t^{(0)} \leq t \leq t^{(k)}$$

Xususiyl hosilalarda differentsial tenglamalar tizimi (XHDTT) ni yechish uchun hosilasi ma'lum $[t^{(0)}, t^{(k)}]$ va yoki $[0, L]$ intervaldagi chekli - farqli shaklda namoyon bo'luvchi diskretlashtirish usulidan foydalanish mumkin, natijada 1') va 1'') chegara shartli 1) tenglama chekli tenglamalar tizimi (ChTT) ga yoki oddiy differentsial tenglamalar tizimi (ODTT) ga aylanib qoladi.

Bu tenglamalar uchun diskretlashtirishning uchta variantidan foydalanish mumkin:

1) l mustaqil o'zgaruvchi bo'yicha:

$$\frac{\partial x}{\partial \ell} \cong \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta \ell}$$

$$i = 1, \dots, n-1.$$

Natijada t mustaqil o'zgaruvchili 1-tartibli oddiy differentsial tenglamalar tizimi hosil bo'ladi.

2) Mustaqil t o'zgaruvchi bo'yicha:

$$\frac{\partial x}{\partial t} \cong \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta \ell}$$

$$j = 1, \dots, m-1.$$

Natijada mustaqil l o'zgaruvchili 2-tartibli oddiy differentsial tenglamalar tizimi hosil bo'ladi.

3) l va t mustaqil o'zgaruvchilar bo'yicha:

$$\frac{\partial x}{\partial \ell} \cong \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta \ell}$$

$$i = 1, \dots, n-1$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} \cong \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta \ell}$$

$$j = 1, \dots, m-1.$$

Natijada chekli tenglamalar tizimi hosil bo'ladi.

Mustaqil o'zgaruvchi l bo'yicha diskretlashtirishning 1-variantini batafsil ko'rib chiqamiz:

$$\begin{array}{ccccccc} \ell = 0 & & & & & & \ell = L \\ & * & * & & * & * & \\ n = 0 & 1 & 2 & \dots & n-2 & n-1 & n \end{array}$$

$0 \leq \ell \leq L$ da hosilalarning chekli-ayirmali keltirilishi

quyidagi ko‘rinishga ega:

- “Kamchiliklar bo‘yicha” hosila:

$$\left. \frac{\partial x_i}{\partial \ell} \right|_{\ell-\Delta\ell} \cong \frac{x_i - x_{i-1}}{\Delta\ell}$$

- “Ortiqchalik bo‘yicha” hosila:

$$\left. \frac{\partial x_i}{\partial \ell} \right|_{\ell+\Delta\ell} \cong \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta\ell}$$

- Ikkinchi tartibli hosila:

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \ell^2} \cong \frac{\left. \frac{\partial x_i}{\partial \ell} \right|_{\ell+\Delta\ell} - \left. \frac{\partial x_i}{\partial \ell} \right|_{\ell-\Delta\ell}}{\Delta\ell} = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{\Delta\ell}$$

Ushbu holda 1") chegaraviy shart quyidagiga teng:

$$x(t, 0) = x_0(t) = x_0$$

$$x(t, L) = x_L(t) = x_n.$$

Natijada xususiyl hosilalarda tenglamalardan birini diskretlashtirish oqibatida t mustaqil o‘zgaruvchili va 1') boshlang‘ich shartli, quyidagi diskret ko‘rinishga keltirilgan oddiy differensial tenglamalarning $(n-1)$ tizimi olinadi:

$$x_i(t^{(0)}) = x_i^{(0)}$$

$$i = 1, \dots, n-1.$$

Agar chekli-ayirmali keltirishlarda “ortiqchalik bo‘yicha hosila” hosilasidan foydalanilsa, unda boshlang‘ich shartli oddiy differensial tenglamalar tizimi quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\bar{1}) \quad \frac{dx_i}{dt} = D \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{(\Delta\ell)^2} - W \frac{x_{i+1} - x_i}{\Delta\ell} - kx_i$$

$$i = 1, \dots, n-1$$

$$\bar{1}') \quad x_i(t^{(0)}) = x_i^{(0)}$$

$$i = 1, \dots, n-1.$$

1) tenglamani o‘zgartirib, uning parametrlari (D , W va k) ni o‘zgarmas hisoblanishini ko‘rsatib, quyidagi oddiy differensial tenglamalar tizimini hosi qilish mumkin:

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial \ell} \cong \frac{\left. \frac{\partial x_i}{\partial \ell} \right|_{\ell+\Delta\ell} - \left. \frac{\partial x_i}{\partial \ell} \right|_{\ell-\Delta\ell}}{\Delta\ell} = \frac{x_{i+1} - 2x_i + x_{i-1}}{\Delta\ell}$$

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{D}{(\Delta\ell)^2} x_{i-1} + \left[\frac{W}{\Delta\ell} - k - \frac{2D}{(\Delta\ell)^2} \right] x_i + \left[\frac{D}{(\Delta\ell)^2} - \frac{W}{\Delta\ell} \right] x_{i+1}$$

$$i = 1, \dots, n-1$$

yoki

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_{n-2}}{dt} \\ \frac{dx_{n-1}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & c & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ a & b & c & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a & b & c \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-2} \\ x_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ax_0 \\ 0 \\ \vdots \\ cx_n \end{bmatrix},$$

bu yerda

$$a = \frac{D}{(\Delta\ell)^2}; \quad b = \frac{W}{\Delta\ell} - k - \frac{2D}{(\Delta\ell)^2}; \quad c = \frac{D}{(\Delta\ell)^2} - \frac{W}{\Delta\ell}.$$

Bayon qilinganlardan kelib chiqib $\bar{1}$) tenglama $\bar{1}'$) chegaraviy shartni o'z ichiga oladi va matritsa ko'rinishida quyidagicha keltirilishi mumkin:

$$\bar{1}) \quad \frac{d\bar{x}}{dt} = A\bar{x} + \bar{S}$$

$$\bar{1}') \quad \bar{x}(t^{(0)}) = \bar{x}^{(0)},$$

bu yerda $\bar{S}$ - chegaraviy shartli vektor, $\bar{1}$ boshlang'ich shart esa diskret ifodalangan boshlang'ich shart hisoblanadi:

$$\bar{1}') \quad x^{(0)}(\ell) = 0 \leq \ell \leq L.$$

Olingan bir jinsli bo'lmagan oddiy differensial tenglamalar tizimi ixtiyoriy ma'lum usullar (masalan, Eyler usuli yoki Runge-

Kutt usuli) bilan oson yechilishi mumkin, chunki uning $\overline{A}$ koeffitsientlar matritsasi uch diagonally hisoblanadi.

O‘z-o‘zini tekshirish uchun topshiriqlar

1. To‘g‘ri oqim rejimida (issiqlik eltuvchining asosiy oqimi va oqimining harakati ideal siqib chiqarish modeli bilan ifodalanuvchi) harakatlanuvchi statsionar rejimdagi issiqlik eltuvchilarning murakkab ko‘p bosqichli kinetik reaksiyalari sxemalariga ega gomogen uzluksiz suyuq fazali izotermik quvurli reaktorlar uchun to‘g‘ridan-to‘g‘ri masalalarni yechishning matematik tavsifi va algoritmining blok-sxemasini tuzish.

2. Teskari oqim rejimida (issiqlik eltuvchining asosiy oqimi va oqimining harakati ideal siqib chiqarish modeli bilan ifodalanuvchi) harakatlanuvchi statsionar rejimdagi issiqlik eltuvchilarning murakkab ko‘p bosqichli kinetik reaksiyalari sxemalariga ega gomogen uzluksiz suyuq fazali izotermik quvurli reaktorlar uchun to‘g‘ridan-to‘g‘ri masalalarni yechishning matematik tavsifi va algoritmining blok-sxemasini tuzish.

3. Asosiy oqimning harakati bir parametrlı diffuziyali model bilan ifodalanuvchi nostatsionar rejimdagi oddiy kinetik $A \rightarrow B$ reaksiyalar sxemasiga ega gomogen uzluksiz suyuq fazali izotermik quvurli reaktorlar uchun to‘g‘ridan-to‘g‘ri masalalarni yechishning matematik tavsifi va algoritmining blok-sxemasini tuzish.

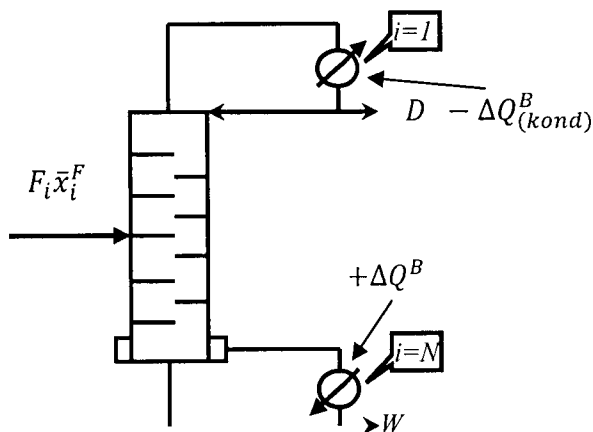
5.1.6. Tarelkali kolonnalardagi ko'p komponentli uzluksiz rektifikatsiya jarayonini kompyuterli modellash tirish, hisoblash va algoritmlashtirish

Rektifikatsiya – teskari harakatlanuvchi suyuqlik bug'larini o'rtasida issiqlik-massa-almashuv yo'li bilan o'zaro to'la yoki qisman aralashuvchi suyuqlik aralashmalarini ajratish jarayoni bo'lib, natijada engil uchuvchi komponentlar yuqoriga (deflegmatorga) ko'tariladi, og'ir uchuvchi komponentlar esa pastga (kolonna kubiga) tushadi.

Rektifikatsiya qurilmasi kub, N ta tarelkadan iborat kolonna va deflegmatordan tashkil topadi.

Rektifikatsiya kolonnasining matematik modeli balans munosabatlari, bug'-suyuqlik muvozanati, massa uzatish kinetikasi va oqimlarning gidrodinamikasini hisobga olishi kerak.

Modellarning asosini kolonnaning material va issiqlik balanslari tashkil etadi. Bug'-suyuqlik muvozanati, massa uzatish kinematikasi va oqimlar gidrodinamikasi o'zida mustaqil murakkab masalalarni namoyon qiladi. Fazaviy muvozanat, kinetika va gidrodinamikani hisoblashning turli usullaridan foydalanish balans munosabatlaridagi alohida koeffitsientlar yoki bog'liqliklarni o'zgarishiga olib keladi. Biroq, yechimning umumiy algoritmini o'zgartirmaydi.



Belgilash:

- Tarelkalar yuqoridan pastga tomon raqamlanadi;

- 1-tarelka kondensator yoki deflegmator;
- N -tarelka kubning qaynatgichi.

Asosiy qo'yimlar:

- kolonnada faqat ikki faza - suyuqlik va bug' bor;
- kub va kondensatordan tashqari oradagi tarelkalardan qo'shimcha namuna olishlar amalga oshirilmaydi;
- tarelkalar orasidagi sohada fazalar o'rtasida kontakt yo'q;
- tarelkalar orasidan suyuqlikni olib ketilmaydi;
- kolonnaning tarelkalarida faqat massa uzatish jarayoni sodir bo'ladi.

Modellarning afzalliklari:

• n -komponentli aralashma ko'rib chiqiladi, masalan, i -tarelkadagi suyuqlikning konsentratsiyasi quyidagicha keltirilishi mumkin:

$$x_{ij} \quad (i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n);$$

• har bir tarelkaga quyidagi konsentratsiyali suyuqlik oqimi manbai F_i berilishi mumkin:

$$x_{ij}^F \quad (i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n);$$

• har bir tarelkaga ΔQ^0 issiqlik oqimi kelishi yoki ketishi mumkin (ΔQ^0 musbat bo'lsa, issiqlik keladi; ΔQ^0 manfiy bo'lsa, issiqlik ketadi);

• tarelkalardagi massa uzatish samaradorligini ko'p komponentli aralashmalar uchun Merfining modifikatsiyalangan FIK idan foydalanib baholash mumkin:

$$E_{ij} = \frac{y_{ij} - y_{i+1,j}}{y_{ij}^* - y_{i+1,j}} \quad (1),$$

bu yerda y_{ij} - i - tarelkadan ketayotgan bug' fazalarining ulushlardagi tarkibi;

$y_{i+1,j}$ - i -tarelkaga $i+1$ - tarelkadan kelayotgan bug' fazalarining ulushlardagi tarkibi;

y_{ij}^* - i -tarelkadagi bug' fazalarining ulushlardagi muvozanat tarkibi, $(i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, n)$;

• *i*-tarelkadagi bug‘ fazalarining muvozanat tarkibi quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$y_{ij}^* = K_{ij} x_{ij} \quad (2)$$

$$i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, n,$$

bu yerda K_{ij} - uchun j -komponent uchun i - tarelkadagi fazaviy muvozanat konstantasi;

x_{ij} - *i*-tarelka ulushidagi suyuq fazaning tarkibi.

Shunday qilib, modellarni qurish uchun quyidagilar zarur:

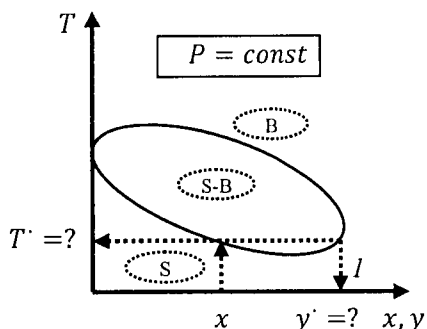
- suyuqlik-bug‘ fazaviy muvozanatining modelini qurish;
- tarelkadagi ajralish jarayonining modelini uning samaradorligi (2) ni, ya’ni ko‘p komponentli massa uzatishni hisobga olib qurish;

- tarelkali rektifikatsiya kolonnasining, ya’ni F_i oqim manbai va ΔQ_i^T issiqlik keluvchi (ketuvchi) tarelkalar kaskadining modelini qurish.

Uzluksiz rektifikatsiyalash kolonnalarining modellarini qurish bosqichlari

1. Suyuqlik-bug‘ fazaviy muvozanati.

Binar tizimda suyuqlik-bug‘ muvozanati ma’lumotlarining tasvirlanishi:



Masala: bitta tajriba nuqtasi - suyuqlikdagi komponent ulushi (x) va umumiy bosim (P) da muvozanat shartlarini aniqlash.

Berilgan: x, P

Aniqlanadi: muvozanat shartlardagi y, T lar.

Umumiy hollarda ushbu model binar ($n=2$) tizimlar uchun emas, ko‘p komponentli tizimlar uchun tuziladi va o‘zida

jarayonning MT, axborot matritsasi va yechish algoritmining blok-sxemasini mujassamlashtiradi.

Ko'p komponentli tizimlar uchun jarayonning matematik tavsifi

1) Koeffitsientlar faolligi γ_j ($j=1, \dots, n$) yordamida ideal bo'lmagan suyuq fazalarni hisobga olib Dalton-Raulning birlashish qonuni:

$$\begin{aligned} \overline{1n}) \quad P\gamma_j &= P_j^0 x_j \gamma_j \\ j &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

2) Antuan tenglamasi bo'yicha individual j (P_j^0) modda to'yingan bug'ining (T) harorat bilan bog'liqligi:

$$\begin{aligned} \overline{2n}) \quad P_j^0 &= \exp\left(A_j + \frac{B_j}{C_j + T}\right) \\ j &= 1, \dots, n, \end{aligned}$$

bu yerda A_j, B_j, C_j ($j=1, \dots, n$) – ma'lum konstantalar;

($j=1, \dots, n$) - j individual modda to'yingan bug'ining bosimi.

3) Suyuq faza ($\bar{x}$) tarkibi, harorat (T) va binar o'zaro ta'sir ($\bar{a}$) larning ma'lum o'zgarmas komponentlari tizimi faolligi koeffitsientlarining bog'liqligi:

$$\begin{aligned} \overline{3n}) \quad \gamma_j &= \gamma_j(\bar{x}, T, \bar{a}) \\ j &= 1, \dots, n. \end{aligned}$$

4) Bug' fazalari muvozanatining molli ulushlari uchun stexiometrik nisbat:

$$4) \quad \sum_{j=1}^n y_j = 1.$$

Natijada $3n+1$ tenglamalar tizimi hosil qilinadi va aniqlovchilar sifatida quyidagilarni tanlaymiz:

$\bar{y}_n$ - bug' fazasining molli ulushi;

$\bar{P}_n^0$ - individual moddalar to'yingan bug'larining bosimi;

$\bar{\gamma}_n$ - aralashma komponentlarining faollik koeffitsientlari;

T - harorat.

Qolgan o'zgaruvchilar va konstantalar berilgan bo'lishi kerak.

Matematik tavsif tenglamalari tizimining axborot matritsasi

$n \backslash p$	$\bar{y}_n$	$\bar{P}_n^0$	$\bar{\gamma}_n$	T	N^0
$\bar{1}_n$					3
$\bar{2}_n$					1
$\bar{3}_n$					2
$\bar{4}_{Ten.d}$					4

$$4) \sum_{j=1}^n y_j \{T\} - 1 = 0;$$

$$f(T) \equiv \sum_{j=1}^n y_j \{T\} - 1 = 0.$$

Tenglamani yechish natijasi: T^* -muvozanat harorati yoki aralashmaning qaynash harorati.

Bu haroratda (1) tenglamadan $\bar{y}^*$ konsentratsiyalar muvozanati aniqlanadi:

$$y_j^* = \frac{P_j^0 x_j \gamma_j}{P}$$

$$j = 1, \dots, n.$$

Ideal suyuqlik fazasi, $\gamma_j = 1$, ($j = 1, \dots, n$) uchun

$$y_j^* = \frac{P_j^0}{P} x_j$$

$$j = 1, \dots, n.$$

Ideal suyuqlik va bug' fazalari uchun fazaviy munosabat doimiysi quyidagicha aniqlanadi va xuddi shunday Antuan tenglamasi P_j^0 kabi faqatgina haroratga bog'liq.

:

$$K_j = \frac{P_j^0}{P}$$

$$j = 1, \dots, n$$

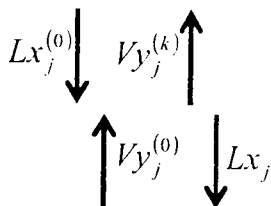
Natijada bug' fazasining muvozanat tarkibi quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$y_j^* = K_j x_j \quad j = 1, \dots, n.$$

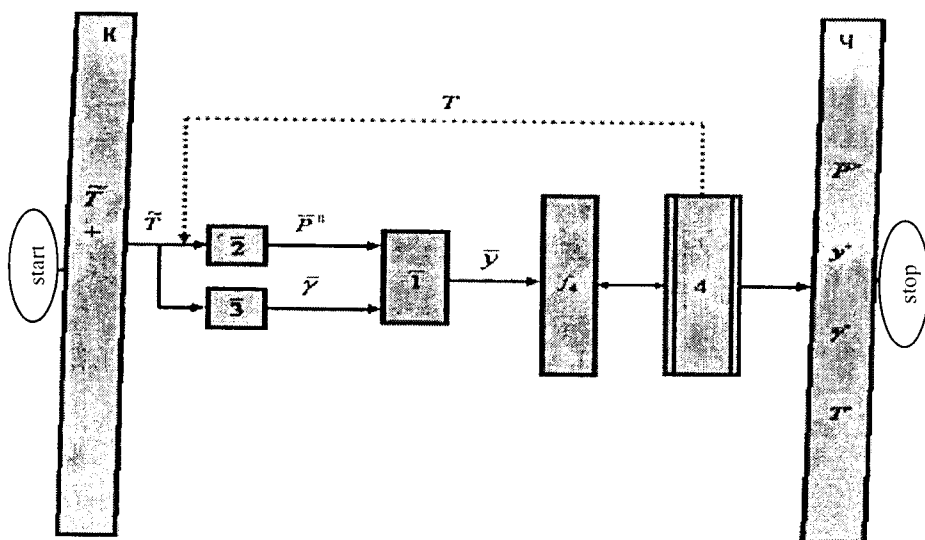
Harakatlanuvchi oqimlar gidrodinamikasi e'tiborga olinadigan tarelkadagi ko'p komponentli massa uzatish

$$K_j = \frac{P_j^0}{P}$$

$$j = 1, \dots, n$$



Hisoblash algoritmining blok-sxemasi.



2.1. Asosiy qo'yimlar:

- statsionar rejim;
- suyuqlik oqimining harakati ideal aralashish modeli bilan, bug'niki esa ideal siqib chiqarish modeli bilan keltirilishi mumkin;

- tarelkada faqat ko'p komponentli massa uzatish yuz beradi;
- massa uzatish koeffitsientlari matritsasining samarali kesishishlarini e'tiborga olmasa ham bo'ladi;
- tarelkadagi suyuqlik (L) va bug' (V) oqimlari - doimiy.

Tarelkadagi massa uzatish jarayonining matematik tavsifi.
Suyuq fazalar uchun tenglamalar:

$$1) \begin{cases} Lx_j^{(0)} - Lx_j + [F^M g_j^{M(L)}]_{cp} = 0 \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} g_j^{M(L)} = \sum_{s=1}^n K_{js}^{M(L)} (x_s^* - x_s) \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

Bug' fazalar uchun tenglamalar:

$$3) \quad V \frac{dy_j}{dh} = \frac{F^M}{H} g_j^{M(V)} \\ j = 1, \dots, n.$$

$$4) \quad g_j^{M(V)} = \sum_{s=1}^n K_{js}^{M(V)} (y_s^* - y_s) \\ j = 1, \dots, n.$$

Rektifikatsiya uchun quyidagi tenglama o'rinlidir:

$$\begin{cases} -g_j^{M(L)} = g_j^{M(V)} \\ j = 1, \dots, n \end{cases} \quad \begin{cases} -g_j^{M(L)} = g_j^{M(V)} \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

(1) tenglamadagi $[F^M g_j^{M(L)}]_{o'r}$ ni aniqlash uchun quyidagi ifodadan foydalanamiz:

$$\begin{aligned} [F^M g_j^{M(L)}]_{o'r} &= F^M \frac{\int_0^H g_j^{M(L)} dh}{H} = -F^M \frac{\int_0^H g_j^{M(L)} dh}{H} = \\ &= - \int_0^H V \frac{dy_j}{dh} dh = -V(y_j^{(k)} - y_j^{(0)}) \\ j &= 1, 2, \dots, n. \end{aligned}$$

(1) tenglamadagi almashtirish komponentli balans tenglamasiga olib keladi:

$$\bar{1}^{\prime} n) \quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0$$

$$j = 1, \dots, n$$

Keyin bug' fazalari (4) dagi massa va issiqlik manbalarining jadalligi jadvallarida berilgan ko'p komponentli massa uzatishning lokal tezliklari tenglamalaridan foydalanamiz:

$$g^{M(V)} = \bar{K}^{M(V)} (\bar{y}^* - \bar{y}),$$

bu yerda $\bar{y}^*$ - bug'li fazaning muvozanat tarkibi bo'lib, uni matritsa shaklida keltiramiz:

$$\begin{bmatrix} g_1^{M(V)} \\ \vdots \\ g_n^{M(V)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11}^{M(V)} & K_{12}^{M(V)} & \dots & K_{1n}^{M(V)} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ K_{n1}^{M(V)} & K_{n2}^{M(V)} & \dots & K_{nn}^{M(V)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_n^* - y_1 \\ \vdots \\ y_n^* - y_n \end{bmatrix}$$

Massa uzatish koeffitsientlari matritsasining diagonal bo'lmagan elementlari uning kesishish samaralari deyiladi va ular diagonal elementlaridan 2 - 3 tartibga kichik bo'ladi.

Shuning uchun ham ular e'tiborga olinmaydi (tashlab yuborilishi mumkin). Massa uzatish koeffitsientlarining matritsasi diagonal bo'lib qoladi:

$$\begin{cases} -g_j^{M(L)} = g_j^{M(V)} \\ j = 1, \dots, n \end{cases}$$

$$\bar{K}^{M(V)} = \begin{bmatrix} K_{11}^{M(V)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & K_{22}^{M(V)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & K_{nn}^{M(V)} \end{bmatrix}$$

Natijada massa uzatishning lokal tezliklari uchun yozilgan (4) tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\bar{4}^{\prime} n) \quad g_j^{M(V)} = K_{jj}^{M(V)} (y_j^* - y_j)$$

$$j = 1, \dots, n.$$

Tarelkadagi ko'p komponentli massa uzatishni tavsiflovchi tenglamalar tizimi 3n tenglamalar ko'rinishida ko'rsatilishi mumkin:

$$\bar{1}^{\prime} n) \quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0$$

$$j = 1, \dots, n;$$

$$\bar{3}n) \quad V \frac{dy_j}{dh} = \frac{F^M}{H} g_j^{M(V)}$$

$$j = 1, \dots, n;$$

$$\bar{4}n) \quad g_j^{M(V)} = K_{jj}^{M(V)} (y_j^* - y_j)$$

$$j = 1, \dots, n.$$

Oxirgi ifodani oldingisiga qo'yib, integro-differensial tenglamalarning 2n tizimi hosil qilinadi:

$$\bar{1}n) \quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0$$

$$j = 1, \dots, n;$$

$$\bar{3}n) \quad V \frac{dy_j}{dh} = \frac{F^M}{H} K_{jj}^{M(V)} (y_j^* - y_j)$$

$$j = 1, \dots, n.$$

Differensial tenglamaning analitik yechimi:

$$\int_{y_j^{(0)}}^{y_j^{(k)}} \frac{dy_j}{y_j^* - y_j} = \frac{F^M K_{jj}^{M(V)} H}{VH} \int_0^H dh - \int_{y_j^{(0)}}^{y_j^{(k)}} \frac{dy_j}{y_j - y_j^*} = \frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{VH} H$$

$$\ln(y_j - y_j^*) \Big|_{y_j^{(0)}}^{y_j^{(k)}} = - \frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V}$$

$$\frac{y_j^{(k)} - y_j^*}{y_j^{(0)} - y_j^*} = \exp \left(- \frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V} \right).$$

Tarelkalarining samaradorligini aniqlash uchun quyidagi ifodani yozamiz:

$$E_j = 1 - \frac{y_j^{(k)} - y_j^*}{y_j^{(0)} - y_j^*} = \frac{y_j^{(0)} - y_j^* - y_j^{(k)} + y_j^*}{y_j^{(0)} - y_j^*} = \frac{y_j^{(k)} - y_j^{(0)}}{y_j^* - y_j^{(0)}}.$$

yoki:

$$E_j = 1 - \exp \left(- \frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V} \right),$$

Tarelkaga kelib tushuvchi va massa uzatishda qatnashuvchi bug' fazasining tarkibini esa oxirgidan oldingi munosabatni hisobga olib quyidagi formula bo'yicha hisoblash mumkin:

$$y_j^{(k)} = y_j^{(0)} + E_j (y_j^* - y_j^{(0)}),$$

bu yerda

$$E_j = 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V}\right)$$

$$j = 1, \dots, n.$$

Nazariy tarelkalar uchun $E_j = 1$ va $y_j^{(k)} = y_j^*$.

Natijada tarelkadagi massa uzatish jarayonining matematik tavsifi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

Suyuq fazalar uchun tenglama:

$$\bar{1}n) \quad Lx_j^{(0)} - Lx_j + Vy_j^{(0)} - Vy_j^{(k)} = 0$$

$$j = 1, \dots, n$$

Bug' fazalar uchun tenglama:

$$\bar{2}n) \quad y_j^{(k)} = y_j^{(0)} + E_j(y_j^* - y_j^{(0)})$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\bar{3}n) \quad E_j = 1 - \exp\left(-\frac{F^M K_{jj}^{M(V)}}{V}\right)$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\bar{4}n) \quad y_j^* = K_j x_j$$

$$j = 1, \dots, n$$

Bug' va suyuq fazalarning ideallik shartlarida:

$$\bar{5}n) \quad K_j = \frac{P_j^{(0)}}{P}$$

$$j = 1, \dots, n$$

Ushbu holda individual moddaning to'yingan bug'ini bosimi Antuan tenglamasi bo'yicha aniqlanadi:

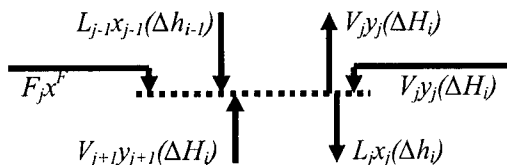
$$\bar{6}n) \quad P_j^{(0)} = \exp\left(A_j + \frac{B_j}{C_j + T}\right)$$

$$j = 1, \dots, n,$$

bu yerda A_j, B_j, C_j – ma'lum doimiylar.

5.1.6.1. Tarelkali kolonnada ko'p komponentli uzluksiz rektifikatsiyalash jarayonining statsionar rejimini kompyuterli modeli

Tarelka i



- tashqi issiqlik oqimi (kondensatorda «minus», qaynatgichda «plyus»);

$\Delta H_i(\Delta h_i)$ - bug' (suyuq) fazaning entalpiyasi;

F_i - suyuqlik manbaining tashqi oqimi;

N - tarelkalar soni;

i - tarelka raqami ($i=1, \dots, n$);

j - komponent raqami ($j=1, \dots, n$).

Tarelkalar uchun jarayonning MT ni ($\bar{1}_n \bar{2}_n \bar{3}_n \bar{4}_n \bar{5}_n \bar{6}_n$) tenglamasini tuzishda N marta takrorlash (birinchi indeks $i=1$ dan N gacha almashadi) zarur va barcha tarelkalar uchun issiqlik balans tenglamasi hamda bug' va suyuq fazalar tarkibi uchun stexiometrik munosabatlarni keltirish lozim. Natijada uzluksiz rektifikatsiya jarayonining statsionar rejimini MT si hosil qilinadi.

Jarayonning matematik tavsifi

$$\bar{1}_{N \times n} \left(F_i x_{ij}^F + L_{i-1} x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1} y_{i+1,j} - V_i y_{ij} = 0 \right)$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\bar{2}_{N \times n} \left(y_{ij} = y_{i+1,j} + E_{ij} (y_{ij}^* - y_{i+1,j}) \right)$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\overline{3}_{N*n}) \quad E_{ij} = 1 - \exp\left(-\frac{F_i^M K_{i,j}^{M(V)}}{V_i}\right)$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\overline{4}_{N*n}) \quad y_{ij}^* = K_{ij} x_{ij}$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\overline{5}_{N*n}) \quad K_{ij} = \frac{P_j^{(0)} \{T_i\}}{P_i}$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\overline{6}_{N*n}) \quad P_j^{(0)} \{T_i\} = \exp\left(A_j + \frac{B_j}{C_j + T_i}\right)$$

$$i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, n$$

Stexiometrik nisbat:

$$\overline{7}_N) \quad \left. \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n y_{ij} = 1 \\ i = 1, \dots, N \end{array} \right\}$$

$$\overline{8}_N) \quad \left. \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \\ i = 1, \dots, N \end{array} \right\}$$

$$\overline{9}_N) \quad F_i \Delta h_i^F + L_{i-1} \Delta h_{i-1} - L_i \Delta h_i + V_{i+1} \Delta H_{i+1} - V_i \Delta H_i + \Delta Q_i^{II} = 0$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$\overline{10}_N) \quad \Delta h_i = \sum_{j=1}^n \Delta h_{ij}^{ind} x_{ij}$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$\overline{11}_N) \quad \Delta H_i = \sum_{j=1}^n \Delta H_{ij}^{ind} x_{ij}$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$\overline{12}_{N*n}) \quad \Delta h_{ij}^{ind} = a_j^L + b_j^L T_i + c_j^L T_i^2 + d_j^L T_i^3$$

$$i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, n$$

$$\overline{13}_{N*n}) \quad \Delta H_{ij}^{ind} = a_j^V + b_j^V T_i + c_j^V T_i^2 + d_j^V T_i^3$$

$$i = 1, \dots, N; \quad j = 1, \dots, n$$

$$\overline{a}^L, \overline{b}^L, \overline{c}^L, \overline{d}^L, \overline{a}^V, \overline{b}^V, \overline{c}^V, \overline{d}^V - \text{suyuq va bug' fazalar}$$

uchun ma'lum doimiylar.

Hisoblashlarda qulay bo'lishi uchun $\overline{1})$ tenglamani $\overline{7})$ va stexiometrik $\overline{8})$ ifodalarni hisobga olib qo'shish lozim, natijada har bir tarelkadagi oqimlar balansining tenglamasi $\overline{8}')$ ni hosil qilamiz, $\overline{8})$ ifodani esa quyidagi tizimdan topamiz:

$$\overline{8}') \quad F_i + L_{i-1} - L_i + V_{i+1} - V_i = 0$$

$$i = 1, \dots, N.$$

Natijada $8 N*n + 5 N$ mustaqil tenglamalar tizimi hosil qilinadi:

- $8 N*n$ tenglama: $\overline{1}), \overline{2}), \overline{3}), \overline{4}), \overline{5}), \overline{6}), \overline{12}), \overline{13})$

- $5 N$ tenglama: $\overline{7}), \overline{8}'), \overline{9}), \overline{10}), \overline{11})$.

Aniqlanadigan o'zgaruvchilar sifatida $8 N*n + 5 N$ o'zgaruvchilar tanlanadi:

$$\overline{x}_{N*n}; \overline{y}_{N*n}; \overline{E}_{N*n}; \overline{y}_{N*n}^*; \overline{K}_{N*n}; \overline{P}^{(0)}; \overline{T}_N; \overline{L}_N; \overline{V}_N; \Delta \overline{h}_N; \Delta \overline{H}_N; \Delta \overline{h}_{N*n}^{ind}; \Delta \overline{H}_{N*n}^{ind}$$

ya'ni yechish uchun quyida keltirilgan axborot matritsasidan foydalanib matematik dekompozitsiya usuli bilan yechiladigan nochiqliq tenglamalar tizimi (NTT) hosil qilinadi.

Axborot matritsasi

$n \backslash p$	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{E}$	$\bar{y}^*$	$\bar{K}$	$\bar{P}^0$	$\bar{L}$	$\bar{V}$	$\bar{T}$	$\bar{\Delta} \bar{h}$	$\bar{\Delta} \bar{I}$	$\bar{\Delta} \bar{h}^{ind}$	$\bar{\Delta} \bar{I}^{ind}$	N^o
1	⬢	⊕					⊕	⊕						7
2		⬢	⊕	⊕										6
3			⬢					⊕						5
4	⊕			⬢										4
5					⬢									3
6						⬢			⊕					2
7		⊕							⬢					8
8							⬢	⊕	⊕					1
9							⊕	⬢		⊕	⊕			13
10	⊕									⬢		⊕		11
11		⊕									⬢		⊕	12
12								⊕				⬢		9
13								⊕					⬢	10

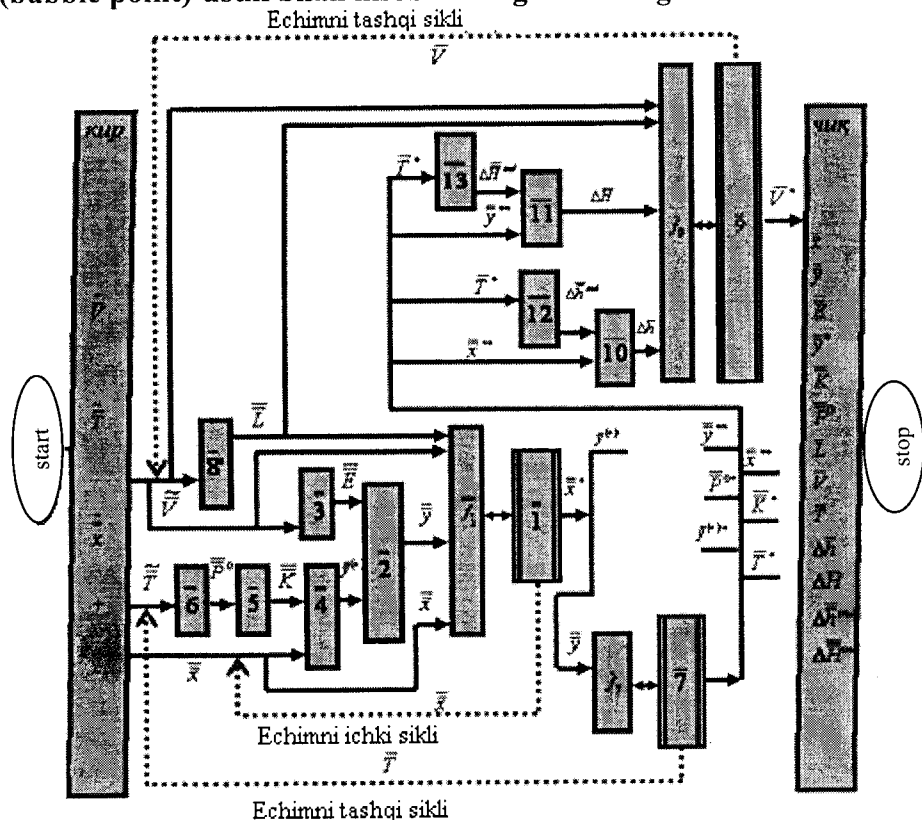
Ichki iteratsiya siklida NTT ($\bar{1}$) $\bar{x}$ ga nisbatan yechiladi:

$$L_{i-1}x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1}y_{i+1,j} \{\bar{x}\} - V_i y_{ij} \{\bar{x}\} = -F_i x_{ij}^F$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n.$$

Tarelkali rektifikatsiya kolonnasining statsionar rejimini BP (bubble point) usuli bilan hisoblash algoritmining blok–sxemasi



$E_{ij}=1$ bo'lganda nazariy tarelkalar uchun keltirilgan tenglama quyidagicha yozilishi mumkin:

$$L_{i-1}x_{i-1,j} - L_i x_{ij} + V_{i+1}K_{i+1,j}x_{i+1,j} - V_i K_{ij}x_{ij} = -F_i x_{ij}^F$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n$$

yoki

$$(L_{i-1})x_{i-1,j} + (-L_i - V_i K_{ij})x_{ij} + (V_{i+1}K_{i+1,j})x_{i+1,j} + F_i x_{ij}^F = 0$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n.$$

Bu tenglamani har bir komponentning konsentratsiyasiga nisbatan n marta yozish mumkin (masalan, j komponent):

$$f(x_{i-1,j}; x_{ij}; x_{i+1,j}) = 0$$

$$i = 1, \dots, N$$

$$j = 1, \dots, n$$

yoki (j komponent uchun):

$$f_1(x_{1,j}; x_{2,j}) = 0$$

$$f_2(x_{1,j}; x_{2,j}; x_{3,j}) = 0$$

$$f_{n-1}(x_{N-2,j}; x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0$$

$$f_n(x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0.$$

Oxirgi tenglamalar tizimi uch diagonalli tenglamalar tizimini yechish usulidan foydalanilib, har bir komponent uchun n marta yechiladi.

$$f_1(x_{1,j}; x_{2,j}) = 0$$

$$f_2(x_{1,j}; x_{2,j}; x_{3,j}) = 0$$

$$f_{n-1}(x_{N-2,j}; x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0$$

$$f_n(x_{N-1,j}; x_{N,j}) = 0.$$

Tenglamalar tizimining axborot matritsasi.

$n \backslash p$	x_1	x_2	x_3	$\dots$	x_{N-2}	x_{N-1}	x_N	N°
1 ten. il								$N-1$
2								N
$\vdots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\vdots$
$N-1$								2
N								1

To'g'rilovchi tenglamani x_N ga nisbatan yechib quyidagini olamiz:

$$f_1(x_1 \{x_N\}; x_2 \{x_N\}) = 0,$$

Kolonnaning balandligi bo'yicha ixtiyoriy (masalan, j) komponentning taqsimlanishi aniqlanadi: $x_1, x_2, \dots, x_N$.

Barcha komponentlar uchun n - karrali yechimda izlanayotgan matritsa hosil qilinadi:

$$\bar{x}_{N \times n} = \begin{bmatrix} Echim1 & Echim2 & \dots & Echimn \\ Kom1 & Kom2 & \dots & Komn,n \\ x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{Nn} \end{bmatrix}$$

Shundan so'ng har bir tarelkadagi suyuq faza tarkibini raqamlash amalga oshiriladi:

$$x_{1j}^{norm} = \frac{x_{1j}}{\sum_{j=1}^n x_{1j}} \quad j = 1, \dots, n$$

$$x_{Nj}^{norm} = \frac{x_{Nj}}{\sum_{j=1}^n x_{Nj}} \quad j = 1, \dots, n$$

Hosil qilingan raqamli qiymatlardan keyingi hisoblashlarda foydalaniladi (hisoblash algoritmining blok-sxemasiga qarang).

Agar suyuqlik-bug' muvozanatida suyuq faza ideal bo'lmasa va muvozanat doimiysi suyuq fazaning tarkibiga bog'liq bo'lsa, unda ($\bar{1}$) tenglamalar tizimining yechimi qarayotgan usul yordamida raqamlangan qiymatning ikkita ketma-ket iteratsiyasi bir biriga mos kelmaguncha takroran yechiladi.

Tashqi iteratsiya siklida ($\bar{7}$) nochiziqli tenglamalar tizimi $\bar{T}$ ga nisbatan yechiladi:

$$x_{ij}^{norm} (i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, N)$$

$$\sum_{i=1}^n y_{ij} \{\bar{T}\} - 1 = 0$$

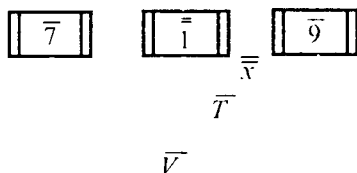
$$i = 1, \dots, N.$$

Eng tashqi iteratsion siklida ($\bar{9}$) nochiziqli tenglamalar tizimi $\bar{V}$ ga nisbatan yechiladi:

$$F_i \Delta h_i^F + L_{i+1} \{\bar{V}\} \Delta h_{i+1} \{\bar{V}\} - L_i \{\bar{V}\} \Delta h_i \{\bar{V}\} + V_{i+1} \{\bar{V}\} \Delta H_{i+1} \{\bar{V}\} - V_i \{\bar{V}\} \Delta H_i \{\bar{V}\} + \Delta Q_i^n = 0$$

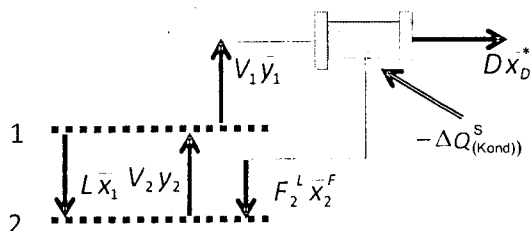
$$i = 1, \dots, N.$$

Natijada BP (bubble point) usuli bilan yechiladigan yechimlarning iteratsion sikllar sxemasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:



5.1.6.2. Bitta kondensator (deflegmator) va bitta qaynatgichli oddiy rektifikatsiya kolonnalari uchun distillyat va kub mahsulotining tarkiblarini aniqlash

Kondensator-deflegmator ($i=1$) uchun berilgan distillyat D va suyuqlik va bug' o'rtasidagi fazaviy munosabatda ($\bar{K}_1$ - suyuqlik-bug' fazaviy muvozanatining doimiysi) quyidagi balans tenglamasi o'rinni:



$$F_i \Delta h_i^F + L_{i-1} \{ \bar{V} \} \Delta h_{i-1} \{ \bar{V} \} - L_i \{ \bar{V} \} \Delta h_i \{ \bar{V} \} + V_{i+1} \{ \bar{V} \} \Delta h_{i+1} \{ \bar{V} \} - V_i \{ \bar{V} \} \Delta h_i \{ \bar{V} \} + \Delta Q_i^H = 0$$

$$i = 1, \dots, N.$$

$$\overline{1n) \quad F_2^L x_{2j}^F = V_1 y_{1j} - D x_{Dj}^*$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\overline{2n) \quad x_{Dj}^* = \frac{y_{1j}}{K_{1j}}$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$x_{2j}^F = \frac{V_1 y_{1j} - D x_{Dj}^*}{V_1 - D}$$

$$j = 1, \dots, n$$

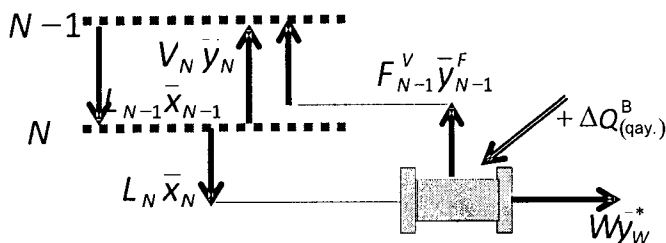
$$3) F_2^L = V_1 - D,$$

bu yerda F_2^L - qaytib keluvchi flegmalar oqimi.

Aniqlanadigan kattaliklar:

$$F_2^L, \bar{x}_2^F, \bar{x}_D^*$$

Qaynatgich uchun ($i=N$) berilgan kub mahsuloti W hamda suyuqlik va bug' o'rtasidagi fazaviy muvozanatda ($\bar{K}_N$ - suyuqlik-bug' fazaviy muvozanatining doimiysi) quyidagi balans tenglamasi o'rinli bo'ladi:



$$\bar{1}n) F_{N-1}^V y_{N-1,j}^F = L_N x_{N,j} - W y_{W,j}^*$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$\bar{2}n) y_{Wj}^* = K_{N,j} x_{N,j}$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$y_{N-1,j}^F = \frac{L_N x_{N,j} - W y_{W,j}^*}{L_N - W}$$

$$j = 1, \dots, n$$

$$3) F_{N-1}^V = L_N - W,$$

bu yerda F_{N-1}^V -qaytib keluvchi bug' oqimi.

Aniqlanadigan kattalik:

$$F_{N-1}^V, y_{N-1,j}^F, \bar{y}_W^*$$

O‘z-o‘zini tekshirish uchun topshiriqlar

1. Ko‘p komponentli suyuqlik-bug‘ fazaviy muvozanatini hisoblash algoritmi va matematik tavsifini qurish.

2. Rektifikatsiya kolonnasi tarelkasidagi statsionar ajralish jarayonining ko‘p komponentli massa uzatishini matematik tavsifini qurish va masalaning analitik yechimini olish (suyuqlik fazasining harakatini ideal aralashtirish modeli bilan, bug‘ning harakatini esa ideal siqib chiqarish modeli bilan keltirish mumkin).

3. Statsionar rejimdagi ko‘p komponentli uzluksiz rektifikatsiya jarayonini tekshirish (baholash) hisobining algoritmi va matematik tavsifini qurish.

6-BOB. TEXNOLOGIK JARAYONLARNING EMPIRIK STATISTIK MODELLARINI QURISH

6.1. Masalaning qo'yilishi

Bu modellar yo jarayoning borish mexanizmi haqida yetarlicha axborot bo'lmaganda yo ular fizik-kimyoviy blokli modellardan foydalanib yomon tavsiflanganda qo'llaniladi. Bu holda ob'ekt (kimyoviy-texnologiya jaryonlari) yagona axboroti ($\bar{x}$) kirish va ($\bar{y}$) chiqish o'zgaruvchilari hisoblanadigan kibernetik tizimlarning "qora quti"si ko'rinishida namoyon bo'ladi:



bu yerda $\bar{x}=[x_1, \dots, x_m]^T$ - tizimlar holati va uning xossalariga ta'sir qiluvchi kirish o'zgaruvchilari vektori,

$\bar{y}=[y_1, \dots, y_l]^T$ - tizimlar holatini tavsiflovchi chiqish o'zgaruvchilari vektori.

Umumiy hollarda empirik modellar barcha kirish o'zgaruvchilari $x_i (i=1, \dots, m)$ ga bog'liq holda barcha $y_i (i=1, \dots, l)$ chiqish o'zgaruvchilarining har biri uchun tuziladi, ya'ni:

$$y_i = f(x_1, \dots, x_m, \bar{a}) \quad (6.1)$$

bu yerda $\bar{a}=[a_0, a_1, \dots, a_{m+1}]^T$ - $(m+1)$ empirik modellarning koeffitsientlari.

(f) funksional bog'liqlikning aniq qiymati va ($\bar{a}$) koeffitsientlarning qiymatlari sinov ma'lumotlaridan, ya'ni empirik aniqlanadi.

Tajribadagi o'lchashlar natijalari tasodifiy kattaliklar hisoblanib, ularni qayta ishlash uchun matematik statistikaning eng ko'p tarqalgan usullari - regression va korrelyatsion tahlil usullaridan foydalaniladi.

Regression tahlil usuliga ko'ra y normal taqsimot qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattalik, vektor komponentlar esa determinanlangan (tasodifiy bo'lmagan) kattaliklar hisoblanadi.

Shuning uchun ehtimollik nazariyasi qonuniyatlariga muvofiq $\bar{x}$ vektorning qayd etilgan har bir qiymatida Y kattalik ma'lum ($\bar{x}$ ga bog'liq holda) shartli taqsimlanish ehtimolliligiga ega tasodifiy kattalik hisoblanadi.

Bu bilan bog'liq holda Y normal taqsimlanish qonuni (regression tahlilning qo'yimi) uchun (1) funksiyani tavsiflashda regressiya tenglamasi deb ataluvchi, shartli matematik kutilma $Y-M[Y|_x]$ ni $\bar{x}$ bilan bog'liqligidan foydalanamiz:

$$M[Y|_{\bar{x}}] = f(\bar{x}, \bar{\alpha}) \quad (6.2.)$$

$\bar{\alpha}=[\alpha_o, \alpha_1, \dots, \alpha_m]$ tenglama koeffitsientlari regressiyaning nazariy koeffitsientlari deb ataladi.

Shunday qilib koeffitsientlar tajriba ma'lumotlarining chegaralangan tanlanmasi bo'yicha aniqlanadi, ammo ularning qiymatlari $\bar{\alpha}$ haqiqiy (nazariy) nikidan farq qiladi va $\bar{a}$ (regressiyaning tanlanma koeffitsientlari) bilan belgilanadi. Natijada shartli matematik kutilma $M[Y|_x]$ o'rniga baho $\bar{y}$ va regressiya koeffitsienti $\bar{a}$ larni shakllantiruvchi regressiyaning taxminiy tenglamasidan foydalaniladi:

$$\hat{\bar{y}} = f(\bar{x}, \bar{a}) \quad (6.3)$$

Tajriba ma'lumotlari tanlanmasiga asosan empirik statistik modellar regressiyasining taxminiy tenglamalari uchun quyidagi uchta asosiy masalani yechish lozim:

- (6.3) funksiyaning aniq ko'rinishini aniqlash, ya'ni strukturaviy identifikatsiya masalasini yechish;

- regressiyaning $\bar{a}$ tanlanma (empirik) koeffitsientlarini aniqlash, ya'ni parametrik identifikatsiya masalasini yechish;

- olingan model xatoliklarini baholash maqsadida olingan natijalarning statistik (regression) tahlilini o'tkazish.

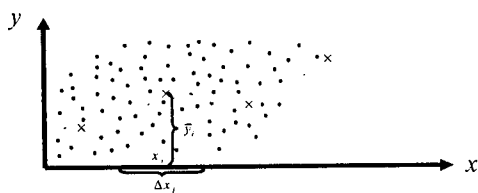
6.2. Passiv tajriba ma'lumotlari asosida empirik modellarni qurish

6.2.1. Regressiyaning taxminiy tenglamasi turini aniqlash

Umumiy hollarda tajriba ma'lumotlarining chiqish o'zgaruvchisi y ning kirish o'zgaruvchisi x ga bog'liqligi grafisini

tahlil qilish va ularning ko‘rinishi bo‘yicha (6.3) funksional bog‘liqlikning aniq shaklini tanlash lozim.

y - x koordinatalar tizimini o‘zgartirish (6.3) funksional bog‘liqlikning optimal turini tanlash imkonini beradi. Tajriba ma’lumotlari bo‘yicha bitta kirish o‘zgaruvchisi x bo‘lgan hol uchun regressiyaning empirik chizig‘ini qurish (6.1 rasm) va u yordamida (6.3) funksional bog‘liqlikning aniq turini tanlash tavsiya etiladi. Regressiyaning empirik chizig‘ini tasvirlanishi:



6.1 rasm. Regressiyaning empirik chizig‘ini qurish

Bunda x ni o‘zgarish diapazoni (6.1-rasm) s ta teng Δx intervallarga bo‘linadi. Berilgan Δx intervalda yotuvchi barcha nuqtalar uning o‘rtacha oralig‘i x_j^* ga tegishli (6.1-rasm). Bundan keyin har bir interval uchun xususiy o‘rtacha oraliq y_j^* hisoblanadi:

$$y_i^* = \frac{\sum_{i=1}^n y_{ij}}{n_i}, \quad i = 1, \dots, s \quad (6.4)$$

bu yerda $n_j - \Delta x_j$ intervaldagi nuqtalar soni.

Natijada tanlanmalar hajmi quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$\sum_{i=1}^s n_i = n \quad (6.5)$$

x bo‘yicha y regressiyaning empirik chizig‘i (x_j^*, y_j^*) , $j=1, \dots, s$ nuqtalarni ketma-ket tutashtirish yo‘li bilan hosil qilinadigan sinik chiziq ko‘rinishida olinadi.

$\bar{x}=[x_1, \dots, x_m]^T$ kirish o‘zgaruvchilari bir nechta bo‘lgan hollar uchun (6.3) funksiya turini tanlashda bu yerda ko‘rib o‘tilmayotgan Brandon usulini qo‘llash mumkin.

Umumiy hollarda regressiya (empirik modellar) tenglamalari ikki tur – $\bar{a}$ parametrlar bo‘yicha nochiqli, statistik tahlili

“nochiziqli regressiya” usuli bilan amalga oshiriluvchi va $\bar{a}$ parametrlar bo'yicha chiziqli, statistik tahlili “chiziqli regressiya” usuli bilan amalga oshiriluvchilarga farqlanadi.

Modellarning parametrlari bo'yicha chiziqlilarini quyidagi ko'rinishda keltirish mumkin:

$$\hat{y} = \sum_{j=0}^m a_j \varphi_j(\bar{x}) \quad (6.6)$$

bu yerda $\varphi_j(\bar{x})$ ($j=0,1,...,m$) - $(x_1,...,x_m)$ kirish o'zgaruvchilarining chiziqli yoki nochiziqli funksiyalari.

Chiziqli modellarning parametrlari (koeffitsientlari) ni aniqlash va ularning regression tahlili nochiziqli modellarnikiga qaraganda soddaroq.

Shuning uchun ham nochiziqli modellarni imkoni boricha chiziqlantirishga harakat qilinadi va (6.6) ko'rinishga olib kelinadi.

Chiziqli regressiya tenglamasining xususiy hollari quyidagilar hisoblanadi:

• o'zgaruvchisi quyidagicha:

$$\begin{aligned} \varphi_i(\bar{x}) &= x^i \\ i &= 0, 1, \dots, m \end{aligned} \quad (6.7)$$

va uning bir o'zgaruvchili ($m=1$) chiziqli regressiyasi:

$$\hat{\bar{y}} = a_0 + a_1 x \quad (6.8)$$

va parabolik regressiyasi ($m=2$) bo'lgan polinomial regressiya:

$$\hat{\bar{y}} = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (6.9)$$

• transtsendent (tajriba orqali ifodalab bo'lmaydigan) regressiya va uning logarifmik chiziqlanishi quyidagi ko'rsatkichli tipga bog'liq bo'lgan ko'rinishdagi turi:

$$\hat{\bar{y}} = a_0 a_1^x \quad (6.10)$$

va

$$\ln \hat{\bar{y}} = \ln a_0 + x \ln a_1 \quad (6.11)$$

logarifmik chiziqlantirilishi:

$$\hat{\bar{y}} = a_0 x^{a_1} \quad (6.12)$$

bo'lgan kasr-ko'rsatkichli turi:

$$\ln \hat{\bar{y}} = \ln a_0 + a_1 \ln x \quad (6.13)$$

- kirish o'zgaruvchilari 1 dan katta bo'lgan, to'plamli matritsa:

$$(\varphi_i(\bar{x}) = x_i)$$

$$\hat{v} = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_mx_m$$

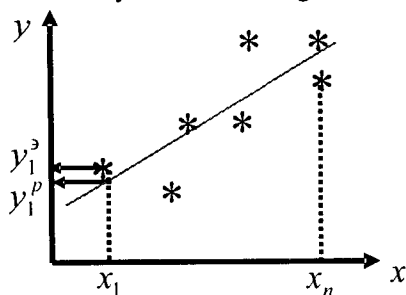
$$x_0 = 1$$

(6.14)

6.2.2. Regressiya koeffitsientlari – empirik modellar parametrlarini aniqlash (regressiya tahlilining birinchi bosqichini bajarish)

Ushbu holda regressiya tahlili uslubiyatidan kelib chiqib, eng kichik kvadratlar (EKK) usuli bilan tajriba ma'lumotlarini silliqlantirish masalasi amalga oshiriladi.

Rasmda bir o'zgaruvchi x li regressiyalar uchun EKK usulining grafik ifodalanishi keltirilgan (y_i^e - tajriba ma'lumotlari, y_i^h - regressiya tenglamasi bo'yicha hisoblangan ma'lumotlar):

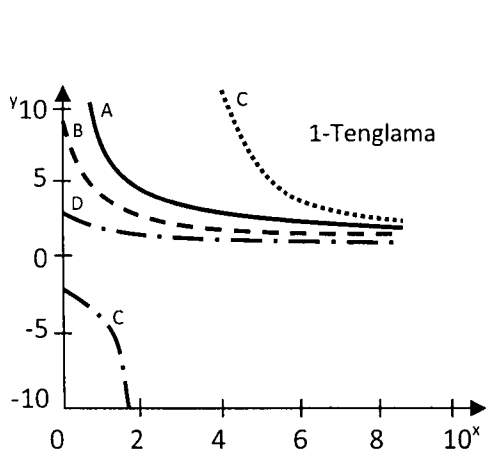


Bunda tajriba quyidagi jadvaldan foydalanib amalga oshiriladi:

n	x^h	x^e
1	x_1^h	x_1^e
2	x_2^h	x_2^e
...	...	...
n	x_n^h	x_n^e

Bir o'zgaruvchili funksiya turini koordinata o'qlari $y - x$ ni quyida ko'rsatilgan o'zgartirish yo'li (strukturaviy identifikatsiya masalasini yechish) bilan tanlanishi mumkin.

Natijada almashtirilgan funksiya y nafaqat regressiya koeffitsientlari bo'yicha, balki almashtirilgan o'zgaruvchi x bo'yicha ham chiziqli bo'lib qoladi.



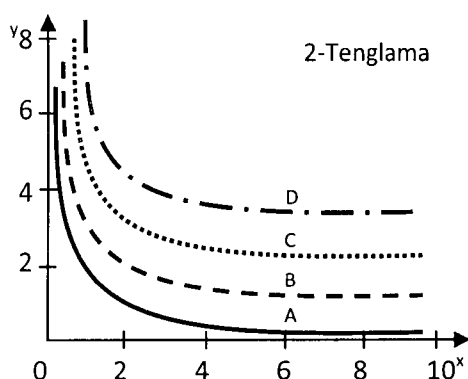
$$\frac{1}{y} = \alpha + \beta x$$

$$A. \frac{1}{y} = -0,1 + 0,3x$$

$$B. \frac{1}{y} = 0,1 + 0,3x$$

$$C. \frac{1}{y} = -0,5 + 0,3x$$

$$D. \frac{1}{y} = 0,5 + 0,3x$$



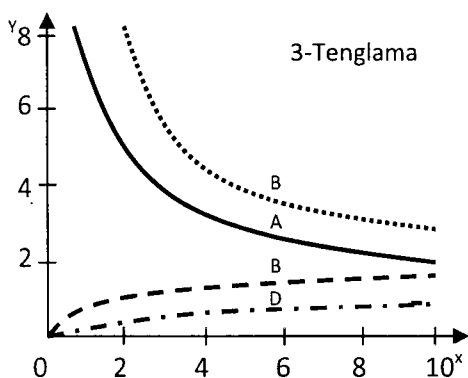
$$y = \alpha - \frac{\beta}{x}$$

$$A. y = -0,1 + \frac{0,3}{x}$$

$$B. y = 2 + \frac{0,3}{x}$$

$$C. y = 4 + \frac{0,3}{x}$$

$$D. y = 6 + \frac{0,3}{x}$$



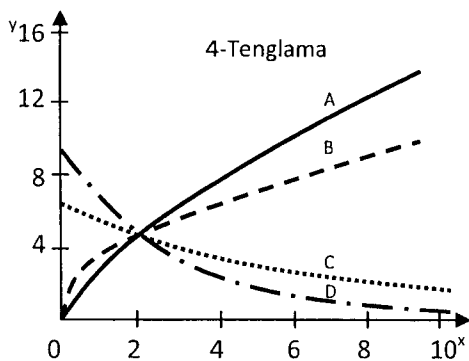
$$\frac{x}{y} = \alpha + \beta x$$

$$A. \frac{1}{y} = -0,1 + 0,3x$$

$$B. \frac{1}{y} = 0,1 + 0,3x$$

$$C. \frac{1}{y} = -4 + 0,3x$$

$$D. \frac{1}{y} = 4 - 0,3x$$

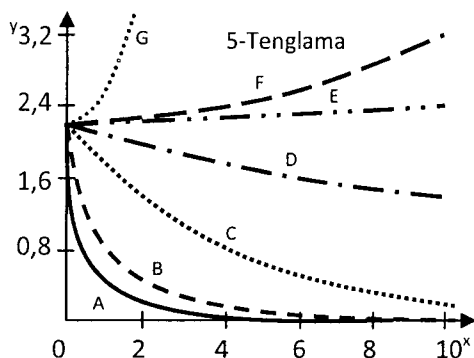


$$y = ax^b$$

$$A. y = 4x^{0.5}$$

$$B. y = 4x^{0.3}$$

$$C. y = 4x^{-0.3}$$



$$y = a\beta^x$$

$$A. y = 2(0,2)^x$$

$$B. y = 2(0,3)^x$$

$$C. y = 2(0,8)^x$$

$$D. y = 2(0,95)^x$$

$$E. y = 2(1,02)^x$$

$$F. y = 2(1,024)^x$$

$$G. y = 2(1,3)^x$$

Bir o'zgaruvchili funktsiyani chiziqli ko'rinishga almashtirish

Tenglama	To'g'ri chiziq koordinatalari		To'g'ri chiziq tenglamasi	Izoh
	x	y o'qi		
1) $\frac{1}{y} = \alpha + \beta \cdot x$	x	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{y} = \alpha + \beta \cdot x$	Asimptotalar: $x = -\frac{\alpha}{\beta}, y = 0$
2) $y = \alpha + \frac{\beta}{x}$	$\frac{1}{x}$	y	$y = \alpha + \frac{\beta}{x}$	Asimptotalar: $x = 0, y = \alpha$
3) $\frac{x}{y} = \alpha + \beta \cdot x$			$\frac{x}{y} = \alpha + \beta \cdot x$	Asimptotalar: $x = -\frac{\alpha}{\beta}, y = \frac{1}{\beta}$
yoki $y = \frac{x}{\alpha + \beta \cdot x}$				

yoki $\frac{1}{y} = \frac{\alpha}{x} + \beta$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{1}{y} = \frac{\alpha}{x} + \beta$	
3a) $y = \frac{x}{\alpha + \beta \cdot x} + \gamma$	x	$\frac{x - x_1}{y - y_1}$ bu yerda, (x_1, y_1) - tajribaviy egrilikdagi istalgan nuqta	$\frac{x - x_1}{y - y_1} = \alpha + \beta \cdot x_1 + \frac{\beta}{\alpha}(\alpha + \beta \cdot x_1)x$	Asimptotalar: $x = -\frac{\alpha}{\beta}, y = \frac{1}{\beta} + \gamma$ γ masofasiga siljigan egri chiziq
4) $y = \alpha \cdot x^\beta$	$\log x$	$\log y$	$\log y = \log \alpha + \beta \log x$	Agar $\beta > 0$ bo'lsa, egri chiziq parabola shakliga ega va koordinatalar boshidan va $(1, \alpha)$ nuqta orqali o'tadi. Agar $\beta < 0$ bo'lsa, egri chiziq asimptota sifatidagi koordinata o'qlari bilan giperbola hisoblanadi va $(1, \alpha)$ nuqta orqali o'tadi
4a) $y = \alpha \cdot x^\beta + \gamma \log x$	$\log x$	$\log(y - \gamma)$	$\log(y - \gamma) = \log \alpha + \beta \log x$	Avval $\gamma = \frac{y_1 y_2 - y_1^2}{y_1 + y_2 - 2y_1}$, formula bo'yicha γ approksimatsiyalangan bo'ladi bu yerda $y_3 = \alpha \cdot x_3^\beta + \gamma$, $x_3 = \sqrt{x_1 x_2}$, esa $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ - tajribaviy nuqtalar
4b) $y = \gamma \cdot 10^{\alpha x}$	$\log x$	$\log(\log y - \log \gamma)$	$\log(\log y - \log \gamma) = \log \alpha + \beta \log x$	Dastlabki tenglama logarifmlangandan so'ng, 4a bandgidek amalga oshiriladi
5) $y = \alpha \beta^x$	x	$\log y$	$\log y = \log \alpha + x \log \beta$	egri chiziq $(0, \alpha)$ nuqtadan o'tadi

EKKU mezoni quyidagi ko‘rinishga ega:

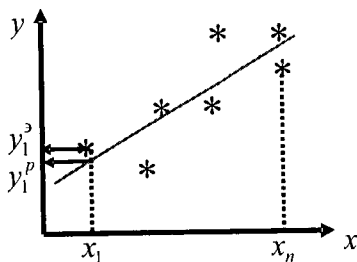
$$C_r = \sum_{i=1}^n y_i^h - y_i^e \quad (6.15)$$

bu yerda y_1^e va y_1^h elementlar vektori $\bar{x}_i$ ($i=1,..n$) ning bitta qiymati bilan hisoblanadi, n - sinovlarning umumiy soni yoki tanlanma hajmi.

Tenglama (6.3) ga muvofiq $\bar{x}_i$ ($i=1,..n$) va C_r mezoni ham $\bar{\alpha}=[\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_m]^T$ parametrlarning ko‘p o‘zgaruvchili funksiyasi hisoblanadi:

$$C_r = C_r(a_0, a_1, ..., a_m) \quad (6.16)$$

(6.3) model koeffitsientlari (parametrlari) ni aniqlash (to‘g‘rilash) uchun C_r mezon eng kichik bo‘lishi, ya‘ni rasmdagi vertikal kesishmalar kvadratlarining yig‘indisi eng kichik bo‘lishi lozim:



Shuning uchun ham model (6.3) ning koeffitsientlarini aniqlash masalasi (6.15) va (6.16) mezonlarning minimumini aniqlash algoritmlardan birini ishlab chiqish orqali amalga oshiriladi:

$$\min \sum_{i=1}^n y_i^h - y_i^e$$

$$\bar{a} \in \bar{a}^{rux} \quad (6.17)$$

$\bar{a}^{rux}$ - $\bar{a}$ - birinchi tur chegaralanish parametrlarining ruxsat etilgan o‘zgarish sohasi.

Nochiziqli modellar uchun parametrik identifikatsiyalash masalasi xuddi shunday yechiladi.

Albatta, ushbu holatda ko'p o'zgaruvchili funksiya (16) ekstremumining zaruriylik shartidan ham foydalanish mumkin:

$$\frac{\partial C_r}{\partial a_0} = 0; \quad \frac{\partial C_r}{\partial a_1} = 0; \dots \frac{\partial C_r}{\partial a_m} = 0 \quad (6.18)$$

Umumiy holda tizimning qidirilayotgan koeffitsientlarini aniqlash uchun nochiqli tenglama (6.18) $a_0, a_1, \dots, a_m$ koeffitsientlarga nisbatan yechilgan bo'lishi kerak. Biroq, amaliyot shuni ko'rsatadiki, nochiqli tenglamalar tizimini yechish optimallashtirish masalalari (6.17) ni yechishga qaraganda oson emas.

Parametrlari (kirish o'zgaruvchilarining ixtiyoriy soni) bo'yicha chiziqli modellar uchun regressiyaning tanlanmali (empirik) koeffitsientlarini aniqlash:

$$\bar{x}_{(r+1)} \rightarrow x_s \quad (s=1, \dots, r)$$

Ushbu holda tadqiqot tajribalarini o'tkazish jadvali quyidagi ko'rinishga ega:

$\begin{matrix} p \\ n \end{matrix}$	x_1	x_2	$\dots$	x_r	y^e
1	x_{11}	x_{12}	$\dots$	x_{1r}	y_1^e
2	x_{21}	x_{22}	$\dots$	x_{2r}	y_2^e
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
n	x_{n1}	x_{n2}	$\dots$	x_{nr}	y_n^e

Chiziqli yoki parametrlari bo'yicha chiziqlantirilgan modellar uchun (6.6) ifodani EKKU mezon (6.15) ga qo'yish zarur:

$$C_r = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^e \right)^2 \quad (6.19)$$

va ko'p o'zgaruvchili funksiya (6.18) ekstremumining zaruriy shartidan foydalanib, olingan chiziqli algebraik tenglamalar tizimi (ChATT) ni yechish kerak.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_r}{\partial a_0} &= 2 \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^e \right) \varphi_0(\bar{x}_i) \\
\frac{\partial C_r}{\partial a_1} &= 2 \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^e \right) \varphi_1(\bar{x}_i) \\
\frac{\partial C_r}{\partial a_m} &= 2 \sum_{i=1}^n \left(\sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}_i) - y_i^e \right) \varphi_m(\bar{x}_i)
\end{aligned} \tag{6.20}$$

Tenglamalar tizimi (6.20) dagi a'zolari guruhlab, ChATT quyidagi ko'rinishda yozilsa:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=0}^m a_i \sum_{i=1}^n \varphi_i(\bar{x}_i) \varphi_u(\bar{x}_i) &= \sum_{i=1}^n \varphi_u(\bar{x}_i) y_i^e \\
i, u &= 0, 1, \dots, m
\end{aligned} \tag{6.21}$$

va agar ko'rib chiqilayotgan axborot matritsasi $l_{uj} (j = 0, 1, \dots, m$ va $u = 0, 1, \dots, m)$ ga kiritilsa,

$$\begin{aligned}
I_{ui} &= \sum_{i=1}^n \varphi_u(\bar{x}_i) \varphi_i(\bar{x}_i) \\
u &= 1, \dots, m \\
i &= 1, \dots, m
\end{aligned} \tag{6.22}$$

unda u kvadrat, simmetrik bo'lib qoladi va uning elementlari qiymatlari faqat kirish o'zgaruvchilari va $\varphi_j(\bar{x})$ funksiyaning aniq turiga bog'liq bo'ladi.

Matritsa ko'rinishidagi axborot matritsasi $\bar{I}$ ni $\bar{\Phi}$ kirish o'zgaruvchilarining boslang'ich matritsasi va shakli o'zgartirilgan ko'rinishda keltirish mumkin:

$$\bar{I} = \bar{\Phi}^T \bar{\Phi} \tag{6.23}$$

Kirish o'zgaruvchilariga bog'liq bo'lgan matritsa quyidagi ko'rinishga ega:

$$\bar{\Phi}_{n \times (m+1)} = \begin{bmatrix} \varphi_0(\bar{x}_1) & \varphi_1(\bar{x}_1) & \dots & \varphi_m(\bar{x}_1) \\ \varphi_0(\bar{x}_2) & \varphi_1(\bar{x}_2) & \dots & \varphi_m(\bar{x}_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_0(\bar{x}_n) & \varphi_1(\bar{x}_n) & \dots & \varphi_m(\bar{x}_n) \end{bmatrix} \tag{6.24}.$$

ChATT (6.21) ning o'ng qismiga binoan quyidagi ifodani yozish mumkin:

$$b_u = \sum_{i=1}^n \varphi_u(\bar{x}_i) y_i^e$$

$$u = 0, 1, \dots, m \quad (6.25)$$

yoki matritsa ko'rinishida:

$$\bar{b} = \overline{\Phi}^T \bar{y}^e$$

$$b = \Phi^T y^e \quad (6.26)$$

Natijada empirik modellarning koeffitsientlarini aniqlash uchun yechiladigan ChATT (6.21) quyidagicha keltirilishi mumkin:

$$\sum_{j=1}^m I_{uj} a_j = b_u$$

$$u = 0, 1, \dots, m \quad (6.27)$$

yoki matritsa ko'rinishida:

$$\bar{\bar{I}} \cdot \bar{a} = \bar{b} \quad (6.28)$$

Agar koeffitsientlarni aniqlashda teskari matritsalar usulidan foydalanilsa, unda quyidagi ifoda olinadi:

$$\bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \bar{\bar{I}} \cdot \bar{a} = \bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \bar{b} \quad (6.29)$$

va shuningdek ko'paytma $\bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \bar{\bar{I}}$ birlik matritsa $\bar{\bar{E}}$ ga teng bo'ladi, ya'ni

$$\bar{\bar{E}} = \bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \bar{\bar{I}} \quad (6.30)$$

unda

$$\bar{\bar{E}} \cdot \bar{a} = \bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \bar{b} \quad (6.31)$$

yoki

$$\bar{a} = \bar{\bar{I}}^{-1} \cdot \bar{b} \quad (6.32)$$

Chiziqli regressiya koeffitsientlari (empirik modellarning parametrlari) ni aniqlash uchun matritsali ifoda (6.32) ga (6.23) va (6.26) matritsaviy tengliklarni qo'ygandan so'ng (6.33) hosil bo'ladi:

$$\hat{a} = \left(\overline{\Phi}^T \overline{\Phi} \right)^{-1} \overline{\Phi}^T \bar{y}^e \quad (6.33)$$

Shunday qilib, chiziqli yoki chiziqlantirilgan regressiya modellarining koeffitsientlarini aniqlash uchun quyidagi amallar ketma-ketligini bajarish zarur:

- $\bar{y}^e$ kuzatish vektorini shakllantirish va uning komponentlarini hisoblash (faqat chiziqlantirilgan modellar uchun);
- $\bar{\Phi}$ kirish o'zgaruvchilariga bog'liq bo'lgan matritsa komponentlarni shakllantirish va hisoblash;
- $\bar{\Phi} \rightarrow \bar{\Phi}^T$ matritsani transponirlash;
- transponirlangan matritsa $\bar{\Phi}^T$ ni boshlang'ich matritsa $\bar{\Phi}$: $\bar{\Phi}^T \bar{\Phi}$ ga ko'paytirish;
- axborot matritsa – $(\bar{\Phi}^T \bar{\Phi})^{-1}$ dan foydalanishni amalga oshirish;
- olingan teskari matritsani $\bar{\Phi}^T$ matritsaga ko'paytirish;
- olingan natijani kuzatish vektori $\bar{y}^e$ ga ko'paytirish va (33) regressiyaning tanlanma koeffitsientlarini olish.

6.3. Regression va korrelyatsion tahlil

$$\hat{y} = \sum_{j=0}^m a_j \varphi_j(\bar{x})$$

ko'rinishdagi chiziqli va chiziqlantirilgan modellarning koeffitsientlarini silliqantirish (aniqrog'i EKKU) usuli bilan aniqlash quyidagi matritsaviy formulaga olib keladi:

$$\bar{a} = (\bar{\Phi}^T \bar{\Phi})^{-1} \bar{\Phi}^T \bar{y}^e \quad (6.34)$$

bu yerda mustaqil o'zgaruvchi $\bar{\Phi}$ lar matritsasi elementlarining qiymatlari faqat $\bar{x}$ kirish o'zgaruvchilar va $\bar{\varphi}(x)$ funksiyaning turiga bog'liq:

$$\bar{\Phi}_{n \times (m+1)} = \begin{bmatrix} \varphi_0(\bar{x}_1) & \varphi_1(\bar{x}_1) & \dots & \varphi_m(\bar{x}_1) \\ \varphi_0(\bar{x}_2) & \varphi_1(\bar{x}_2) & \dots & \varphi_m(\bar{x}_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_0(\bar{x}_n) & \varphi_1(\bar{x}_n) & \dots & \varphi_m(\bar{x}_n) \end{bmatrix},$$

tajriba qiymatlarining vektori (kuzatishlar vektori) $\bar{y}_{(n \times 1)}$ esa ushbu matritsali munosabatda chiziqli ko'paytuvchi sifatida qatnashadi.

Shuning uchun ham matritsaga $\bar{L}$ ni kiritish maqsadga muvofiq:

$$\bar{L} = \begin{pmatrix} \bar{\tau} & \bar{\tau} \\ \Phi & \Phi \end{pmatrix}^{-1} \bar{\tau} \quad (6.35)$$

$(m+1)*n \quad (m+1)*(m+1) \quad (m+1)*n$

Shundan so'ng modellar koeffitsientlarini aniqlash uchun EKKU ning matritsaviy formulasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\hat{\bar{a}} = \bar{L} \bar{y} \quad (6.36)$$

$(m+1) \times 1 \quad (m+1)*n \quad n*1$

Hisoblash natijalarining statistik tahlili $\hat{\bar{a}}$ xuddi $\hat{\bar{a}}$ qiymatga ta'sir qiluvchi $\bar{y}^e$ vektor kabi (6.36) ga muvofiq tasodifiy vektor hisoblanadi (bu $\hat{a}$ ning tasodifiy vektor bo'lishiga olib keladi).

Tajribaviy o'lchashlar natijasida olingan $\bar{y}^e$ vektor tavsifining tasodifiyligi sabablari:

- tasodifiy $\bar{y}^e$ tanlanmadan foydalaniladi;
- har bir $\bar{y}^e$ ($i=1, \dots, n$) o'lchash natijalari - tasodifiy kattalikdir.

Statistik tahlil turlaridan biri - regression tahlil - normal taqsimot qonuni bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattaliklar - $\bar{y}$ vektorning komponentlari uchun mo'ljallangan, ya'ni Y_i (i - o'lchash) taqsimlanish zichligi uchun quyidagi ifoda o'rinni:

$$f(Y_i) = \frac{1}{\sigma_{y_i} \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{(Y_i - m_{y_i})^2}{\sigma_{y_i}^2} \right)$$

$i = 1, \dots, n,$

ya'ni Y_i tasodifiy kattalikning sonli tavsifi quyidagicha bo'ladi:

m_{y_i} - matematik kutilma,

$\sigma_{y_i}^2$ - dispersiya,

$\sigma_{y_i} = \sqrt{\sigma_{y_i}^2}$ - o'rtacha kvadratik og'ish yoki standart.

Vektor komponentlarining normal taqsimlanish qonuni haqidagi qo'yim $\bar{y}^e$ - bu regression tahlilning **birinchi qo'yimi**.

Regression tahlilning **ikkinchi qo'yimi** - $\bar{x}$ vektor komponentlari tasodifiy emasligi to'g'risida, ya'ni $\bar{x}$ - tasodifiy bo'lmagan kattaliklar.

Bu ikki qo'yimlardan ($\bar{a} = \bar{L} \bar{y}$) chiziqli normal taqsimlanish qonunining xossalardan kelib chiqib, (36) ifodadagi $\bar{a}$ vektor

komponentlari ham normal qonun bo'yicha taqsimlangan tasodifiy kattaliklar hisoblanadi, ya'ni quyidagi sonli tavsiflar bilan tavsiflanishi mumkin:

m_{a_j} - matematik kutilma,

$\sigma^2_{a_j}$ - dispersiya,

σ_{a_j} - o'rtacha kvadratik og'ish yoki standart.

Regression tahlilning **uchinchi qo'yimi** Y_i tasodifiy kattaliklar dispersiyasining bir jinsliliigi haqidagi qo'yimlarga asoslanadi. Bir jinslilik xossasining Y_i - dispersiyadan farqi yo'q, chunki ularning chegaralangan tanlanmalari va tadqiq etilayotgan butun sohaga taqsimlanishi bo'yicha olingan baholari yoki qiymatlarini o'rtacha qiymatga yaqinlashtirish va bu yerda ko'rib o'tilmayotgan maxsus mezonlar yordamida tekshirish imkonini beradi.

Regression tahlildan kelib chiqib, har doim $\hat{a}$ koefitsientlar bahosi hisoblanadi (baho "^^" bilan belgilanadi) (6.36).

Natijada quyidagi yaqinlashgan bog'liqlik olinadi:

$$\hat{a} = \bar{L}\bar{y}^e \quad (6.37)$$

Qat'iy bog'liqlik va shuningdek Y - tasodifiy kattalikni olish uchun regressiya tenglamasi deb ataluvchi bog'liqlik - matematik kutilma $\bar{a}$ ning x qiymatga bog'liqligi zarur:

$$m_{y|\bar{x}} = \sum_{i=0}^m a_i \varphi_i(\bar{x}) \quad (6.38)$$

bu yerda a_j - regressiyaning nazariy koefitsientlari deb ataluvchi koefitsientlar haqiqiy qiymatlari;

$m_y = m_{y|\bar{x}}$ - tasodifiy kattalik Y ning shartli matematik kutilmasi.

6.3.1 Regression tahlilning bosqichlari

Regressiya koefitsientlarining baholarini EKKU bilan (6.37) formula bo'yicha aniqlash.

Regressiya koefitsientlarining ahamiyatlilikini, ya'ni ularning noldan muhim farqlarini Styudent mezoni - t yordamida aniqlash.

Regressiya tenglamasi (38) ning monandligini Fisher mezoni - F yordamida aniqlash.

6.3.2 Chiqish o'zgaruvchisi $\bar{y}$ ni o'lchashdagi tasodifiy kattaliklarning sonli tavsiflarini aniqlash

$\bar{m}_y = M[\bar{Y}|\bar{x}]$ - matematik kutilma vektori.

Dispersiyalar y_i va y_j uchun quyidagi munosabat o'rinli:

$$\sigma_{y_i}^2 = M[(y_i - m_{y_i})^2] \quad i = 1, \dots, n \quad (6.39)$$

Ikki tasodifiy kattalikning kovariatsiyasi ko'paytma $(Y_i - m_{y_i})(Y_j - m_{y_j})$ ning matematik kutilmasiga teng:

$$COV_{y_i y_j} = M[(Y_i - m_{y_i})(Y_j - m_{y_j})] \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \quad i \neq j \quad (6.40)$$

Normal taqsimlangan mustaqil tasodifiy kattaliklar Y_i va Y_j uchun $COV_{y_i y_j} = 0$.

Normal taqsimlangan tasodifiy kattaliklar uchun o'lchamli kattaliklar $COV_{y_i y_j}$ ning o'rniga korrelyatsiya koeffitsientlaridan foydalanish maqsadga muvofiq:

$$r_{y_i y_j} = \frac{COV_{y_i y_j}}{\sigma_{y_i} \sigma_{y_j}} \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n \quad (6.41)$$

Ushbu holda chiziqli - bog'langan tasodifiy kattaliklar y_i va y_j uchun: $r_{y_i y_j} = \pm 1$.

Mustaqil o'zgaruvchilar uchun esa - $r_{y_i y_j} \rightarrow 0$ ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n$). Dispersiyalar σ_y^2 uchun n tajriba nuqtalarida maxsus dispersiya - kovariatsiya matritsasi hosil qilinadi:

$$\begin{aligned} \overline{COV_y} &= M[(\bar{y} - \bar{m}_y)(\bar{y} - \bar{m}_y)^T] = \\ &= \begin{bmatrix} M[(y_1 - m_{y_1})^2] & M[(y_1 - m_{y_1})(y_2 - m_{y_2})] \dots M[(y_1 - m_{y_1})(y_n - m_{y_n})] \\ \dots & \dots & \dots \\ M[(y_n - m_{y_n})(y_1 - m_{y_1})] & M[(y_1 - m_{y_1})(y_2 - m_{y_2})] \dots M[(y_n - m_{y_n})^2] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.42)$$

Natijada tajriba qiymatlari y_i^e (y_i , $i=1, \dots, n$) uchun dispersiya-kovariatsiya matritsasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\overline{\overline{COV_{\bar{y}}}} = \begin{bmatrix} \sigma_{y_1}^2 & COV_{y_1 y_2} & \dots COV_{y_1 y_n} \\ COV_{y_2 y_1} & \sigma_{y_2}^2 & \dots COV_{y_2 y_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ COV_{y_n y_1} & COV_{y_n y_2} & \dots \sigma_{y_n}^2 \end{bmatrix} \dots \quad (6.43)$$

Agar quyidagi ikki:

- o'lchashlar ($COV_{y_i y_j} = 0$ $i \neq j$) ning mustaqilligi haqida;
- dispersiyalarning bir jinsliligi, ya'ni $\sigma_{y_i}^2$ ($i=1, \dots, n$) va σ_y^2 ning o'zaro farqlari katta emasligi va ularning tengligi haqidagi qo'yimlar qabul qilinsa, unda bir xil σ_y^2 dispersiyali $\bar{y}^e$ o'lchashlarning qiymatlari uchun dispersiya-kovariatsiyaning diagonal matritsasi hosil qilinadi:

$$\overline{\overline{COV_y}} = \sigma_y^2 \bar{E} \quad (n \times n) \quad (n \times n) \quad (6.44).$$

6.3.3. Regressiya koeffitsientlarining dispersiya baholarini aniqlash

$\bar{a}$ - tasodifiy kattalik $\bar{m}_a = M[\bar{a}]$ normal qonun bo'yicha taqsimlangan. (6.39) bilan o'xshashlik bo'yicha $\bar{a}$ uchun dispersiya-kovariatsiya matritsasini tuzamiz:

$$\overline{\overline{COV_{\bar{a}}}} = [(\bar{a} - \bar{m}_a)(\bar{a} - \bar{m}_a)^T] = \begin{bmatrix} \sigma_{a_0}^2 & COV_{a_0 a_1} & \dots COV_{a_0 a_m} \\ COV_{a_1 a_0} & \sigma_{a_1}^2 & \dots COV_{a_1 a_m} \\ \dots & \dots & \dots \\ COV_{a_m a_0} & COV_{a_m a_1} & \dots \sigma_{a_m}^2 \end{bmatrix} \quad (m+1) * (m+1) \quad (6.45)$$

(6.37) ga muvofiq:

$$\overline{m}_a = \overline{L} \overline{m}_y \quad (6.46)$$

Dispersiya-kovariatsiya matritsasining elementlarini aniqlash uchun (37) va (46) larni matritsaviy formula (45) ga qo'yish lozim. O'rniga qo'yishlar natijasida (45) matritsa diagonal matritsaga aylansa, unda (41) dagi o'xshashlik bo'yicha regressiya koeffitsientlarini statistik mustaqil deb hisoblash mumkin.

Ko'rsatilgan o'rniga qo'yishlarni amalga oshiramiz:

$$\begin{aligned} \overline{COV}_a &= M \left[\left(\overline{L} \overline{y} - \overline{L} \overline{m}_y \right) \left(\overline{L} \overline{y} - \overline{L} \overline{m}_y \right)^T \right] = M \left[\left(\overline{L} (\overline{y} - \overline{m}_y) \right) \left(\overline{L} (\overline{y} - \overline{m}_y) \right)^T \right] = \\ &= \left(\overline{L} \overline{L}^T \right) = \overline{L} \overline{L}^T = \\ &= M \left[\overline{L} (\overline{y} - \overline{m}_y) (\overline{y} - \overline{m}_y)^T \overline{L}^T \right] = \\ &= \overline{L} M \left[(\overline{y} - \overline{m}_y) (\overline{y} - \overline{m}_y)^T \right] \overline{L}^T = \overline{L} \sigma_y^2 \overline{E} \overline{L}^T = \\ &= \overline{L} \sigma_y^2 \overline{E} \overline{L}^T = \sigma_y^2 \underbrace{\left(\overline{\Phi}^T \overline{\Phi} \right)^{-1} \overline{\Phi}^T \overline{\Phi} \left(\overline{\Phi}^T \overline{\Phi} \right)^{-1}}_{\overline{E}} \end{aligned}$$

shuningdek (6.44) ga muvofiq $\overline{COV}_y = \sigma_y^2 \overline{E}$, bo'lib matritsa $(\overline{\Phi}^T \overline{\Phi})^{-1}$ - simmetrik,

$$\overline{COV}_a = \sigma_y^2 \left(\overline{\Phi}^T \overline{\Phi} \right)^{-1}.$$

Teskari matritsa $(\overline{\Phi}^T \overline{\Phi})^{-1}$ ni korrelyatsiya matritsasi $\overline{C}$ deb ataymiz:

$$\overline{C} = (\overline{\Phi}^T \overline{\Phi})^{-1} = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & \dots & C_{0m} \\ C_{10} & C_{11} & \dots & C_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{m0} & C_{m1} & \dots & C_{mm} \end{bmatrix} \quad (6.47)$$

Unda

$$\overline{COV}_a = \sigma_y^2 \overline{C} = \sigma_y^2 \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & \dots & C_{0m} \\ C_{10} & C_{11} & \dots & C_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{m0} & C_{m1} & \dots & C_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{a_0}^2 & COV_{a_0 a_1} & \dots & COV_{a_0 a_m} \\ COV_{a_1 a_0} & \sigma_{a_1}^2 & \dots & COV_{a_1 a_m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ COV_{a_m a_0} & COV_{a_m a_1} & \dots & \sigma_{a_m}^2 \end{bmatrix} \quad (6.48)$$

Bu yerdan quyidagi ifodalar hosil qilinadi:
dispersiya uchun

$$\sigma_{a_i}^2 = \sigma_y^2 C_{ij}$$

$$j = 0, 1, \dots, m \quad (6.49)$$

kovariatsiya uchun

$$COV_{a_i a_j} = \sigma_y^2 C_{ij}$$

$$j, i = 0, 1, \dots, m; i \neq j \quad (6.50)$$

Shunday qilib, (6.49) va (6.50) ga muvofiq koeffitsientlarning bog'liqligi, korrelyatsiya matritsasi $\bar{C}$ (6.47) dagi diagonal bo'lmagan elementlar nolga teng bo'lishi yoki bo'lmasligi aniqlanadi. (6.48) va (6.24) lardan kelib chiqib, bu matritsa elementlarining qiymatlari tajriba kattaliklari $\bar{x}$ va funksiya turi $\bar{\varphi}(\bar{x})$ bilan, ya'ni qo'yilgan (rejalashtirilgan) tajribaga bog'liqligi aniqlanadi.

Faol tajriba hollarida (masalan, to'liq faktorli tajriba -TFT va tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi - TOMKR) u shunday olib boriladiki, bunda matritsa $\bar{C}$ diagonal bo'ladi, ya'ni regressiya koeffitsientlari statistik mustaqil bo'ladi.

Ixtiyoriy passiv tajriba hollarida $\bar{C}$ matritsa diagonal bo'lmaydi va shuning uchun koeffitsientlar statistik bog'liq bo'ladi.

Matritsa $\bar{C}$ korrelyatsion deb ataladi, shuningdek (6.42) ga muvofiq uning elementlari yordamida regressiya koeffitsientlarining korrelyatsiyasini hisoblash mumkin:

$$r_{a_i a_j} = \frac{C_{ij}}{\sqrt{C_{jj} C_{ii}}}$$

$$j, i = 0, 1, \dots, m \quad (6.51)$$

6.3.4. σ_y^2 dispersiya baholarini aniqlash

Baho σ_y^2 tajribalardan aniqlanadi.

y chiqish o'zgaruvchisi r ta kirish o'zgaruvchilari $\bar{x}_{r+1} \dots \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_r$ (mustaqil o'zgaruvchilar $\bar{x}_{r+1} \dots$) ga bog'liq bo'lsin.

Dispersiyalarni baholash uchun ikki turdagi tajribalar o'tkaziladi:

- mustaqil o'zgaruvchilar ($\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_r$) ning o'zgarishi bilan;
- mustaqil o'zgaruvchilar almashmagandagi parallel sinovlar.

6.3.4.1. Har bir $k_i (i=1, \dots, n)$ nuqtalardagi parallel tajribalar soni turlicha bo'lgan mustaqil o'zgaruvchilar o'zgaradigan tajribadagi dispersiyalar baholarini aniqlash

a) Qoldiq dispersiya S_R^2 ni aniqlash o'zgaruvchan qiymatli tajribalardan aniqlanadi (passiv tajriba):

$\bar{x}, \bar{y}^e$ n	x_1	...	x_r	y^e
$1 \dots k_1$	$x_{11} \dots x_{1l}$	...	$x_{1r} \dots x_{1r}$	$y_{11}^e \dots y_{1k_1}^e$
...	...	...	...	...
$1 \dots k_n$	$x_{n1} \dots x_{nl}$	...	$x_{nr} \dots x_{nr}$	$y_{n1}^e \dots y_{nk_1}^e$

$$S_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^{k_1} (\hat{y}_i - y_{iu}^e)}{\sum_{i=1}^n k_i - p} = \frac{SS_R}{f_R} \quad (6.52)$$

bu yerda R - regressiyaning qiymatli tanlanma koeffitsientlari soni, ba'zi hollarda koeffitsientlar qiymati - $R=m+1$,

S_R^2 - qoldiq dispersiya - tenglamalar (yoki modellar) va tajribalarning xatoliklarini tavsiflaydi;

$\hat{\bar{y}}$ - regressiya tenglamasiga ko'ra koeffitsientlar (6.37) yordamida aniqlanadi;

$\bar{y}$ - tajribaviy qiymat;

SS_R - qoldiq dispersiyalar kvadratlarining yig'indisi;

f_R - qoldiq dispersiyaning erkinlik darajalari soni;

n - sinov o'lchashlarining soni;

R - regressiyaning qiymat koeffitsientlari soni.

SS_R qoldiq kvadratlarining yig'indisi regressiya tenglamasining xatoligini tavsiflovchi SS_{mon} monandlik dispersiyalari kvadratlari va tajribalar xatoliklarini tavsiflovchi SS_e qayta tiklanish dispersiyalarining kvadratlari yig'indisiga teng:

$$SS_R = SS_{mon} + SS_e \quad (6.53)$$

Qoldiq dispersiyalar S_R^2 ning erkinlik darajalari soni uchun quyidagi ifoda o'rni:

$$f_R = \sum_{i=1}^n k_i - p = f_{mon} + f_e \quad (6.54)$$

b) Qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 ni aniqlash.

Qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 parallel tajribalardan aniqlanadi, buning uchun ularning sinovlari soni har bir tajriba nuqtalarida turlicha va $k_i (i=1, \dots, n)$ ga teng bo'lishi kerak:

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^{k_i} (y_{iu}^e - y_i^{e*})^2}{\sum_{i=1}^n k_i - 1} = \frac{SS_e}{f_e} \quad (6.55)$$

bu yerda

$$y_i^{e*} = \frac{\sum_{u=1}^{k_i} y_{iu}^e}{k_i} \quad i = 1, \dots, n$$

c) Dispersiyalar monandligi S_{mon}^2 ni aniqlash.

Ushbu holda oldin keltirilgan tenglikka muvofiq

$$S_{mon}^2 = \frac{SS_{mon}}{f_{mon}} \quad (6.56)$$

bu yerda, (6.53) va (6.54) tengliklardan quyidagi kelib chiqadi:

$$SS_{mon} = SS_R - SS_e$$

6.3.4.2. Mustaqil o'zgaruvchilar o'zgaradigan har bir k nuqtadagi parallel tajribalari soni bir xil bo'lgan dispersiyalarning baholarini aniqlash

Passiv tajribaning oldingi jadvalidan i -qatorni olamiz va ularda k marta sinovlarni takrorlaymiz:

$\bar{x}, \bar{y}^e$	x_{i1}	...	x_{ir}	y_i^e
n				
1	X_{i1}	...	$x_{1r} \dots x_{1r}$	y_{i1}^e
...	...	...	...	...
k	X_{ik}	...	$x_{kr} \dots x_{kr}$	y_{ik}^e

$$S_{ei}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^{k_1} (y_{iu}^e - y_i^*)^2}{k-1} = \frac{SS_{ei}}{f_{ei}}$$

$i = 1, \dots, n$

(6.57)

bunda o'rtacha qiymat $y_i^{e*} = \frac{\sum_{j=1}^k y_{ij}^e}{k}$ $i = 1, \dots, n$

bu yerda S_{ei}^2 - qayta tiklanish dispersiyasi tajribaning i -sinov nuqtasidagi xatoligini tavsiflaydi;

y_{ij}^e - i -nuqtadagi parallel sinovlarda olingan tajriba qiymati;

y_i^{e*} - i -nuqtadagi o'rta hisobda olingan tajriba qiymati;

SS_{ei} - i -tajribadagi qayta tiklanish dispersiyalari kvadratlarining yig'indisi;

$f_{ei}=k-1$ - i -nuqtadagi qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajasi soni;

k - i -tajriba nuqtasidagi sinovlar soni.

6.3.4.3. Ixtiyoriy ajratib olingan nuqtada o'tkaziladigan parallel sinovlardagi dispersiyalar baholarni aniqlash

Agar tajribaning birinchi jadvalining barcha tajribaviy nuqtalarida k parallel sinovlar o'tkazilsa, unda (6.57) ni hisobga olgan holda dispersiyalarning bir jinsliliği xossalariga ko'ra:

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (y_{ij}^e - y_i^{e*})^2}{n(k-1)} = \frac{SS_e}{f_e}$$

(6.58)

shuningdek $S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^n S_{ei}^2}{n}$ va $f_e=n(k-1)$ kelib chiqadi.

Har bir tajriba nuqtasi (k) dagi parallel sinovlarning bir xil soni uchun dispersiyaning monandiligi quyidagicha aniqlanadi:

$$S_{mon}^2 = \frac{k \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i^{e*})^2}{n-p} = \frac{SS_{mon}}{f_{mon}}$$

(6.59)

$$y_i^{e*} = \frac{\sum_{u=1}^k y_{iu}^e}{k}, \quad i = 1, \dots, n$$

$$S_e^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (y_i^e - y^{e*})^2}{k-1} = \frac{SS_e}{f_e} \quad (6.60)$$

Ushbu hol uchun qoldiq dispersiya S_R^2 dispersiya monandligi S_{mon}^2 ga teng:

$$S_R^2 = S_{mon}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i^{e*})^2}{n-p} \equiv \frac{SS_{mon}}{f_{mon}} \equiv \frac{SS_R}{f_R} \quad (6.61)$$

(44) dagi dispersiya bahosi σ_y^2 uchun S_e^2 dan, parallel sinovlar qatnashmaganda esa S_{ad}^2 dan foydalanish maqsadga muvofiq.

Koeffitsientlar dispersiyasi baholarini aniqlash uchun (49) ga muvofiq σ_y^2 qoldiq dispersiya bahosi S_R^2 , qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 va dispersiya monandligi S_{mon}^2 dan foydalaniladi.

6.3.5. Regressiya koeffitsientlarining ahamiyatlilikini aniqlash (Regression tahlilning ikkinchi bosqichini amalga oshirish)

Buning uchun t -Styudent taqsimlanishiga bo'ysunuvchi normallashtirilgan tasodifiy kattalik $t_i = \frac{\hat{a}_i - m_{a_i}}{\sigma_{a_i}}$ dan foydalaniladi.

(6.49) dagi dispersiya baholari $S_{a_j}^2 = S_e^2 C_{jj} (j=0, 1, \dots, m)$ va $\sigma_{a_i} \rightarrow S_{a_i} = \sqrt{S_{a_i}^2}$ dan foydalanib, ehtimollik munosabatini quyidagicha yozish mumkin:

$$P \left(\frac{|\hat{a}_j - m_{a_i}|}{S_e \sqrt{C_{ij}}} \leq t_{\beta(t_e)}^{jad} \right) = \beta \quad (6.62)$$

Ushbu holda ishonchli ehtimollik β (ko'pincha 0.95 ga teng) va qayta tiklanish dispersiyasi (48) ning erkinlik darajalari soni - f_e ga to'g'ri keluvchi t ning jadval qiymatlari beriladi.

Agar koeffitsientning matematik kutilmasi taxminiy bo'lsa (ya'ni uning haqiqiy qiymati nolga teng), unda a_j koeffitsientning ahamiyatsizlik sharti quyidagi ko'rinish (62) ga ega bo'ladi:

$$\frac{|\hat{a}_j|}{S_e \sqrt{C_{ij}}} \leq t_{\beta(t_e)}^{jad} \quad (6.63)$$

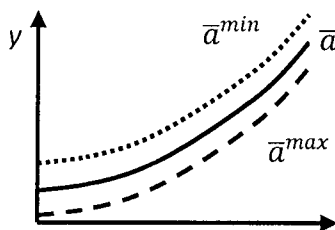
(62) ochiq tengsizlikka muvofiq ahamiyatli koeffitsientlar uchun quyidagi ishonchli intervalni olamiz:

$$\hat{a}_j - S_e \sqrt{C_{ij}} t_{\beta(t_e)}^{jad} \leq m_{a_j} \leq \hat{a}_j + S_e \sqrt{C_{ij}} t_{\beta(t_e)}^{jad} \quad (6.64)$$

Bu shuni bildiradiki, (64) ifodaga ko'ra regressiya koeffitsientlari baholarining o'rniga ularning chetki qiymatlaridan foydalanish mumkin. Bu o'z navbatida quyidagi tenglamadagi turli tasodifiy kattaliklar $\hat{y}$ ga olib keladi:

$$\hat{y} = \sum_{j=1}^m \hat{a}_j \varphi_j(x) \quad (6.65)$$

Natijada grafikda regressiya koeffitsientlarining baho qiymatlari bo'yicha olingan bitta egri chiziq o'rniga uchta: birinchisi - a_j ning minimal qiymati, ikkinchisi - a_j ning maksimal qiymati va uchinchi - regressiya koeffitsientlarining baho qiymatlari uchun tutash chiziqlar olinadi:



6.3.5.1. Regressiyaning ahamiyatsiz koeffitsientlarini tashlab yuborish (o'chirish) amali

(6.63) ga muvofiq ravishda ahamiyatsiz koeffitsientlar regressiya tenglamasi (6.38) dan olib tashlanadi. Biroq matritsa $\bar{C}$ umumiy holda daigonal bo'lmaydi va koeffitsientlar statistik bog'liq bo'ladi, bunda koeffitsientlardan birorotasi olib tashlangach qolganlarini qayta hisoblash va SS_R qoldiq dispersiya kvadratlarining

yig'indisini hisoblash zarur. Agar u yomonlashmasa (qiymati katta bo'lib ketmasa), unda tashlab yuborish o'rni bo'ladi. Aks holda tashlab yuborish noo'rin bo'ladi. Bir nechta koeffitsientlar ahamiyatsiz bo'lgan hollarda har doim faqat bittasi, (chunki koeffitsientlarning statistik bog'liqligi mavjud), quyidagi nisbat eng kichik bo'ladigani tashlab yuboriladi:

$$\frac{|\hat{a}_j|}{S_e \sqrt{C_{ij}}} \quad (6.66)$$

Qolgan koeffitsientlar yuqorida ko'rsatilgani kabi qayta hisoblanadi va SS_R aniqlanadi.

Ahamiyatsiz koeffitsientlarni bittadan tashlab yuborish toki qoldiq kvadratlar yig'indisi yomonlashmaguncha amalga oshirilaveradi.

Faol tajribalarda $\bar{C}$ matritsaning diagonalligi sababli bir qancha koeffitsientlar ahamiyatsiz bo'lgan hollarda barcha ahamiyatsiz koeffitsientlarni bir vaqtda tashlab yuborish mumkin.

Regressiyaning ahamiyatsiz koeffitsientlarini tashlab yuborish (o'chirish) amali

Identifikatsiya (parametrli yoki strukturali) masalalarini a'lo darajada yechish natijasida monand matematik model (MM) olinishi kerak.

MM monandligi deganda quyidagilar tushuniladi:

- MM va modellashtirish ob'ekt xulqlarining o'zaro sifat va miqdor jihatdan mos kelishi.

- Bu o'zaro moslik rejim parametrlarining bir to'plami (holat monandligi) da bajarilgani kabi rejim parametrlarining turli to'plamlari (xulq monandligi) da ham bajariladi.

- MM yordamida real ob'ekt xossalari interpolyatsiyalash va ekstrapolyatsiyalash imkoniyatlari.

6.3.5.2. Regressiya tenglamasi monandligining bahosi

Monandlik dispersiyasi S_{mon}^2 ning qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 ga nisbati regressiya tenglamalari monandligini statistik baholash

uchun ishlatiladi. Bu maqsadga erishish uchun ishonchli ehtimollik β (0,9; 0,95; 0,99) va ikki dispersiyalar - monandlik dispersiyasi va qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari sonlari (f_{mon}) va (f_e) lardagi F - Fisher taqsimotining jadvali qo'llaniladi.

$$F = \frac{S_{mon}^2}{S_e^2} \quad (6.67)$$

Fisherning statistik taqsimotidan foydalanganda har doim katta dispersiya (ayni paytda $-S_{mon}^2$) ning kichik dispersiya (ayni paytda $-S_e^2$) ga nisbati nazarda tutiladi va F ga teng bo'ladi hamda uning hisoblangan qiymati Fisher taqsimotining standart (jadvadagi) qiymatidan katta bo'lmashligi kerak:

$$F^{his} \leq F_{\beta(f_{mon}, f_e)}^{jad}$$

Aks holda model monand hisoblanmaydi.

Agar parallel tajribalar bo'lmasa, unda modellar uchun yo qoldiq dispersiya

$$S_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i^*)^2}{n - p} \quad (6.68)$$

yo sinov ma'lumotlarining yoyilish bahosiga ega bu kattalik o'rtacha qiymat $y^{or} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}$ - dispersiyalarning o'rtacha qiymatiga nisbatan solishtiriladi:

$$S_{or}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y^{or})^2}{n - 1} = \frac{SS_{or}}{f_{or}} \quad (6.69)$$

Shunday qilib oxirgi dispersiya S_R^2 dan katta bo'lsa, unda Fisher mezon uchun S_{or}^2 ning S_R^2 ga nisbati qoraladi va monandlik sharti quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\frac{S_{or}^2}{S_R^2} > F_{\beta(f_{or}, f_R)}^{jad} \quad (6.70)$$

Sifat muvofiqligi - bu o'zgaruvchilarning o'zgarishlari tendentsiyalanganda real ob'ekt va MM ning mos kelishi.

Muvofiqlikning miqdoriy mezonini baholashda statistik (bizdagi holda regression) tahlil apparatidan foydalanish amalga oshiriladi. Muvofiqlikning miqdoriy mezon natijasida olinganlar sifat nomuvofiqliklarini o'rnini to'ldirishi (kompensatsiyalashi) kerak.

Qat'iy aytganda, muvofiqlikning miqdoriy mezonini tahlilida quyidagi solishtirish amalga oshirilishi lozim.

y_{ij}^e - i -tajribadagi kirish o'zgaruvchilari $\hat{x}_i$ ning qiymatlari uchun $\hat{y}_i$ chiqish o'zgaruvchilari kattaliklarining modellari bo'yicha hisoblangan $m_{\hat{y}_i}$ - matematik kutilmali i -tajribaning j -parallel sinovlarida olingan y_{ij} tasodifiy kattaliklarning tajribaviy qiymatlari.

Agar i -tajribaga o'rtacha qiymat y_i^* va $\bar{x}_i$ kirish o'zgaruvchisining xuddi shu qiymatlarida tajriba yo'li bilan MM (regressiya tenglamasi) bo'yicha hisoblangan y_i^e qiymat kiritilsa, unda quyidagi munosabat o'rinli bo'ladi:

$$y_{ij} - m_{\hat{y}_j} = \underbrace{(y_{ij} - y_i^*)}_{s_e^2} + \underbrace{(y_i^* - \hat{y}_i)}_{s_{mon}^2} + \underbrace{(\hat{y}_i - m_{\hat{y}_i})}_{s_y^2} \quad (6.71)$$

Birinchi ayirmaning bahosi tajribalarning xatoliklarini tavsiflovchi qayta tiklanish dispersiyasi S_e^2 bo'ladi.

Ikkinchi ayirma bahosi tajriba kattaliklari s_{mon}^2 (agar har bir tajriba nuqtasida parallel tajribalar bo'lmasa - bu o'rtacha qiymat emas, balki oddiy o'lchov kattaligi) bilan solishtirishdagi tenglamalar (modellar) ning xatoliklarini tavsiflovchi monandlik dispersiyasi y_i^* hisoblanadi.

Uchinchi qo'shiluvchining bahosi chiqish o'zgaruvchilari (S_e^2 va S_R^2 ning o'xshashligi bo'yicha aniqlanuvchi) ning hisoblangan qiymatlarining dispersiyasi hisoblanadi.

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - m_{\hat{y}_i})^2}{p} = \frac{SS_y}{p} \quad (6.72)$$

bu yerda p - regressiya tenglamasining ahamiyatli koeffitsientlari. Yuqorida ko'rsatib o'tilgan uchta dispersiyalar S_e^2 va S_R^2 ning dispersiyaviy tahlil apparati va S_y^2 ikkita masalani yechish imkonini beradi:

- Fisher mezoni (6.67) dan foydalanib, regressiya tenglamasi (S_{mon}^2/S_e^2) monandligini baholash;

- Regressiya koeffitsientlari (S_y^2/S_R^2) ning haqiqiy qiymatlari uchun qo'shma ishonchlilik sohasini aniqlash.

6.3.5.3. Regressiya koeffitsientlarining qo'shma ishonchlilik sohalari bahosi

Chiqish o'zgaruvchilari y ning hisoblangan kattaliklari dispersiyasi S_y^2 ni qoldiq dispersiyaga nisbati β ishonchli sohaga ega Fisher (F) taqsimotiga bo'ysunadi va ularning kichik farqlari sharti quyidagicha:

$$\frac{S_y^2}{S_R^2} \leq F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \quad (6.73)$$

Ko'rib chiqilayotgan tahlilga ko'ra bu kattaliklar kam farq qilishi kerak va bu shart bajariladigan soha chegaralari quyidagi tenglama bilan beriladi:

$$\frac{S_y^2}{S_R^2} = F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \quad (6.74)$$

yoki

$$\frac{SS_y}{SS_R} = \frac{p}{n-p} F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \quad (6.75)$$

Kattalik $SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2$ - minimumlashtirish dasturini ishlab chiqishda olingan mezonning qiymati.

Qiymat SS_y ni matritsali ko'paytma bilan almashtirish mumkin:

$$SS_y = (\hat{y} - \bar{m}_{\hat{y}})^T (\hat{y} - \bar{m}_{\hat{y}}) = \{\bar{\Phi}(\hat{a} - \bar{a})\}^T \{\bar{\Phi}(\hat{a} - \bar{a})\} = (\hat{a} - \bar{a})^T \bar{\Phi}^T \bar{\Phi} (\hat{a} - \bar{a})$$

shuningdek $\hat{y} = \bar{\Phi} \hat{a}$ va $\bar{m} = \bar{\Phi} \bar{a}$.

Matritsali ko'paytma o'rniga SS_y qo'yilib, kvadratik shakl olinadi:

$$(\hat{a} - \bar{a})^T \bar{\Phi}^T \bar{\Phi} (\hat{a} - \bar{a}) = SS_R \frac{p}{n-p} F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \quad (6.76)$$

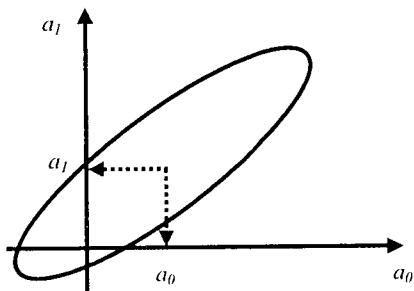
Bu kvadratik shaklning geometrik talqini o'qlari matritsaning xususiy qiymatlariga proporsional bo'lgan ellipsoid hisoblanadi:

$$\bar{A} = \bar{\Phi}^T \bar{\Phi}$$

Xarakteristik tenglama ko'rinishidan quyidagi aniqlanadi:

$$|\bar{A} - \lambda \bar{E}| = 0$$

Ikki a_0 va a_1 koeffitsientlar uchun quyidagi ko‘rinishli ellips olinadi:



Chiziqli modellardagi koeffitsientlar (bu yerda a_0 va a_1) uchun qo‘shma ishonchli soha olindi. Uni regressiya koeffitsientlarining ishonchli intervallarining baholari (6.64) bilan ifodalanuvchi to‘g‘ri to‘rtburchak bilan solishtirish mumkin.

Uzun, cho‘zilgan ishonchli soha ($\bar{A}$ ning xususiy qiymatlari farq qiladi) koeffitsientlar kuchli korrelyatsiyalanganligi va ularning qiymatlari yomon baholanganligini ko‘rsatadi.

Koeffitsientlarni yuqori korrelyatsiyalanganligining natijasi hisoblanuvchi koeffitsientlardan birining noto‘g‘ri baholangan qiymatini boshqa parametrlarning qiymatlarini to‘g‘rilash ishlarini amalga oshirish davomida balanslash mumkin. Natijada to‘g‘rilash ishlari xuddi eng yaxshi baholardan foydalanishda olinadigan natijalar kabi yaxshi natijalarni beradi.

(Cr) kvadratlar yig‘indisining yuzasi quyidagi tenglama bilan beriladi:

$$Cr = SS_R + SS_y = SS_y \left(1 + \frac{p}{n-p} F_{\beta(f_y, f_R)}^{jad} \right) \quad (6.77)$$

6.4. Faol tajriba ma’lumotlari bo‘yicha empirik modellarni qurish

Sinov tadqiqotlarni o‘tkazishda tajribalar faol va passiv tajribalarga farqlanadi.

Passiv tajribalashtirish uslubiyati kirish o‘zgaruvchilari $\bar{x}$ ning ketma-ket variatsiyalangan qiymati va chiqish o‘zgaruvchilari y (laboratoriya tajribasi yoki uchish qurilmasidagi tajriba) ni o‘lchash

natijalarining tahlili bilan katta sinov tadqiqotlarini amalga oshirishga mo'ljallangan.

Passiv tajribaga yana sanoat qurilmasini ishlatish rejimidagi sinov ma'lumotlari to'plami - sanoat tajribasi ham kiritiladi.

Passiv tajriba natijalarini qayta ishlash regression va korrelyatsion usullar hamda empirik modellar (regressiya tenglamasi) turini tanlash, ya'ni yetarlicha murakkab masala hisoblanuvchi strukturali identifikatsiya masalasini yechish yordamida amalga oshiriladi. Bu, tajriba ma'lumotlarining tanlanmasi bo'yicha olingan regressiyaning empirik chizig'idagi o'zgaruvchilarning o'zgarish tavsifi bo'yicha aniqlanishi lozim bo'lgan regressiya tenglamasining turiga bog'liq.

Bunday masalalarni yechish uchun (x) kirish va (y) chiqish o'zgaruvchilari uchun koordinatalar tizimini hosil qilish kabi bitta x kirish o'zgaruvchili hol uchun samarali usullar taklif etilgan. Katta sondagi $(x_1, \dots, x_m)$ kirish o'zgaruvchilari uchun regressiya tenglamalarining turini aniqlashning ishonchli usullari hozirgi vaqtda mavjud emas.

Faol tajriba nafaqat tajriba o'tkazishning optimal shartlarini aniqlash, balki jarayonni optimallashtirish (tajribani optimal rejalashtirish) dan kelib chiqqan holda oldindan tuzilgan reja asosida o'tkaziladi.

Bunda regressiya tenglamasi (empirik modellar) asosan ikki chegaralangan sohalaridagi faol tajriba ma'lumotlarini tavsiflaydi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

- chiqish o'zgaruvchisi y ning ekstremum qiymatidan ancha uzoq:

$$\hat{y}^I = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=1}^m a_{ju} x_j x_u \quad u > j \quad (6.78)$$

- chiqish o'zgaruvchisining ekstremum qiymatiga yaqin ("deyarli statsionar sohada"):

$$\hat{y}^{II} = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j x_j + \sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=1}^m a_{ju} x_j x_u + \sum_{j=1}^m a_j x_j^2 \quad u > j \quad (6.79)$$

Keltirilgan tenglama regressiya koeffitsientlariga nisbatan chiziqli hisoblanadi va yetarlicha sodda ko'rinishga ega.

Ular ikkita o‘zaro ta’sirli kirish o‘zgaruvchilarga ega qo‘shiluvchilarni mujassamlashtiradi va ehtimolligi kichik bo‘lgan, yuqori tartibli (uchinchi, to‘rtinchi va h.k.) o‘zaro ta’sirlarni hisobga olmaydi:

$$\left(\sum_{j=1}^{m-1} \sum_{u=2}^m a_{ju} x_j x_u \right) \\ u > j$$

Oxirgi tenglama ($\sum_{j=1}^m a_j x_j^2$) kirish o‘zgaruvchilarining kvadratlari bilan qo‘shiluvchilarni mujassamlashtiradi va uning koeffitsientlari II tartibli ($\hat{y}:\hat{y}'$ da yuqori indeks II) faol tajriba natijalarini qayta ishlashda hosil qilinadi, masalan, TOMKR - tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi.

(6.79) tenglama kirish o‘zgaruvchilarni kvadratlari bilan qo‘shiluvchilarni o‘z ichiga olmaydi va uning koeffitsientlari I tartibli ($\hat{y}:\hat{y}'$ da yuqori indeks I) faol tajriba natijalarini qayta ishlash natijasida olinadi, masalan, TFT - to‘liq faktorli tajriba.

Empirik modellardan foydalanib (masalan, Boks-Vilson usuli bilan) jarayonni kechishining optimal shartini aniqlashda chiqish o‘zgaruvchisi $\hat{y}$ optimallik mezoni yoki maqsad funksiyasi hisoblandi.

Faol tajribalashtirish nazariyasida chiqish (bog‘liq) o‘zgaruvchilarni javob funksiyasi, kirish (mustaqil) o‘zgaruvchilarini esa - faktorlar deb atash qabul qilingan. Muvofiq ravishda ($x_1, x_2, \dots, x_m$) koordinatali koordinata fazosi - faktorli fazo, faktorli fazoda javob funksiyasining geometrik tasvirlanishi esa - javob yuzasidir.

Faol tajriba uning regression va korrelyatsion tahlil usuli bilan olingan natijalarini qayta ishlash uchun rejalashtiriladi.

Faol tajribalashtirishda foydalaniladigan tajribalarning ortogonal rejalarini regression tahlildagi korrelyatsiya matritsasi $\bar{C}$ ning diagonal ko‘rinishi va mos ravishda regressiya koeffitsientlarining statistik mustaqilligini ta’minlaydi.

Faol tajribalashtirishning boshqa afzalliklariga quyidagilar tegishli:

- amalga oshirilishi mumkin bo‘lgan sinovlar sonini bashorat qilish imkonini;

- sinovlar amalga oshiriladigan faktorli sohadagi nuqtalarni aniqlash;
- regressiya tenglamalarini tanlash bilan bog‘liq muammolarning yo‘qligi;
- tajribaviy-statistik usul bilan jarayonning optimal parametrlarini aniqlash imkoniyati;
- sinov tadqiqotlarining hajmini qisqartish.

6.4.1. To‘liq faktorli tajriba (TFT) va uning natijalarini qayta ishlash

To‘liq faktorli tajriba (TFT) tenglamasi kvadratli faktorlarni o‘z ichiga olmagan holda $\hat{y}$ ni tavsiflovchi I tartibli tajribalarga tegishli.

Ikki (x_1 va x_2) faktorlar uchun faktorlarning o‘zaro ta’sirlarini hisobga olmagan holda mavjud empirik modelni quyidagicha yozish mumkin:

$$\hat{y}^I = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \quad (6.80)$$

TFT nazariyasiga ko‘ra sinov tadqiqotlarini amalga oshirishda faktorlarning har biri faqat ikki - minimal (kodlangan qiymati -1) va maksimal (kodlangan qiymati +1) sathlarda variatsiyalanadi.

Bunda faktorlarning minimal va maksimal qiymatlarining mumkin bo‘lgan kombinatsiyalari ishlab chiqiladi, natijada TFT dagi sinovlarning umumiy soni (n) 2^m ga teng bo‘ladi va to‘liq faktorli tajriba odatda 2^m turdagi TFT deb ataladi.

Sinovlar sonini aniqlash uchun quyidagi formula qo‘llaniladi:

$$n=2^m$$

Oxirgi tenglama x_j larning o‘rniga qiymati quyidagi kodlashtirish sxemasi bo‘yicha olinadigan z_j faktorlarning kodlangan qiymatlarini o‘z ichiga oladi:

$$z_j = \frac{x_j - x_j^{(0)}}{\Delta x_j}, \quad j = 1, \dots, m$$

bu yerda

$$x_j^{(0)} = 0.5(x_j^{\min} + x_j^{\max})$$

$$\Delta x_j = \frac{x_j^{\max} - x_j^{\min}}{2}, \quad j = 1, \dots, m$$

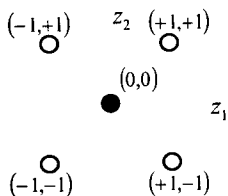
Natijada yuqorida aytib o'tilganlar va faktorlarni kodlashtirishni hisobga olib tajribani o'tkazish rejasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi: (faktorlar soni $2 - m = 2$ ga, sinovlar soni $n = 2^m = 2^2 = 4$ ga teng).

$\begin{matrix} p \\ n \end{matrix}$	z_0	z_1	z_2	y^e
1	+1	-1	-1	y_1^e
2	+1	+1	-1	y_2^e
3	+1	-1	+1	y_3^e
4	+1	+1	+1	y_4^e

Bunda sinov ma'lumotlarini tavsiflovchi regressiya tenglamasi $z_j (j=0,1,2)$ kodlangan faktorlardan foydalanib yoziladi va regressiya $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2$ ning kodlangan koeffitsientlariga muvofiq:

$$\hat{y} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 z_1 + \tilde{a}_2 z_2 \quad (6.81)$$

Kodlangan faktorlar fazosida tajriba o'tkazishning ko'rsatilgan rejasiga muvofiq tarzda o'tkaziladigan sinovlar kvadrat uchlarining nuqtalari bilan ko'rsatiladi:



Regressiyaning kodlangan tenglamalarni identifikatsiyalashtirish uchun quyidagi uch bosqichni o'z ichiga oluvchi regression tahlil usulidan foydalaniladi:

- eng kichik kvadratlar usuli bilan regressiya tenglamasi $\bar{a}$ ning kodlangan koeffitsientlarini aniqlash;

- Student mezon - t dan foydalanib, regressiyaning kodlangan koeffitsientlarini baholash;

- Fisher mezon - F dan foydalanib, regressiyaning kodlangan tenglamasining monandligini tekshirish.

So'nggi ikki bosqich dispersiyalar bir jinsligi xossasining bajarilishida (regression tahlilning talablaridan biri) va parallel

sinovlarning o'tkazilishida, masalan, $z_1=0$ va $z_2=0$ koordinatali nuqta (reja markazi, rasmda qora nuqta) da amalga oshirilishi mumkin.

Rejaning markazi (y_{os}^e , $s=1, \dots, k$) da k parallel sinovlarni o'tkazishda y_{or}^e o'rtacha qiymat barcha parallel sinovlardagi o'lchashlarning o'rta arifmetigi kabi aniqlanadi:

$$y_{or}^e = \frac{\sum_{s=1}^k y_{os}^e}{k}$$

6.4.2. Regressiyaning kodlangan koeffitsientlarini aniqlash

Ushbu holda chiziqli regression tahlilda qo'llaniladigan eng kichik kvadratlar usuli (EKKU) ning matritsali formulasidan quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan kodlanishli faktorlarni hisobga olgan holda foydalaniladi:

$$\bar{\tilde{a}}_{(m+1) \times 1} = \left(\begin{matrix} \bar{\tilde{\Phi}}^T & \bar{\tilde{\Phi}}^T \\ \bar{\tilde{\Phi}}_{(m+1) \times n} & \bar{\tilde{\Phi}}_{n \times (m+1)} \end{matrix} \right)^{-1} \begin{matrix} \bar{\tilde{\Phi}}^T \\ \bar{\tilde{\Phi}}_{(m+1) \times n} \end{matrix} \bar{y}_{n \times 1}, \quad (6.82)$$

bu yerda mustaqil o'zgaruvchilarga bog'liq bo'lgan kodlangan matritsa ikki faktorlar uchun faqat +1 va -1 larni qabul qiladi va quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\bar{\tilde{\Phi}}_{(4 \times 3)} = Z = \begin{bmatrix} z_{10} & z_{11} & z_{12} \\ z_{20} & z_{21} & z_{22} \\ z_{30} & z_{31} & z_{32} \\ z_{40} & z_{41} & z_{42} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \quad (6.83)$$

Faol tajribalashtirishdagi $\bar{z}$ matritsa rejalashtirish matritsasi deb ataladi va quyidagi uch optimal xossaga ega bo'ladi:

- simmetriklik: matritsa ustunlarining, birinchisidan tashqari (aniqrog'i nolinchisi), barcha elementlari yig'indisi nolga teng

$$\sum_{i=1}^n z_{ij} = 0, \quad j = 1, \dots, m; \quad (6.84)$$

•ortogonalilik: matritsa ustunlarining ixtiyoriy ikkitasining skalyar ko'paytmasi nolga teng

$$\bar{z}_j^T \bar{z}_u = \sum_{i=1}^n z_{ij} z_{iu} = 0$$

$$j, u = 0, 1, \dots, m \quad u \neq j;$$
(6.85)

•normallashtirish: matritsani ikki bir xil ustunlarining skalyar ko'paytmasi n (TFT da $n = 2^m$) ga teng

$$\bar{z}_j^T \bar{z}_j = \sum_{i=1}^n z_{ij}^2 = n$$

$$j = 0, 1, \dots, m.$$
(6.86)

Rejalashtirish matritsasining sanab o'tilgan optimal xossalari hisobiga TFT dagi axborot matritsasi $m=2$ bo'lganda quyidagiga teng bo'ladi:

$$\bar{\bar{I}}_{(3 \times 3)} = \bar{\bar{\Phi}}_{(3 \times 4)}^T \bar{\bar{\Phi}}_{(4 \times 3)} = \bar{\bar{z}}_{(3 \times 4)}^T \bar{\bar{z}}_{(4 \times 3)} = \begin{bmatrix} n & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 \\ 0 & 0 & n \end{bmatrix},$$
(6.87)

ya'ni u bosh diagonalidagi elementlari bir xil bo'lgan diagonal matritsa hisoblanadi va $n=2^2=4$ ga teng bo'ladi.

Mos ravishda $\bar{\bar{C}}$ korrelyatsiya matritsasi ham bosh diagonalidagi elementlari bir xil bo'lgan diagonal matritsa hisoblanadi:

$$\bar{\bar{C}}_{(3 \times 3)} = \left(\bar{\bar{\Phi}}_{(3 \times 4)}^T \bar{\bar{\Phi}}_{(4 \times 3)} \right)^{-1} = \left(\bar{\bar{z}}_{(3 \times 4)}^T \bar{\bar{z}}_{(4 \times 3)} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} n^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & n^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & n^{-1} \end{bmatrix}$$
(6.88)

Oxirgi nisbatlarni regressiyaning kodlangan koeffitsientlarini aniqlashni matritsali formulasiga qo'yish natijasida u sodda formula bo'lib qoladi:

$$\tilde{a}_j = \frac{\sum_{i=1}^n z_{ij} y_i^e}{n}, \quad j = 0, 1, \dots, m$$
(6.89)

z_1 va z_2 faktorlarning o'zaro ta'sirlarini hisobga olganda regressiyaning kodlangan tenglamasi quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\hat{y} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 z_1 + \tilde{a}_2 z_2 + \tilde{a}_{12} z_1 z_2$$
(6.90)

va $\bar{z}$ rejalashtirish matritsasiga har bir elementi ustun elementlarining ko'paytmalariga teng bo'lgan yana bitta qo'shimcha ustun kiritaladi va u o'zaro ta'sirlashuvchi faktorlarga mos keladi:

$$\begin{pmatrix} \bar{\Phi} \\ \Phi \end{pmatrix} = \bar{z} = \begin{bmatrix} z_{10} & z_{11} & z_{12} & (z_{11}z_{12}) \\ z_{20} & z_{21} & z_{22} & (z_{21}z_{22}) \\ z_{30} & z_{31} & z_{32} & (z_{31}z_{32}) \\ z_{40} & z_{41} & z_{42} & (z_{41}z_{42}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \quad (6.91)$$

Bunda rejalashtirish matritsasi uch optimal xossar simmetriklik, ortogonallilik va normallashtirishlarning barchasini saqlab qoladi, har bir a'zosi o'zaro ta'sirli faktorlar bilan tavsiflanuvchi regressiya tenglamasining kodlangan koeffitsientlari esa quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\tilde{a}_{ju} = \frac{\sum_{i=1}^n (z_{ij}z_{iu})y_i^e}{n}, \quad j, u = 1, \dots, m \quad u > j \quad (6.92)$$

TFT nazariyasi shuni isbotlaydiki, faktorlar soni oshgan ($m > 2$) da rejalashtirish matritsasi $\begin{smallmatrix} z \\ (n \times p) \end{smallmatrix}$ ko'rib chiqilgan usullardan foydalanib, shu jumladan faktorlar (nafaqat ikkita, balki uchta, to'rtta va boshq.) ning o'zaro ta'sirlarini hisobga olgan holda quriladi.

Ushbu holda matritsa ustunlarining soni p faktorlarning o'zaro ta'sirlari hisobi soni $n=2^m$ ga bog'liq va rejalashtirish matritsasi sanab o'tilgan optimal xossalarni saqlab qoladi.

Shuning uchun ham regressiyaning kodlangan koeffitsientlarini aniqlashda yuqorida keltirilgan formulalardan foydalaniladi.

Regressiyaning kodlangan tenglamalarida $z_j (j=1, \dots, m)$ kodlangan faktorlar o'rniga koeffitsientlarning tabiiy qiymatlarini hisoblash uchun yuqorida keltirilgan kodlashtirish sxemasiga mos keluvchi ifodalarni oxirgi tenglamalarga $x_j (j=1, \dots, m)$ faktorlarning tabiiy qiymatlarini qo'yish orqali amalga oshiriladi.

6.4.3. Regressiyaning kodlangan koeffitsientlarini ahamiyatligini aniqlash (TFT)

Regressiyaning kodlangan koeffitsientlarining ahamiyatsizligi Student taqsimoti - t ning kvatili $t_{\beta(f_e)}^{jad}$ dan foydalanib aniqlanadi.

$$\frac{|\tilde{a}_j|}{S_{\tilde{a}_j}} \leq t_{\beta(f_e)}^{jad} \quad (6.93)$$

bu yerda β - ishonchli ehtimollik (muhandislik hisoblarida 0,95 ga teng);

f_e - qayta tiklanish dispersiyasining erkinlik darajalari soni (parallel sinovlarning bitta qatorida $k-1$ ga teng).

Regressiyaning kodlangan koeffitsientlari dispersiyasi tanlanmaviy qiymatining kvadrat ildizi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$S_{\tilde{a}_j} = \sqrt{\tilde{C}_{jj}} S_e, \quad (6.94)$$

bu yerda S_e - quyidagi tajriba rejasi markazidagi k parallel sinovlar bo'yicha aniqlanuvchi qayta tiklanishlardan olingan kvadrat ildiz,

$$S_e^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (y_{0s}^e - y_{0r}^e)^2}{k-1} = \frac{SS_e}{f_e} \quad (6.95)$$

bu yerda SS_e - qayta tiklanish dispersiyalari kvadratlarining yig'indisi;

f_e - qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari soni.

Yuqorida ko'rsatilgani kabi, kodlangan faktorlarda TFT dagi korrelyatsiya matritsasining diagonal elementlari bir xil va $1/n$ ga teng,

$$S_{\tilde{a}_j} = \frac{S_e}{\sqrt{n}}. \quad (6.96)$$

Natijada regressiyaning kodlangan koeffitsientlarini ahamiyatsizligi sharti quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\frac{|\tilde{a}_j|}{S_e} \sqrt{n} \leq t_{\beta(f_e)}^e \quad (6.97)$$

Shuningdek ushbu holda korrelyatsiya matritsasi $\tilde{C}$ diagonal hisoblanib, regressiyaning kodlangan koeffitsientlari statistik mustaqil va bir vaqtda regressiyaning bir qancha kodlangan koeffitsientlari ahamiyatsiz bo'lib, ular (passiv tajribani qayta ishlash protsedurasidan farqli ravishda) ning barchasini bir vaqtda regressiyaning kodlangan tenglamasidan tashlab yuborish mumkin.

6.4.4. Regressiya tenglamasining monandligini tekshirish (TFT)

Tekshirish xuddi passiv tajribada amalga oshirilgani kabi Fisher mezonining ishonchli soha β (ko'pincha 0.95 ga teng) va qoldiq hamda qayta tiklanish dispersiyalarining erkinlik darajalari sonlari f , f_R va f_e larda tanlangan jadval qiymatlaridan foydalanib amalga oshiriladi.

Monandlik sharti quyidagi tengsizlikdan foydalanib tekshiriladi:

$$\frac{S_R^2}{S_e^2} \leq F_{\beta(f_R, f_e)}^{jad}, \quad (6.98)$$

bu yerda tenglama aniqligini tavsiflovchi qoldiq dispersiya quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$S_R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i^I - y_i^e)}{n-p} = \frac{SS_R}{f_R} \quad (6.99)$$

Bunda $f_R = n - p$, bu yerda n - faktorlarning turli qiymatlaridagi tajribalar soni; p - regressiyaning ahamiyatli koeffitsientlari soni.

TFT ning kamchiligi faktorlarning soni 5 dan katta ($m=5$ da $n=2^5=32$) bo'lganda sinovlar sonining tez oshib ketishi hisoblanadi.

Faktorlarning o'zaro ta'sirlarini mavjud emasligiga yaqin maqsadlarni e'tiborga olmasdan regression tahlilni o'tkazish uchun kichik sonli sinovlarni amalga oshirish yetarlidir. Bunday hollarda TFTning bu yerda ko'rib o'tilmagan kasr faktorli tajriba (KFT) qismini amalga oshirish mumkin.

6.4.5. Ortogonal markaziy kompozitsiyali tajriba (OMKT) va uning natijalarini qayta ishlash

Ortogonal markaziy kompozitsion tajriba (OMKT) II tartibli tenglamalarga tegishli bo'lib, uning tavsiflovchi tenglamasi $\hat{y}^{II}$ kvadrat faktorlarni qabul qiladi va shuning uchun ularning ekstremum qiymatlari kesishganda javob funksiyasining yuzasini tavsiflash mumkin.

Faktorlarning faqat ikkita o‘zaro ta’sirini hisobga olib, x_1 va x_2 faktorlar uchun mos empirik model quyidagicha yozilishi mumkin:

$$\hat{y}^{II} = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2$$

Tajribaning ortogonal markaziy kompozitsion rejasi (TOMKR) ga muvofiq, xuddi yuqorida keltirilgan sxema bo‘yicha TFT uchun faktorlarni kodlashtirishdagi kabi bu yerda ham tajribani rejalashtirish matritsasi $\hat{y}^{II}$ ning ortogonallik xossasini ta’minlash uchun regressiya tenglamasiga bir nycheta S doimiy kiritiladi.

Natijada $m=2$ da regressiya tenglamasi quyidagi ko‘rinishni qabul qiladi:

$$\hat{y} = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1z_1 + \tilde{a}_2z_2 + \tilde{a}_{12}z_1z_2 + \tilde{a}_{11}(z_1^2 - S) + \tilde{a}_{22}(z_2^2 - S) \quad (6.100)$$

TFT qayta ishlashdagiga qaraganda ko‘p sonli kodlangan koefitsientlarni aniqlash va uning ekstremumi yaqinida (“deyarli statsionar sohada”) gi javob funksiyasining yuzasini tavsiflash uchun ushbu holda sinovlar soni ko‘paytiriladi.

$n=2^m$ TFT da o‘tkaziladigan ushbu sinovlarga $n_\alpha=2m$ faktorlar fazosining “yulduzli” nuqtalaridagi sinovlar hamda $z_1=0$ va $z_2=0$ koordinatali reja markazidagi sinovlar qo‘shiladi.

Faktorlar fazosidagi “yulduzli” nuqtalar tajriba rejasining markazidan $+\alpha$ va $-\alpha$ masofada koordinata o‘qlarida taqsimlangan kattalik “yulduzli” elkali deyiladi va uning qiymati xuddi S kattalik kabi OMKR ni $\bar{z}$ rejalashtirish matritsasining ortogonallik shartidan aniqlanadi.

Ortogonal markaziy kompozitsion tajribadagi sinovlarning umumiy soni N quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$N=n+n_\alpha+n_c,$$

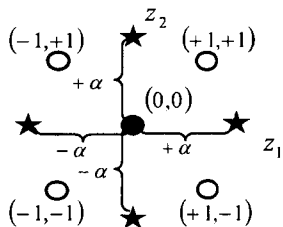
yoki yuqorida keltirilgan tenglikni hisobga olib:

$$N=2^m+2m+n_c.$$

Faktorlar ikkita ($m=2$) bo‘lgan hollarda:

$$N=8+n_c.$$

Faktorlar ikkita bo'lgan hollar uchun faktorlar fazosida sinov nuqtalarining oldinroq keltirilgan kodlangan koordinatalar tizimida joylashishi quyidagicha keltirilishi mumkin:



Ushbu holda tajribalashtirishni o'tkazish rejasi quyidagicha ko'rsatilishi mumkin:

$n \backslash p$		z_0	z_1	z_2	$z_1 z_2$	$z_1^2 - S$	$z_2^2 - S$	y^ε
2^m	1	+1	-1	-1	+1	$1 - S$	$1 - S$	y_1^ε
	2	+1	+1	-1	-1	$1 - S$	$1 - S$	y_2^ε
	3	+1	-1	+1	-1	$1 - S$	$1 - S$	y_3^ε
	4	+1	+1	+1	+1	$1 - S$	$1 - S$	y_4^ε
$2m$	5	+1	$-\alpha$	0	0	$\alpha^2 - S$	$-S$	y_5^ε
	6	+1	$+\alpha$	0	0	$\alpha^2 - S$	$-S$	y_6^ε
	7	+1	0	$-\alpha$	0	$-S$	$\alpha^2 - S$	y_7^ε
	8	+1	0	$+\alpha$	0	$-S$	$\alpha^2 - S$	y_8^ε
n_c	9	+1	0	0	0	$-S$	$-S$	y_9^ε
	$\vdots$	+1	0	0	0	$-S$	$-S$	$\vdots$
	N	+1	0	0	0	$-S$	$-S$	y_N^ε

Rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{z}}$ o'zida tajriba o'tkazish rejasining jadvallarning vertikal va gorizontal sarlavhalari va $\bar{y}^e$ kuzatuv vektori (o'ng ustun) siz qismini o'zida namoyon qiladi.

6.4.6. Rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{z}}$ ning ortogonallik shartidan α va S "yulduzli elka" kattaliklarini aniqlash

Agar quyidagi tenglik bajarilsa, $\bar{\bar{z}}_{N+6}$ rejalashtirish matritsasi ortogonal bo'ladi:

$$\begin{cases} \bar{z}_0^T (\bar{z}_j - \bar{S}) = 0 \\ j = 1, 2 \end{cases} \quad (6.101)$$

$$\text{va} \quad (\bar{z}_1^2 - \bar{S})^T (\bar{z}_2^2 - \bar{S}) = 0. \quad (6.102)$$

Birinchi tenglikni ochib, quyidagini olish mumkin:

$$\begin{aligned} \bar{z}_0 (\bar{z}_j - \bar{S}) &= \sum_{i=1}^N z_{i0} z_{ij}^2 - \sum_{i=1}^n z_{i0} S = n + 2\alpha^2 - NS = 0 \\ j &= 1, 2. \end{aligned} \quad (6.103)$$

Bu yerdan:

$$S = \frac{n + 2\alpha^2}{N} \quad (A). \quad (6.104)$$

Ikkinchi tenglikni ochib, quyidagini olamiz:

$$\begin{aligned} (\bar{z}_1^2 - \bar{S})^T (\bar{z}_2^2 - \bar{S}) &= (\bar{z}_1^2)^T \bar{z}_2^2 - (\bar{z}_1^2)^T \bar{S} - \bar{S}^T \bar{z}_2^2 + \bar{S}^T \bar{S} = \\ n - (n + 2\alpha^2)S - S(n + 2\alpha^2) + NS^2 &= n - 2NS^2 + NS^2 = \\ n - NS^2 &= 0 \end{aligned} \quad (6.105)$$

Bu yerdan:

$$S = \sqrt{\frac{n}{N}} \quad (B). \quad (6.106)$$

Oxirgi ifoda S ni aniqlash uchun ishlatiladi.

S uchun yozilgan ifodalarni o'ng tomonlarini tenglab, α ni aniqlash uchun formula hosil qilish mumkin:

$$\frac{n + 2\alpha^2}{N} = \sqrt{\frac{n}{N}} \quad (6.107)$$

$$\alpha^2 = \frac{1}{2}(\sqrt{Nn} - n) = \frac{n}{2}\left(\sqrt{\frac{N}{n}} - 1\right). \quad (6.108)$$

Natijada yulduzli elka α ni quyidagi formula bo'yicha aniqlash mumkin:

$$\alpha = \sqrt{\frac{n}{2}\left(\sqrt{\frac{N}{n}} - 1\right)}. \quad (6.109)$$

6.4.7. Regressiyaning kodlangan koeffitsientlarini aniqlash (OMKR)

Eng kichik kvadratlar usuliga muvofiq bu koeffitsientlar matritsali formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\bar{\bar{a}} = \bar{\bar{C}} \bar{\bar{z}}^T \bar{\bar{y}}^e \quad (6.110)$$

bu yerda $\bar{\bar{C}} = (\bar{\bar{z}}^T \bar{\bar{z}})^{-1}$.

Rejalashtirish matritsasi $\bar{\bar{z}}$ ning ortogonallik xossasidan axborot matritsasining faqat diagonal elementlarini aniqlash lozim:

$$\bar{\bar{I}} = \bar{\bar{z}}^T \bar{\bar{z}}, \quad (6.111)$$

keyin esa korrelyatsiya matritsasining diagonal elementlarini:

$$\bar{\bar{C}} = \bar{\bar{I}}^{-1}. \quad (6.112)$$

6.4.8. Axborot va korrelyatsiya matritsalarining diagonal elementlarini aniqlash

Regressiyaning umumlashgan tenglamasi faktorlari soni m ga tengligi va ularning o'zaro ikkilik ta'sirlari soni quyidagi formula bo'yicha aniqlanishini hisobga olganda:

$$C_m^2 = \frac{m(m-1)}{2!}, \quad (6.113)$$

m faktorlar uchun regressiya tenglamasi koeffitsientlarining umumiy soni quyidagiga teng:

$$p = 1 + m + \frac{m(m-1)}{2!} + m, \quad (6.114)$$

$$\tilde{a}_{ju} = \frac{\sum_{i=1}^N (z_{ij} z_{iu}) y_i^e}{n} \quad u > j \quad (\text{koeffitsientlar soni } \frac{m(m-1)}{2})$$

$$\tilde{a}_{jj} = \frac{\sum_{i=1}^N (z_{ij}^2 - 5) y_i^e}{2\alpha^4} \quad (j = 1, \dots, m) \quad (6.119)$$

Regressiyaning ushbu koeffitsientlarini tabiiy qiymatlarda qayta hisoblash uchun keltirilgan kodlashtirish sxemasiga muvofiq ravishda kodlangan z faktorlarning o'rniga ularning tabiiy qiymatlari x_j ni qo'yish zarur.

6.4.9. Regressiyaning kodlangan koeffitsientlarining ahamiyatligini aniqlash

TFT dan farqli ravishda, xuddi korrelyatsion matritsa $\bar{\bar{C}}$ ning diagonal elementlarining bir biridan farq qilgani kabi regressiya koeffitsientlarining ahamiyatligi turli koeffitsientlar uchun turli formulalardan aniqlanadi.

$$\frac{|\tilde{a}_j|}{\sqrt{\bar{\bar{C}}_{jj}} S_e} \leq t_{\beta(S_e)}^{jad} \quad (6.120)$$

regressiya koeffitsientlarining ahamiyatsizligini aniqlashning umumiy formulasini hisobga olib, regressiya koeffitsientlarining har bir turi uchun ahamiyatsizlik quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \frac{|\tilde{a}_0|}{S_e} \sqrt{N} &\leq t_{\beta(S_e)}^{jad} \\ \frac{|\tilde{a}_j|}{S_e} \sqrt{n - 2\alpha^2} &\leq t_{\beta(S_e)}^{jad} \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (6.121)$$

$$\begin{aligned} \frac{|\tilde{a}_j|}{S_e} \sqrt{n} &\leq t_{\beta(S_e)}^{jad} \quad (\text{koeffitsientlar soni } \frac{m(m-1)}{2}) \\ \frac{|\tilde{a}_{jj}|}{S_e} \sqrt{2\alpha^4} &\leq t_{\beta(S_e)}^{jad} \quad j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (6.122)$$

6.4.10. Regressiya tenglamalari monandligini tekshirish

Xuddi TFT hollarida foydalanganimiz kabi Fisher mezonidan foydalanamiz. m faktorli regressiya tenglamasining ko'rinishi quyidagicha:

$$\hat{y}^{II} = \tilde{a}_0 + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_j z_j \sum_{\substack{j=1 \\ u > j}}^{m-1} \sum_{u=2}^m \tilde{a}_{ju} + z_j z_u + \sum_{j=1}^m \tilde{a}_{jj} (z_j^2 - S) \quad (6.123)$$

bo'lib, uni quyidagi ko'p o'zgaruvchili funksiya ekstremumining zaruriylik shartidan foydalanib, javob funksiyaning ekstremumini aniqlashda qo'llash mumkin:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{y}^{II}}{\partial z_1} &= 0 \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{\partial \hat{y}^{II}}{\partial z_m} &= 0 \end{aligned} \quad (6.124)$$

Olingan chiziqli algebraik tenglamalar tizimi (ChATT) hisoblash yo'li bilan z_j^{opt} ($j=1, \dots, m$) ni aniqlash va ularning kattaliklarini boshlang'ich tenglama $\hat{y}^{II}$ ga qo'yib, javob funksiyaning maksimal va minimal qiymatlarini olish imkonini beradi.

MISOLLAR

Misol 1. Mahsulotning chiqishi y ga uch faktor: 100-200°C diapazondagi harorat T , 2-6 MPa (20-60kgk/sm²) diapazondagi bosim P va bo'lish vaqti $\tau=10-30$ min larning ta'sirlari o'rganilayotgan bo'lsin. Yuqori sath bo'yicha harorat: $z_1^{max}=200$. Quyi sath bo'yicha harorat:

$$z_1^{min} = 100^0 C, \quad z_1^0 = 150^0 C, \quad \Delta z_1 = 50^0 C$$

$$z_1^0 = \frac{z_1^{max} + z_1^{min}}{2}, \quad \Delta z_1 = \frac{z_1^{max} - z_1^{min}}{2}$$

Ixtiyoriy faktor z_j uchun quyidagiga egamiz:

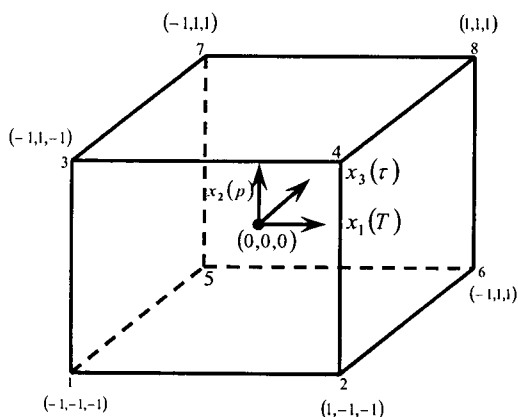
$$z_j^0 = \frac{z_j^{max} + z_j^{min}}{2}, \quad j = 1, 2, 3, 4, \dots, \kappa$$

$$\Delta z_j = \frac{z_j^{\max} - z_j^{\min}}{2}$$

$(z_1^0, z_2^0, z_3^0, \dots, z_k^0)$ koordinatali nuqta reja markazi deb ataladi, ba'zida uni asosiy sath deb ham atash mumkin, Δz_j - variatsiyalash birligi yoki z_j -o'q bo'yicha variatsiyalash intervali. $z_1, z_2, z_3, \dots, z_k$ koordinatalar tizimidan $x_1, x_2, \dots, x_k$ yangi o'lchamsiz kordinatalar tizimiga o'tamiz. O'tish (kodlash) formulasiquyidagicha:

$$x_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}, j = 1, 2, 3, \dots, k$$

O'lchamsiz koordinatalarda yuqori sath $+1$ ga, quyi sath esa -1 ga, reja markazining koordinatasi nolga teng va koordinatalar boshi bilan ustma-ust tushadi. Bizning masalamizda $k=3$. Ikki sathdagi uch faktorlar kombinatsiyalarining soni $N=2^k=2^3=8$. Tajriba o'tkazish rejasi (rejalashtirish matritsasi) ni 1-jadval shaklida yozib chiqamiz. Tajriba rejasini amalga oshirish natijasida olingan Y chiqish qiymati jadvalning oxirgi ustunida keltirilgan.



Jadvalda keltirilgan kodlangan rejani geometrik jihatdan sakkiz qirradi sakkiz tajriba nuqtasini ifodalovchi kub shaklida tasvirlanish mumkin (1.rasm). Fiktiv o'zgaruvchi ($x_0=1$) deb ataluvchi ustunni kiritib, kodlangan rejalashtirish matritsasi 23 va tajriba natijalarini yozamiz.

1-rasm. Rejani kodlashning geometrik talqini.

1-jadvalda keltirilgan rejalashtirish matritsasi quyidagi xossalarga ega:

$$\sum_{i=1}^N x_{ui} x_{ji} = 0 \quad u \neq j \quad u, j = 0, 1, 2, \dots$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ji} = 0 \quad j = 1, 2, 3, 4, \dots, k$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ji}^2 = N \quad j = 1, 2, 3, \dots, k$$

bu yerda k - mustaqil faktorlar soni; N -rejalashtirish matritsasi sinovlar soni.

Birinchi xossa - barcha ustun vektorlarning skalyar ko'paytmasi nolga tengligi rejalashtirish matritsasining ortogonallik xossasi deb ataladi.

1-jadval.

Natural masshtabdagi faktorlar qiymati				Rejalashtirish matrissasi 2 ³			
				O'lchamsiz koordinatalar tizimidagi faktorlarning qiymati			Chi- qish
Sinov №	Z ₁	Z ₂	Z ₃	x ₁	x ₂	x ₃	Y
1	100	20	10	- 1	- 1	- 1	2
2	200	20	10	+1	- 1	- 1	6
3	100	60	10	- 1	+1	- 1	4
4	200	60	10	+1	+1	- 1	8
5	100	20	30	- 1	- 1	+1	10
6	200	20	30	+1	-1	+1	18
7	100	60	30	- 1	+1	+1	8
8	200	60	30	+1	+1	+1	12

Bu xossa hisobiga regressiya tenglamasi koeffitsientlarini hisoblash bilan bog'liq qiyinchiliklar keskin kamayadi, chunki (X^*X) normal tenglamalari koeffitsientlarining matritsasi diagonal bo'lib qoladi va uning diagonal elementlari N rejalashtirish matritsasi sinovlar soniga teng. $(X^*X)^{-1}$ teskari matritsaning diagonal elementlari:

2-jadval

	Fiktiv o'zgaruv chili	Rejalash -tish	kirish	Matrit- sasi	
N	X_0	X_1	X_2	X_3	y
1	Q1	- 1	- 1	- 1	y_1
2	Q1	Q1	- 1	- 1	y_2
3	Q1	- 1	Q1	- 1	y_3
4	Q1	Q1	Q1	- 1	y_4
5	Q1	- 1	- 1	Q1	y_5
6	Q1	Q1	- 1	Q1	y_6
7	Q1	- 1	Q1	Q1	y_7
8	Q1	Q1	Q1	Q1	y_8

$$C_{II} = \frac{1}{N}$$

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} = (X * X)^{-1} X * Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{N} & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \frac{1}{N} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \frac{1}{N} \end{bmatrix} \times$$

$$\times \begin{bmatrix} \frac{\sum x_{0i} y_i}{N} \\ \frac{\sum x_{1i} y_i}{N} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\sum x_{ki} y_i}{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum x_{0i} y_i}{N} \\ \frac{\sum x_{1i} y_i}{N} \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{\sum x_{ki} y_i}{N} \end{bmatrix}$$

Demak, regressiya tenglamasining ixtiyoriy koeffitsienti y ustunni N rejalashtirish matritsasiidagi sinovlar soniga ajratilgan mos x_j ustunga skalyar ko'paytirish orqali aniqlanadi:

$$b_j = \frac{1}{N} \sum x_{ji} y_i \quad (1)$$

2-jadvalda keltirilgan rejanidan foydalanib, birinchi regressiyaning chiziqli tenglamalar koeffitsientlarini hisoblaymiz:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 \quad (2)$$

Masalan, b_1 koeffitsient uchun ko'paytmalar yig'indisini olish lozim.

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 6 \\ 4 \\ 8 \\ 10 \\ 18 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ +6 \\ -4 \\ +8 \\ -10 \\ +18 \\ -8 \\ +12 \end{bmatrix}$$

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^8 x_{1i} y_i}{N} = \frac{20}{8} = +2.5$$

$$\sum_{i=1}^8 x_{1i} y_i = 20$$

O'xshash tarzda quyidagini olamiz:

$$b_0 = 185 \quad b_2 = -185 \quad b_3 = +3.5$$

Agar o'zaro ta'sirlashuvchi koeffitsientli regresiya tenglamasini to'liqroq ko'rinishga keltiradigan bo'lsak quyidagi ifoda hosil bo'ladi:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{123} x_1 x_2 x_3 \quad (3)$$

unda b_{12} , b_{13} , b_{23} (o'zaro ikkilik ta'sir effekti) va b_{123} (o'zaro uchlik ta'sir effekti) koeffitsientlarni aniqlash uchun matritsa (2-jadval) ni quyidagi tarzda kengaytirish lozim.

3-jadval

N	X ₀	X ₁	X ₂	X ₃	x ₁ x ₂	x ₁ x ₃	x ₂ x ₃	x ₁ x ₂ x ₃	U
1	Q1	-1	-1	-1	Q1	Q1	Q1	-1	2
2	Q1	Q1	-1	-1	-1	-1	Q1	Q1	6
3	Q1	-1	Q1	-1	Q1	Q1	Q1	Q1	4
4	Q1	Q1	Q1	-1	Q1	-1	-1	-1	8
5	Q1	-1	-1	Q1	Q1	-1	-1	Q1	10
6	Q1	Q1	-1	Q1	-1	Q1	Q1	-1	18
7	Q1	-1	Q1	Q1	-1	-1	Q1	-1	8
8	Q1	Q1	Q1	Q1	Q1	Q1	Q1	Q1	12

O‘zaro ta’sir effektlari chiziqli effektlariga o‘xshash tarzda aniqlanadi, masalan, b_{12} koeffitsient quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{bmatrix} x_1 x_2 \\ +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 6 \\ 4 \\ 8 \\ 10 \\ 18 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +2 \\ -6 \\ -4 \\ +8 \\ +10 \\ -18 \\ -8 \\ +12 \end{bmatrix}$$

$$b_{12} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_1 x_2)_i y_i}{N} = -\frac{4}{8} = -0.5$$

$$\sum_{i=1}^8 (x_1 x_2)_i y_i = -4$$

Qolgan koeffitsientlar ham xuddi shu tarzda aniqlanadi:

$$b_{13} = +0.5 \quad b_{23} = -1.5 \quad b_{123} = 0.25$$

Agar qo‘shimcha parallel tajribalar qo‘yilsa, S_{tik}^2 ni aniqlash, regressiya tenglamalari koeffitsientlarining ahamiyatligini tekshirish va erkinlik darajasi aniq bo‘lsa, tenglamaning monandligini tekshirish mumkin.

Rejalashtirilgan tajribaning korrelyatsiya matritsasi $(X^*X)^{-1}$ diagonal matritsa

$$(X^*X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1/N & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & 1/N \end{bmatrix}$$

bo‘lganligi sababli regressiya tenglamasining koeffitsientlari o‘zaro bog‘liq emas. Regressiya tenglamalarining ahamiyatligini har bir koeffitsient uchun Styudent mezoni bo‘yicha alohida tekshirish mumkin. Regressiya tenglamasi (3) dan ahamiyatsiz koeffitsientlarni chiqarib tashlash qolgan koeffitsientlarning qiymatlariga ta’sir qilmaydi. Bunda b_j koeffitsientlar tegishli β_j bosh koeffitsientlar uchun aralashmagan baholarga aylanadi:

$$b_j \rightarrow \beta_j$$

ya'ni regressiya tenglamasi koeffitsientlarining kattaliklari y kattalikdagi har bir faktorning ulushini xarakterlaydi.

Korrelyatsiya matritsasining diagonal elementlari o'zaro teng bo'lganligi sababli (2) va (3) tenglamalarning koeffitsientlari bir xil aniqlik bilan aniqlanadi:

$$S_{b_j} = \frac{S_{tik}}{\sqrt{N}} \quad (4)$$

Misol uchun, rejaning markazida uchta qo'shimcha parallel sinovlar qo'yilgan va y ning quyidagi qiymatlar topilgan: $y_1^0=8$, $y_2^0=9$, $y_3^0=8.8$. Bu yerdan:

$$\bar{y}^0 = \frac{\sum_{i=1}^3 y_i^0}{3} = 8.6 \quad S_{tik}^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (y_i^0 - \bar{y}^0)^2}{2} = 0.28$$

$$S_{tik} = 0.55 \quad S_{b_j} = \frac{0.55}{\sqrt{8}} = 0.2$$

Styudent mezonini bo'yicha koeffitsientlarning ahamiyatliligini baholaymiz:

$$t_0 = \frac{|b_0|}{S_{b_0}} = \frac{8.5}{0.2} = 42.5 \quad t_1 = \frac{|b_1|}{S_{b_1}} = \frac{2.5}{0.2} = 12.5$$

$$t_3 = \frac{|b_3|}{S_{b_3}} = 17.5$$

$$t_2 = \frac{|b_2|}{S_{b_2}} = 2.5 \quad t_{13} = \frac{|b_{13}|}{S_{b_{13}}} = 2.5$$

$$t_{12} = \frac{|b_{12}|}{S_{b_{12}}} = 2.5 \quad t_{123} = \frac{|b_{123}|}{S_{b_{123}}} = 1.25$$

$$t_{23} = \frac{|b_{23}|}{S_{b_{23}}} = 7.5$$

Ahamiyatlilik sathi $p=0.05$ va erkinlik darajasi $f=2$ uchun Styudent mezonining jadval qiymati $t_p(f)=4.3$ ga teng. Shunday qilib, b_2 , b_{12} , b_{13} va b_{123} lar ahamiyatsiz bo'lganligi uchun ular tenglamadan chiqarib tashlanadi. Ahamiyatsiz koeffitsientlar chiqarib tashlangandan keyin regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\hat{y} = 8.5 + 2.5x_1 + 3.5x_3 - 1.5x_2x_3 \quad (5)$$

Olingan tenglamani Fisher mezonini bo'yicha monandlikka tekshiramiz:

$$F = \frac{S_{qol}^2}{S_{tik}^2} \quad s = \frac{\sum_{i=1}^8 (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - L} = \frac{6}{4} = 1.5 \quad S_{tik}^2 = 0,28$$

bu yerda l - regressiya tenglamasidagi ahamiyatli koeffitsientlarning soni va u 4 ga teng. Unda: $F = \frac{1.5}{0.28} = 5.3$.

$p=0,05$, $f_1=4$, $f_2=2$ uchun Fisher mezonining jadval qiymati quyidagiga teng:

$$F_P(f_1 f_2) = 19.3 \quad F(F_P(f_1 f_2))$$

Demak, (5) tenglama tajribani monand tavsiflaydi.

Misol 2. Natriy sulfatning eruvchanligi y ni harorat x ga bog'liqligini aniqlash lozim. Tanlanma hajmi $N=9$. Tajriba ma'lumotlari 1- jadvalda keltirilgan.

1-jadval

x(OS)	0	10	20	30	40	50	60	70	80
u(%)	33,5	37,0	41,2	46,1	50,0	52,0	56,3	64,3	69,9

Yechim. Regressiya tenglamasini $\hat{y}=b_0+b_1x$ ko'rinishda yozamiz.

$$b_1 = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N y_i}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}$$

b_0 ni quyidagi formula bo'yicha aniqlash qulay:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

Buning uchun tajriba ma'lumotlari va hisob natijalarini 2-jadval ko'rinishida keltiramiz.

2-jadvalning oxirgi ikki ustuni

$$\sum_{i=1}^N (x_i + y_i)^2 = \sum_{i=1}^N x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^N x_i y_i + \sum_{i=1}^N y_i^2$$

formula bo'yicha faqat hisoblarni tekshirish uchun ishlatiladi.

Bizning misolda: $87705,05 = 20400 + 20723 + 23859,05$ ya'ni hisoblar to'g'ri bajarilgan.

b_0 va b_1 larni aniqlash uchun 1-jadvalda olingan yig'indilardan foydalanamiz:

$$b_1 = \frac{9 \cdot 20723 - 360 \cdot 451,7}{9 \cdot 20400 - 360^2} = 0,44$$

$$b_0 = \frac{451,7 - 0,44 \cdot 360}{9} = \frac{293,3}{9} = 32,6$$

2-jadval

N	x	y	x^2	xy	y^2	x + y	$(x + y)^2$
1	0	33,5	0	0	1122,22	33,5	1122,25
2	10	37,0	100	370	1369,00	47,0	2209,00
3	20	41,2	400	824	1697,44	61,2	3745,44
4	30	46,1	900	1383	2125,21	76,1	5791,24
5	40	50,0	1000	2 000	2500,00	90,0	8100,00
6	50	52,8	2 500	2 645	2798,10	102,9	10588,41
7	60	50,8	3 600	3 408	2226,24	116,8	13642,24
8	70	64,3	4 900	4 501	4134,49	134,3	18036,49
9	80	69,9	6 400	5 592	4886,01	149,9	22470,01
360	451,7	20400	20723	23859,05		85705,05	

$$r^* = \frac{b_1 s_x}{s_y} = b_1 \sqrt{\frac{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2}{N \sum_{i=1}^N y_i^2 - (\sum_{i=1}^N y_i)^2}}$$

formula

bo'yicha

korrelyatsiyaning tanlangan koeffitsientlarini aniqlaymiz:

$$r^* = 0,44 \sqrt{\frac{9 \cdot 20400 - 360^2}{9 \cdot 23859,05 - 451,7^2}} = 0,44 \sqrt{\frac{54000}{10699}} = 0,99$$

Korrelyatsiya koeffitsientining kattaligi birga juda yaqin, demak, y va x o'rtasidagi bog'liqlik amaliy jihatdan chiziqli hisoblanadi va quyidagi ko'rinishga ega: $\hat{y} = 32,6 + 0,44x$

Misol 3. Quyidagi faktorlarga bog'liq bo'lgan ishlov eritmalaridan sulfat kislotalari ajratib olish darajasining bog'liqligi y ni olish lozim: x_1 - dastlabki eritmadagi H_2SO_4 ning konsentratsiyasi; x_2 - temir uch oksidi sulfatining konsentratsiyasi; x_3 - spirt-kislotalarning hajmiy nisbati. Boshlang'ich statistik material bo'lib passiv tajribadagi 105 ta o'lchashlarda olingan tanlanma hajmi N xizmat qiladi.

Yechim. Dastlabki sinovlardan ma'lumki, tadqiqot sohasidagi tanlangan faktorlar va sulfat kislotani ajratib olish darajasi o'rtasidagi bog'liqlik chiziqli xarakterga ega. Shulardan kenlib chiqib, bu bog'liqlikni ko'plik korrelyatsiya usuli bilan quyidagi chiziqli regresiya tenglamasi ko'rinishida yozamiz:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$$

$$y_i^0 = \frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \quad x_{ji}^0 = \frac{x_{ji} - \bar{x}_j}{s_{xj}}$$

formulalar bo'yicha tajribaning barcha natijalarini standart masshtabga o'tkazamiz. Keyin,

$$\left. \begin{aligned} r_{y^0x_j^0}^* &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N y_i^0 x_{ji}^0 \\ r_{x_l^0x_m^0}^* &= \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N x_{li}^0 x_{mi}^0 \end{aligned} \right\}$$

$l > m$ formula bo'yicha regressiyaning tanlangan koeffitsientlarini aniqlaymiz:

$$\begin{aligned} r_{yx_1}^* &= 0.212 & r_{x_1x_2}^* &= -0.417 \\ r_{yx_2}^* &= 0.043 & r_{x_1x_3}^* &= -0.128 \\ r_{yx_3}^* &= 0.903 & r_{x_2x_3}^* &= 0.046 \end{aligned}$$

Korrelyatsiya koeffitsientlarning olingan qiymatlarini quyidagi tenglamalar tizimiga qo'yamiz. Natijada quyidagini olamiz:

$$\left. \begin{aligned} a_1 - 0.417a_2 - 0.128a_3 &= 0.212 \\ -0.417a_1 + a_2 + 0.046a_3 &= 0.043 \\ -0.128a_1 + 0.046a_2 + a_3 &= 0.903 \end{aligned} \right\}$$

tenglamalar tizimini yechib, $a_1 = 0.397$; $a_2 = 0.166$; $a_3 = 0.903$ larni topamiz. standart masshtabda regresiya tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\hat{y}^0 = 0.397x_1^0 + 0.166x_2^0 + 0.903x_3^0$$

Natural masshtabga o'tamiz:

$$\hat{y} = -26.5 + 1.987x_1 + 1.17x_2 + 14.14x_3$$

Olingan tenglamani Fisher mezoni bo'yicha monandlikka tekshiramiz:

$$F = \frac{S_{qol}^2}{S_{tik}^2}$$

Berilgan uch parallel sinovlar bo'yicha qayta tiklanish dispersiyasini aniqlaymiz:

$$S_{tik}^2 = \frac{\sum_{i=1}^3 (y_i - \bar{y})^2}{2} = 3.82$$

bu yerda $\bar{y}$ - parallel sinovlar bo'yicha o'rtacha qiymat.

S_{tik}^2 ning erkinlik darajasi soni 2 ga teng. Quyidagi formula bo'yicha qoldiq dispersiyani aniqlaymiz:

$$s_{qol}^2 = \frac{m \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y}_i)^2}{N - l} ; s_{qol}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{105} (y_i - \hat{y}_i)^2}{105 - 4} = 36.03$$

S_{qol}^2 ning erkinlik darajasi soni 101 ga, F - nisbat esa 9,4 ga teng. Ahamiyatlilik $p=0,05$, erkinlik darajalari sonlari $f=101$ va $f=2$ uchun Fisher mezonining jadval qiymati $F_p(f_1, f_2)=19,5$ ni tashkil etadi. Demak, olingan regressiya tenglamasi tajribaga monand.

Misol 3. Quvurli polietilen reaktorining unumdorligi y ni jarayonning parametrlariga bog'liqligini olish lozim (1-rasm).

Reaktoring unumdorligi y ga ta'sir etuvchi parametrlar sifatida quyidagilarni tanlaymiz: x_1 - reaktordagi bosim; x_2 - reaktordagi harorat; x_3 - reaksiyaga kirishuvchi aralashmadagi O_2 ning konsentratsiyasi; x_4 - reaktorga beriladigan gazning miqdori.

Me'yoriy ish rejimida o'rganilayotgan ob'ektdan olingan 200 ta o'lchashlardagi tanlanma hajmi boshlang'ich statistik material bo'lib xizmat qiladi.

Yechim. Regressiya tenglamasiga muvofiq, reaktor unumdorligining tanlangan faktorlarga bog'liqligini quyidagi ko'rinishda keltiramiz va $f(x)$ noma'lum funksiya hamda a koeffitsientni Brandon usuli bo'yicha aniqlaymiz:

$$\hat{y} = af_1(x_1)f_2(x_2)f_3(x_3)f_4(x_4)$$

Berilgan tajriba ma'lumotlari bo'yicha avval, unumdorlik y ni bosim x_1 ga bog'liqligini tuzamiz. Empirik regressiya chizig'i

funksiya $f_1(x_1)$ ni ikkinchi tartibli parabola ko'rinishida qidirish maqsadga muvofiqligini ko'rsatadi:

$$f_1(x_1) = b_0 + b_1x_1 + b_{11}x_1^2$$

Eng kichik kvadratlar usuli bo'yicha koeffitsientlar aniqlagandan so'ng

$$\left. \begin{aligned} b_0N + b_1 \sum x_i + b_{11} \sum x_i^2 &= \sum y_i \\ b_0 \sum x_i + b_1 \sum x_i^2 + b_{11} \sum x_i^3 &= \sum x_i y_i \end{aligned} \right\}$$

Quyidagi ifodani hosil qilamiz: $f_1(x_1) = -211 + 0.33x_1 - 1.16 \cdot 10^{-4}x_1^2$

Keyin formula bo'yicha tanlanma kattaligini hisoblab, korrelyatsiya maydoni va empirik regressiya chizig'i y_1-x_2 ni quramiz (1-rasm, b).

O'xshash tarzda, qolgan ikki faktorlar uchun hisoblash va qurishni amalga oshirib (1-rasm, a, g), qo'shimcha ravishda reaktor unumdorligi rejimning tanlangan ko'rsatkichlariga bog'liqligini olamiz:

$$\hat{y} = 1.02(-211 + 0.33x_1 - 1.16 \cdot 10^{-4}x_1^2) \times \\ \times (0.013x_2 - 1.46)(0.0077x_3 + 0.42)(0.00127x_4 + 0.747)$$

Misol 4. Sulfat va fosfor kislotalar aralashmalarida boratlarni parchalanishining maksimal darajasiga erishish shartini aniqlash lozim. Parchalanish darajasi y ga ta'sir qiluvchi faktorlar sifatida quyidagilarni tanlaymiz: z_1 - reaksiya harorati, °C; z_2 - reaksiya davomiyligi, min; z_3 - fosfor kislotalarning me'yori, %; z_4 - fosfor kislotalarning konsentratsiyasi, % P_2O_5 .

Faktorlarni variatsiyalashning asosiy sathlari va oraliqlari 1-jadvalda keltirilgan.

Yechim. Dastlabki sinovlardan ma'lumki, jarayon amalga oshirishining maksimallik sharti parametrlar o'zgarishining o'rganilayotgan sohasi ichida yotadi (3-jadval). Shulardan kelib chiqib, regressiya tenglamasini olish uchun ikkinchi tartibli ortogonal rejadan foydalanamiz. $k=4$ bo'lganda rejalashtirish matritsasidagi sinovlar soni 25 ga teng.

Yulduzli elka kattaligi $a = 1,41$.

1-jadval

	z_1	z_2	z_3	z_4
z_j^0	55	37.5	80	32.8
Δz_j	25	22.5	20	18.8

Qayta tiklanish dispersiyasini reja markazida qo'shimcha to'rtta sinovlar bo'yicha aniqlaymiz:

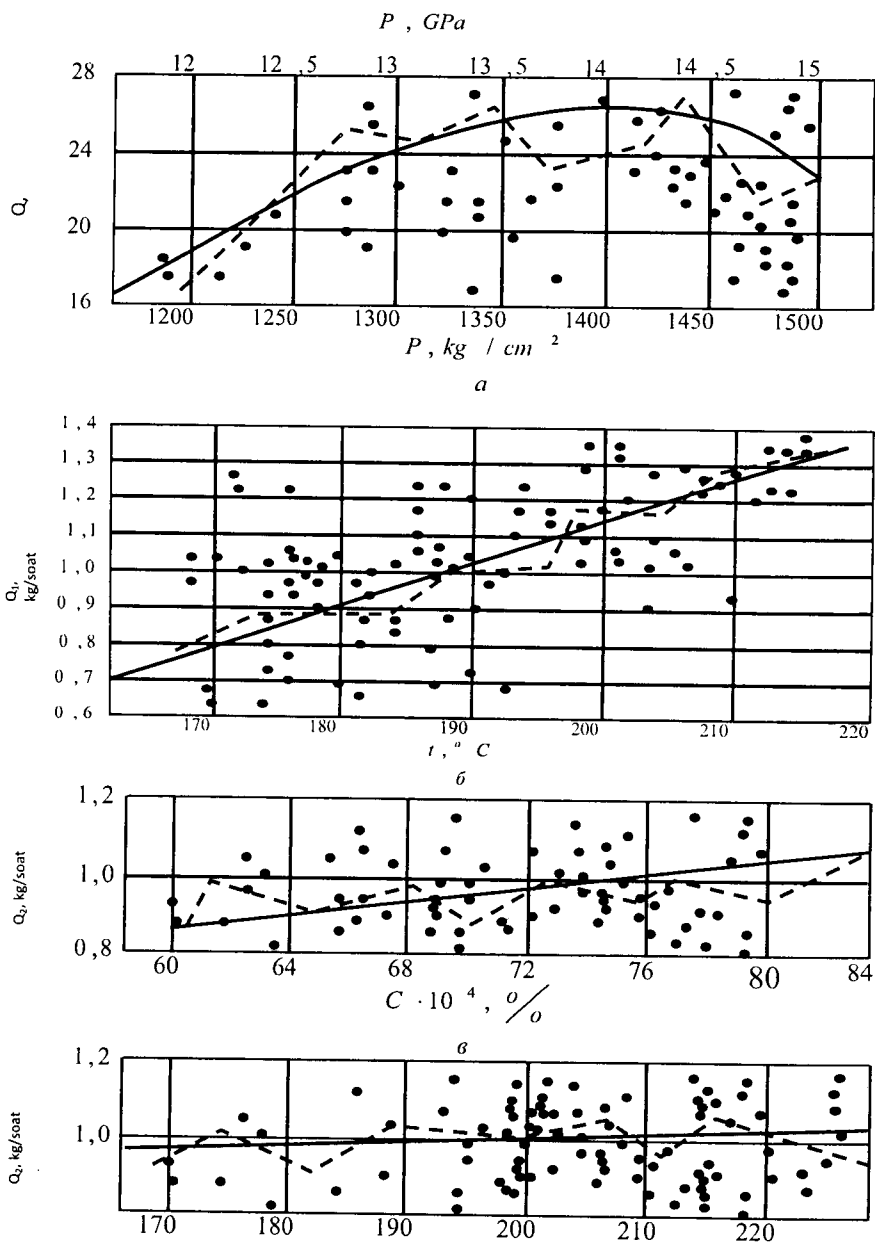
$$y_1^0 = 61.8\%, y_2^0 = 59.3\%, y_3^0 = 58.7\%, y_4^0 = 69\%$$

$$\bar{y}^0 = \frac{\sum_{i=1}^4 y_i^0}{4} = 60.95 \quad s_{tik}^2 = \frac{\sum (y_i^0 - \bar{y}^0)^2}{3} = 5.95$$

Qayta tiklanish dispersiyasining erkinlik darajalari soni $f=4-l=3$.

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^N x_{ji} y_i}{\sum_{i=1}^N x_{ji}^2} \quad \text{va} \quad s_{b_j}^2 = \frac{s_{tik}^2}{\sum_{i=1}^N x_{ij}^2} \quad \text{formulalar bo'yicha regressiya}$$

tenglamasining ikkinchi tartibli koeffitsientlari va koeffitsientlarning xatoliklarini hisoblaymiz.



$$\begin{array}{lll}
b_0 = 61.54 & S_{b_{uj}} = \sqrt{S_{b_{uj}}^2} = 0.61 & b_{14} = 1.2 \\
b_1 = 17.37 & S_{b_{jj}} = \sqrt{S_{b_{jj}}^2} = 0.864 & b_{23} = 0.56 \\
b_2 = 6.4 & b_{34} = 1.9 & b_{24} = 0.79 \\
b_3 = 4.7 & b_{44} = -5.34 & b_{11} = 4.5 \\
b_4 = -4.37 & b_{12} = 2.18 & b_{22} = 1.3 \\
S_{b_j} = \sqrt{S_{b_j}^2} = 0.545 & b_{13} = 0.2 & b_{33} = 4.09
\end{array}$$

Styudent mezonni bo'yicha koeffitsientlarning ahamiyatliligini tekshiramiz.

$$\begin{array}{lll}
t_1 = \frac{17.37}{0.545} = 31.9 & t_{11} = \frac{4.5}{0.864} = 5.2 & t_{13} = \frac{0.2}{0.61} = 3.18 \\
t_2 = \frac{6.4}{0.545} = 11.7 & t_{22} = \frac{1.3}{0.864} = 1.5 & t_{14} = \frac{1.2}{0.61} = 1.97 \\
t_3 = \frac{4.70}{0.545} = 8.64 & t_{33} = \frac{4.09}{0.864} = 4.73 & t_{23} = \frac{0.56}{0.61} = 0.91 \\
t_4 = \frac{4.37}{0.545} = 8.64 & t_{44} = \frac{5.34}{0.864} = 6.22 & t_{24} = \frac{0.76}{0.61} = 1.25 \\
& t_{12} = \frac{2.18}{0.61} = 3.57 & t_{34} = \frac{1.9}{0.61} = 0.318
\end{array}$$

Ahamiyatlilik sathi $p=0.05$ va erkinlik darajasi soni $f=3$ uchun Styudent mezonining jadval qiymati $t_p(f)=3.18$.

Ahamiyatsiz koeffitsientlarni tashlab yuborgandan so'ng o'lcamsiz ko'rinishdagi regressiya tenglamasini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned}
\hat{y} = & 61.54 + 17.37x_1 + 6.4x_2 + 4.7x_3 - 4.37x_4 + \\
& + 2.18x_1x_2 + 1.9x_2x_3 + 4.5(x_1^2 - 0.8) + 4.09(x_3^2 - 0.8) - \\
& - 5.34(x_4^2 - 0.8) = 58.9 + 17.37x_1 + 6.4x_2 + 4.7x_3 - \\
& - 4.37x_4 + 2.18x_1x_2 + 1.9x_3x_4 + 4.5x_1^2 + 4.09x_3^2 - 5.34x_4^2
\end{aligned}$$

Olingan tenlamani monandlikka tekshirish uchun qoldiq dispersiyani hisoblaymiz:

$$s_{qol}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - L} = \frac{396.2}{25 - 10} = 26.4$$

F - nisbat:

$$F = \frac{S_{qol}^2}{S_{tik}^2} = \frac{26,4}{5,95} = 4,4$$

Ahamiyatlilik sathi $p=0,05$ va erkinlik darajalari sonlari $f_1=15$, $f_2=3$ uchun Fisher mezonining jadval qiymati 8,6 ga teng va $F < F_p(f_1, f_2)$. Demak, olingan tenglama tajribaga monand.

Regressiya tenglamasi natural masshtabda ($x_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}$ ga qarang) quyidagi ko'rinishni qabul qiladi:

$$\hat{y} = 90,64 - 0,242z_1 - 0,07z_3 + 0,35z_4 + 0,00388z_1z_2 + 0,00506z_3z_4 + 0,0072z_1^2 + 0,0102z_3^2 - 0,015z_4^2$$

$\hat{y}=100\%$ ga mos keluvchi shartni regressiya tenglamasi bo'yicha Gauss-Zeydel usuli bilan aniqlaymiz: $z_1=90^\circ\text{C}$, $z_2=50\text{ min}$, $z_3=32,5$.

Olingan optimal shartlar nazorat sinovlarida o'rnatilgan. Parchalanish uchun konsentratsiyasi 30,3 % bo'lgan fosforli kislota qo'llanilganda Boratlarning parchalanish darajasi 98,5 % ni, konsentratsiyasi 29,0 % bo'lgan ekstraktsiyali kislota qo'llanganda esa 98,9 % ni tashkil qiladi.

Misol 5. Ekstraksiyalı fosfor kislota tarkibidagi aralashmalarning fosforit flotokonsentratining parchalanishi (y) ga ta'sirini o'rnatish va parchalanishni maksimal darajasini olish shartini aniqlash talab qilinsin. Parchalanish darajasiga ta'sir qiluvchi faktorlar sifatida quyidagilarni tanlaymiz: z_1 -jarayonning harorati, z_2 - z_5 - MgO , SO_3 , Al_2O_3 va F larga mos keluvchi fosforli kislotaning konsentratsiyasi,% massa.

Variatsiyalashning asosiy sathi, oralig'i va tadqiqot sohasining chegaralari 1-jadvalda keltirilgan.

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
z_j^0	50	2.1	2.0	1.3	0.75
Δz_j	20	0.9	1.0	3.37	0.25
+2	90	3.9	4.0	2.07	1.25
-2	10	0.9	0.0	0.59	0.25

Mustaqil faktorlarning o'zgarish sohasi sanoat ekstraksiyalı kislotas aralashmalari konsentratsiyalarining o'zgarish diapazoniga mos keladi. Shuning uchun ham $y_{\max}$ ni aniqlashda 1-jadvalda ko'rsatilgan chegaralar uchun ekstrapolyatsiyalash mazmunga ega emas.

Yechim. Regressiya tenglamasini aniqlash uchun ikkinchi tartibli rotatabel rejadani foydalanamiz (1-jadval).

$f=5$ uchun rejalashtirish matritsasining sinovlar soni 32 ga teng. Reja yadrosi o'zida $x_5=x_1x_2x_3x_4$ bosh munosabatli 2^{5-1} yarim replikani namoyon qiladi. Yulduzli elka kattaligi $\alpha=2$ va $n_0=6$ ni aniqlaymiz.

2-jadval

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	Y
1	+1	+1	+1	+1	+1	34,7
2	-1	+1	+1	+1	-1	40,0
3	+1	-1	+1	+1	-1	39,0
4	-1	-1	+1	+1	+1	39,2
5	+1	+1	-1	+1	-1	26,6
6	-1	+1	-1	+1	+1	29,5
7	+1	-1	-1	+1	+1	30,0
8	-1	-1	-1	+1	-1	34,5
9	+1	+1	+1	-1	-1	32,2
10	-1	+1	+1	-1	+1	41,4
11	+1	-1	+1	-1	+1	33,7
12	-1	-1	+1	-1	-1	40,9
13	+1	-1	-1	-1	+1	23,9
14	-1	+1	-1	-1	-1	33,3
15	+1	-1	-1	-1	-1	27,7
16	-1	-1	-1	-1	+1	35,9
17	-2	0	0	0	0	25
18	+2	0	0	0	0	33,3
19	0	-2	0	0	0	49,2
20	0	+2	0	0	0	42,0
21	0	0	-2	0	0	17,5
22	0	0	+2	0	0	41,0
23	0	0	0	-2	0	35,6

24	0	0	0	+2	0	27,2
25	0	0	0	0	-2	39,0
26	0	0	0	0	+2	33,0
27	0	0	0	0	0	35,4
28	0	0	0	0	0	35,4
29	0	0	0	0	0	33,2
30	0	0	0	0	0	32,4
31	0	0	0	0	0	37,7
32	0	0	0	0	0	36,9

Reja markazidagi tajriba bo'yicha qayta tiklanish dispersiyasini $f=n_0-1=5$ erkinlik darajasi soni bilan aniqlaymiz:

$$s_{tik}^2 = 4.466$$

2- jadval ma'lumotlari bo'yicha regressiya tenglamasining ikkinchi tartibli koeffitsientlari va ularning xatoliklarini hisoblaymiz:

$$\begin{array}{lll}
 b_0 = 34.4 & b_{33} = -1.47 & b_{24} = -0.198 \\
 b_1 = 1.07794 & b_{44} = -.93 & b_{25} = 0.403 \\
 b_2 = -0.146 & b_{55} = -0.15 & b_{34} = 0.401 \\
 b_3 = 4.5098 & b_{12} = 0.147 & b_{35} = 0.256 \\
 b_4 = -0.542 & b_{13} = 0.256 & b_{45} = 0.93 \\
 b_5 = -1.3 & b_{14} = 1.61 & S_{b_j} = \sqrt{S_{b_j}^2} = 0.43 \\
 b_6 = -1.5 & b_{15} = 0.0534 & S_{b_{uj}} = \sqrt{S_{b_{uj}}^2} = 0.53 \\
 b_{22} = 2.66 & b_{23} = 0.736 & S_{b_{jj}} = \sqrt{S_{b_{jj}}^2} = 0.394
 \end{array}$$

Koeffitsientlarning ahamiyatliligini Styudent mezoni bo'yicha tekshiramiz ($t_j = \frac{|b_j|}{s_{b_j}}$ formulaga qarang):

$$\begin{array}{ll}
 t_1 = \frac{1.07}{0.43} = 2.48 & t_{12} = \frac{0.147}{0.53} = 0.278 \\
 t_2 = \frac{0.146}{0.43} = 0.44 & t_{13} = \frac{0.256}{0.53} = 0.483 \\
 t_3 = \frac{4.51}{0.43} = 10.4 & t_{14} = \frac{1.61}{0.53} = 3.04 \\
 t_5 = \frac{1.3}{0.43} = 3.02 & t_{15} = \frac{0.0534}{0.53} = 0.1 \\
 t_{11} = \frac{1.5}{0.394} = 3.82 & t_{23} = \frac{0.736}{0.53} = 0.1375 \\
 t_{22} = \frac{2.66}{0.394} = 6.75 & t_{24} = \frac{0.198}{0.53} = 0.374 \\
 t_{33} = \frac{1.47}{0.394} = 3.73 & t_{25} = \frac{0.403}{0.53} = 0.762 \\
 t_{44} = \frac{0.93}{0.394} = 2.36 & t_{34} = \frac{0.401}{0.53} = 0.758 \\
 t_{55} = \frac{0.15}{0.394} = 0.38 & t_{45} = \frac{0.93}{0.53} = 1.75
 \end{array}$$

Ahamiyatlilik sathi $p=0,05$ va erkinlik darajalari soni $f=5$ uchun Styudent mezonining jadval qiymati $t_p(f)=2.57$ ga teng.

Ahamiyatsiz koeffitsientlarni tashlab yuborgandan so'ng, jadval qiymatdan kichik bo'lgan t nisbat uchun o'lchamsiz ko'rinishdagi quyidagi regressiya tenglamasini olamiz:

$$\hat{y} = 35.4 + 4.51x_3 - 1.3x_5 - 1.5x_1^2 + 2.66x_2^2 - 1.47x_3^2 + 1.61x_1x_4$$

Fisher mezoni bo'yicha tenglamani teshirish, uning tajribaga monandligini ko'rsatadi:

$$s_{tik}^2 = 4,466 \quad S_{qol}^2 = 15.35 \quad F = 3.43 \quad F_{P=0.05}(25.5) = 4.5$$

Natural masshtabdagi tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$\hat{y} = 44.04 + 0.086z_1 - 13.8z_2 + 10.39z_3 - 10.9z_4 - 5.2z_5 - \\ - 0.00375z_1^2 + 3.28z_2^2 - 1.4z_3^2 + 0.217z_1z_4$$

Olingan tenglama turli haroratlarda berilgan xom ashyoning parchalanish darajasining kislotadagi aralashmalar tarkibining o'zgarishiga bog'liqligini aniqlash imkonini beradi. Parchalanishning maksimal darajasi y_{max} ga erishish shartini aniqlash uchun o'zgaruvchilarning qiymatlarini o'zgarmas $x_2=+2$ va $x_5=-2$ deb qabul qilamiz.

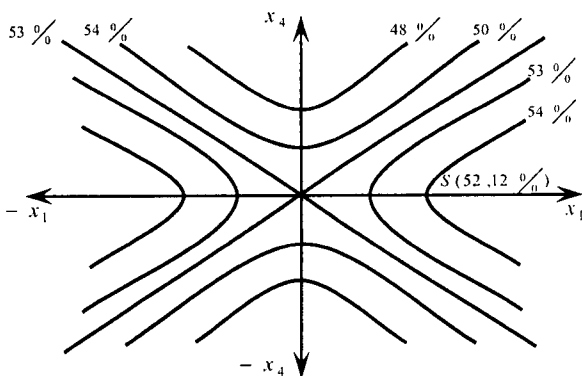
Fosfor kislotadagi SO_3 aralashma konsentratsiyasiga bo'lgan ta'sir, bu aralashmalarining optimal tashkil etuvchilarining musbat chiziqli va manfiy kvadratik tenglamalarida keltirilgan bo'lib, 1,533 % ga teng va uni x_3 bo'yicha y ekstremum qiymat shartidan aniqlaymiz. x_2, x_3 va x_5 faktorlarning ushbu qiymatlarida regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishni oladi:

$$\hat{y} = 52.12 - 1.5x_1^2 + 1.61x_1x_4$$

Harorat x_1 ning optimal qiymatlari Al_2SO_3 aralashmaning konsentratsiyasini aniqlash uchun oxirgi tenglama kanonik ko'rinishga keltiriladi:

$$\hat{y} = 52.12 = 0.35X_1^2 - 1.85X_4^2$$

bu yerda 52,12 - S yuza markazidagi parchalanish darajasi.



3-rasm. Javob yuzasi - giperbolik paraboloid.

Javob tekisligi yuzasining kesimlarida $y=const$ -giperbola (3-rasm); markazda –minimaks X dan x^{4S} ga o'tish formulasi:

$$x_1 = (X + x_{1s}) \cos \varphi - (X_4 + x_{4s}) \sin \varphi$$

$$x_2 = (X_1 + x_{1s}) \sin \varphi + (X_4 + x_{4s}) \cos \varphi$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{b_{14}}{b_{11} - b_{44}}$$

Maksimal parchalanish darajasini aniqlash uchun X_4 ni nol deb qabul qilib, X_1 (kanonik shakli musbat koeffitsient) o'q bo'yicha minimaksdan chiqamiz:

$$X_1 = \pm \sqrt{\frac{\hat{y} - 52.12}{0.35}} \quad X_4 = 0$$

y ni oshirib, bunda $x_1=x_4 \leq 2$ shart bajarilishini tekshiramiz. 53,5 % ($x_1=\pm 1,82$; $x_4=\pm 0,795$) ga teng parchalanish darajasining maksimal kattaligi olindi. y kattalik 54 % gacha oshirilganda qiymat $x_1 > 2$ bo'ladi. Olingan ($x_1=+1,82$; $x_2=+2$; $x_3=+1,533$; $x_4=+0,795$; $x_5=-2$) va ($x_1=-1,82$; $x_2=-2$; $x_3=1,533$; $x_4=-0,795$; $x_5=-2$) optimal shartlarda nazorat sinovlari o'tkazilgan. Bunda, parchalanish darajasi mos ravishda 55,8 % va 53,7 % larni tashkil qiladi. Demak, hisobiy ($\hat{y}=53,5\%$) va sinov ma'lumoti ($\bar{y}=54,7\%$) lar orasidagi ayirma (farq) tajriba xatoligi $S_y=\sqrt{4.466}=2.1$ chegarasida yotadi.

Misol 6. Suv-spirt eritmasida $A+B+C \rightarrow$ sxema bo'yicha amalga oshuvchi reaksiya o'rganilgan. Mahsulot $D(y)$ ning sifati va miqdoriga quyidagi faktorlar ta'sir ko'rsatadi: z_1 - reaksiya vaqti, soat; z_2 - eritmada spirtning miqdori, mol.ulush; z_3 - S moddaning konsentratsiyasi, mol.ulush; z_4 - D moddaning konsentratsiyasi, mol.ulush; z_5 - (B/A) . Faktorlarning asosiy sathi va variatsiyalash intervallari 3-jadvalda keltirilgan.

3-jadval

	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5
z_i^0	2.0	0.65	0.10	0.25	1.20
Δz_i	0.20	0.15	0.025	0.5	0.20

Mahsulotning maksimal miqdorini $D(y_{max})$ olish shartini aniqlash talab qilinadi.

Echim. Rejalashtirishning simpleks usulidan foydalanamiz. $K=5$ uchun X matritsadan

$$X = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.289 & 0.204 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ -0.5 & 0.289 & 0.204 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & -0.578 & 0.204 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & 0 & -0.612 & 0.158 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & 0 & 0 & -0.632 & 0.129 & 0.109 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.645 & 0.109 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.655 \end{bmatrix} \text{ matritsaga qarang}$$

beshta ustun va olti qator ($N=k+1$) dan tuzilgan ostmatritsani ajratamiz. Kodlashning $x_j = \frac{z_j - z_j^0}{\Delta z_j}$ formulasidan foydalanib quyidagilarni olamiz:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{z_1 - 2.0}{0.20} & x_3 &= \frac{z_3 - 0.10}{0.10} \\ x_2 &= \frac{z_2 - 0.65}{0.15} & x_4 &= \frac{z_4 - 0.25}{0.05} & x_5 &= \frac{z_5 - 1.20}{0.20} \end{aligned}$$

Unda boshlang'ich simpleks matritsasi natural masshtabda quyidagi 4-jadval ko'rinishiga ega:

4-jadval

N	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	y
1	2,10	0,693	0,105	0,258	1,225	0,760
2	1,90	0,693	0,105	0,258	1,225	0,491
3	2,00	0,564	0,105	0,258	1,225	0,513
4	2,00	0,650	0,085	0,258	1,225	0,675
5	2,00	0,650	0,100	0,218	1,225	0,693
6	2,00	0,650	0,100	0,250	1,075	0,666

Jadvaldan 2-sinovning eng yomonligi kelib chiqadi. 2-nuqtani uning kuzguli aksi bo'lgan 7-nuqtaga almashtiramiz. Yangi nuqtalarning koordinitalarini aniqlash zarur. Avval 1,3,4,5,6 nuqtalar bilan ifodalanuvchi 5 nuqtalar - qizdirish markazining koordinatasini topamiz:

$$\begin{aligned} z_1^{(c)} &= \frac{4 \cdot 2.00 + 2.1}{5} = 2.02 & z_2^{(c)} &= \frac{3 \cdot 0.65 + 0.504 + 0.693}{5} = 0.641 \\ z_3^{(c)} &= \frac{2 \cdot 0.105 + 0.0805 + 0.100}{5} = 0.099 & z_4^{(c)} &= \frac{3 \cdot 0.258 + 0.218 + 0.250}{5} = 0.298 \\ z_5^{(c)} &= \frac{4 \cdot 1.225 + 1.075}{5} = 1.195 \end{aligned}$$

Unda yettinchi nuqtaning koordinitalari quyidagicha ifodalanadi:

$$z_1^{(7)} = 2 \cdot 2.02 - 1.90 = 2.14$$

$$z_2^{(7)} = 2 \cdot 0.641 - 0.693 = 0.589$$

$$z_3^{(7)} = 2 \cdot 0.099 - 0.105 = 0.093$$

$$z_4^{(7)} = 2 \cdot 0.248 - 0.258 = 0.238$$

$$z_5^{(7)} = 2 \cdot 1.195 - 1.225 = 1.165$$

Yangi, yettinchi nuqta qolganlari bilan 134567 simpleksni hosil qiladi (5-jadval).

5-jadval

N	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	y
1	2,10	0,693	0,105	0,278	1,225	0,760
3	2,00	0,569	0,105	0,258	1,225	0,513
4	2,00	0,650	0,085	0,258	1,225	0,675
5	2,00	0,650	0,100	0,218	1,225	0,693
6	2,00	0,650	0,100	0,250	1,075	0,666

7-nuqtada sinov o'tkazilgandan so'ng 134567 simpleksning eng yomon nuqtasi 3-nuqta bo'lib qoldi. Uning 14567 qirralarga nisbatan akslanishi keyingi sinov shartini beradi va h.k. Yettinchi sinov o'tkazilgandan so'ng yana bitta z_6 faktor - aralashtirgichlarning aylanishlar soni ham qo'shiladi. Haligacha z_6 faktor doimiy sath $z_6^0=800 \text{ min}^{-1}$ da ushlab turiladi. Unda sakkizinchi nuqtaning koordinatasi o'lchamsiz ko'rinishda quyidagicha bo'ladi:

$$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_{k+1}^{(0)} + h_{k+1}$$

Variatsiyalash birligi uchun $\Delta z_6=100 \text{ min}^{-1}$, asosiy sath uchun $z_6^0=800 \text{ min}^{-1}$ qabul qilinadi. Unda z_6 uchun kodlash formulasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$x_6 = \frac{z_6 - 800}{100} \quad x_6^{(0)} = 0$$

Olti o'lchamli simpleksning balandligini $h_j = \frac{j+1}{\sqrt{2j(j+1)}}$ formula

bo'yicha olamiz: $h_6 = 0.764$

№ 8 sinov uchun parametrlarning qiymatlarini aniqlaymiz. Birinchi $z_1^{(0)} = z_1^{(8)} = \frac{2.10+4 \cdot 2.0+2.14}{6} = 2.04$ $z_2^{(0)} = z_2^{(8)} = 0.63$ $z_3^{(0)} = z_3^{(8)} = 0.098$ $z_4^{(0)} = z_4^{(8)} = 0.247$ $z_5^{(0)} = z_5^{(8)} = 1.19$ $z_6^{(0)} = z_6^{(8)} = 8.77$

Beshta parametrning qiymatlari besh o'lchamli 134567 simpleks og'irlik markazining koordinatalarini aks ettiradi (5-jadvalga qarang): № 8 sinov 1, 3, 4, 5, 6, 7 nuqtalar bilan birgalikda olti o'lchamli 134567 simpleksni hosil qiladi (6-jadval).

6-jadval

N	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	y
1	2.10	0,693	0,105	0,258	1,225	800	0,760
3	2,00	0,564	0,105	0,258	1,225	800	0,513
4	2,00	0,650	0,085	0,258	1,225	800	0,675
5	2,00	0,650	0,100	0,25888	1,225	800	0,693
6	2,00	0,650	0,100	0,250	1,225	800	0,666
7	2,14	0,589	0,083	0,238	1,165	800	0,810
8	2,04	0,633	0,098	0,247	1,190	877	

Sakkizinchi sinov amalga oshirilgandan so'ng, natijalar tahlili va oltita faktorlarni inobatga olib aks ettirish jarayonini qaytadan o'tkazish lozim.

O‘z-o‘zini tekshirish uchun savollar

1. Kimyoviy jarayonlarning empirik matematik modellarini qurish uchun regression tahlil metodologiyasini tavsiflang.

2. Empirik modellarning chiziqli va nochiziqli turlari qanday tanlanadi?

3. Javob funksiyasi va faktorlar nima?

4. Parametrlari bo‘yicha nochiziqli modellar uchun regressiya koeffitsientlari qanday aniqlanadi?

5. Tajriba ma’lumotlarini approksimatsiyalash mezonini tanlash protsedurasi va umumiy hollar uchun parametrlari bo‘yicha chiziqli modellar uchun regressiya koeffitsientlarini aniqlash masalasini eng kichik kvadratlar usuli bilan echishni tavsiflang.

6. Mustaqil o‘zgaruvchili matritsalar; axborot matritsalar; kovariatsiya (korrelyatsiya) matritsalarining vazifalari nimalardan iborat?

7. t-Styudent mezonidan foydalanib, regressiya koeffitsientlarining ahamiyatligi qanday aniqlanadi?

8. Dispersiyaviy-kovariatsiya matritsasi qanday quriladi va passiv tajribada uning elementlari qanday hisoblanadi?

9. Qoldiq dispersiya va qayta tiklanish dispersiyalari nima?

10. Passiv tajribada ahamiyatsiz koeffitsientlarni saralash protsedurasini tavsiflang.

11. Modellarning monandligi qanday o‘rnatiladi?

12. Holat monandligi va xulq (xarakter) monandligi nima?

13. Qoldiq dispersiya, qayta tiklanish dispersiyasi va javob funksiyasining haqiqiy qiymatlari dispersiyalarining dispersiyaviy tahlili qanday va nima maqsadda amalga oshiriladi?

14. Regressiya tenglamasining monandligi qanday o‘rnatiladi?

15. Parallel sinovlar bo‘lmagandagi regressiya tenglamasining monandligi qanday o‘rnatiladi?

16. Regressiya koeffitsientlarining qo‘shma ishonchli sohasini qurish protsedurasi qanday?

17. Modellar monandligini tekshirish pozitsiyasiga ega regressiya koeffitsientlarining qo‘shma ishonchli sohasini o‘lcham va shakllari tahlilini nima beradi?

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Юсупбеков Н.Р. Математическое моделирование технологических процессов. Уч. пособия. –Ташкент, ТашГТУ, 1989. - 80 с.
2. Комиссаров Ю.А., Глебов М.Б., Гордеев Л.С., Вент Д.П. Химико-технологические процессы. Теория и эксперимент. М.: Химия, 2002, – 238 с.
3. Кафаров В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии: Уч. пособия. - 4-изд. –М.: Химия, 1984. – 448 с.
4. Юсупбеков Н.Р., Маннанов У.В., Гулямов Ш.М. Моделирование совмещенных реакционно-разделительных процессов. - Ташкент, ТашГТУ, 1999. – 190 с.
5. Ахназарова С.Л., Кафаров В.В. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии. - М.: Химия, 1985.
6. Закгейм А.Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов. - М.: Химия, 1982.
7. Имитационное моделирование производственных систем / Под ред. А.А. Вавилова. – М.: Машиностроение, 1983. – 416 с.
8. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. Том 1-4. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004.
9. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. М.: Энергоатомиздат, 1990. - 208 с.
10. Типовые линейные модели объектов управления / Под ред. Н.С. Райбмана. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - 264 с.
11. Саутин С.Н., Пунин А.Е. Мир компьютеров и химическая технология. - Л.: Химия, 1991. - 141 с.
12. Internet ma'lumotlari: www.books.rosteplo.ru

N.R. Yusupbekov, D.P. Muxitdinov, M.B. Bazarov

**ELEKTRON HISOBLASH MASHINALARINI KIMYO
TEXNOLOGIYASIDA QO'LLASH**

*O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi Toshkent davlat
texnika universiteti Ilmiy-uslubiy kengashi tomonidan nashrga tavsiya etilgan.*

Muharrir *B.Abdulxayrov*
Texnik muharrir *I.Musaboyev*
Musahhih *M.Saidova*

Nashriyot raqami 3-30 . Terishga berildi 5.03.2010. Bosishga ruxsat etildi
22.03.2010. Qog'oz bichimi 60x90 $\frac{1}{16}$. Ofset bosma. Ofset qog'ozi. Hisob-
nashriyot t. 23,0. Shartli bosma t. 24,5. 126-buyurtma. 500 nusxada.
Kelishilgan narxda.

O'zR FA «Fan» nashriyoti. 100170, Toshkent, I. Mo'minov ko'chasi, 9-uy.

Nashr O'zR FA «Fan» nashriyoti kompyuter bo'limida tayyorlangan original maketga
to'la muvofiq ravishda «Niso Poligraf» SHK bosmaxonasida amalga oshirildi.
Toshkent, H. Boyqaro ko'chasi, 41-uy.